

INTERAKTIVNÍ ÚLOHY MONGEOVA PROMÍTÁNÍ

INTERACTIVE EXERCISES IN THE MONGE PROJECTION

Petra KONJATOVÁ

Resumé

Ve své diplomové práci se věnuji Mongeovu promítání, jež je důležitou součástí deskriptivní geometrie. Toto promítání umožňuje převést trojrozměrné objekty (stavby, geometrická tělesa, ...) na dvojrozměrný prostor.

Počátky deskriptivní geometrie, tak jak ji chápeme v dnešním smyslu, spadají do 18. století. V této době francouzský matematik Gaspard Monge navrhl zobrazovací metodu, která po něm nese své jméno. Tato metoda využívá pravoúhlé promítání na dvě navzájem k sobě kolmé průmětny, takže ze zobrazení je možné získat všechny důležité vlastnosti (např. tvar, výška, atd.).

Ve své diplomové práci se věnuji základním pojmům z Mongeova promítání, seznamuji čtenáře nejen se zobrazováním bodů, přímk a rovin a se základními polohovými a metrickými úlohami. Poslední kapitola obsahuje příklady konstrukcí těles v Mongeově promítání. Všechny úlohy jsou doplněny řešenými příklady, které jsou „nakrokovány“ v postupných konstrukcích v grafickém programu GeoGebra.

Všechny příklady uvedené v této práci jsou k dispozici na webových stránkách: www.kmt.zcu.cz/monge/. Zde si čtenář může projít celou konstrukci po jednotlivých krocích.

Abstract

The thesis deals with the Monge projection, which is an important part of descriptive geometry. This projection allows to convert a three-dimensional objects (such as buildings, constructions, geometric objects, etc.) into two-dimensional space.

The beginnings of descriptive geometry as we know it today belongs to the 18th century when the French mathematician Gaspard Monge designed a method which is now called after him. This method combines vertical and horizontal projection of a described object into a single chart so it is possible to extract all its important characteristics (such as shape, height, etc.) from the drawing.

In the thesis, the reader becomes acquainted with basic concepts of the Monge projection, learns how points, lines and planes are being displayed and becomes familiarized with basic positional and metric tasks. The last chapter of the thesis consists examples of bodies in Monge projection. All text is illustrated with charts created in the geometry program called GeoGebra.

Additionally, all examples presented in the thesis are available on www.kmt.zcu.cz/monge/, where the reader can go through the whole process of projection from its assignment to the completed construction.

ÚVOD

Za zakladatele deskriptivní geometrie tak, jak ji chápeme v dnešním smyslu, je považován francouzský matematik Gaspard Monge. Pojem deskriptivní geometrie pochází z latinského slova „describo“, což znamená „popisuji, zobrazuji“. Deskriptivní geometrie se zabývá zobrazováním útvarů na danou plochu. Sám Gaspard Monge definoval deskriptivní

geometrii jako „... umění znázornit na listu papíru, jenž má jen dvojitý rozměr, trojrozměrné předměty tak, aby je bylo možno přesně určit ...“

Mongeovo promítání je jednou ze zobrazovacích metod. Ze zobrazení je nutné přesně vyčíst základní vlastnosti zobrazovaných útvarů. Jedná se o jejich tvar, velikost a vzájemnou polohu. Každému vzoru v prostoru musí být přiřazen jediný obraz a toto musí samozřejmě platit i obráceně: Každému obrazu v prostoru musí být přiřazen jediný vzor.

V první části své diplomové práce seznamuji čtenáře se životem Gasparda Mongeho. Další část je věnována základním pojmům Mongeova promítání a základním metodám zobrazování bodů, přímek a rovin. Na konci každé ze tří podkapitol (týkajících se Obrazu bodu, Obrazu přímky a Obrazu roviny) následuje krátký test. Na následujících stránkách se čtenář již může pustit do studia základních polohových a metrických úloh. Tyto úlohy jsou rozděleny do 12 skupin a seznamují nás s jednotlivými konstrukcemi potřebnými při zobrazování rovinných i prostorových útvarů v Mongeově promítání. Mezi tyto úlohy patří např. zjišťování průsečíku přímky s rovinou, či průsečnice dvou rovin, nebo jak zjistit skutečnou velikost úsečky. Poslední částí mé diplomové práce je zobrazení některých těles v Mongeově promítání za použití znalostí získaných v předešlých kapitolách. Všechna řešení příkladů jsou „nakrokována“ v postupných konstrukcích tak, aby si čtenář důkladně osvojil postup konstrukce a následně byl schopen sám řešit podobné příklady.

GASPARD MONGE

Gaspard Monge se narodil 10.5.1746 v Beaune ve Francii. Věnoval se studiu matematiky a fyziky. V roce 1766 dostal Monge úkol nakreslit plán opevnění, které by mělo zabránit nepřítelům v palbě na objekt bez ohledu na to, jaká by byla jejich pozice. Pro tento úkol si Monge navrhl svou vlastní zobrazovací metodu, která nese jeho jméno. Gaspard Monge zemřel v Paříži 28.7.1818. Jeho jméno je jedním ze 72 jmen zapsaných na Eiffelově věži.

POLOHOVÉ ÚLOHY

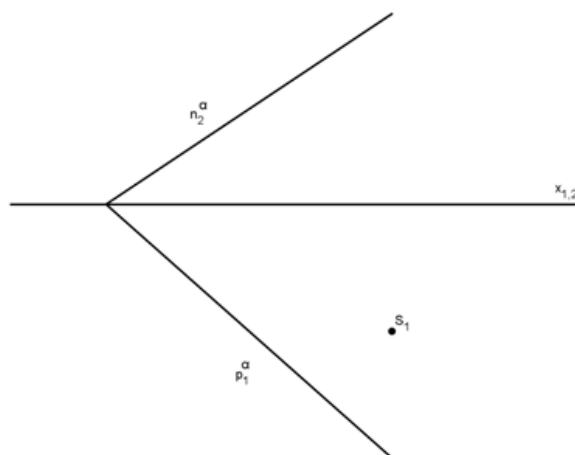
Polohové úlohy jsou rozděleny do 12 skupin. Jedná se o: Přímka v rovině, Bod v rovině, Rovnoběžné roviny, Průsečík přímky s rovinou, Průsečnice 2 rovin, Skutečná velikost úsečky, Nanesení úsečky na přímku, Přímka kolmá k rovině, Rovina kolmá k přímce, Otočení roviny do polohy rovnoběžné s průmětnou, Obraz kružnice, Transformace průměten.

Na začátku každé kapitoly je uvedena teorie k danému tématu. Následují řešené příklady, jejichž slovní zadání je doplněno nákresem. Poté uvádím slovní řešení a následně grafické řešení, jež je postupně „nakrokováno“.

Ukázka: Základní úloha č. 11 – Obraz kružnice

Příklad č. 1:

Zobrazte kružnici $k(S, r = 3 \text{ cm})$ v rovině α , která je určena svými stopami.



Obrázek 1 - Zadání příkladu č. 1 – Obraz kružnice

Řešení:

Vzhledem k tomu, že rovina má k oběma průmětnám obecnou polohu (není ani na jednu z průměten kolmá, ani není s průmětnou rovnoběžná), půdorysem i narysem kružnice bude elipsa. Pomocí horizontální hlavní přímky si odvodíme bod S do narysu. Na tuto horizontální hlavní přímku h nanese v půdorysu od bodu S_1 na obě strany skutečnou velikost poloměru ($r = 3 \text{ cm}$) a body označíme A_1 a B_1 . Tyto body odvodíme po ordinále do narysu. Poté sestrojíme frontální hlavní přímku f a v narysu opět nanese od bodu S_2 na obě strany skutečnou velikost poloměru ($r = 3 \text{ cm}$). Tyto body označíme C_2 a D_2 a po ordinále je odvodíme do půdorysu. Obrazem kružnice k v narysu je elipsa s hlavní osou A_1B_1 , přičemž body C_1 a D_1 této elipse náležejí. Obrazem kružnice k v půdorysu je elipsa s hlavní osou C_2D_2 , přičemž body A_2 a B_2 této elipse náležejí. Abychom obě elipsy mohli sestavit, potřebujeme si určit vedlejší osu. Vedlejší osu získáme pomocí proužkové konstrukce.

Pomocí horizontální hlavní přímky odvodíme S do narysu

Na h_1 nanese od S_1 na obě strany skutečnou velikost r (získáme A_1, B_1)

Body A_1 a B_1 odvodíme po ordinále do narysu

Sestrojíme frontální hlavní přímku f

Na f_2 nanese od S_2 na obě strany skutečnou velikost r

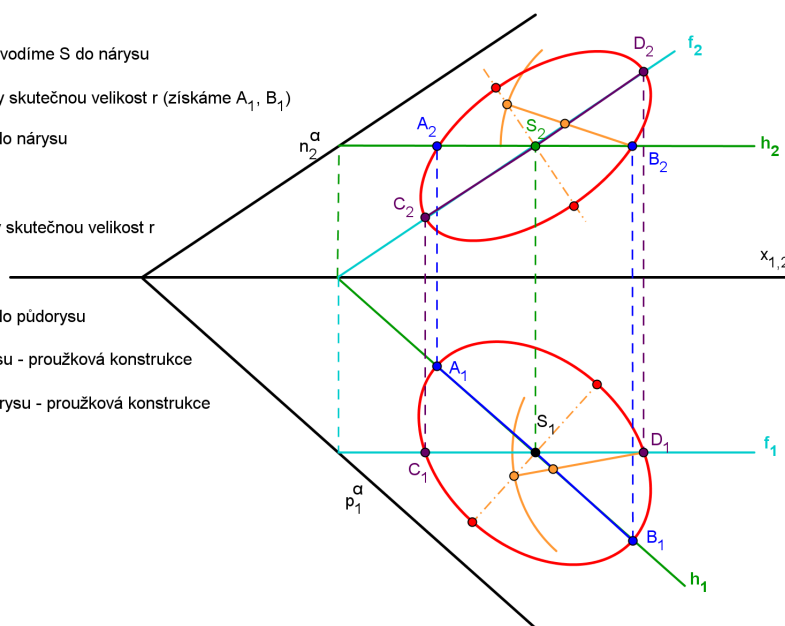
(získáme C_2, D_2)

Body C_2 a D_2 odvodíme po ordinále do půdorysu

Sestrojíme vedlejší osu elipsy v narysu - proužková konstrukce

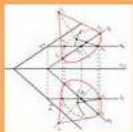
Sestrojíme vedlejší osu elipsy v půdorysu - proužková konstrukce

Zobrazení kružnice k v rovině α



Obrázek 2 - Řešení příkladu č. 1 – Obraz kružnice

Ukázka: Webové stránky



Diplomová práce

Interaktivní úlohy Mongeova promítání

Úvod

Testové otázky

1 – Přímka v rovině

2 – Bod v rovině

3 – Rovnoběžné roviny

4 – Průsečík přímky s rovinou

5 – Průsečnice 2 rovin

6 – Skutečná velikost úsečky

7 – Nanesení úsečky na přímku

8 – Přímka kolmá k rovině

9 – Rovina kolmá k přímce

10 – Otočení roviny do polohy rovnoběžné s průmětnou

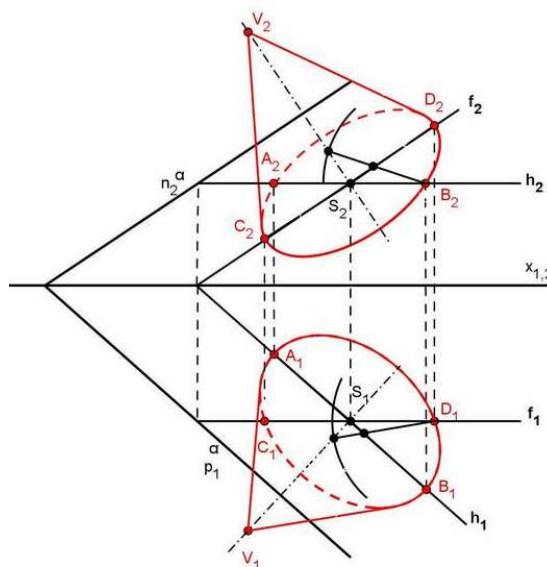
11 – Obraz kružnice

12 – Transformace průměten

Tělesa

Celá diplomová práce (formát PDF)

Autorka



LITERATURA

- DOLEŽAL, M. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie: Díl III: Mongeovo promítání*. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2003. ISBN 80-7078-465-2.
- DRS, L. *Deskriptivní geometrie pro střední školy I*. Praha: Prometheus, 1994. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-321-6.
- POMYKALOVÁ, E. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. ISBN 978-80-7196-400-1.
- SPURNÁ, I. *Deskriptivní geometrie pro střední školy: Mongeovo promítání, 1. díl*. Kralice na Hané: Computer Media, 2010. ISBN 978-80-7402-066-7.
- SPURNÁ, I. *Deskriptivní geometrie pro střední školy: Mongeovo promítání, 2. díl*. Kralice na Hané: Computer Media, 2010. ISBN 978-80-7402-067-4.
- ŠTĚPÁNOVÁ, M. *Geometrie*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2010. ISBN 978-80-7395-323-2.
- TOMICZKOVÁ, S. *Deskriptivní geometrie 1: Pomocný učební text, 1. část* [online]. Plzeň, 2009 [cit. 2012-03-02]. Dostupné z: <http://geometrie.kma.zcu.cz/index.php/www/content/view/full/785/>

Kontaktní adresa

Petra, Konjatová, Bc., KMT FPE ZČU v Plzni, petra.konj@seznam.cz