

Západočeská univerzita v Plzni

Fakulta pedagogická

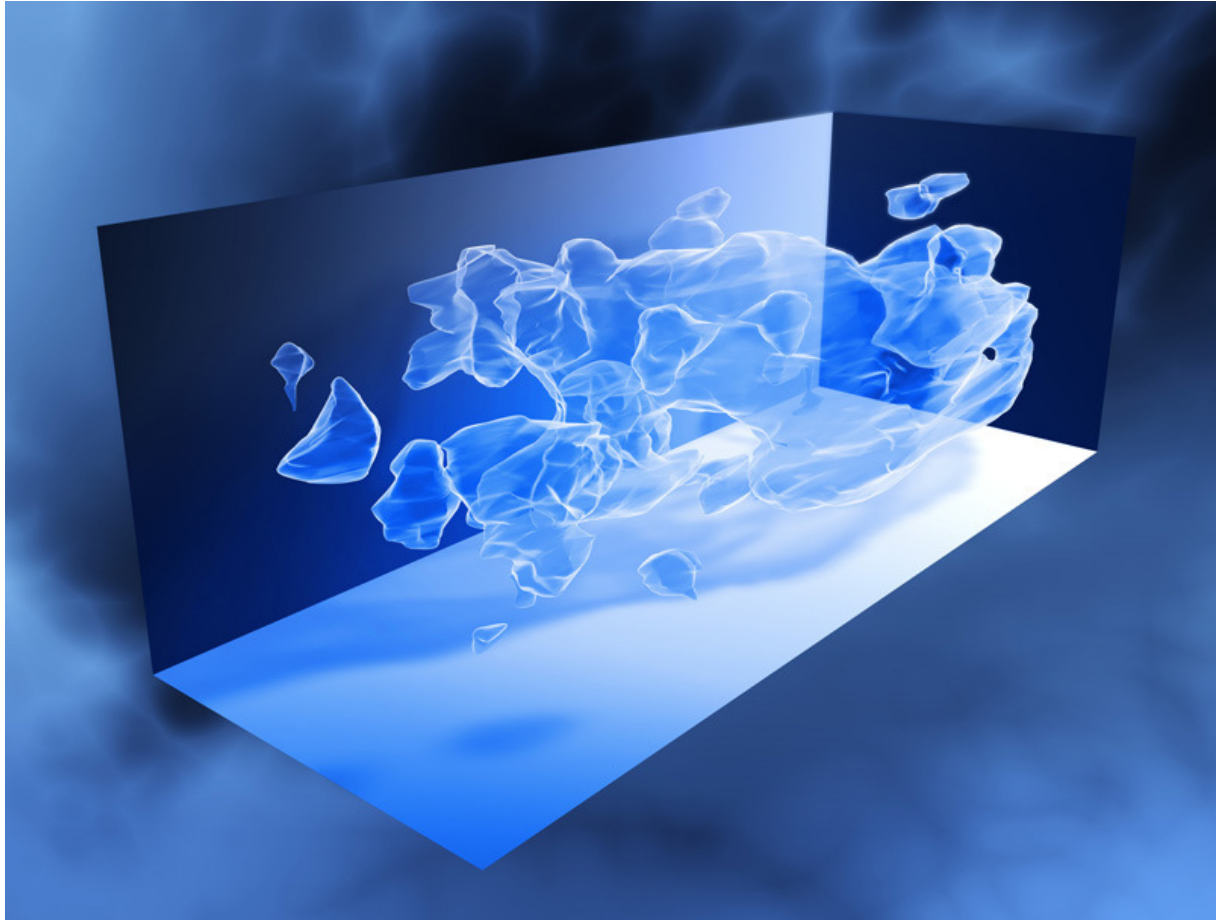
Nové technologie - výzkumné centrum



Přednášky z moderní fyziky

Václav Havel
Martin Tomáš

Plzeň 2013



Trojrozměrná mapa rozložení temné hmoty ve vesmíru (umělecká představa)
© NASA, ESA a R. Massey (Caltech)

Recenzoval: Prof. Ing. Jaroslav Šesták, DrSc., dr. h. c.

Autoři: Doc. PaedDr. Václav Havel, CSc.
PhDr. Martin Tomáš, Ph.D.

Vydavatelství Západočeské univerzity v Plzni

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta pedagogická
Nové technologie - výzkumné centrum

ISBN 978-80-261-0240-3

Poděkování

Na tomto místě je naší milou povinností poděkovat všem, kteří se na vzniku učebního textu podíleli. Náš veliký dík patří recenzentovi učebního textu, kterým byl pan profesor Šesták. Text by nebylo možné připravit a vydat bez podpory následujících součástí Západočeské univerzity v Plzni: Fakulta pedagogická ZČU v Plzni, Nové technologie - výzkumné centrum a Vydavatelství ZČU v Plzni. Autoři dále děkují Bc. Markétě Vojtajové za podnětné připomínky a ochotnou pomoc při přípravě textu.

OBSAH

1.	Galileovy transformace	1
2.	Lorentzovy transformace	5
3.	Relativistická kinematika	8
4.	Relativistická dynamika	13
5.	Relativistická elektrodynamika	19
6.	Relativistická optika	30
7.	Obecná teorie relativity	34
8.	Standardní částicový model	38
9.	Další poznámky ke standardnímu částicovému modelu	44
10.	Symetrie	46
11.	Feynmanovy diagramy	49
12.	Detekce částic	52
13.	Kvantová mechanika	54
14.	Vlnová funkce	54
15.	Vlnová rovnice	55
16.	Operátory kvantové mechaniky	56
17.	Ortogonalita a ortonormalita	57
18.	Diracova symbolika	57
19.	Matice hustoty	60
20.	Závislost matice hustoty na času	61
21.	Kvantová teorie dipólového momentu	64
22.	Kosmologie	65
23.	Relativistický kosmologický model	68
24.	Velký třesk	69
25.	Reliktní záření	71
26.	Současná struktura vesmíru	72
27.	Budoucnost vesmíru	75

Jedním z nejdůležitějších milníků vývoje fyziky je bezesporu vytvoření teorie gravitace uskutečněné Newtonem v 17. století. Tato teorie velice přesně popisuje pohyb těles v našem okolí. Zrod této teorie znamená skutečný skok kupředu v našem chápání okolního světa. Druhým významným milníkem je pak vytvoření teorie elektromagnetismu, kterou představil J.C. Maxwell v roce 1864. Maxwell touto teorií mimo jiné ukázal, že elektrické a magnetické jevy je možné popisovat obdobně. Teorie Newtonova i Maxwellova tak koncem 19. století tvoří nejvýznamnější nástroje fyziků.

Základem Newtonovy teorie jsou transformační vztahy označované jako Galileovy transformace. Pokud chceme popsat pohybující se těleso, hovoříme často o soustavách, kterými toto těleso prochází, nebo se vůči nim pohybuje. Soustavou rozumíme souřadnicový systém a jednotlivé soustavy můžeme rozdělit na inerciální a neinerciální. Hlavní myšlenka Newtonovy teorie spočívá v tom, že pozorovatel uvnitř inerciální soustavy není schopen provést experiment, který by dokázal, zda je tato soustava v klidu či rovnoměrném přímočarém pohybu vzhledem k jiné soustavě. Jednotlivé inerciální soustavy jsou pak nerozlišitelné.

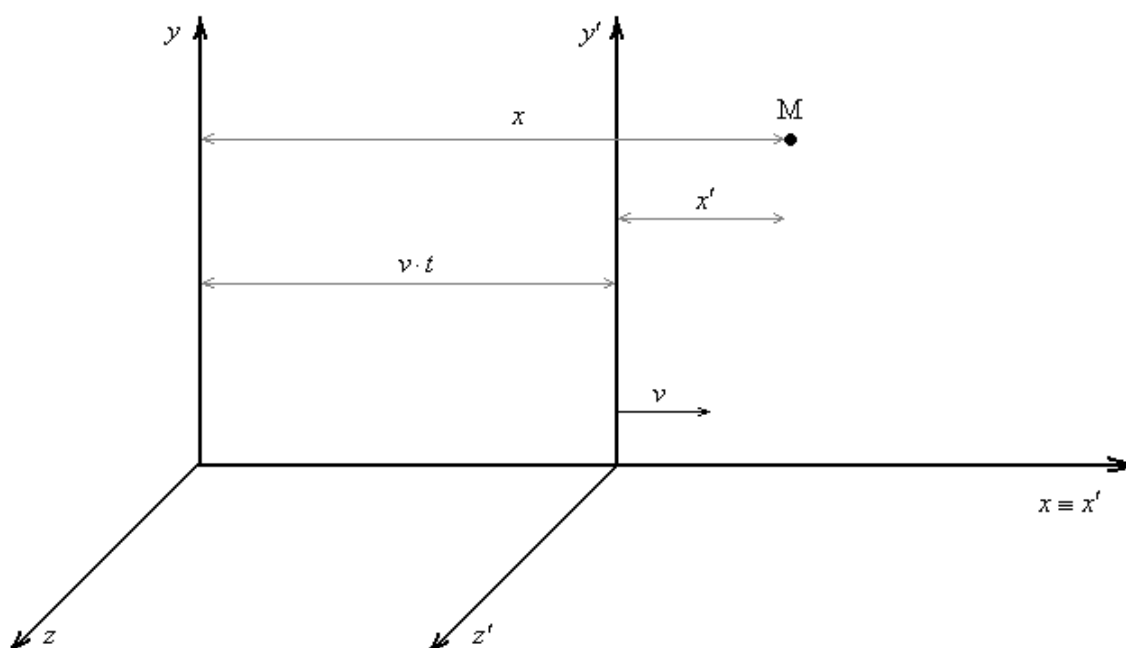
Inerciální soustavou rozumíme takový souřadnicový systém, ve kterém je pohyb tělesa nepodléhajícího vnějším silám rovnoměrný a přímočarý. Takovou soustavou může být například jedoucí uzavřený vlak, ve kterém v případě rovnoměrného přímočarého pohybu není možné rozhodnout, zda se vůči kolejnicím pohybuje či nikoliv. Neinerciální soustava je pak souřadnicový systém, ve kterém neplatí Newtonův zákon setrvačnosti. Například v rozjíždějícím se vlaku se volně položená ocelová kulička začne pohybovat, přestože na ni nepůsobí vnější síla.

Z předchozího výkladu je zřejmé, že k popisu pohybujícího se tělesa je nutné tento popis vztahovat k referenčnímu tělesu resp. referenční (vztažné) soustavě. Například volně padající sklenice vody se pohybuje vůči pozorovateli rovnoměrně zrychleně. Pokud ovšem budeme popisovat vodu ve sklenici vůči sklenici samotné, tyto dvě soustavy jsou vůči sobě v klidu. V souvislosti s touto skutečností mluvíme o **relativitě pohybu**.

Galileiovy transformace vycházejí z naší každodenní zkušenosti, a proto bylo překvapením zjištění, že Maxwellovy rovnice nejsou vůči těmto transformačním vztahům kovariantní. Tento termín označuje skutečnost, že by bylo možné experimentem vycházejícím z Maxwellovy teorie rozlišit jednotlivé inerciální soustavy. Naznačený problém se pokusil vyřešit H. Lorentz, který sestavil transformační vztahy umožňující kovarianci Maxwellových rovnic.

1. Galileovy transformace

Rozebereme nyní podrobněji Galileovy transformace. Uvažujme dvě inerciální soustavy, přičemž soustava S je v klidu a soustava S' se vůči nečárkované soustavě pohybuje rychlostí v . V soustavě S' se nachází bod M , který je vůči čárkované soustavě v klidu (Obr. 1).



Obr. 1 – Galileovy transformace

Pro jednotlivé souřadnice musí platit vztahy

$$\begin{aligned} x' &= x - v \cdot t \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned} \quad (1)$$

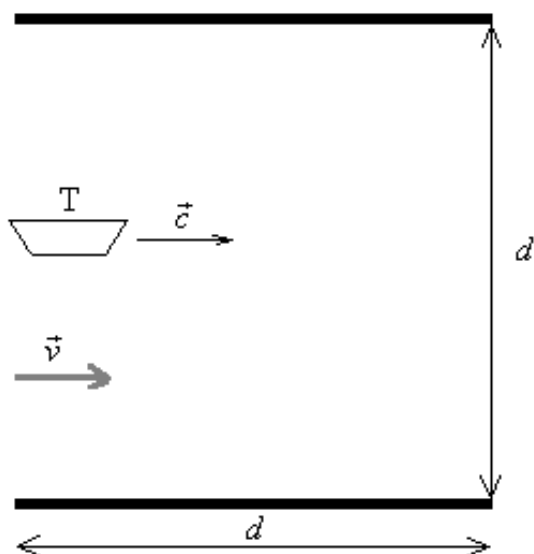
Při přechodu ze soustavy S' k soustavě S přepíšeme vztahy do tvaru

$$\begin{aligned} x &= x' + v \cdot t \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned} \quad (2)$$

Je zřejmé, že zákony Newtonovy mechaniky se Galileovou transformací nemění. Pohybové rovnice Newtonovy mechaniky jsou tedy **invariantní** vzhledem ke Galileově transformaci.

Stěžejní představa 19. století spočívala v tom, že celý prostor je vyplněn nevažitelnou a neměřitelnou substancí, která dostala název **éter**. Rychlost světla se vztahovala právě k éteru, který byl považován za dokonale nehybný. Éter byl tedy nositelem elektromagnetického vlnění a světlo se touto substancí šířilo bez hmotného nositele. Při přenosu elektromagnetického vlnění prostorem se uvažovalo o nekonečné tuhosti éteru. Již výčet nutných vlastností éteru ukazuje, že taková substance je ve vědecké teorii značně podezřelá. Pro fyziky 19. století však éter představoval inerciální soustavu, ke které je možné vztahovat jiné děje. Myšlenka éteru je v souladu s tehdejší přirozenou představou absolutního prostoru, který se objevuje v newtonovské teorii. Důsledkem zavedení éteru do teorie je však předpoklad **různé rychlosti světla v různých inerciálních soustavách**.

Tento důsledek je možné objasnit při vyšetření následující situace. Představme si proudící řeku a člun T, který pluje po proudu a následně proti proudu řeky (Obr. 2).



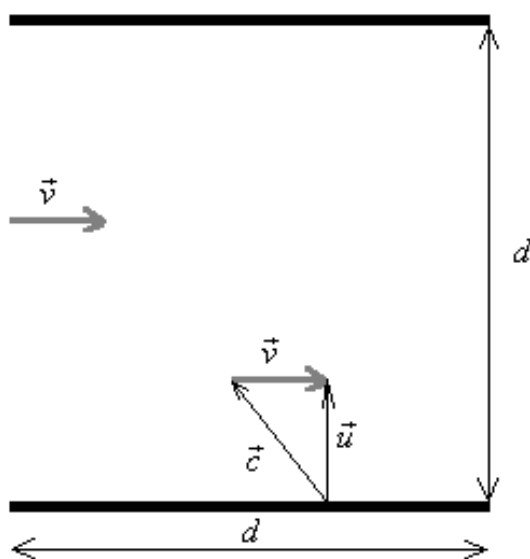
Obr. 2 – Plavba člunu po proudu a proti proudu

Člun T pluje po proudu řeky a urazí vzdálenost d , následně se otočí a urazí stejnou vzdálenost proti proudu řeky. Voda proudí v řece rychlostí \vec{v} a člun se pohybuje rychlostí \vec{c} vůči vodě v řece. Nyní vypočítáme čas potřebný v překonání vzdálenosti $2d$.

$$t_1 = \frac{d}{c+v} + \frac{d}{c-v}$$

$$t_1 = \frac{d(c-v) + d(c+v)}{(c+v) \cdot (c-v)} = \frac{d(c-v+c+v)}{c^2 - cv + cv - v^2} = \frac{2dc}{c^2 - v^2} = \frac{2dc}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} = \frac{2d}{c \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}. \quad (3)$$

Situaci nyní vyšetříme pro případ, kdy člun pluje napříč řekou a zpět. Překonaná vzdálenost je opět $2d$ (Obr. 3).



Obr. 3 – Plavba člunu napříč řekou

V tomto případě je nutné, aby se rychlosti \vec{v} a \vec{c} složily dle Obr. 3. Tím je docíleno nejrychlejšího postupu člunu. Výsledná rychlost \vec{u} je dána vztahem

$$\vec{u} = \sqrt{c^2 - v^2} = \sqrt{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} = c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Pro čas potřebný k překonání vzdálenosti d platí

$$\frac{1}{2}t_2 = \frac{d}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

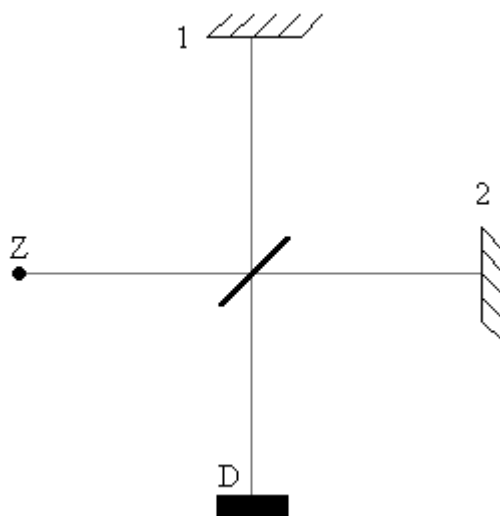
což můžeme rozepsat jako

$$t_2 = \frac{2d}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4)$$

Porovnáme-li jmenovatele v rovnici (3) a (4), docházíme k zjištění

$$t_2 < t_1.$$

Tento princip byl využit k pokusu o potvrzení existence éteru. Představíme-li si Zemi pohybující se kolem Slunce rychlostí $v = 30\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$, nehybný éter proudící v okolí naší planety tvoří řeku z našeho předcházejícího přirovnání. Stačí tedy sestavit experiment, ve kterém se budou světelné paprsky pohybovat ve směru proudění éteru a proti směru proudění této substance. O úspěšné sestavení takové experimentální aparatury se zasloužili Michelson a Morley. Princip jejich aparatury je znázorněn na Obr. 4.



Obr. 4 – Princip Michelsonova – Morleyova experimentu

Na Obr. 4 vidíme, jak ze světelného zdroje vylétá paprsek směrem k polopropustnému zrcadlu. Na rozhraní zrcadla se paprsek rozdělí do dvou větví. Jedna větev pokračuje původním směrem a paprsek se následně odráží od zrcadla 2 zpět k polopropustnému zrcadlu. Od polopropustného zrcadla se odráží směrem k detektoru D. Paprsek ve druhé větvi se od původního směru odchyluje o úhel 90° a následně se odráží od zrcadla 1 zpět k polopropustnému zrcadlu. Zde již svůj směr nemění a pokračuje přímým směrem do detektoru D.

Detektorem D je interferometr. Složením paprsků dochází k interferenci a vzniku interferenčních proužků (případně kroužků). Rozborem těchto interferenčních obrazců

můžeme zjistit, o kolik delší je cesta jednotlivých paprsků od zdroje k detektoru. V případě pohybu éteru jsme tedy schopni působení éteru detekovat. Aparaturu můžeme navíc umístit na otočný stůl, kterým budeme otáčet o úhel 90° . Tato otočení způsobí posun interferenčních proužků do stran. Experiment byl proveden mnohokrát a jeho přesnost byla výrazně zvýšena. Žádný posun interferenčních proužků však detekován nebyl. Existence éteru tak nebyla prokázána.

Tuto „križi fyziky“ řeší Albert Einstein publikací své teorie relativity. Speciální teorie relativity (STR) je publikována 30.6. 1905 v článku *O elektrodynamice pohybujících se těles*. Základními postuláty STR jsou:

- 1) *Žádným experimentem (elektromagnetickým, mechanickým ani optickým) nelze zjistit absolutní pohyb kterékoliv inerciální soustavy. Všechny inerciální soustavy jsou pro popis fyzikálních dějů rovnocenné. Ve dvou soustavách, které se vůči sobě pohybují přímočaře rovnoměrně, probíhají všechny fyzikální děje zcela stejně, nezávisle na vzájemné rychlosti soustav. (Jedním z důsledků je, že fyzikální zákony musí být formulovány tak, aby byly kovariantní při přechodu od jedné soustavy k druhé.)*
- 2) *Princip stálé rychlosti světelné – rychlost světla ve vakuu je ve všech inerciálních soustavách stejná.*

Druhý postulát říká, že

- **nelze překročit rychlost světla**
- **rychlost světla je univerzální fyzikální konstantou.**

Důsledky Einsteinových úvah rozebereme na základě Lorentzových transformací. Tyto transformace umožňují kovariantnost Maxwellových rovnic a navíc jsou sestaveny tak, aby v případě nízkých vzájemných rychlostí soustav přešly v transformace Galileovy.

2. Lorentzovy transformace

Důsledky Lorentzových transformací jsou v rozporu s každodenní zkušeností. Naměřili pozorovatel délku x tělesa v soustavě S , pozorovatel spojený se soustavou S' naměří délku x' . V různých soustavách navíc čas plyne různou rychlostí. Tyto jevy nejsou v běžném životě pozorovány, protože pozorovatelé nedosahují tak vysokých rychlostí, které by zajišťovaly měřitelnost těchto důsledků.

Při aplikaci Galileových transformací musí platit

$$x' = x - vt.$$

Lorentz ve svých úvahách dospěl k tomu, že je potřeba do tohoto vztahu vložit člen α , který v případě nízkých rychlostí vymizí. Píšeme tedy

$$\alpha x' = x - vt. \quad (5)$$

Podle Galileových transformací musí rovněž platit

$$\alpha x = x' + vt'. \quad (6)$$

V dalším výkladu zjistíme vztah pro koeficient α . Rovnici (5) a (6) spolu vynásobíme, takže

$$\alpha^2 xx' = (x - vt)(x' + vt')$$

a na pravé straně rovnice vytkneme tt' . Platí tedy

$$\alpha^2 xx' = tt' \left(\frac{x}{t} - v \right) \left(\frac{x'}{t'} + v \right).$$

Nyní rovnici vydělíme členem tt' a můžeme psát

$$\frac{\alpha^2 xx'}{tt'} = \left(\frac{x}{t} - v \right) \left(\frac{x'}{t'} + v \right). \quad (7)$$

Nyní budeme předpokládat, že soustava S' je spojena s bodem na čele světelné vlny, která byla vyslána v čase $t = t' = 0$ v bodě $O = O'$ (počátek souřadnic). Pak pro polohu tohoto bodu v závislosti na čase platí

$$x = ct$$

$$x' = ct'$$

neboli

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{t} = c \\ \frac{x'}{t'} = c \end{array} \right\} \text{(8) pozn. Tyto vztahy lze odvodit i z 2. postulátu STR.}$$

Dosadíme rovnice (8) do rovnice (7) získáváme

$$\alpha^2 c^2 = (c - v)(c + v).$$

Použijeme známý vzorec $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ a můžeme zapsat

$$\alpha^2 c^2 = c^2 - v^2.$$

Rovnici vynásobíme $\frac{1}{c^2}$, takže

$$\alpha^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2}.$$

Výraz odmocníme a dospěli jsme k důležitému vztahu

$$\alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Tento vztah nyní dosadíme do rovnice (5)

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (9)$$

Z rovnice (6) se pokusíme nalézt vztah pro t' . Tuto rovnici

$$\alpha x = x' + vt'$$

dosadíme do rovnice (9) a zapíšeme

$$\alpha x = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + vt'.$$

Namísto výrazu $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ můžeme zapsat α , takže

$$\alpha x = \frac{x - vt}{\alpha} + vt'.$$

Nyní rovnici vynásobíme členem α , a proto

$$\alpha^2 x = x - vt + \alpha vt'.$$

Následně rovnici vynásobíme členem $\frac{1}{v}$ a můžeme zapsat

$$\frac{\alpha^2 x}{v} = \frac{x}{v} - t + \alpha t'.$$

Rovnici přeskupíme

$$-\alpha t' = \frac{x}{v} - t - \frac{\alpha^2 x}{v}$$

a vynásobíme (-1) . Získáváme

$$\alpha t' = t + \frac{\alpha^2 x}{v} - \frac{x}{v}.$$

Na pravé straně rovnice vytkneme $\frac{x}{v}$, takže

$$\alpha t' = t + \frac{x}{v}(\alpha^2 - 1).$$

Nyní vytkneme ze závorky na pravé straně rovnice mínus, takže

$$\alpha t' = t - \frac{x}{v}(1 - \alpha^2). \quad (10)$$

Výraz $(1 - \alpha^2)$ rozepíšeme po dosazení za α jako

$$1 - \alpha^2 = 1 - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = 1 - 1 + \frac{v^2}{c^2} = \frac{v^2}{c^2}.$$

Tento výsledek dosadíme do rovnice (10) a můžeme zapsat

$$\alpha t' = t - \frac{x}{v} \cdot \frac{v^2}{c^2}.$$

Zkrátíme v na pravé straně rovnice

$$\alpha t' = t - \frac{vx}{c^2}$$

a vzniklý vztah vynásobíme výrazem $\frac{1}{\alpha}$, takže

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\alpha}.$$

Nyní dosadíme za α a dostáváme konečně vztah

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (11)$$

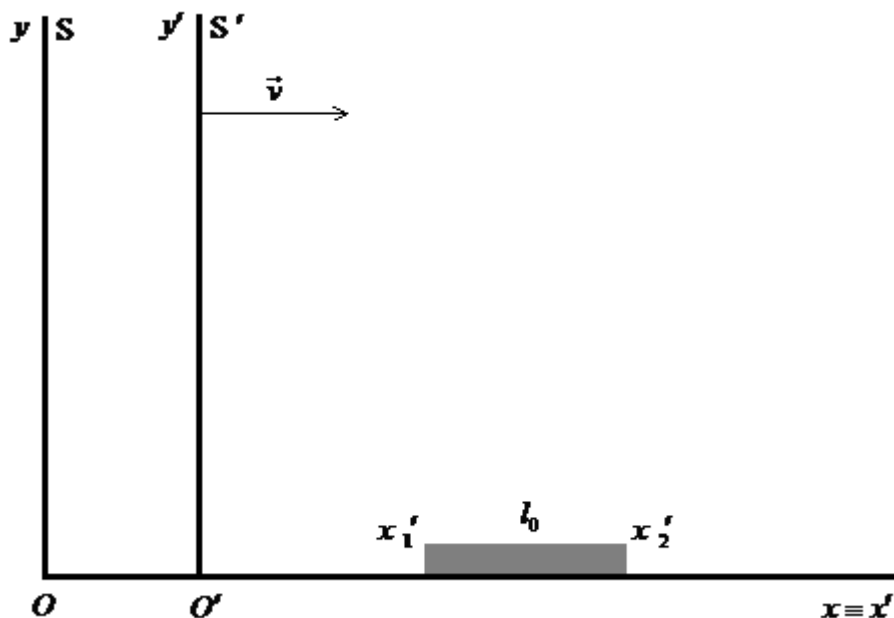
Je zřejmé, že pokud $\frac{v}{c} \rightarrow 0$, pak Lorentzův transformační vztah přejde v Galileův. Nyní zapíšeme transformační vztahy pro jednotlivé souřadnice. Jedná se tedy o Lorentzovy transformační vztahy pro přechod ze soustavy S do soustavy S' .

$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ $y' = y$ $z' = z$	$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	(12)
--	--	------

3. Relativistická kinematika

Tato část speciální teorie relativity se zabývá vzájemným pohybem inerciálních soustav. Při aplikaci Lorentzovských transformací dochází k několika jevům, které nemají v každodenní zkušenosti obdoby. Právě tyto důsledky vedly k odlišnému vnímání našeho světa.

V dalším textu bude pro přehlednost využito označení $\beta = \frac{v}{c}$. Vyšetříme situaci naznačenou v Obr. 5.



Obr. 5 - Kontrakce tyče

Na obrázku je znázorněna tyč, která má z pohledu soustavy S' délku l_0 . Soustava S' se pohybuje vůči soustavě S rychlostí v . Předpokládáme pohyb pouze ve směru osy x . Krajní body tyče v soustavě S' označíme x'_1, x'_2 a bude platit

$$x'_2 - x'_1 = l_0. \quad (13)$$

Podobně z pohledu soustavy S musí platit

$$x_2 - x_1 = l. \quad (14)$$

Pravou stranu rovnice (13) rozepíšeme podle Lorentzovských transformací (12). Píšeme tedy

$$x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

A po dosazení do vztahu (13)

$$\frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} = l_0.$$

Výrazy na pravé straně převedeme na společného jmenovatele

$$\frac{x_2 - vt - x_1 + vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} = l_0.$$

Nyní upravíme čitatele ve výrazu na pravé straně rovnice a následně rovnici vynásobíme výrazem $\sqrt{1 - \beta^2}$, takže

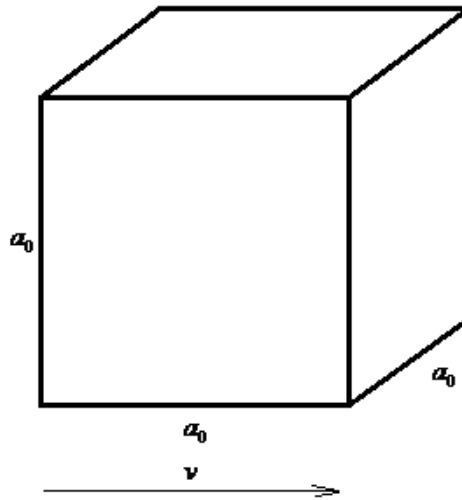
$$x_2 - x_1 = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}.$$

Využijeme vztahu (14) a získáváme konečně

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (15)$$

Tento důležitý vztah udává změnu délky tyče v důsledku pohybu soustavy spojené s touto tyčí vůči soustavě v klidu. Je zřejmé, že dochází k změně rozměrů úměrně rychlosti soustavy spojené s tyčí. Tento jev označujeme jako *kontrakci délek*.

Je třeba zdůraznit, že se mění pouze rozměr, který leží ve směru pohybu soustavy. Předpokládejme nyní pohyb krychle o hraně a_0 . Pohyb krychle se bude dít pouze ve směru jedné hrany a ke kontrakci ostatních rozměrů tedy nedojde (Obr. 6).



Obr. 6 - Pohybující se krychle

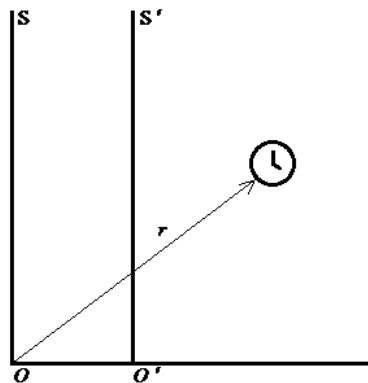
Objem nepohybující krychle je dán vztahem

$$V_0 = a_0^3.$$

V důsledku pohybu krychle dojde ke kontrakci jedné z hran, takže vztah přepíšeme do tvaru

$$V = a_0 \cdot a_0 \cdot a_0 \sqrt{1 - \beta^2} = V_0 \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (16)$$

Nyní provedeme rozbor měření času. Pro tyto úvahy musíme synchronizovat hodiny ve všech soustavách, které budeme popisovat. Synchronizace se provede světelným paprskem, který vyšleme ze soustavy S do soustavy S' (Obr. 7).



Obr. 7 - Synchronizace hodin

Pozorovatel v soustavě S' nastaví hodiny podle vztahu $\tau = \frac{r}{c}$. Tím je zajištěn synchronizovaný chod hodin v obou soustavách.

Uvažujme nyní časový úsek T_0 v soustavě S' , který bude dán vztahem

$$T_0 = t'_2 - t'_1. \quad (18)$$

Tomuto časovému úseku odpovídá v soustavě S úsek, který určíme z Lorentzovských transformací

$$t_2 = \frac{t'_2 + \frac{x'_2 v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t_1 = \frac{t'_1 + \frac{x'_1 v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

takže po dosazení do vztahu

$$T = t_2 - t_1$$

můžeme zapsat

$$T = \frac{t'_2 + \frac{x'_2 v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{t'_1 + \frac{x'_1 v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Výraz na pravé straně rovnice převedeme na společného jmenovatele a následně celou rovnici vynásobíme výrazem $\sqrt{1 - \beta^2}$. Píšeme

$$T\sqrt{1 - \beta^2} = t'_2 + \frac{x'_2 v}{c^2} - t'_1 - \frac{x'_1 v}{c^2}$$

a po úpravě pravé strany získává rovnice tvar

$$T\sqrt{1 - \beta^2} = t'_2 - t'_1.$$

Vzhledem ke vztahu (18) můžeme zapsat

$$T\sqrt{1 - \beta^2} = T_0. \quad (19)$$

Vztah (19) přepíšeme do konečného tvaru

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (20)$$

který popisuje odlišné výsledky měření času v pohybujiících se soustavách. Důsledek vztahu (20) bývá obvykle označován jako *dilatace času*.

Dilatace času i kontrakce délek byly experimentálně prokázány. Jedním z takových experimentů bylo pozorování částic zvaných miony na povrchu Země. Tyto částice se tvoří při dopadu kosmického záření na horní vrstvy atmosféry. Střední doba života mionu je $\tau_\mu = 2,2 \cdot 10^{-6}$. Pokud by se rychlost mionu blížila rychlosti světla, podle klasické fyziky by taková částice urazila v atmosféře pouhých 660 metrů. Pak by došlo k rozpadu mionu na příslušné produkty. Miony jsou ovšem registrovány na zemském povrchu, tedy ve vzdálenosti asi 30 km od místa jejich vzniku. Vysvětlením, proč pozorujeme miony dopadající na povrch Země, je prodloužení střední doby života těchto částic v důsledku dilatace času. Z pohledu pozorovatele na Zemi dochází k prodloužení této doby na $\tau_\mu = 3 \cdot 10^{-5}$, a proto mion prolétne atmosférou až k detekčnímu přístroji, přestože podle klasické fyziky není tento jev možný. Z pohledu pozorovatele spojeného s mionem dochází ke kontrakci tloušťky zemské atmosféry. Střední doba života mionu z pohledu takového pozorovatele zůstává $\tau_\mu = 2,2 \cdot 10^{-6}$, ale

tloušťka atmosféry se zmenší na dostatečnou hodnotu tak, aby mion prolétl atmosférou až k detekčnímu přístroji.

Známý je rovněž experiment, při kterém byly využity synchronizované césiové atomové hodiny. Hodiny byly vyhotoveny ve třech exemplářích, přičemž jedny zůstaly na zemském povrchu, druhé a třetí hodiny vykonaly oblet Země po a proti směru rotace planety. U hodin, které vykonaly oblet Země, bylo zjištěno zpoždění oproti hodinám na zemském povrchu.

Dalším důsledkem zavedení Lorentzovských transformací je takzvaná *relativita současnosti*. Jedná se o nutnost nového pohledu na dvě události, které v pohybující inerciální soustavě označujeme jako současné, tj. proběhlé v jednom časovém okamžiku. Klasická fyzika tento problém nezná. Jak bude zřejmé z následujícího textu, je třeba přísně rozlišovat události, které můžeme za současné označit, a události, které takto označovat nelze.

Termín událost zavedeme jako *děj probíhající v daném bodě prostoru v daném okamžiku*.

Nyní uvažujme dvě události A a B, které se v soustavě S' odehrají v místech x'_A a x'_B v časech t'_A a t'_B . Z pohledu soustavy S bude platit

$$t_A = \frac{t'_A + \frac{x'_A v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t_B = \frac{t'_B + \frac{x'_B v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Pro rozdíl $t_B - t_A$ musí platit

$$t_B - t_A = \frac{t'_B + \frac{x'_B v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{t'_A + \frac{x'_A v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Pravou stranu rovnice převedeme na společného jmenovatele, takže

$$t_B - t_A = \frac{t'_B + \frac{x'_B v}{c^2} - t'_A - \frac{x'_A v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Vytkneme výraz $\frac{v}{c^2}$ v čitateli ve výrazu na pravé straně rovnice a můžeme zapsat

$$t_B - t_A = \frac{t'_B - t'_A + \frac{v}{c^2}(x'_B - x'_A)}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Nyní přeskupíme složený zlomek tak, abychom získali zlomek jednoduchý

$$t_B - t_A = \frac{t'_B - t'_A}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}} + \frac{v(x'_B - x'_A)}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (21)$$

Pokud pobíhají události v soustavě S' současně, pak musí platit

$$t'_A = t'_B.$$

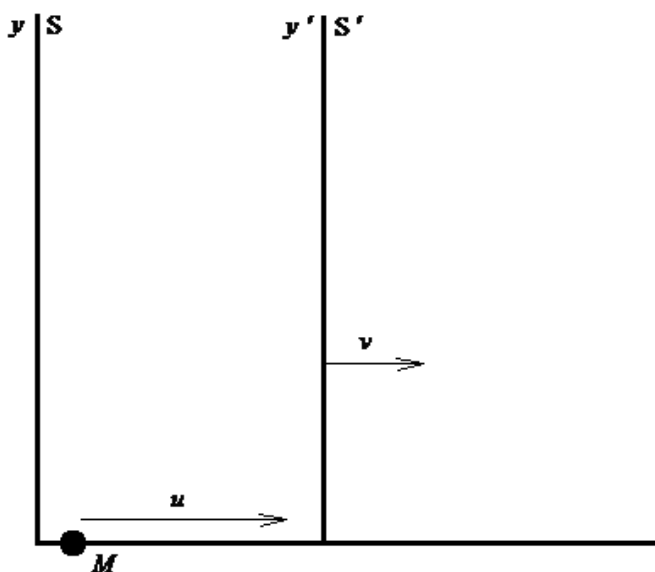
Výraz tedy přepíšeme do tvaru

$$t_B - t_A = \frac{v(x'_B - x'_A)}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}} \left. \vphantom{\frac{v(x'_B - x'_A)}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}}} \right\} \text{ tento výraz bude nulový, pokud } x'_B - x'_A = 0$$

To znamená, že *události budou ve všech inerciálních soustavách současné, pokud budou souměrné*. Pojem současnosti je tedy relativní.

Velmi důležitým závěrem speciální teorie relativity je nutnost skládání rychlostí odlišným způsobem, než který plyne z každodenní zkušenosti. Představíme si rychle jedoucí automobil pohybující se rychlostí $v = 200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ vůči vozovce a řidiče, který ve směru jízdy vystřelí z pistole projektil rychlostí $u = 700 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Naše každodenní zkušenost říká, že výsledná rychlost projektilu vůči vozovce bude prostým součtem rychlostí v a u . Jedním z postulátů STR je určení maximální možné rychlosti šíření světelného záření. Pokud by se tedy zdroj záření pohyboval ve vakuu nezanedbatelnou rychlostí a ve směru pohybu tohoto zdroje by se vyzářil světelný paprsek, pak by výsledná rychlost paprsku vůči nehybnému pozorovateli přesáhla rychlost světla ve vakuu. Prostý součet rychlostí tedy nemůže být správný.

Vyšetříme nyní situaci, kdy se soustava S' pohybuje vůči soustavě S rychlostí v . V soustavě S se nachází částice M , která se pohybuje rychlostí u vůči soustavě S (Obr. 8).



Obr. 8 - Relativistické skládání rychlostí

Z pohledu soustavy S' je rychlost částice M rovna

$$u' = u - v.$$

Nyní zavedeme dvě události částice v soustavě S , které budou dány souřadnicemi (x_1, t_1) a (x_2, t_2) . Tyto události z pohledu soustavy S' budou mít souřadnice (x'_1, t'_1) a (x'_2, t'_2) . Pro čárkované souřadnice platí

$$\begin{aligned} x'_1 &= \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, & x'_2 &= \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ t'_1 &= \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, & t'_2 &= \frac{t_2 - \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Pro rychlost u' tedy musí platit

$$u' = \frac{\text{dráha}}{\text{čas}} = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1} = \frac{\frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}}{\frac{t_2 - \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}}.$$

Čitatele i jmenovatele složeného zlomku převedeme na společného jmenovatele. V čitateli složeného zlomku dále vytkneme v a ve jmenovateli tohoto složeného zlomku vytkneme výraz $\frac{v}{c^2}$. Můžeme tedy zapsat

$$u' = \frac{\frac{x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}}}{\frac{t_2 - t_1 - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}}}.$$

Přepíšeme složený zlomek, takže

$$u' = \frac{x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{t_2 - t_1 - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}.$$

Nyní zkrátíme výraz $\sqrt{1 - \beta^2}$ a vše převedeme na jednoduchý zlomek, píšeme tedy

$$u' = \frac{x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1 - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}.$$

V čitateli i jmenovateli vytkneme $t_2 - t_1$ a tento výraz následně zkrátíme, platí proto

$$u' = \frac{(t_2 - t_1) \left(\frac{x_2 - x_1 - v}{t_2 - t_1} \right)}{(t_2 - t_1) \left(1 - \frac{v}{c^2} \cdot \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \right)} = \frac{\frac{x_2 - x_1 - v}{t_2 - t_1}}{1 - \frac{v}{c^2} \cdot \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}. \quad (23)$$

Dále můžeme zapsat, že

$$\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = u.$$

Konečně tedy dostáváme

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{v}{c^2} \cdot u}. \quad (24)$$

Z tohoto vztahu (24) je zřejmé, že skládáním podsvětelných rychlostí není možné přesáhnout rychlost světla ve vakuu. Druhý postulát speciální teorie relativity tedy zůstává v platnosti.

4. Relativistická dynamika

Na poli klasické fyziky se setkáváme s Newtonovými pohybovými zákony, které jsou pro dynamiku těles zcela zásadní. V této kapitole bude objasněno, jak je třeba příslušné zákony upravit, aby byly v souladu se speciální teorií relativity.

- 1) První Newtonův zákon říká, že pokud na těleso nepůsobí vnější síly, pohybový stav tělesa zůstává zachován. Pohybovým stavem se rozumí rovnoměrný přímočarý pohyb. Tento zákon je v souladu s STR, a proto není třeba jeho znění upravovat.
- 2) Druhý Newtonův zákon je nazýván zákonem síly a jeho platnost je i v STR zachována.

Pro jednotlivé složky hybnosti platí vztah

$$\frac{dp^\alpha}{dt} = F^\alpha,$$

kde α je označení příslušné složky. Po provedení Lorentzovských transformací přejde vztah do tvaru

$$\frac{dp^{\alpha'}}{dt} = F^{\alpha'}$$

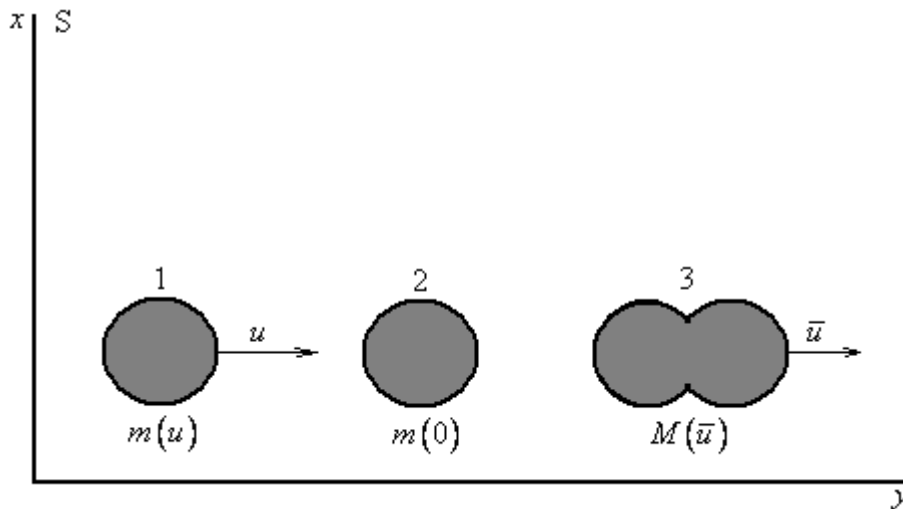
- 3) Třetí Newtonův zákon známý jako zákon akce a reakce musí být formulován tak, aby neobsahoval pojem současnosti. Jeho formulace je tedy – *Celková hybnost systému těles se nemůže změnit působením vnitřních sil.*

Základním vztahem klasické dynamiky je rovnice určující závislost hybnosti na hmotnosti a rychlosti, kterou můžeme zapsat jako

$$\vec{p} = m(u) \cdot \vec{u}. \quad (25)$$

Tento vztah je již zapsán tak, aby respektoval funkční závislost hmotnosti na rychlosti. Zatímco v klasické fyzice není hmotnost funkcí rychlosti, v relativistickém pojetí je nutné tuto závislost započítat. *Hmotnost tedy není konstanta, ale mění se v závislosti na rychlosti.* Toto zdánlivě matoucí tvrzení nyní potvrdíme odvozením příslušného vztahu.

Budeme řešit situaci, kdy dochází k nepružnému rázu koulí. Tento ráz koulí je znázorněn na (Obr. 9).



Obr. 9 – Nepružný ráz koulí

Obr. 9 ukazuje, že v soustavě S se pohybuje koule o hmotnosti $m(u)$ rychlostí u ve směru osy y . Následně naráží do nehybné koule $m(0)$. Výsledkem nepružného rázu je nové těleso s rychlostí \bar{u} a o hmotnosti $M(\bar{u})$. Nyní budeme předpokládat, že celý děj pozorujeme z inerciální soustavy S' , která se pohybuje zanedbatelně malou rychlostí vůči soustavě S ve směru osy y . Symbolem Δu_α označíme přírůstek rychlosti, který se projeví v soustavě S' . Zákon zachování hybnosti pro y -ové složky pak můžeme zapsat ve tvaru

$$m(u + \Delta u_1) \cdot u_y + m(0 + \Delta u_2) \cdot u_y = M(\bar{u} + \Delta u_3) \cdot u_y.$$

Protože jsme však předpokládali $u_y \rightarrow 0$, musí platit i $\Delta u_\alpha \rightarrow 0$. Můžeme tedy psát

$$m(u) + m(0) = M(\bar{u}). \quad (26)$$

Z pohledu soustavy S můžeme vynechat člen popisující nehybnou kouli a rovnice přejde ve tvar

$$m(u) \cdot u = M(\bar{u}) \cdot \bar{u}. \quad (27)$$

Levou stranu rovnice (26) dosadíme za výraz $M(\bar{u})$ v rovnici (27) a získáváme

$$m(u) \cdot u = \bar{u} \cdot [m(u) + m(0)].$$

Roznásobíme pravou stranu rovnice

$$m(u) \cdot u = m(u)\bar{u} + m(0)\bar{u}$$

a výraz $m(u)\bar{u}$ převedeme na levou stranu rovnice, takže

$$m(u) \cdot u - m(u)\bar{u} = m(0)\bar{u}.$$

Nyní vytkneme $m(u)$, můžeme tedy zapsat

$$m(u)[u - \bar{u}] = m(0)\bar{u}.$$

Rovnici vynásobíme členem $\frac{1}{u - \bar{u}}$ a získáváme výraz

$$m(u) = \frac{m(0) \cdot \bar{u}}{u - \bar{u}}. \quad (28)$$

S koulí označenou v Obr. 9 jako 1 spojíme soustavu S'' . Z pohledu této soustavy bude rychlost koule 2 rovna $-u$ a rychlost tělesa 3 bude $-\bar{u}$. Pro výpočet rychlosti \bar{u} využijeme vztah pro skládání rychlostí (24), který přepíšeme do tvaru

$$-\bar{u} = \frac{\bar{u} - u}{1 - \frac{\bar{u} \cdot u}{c^2}}.$$

Rovnici vynásobíme členem $\left(1 - \frac{\bar{u} \cdot u}{c^2}\right)$ a můžeme psát

$$-\bar{u} + \frac{\bar{u}^2 \cdot u}{c^2} = \bar{u} - u.$$

Tuto rovnici přepíšeme do tvaru

$$-\bar{u}^2 \frac{u}{c^2} - 2\bar{u} + u = 0,$$

což je zřejmě kvadratická rovnice. Pro kořeny této rovnice musí platit

$$\bar{u}_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \frac{u^2}{c^2}}}{\frac{2u}{c^2}} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{\frac{u}{c^2}}.$$

Znaménko $+$ nemůže odpovídat realitě, protože bychom jako výsledek pro rychlost \bar{u} mohli získat rychlost větší, než je rychlost světla. Po převedení vztahu ze složeného zlomku získáváme

$$\bar{u} = \frac{c^2}{u} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}\right). \quad (29)$$

Tento vztah (29) dosadíme do rovnice (28), takže píšeme

$$m(u) = m(0) \frac{\frac{c^2}{u} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}\right)}{u - \frac{c^2}{u} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}\right)}.$$

Ve jmenovateli složeného zlomku vytkneme výraz $\frac{c^2}{u}$

$$m(u) = m(0) \frac{\frac{c^2}{u} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}\right)}{\frac{c^2}{u} \left(\frac{u^2}{c^2} - 1 + \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}\right)}$$

a zkrátíme jej se stejným výrazem v čitateli, takže

$$m(u) = m(0) \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{\frac{u^2}{c^2} - 1 + \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Jmenovatele složeného zlomku přeskupíme a můžeme zapsat

$$m(u) = m(0) \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - 1 + \frac{u^2}{c^2}}.$$

Nyní ve jmenovateli vytkneme (-1) u výrazů bez odmocniny

$$m(u) = m(0) \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}$$

a závorku ve jmenovateli složeného zlomku umocníme a zároveň odmocníme. Tuto operaci můžeme zapsat jako

$$m(u) = m(0) \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - \left(\sqrt{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}\right)^2}.$$

Ve jmenovateli složeného zlomku vytkneme výraz $\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$ a rovnici tak můžeme přepsat do tvaru

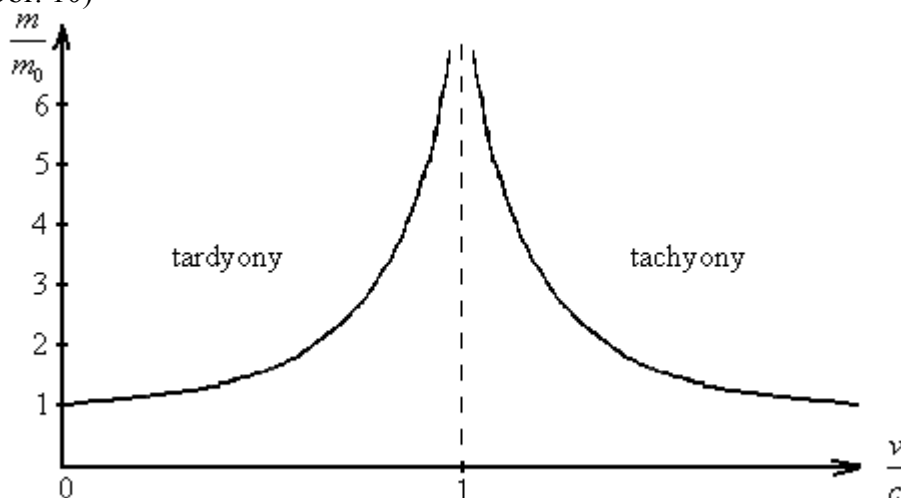
$$m(u) = m(0) \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}\right)},$$

přičemž můžeme zkrátit výraz v čitateli se stejným výrazem ve jmenovateli. Získáváme tak

$$m(u) = m_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad (30)$$

kde symbol m_0 označuje klidovou hmotnost tělesa, která je v odvození označena jako $m(0)$. Rovnice (30) vyjadřuje velmi důležitý vztah mezi rychlostí a hmotností. Tato souvislost není z každodenního života zcela zjevná, ale například ve fyzice elementárních částic se jedná o fundamentální vztah nezbytný pro popis nejrůznějších dějů. Rovnici (30) označujeme jako *relativistický vztah pro hmotnost*.

Hmotnost tělesa tedy závisí na jeho rychlosti. Výše uvedený vztah (30) můžeme znázornit graficky (Obr. 10)



Obr. 10 – Závislost hmotnosti tělesa na rychlosti

V grafu (Obr. 10) vidíme dvě oblasti, které přísluší tělesům pohybujících se podsvětelnými či nadsvětelnými rychlostmi. Tělesa, například elementární částice, pohybující se rychlostí menší než je rychlost světla ve vakuu nazýváme **tardyony**. Nehmotné částice pohybující se rychlostí světla ve vakuu nazýváme **luxony**. Zcela hypotetické částice dosahující nadsvětelných rychlostí nazýváme **tachyony**. Tyto částice nebyly nikdy pozorovány a jejich existence není považována výraznou většinou současných fyziků za pravděpodobnou. Vzhledem k rovnici (30) je zřejmé, že hmotnost tachyonů by musela být komplexní veličinou. Důsledkem nadsvětelné rychlosti je pak porušení principu kauzality. Je tedy možné vytvořit takovou situaci, kdy detekce tachyonu bude předcházet jeho emitaci. Tachyon se vyskytoval i v prvních verzích teorie superstrun. V dalším vývoji těchto teoretických rámců však došlo k jeho vyloučení z teorie. V současnosti neexistuje jev, který by bylo nutné vysvětlovat existencí tachyonu, a proto je existence této částice čistě hypotetická.

Rovnici (30) nyní využijeme k nalezení *relativistického vztahu pro hybnost*. Při dosazení vztahu (30) do (25) získáváme

$$\vec{p} = m(u) \cdot \vec{u} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \vec{u}. \quad (31)$$

Nyní vyšetříme vztah pro relativistickou práci. Základní formulí je úměra elementární práce a skalárního součinu elementu dráhy a síly

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Pokud práci vykoná vnější síla, vykonaná práce se projeví jako přírůstek kinetické energie W_k . Můžeme tedy psát

$$dW_k = dA$$

a situaci nyní vyšetříme pro pohyb ve směru osy x . Síla \vec{F} je dána vztahem

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

takže platí

$$dW_k = \left[\frac{d}{dt}(m \cdot u) \right] \cdot [u \cdot dt].$$

V první hranaté závorce je rozepsána síla F a druhá hranatá závorka reprezentuje dráhový element dr . Ve vztahu nyní zkrátíme časový element dt , takže

$$dW_k = u \cdot d(m \cdot u).$$

Nyní provedeme derivaci podle vzorce

$$d(m \cdot u) = dm \cdot u + m \cdot du \quad (32)$$

a zapíšeme

$$dW_k = u \cdot dm \cdot u + u \cdot m \cdot du = u^2 \cdot dm + u \cdot m \cdot du. \quad (33a)$$

Protože platí rovnice (30)

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

umocněním získáváme vztah

$$m^2 = \frac{m_0^2}{1 - \frac{u^2}{c^2}}, \quad (33b)$$

který jsme přepsali ve smyslu značení ve vztahu (32). Vztah (33b) nyní vynásobíme členem $\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)$, takže získáváme

$$m^2 - m^2 \frac{u^2}{c^2} = m_0^2.$$

Rovnici vynásobíme c^2 a píšeme

$$m^2 c^2 - m^2 u^2 = m_0^2 c^2.$$

Vztah nyní diferencujeme (podle hmotnosti m a rychlosti u), což můžeme zapsat jako

$$2c^2 m \cdot dm = 2m \cdot dm \cdot u^2 + 2m^2 \cdot u \cdot du, \quad (34)$$

přičemž bylo využito vztahu (32). Dále je třeba zdůraznit, že derivace členu $m_0^2 c^2$ je nulová, protože klidová hmotnost i rychlost světla jsou konstanty.

Vztah (34) nyní vynásobíme členem $\frac{1}{2m}$ a zapíšeme

$$c^2 \cdot dm = u^2 \cdot dm + m \cdot u \cdot du. \quad (35)$$

Při porovnání získaného vztahu (35) a vztahu (33a) můžeme psát

$$dW_k = c^2 \cdot dm = u^2 \cdot dm + m \cdot u \cdot du.$$

Tuto rovnici zintegrujeme pro změnu hmotnosti od m_0 do m , takže

$$W_k = \int_{m_0}^m c^2 \cdot dm = mc^2 - m_0c^2,$$

což přepíšeme do tvaru

$$W_k = W - W_0. \quad (36)$$

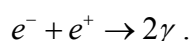
Ve vztahu (36) symbol W označuje celkovou energii a symbol W_0 představuje energii klidovou.

Vztah

$$\boxed{W = mc^2} \quad (37)$$

reprezentuje ekvivalenci hmoty a energie.

Při setkání hmoty a antihmoty dochází k procesu, kdy veškerá hmota je přeměněna na energii dle vztahu (37). Klasickým příkladem je interakce elektronu e^- a pozitronu e^+ , kterou můžeme zapsat



Výsledkem interakce jsou tedy dva fotony gama. Dva fotony vznikají v důsledku zákonitosti, která je označována jako *zákon zachování leptonového čísla*. Klidová hmotnost elektronu je rovna $m_0(e^-) = 0,511 \text{ MeV}$, a proto je energie produkovaných fotonů rovna téže hodnotě $E(\gamma) = 0,511 \text{ MeV}$. Proces, při kterém dochází k interakci hmoty s antihmotou a jejich přeměně v záření, se nazývá *anihilace*.

5. Relativistická elektrodynamika

V této kapitole odvodíme důležité vztahy potřebné pro popis pohybujícího se elektrického náboje. Zapišeme Maxwellovy rovnice ve tvaru, který se od standardní formy liší použitím vztahů

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon_0 \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu_0 \vec{H} \end{aligned}$$

Maxwellovy rovnice pak přejdou do tvaru

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (38)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (39)$$

$$\varepsilon_0 \text{div } \vec{E} = \rho \quad (40)$$

$$\text{div } \vec{H} = 0 \quad (41)$$

Tyto vztahy můžeme přepsat do tvaru odpovídajícímu přechodu do soustavy S' , takže

$$\text{rot } \vec{H}' = \vec{J}' + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t'} \quad (42)$$

$$\text{rot } \vec{E}' = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}'}{\partial t'} \quad (43)$$

$$\varepsilon_0 \text{div } \vec{E}' = \rho' \quad (44)$$

$$\text{div } \vec{H}' = 0 \quad (45)$$

Nyní nalezneme transformační vztahy pro \vec{H} a \vec{E} . Maxwellovy rovnice jsou neocenitelné pro popis elektromagnetického pole. V našem dalším odvození je výhodné přepsat Maxwellovy

rovnice do tvaru využívajícího vlastnosti skalárního a vektorového potenciálu. Pro rovnici (41) popisující intenzitu magnetického pole pak bude platit

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \vec{A}, \quad (46)$$

protože můžeme zapsat

$$\text{div rot } \vec{A} = 0.$$

Pro rovnici intenzity elektrického pole (39) pak dostáváme

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{A} = \text{rot} \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right),$$

přičemž v této rovnici je z členu $\left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$ zřejmé, že vektory \vec{E} a \vec{A} se mohou lišit pouze o vektor, jehož rotace je identicky nulová. Takový vektor označíme

$$-\text{grad } \varphi,$$

kde φ označuje skalární potenciál (skalární funkce souřadnic a času). Pro skalární potenciál platí

$$\text{rot} (-\text{grad } \varphi) = 0.$$

Pro vektor \vec{E} pak můžeme zapsat

$$\vec{E} = -\nabla \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad (47)$$

kde symbol ∇ nazýváme „nabla“ operátorem, pro který obecně platí

$$\nabla = \vec{i} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \cdot \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \cdot \frac{\partial}{\partial z}. \quad (48)$$

V rovnici (48) označují symboly $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jednotkové vektory. Nyní vztahy pro intenzitu elektrického pole (47) a intenzitu magnetického pole (48) dosadíme do rovnice (38), takže

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rot rot } \vec{A} = \vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\nabla \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right). \quad (49)$$

Pro výraz $\text{rot rot } \vec{A}$ můžeme zapsat

$$\text{rot rot } \vec{A} = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$$

a po roznásobení závorčky na pravé straně rovnice (49) získáváme

$$\nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{J} - \mu_0 \varepsilon_0 \nabla \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2}. \quad (50)$$

Celé předchozí odvození předpokládá velice obecnou funkci φ . Pro další výpočty zúžíme možný výběr této funkce určením příslušné podmínky. Při pohledu na rovnici (50) vidíme, že dojde k výraznému zjednodušení v případě, že bude platit

$$\nabla \cdot \vec{A} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (51)$$

Rovnici (51) označujeme jako *Lorentzovu podmínku*. Nyní je potřeba najít transformační vztahy pro Lorentzovu podmínku ze soustavy S do soustavy S' .

V soustavě S' pohybující se rychlostí v ve směru osy x vzhledem k soustavě S bude Lorentzova podmínka ve tvaru

$$\nabla \cdot \vec{A}' = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \varphi'}{\partial t'},$$

který rozepíšeme, takže

$$\frac{\partial A'_x}{\partial x} + \frac{\partial A'_y}{\partial y} + \frac{\partial A'_z}{\partial z} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \varphi'}{\partial t'}. \quad (52)$$

Rovněž rozepíšeme stejný vztah platný v soustavě S a dostáváme

$$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (53)$$

Z rovnic (52) a (53) vidíme, že každá ze složek vektoru \vec{A} je tedy složenou funkcí. Například pro x -ovou složku můžeme zapsat

$$A_x(x'(x, y, z, t), y'(x, y, z, t), z'(x, y, z, t), t'(x, y, z, t)).$$

Pokud zapíšeme jednotlivé derivace, dostane Lorentzova podmínka tvar

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A_x}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial z'} \cdot \frac{\partial z'}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial x} + \\ & \frac{\partial A_y}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial z'} \cdot \frac{\partial z'}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial y} + \\ & \frac{\partial A_z}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial z'} \cdot \frac{\partial z'}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial z} = \\ & = -\varepsilon_0 \mu_0 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial z'} \cdot \frac{\partial z'}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (54)$$

Členy

$$\left(\frac{\partial A_x}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial x} \right), \left(\frac{\partial A_x}{\partial z'} \cdot \frac{\partial z'}{\partial x} \right), \left(\frac{\partial A_y}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial y} \right), \left(\frac{\partial A_z}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial z} \right), \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial t} \right), \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z'} \cdot \frac{\partial z'}{\partial t} \right)$$

můžeme považovat za nulové. Jedná se o derivace složek, které se nemění v důsledku vyšetřování pohybu ve směru osy x , a dále se jedná o časové derivace složek, které se v čase nemění.

Nyní použijeme Lorentzovské transformace ve tvaru

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} & x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y' &= y & y &= y' \\ z' &= z & z &= z' \\ t' &= \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} & t &= \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} ,$$

které přepíšeme za využití vztahů

$$\beta = \frac{v}{c}, \quad \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Získáváme tedy

$$\begin{aligned}
x' &= \alpha(x - vt) & x &= \alpha(x' + vt') \\
y' &= y & y &= y' \\
z' &= z & z &= z' \\
t' &= \alpha\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) & t &= \alpha\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)
\end{aligned}$$

a tyto relace dosadíme do vztahu pro složky vektorového potenciálu (54). Například u prvního členu rovnice (54) můžeme psát

$$\frac{\partial A_x}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial A_x}{\partial x'} \cdot \frac{\partial [\alpha \cdot (x - vt)]}{\partial x} = \frac{\partial A_x}{\partial x'} \cdot \alpha \cdot \frac{\partial (x - vt)}{\partial x} = \frac{\partial A_x}{\partial x'} \cdot \alpha \cdot 1 = \alpha \frac{\partial A_x}{\partial x'}$$

Druhý nenulový člen rozepíšeme

$$\frac{\partial A_x}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial x} = \frac{\partial A_x}{\partial t'} \cdot \frac{\partial \left[\alpha \cdot \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \right]}{\partial x} = \frac{\partial A_x}{\partial t'} \cdot \alpha \cdot \frac{\partial \left(t - \frac{vx}{c^2} \right)}{\partial x} = \frac{\partial A_x}{\partial t'} \cdot \alpha \cdot \left(-\frac{v}{c^2} \right) = -\alpha \frac{v}{c^2} \cdot \frac{\partial A_x}{\partial t'}$$

Analogicky můžeme postupovat i u dalších členů a rovnice se zjednoduší do tvaru

$$\alpha \frac{\partial A_x}{\partial x'} - \alpha \frac{v}{c^2} \cdot \frac{\partial A_x}{\partial t'} + \frac{\partial A_y}{\partial y'} + \frac{\partial A_z}{\partial z'} = -\frac{1}{c^2} \left[-\alpha v \frac{\partial \varphi}{\partial x'} + \alpha \frac{\partial \varphi}{\partial t'} \right]. \quad (55)$$

V rovnici (55) je použito vztahu

$$\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}. \quad (56)$$

Rovnici (55) roznásobíme do tvaru

$$\alpha \frac{\partial A_x}{\partial x'} - \alpha \frac{v}{c^2} \cdot \frac{\partial A_x}{\partial t'} + \frac{\partial A_y}{\partial y'} + \frac{\partial A_z}{\partial z'} = \frac{\alpha v}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial x'} - \frac{\alpha}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t'}$$

a následně přeskupíme rovnici tak, abychom příslušné derivace získali na stejných stranách rovnice. Píšeme tedy

$$\alpha \frac{\partial A_x}{\partial x'} - \frac{\alpha v}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial x'} + \frac{\partial A_y}{\partial y'} + \frac{\partial A_z}{\partial z'} = \alpha \frac{v}{c^2} \cdot \frac{\partial A_x}{\partial t'} - \frac{\alpha}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t'}$$

a nyní převedeme členy se stejnými derivacemi do jednoho výrazu. Získáváme

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left[\alpha \cdot \left(A_x - \frac{v\varphi}{c^2} \right) \right] + \frac{\partial A_y}{\partial y'} + \frac{\partial A_z}{\partial z'} = -\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial}{\partial t'} \left[\alpha \cdot (\varphi - A_x v) \right]. \quad (57)$$

Znovu zapíšeme rovnici (52)

$$\frac{\partial A'_x}{\partial x} + \frac{\partial A'_y}{\partial y} + \frac{\partial A'_z}{\partial z} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \varphi'}{\partial t'}$$

a porovnáme ji s rovnicí (57), takže

$$\begin{aligned}
A'_x &= \alpha \left(A_x - \beta \frac{\varphi}{c} \right) \\
A'_y &= A_y \\
A'_z &= A_z \\
\frac{\varphi'}{c} &= \alpha \left(\frac{\varphi}{c} - \beta A_x \right)
\end{aligned} \quad (58)$$

Z rovnic (58) je patrné, že vektorový potenciál je třeba popisovat soustavou čtyř rovnic. Tento způsob popisu je velice běžný a souvisí s nutností sledovat změny dané veličiny nejen ve třech prostorových dimenzích, ale i v jedné dimenzi časové. Významné veličiny tedy

popisujeme pomocí čtyřvektorů (čtyřhybnost, čtyřrychlost apod.). Rovnice (58) můžeme zapsat

$$A^0 = \frac{\varphi}{c} \quad A^1 = A_x \quad A^2 = A_y \quad A^3 = A_z.$$

Nyní se soustředíme na intenzitu elektrického pole a využijeme rovnici (47), kterou znovu zapíšeme

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}.$$

Bude nás prozatím zajímat pouze x – ová složka a rovnice tedy získá tvar

$$E'_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x'} - \frac{\partial A'_x}{\partial t'}.$$

Rozepíšeme parciální derivace do jednotlivých složek, takže

$$E'_x = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial x'} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial x'} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x'} + \frac{\partial\varphi}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial x'}\right) - \left(\frac{\partial A_x}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t'} + \frac{\partial A_x}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t'} + \frac{\partial A_x}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t'} + \frac{\partial A_x}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial t'}\right). \quad (59)$$

V rovnici (59) jsou členy

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial x'}\right), \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x'}\right), \left(\frac{\partial A_x}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t'}\right), \left(\frac{\partial A_x}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t'}\right)$$

nulové, protože se jedná o derivace vyjadřující pohyb v jiné ose, než je osa x . Rovnice se tedy zjednoduší do tvaru

$$E'_x = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial x'} + \frac{\partial\varphi}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial x'}\right) - \left(\frac{\partial A_x}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t'} + \frac{\partial A_x}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial t'}\right). \quad (60)$$

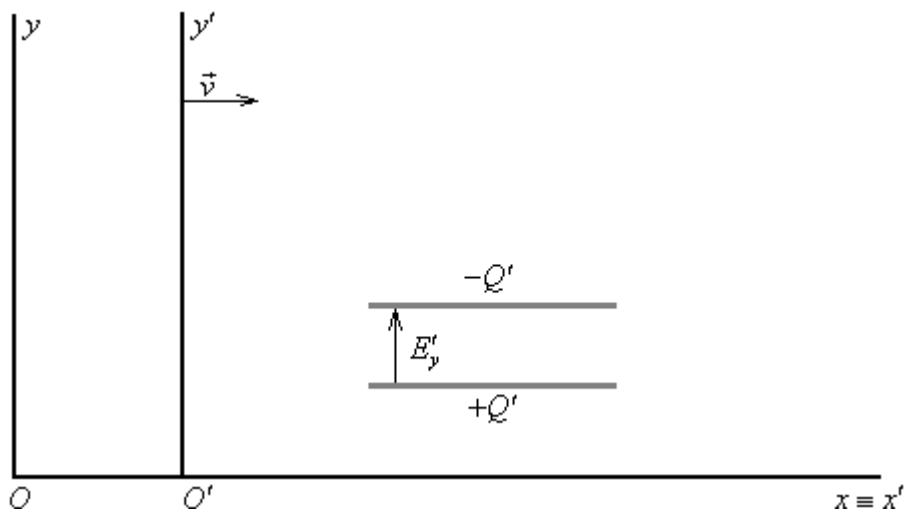
Do rovnice (60) nyní opět dosadíme Lorentzovy transformační vztahy a získáme tak rovnici

$$E'_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\alpha^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) - \frac{\partial A_x}{\partial t}\alpha^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial t} = E_x.$$

Tentýž postup užijeme pro další složky, takže můžeme zapsat transformační vztahy pro intenzitu elektrického pole a intenzitu magnetického pole ve tvaru

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x & H'_x &= H_x \\ E'_y &= \alpha\left(E_y - \beta\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot H_z\right) & \text{a také} & H'_y = \alpha\left(H_y - \beta\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_z\right) \\ E'_z &= \alpha\left(E_z + \beta\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot H_y\right) & & H'_z = \alpha\left(H_z + \beta\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_y\right) \end{aligned} \quad (61)$$

Nyní se soustředíme na relativistický vztah pro elektrický náboj. Uvažujme deskový kondenzátor v soustavě S' , jehož desky jsou rovnoběžné s osami x a z (Obr. 11)



Obr. 11 – Deskový kondenzátor v inerciální soustavě S'

Pro složku intenzity elektrického pole platí

$$E'_y = \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = \frac{Q'}{\epsilon_0 S_2}, \quad (62)$$

kde σ' je plošná hustota náboje a S_2 je plocha desky kondenzátoru. Pro intenzitu magnetického pole budeme předpokládat

$$H'_x = H'_y = H'_z = 0.$$

V soustavě S , vůči níž se soustava S' pohybuje rychlostí v , platí

$$E_y = \frac{Q}{\epsilon_0 S_1}.$$

Využijeme transformačního vztahu vycházejícího ze vztahu (61) a zapíšeme

$$E_y = \alpha \left(E'_y + \beta \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot H'_z \right).$$

Protože však platí

$$H'_z = 0,$$

můžeme s využitím vztahu (62) psát

$$E_y = \frac{Q}{\epsilon_0 S_1} = \alpha \frac{Q'}{\epsilon_0 S_2}. \quad (63)$$

Zároveň musí platit vztah vycházející z kontrakce délek

$$S_1 = \sqrt{1 - \beta^2} \cdot S_2,$$

který do vztahu (63) dosadíme. Platí tedy

$$S_1 = \frac{1}{\alpha} S_2$$

a dále

$$E_y = \alpha \frac{Q}{\epsilon_0 S_2} = \alpha \frac{Q'}{\epsilon_0 S_2}.$$

Po zkrácení získáváme

$$\boxed{Q = Q'}, \quad (64)$$

což můžeme interpretovat tak, že *elektrický náboj je relativistický invariant*.

Základním zákonem elektrodynamiky je zákon zachování elektrického náboje. Tento zákon bývá popisován pomocí *rovnice kontinuity*. Pro získání tvaru této rovnice využijeme Maxwellovy relace ve tvaru

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (65)$$

Na rovnici (65) aplikujeme operaci divergence, takže

$$\text{div rot } \vec{H} = \text{div } \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \vec{D}. \quad (66)$$

Nyní využijeme základní vztah matematické analýzy

$$\text{div rot } \vec{H} = 0$$

a Gaussovu větu pro dielektrikum

$$\text{div } \vec{D} = \rho,$$

takže vztah (66) přejde do tvaru

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{J} = 0. \quad (67)$$

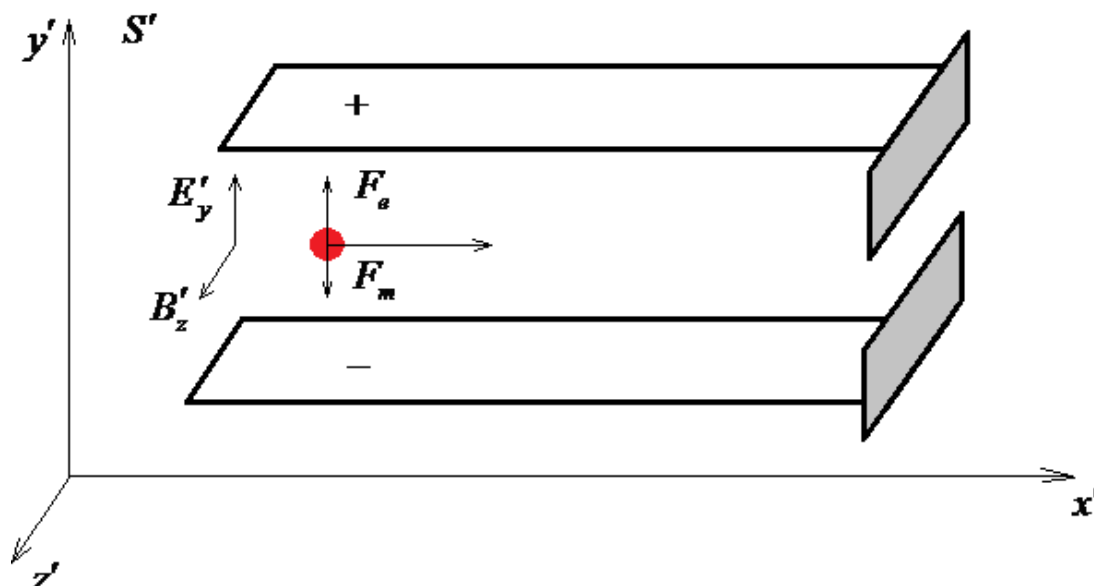
Vztah (67) můžeme rozepsat do jednotlivých složek, takže

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = 0. \quad (68)$$

Rovnice (68) je tedy rovnice kontinuity popisující zákon zachování elektrického náboje.

Alternativní varianta odvození transformačních vztahů v relativistické elektrodynamice

Odvození transformačních vztahů je možné provést i odlišným způsobem. Možná přístupnější je využití tzv. Wienova filtru rychlostí. Toto zařízení si můžeme představit jako dvě paralelní desky, které tvoří elektrody kondenzátoru. Mezi deskami je zkřížené magnetické a elektrické pole (Obr. A)



Obr. A - Wienův filtr rychlostí

Na nabitou částici, která vletne do filtru, působí zkřížené magnetické pole v závislosti na její rychlosti. Filtr je zakončen štěrbinou a pouze částice s přesně definovanou rychlostí štěrbinou prolétají. Částice s rychlostí vyšší či nižší štěrbinou nedosahují a dopadají na jednu z desek kondenzátoru. V obrázku je naznačeno, že na částici v okamžiku vletu do filtru působí

elektrické pole o intenzitě E'_y a magnetické pole o indukci B'_z , což způsobí silové působení naznačené symboly F_e a F_m . Výslednice sil F_e a F_m je pak nulová pouze při rychlosti u' .

Transformační vztahy pro sílu jsou

$$\begin{aligned} F_x &= F'_x \\ F_y &= F'_y \sqrt{1 - \beta^2} \\ F_z &= F'_z \sqrt{1 - \beta^2} \end{aligned} \quad (1A)$$

Pro elektrickou sílu obecně platí

$$F_e = E \cdot Q \quad (2A)$$

a pro sílu způsobenou magnetickým polem (pro pohybující se částici) můžeme zapsat

$$F_m = Q \cdot v \cdot B \quad (3A)$$

Protože se podélné složky síly podle vztahu (1A) zachovávají, platí

$$\begin{aligned} F_x &= QE_x \\ F'_x &= QE'_x \end{aligned}$$

a zároveň

$$QE_x = QE'_x,$$

což po zkrácení můžeme zapsat jako

$$E_x = E'_x$$

Aby byla výslednice sil F_e a F_m nulová (Obr. A), musí platit

$$F_e = F_m,$$

což podle vztahů (2A) a (3A) a Obr. A rozepíšeme

$$E'_y \cdot Q = Q \cdot u' \cdot B'_z. \quad (4A)$$

Elektrické náboje Q vykrátíme a zapíšeme vztah

$$u' = \frac{E'_y}{B'_z}. \quad (5A)$$

Vzhledem ke kovariantnosti elektrodynamických vztahů musí platit

$$u = \frac{E_y}{B_z}. \quad (6A)$$

V soustavě S bude pro rychlost u platit

$$u = \frac{x}{t}, \quad (7A)$$

což při použití Lorentzovských transformací přepíšeme jako

$$u = \frac{x}{t} = \frac{\frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}}{t' + \frac{vx'}{c^2}} = \frac{x' + vt'}{t' + \frac{vx'}{c^2}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (8A)$$

Nyní ve výsledném vztahu na pravé straně vydělíme čitatele i jmenovatele t' a zároveň si uvědomíme, že platí vztah $u' = \frac{x'}{t'}$, takže

$$u = \frac{\frac{u' + v}{\sqrt{1 - \beta^2}}}{1 + \frac{vu'}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \beta^2} \quad (9A)$$

Do vztahu (9A) dosadíme rovnice (5A) a (6A)

$$u = \frac{E_y}{B_z} = \frac{\frac{\frac{E'_y + v}{B'_z}}{\sqrt{1 - \beta^2}}}{\frac{v \frac{E'_y}{B'_z}}{1 + \frac{vE'_y}{c^2}}}} \cdot \sqrt{1 - \beta^2} \quad (10A)$$

a čitatele i jmenovatele vzniklého výrazu vynásobíme B'_z . Můžeme tedy zapsat

$$u = \frac{E_y}{B_z} = \frac{\frac{E'_y + vB'_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}}{B'_z + \frac{vE'_y}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \beta^2} \quad (11A)$$

Dva zlomky se rovnají pouze v případě, že jsou oba čitatele i jmenovatele ve stejném poměru. Tuto skutečnost využijeme a zapíšeme

$$E_y = \xi(v) \frac{E'_y + vB'_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad B_z = \xi(v) \frac{B'_z + \frac{vE'_y}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (12A)$$

kde koeficient $\xi(v)$, zavedený právě kvůli výše zmíněnému poměru obou stran rovnice, musí splňovat podmínku

$$\xi(v) = \xi(-v).$$

Inverzní transformace nalezneme opět tak, že zaměníme čárkované veličiny za nečárkované a obráceně a změníme znaménka. Platí tedy

$$E'_y = \xi(v) \frac{E_y - vB_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad B'_z = \xi(v) \frac{B_z - \frac{vE_y}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (13A)$$

Nyní dosadíme vztah pro E'_y z (13A) do vztahu pro E_y z (12A). Totéž provedeme i pro B'_z . Píšeme tedy

$$E_y = \xi^2(v) \frac{\frac{E_y - vB_z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{v \left[B_z - E_y \frac{v}{c^2} \right]}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \xi^2(v) \frac{E_y - vB_z + vB_z - E_y \frac{v^2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

dále je možné upravit výraz tak, že

$$E_y = \xi^2(v) \frac{E_y - vB_z + vB_z - E_y \frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \xi^2(v) \frac{E_y - E_y \frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \xi^2(v) E_y \cdot \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

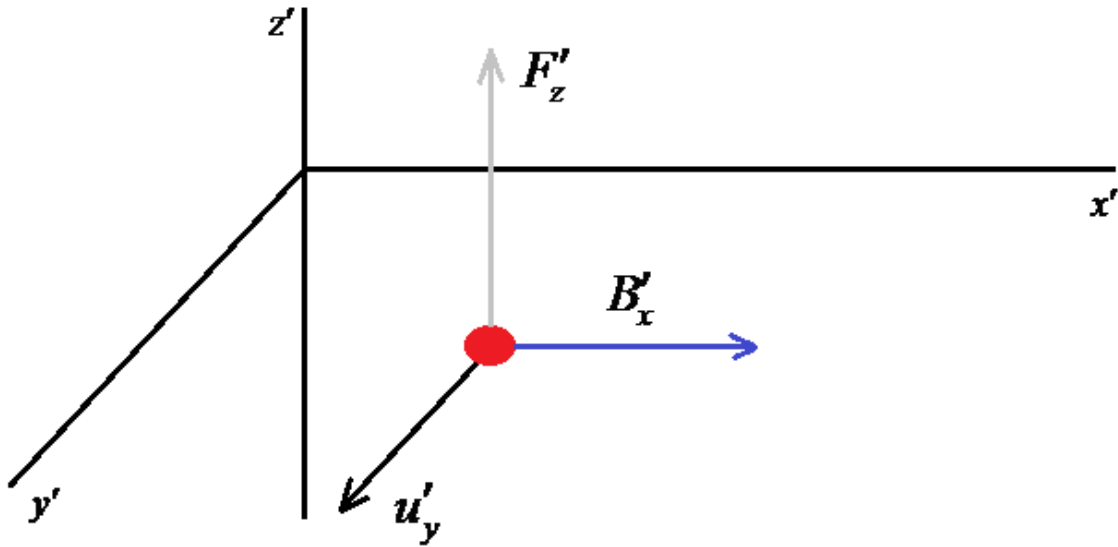
a po zkrácení konečně zapíšeme

$$E_y = \xi^2(v) E_y. \quad (14A)$$

Je tedy zřejmé, že platí

$$\xi^2(v) = 1. \quad (15A)$$

Protože musí být tato funkční závislost spojitá, je třeba volit $\xi(v) = 1$. Při otočení aparatury pro Wienův filtr o 90° okolo vektoru u získáme totožným způsobem i vztahy pro složky E_z a B_y . Pro složku B_x získáme vztah pro transformaci myšlenkovým experimentem.



Obr. B - Otočená aparatura pro Wienův filtr

V soustavě S' (Obr. B) se pohybuje nabitá částice rychlostí u'_y a na tuto částici působí magnetické pole B'_x . Pro sílu F'_z můžeme zapsat

$$\begin{aligned} F'_z &= -Qu'_y B'_x \\ F_z &= -Qu_y B_x \end{aligned} \quad (16A)$$

Dále využijeme relativistické transformace rychlosti

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{u'_x - v}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}} \\ u_y &= u'_y \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}} \\ u_z &= u'_z \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}} \end{aligned} \quad (17A)$$

S ohledem na vztahy (16A) a (17A) můžeme zapsat

$$F_z = -Qu_y B_x = -Q \frac{u'_y \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}} B_x. \quad (18A)$$

Protože se částice pohybuje pouze ve směru osy y , složka rychlosti u'_x je nulová. Zapišeme tedy

$$F_z = -Q \frac{u'_y \sqrt{1-\beta^2}}{1+0} B_x = -Qu'_y \sqrt{1-\beta^2} B_x. \quad (19A)$$

Platí ovšem i vztah pro transformaci síly

$$F_z = F'_z \sqrt{1-\beta^2}, \quad (20A)$$

takže píšeme

$$F_z = F'_z \sqrt{1-\beta^2} = -Qu'_y \sqrt{1-\beta^2} B'_x. \quad (21A)$$

Porovnáme-li vztahy (19A) a (21A), získáme

$$-Qu'_y \sqrt{1-\beta^2} B_x = -Qu'_y \sqrt{1-\beta^2} B'_x. \quad (22A)$$

A po zkrácení můžeme konečně zapsat

$$B_x = B'_x. \quad (23A)$$

V relativistické teorii rozeznáváme několik veličin, jejichž číselná hodnota se přechodem mezi soustavami nemění. Takovým relativistickým invariantem je například elektrický náboj. Existují ovšem i další vztahy, které můžeme považovat za invariantní. Z Lorentzovských transformací lze odvodit, že invariantem je i vztah

$$\vec{E}\vec{B} = E_x B_x + E_y B_y + E_z B_z \quad (24A)$$

nebo

$$E^2 - c^2 B^2.$$

Tím jsou tedy odvozeny všechny transformační vztahy pro veličiny charakterizující elektrické respektive magnetické pole. Nyní je třeba se soustředit na veličiny charakterizující zdroje elektromagnetického pole. Těmito veličinami budeme rozumět objemovou hustotu náboje ρ a proudovou hustotu \vec{J} . Nyní vyšetříme situaci, kdy v soustavě S' se nachází elektrický náboj v klidu. Objemovou hustotu takového náboje můžeme zapsat jako

$$\rho_0 = \frac{dQ}{dV_0}, \quad (25A)$$

přičemž nulové spodní indexy značí klidové hodnoty. Z pohledu pohybující se soustavy S (nenulová rychlost v vůči soustavě S') pak objemová hustota náboje bude

$$\rho = \frac{dQ}{dV} = \frac{dQ}{dV_0 \sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (26A)$$

Z pohledu soustavy S pak můžeme sledovat i elektrický proud, který bude dán vztahem

$$J_x = \rho v. \quad (27A)$$

Nyní vytvoříme výraz

$$c^2 \rho^2 - J_x^2, \quad (28A)$$

do kterého dosadíme vztahy pro J_x a ρ , tedy vztahy (26A) a (27A). Píšeme

$$c^2 \rho^2 - J_x^2 = c^2 \frac{\rho_0^2}{(\sqrt{1-\beta^2})^2} - \frac{\rho_0^2}{(\sqrt{1-\beta^2})^2} v^2. \quad (29A)$$

Dále rozepíšeme vztah pro β , takže

$$c^2 \frac{\rho_0^2}{(\sqrt{1-\beta^2})^2} - \frac{\rho_0^2}{(\sqrt{1-\beta^2})^2} v^2 = c^2 \frac{\rho_0^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{\rho_0^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} v^2. \quad (30A)$$

Nyní převedeme vztah na společného jmenovatele a vytkneme výraz $c^2 \rho_0^2$, takže můžeme zapsat

$$c^2 \frac{\rho_0^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{\rho_0^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} v^2 = \frac{c^2 \rho_0^2 \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{1-\frac{v^2}{c^2}} = c^2 \rho_0^2 \frac{1-\frac{v^2}{c^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}} = c^2 \rho_0^2 \quad (31A)$$

Takže jsme dospěli ke vztahu

$$c^2 \rho^2 - J_x^2 = c^2 \rho_0^2, \quad (32A)$$

což je invariant podobný výrazu $c^2 t^2 - x^2$. Z této úvahy plyne, že můžeme využít Lorentzovských vztahů k transformaci objemové hustoty náboje ρ jako času t a složky proudové hustoty J_x jako prostorové souřadnice x . Zapišeme tedy

$$\rho = \frac{\rho' + \frac{vJ'_x}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad J_x = \frac{J'_x + v\rho'}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (33A)$$

V této fázi odvození potřebujeme již jen určit vztahy pro složky J_y a J_z . Jednotlivé složky definujeme jako

$$J_y = \rho u_y, \quad J_z = \rho u_z. \quad (34A)$$

V odvození budeme pokračovat jen pro složku J_y , protože pro složku J_z lze postupovat zcela analogicky. Pokud předpokládáme, že u'_x je rovno nule (vyšetřujeme situaci pouze ve směru osy y), můžeme využít transformační vztahy pro ρ a u_y a zapsat vztah pro složku proudové hustoty ve směru osy y jako

$$J_y = \frac{\rho' + \frac{vJ'_x}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot u'_y \sqrt{1-\beta^2}. \quad (35A)$$

Složka J'_x je v tomto případě nulová (ze stejných důvodů jako složka rychlosti u'_x) a po zkrácení $\sqrt{1-\beta^2}$ zapišeme

$$J_y = \rho' u'_y = J'_y. \quad (36A)$$

Z výsledků tohoto odvození můžeme konstatovat, že výraz

$$c^2 \rho^2 - J^2 \quad (37A)$$

je invariantem.

6. Relativistická optika

V této kapitole se soustředíme na popis rovinné elektromagnetické vlny, který bude respektovat zákonitosti odvozené v předchozím výkladu. Rovinnou elektromagnetickou vlnu můžeme popsat pomocí intenzity elektrického pole \vec{E} , intenzity magnetického pole \vec{H} a fáze vlny Φ . Pro elektromagnetickou vlnu v soustavě S' pak platí

$$\begin{aligned}
E'_x &= E'_{0x} \cdot \sin \Phi' & H'_x &= H'_{0x} \cdot \sin \Phi' \\
E'_y &= E'_{0y} \cdot \sin \Phi' & H'_y &= H'_{0y} \cdot \sin \Phi' \\
E'_z &= E'_{0z} \cdot \sin \Phi' & H'_z &= H'_{0z} \cdot \sin \Phi'
\end{aligned} \quad (69)$$

Pro fázi vlny můžeme zapsat

$$\Phi' = \omega' \left(t' - \frac{n'_x x' + n'_y y' + n'_z z'}{c} \right), \quad (70)$$

kde n je jednotkový vektor

$$\vec{n}' = (n'_x, n'_y, n'_z).$$

Jednotkový vektor n udává **směr** šíření elektromagnetické vlny.

Pro x -ové složky \vec{E} a \vec{H} platí podle předchozího odvození (61)

$$E'_x = E_x \quad H'_x = H_x, \quad (71)$$

a proto musí platit rovněž

$$E'_{0x} = E_{0x} \quad H'_{0x} = H_{0x} \quad \Phi' = \Phi. \quad (72)$$

Také lze zapsat

$$\Phi = \omega \left(t - \frac{n_x x + n_y y + n_z z}{c} \right). \quad (73)$$

Nyní použijeme Lorentzovy transformační vztahy, které dosadíme do rovnice (70) a píšeme tedy

$$\Phi' = \Phi = \omega' \left(\frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{n'_x \frac{x-vt}{\sqrt{1-\beta^2}} + n'_y y + n'_z z}{c} \right). \quad (74)$$

Výraz $n'_x \frac{x-vt}{\sqrt{1-\beta^2}}$ v čitateli druhého členu v závorce osamostatníme, takže

$$\Phi' = \omega' \left(\frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{n'_x \frac{x-vt}{\sqrt{1-\beta^2}}}{c} + \frac{n'_y y + n'_z z}{c} \right). \quad (75)$$

Druhý člen v závorce upravíme převedením c do čitatele, což zapíšeme jako

$$\Phi' = \omega' \left(\frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{n'_x \left(\frac{x}{c} - \frac{vt}{c} \right)}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{n'_y y + n'_z z}{c} \right). \quad (76)$$

První dva členy v závorce převedeme na společného jmenovatele a získáváme

$$\Phi' = \omega' \left(\frac{t - \frac{vx}{c^2} - \frac{n'_x x}{c} + \frac{n'_x vt}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{n'_y y + n'_z z}{c} \right). \quad (77)$$

Čítec prvního členu v závorce přeskupíme do tvaru

$$\Phi' = \omega' \left(\frac{t + \frac{n'_x vt}{c} - \frac{vx}{c^2} - \frac{n'_x x}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{n'_y y + n'_z z}{c} \right). \quad (78)$$

Nyní v čitateli téhož členu vytkneme t a $\frac{x}{c}$, takže

$$\Phi' = \omega' \left(\frac{t \left(1 + \frac{n'_x v}{c} \right) - \frac{x}{c} \left(\frac{v}{c} + n'_x \right)}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{n'_y y + n'_z z}{c} \right). \quad (79)$$

První člen v závorce rozdělíme na dva výrazy a píšeme

$$\Phi' = \omega' \left(t \frac{1 + n'_x \frac{v}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x}{c} \frac{\left(\frac{v}{c} + n'_x \right)}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{n'_y y + n'_z z}{c} \right). \quad (80)$$

Soustředíme se na druhý člen v závorce, který upravíme

$$\frac{\frac{x}{c} \left(\frac{v}{c} + n'_x \right)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x \left(\frac{v}{c} + n'_x \right)}{c \sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x \frac{v}{c} + x n'_x}{c \sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x \frac{v}{c \sqrt{1-\beta^2}} + \frac{x n'_x}{\sqrt{1-\beta^2}}}{c}.$$

Vzniklý výraz dosadíme do rovnice (80), která získá tvar

$$\Phi' = \omega' \left(t \frac{1 + n'_x \frac{v}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x \frac{v}{c \sqrt{1-\beta^2}} + \frac{x n'_x}{\sqrt{1-\beta^2}}}{c} + \frac{n'_y y + n'_z z}{c} \right). \quad (80)$$

Druhý a třetí člen v závorce převedeme na společného jmenovatele

$$\Phi' = \omega' \left(t \frac{1 + n'_x \frac{v}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x \frac{v}{c \sqrt{1-\beta^2}} + \frac{x n'_x}{\sqrt{1-\beta^2}} + n'_y y + n'_z z}{c} \right). \quad (81)$$

Čitatele druhého členu závorky upravíme a získáváme

$$\Phi' = \omega' \left(t \frac{1 + n'_x \frac{v}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x \left[\frac{n'_x}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} \right] + n'_y y + n'_z z}{c} \right). \quad (82)$$

Z oblé závorky vytkneme výraz $\frac{1 + n'_x \frac{v}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}$, takže rovnice získá tvar

$$\Phi' = \omega' \frac{1 + n'_x \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left(t - \frac{x \frac{n'_x + \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \beta^2}} + y \frac{n'_y}{1 + n'_x \frac{v}{c}} + z \frac{n'_z}{1 + n'_x \frac{v}{c}}}{c} \right). \quad (83)$$

Výraz nyní upravíme krácením a přeskupením složených zlomků do tvaru

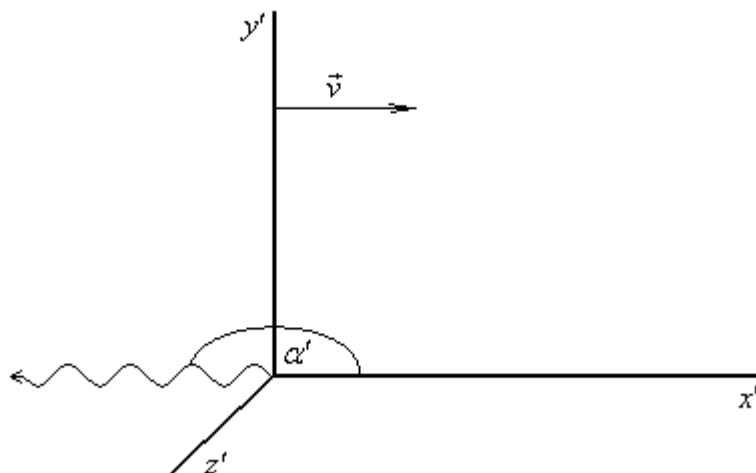
$$\Phi' = \omega' \frac{1 + n'_x \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left(t - \frac{x \frac{n'_x + \frac{v}{c}}{1 + n'_x \frac{v}{c}} + y \frac{n'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + n'_x \frac{v}{c}} + z \frac{n'_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + n'_x \frac{v}{c}}}{c} \right). \quad (84)$$

Pokud porovnáme vztah (84) se vztahem (73), získáváme transformační vztah

$$\omega = \omega' \frac{1 + n'_x \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (85)$$

a také

$$n_x = \frac{n'_x + \frac{v}{c}}{1 + n'_x \frac{v}{c}}, \quad n_y = \frac{n'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + n'_x \frac{v}{c}}, \quad n_z = \frac{n'_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + n'_x \frac{v}{c}}. \quad (86)$$



Obr. 12 – Šíření paprsku vzhledem k pohybující se soustavě

Při pohledu na obrázek (Obr. 12) je zřejmé, že můžeme rozlišit několik situací. V obrázku je naznačen vlnovkou paprsek, který svírá úhel α' s osou x' , podél které se čárkovaná soustava

pohybuje. V případě, kdy platí $\alpha' = 180^\circ$, zřejmě se jedná o situaci, kdy čárkovaná soustava se od zdroje elektromagnetického vlnění vzdaluje. Obdobně platí, že pokud $\alpha' = 0^\circ$, pak se zdroj vlnění a soustava k sobě přibližují. A konečně, pokud platí $\alpha' = 90^\circ$, zdroj i soustava se právě míjí. Z obrázku můžeme dále určit

$$n'_x = \cos \alpha'. \quad (87)$$

Pro frekvenci platí

$$f = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (88)$$

Vztahy (87) a (88) dosadíme do rovnice (85), takže

$$f \cdot 2\pi = f' \cdot 2\pi \frac{1 + \frac{v}{c} \cos \alpha'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (89)$$

Zkrátíme 2π na obou stranách rovnice a získáváme důležitý vztah

$$f = f' \frac{1 + \frac{v}{c} \cos \alpha'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (90)$$

Rovnici (90) označujeme jako *relativistický vzorec pro Dopplerův jev*. Nyní vyšetříme jednotlivé situace naznačené v předchozím výkladu. V případě vzdalujícího se zdroje vlnění platí, že $\alpha' = 180^\circ$, a proto vzorec (90) přejde do tvaru

$$f_{\parallel} = f' \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (91)$$

Pokud se bude zdroj vlnění přibližovat, bude platit $\alpha' = 0^\circ$ a vzorec (90) přepíšeme do tvaru

$$f_{\parallel} = f' \frac{1 + \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (92)$$

Ze vztahů (91) a (92) vidíme, že nelze rozlišit pohyb pozorovatele a zdroje elektromagnetického vlnění. Tento důsledek je zcela v souladu se základními předpoklady speciální teorie relativity. Vztahy (91) a (92) popisují tzv. podélný Dopplerův jev. Pokud by však $\alpha' = \pm 90^\circ$, pak je nutné vztah (90) přepsat do tvaru

$$f_{\perp} = f' \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (93)$$

Rovnice (93) popisuje tzv. příčný Dopplerův jev, který nemá analogii v klasické fyzice. Příčiny příčného Dopplerova jevu jsou kinematické (dilatace času).

7. Obecná teorie relativity

Nedlouho po STR (1916) publikuje Einstein další průlomové dílo, které je označováno jako Obecná teorie relativity (OTR). Tato teorie je do současnosti jedinou platnou makroskopickou teorií gravitace. Popis našeho vesmíru pomocí OTR dal vzniknout moderní kosmologii. Přestože se jedná o prověřenou teorii, v prvních letech po publikování nebyla OTR přijímána zcela bez výhrad. Následně však tato teorie bez problému prošla mnoha experimentálními ověřeními.

Východisky obecné teorie relativity jsou:

- 1) Princip ekvivalence setrvačné a gravitační hmotností
- 2) Princip obecné kovariance přírodních zákonů

3) Machův princip

Ekvivalence mezi setrvačnou a gravitační hmotností byla diskutována již od dob slavných Galileových experimentů. Galileo zjistil, že všechna tělesa padají k zemskému povrchu se stejným zrychlením. Sílu působící na těleso A tak, že je přitahováno k Zemi, můžeme zapsat ve tvaru

$$F_A = M_A \cdot G,$$

kde M_A je gravitační hmotnost tělesa nacházejícího se v gravitačním poli o intenzitě G . Z druhého Newtonova zákona můžeme získat rovnici

$$F_A = m_A \cdot a_A,$$

kteřá vyjadřuje velikost síly působící na těleso A tak, že se začne pohybovat se zrychlením a_A . Výraz m_A označuje setrvačnou hmotnost tělesa. Princip ekvivalence předpokládá vazbu mezi oběma vyjádřeními síly F_A . Zavedeme stejné rovnice platící pro těleso B a můžeme psát

$$m_A \cdot a_A = M_A \cdot G$$

$$m_B \cdot a_B = M_B \cdot G$$

Pokud by platilo $a_A = a_B = g$, můžeme vyjádřit poměry setrvačných a gravitačních hmotností jako

$$\frac{m_A}{M_A} = \frac{m_B}{M_B}.$$

Měřením právě těchto poměrů se zabýval již Galilei. Pokud by platila rovnost těchto poměrů, nebylo by možné rozlišit gravitační a pohybové účinky na pozorované těleso. Pokud by se například pozorovatel nacházel ve výtahu, který by padal k zemskému povrchu, předměty uvnitř výtahu včetně pozorovatele by se nacházely ve stavu beztlíže. Obdobně lze uvažovat pozorovatele, který by byl umístěn v laboratoři v prostoru daleko od všech těles. Předpokládejme, že pozorovatel uvnitř laboratoře nemá umožněn výhled ven z laboratoře. Uvažujme rovněž pozorovatele, který se k laboratoři přiblíží a zachytí ji lanem. Pak se tento vnější pozorovatel začne pohybovat se zrychlením. Laboratoř zachycená na laně se začne pohybovat společně s vnějším pozorovatelem. Pozorovatel uvnitř laboratoře není schopen žádným experimentem rozlišit, zda se začal pohybovat se zrychlením, nebo zda se jeho laboratoř nachází v blízkosti gravitačně působícího tělesa. Právě tato vazba mezi setrvačnými a gravitačními účinky je základem principu ekvivalence.

V experimentálním ověřování principu ekvivalence pokračoval i Newton. Jeho experimenty byly následně rozšířeny například Eötvösem. Další zpřesnění experimentů provedla také skupina kolem Dickeho. Všechny experimenty, které patří k těm nejpřesnějším v historii fyziky, ukazují, že poměr setrvačné a gravitační hmotnosti libovolného tělesa je shodný.

Při tvorbě OTR dospěl Einstein k myšlence, že všechny přírodní zákony je potřeba formulovat tak, aby jejich tvar zůstal zachován při libovolné, fyzikálně přístupné transformaci. Názorným příkladem je popis elektromagnetického pole. Pokud uvažujeme inerciální soustavu obsahující elektricky nabitě těleso, které se vůči této soustavě nepohybuje, pak pozorovatel uvnitř této soustavy pozoruje pouze elektrostatické děje. Pokud však uvažujeme inerciální soustavu, která se vůči soustavě s nabitým tělesem pohybuje, pak pozorovatel v této druhé soustavě již pozoruje i jevy magnetické. Tento zdánlivý paradox je popsán jednou sadou rovnic, které jsou tedy vůči transformaci kovariantní. Einstein dospěl k názoru, že stejnou vlastnost je potřeba respektovat i u formulací ostatních přírodních zákonů.

Machův princip nese jméno známého fyzika, který se podílel například i na založení Jednoty českých matematiků a fyziků. Myšlenková konstrukce po něm pojmenovaná je založena na rozdílu mezi relativním a absolutním prostorem. Absolutní prostor je velmi stará myšlenka, která se ve fyzice udržela po mnoho staletí. Zastáncem absolutního prostoru byl například Newton, ale i mnoho pozdějších fyziků uvažovalo pouze o existenci absolutního prostoru. Tento přístup předpokládá, že prostor je pouze jakési nehybné jeviště, na kterém probíhají nejrůznější děje. Prostor těmito ději není ovlivněn a ani neovlivňuje děje samotné. Kritikem absolutního prostoru byl právě Mach (a nejen on).

Představme si vědro s vodou zavěšené na provázku. Vědro několikrát otočíme podél osy vedoucí provázkem a pozorujeme, že po skončení našeho otáčení se vědro začne otáčet na opačnou stranu. Voda ve vědru se zprvu nepohybuje, ale postupně se začne otáčet společně s vědrem a hladina vody vytvoří známý parabolický tvar. Tento tvar svědčí o přítomnosti odstředivé síly působící na vodu. Machův princip spočívá v tom, že obdobná situace by nastala, pokud by se neotáčelo vědro, nýbrž celý vesmír.

Předchozí výklad se pokusilo několik badatelů podpořit experimentem, který by sledoval působení sil v blízkosti hmotných rotujících těles. Tyto experimenty byly neúspěšné, ale Machův princip se stal jedním z východisek, na jejichž základě byla vytvořena Einsteinova obecná teorie relativity.

Zásadním důsledkem obecné teorie relativity je zakřivení časoprostoru přítomností hmoty. V této souvislosti se často zmiňuje přirovnání hmotného tělesa ke kouli ležící v napnuté bláně. V blízkosti tělesa je deformace blány největší, dále od tělesa deformace klesá. Deformace blány pak představuje deformaci časoprostoru. Je třeba zdůraznit, že se jedná o dvourozměrnou analogii skutečné deformace.

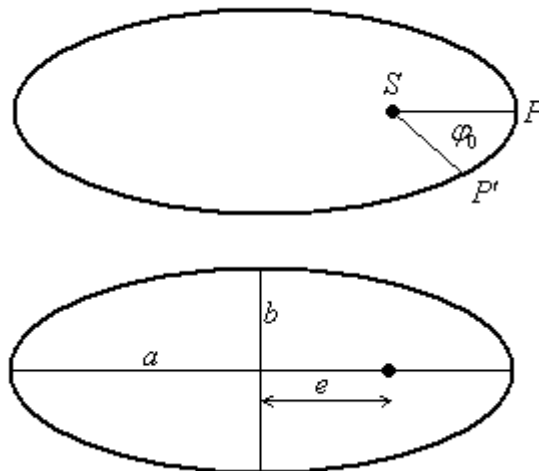
Základní vlastnosti prostoru jsou v OTR popsány slavnou Einsteinovou rovnicí gravitace

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + g_{\mu\nu} \Lambda = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (94)$$

kde $R_{\mu\nu}$ označuje Ricciho tenzor, R je Ricciho skalár, $g_{\mu\nu}$ je metrický tenzor, Λ je kosmologická konstanta a $T_{\mu\nu}$ je tenzor energie a hybnosti. Ricciho tenzor poskytuje informaci o křivosti prostoru působením hmoty. Ricciho skalár je člen rovnice, který zachovává energii a hybnost systému. Metrický tenzor udává geometrii prostoru. Tenzor energie a hybnosti pak popisuje tok a hustotu energie a hybnosti v časoprostoru. Kosmologická konstanta je člen zavedený dodatečně samotným Einsteinem. Při aplikaci rovnic OTR na vesmír jako celek totiž zjistil, že takto popsáný vesmír není stacionární, nýbrž se v čase vyvíjí – rozpíná. Tento závěr byl však v rozporu s přirozenou myšlenkou tehdejší doby, a proto Einstein zavedl člen, který v rovnici být nemusí, ale působí jako opak gravitační síly a stabilizuje vesmír ve stacionárním stavu. Toto řešení se následně díky pozorováním (E. Hubble) ukázalo jako nesprávné a Einstein zavedení kosmologické konstanty označil jako největší chybu svého života. Na konci 20. století však bylo zjištěno, že rozpínání vesmíru neprobíhá rovnoměrně, ale zrychleně. Zrychlené rozpínání vesmíru je jedním z největších problémů současné kosmologie. Je způsobeno **temnou energií**, která může být ztotožněna s nenulovou kosmologickou konstantou. Kosmologická konstanta se tak po letech vrátila do centra pozornosti fyziků.

Obecná teorie relativity pomohla objasnit některé jevy, které klasická fyzika nebyla schopná vyřešit. Některé důsledky OTR pak vedly k předpovědím jevů, které byly následně skutečně pozorovány a které klasická fyzika nevysvětluje.

Jedním z problémů klasické fyziky bylo pozorované stáčení perihelia Merkuru.



Obr. 13 – Stáčení perihelia Merkuru

Na obrázku (Obr. 13) je zobrazeno stáčení perihelia planety ve směru pohybu. Perihelium je bod na trajektorii planety, kdy je tato planeta nejbližší Slunci. V blízkosti hmotných těles se tento bod posouvá. Posun perihelia můžeme popsat vztahem

$$\Delta\varphi_0 = \frac{24\pi^3 a^2}{T^2 c^2 (1-e^2)}, \quad (95)$$

kde a je hlavní poloosa elipsy (trajektorie planety), T je oběžná doba planety a e je excentricita eliptické dráhy planety. V případě Merkuru můžeme dosadit následující hodnoty

$$a = 57\,909\,100\,000 \text{ m}$$

$$e = 0,205630$$

$$c = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$T = 7\,600\,530,24 \text{ s}$$

Po dosazení do vztahu (95) vychází posun perihelia

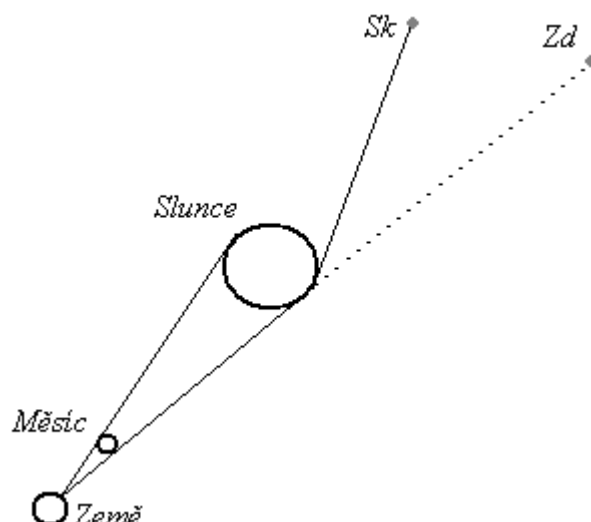
$$\Delta\varphi_0 = 5,01866748 \cdot 10^{-7} \text{ rad},$$

což je hodnota posunu platná pro jednu otočku. Hodnota posunu, který perihelium vykoná za sto let, je rovna

$$\Delta\varphi \doteq 43'',$$

protože Merkur během jednoho pozemského roku vykoná 4,152014 otočky okolo Slunce. Hodnota posunu perihelia Merkuru byla v Einsteinově době dostatečně přesně změřena. Právě stáčení perihelia Merkuru bylo tedy prvním důkazem správnosti OTR.

Jedním z důsledků zakřivení časoprostoru přítomností hmotných těles je i odchýlení světelných paprsků procházejících v blízkosti velmi hmotných objektů. Brzy po publikování OTR byla zorganizována expedice (1919), která se vydala do oblasti, ve které bylo možné pozorovat úplné zatmění Slunce. Expedice vedená Eddingtonem se pokusila v blízkosti slunečního kotouče pozorovat hvězdy, které by jinak měly být kotoučem zakryty. Díky odchýlení paprsků v blízkosti Slunce však jejich pozorování bylo umožněno (Obr. 14). Členové expedice vyfotografovali sluneční kotouč a jeho blízké okolí a následnou analýzou bylo potvrzeno odchýlení paprsků v blízkosti velmi hmotných těles.



Obr. 14 – Odchýlení světelných paprsků v blízkosti Slunce

Grafické znázornění odchýlení paprsků vidíme na obrázku (Obr. 14). V obrázku je zdánlivá poloha hvězdy označena *Zd* a skutečná poloha *Sk*.

Dalším pozorovaným důsledkem OTR je rudý posuv způsobený gravitačním polem. Rudým posuvem je myšlena taková změna frekvence fotonu, která vede k jeho posuvu k červenému konci spektra. Vysvětlením může být například zákon zachování energie, ze kterého plyne, že foton pro překonání gravitačního pole ztrácí energii. Tato ztráta se pak projeví snížením frekvence – prodloužením vlnové délky (Obr. 15). Foton se tedy „posouvá“ k červenému konci spektra.



Obr. 15 – Gravitační rudý posuv

Zajímavý důsledek OTR předpověděl v roce 1964 Irwin Shapiro. Jedná se o zpoždění signálu (např. radiového) při jeho průchodu okolo hmotného tělesa. Na počest tohoto významného vědce se jev nazývá Shapirův efekt.

8. Standardní částicový model

V této kapitole bude popsán teoretický koncept, který popisuje elementární částice a dostal název Standardní částicový model. Někdy se rovněž nazývá pouze Standardní model, ale toto označení může působit zmatečně, protože v kosmologii se objevuje Standardní kosmologický model, který souvisí s popisem našeho vesmíru jako celku. Nyní se tedy zaměříme na teoretický popis částic malých rozměrů.

Při zpětném pohledu do historie lidstva můžeme zaznamenat mnoho badatelů, kteří nahlíželi na hmotu jako látku složenou z malých částic. První takové představy jsou spojeny s antickým Řeckem, kde působil například Démokritos či Leukippos. Právě v antickém Řecku vzniká atomistická teorie, která předpokládá dále nedělitelné částice tvořící hmotu. Teorie se následně příliš nerozvíjela, ale v průběhu staletí nalezneme mnoho zastánců tohoto přístupu. Mezi tyto zastánce patřil mimo jiné i Komenský. Na konci 19. století pak bylo sestaveno několik experimentů, které naznačovaly existenci malých částic, a vzniká nový obor - atomová a jaderná fyzika. V roce 1897 objevuje Thomson **elektron** a v roce 1918 je Rutherfordem detekován **proton**. V roce 1932 pak Chadwick objevuje **neutron**. Atomové jádro bylo objeveno v roce 1908 Rutherfordem. Vidíme tedy, že během první poloviny 20. století byly položeny základy fyziky elementárních částic. Hlouběji do struktury hmoty se

fyzikové dostali až v druhé polovině 20. století, kdy bylo zjištěno, že i částice typu protonu či neutronu se skládají z menších subčástic, které dostali název **kvarky**. Postupně přibývalo velké množství nových částic a v současnosti rozlišujeme několik set elementárních částic. Jejich rozdělení a vlastnosti popisuje právě částicový model.

Standardní částicový model však nepopisuje pouze částice tvořící hmotu, ale rovněž ukazuje podstatu fyzikálních interakcí. Právě na základě částicového modelu jsou nyní fyzikální interakce chápány jako výměna virtuálních (výměnných, polních, intermediálních) částic. Jedinou výjimkou je gravitační interakce, která je popsána odlišným způsobem. Moderní fyzika tak používá dva teoretické koncepty. Svět malých rozměrů je popsán kvantovou mechanikou – standardním částicovým modelem, makroskopický svět pak popisuje teorie relativity. Oba přístupy jsou zaměřeny na jinou oblast dějů a jsou ze své podstaty neslučitelné. Jedním z úkolů současné fyziky je sjednocení obou přístupů do jednoho, který bude popisovat obě oblasti dějů. To je ovšem velice náročný úkol, který zatím čeká na své řešení. Matematické obtíže tohoto problému jsou velice rozsáhlé a závažné.

V současné době rozlišujeme tyto fyzikální interakce:

- 1) gravitační interakce
- 2) elektromagnetická interakce
- 3) slabá jaderná interakce
- 4) silná jaderná interakce

Jednotlivé interakce působí odlišně a liší se i jejich popis. Gravitační interakci nebudeme v této kapitole popisovat, protože její částicový popis není z výše uvedených důvodů k dispozici. Jedná se o interakci dalekého dosahu a její zprostředkující částice tak musí mít nulovou klidovou hmotnost. Tato *hypotetická* částice dostala název **graviton**, ale všechny dosavadní experimenty snažící se prokázat její existenci nebyly úspěšné. První popis gravitační interakce můžeme nalézt v díle Newtonově. Jeho teorie gravitace dlouhou dobu představovala jediný nástroj použitelný například k výpočtu drah planet. S příchodem Einsteinovy obecné teorie relativity je zřejmé, že Newtonova teorie tvoří jisté zjednodušení, které ve většině případů funguje velice dobře. Existují však situace, kdy je potřeba přesnějšího popisu, který zahrnuje i jevy nevyskytující se v Newtonově teorii (např. stáčení perihelia Merkuru). Obecná teorie relativity tedy rozšířila a zpřesnila předchozí Newtonovu teorii.

Elektromagnetická interakce působí na elektricky nabitě částice a jedná se opět o interakci dalekého rozsahu. Tato interakce působí daleko intenzivněji než interakce gravitační. Uvažujeme-li dvě nabitá tělesa o hmotnosti 1 kg ve vzdálenosti 1 m, i velmi malý náboj těles způsobí, že gravitační působení bude oproti elektromagnetickému zanedbatelné. Částice zprostředkující elektromagnetické působení jsou nazvány **fotony**. Protože se jedná o interakci nekonečného dosahu, musí být klidová hmotnost fotonů nulová. Tato nulová klidová hmotnost zprostředkujících fotonů (resp. gravitonů) rovněž zaručuje šíření interakce rychlostí světla.

Slabá jaderná interakce je silou krátkého dosahu. Její existence se stane patrnou až při zkoumání dějů odehrávajících se v rozměrech atomu. Jedním z příkladů působení slabé jaderné interakce je rozpad β , kterým se rozpadá neutron na proton, elektron a elektronové antineutrino. Neutron vázaný v atomovém jádře je stabilní částice, nicméně samotný neutron se rozpadá s poločasem rozpadu $\tau \approx 15$ min. Slabá jaderná interakce je zprostředkována částicemi W^+ , W^- , Z^0 . Teoretický popis této interakce je nazván *kvantová flavourdynamika*. Interakce působí pouze na částice s nenulovou *vůní*.

Poslední známá interakce je silná jaderná. Teoretický popis je nazýván *kvantová chromodynamika*. Působení silné jaderné interakce je opět krátkého dosahu, kdy vliv této interakce pozorujeme až v případě rozměru atomového jádra. Silná jaderná interakce je

zodpovědná za stabilitu systému protonů a neutronů v atomovém jádře. Kladně nabitě protony by díky elektromagnetickému působením nemohly tvořit stabilní atomové jádro. Právě silná jaderná interakce způsobí, že se jednotlivé protony a neutrony seskupí do stabilního celku. Zprostředkující částice silné jaderné interakce je **gluon**. Označení má kořeny v anglickém *glue – lepidlo*. Gluony v přeneseném smyslu „slepují“ protony a neutrony do atomového jádra. Význam silné jaderné interakce je však mnohem hlubší.

Důsledkem postupného poznávání struktury atomu bylo, že se objevily myšlenky související s možnou vnitřní strukturou nukleonů. Proton a neutron by podle těchto představ byly složeny z dalších konstituentů, které by jako celek tvořily samotnou částici. První, kdo tyto myšlenky zveřejnil, byl Murray Gell-Mann v roce 1964. Nezávisle na něm přišel s podobnou myšlenkou George Zweig. Nové částice pojmenoval Gell-Mann poeticky **kvarky**. Jedná se o termín z knihy Jamese Joyce Plačky nad Finneganem a tímto krokem se do částicové fyziky dostala označení, která nejsou striktně matematická. Následný vývoj přinesl ještě mnoho neortodoxních termínů pro fyzikální veličiny, takže dnes například rozeznáváme **vůni** částic či **barvu** částic, přestože s pachem či zbarvením částic nemají tyto termíny vůbec nic společného.

Kvarky můžeme rozdělit do několika skupin. První skupinu (generaci) tvoří kvarky *up* a *down*. Právě označení *up* či *down* je takzvaná vůně kvarků. S těmito kvarky se setkáváme v našem každodenním životě. Z kvarku *up* a *down* jsou složeny proton (konfigurace *uud*) a neutron (konfigurace *udd*). Proton tedy sestává ze tří kvarků (dva kvarky *up* a jeden kvark *down*). Druhá generace je tvořena kvarky *strange* a *charm*. Poslední generace je zastoupena kvarky *top* a *bottom*. Toto rozdělení je možné zapsat jako

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} s \\ c \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} b \\ t \end{pmatrix}. \quad (95)$$

Sám Gell-Mann předpověděl existenci částice složené pouze z trojice tzv. podivných kvarků (kvark *strange*). Jedná se o částici Ω^- a její experimentální objev datujeme do roku 1964.

Jednotlivé kvarky patří mezi zvláštní kategorii částic, které nelze vzájemně přibližovat na libovolně malou vzdálenost. Jedná se o **fermiony**, což je označení právě pro takto nesnášenlivé částice. Samotná nesnášenlivost je popsána tzv. *Pauliho vylučovacím principem*. Opakem fermionů jsou **bosony**, které se mohou hromadit ve velmi malých objemech. V rámci protonu vidíme, že na velmi malém prostoru se nacházejí dva kvarky *u* a jeden kvark *d*. Podle Pauliho vylučovacího principu by tedy taková konfigurace neměla být stabilní. Přesto však byly provedeny experimenty, které ukazují, že proton je částice s poločasem rozpadu větším než 10^{35} let. Jedná se tedy s největší pravděpodobností o stabilní částici. Řešením je přiřazení nové charakteristiky, která jednotlivé kvarky rozliší a umožní existenci i částicím složeným ze tří stejných kvarků, jako je například částice Ω^- . Tato nová charakteristika je barva. Silná jaderná interakce pak působí pouze na částice s barevným nábojem (nenulovou barvou). Teoretický popis, který toto působení vysvětluje, se nazývá *kvantová chromodynamika*.

V předchozím výkladu jsme vytvořili základ, který nám umožní vysvětlit působení jednotlivých interakcí. Z tohoto vysvětlení je nutné vyřadit gravitaci, jejíž působení můžeme ztotožnit se zakřivením časoprostoru, což je odlišný přístup. Zbylé tři interakce se vyznačují působením založeným na výměně virtuálních částic. Například elektromagnetické působení elektricky nabitých částic si můžeme představit jako neustálou výměnu virtuálních fotonů. Existuje mnoho makroskopických analogií, ale nejlépe si lze danou situaci představit jako dvojici loďek na klidném jezeře. V každé z loďek stojí částicový fyzik a s kolegou si mezi sebou přehazují míč. Po každém odhození či chycení míče se loďka posune směrem od druhé a tímto přehazováním míče se vzdálenost mezi loďkami neustále zvětšuje. Podobně si můžeme představit dvě souhlasně nabitá tělesa, která si vyměňují virtuální fotony a důsledkem je odpuzování těchto těles.

Povaha silné jaderné interakce je poněkud složitější. Ve vzdálenostech srovnatelných s rozměrem atomového jádra je tato interakce přitažlivá. Každý z protonů či neutronů je obalen mrakem virtuálních gluonů, které působí přitažlivou silou na ostatní konstituenty atomového jádra. S přibývajícím vzdáleností tato interakce velice rychle slábne a začíná být neměřitelná. Podobná situace je i uvnitř samotného protonu, kdy každý kvark pluje v moři virtuálních gluonů. Současný model dokonce ukazuje, že daleko největší část hmotnosti protonu je ukryta právě v moři virtuálních gluonů a pouze malá část připadá na kvarky. Zajímavou vlastností silné jaderné interakce je, že přitažlivě na jednotlivé konstituenty působí pouze do určité vzdálenosti. Jakmile se protony přiblíží na velmi malou vzdálenost, dojde k rozvolnění systému a vznikne stav látky nazývaný kvark-gluonové plazma. Od určité vzdálenosti tedy silná jaderná interakce přestává působit a kvarky se chovají jako volné částice. Této vlastnosti se říká *asymptotická volnost*.

Představme si nyní situaci, kdy dvě mohutná atomová jádra sestávající z mnoha nukleonů urychlíme a necháme v určité oblasti srazit. Po srážce velmi rychlých jader dojde k přiblížení jednotlivých nukleonů a na malý okamžik se jádra promění na polévku složenou z kvarků a gluonů. Téměř okamžitě se jednotlivé kvarky pospojují do nových systémů a díky tomu vznikne odlišná konfigurace nukleonů. Samotné kvarky není možné principiálně pozorovat. Jejich vlastností je, že v okamžiku uvolnění z příslušného nukleonu se naváží do nového systému. Podobná situace nastane v případě, kdy budeme dělit tyčový magnet. Takový magnet sestává ze severního a jižního magnetického pólu. Pokud ulomíme jeden z pólů magnetu, dojde ke změně konfigurace a vzniknou dva magnety, každý se severním a jižním pólem. Tímto způsobem magnetický monopól nelze vyrobit a jedná se o jistou analogii k pokusu o separování jednotlivého kvarku.

Elementární částice je možné rozdělit do mnoha kategorií. Částice tvoří skupiny, například můžeme dělit částice na již zmiňované fermiony a bosony. Jak bylo uvedeno, fermiony se řídí Pauliho vylučovacím principem. Jedná se o kvantově mechanický princip, který ovšem můžeme zaznamenat i u makroskopických objektů. Jedná se o objekty tvořené látkou za extrémních podmínek. Jako příklad můžeme uvést neutronové hvězdy. Tyto objekty jsou tvořeny degenerovaným neutronovým plynem. Původní materiál, ze kterého neutronová hvězda vznikla, obsahoval velké množství neutronů, protonů i elektronů. Gravitačním kolapsem došlo k natlačení elektronů do atomového jádra, kde se spojily s protony. Jedná se o reakci inverzní k β rozpadu neutronu. Reakcí tedy vzniká neutron a neutronová hvězda tak připomíná obrovské, rychle rotující atomové jádro. Právě Pauliho vylučovací princip zabráňuje dalšímu gravitačnímu kolapsu, který by vedl například ke vzniku černé díry. Čistě hypoteticky může velmi hmotná hvězda překonat svým gravitačním smršťováním i vliv Pauliho vylučovacího principu. Pak dojde k přiblížení neutronů na takovou vzdálenost, že se uplatní asymptotická volnost. Neutronová hvězda se tak stane hvězdou tvořenou kvarky a gluony (kvark-gluonovým plazmatem). Tento proces je však pouze hypotetickým a nebyl pozorováním potvrzen. Existence kvarkových hvězd je tak otevřenou otázkou. Kvark-gluonové plazma však experimentálně potvrzeno bylo a to v roce 2000 v CERNu. Tehdejší experiment byl sestaven tak, že dvě jádra olova byla urychlena a sražena ve sledované oblasti. Ze vzniklých produktů srážky bylo možné určit, zda v oblasti na krátký okamžik vzniklo kvark-gluonové plazma. Experiment byl úspěšný a v CERNu tak bylo simulováno prostředí odpovídající pouhému zlomku vteřiny po vzniku našeho vesmíru. Pro experimenty tohoto typu se používá označení Malý třesk.

Další dělení částic je spojeno se jménem Paul A. M. Dirac. Tento nesmírně pilný a plodný fyzik studoval Schrödingerovu rovnici (96), která je ze své podstaty nerelativistická.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U\psi \quad (96)$$

V rovnici (96) označuje ψ vlnovou funkcií, m hmotnost částice a U její potenciální energii. Všimněme si, že na jedné straně se vyskytuje časová derivace vlnové funkce a na straně druhé je na vlnovou funkci aplikován laplaceův operátor, který můžeme v třírozměrném prostoru rozepsat jako

$$\Delta = \text{div grad} = \nabla \cdot \nabla = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Vidíme tedy, že tato forma Schrödingerovy rovnice není kovariantní vůči Lorentzově transformaci. Není tedy v souladu se speciální teorií relativity a právě tento rozpor vedl Diraca k jeho hledání takového tvaru Schrödingerovy rovnice, který by byl relativistický. Dospěl k myšlence, že rovnice musí nabýt tvaru, ve kterém roli koeficientů zaručujících kovariantnost vůči Lorentzovské transformaci zajistí matice 4×4 . Tento postup se ukázal být jako správný a i po letech musíme obdivovat Diracovu intuici a úsilí, které tomuto postupu věnoval. Výsledkem Diracových úvah pak byly čtyři vlnové funkce popisující elektron. Takový výsledek je poněkud překvapivý, nicméně Dirac se s tímto řešením ztotožnil a předpověděl existenci částic, které mají velice podobné vlastnosti jako elektron, ale jsou tvořeny hmotou jiné povahy – antihmotou. Podobnost můžeme pozorovat v případě polovodičů. Tyto materiály obsahují velké množství volných elektronů a zároveň i kvazičástice označované jako *díry*. Chování děr je podobné chování elektronů, ale v případě setkání elektronu s dírou dochází k rekombinaci a vyzáření fotonu. Dirac ovšem nepředpověděl kvazičástici, která je pouze vlastností daného materiálu v daném místě. Jeho předpověď vedla k hledání reálné částice nazvané *pozitron*. Charakteristiky pozitronu jsou stejné jako v případě elektronu. Pouze elektrický náboj je opačný. V případě setkání pozitronu s elektronem dochází k úplné přeměně hmoty na záření (viz závěr kapitoly 4). Následné experimenty potvrdily existenci pozitronu a zároveň odhalily další antičástice. Dnes se předpokládá, že každá částice má svého partnera – antičástici. Můžeme však také nalézt částice, které jsou samy sobě antičásticí. Takovými *skutečně neutrálními částicemi* jsou například fotony, **piiony** a některé druhy hypotetických částic zvaných **wimpy**.

Rodina kvarků se nám tak rozroste o další částice. Schéma (95) dále rozšíříme

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s \\ c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{s} \\ \bar{c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{b} \\ \bar{t} \end{pmatrix}. \quad (96)$$

Antičástice budeme značit příslušným symbolem s pruhem. U vypsaných druhů kvarků je třeba ještě rozlišit barevný náboj, který nám charakterizuje působení silné jaderné interakce na jednotlivé částice. Kvarky mohou nabývat červené, zelené a modré barvy. Opět je třeba zdůraznit, že se nejedná o barvu přístupnou optickému pozorování. Mluvit o skutečné barvě kvarků není možné. Jde o název náboje příslušné interakce. Kromě zmíněných barev můžeme rovněž kvarky antičervené, antizelené a antimodré. Kvarky se spojují do celků, jejichž výsledná barva je bílá. Je tedy možná kombinace kvarku červeného, zeleného a modrého. Rovněž jsou možné kombinace červená-antičervená či zelená-antizelená. Schéma (96) je schválně tvořeno závorkami, které shromažďují vždy dva kvarky pospolu. Tyto *dublety* poukazují na skutečnost, že slabá jaderná interakce nerozeznává vůči jednotlivých kvarků. Například kvarky up a down se pro slabou jadernou interakci jeví stejně.

Podle počtu kvarků rozdělujeme částice na **baryony** a **mezony**. Baryony obsahují tři kvarky v příslušné barevné kombinaci. Příkladem může být již popisovaný proton (kvarky uud) či neutron (kvarky udd). Mezi mezony patří například pion, **kaon** či částice psi (označovaná J/ψ). Mezony obsahují pouze dva kvarky v příslušné barevné kombinaci. Mezi baryony pak patří ještě skupina **hyperonů**, což jsou částice složené ze tří kvarků, přičemž alespoň jeden je kvark strange. Hyperonem je tedy i dříve zmíněná částice Ω^- složená z dokonce tří podivných kvarků (strange).

V posledních letech byly hledány i částice, které obsahují čtyři a pět kvarků. Tyto částice dostaly název tetrakvark respektive pentakvark, ale pátrání dosud nebylo úspěšné a v současnosti nemůžeme jejich existenci pokládat za prokázanou. Vidíme tedy, že od druhé poloviny dvacátého století poznanych částic výrazně přibýlo. V této souvislosti mluvíme o tzv. „částicové zoo“.

V dosavadním výkladu jsme zcela opomněli lehké částice typu elektronu. Přitom právě elektron byl první objevená částice vůbec. Připomeňme, že i elektron má svého antihmotného partnera – pozitron (objeven v roce 1932). Pozitron byl teoreticky popsán Diracovým řešením Schrödingerovy rovnice. V roce 1936 byl pak během výzkumu kosmického záření objeven hmotnější příbuzný elektronu. Dostal název **mion** a jeho hmotnost je přibližně dvěstěkrát větší, než je hmotnost elektronu. V roce 1977 byla nalezena ještě hmotnější částice příbuzná elektronu. Její název je **tauon** a hmotnost tauonu je přibližně 3500 hmotností „běžného“ elektronu. V současnosti tedy rozeznáváme tři generace částic – elektron, těžký elektron (mion) a supertěžký elektron (tauon). Tyto tři částice patří do kategorie takzvaných **leptonů**. Označení lepton se používá pro lehké částice a dosavadní výklad není zcela úplný. Do každé generace patří ještě málo prozkoumaná částice zvaná **neutrino** (značená ν). Každá částice má navíc antihmotného partnera, takže leptony schematicky naznačíme takto

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} e^+ \\ \bar{\nu}_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu^+ \\ \bar{\nu}_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau^+ \\ \bar{\nu}_\tau \end{pmatrix}. \quad (97)$$

Celkově tedy rozeznáváme 12 leptonů. Zaměříme se nyní na lehké částice, které předpověděl v roce 1930 Wolfgang Pauli během svého výzkumu β rozpadu neutronu. Tato reakce probíhá dle rovnice

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (98)$$

Při měření tohoto rozpadu bylo zjištěno, že během reakce dochází k narušení zákona zachování energie. Měřením hmotnosti produktů bylo prokázáno, že celková energie částic na pravé straně je menší než energie vstupujícího neutronu. Situace je poněkud komplikovanější, protože kromě energie se nezachovává rovněž hybnost a spin. Pauli pro účely teoretického popisu zavedl částici, která v jeho době byla mimo možnosti detekce. Pauli tehdy do svého deníku zapsal, že provedl to, co by žádný teoretický fyzik neměl nikdy udělat – nevysvětlitelné vyřešil neměřitelným. Přesto se jeho zatím hypotetická částice všeobecně pokládala za reálnou. V následujících letech tuto částici pojmenoval Enrico Fermi a od této doby mluvíme o neutrinech (malých neutronech). V roce 1956 bylo neutrino skutečně detekováno Cowanem a Reinesem. Výzkumy ukázaly, že hmotnost neutrina je opravdu velice nízká. Někteří badatelé předpokládali, že je dokonce nulová. V současné době se předpokládá nenulová hmotnost neutrina, přesná hodnota však není známa. Po úspěšné detekci neutrina v roce 1956 následovaly další výzkumy, které ovšem předpokládaly pouze existenci elektronového neutrina ν_e . Žádné další druhy neutrin nebyly známy.

Jedním z hlavních badatelů v oblasti výzkumu neutrin byl Raymond Davis. Se svým týmem postavil rozsáhlou aparaturu zaměřenou na detekci neutrin. Záchyt neutrina v jakékoliv aparatuře je velice problematický. Díky mizivé hmotnosti je neutrino těžko polapitelné. Reakce neutrina s hmotou probíhá sporadicky. Tuto skutečnost v jaderné fyzice popisuje veličina zvaná *účinný průřez*. Zdroje neutrin naopak nejsou žádnou vzácností. Jedním z mohutných zdrojů neutrin je i naše Slunce. Tato sluneční neutrina bez nejmenších potíží prolétají Zemí a naším tělem. Pro neutrina je naše planeta prakticky průhledná. Neutrin je ovšem obrovský počet, takže se neustále pohybujeme v jakési „neutrinové polévce“. Minimální účinný průřez však vyvrací jakékoliv obavy z reakce neutrin s naším tělem. Ukazuje se, že za dobu průměrného lidského života interaguje v těle průměrně jedno neutrino.

To znamená, že vliv neutrin na lidské zdraví je skutečně nulový. Pro částicové fyziky však neutrino představuje výzvu.

Raymond Davis dlouho řešil, jakým způsobem nepolapitelné neutrino detekovat. Jeho aparatura byla nakonec sestavena z nádrže obsahující velké množství tetrachlormetanu. Pokud by uvnitř nádrže reagovalo neutrino s atomem chloru, vytvořil by se atom radioaktivního izotopu argonu. Tato vzácná reakce by vedla k produkci již dobře detekovatelného izotopu, který bylo možné z nádrže separovat. Z množství radioaktivního argonu se dal vypočítat počet reakcí neutrin v nádrži. Po spuštění provozu aparatury však Davis dospěl k přibližně třetinovému počtu reakcí, než jaký byl jeho původní předpoklad. Tento nesoulad s předpovědí vešel do dějin jako „**neutrinový skandál**“.

Teoretičtí fyzikové rozpor vyřešili předpovědí dalších dvou druhů neutrin. Davisova aparatura byla schopná detekovat pouze jeden druh neutrin – elektronová neutrina. Zbývající dvě třetiny předpokládaných reakcí připadaly na neutrina mionová a tauonová. Tyto reakce ovšem nemohly v Davisově aparatuře proběhnout, a proto Davis naměřil pouze třetinový počet předpokládaných reakcí.

Tři druhy neutrin ovšem neexistují odděleně. Nejedná se o tři samostatné skupiny částic. Davisův japonský kolega Masatoši Košiba se svým týmem sestavil obrovskou nádrž, ve které sledoval jednotlivé typy neutrin. Nádrž byla vyplněna vodou a stěny nádrže byly pokryty fotonásobiči. Princip aparatury byl odlišný než v případě měření pomocí tetrachlormetanu. Neutrino uvnitř Košibovy aparatury reagovalo s elektrony. Náraz neutrina způsoboval urychlení elektronu na rychlost větší, než byla rychlost světla v daném prostředí, ale menší než je rychlost světla ve vakuu. Takto urychlený elektron se snaží zbavit energie tím, že emituje fotony. Situace je podobná překročení rychlosti zvuku letadlem, kdy se kolem trupu letadla tvoří rázová vlna ve tvaru kužele. Emitované fotony je možné zaznamenat fotonásobiči a tímto způsobem vyhodnotit reakci neutrina v aparatuře. Záření vznikající rychlými neutrony se nazývá Čerenkovovo záření a je možné jej spatřit například u radioaktivního materiálu ponořeného do vody. Namodralá záře v blízkosti tohoto materiálu je právě Čerenkovovo záření.

Košiba se svou aparaturou Super-Kamiokande dokázal, že opravdu existují tři druhy neutrin, které jsou ovšem projevem jedné částice. Teoretický koncept této **oscilace neutrin** popsal v roce 1968 fyzik Pontecorvo. Neutrino během svého letu mění kvantové stavy tak, že se v jisté části dráhy jeví jako neutrino elektronové a v jiné části jako neutrino mionové či tauonové. Toto přelévání kvantových stavů je označováno jako oscilace neutrin.

Protože nemají neutrina barevný náboj, reagují pouze slabě jaderně a gravitačně. Role neutrin je nezastupitelná v případě mnoha dějů spojených s astrofyzikálními procesy. Obrovské množství neutrin je emitováno během výbuchů supernov. Přesný mechanismus těchto mohutných explozí není do dnešního dne znám. Je však jisté, že při tvorbě rázové vlny postupující od středu explodující hvězdy neutrina dodatečně ohřívají rozpínající se hmotu. Tímto ohřevem umocňují explozi a je pravděpodobné, že bez jejich přítomnosti by supernovy explodovaly s daleko menší intenzitou. Může se zdát, že takový problém je dosti okrajový. Je však třeba si uvědomit, že těžké prvky (těžší než železo) vznikají ve vesmíru ve větším množství pouze v okamžiku výbuchu supernovy. Supernova tak kolem sebe rozpráší velké množství materiálu, který pak může nabýt důležitosti. I naše těla jsou z velké části tvořena tímto materiálem.

9. Další poznámky ke Standardnímu částicovému modelu

V dosavadním výkladu jsme roztřídili částice do základních skupin. Jedná se o leptony, kvarky a virtuální částice.

Tab. 1 – Rodiny elementárních částic			
Rodina částic	Zástupci		
Leptony	$e^-, e^+, \mu^-, \mu^+, \tau^-, \tau^+, \nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\tau$		
Kvarky	$u, d, s, c, t, b, \bar{u}, \bar{d}, \bar{s}, \bar{c}, \bar{t}, \bar{b}$		
Virtuální částice	foton (elektromagnetická interakce)	8 druhů gluonů (silná jaderná interakce)	W^+, W^-, Z^0 (slabá jaderná interakce)

V tabulce (Tab. 1) vidíme základní rodiny elementárních částic. Významnou částicí, která ještě čeká na plné potvrzení, je Higgsův boson. Reálná existence Higgsova bosonu se všeobecně předpokládala již před jeho objevem a hledání tohoto bosonu bylo soustředěno v CERNu. V roce 2012 byl ohlášen objev Higgsova bosonu, v současnosti (leden 2013) ale ještě není objev této částice zcela potvrzen. Částici předpověděl Peter Higgs a tento boson hraje velmi důležitou roli ve Standardním částicovém modelu. Higgsův boson je projevem Higgsova pole. Důležitým důsledkem tohoto pole je, že „dodává“ hmotnost částicím, jako jsou intermediální bosony W^+, W^-, Z^0 . Zavedením této částice do částicového modelu je vysvětlen mechanismus, který určuje nenulovou hmotnost bosonů W^+, W^- a Z^0 . Právě jejich nenulová hmotnost způsobuje konečný dosah slabé jaderné interakce. Je tedy zřejmé, že existence Higgsova bosonu je pro částicový model velmi důležitá. Higgsův boson byl poslední částicí, kterou model předpovídal a kterou nebylo možné dlouhou dobu detekovat. Obtížnost tohoto úkolu tkvěla v nemožnosti přímého měření Higgsova bosonu. Opět je nutné sledovat produkty nejrůznějších reakcí a z jejich energií zpětně prokázat, že reakce nemůže proběhnout jinak, než s přítomností Higgsova bosonu. Standardní částicový model rovněž nepředpovídá, jaké hmotnosti tento boson dosahuje. Částicovým fyzikům tak nezbývalo než systematicky prohledávat obdobné reakce při různých energiích.

Při popisu základních fyzikálních interakcí jsme doposud neuvažovali popis při velmi vysokých energiích. V sedmdesátých letech 20. století vytvořili Weinberg, Salam a Glashow teoretický rámec, který popisoval možné sloučení elektromagnetické a slabé jaderné interakce při velmi vysoké energii. Teoretická předpověď předpokládala jednotný popis obou interakcí při dostatečně vysoké střední energii částic. Interakce se tak sloučí do jediné, která se nazývá elektroslabá interakce. Podmínky, kdy toto sloučení proběhne, jsou opravdu extrémní. Jen na nejvýkonnějších urychlovačích tehdejší doby bylo možné dosáhnout dostatečné energie, při které je možné pozorovat důsledky elektroslabé interakce. Úsilí částicových fyziků však bylo úspěšné a tato teorie byla experimentálně prokázána.

V dalších letech byla vytvořena teorie popisující sloučení elektroslabé a silné jaderné interakce. Dostala název Teorie velkého sjednocení (GUT), ale experimentální prokázání tohoto konceptu je zatím mimo možnosti experimentátorů. Jednou z předpovědí GUT byla nestabilita protonu, který by se měl rozpadat s poločasem rozpadu $\tau \approx 10^{32}$ let. Tato předpověď byla experimentálně prověřena a proton je nyní považován za stabilní částici. Předpoklad GUT se tedy nepotvrdil.

Dalším postupem bylo možné sloučení GUT s gravitací. K experimentálnímu prověření takového sjednocení nebudeme mít v dohledné době prostředky. Experiment by musel simulovat podmínky panující jen zlomek sekundy ($t = 10^{-42}$ s) po vzniku vesmíru.

Fyzikální interakce popisujeme dvěma teoriemi. Gravitační interakci popisuje Einsteinova Obecná teorie relativity, zatímco k popisu ostatních interakcí využíváme kvantové mechaniky. Je zřejmé, že dochází k rozkolu v našem popisu reality. Používáme dvě teorie, které jsou vzájemně nekompatibilní a které nelze jednoduše sloučit. Jedna teorie

používá k popisu interakce zakřivení prostoru, druhá teorie se snaží působení interakcí ztotožnit s výměnnou virtuálních částic. Cílem fyziků je syntéza těchto přístupů. Dosavadní snahy o sloučení OTR a kvantové mechaniky však vyšly naprázdno. Jakmile se pokusíme oba přístupy svázat dohromady, výsledkem jsou nesmyslná tvrzení ve smyslu nekonečných hmotností či pravděpodobností větších než 1. Tento problém přetrvává již mnoho let a pokoušel se jej vyřešit sám Einstein. V dalších letech pak alespoň částečný úspěch přinesl teoretický rámec, který dnes označujeme jako *teorii superstrun*. Tato teorie je založena na myšlence, která spočívá v popisu objektů mikrosvěta jako vibrujících vláken či smyček připomínající makroskopické struny. Podle vibračního módu („energie vibrace“) pak můžeme ztotožnit struny s pozorovanými částicemi. Obrovským úspěchem tohoto přístupu byl teoretický popis struny příslušející gravitonu. Po tomto úspěchu mnoho fyziků začalo věřit, že superstrunová teorie je správnou cestou k popisu našeho vesmíru. Zdálo se, že superstruny dokáží vyřešit současné hlavní problémy moderní fyziky, jako je například sloučení OTR a kvantové mechaniky. V dalších letech začalo být zřejmé, že zvolený postup bude třeba pozměnit. Hlavní myšlenkou této teorie je existence mnohazměrného prostoru, který se z makroskopického pohledu jeví jako třírozměrný s jednou časovou dimenzí. Pro fungování superstrunové teorie však bylo potřeba počítat s deseti prostorovými rozměry. Výzkum však ukázal, že správné fungování teorie nutně potřebuje další prostorový rozměr. Současná verze superstrunové teorie tak popisuje jedenáct prostorových rozměrů, přičemž ty rozměry, které nepozorujeme, jsou svinuty (kompaktifikovány) do mikroskopických objektů. Naš vesmír si dle tohoto přístupu můžeme představit jako membránu, na které vlají vlákna jednotlivých částic přichycených jedním koncem k membráně. Gravitony pak tvoří smyčky volně membránou prostupující. Tato myšlenka pak řeší obrovský nepoměr mezi gravitační a elektromagnetickou interakcí. Dále je možné, že membrána tvořící náš vesmír je jen jednou z mnoha membrán plujících hyperprostorem. V případě přiblížení dvou membrán bychom pozorovali obdobný efekt, jakým je zrychlená expanze vesmíru.

Na tomto místě je třeba zdůraznit, že teorie superstrun je pouze hypotéza bez experimentální podpory. Její lákavé závěry zatím nejsou potvrzeny a poslední výzkumy ukazují, že existuje obrovské množství verzí této teorie. V této souvislosti mluvíme o *krajíně* supestrunových teorií. Výzkumy ukazují, že tato krajina obsahuje přibližně 10^{500} možných verzí. Kritické superstrunové teorie oprávněně poukazují na skutečnost, že tak obrovský počet možností dovoluje popsat prakticky jakýkoliv vesmír. Teorie superstrun má významný problém, protože nedokáže predikovat experimentálně prokazatelné jevy. To činí teorii neverifikovatelnou. Tento problém způsobuje odklon významné části fyziků ke „konkurenčním“ konceptům.

Často diskutovaný rysem superstrunové teorie je její **matematická elegance**. Jedná se o těžko vysvětlitelný způsob matematického popisu, který je do značné míry subjektivní. Významný americký fyzik Richard Feynman označil jako nejelegantnější rovnici známou Eulerovu rovnost

$$e^{i\pi} + 1 = 0. \quad (99)$$

Tato rovnost obsahuje transcendentní čísla π a e , imaginární jednotku a číslíce 1 a 0. Právě takové vyjádření je matematicky elegantní. Kritické superstrunové teorie pak poukazují na složitost matematického aparátu a eleganci této teorie se snaží bagatelizovat. Tento spor je tedy veden spíše v subjektivní rovině.

10. Symetrie

Termín symetrie se v částicové fyzice či moderní kosmologii vyskytuje velmi často. Představme si nyní experiment zaměřený na měření elektrického napětí běžného galvanického článku. K článku je připojen voltmetr tak, aby měřil svorkové napětí článku. Nyní celý experiment přeneseme o libovolnou vzdálenost. Voltmetr bude ukazovat stále stejné svorkové

napětí. Translace nijak nepoznamená výsledek měření. Obdobný výsledek získáme, když celý experiment otočíme o libovolný úhel. Ani toto natočení nemá vliv na naše měření. Experiment je tedy imunní vůči této transformaci a tato transformace neovlivňuje hodnotu, kterou naměříme.

Jednotlivé fyzikální interakce rovněž podléhají různým symetriím. Například elektromagnetická interakce je imunní vůči symetrii označované jako $U_{loc}(1)$, což je právě symetrie popsaná u výše zmíněného experimentu s měřením elektrického napětí. Jedná se tedy o posun a natočení o úhel. Písmeno U znamená, že se jedná o symetrii unitární. Taková symetrie nemění hodnotu dané veličiny. Unitární symetrie můžeme rozdělit do dvou kategorií – zrcadlení a rotace. Pokud si představíme vektor reprezentující určitou veličinu, jeho rotací či zrcadlením neměníme velikost tohoto vektoru. Slabá jaderná interakce je imunní vůči symetrii $SU(2)$, což se projevuje nerozlišitelností dvou leptonů jednotlivých generací. Například leptony 1. generace jsou elektron a elektronové neutrino. Tyto dvě částice jsou v rámci slabé jaderné interakce považovány za shodné. V rámci elektromagnetické interakce však nemůže být rozdílnějších částic. Elektron nese elementární náboj, zatímco neutrino je elektricky neutrální. V elektromagnetickém poli se budou obě částice chovat zcela odlišně. Slabá jaderná interakce ale neutrino od elektronu „nerozeznává“. Písmeno S v názvu této interakce znamená, že se jedná o speciální symetrii.

V případě vysokých energií je potřeba sjednotit popis elektromagnetické interakce a slabé jaderné interakce, což můžeme zapsat jako

$$U_{loc}(1) \times SU(2). \quad (100)$$

Sjednocená elektroslabá interakce podléhá tedy kombinované symetrii $U(1)_{loc}$ a $SU(2)$. Při poklesu energie dochází k narušení této kombinované symetrie. Toto narušení způsobují Higgsovy bosony, které rovněž dodávají hmotnost intermediálním bosonům slabé jaderné interakce.

Silná jaderná interakce podléhá symetrii $SU(3)$, která je například zodpovědná za to, že silná jaderná interakce „nerozeznává“ barvu kvarků. Díky Pauliho vylučovacímu principu není možné, aby dva fermiony zaujaly stejný kvantový stav. Jednotlivé kvarky jsou fermiony a přesto nalezneme mnoho částic složených ze stejných kvarků. Například neutron je složen ze dvou kvarků d a jednoho kvarku u . Ve velice omezeném prostoru tedy nalezneme dva kvarky se stejnými charakteristikami. Jejich další rozlišení je dáno barvou, a to takovým způsobem, aby výsledná kombinace byla bezbarvá. Silná jaderná interakce nerozliší, jakou barvu (barevný náboj) kvarky nesou. Při velmi vysokých energiích je možné sloučit elektroslabou interakci se silnou jadernou. Kombinovanou symetrii je pak možné zapsat jako

$$U_{loc}(1) \times SU(2) \times SU(3). \quad (101)$$

Opět můžeme nechat klesat teplotu a pozorovat oddělení jednotlivých interakcí. Z původní interakce zahrnující silnou, slabou a elektromagnetickou interakci (GUT) se začnou oddělovat jednotlivé interakce. V rámci celkové interakce GUT se však začnou objevovat nové intermediální částice, které se označují X a Y . Tyto částice dosud nebyly pozorovány, ale v dostatečně horkém zárodečném vesmíru mohl být jejich počet obrovský. Jejich zajímavou vlastností je schopnost přeměny mezi kvarky a leptony. Zatímco dnes tedy rozeznáváme kvarky a leptony jako samostatné rodiny částic, v raném vesmíru panovaly takové podmínky, které dovolovaly přechody mezi těmito dvěma rodinami.

Poslední interakce, která ještě nebyla sloučena s ostatními, je gravitace. Při opravdu extrémních teplotách je možné, že i gravitace se sloučí s GUT do jedné jediné interakce. V současnosti neexistuje ověřený teoretický koncept, který by tento proces popisoval. Dílčí hypotézy ovšem vycházejí ze zavedení tzv. **supersymetrie**. Ve velmi mladém vesmíru, kdy

teplota dosahovala obrovských hodnot, pravděpodobně existovala jedna interakce. K tomu je nutné zavést další intermediální bosony, které se označují příponou „-ino“. Každá z dosud poznaných částic v minulosti měla svého superpartnera, takže rozeznáváme například foton-fotino, elektron-elektrino. Výjimku tvoří neutrino se svým supersymetrickým partnerem neutralinem. Pokud dnes pozorujeme částici, kterou charakterizujeme jako fermion, v minulosti tato částice měla superpartnera, který byl boson. Většina superpartnerů se postupem času rozpadla na lehčí částice. Některé superčástice se mohly zachovat do dnešní doby. Těmito částicemi by mohla být tvořena temná hmota, kterou pozorujeme jako jednu z dominantních složek vesmíru. Kandidátem na temnou hmotu je pak superpartner označovaný jako **wimp**.

Je přirozené očekávat, že procesy v přírodě budou probíhat symetricky. Pokud například sestrojíme kyvadlo podle zrcadlového odrazu jiného kyvadla, je zřejmé, že sestrojené kyvadlo bude totožné se svou předlohou. Tato zrcadlová symetrie se označuje jako **P symetrie** (z angl. parity). Je lhostejné, zda v případě sestrojení nějakého přístroje zaměníme pravou a levou stranu. Oba přístroje budou fungovat stejně. Přesto byly v přírodě pozorovány procesy, kdy tomu tak není. Pokud umístíme izotop kobaltu do silného magnetického pole, během rozpadu budou v různých směrech emitovány elektrony v odlišných počtech. Pravolevá symetrie je v tomto procesu narušena.

Podobně můžeme očekávat, že se v přírodě vyskytují částice pravotočivé i levotočivé v obdobných počtech. Pokud u částice sledujeme vlastní moment hybnosti (spin) v závislosti na směru letu, můžeme určit, zda se jedná o částici pravotočivou či levotočivou. Je to podobné, jako sledovat projektil vystřelený z pušky. Díky drážkování hlavně se projektil roztočí a jeho dráha je stabilnější. Drážkování hlavně lze vytvořit tak, aby se projektil točil jedním či druhým směrem. V přírodě nemáme žádný důvod se domnívat, že jeden směr bude v případě částic preferován. Přesto existují částice, které se vyskytují pouze v jediné variantě. Jedná se o neutrina, která pozorujeme pouze jako levotočivá. Naopak antineutrino se vyskytují pouze jako pravotočivá. I v případě těchto částic je tedy symetrie P narušena.

Pokud sestrojíme zrcadlový obraz kyvadla, očekávali bychom, že jeho chování nebude odlišné od předlohy. Je rovněž přirozené se domnívat, že pokud zaměníme všechny částice za antičástice, bude kyvadlo shodné se svou předlohou (**symetrie C** – z angl. charge). Tato symetrie je ovšem také narušena, protože chování částic a antičástic není totožné. Příkladem mohou být již zmíněná levotočivá neutrino a pravotočivá antineutrino.

Pokud zkombinujeme symetrii P a symetrii C, předpokládáme, že experiment proběhne stejně v případě zaměnění částic za antičástice a zároveň při záměně pravé a levé strany. Tato kombinovaná symetrie je rovněž narušena. Částice, které toto narušení způsobují jsou označeny jako X a Y . Právě částice X a Y jsou intermediální bosony, které souvisejí s interakcí velkého sjednocení GUT (Grand Unified Theory). Jejich působením došlo k narušení symetrie těsně po Velkém třesku. Jednalo se o nepatrné narušení během tvorby částic a antičástic, které vedlo k malému přebytku hmoty nad antihmotou. Narušení způsobilo, že na každou miliardu antičástic připadalo o jednu více částic. Hmota s antihmotou anihilovala za vzniku velkého množství záření. Narušení však způsobilo, že dostatek hmoty tuto fázi vývoje přežil a následně vytvořil ve vesmíru takové systémy, jako jsou galaxie či hvězdkupy. Díky tomuto narušení vznikla tedy i naše Sluneční soustava.

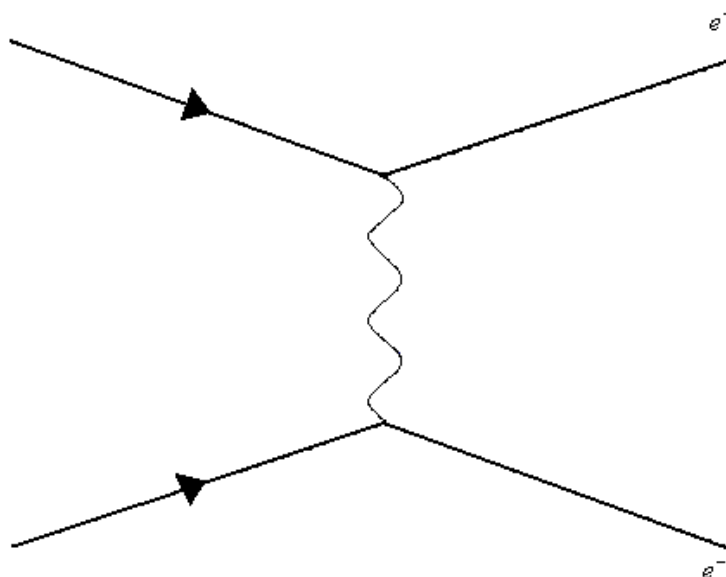
Třetím typem symetrie je **T symetrie**, která zohledňuje fakt, že při obráceném chodu času budou děje probíhat stejně. Pokud si představíme anihilaci elektronu a pozitronu za vzniku fotonu, obrátíme-li tok času, bude probíhat tvorba elektronu a pozitronu z fotonu. Oba děje byly pozorovány. V případě tvorby elektron-pozitronového páru z fotonu nemluvíme o anihilaci, ale o kreaci. Experimentální potvrzení T symetrie nelze provést otočením šipky času. Ale je možné experiment sestrojít tak, aby směry rychlostí částic byly opačné

orientované a došlo tudíž k ději, který proběhne stejně jako v případě reverzního chodu hodin. I v tomto případě je však možné pozorovat narušení symetrie. Popsaný experiment proběhl v roce 1999 ve Fermilabu.

Je možné uvažovat kombinaci symetrie CP a T, která je označována jako CPT symetrie. Z logiky věci plyne, že takto označená symetrie zaručí, že experiment proběhne stejně i v případě, že zaměníme pravou a levou stranu, částice za antičástice a obrátíme tok času. Experimentálně nebylo potvrzeno narušení této kombinované symetrie. Je pravděpodobné, že tato symetrie vůbec narušena není.

11. Feynmanovy diagramy

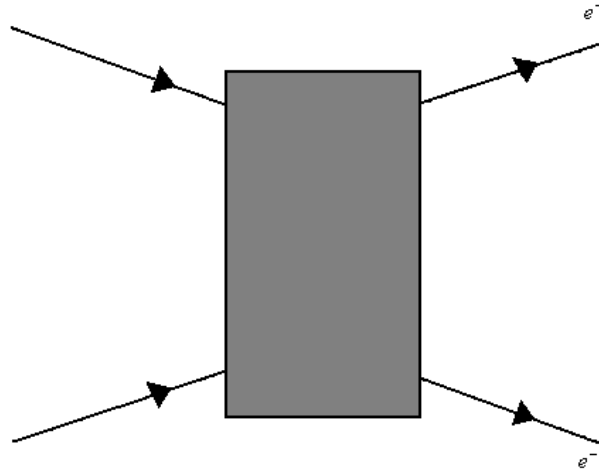
Při řešení Schrödingerovy rovnice bylo zřejmé, že je nutné provést její odvození do relativistického tvaru. Tohoto úkolu se nejlépe zhostil Dirac, který prokázal nezměrné úsilí a intuici při odvození relativistické úpravy této rovnice. Při další práci s rovnicí vyšlo najevo, že některé členy lze ztotožnit s vektorovým a skalárním potenciálem, který popisuje foton. Rovnice tak obsahovala členy popisující elektron a zároveň členy popisující foton. Došlo tak k vytvoření oboru, který dnes nazýváme **kvantová elektrodynamika**. Díky vědcům, jako byl Feynman, Tomonaga či Schwinger, máme moderní elektromagnetickou teorii. Rovnice však získala složitý tvar, který je možné řešit rozvojem do nekonečných řad. Členy této nekonečné řady popisují jednotlivé možné děje, které se v daném systému odehrávají. Pro grafickou interpretaci těchto dějů vytvořil Feynman způsob zobrazení, který je označován jeho jménem – Feynmanovy diagramy. Klasickým příkladem tohoto diagramu je zobrazení, které můžeme ztotožnit s Coulombovým zákonem. Pokud se k sobě přiblíží dvě stejně nabitě částice, dojde působením elektromagnetické interakce k jejich odpuzování. Coulombov zákon nám kvantifikuje toto působení. Feynmanův diagram takového děje je znázorněn na obrázku (Obr. 16).



Obr. 16 – Feynmanův diagram pro Coulombov zákon

Na obrázku si můžeme povšimnout několika oblastí. Částice (v tomto případě elektron) se k sobě přibližují a vysílají intermediální foton. Tento foton způsobí jejich odpuzování. Linie pro oba elektrony jsou otevřené a mají volné konce. Linie fotonu (značen vlnovkou) je uzavřená a oba konce jsou spojeny s jinými liniemi. Částice s otevřenými liniemi je možné detekovat. Uzavřené linie patří částicím, které detekovat nelze. Šipky označují, zda se jedná o částici či antičástici. Šipka „ve směru letu“ náleží částicím. Šipka „proti směru letu“ přísluší antičásticím. Místu, kde se stýká virtuální foton s elektronovou linií, se říká vrchol.

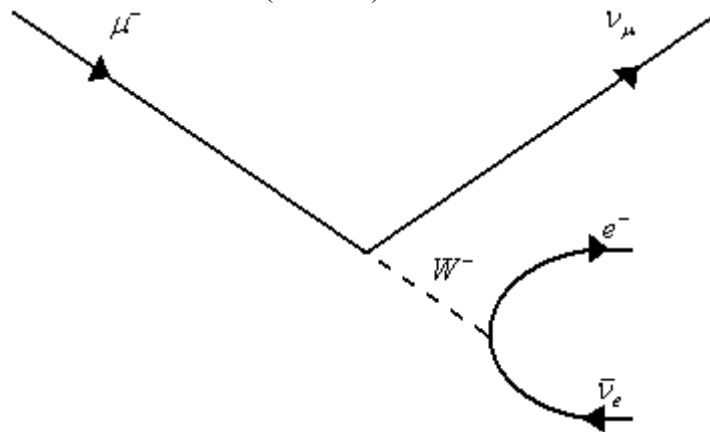
Je velmi důležité si uvědomit, že Feynmanovy diagramy znázorňují členy nekonečné řady. Nejedná se tedy o jednoznačně určené děje a není možné zcela ztotožnit jednotlivé diagramy se skutečným průběhem dějů. Namísto virtuálního fotonu je vhodné dosadit tzv. černou krabičku (Obr. 17), která reprezentuje právě nemožnost grafického znázornění konkrétního děje.



Obr. 17 – Feynmanova "černá krabička"

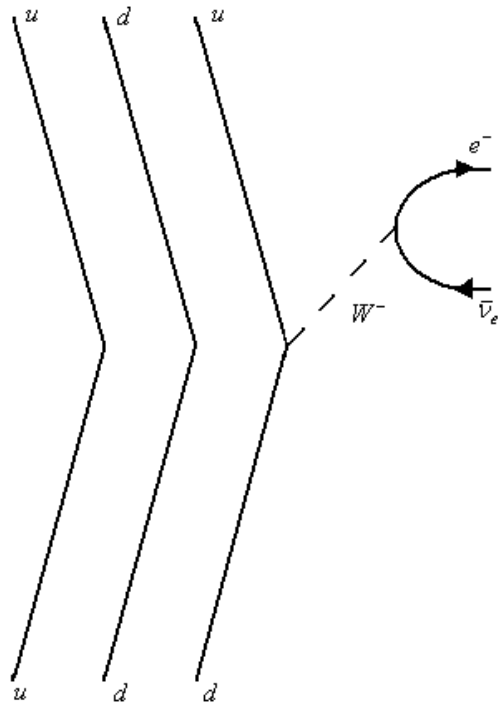
Do černé krabičky je možné dosadit jakýkoliv jiný průběh. Všeobecně se předpokládá, že pravděpodobněji proběhne takový děj, který obsahuje malé množství vrcholů.

Dalším příkladem může být rozpad mionu. Tato částice se rozpadá s poměrně dlouhým poločasem rozpadu na mionové neutrino, elektronové antineutrino a elektron. Během procesu, který souvisí se slabou jadernou interakcí, je vyzářen i intermediální boson W^- . Situace je znázorněna na obrázku (Obr. 18)



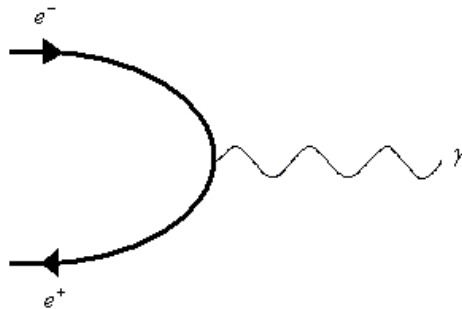
Obr. 18 – Rozpad mionu

Podobně můžeme znázornit (Obr. 19) i rozpad neutronu. Během tohoto rozpadu, za který opět zodpovídá slabá jaderná interakce, se přemění kvark d na kvark u . Během této přeměny je vyzářen intermediální boson W^- , který se následně rozpadne na elektron a jeho věčného souputníka – elektronové antineutrino.

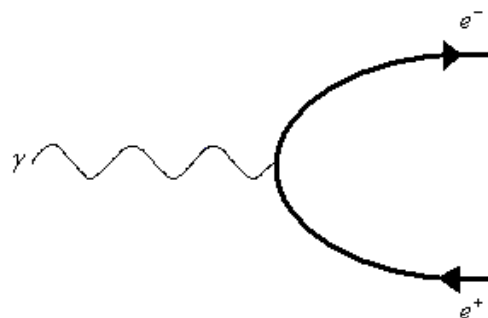


Obr. 19 – Rozpad volného neutronu

Feynman společně se svými studenty vytvořil velké množství podobných diagramů. Jedním z nejjednodušších je diagram pro anihilaci a kreaci (Obr. 20 a Obr. 21).



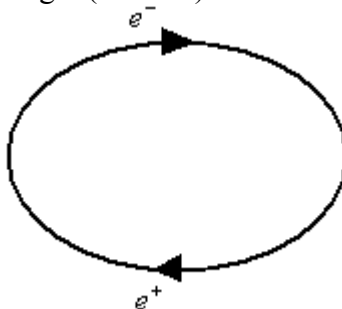
Obr. 20 – Anihilace pozitronu a elektronu



Obr. 21 – Kreaace pozitronu a elektronu

Z obrázků je zřejmé, že pro grafická znázornění používáme jistá pravidla. Fotony znázorňujeme vlnovkou, kvarky a leptony plnou čarou. Intermediální bosony slabé interakce značíme přerušovanou čarou, zatímco intermediální bosony silné jaderné interakce znázorňujeme šroubovicí.

Existuje Feynmanův diagram příslušející ději, který je naší zkušenosti zcela cizí a neexistuje jeho makroskopická analogie (Obr. 22).



Obr. 22 – Virtuální elektron-pozitronový pár

V tomto diagramu nenalezneme žádné otevřené linie, a proto průběh tohoto děje není přístupný našemu pozorování. Detekce tohoto děje není možná. Diagram ukazuje vznik elektronu a pozitronu a jejich následnou anihilaci. Vznik páru částice a antičástice z vakua probíhá za jakékoliv teploty. **Vakuum tedy není absolutně prázdný prostor.** V každém místě prostoru neustále vznikají a zanikají páry částic a antičástic. Jestliže mluvíme o ději, který nelze detekovat, je možné namítnout, zda tedy opravdu popisujeme reálný děj. Důsledky vzniku těchto párů však detekovat lze. V případě pohybu nabitě částice prostorem budou elektron-pozitronové páry vznikat takovým způsobem, který bude respektovat znaménko náboje jednotlivých částic. Příkladem může být reálný elektron pohybující se v okolí atomového jádra. V okolí tohoto elektronu budou vznikat virtuální páry tak, že se pozitron z virtuálního páru bude častěji vyskytovat v blízkosti reálného elektronu. Partner pozitronu z virtuálního páru naopak bude častěji ve větší vzdálenosti reálného elektronu. Tomuto ději se říká **polarizace vakua** a důsledkem takto probíhající tvorby virtuálních párů je malá změna hladiny, ve které elektron obíhá okolo atomového jádra. A právě tato změna hladiny je měřitelná. Pro změnu hladiny se užívá název **Lambův posuv**.

Popsaný děj je v makrosvětě zcela neznámý. Žádný jev makrosvěta není obdobou tohoto jevu, který ukazuje na odlišné zákonitosti, kterými se mikrosvět řídí.

12. Detekce částic

Pro stanovení vlastností elementárních částic je nutné vytvořit takové přístroje, které umožní měřit jejich hmotnost, rychlost či elektrický náboj. V průběhu vývoje částicové fyziky bylo sestaveno mnoho detektorů elementárních částic. V této kapitole se seznámíme s několika základními typy detektorů.

Asi nejjednodušším typem detektoru je přístroj fungující na principu měření důsledku ionizace plynu nabitou částicí. Klasickým zástupcem je všeobecně známý Geigerův počítač. Jedná se o válcovou baňku, ze které je vyčerpán vzduch. Uprostřed baňky je tenký drátek. Stěny baňky a drátek jsou udržovány na rozdílných potenciálech. Elektrické napětí mezi drátkem a stěnami dosahuje přibližně $U = 1000 \text{ V}$. Nabitá částice při průletu baňkou ionizuje okolní plyn. Takto vytvořené ionty lavinovým efektem ionizují další molekuly plynu. Ve výsledku je v baňce dostatek iontů schopných vytvořit elektrický výboj mezi stěnou válce a středovým drátkem. A právě tento výboj je již snadné zaregistrovat jako impuls, který deklaruje detekci částice. Nevýhodou detektoru je jeho dlouhá **mrtvá doba**. Tímto termínem se označuje čas potřebný k návratu detektoru do stavu před registrací částice. Během mrtvé doby není detektor schopen zaregistrovat prolétající částici. Obrovskou výhodou Geigerova počítače je jeho snadná konstrukce a levná vyhodnocovací technika. I z tohoto důvodu obsahovaly první kosmické družice zaměřené na detekci ionizujícího záření ve vesmíru právě Geigerův počítač.

V době prvních výzkumů struktury atomu se používaly i jednodušší aparatury. Existují látky, které při interakci s elektronem vyzařují fotony viditelného světla. K těmto účelům se používal **luminofor**, který při nárazu elektronu slabě zazářil. Systém se vyhodnocoval zrakem a v mnoha podobách se používal velmi dlouhou dobu. Jeho využití můžeme nalézt i u odlišných přístrojů, jako je oscilograf.

Objev radioaktivity je spojen s náhodným umístěním vzorku smolince do stejného prostoru s fotografickou deskou. Desky zachytily záření emitované vzorkem, přestože byly udržovány v naprosté tmě. Tento zvláštní druh záření byl nakonec ztotožněn s ionizujícím zářením vznikajícím při radioaktivním rozpadu. Fotografické desky byly s velkým úspěchem použity i v dalších letech. Pomocí balónů byly desky vynášeny do velkých výšek a po návratu na povrch Země byl jejich záznam vyhodnocován. Desky se uspořádávaly do různých struktur, takže bylo možné určit i trajektorii dané částice. Pomocí balónových experimentů byl například objeven mion.

K identifikaci částice potřebujeme znát několik základních parametrů. Důležitá je znalost elektrického náboje a hybnosti. Z hybnosti snadno zjistíme hmotnost částice a společně s elektrickým nábojem můžeme daný projev ztotožnit s konkrétní částicí. Až složitější systémy detektorů dokázaly zaznamenat všechny důležité parametry průletu částice tak, aby bylo možné částici identifikovat. Příkladem takto komplexního detektoru je mlžná komora. Princip mlžné komory není opět nijak složitý. Komora obsahuje plyn, který při prudké změně objemu komory začne kondenzovat. V komoře se vytvoří mlha složená z malých kapiček kondenzovaného plynu. Prolétající nabitá částice ionizuje plyn ve svém okolí a začne vytvářet hustší oblasti vyplněné kondenzovaným plynem. Pokud v tomto okamžiku komoru nasvítíme, hustší oblasti jsou viditelné a ukazují trajektorii částice. Podle stopy částice můžeme určit její parametry. Pokud navíc umístíme komoru do magnetického pole, dráhy částic se zakříví v závislosti na jejich elektrickém náboji. Pomocí mlžné komory tak můžeme určit důležité parametry detekovaných částic. Mlžné komory byly dále vylepšovány, takže dnes není nutné měnit objem v komoře. Využívají se odlišné způsoby, které vytvoří dostatečné množství kondenzovaných kapiček plynu (difúzní mlžná komora). Jako plyn v komoře se dlouhou dobu používala vodní pára. Současné systémy používají páry izopropylalkoholu a příbuzných látek. Výhodou mlžné komory je její názornost. Při spojení s fotoaparátem můžeme zaznamenávat dráhy nabitých částic velice spolehlivě a systém navíc dovoluje plnou automatizaci. Nevýhodou prvních komor byla dlouhá prodleva mezi expanzí plynu a opětovným nastolením výchozích podmínek.

Dalším krokem kupředu byla konstrukce bublinkových komor. Komora obsahovala kapalinu těsně pod bodem varu. I za běžných teplot můžeme snadno kapalinu dostat do takového stavu pomocí regulace tlaku uvnitř komory. Kapalina je udržována při vysokém tlaku těsně pod bodem varu. Vlastní měření probíhá ve spojení s krátkodobým prudkým poklesem tlaku uvnitř komory. Kapalina nezačne okamžitě vřít, ale po krátký čas je v nestabilním stavu, který označujeme jako **přehřátá kapalina**. I malý impuls způsobí var takové kapaliny. A právě tímto impulsem je prolétající částice, kolem které se začnou okamžitě tvořit bublinky páry. V tomto okamžiku se situace v komoře vyfotografuje a následně je tlak zvýšen na výchozí hodnotu. Kapalina se tak vrátí do stavu, kdy je těsně pod bodem varu, a měření můžeme opakovat. Celé zařízení lze opět umístit do magnetického pole.

Dalším vývojem byla vytvořena komora obsahující velké množství vhodně uspořádaných vodičů. Z jednotlivých drátků byly sestaveny mřížky a tyto mřížky se paralelně poskládaly. Prolétající částice ionizuje inertní plyn, kterým jsou mřížky obklopeny. Následně je na mřížky krátce přivedeno vysoké napětí a ionty vzniklé průletem částice lavinovým efektem vytvoří elektrický výboj. Tento princip tedy v mnohém připomíná Geigerův počítač. Obrovskou výhodou uvedené komory je ovšem skutečnost, že jednotlivé drátky mohou být přivedeny k vlastnímu vyhodnocovacímu přístroji. Výboj tedy lze snadno lokalizovat. Navíc

jsou mřížky poskládány do konfigurace, která umožňuje sledování výbojů v prostoru. Máme tedy informaci o směru letu částice. Takto uspořádaný detektor se nazývá jiskrová komora. Použití jiskrové komory umožňuje studium i velice krátkodobých jevů. Jednotlivé drátky sestavené do mřížek navíc přímo vybízejí k vyhodnocení měření pomocí počítače. Jednotlivá měření tak lze zpracovávat elektronicky.

Moderní detektory využívají podobných principů, ale postupným vývojem došlo k významnému posunu vyhodnocení měření. Vlastní detektory jsou v současnosti vyráběny s daleko vyšší rozlišovací schopností. Navíc jsou jednotlivé detektory kombinovány tak, aby byly zachyceny všechny produkty vznikající při sledovaném jevu. Některé typy jsou složeny z mnoha vrstev, z nichž každá umožňuje detekci jiného druhu částic. Lehké částice jsou registrovány blízko proběhlého rozpadu či srážky. Další vrstvy pak sledují těžší částice schopné prolétnout detektorem do větší vzdálenosti. Z detektoru bez potíží uniká pouze neutrino. Z energetické bilance srážky však neutrino snadno nepřímo pozorujeme díky chybějící hmotnosti či hybnosti. Největší urychlovače jsou stavěny tak, aby každou sekundu došlo k obrovskému počtu srážek. Z detektorů tak každým okamžikem přichází nepředstavitelné množství dat, které je třeba zpracovat. Důležitou součástí detektorů je tedy v současnosti vyhodnocovací technika, která musí zpracovat výsledky velkého množství měření a následně statisticky určit, zda v případě některých srážek nedošlo k tvorbě zajímavých částic. Situace se navíc komplikuje u částic, jako je Higgsův boson. Standardní částicový model tuto částici vyžaduje, protože jejím důsledkem je nenulová hmotnost intermedieálních částic W^+ , W^- a Z^0 . Standardní částicový model ale neudává, jaké hmotnosti Higgsův boson nabývá. Teoreticky jsou určeny pouze intervaly pravděpodobných energií, které je třeba systematicky prohledat. Měření tak probíhá při různých energiích, kdy se hledají možné známky přítomnosti Higgsova bosonu v produktech vysoce energetických srážek.

13. Kvantová mechanika

Současná teoretická fyzika má v rukou dva velice úspěšné nástroje pro zkoumání našeho světa. Jedná se o OTR a kvantovou mechaniku. Obě teorie velice přesně popisují odlišné jevy. Obecná teorie relativity popisuje zakřivení časoprostoru hmotnými tělesy. Jedná se tedy o teorii, která je vhodná pro popis makroskopických těles. Doménou kvantové mechaniky jsou objekty mikroskopických rozměrů. Závěry kvantové mechaniky nejsou ve shodě s naší přirozenou zkušeností. Při studiu kvantové mechaniky je třeba mít neustále na paměti, že mikroskopické objekty se řídí často velmi nečekanými zákonitostmi.

Těsně po publikování OTR nebyla tato teorie zcela doceněna. Některé Einsteinovy závěry se zdály být příliš odvážné. V této době OTR velmi popularizuje A. Eddington. Sám Eddington se snaží podat experimentální důkaz OTR během zatmění Slunce v roce 1919. Při jednom rozhovoru položil novinář Eddingtonovi otázku, zda je pravda, že teorii relativity rozumí na celém světě pouze tři lidé. Eddington se na chvíli zamyslel a pak odpověděl: „Nemohu si vzpomenout, kdo je ten třetí.“ Ve 20. letech 20. století pak zažívá obrovský rozvoj kvantová mechanika. O mnoho let později prohlásil R. Feynman: „Možná byly doby, kdy teorii relativity rozumělo pouze několik osob. Bezpečně však mohu prohlásit, že kvantové mechanice nerozumí nikdo.“

Kvantová mechanika je jednou z nejpropracovanějších teorií. Přestože se může zdát poněkud abstraktní, je tato teorie je velice přesně podpořena experimenty.

14. Vlnová funkce

V kvantové mechanice přiřazujeme částici **vlnovou funkci**. Tato skutečnost vychází z vlnově korpuskulárního charakteru částic. Některé experimenty naznačují, že částice jako elektron vykazují vlnové vlastnosti (Davissonův – Germerův pokus, 1927). Jiné experimenty

ukazují spíše korpuskulární vlastnosti částic. Částici přiřadíme vlnovou funkcí, která je obecně komplexní

$$\psi \equiv \psi(\vec{r}, t). \quad (102)$$

Tato vlnová funkce musí splňovat několik matematických podmínek:

- jednoznačnost při všech hodnotách argumentů
- spojitost funkce a jejích prvních derivací při všech hodnotách argumentů
- ohraničenost při všech hodnotách argumentů
- kvadratická integrabilita

Poslední podmínka předpokládá konečnost integrálu

$$\int |\psi|^2 dV. \quad (103)$$

Výraz $|\psi|^2$ je tzv. **hustota pravděpodobnosti**. Vlnová funkce je normovaná, když

$$\int |\psi|^2 dV = 1. \quad (104)$$

Vlnová funkce volné částice je dána vztahem

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 \exp\left[\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{r} - Et)\right], \quad (105)$$

kde ψ_0 je amplituda, výraz $\frac{\vec{p}\vec{r} - Et}{\hbar}$ představuje fázi vlny a \vec{p} je hybnost. Protože se jedná o volnou částici, můžeme celkovou energii E ztotožnit s kinetickou energií E_k . Ze vztahu (105) vidíme, že kromě argumentů \vec{r}, t obsahuje vlnová funkce ještě parametry, které charakterizují částici. Argumenty a parametry musíme důsledně odlišovat. Výběr argumentů vlnové funkce není libovolný, ale je omezen tzv. principem komplementarity.

15. Vlnová rovnice

Pokud se částice pohybuje v poli sil, je třeba určit diferenciální rovnici, ze které lze získat vlnovou funkci ψ . Tato tzv. Schrödingerova rovnice umožňuje určit časový vývoj kvantově-mechanické soustavy

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U \right) \psi, \quad (106)$$

kde U je potenciální energie, m je hmotnost částice a symbol Δ označuje Laplaceův operátor. Tento diferenciální operátor lze zapsat jako

$$\Delta = \nabla \cdot \nabla = \nabla^2 = \text{div grad}$$

nebo

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Za určitých podmínek pro potenciální energii můžeme z rovnice (106) získat tzv. bezčasovou Schrödingerovu rovnici, která dovoluje vypočítat energii soustavy. Její tvar obvykle píšeme jako

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U(\vec{r})\psi = E\psi. \quad (107)$$

16 Operátory kvantové mechaniky

Kvantová mechanika využívá jiného matematického aparátu než klasická fyzika. Místo dynamických proměnných užíváme operátory, které můžeme definovat jako **předpis** (pravidlo), kterým je funkci f přiřazena funkce g . Tuto skutečnost zapíšeme

$$\hat{A}f = g. \quad (108)$$

Operátor se obvykle značí „stříškou“ nad symbolem. Příkladem může být

$$\hat{A} = \sin, \quad \hat{A} = \frac{d}{dx}, \quad \hat{A} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}. \quad (109)$$

Na operátory kvantové mechaniky klademe dva důležité požadavky. Operátory kvantové mechaniky musí být lineární a hermiteovské. První požadavek zajišťuje, aby bylo vyhověno principu superpozice stavů. Druhý zajišťuje shodu teorie s měřením s ohledem na reálnost naměřených hodnot.

Existují situace, kdy při aplikaci operátoru na nějakou funkci je výsledkem násobek této funkce. To můžeme symbolicky vyjádřit takto

$$\hat{L}f = Lf. \quad (110)$$

Funkci f ze vztahu (110) nazýváme **vlastní (charakteristickou) funkcí operátoru \hat{L}** , příslušné hodnoty L nazýváme **vlastní (charakteristické) hodnoty operátoru \hat{L}** . Hodnoty L tvoří množinu vlastních čísel, kterou nazýváme **spektrém operátoru**. V situaci, kdy vlastnímu číslu L_n přísluší několik lineárně nezávislých funkcí, mluvíme o **degenerovaném** spektru. Opačným případem je stav, kdy každému vlastnímu číslu L_n přísluší pouze jedna vlastní funkce. Pak mluvíme o spektru **nedegenerovaném**.

Jak již bylo řečeno, jsou operátory kvantové teorie **lineární**. Operátor \hat{L} je lineární, pokud pro libovolné přípustné funkce f_1, f_2 a libovolné komplexní koeficienty c_1, c_2 platí

$$\hat{L}(c_1f_1 + c_2f_2) = c_1\hat{L}f_1 + c_2\hat{L}f_2 = c_1g_1 + c_2g_2. \quad (111)$$

Dalším požadavkem byla **hermitičita** operátorů. Takový operátor má reálná vlastní čísla, což je nutné, pokud se jedná o operátor fyzikální veličiny. Pro hermiteovský operátor \hat{L} platí

$$\int_a^b u_1^*(\hat{L}u_2) dx = \int_a^b u_2(\hat{L}u_1)^* dx, \quad (112)$$

kde u_1, u_2 jsou libovolné funkce \hat{L} . Pokud bude platit

$$u_1 = f, \quad u_2 = f,$$

kde f je vlastní funkce operátoru \hat{L} , pak lze zapsat

$$L \int f^* f dx = L^* \int f^* f dx. \quad (113)$$

Ze vztahu (113) můžeme určit, že

$$L^* = L.$$

Tento vztah vyjadřuje reálnost vlastních čísel hermiteovského operátoru. Hermiteovské operátory rovněž někdy označujeme jako operátory samosdružené či samoadjungované. V kvantové mechanice hrají stěžejní roli lineární a hermiteovské operátory (LHO).

V případě působení více operátorů je třeba poznamenat, že výsledek nemusí být nezávislý na **pořadí** působení operátorů na funkci. Tato skutečnost vede k závažným fyzikálním důsledkům, a proto je třeba zavést **komutátor**, který označujeme

$$[\hat{P}, \hat{Q}] = \hat{P}\hat{Q} - \hat{Q}\hat{P}. \quad (114)$$

Komutátor u komutujících operátorů je nulový, u nekomutujících operátorů nabývá komutátor nenulové hodnoty. Mějme dva operátory

$$\hat{P} = x^2, \hat{Q} = \frac{d}{dx}$$

pak

$$[\hat{P}, \hat{Q}] = 0 - 2x = -2x \neq 0.$$

Tyto dva operátory tedy nekomutují. Mějme odlišné dva operátory

$$\hat{A} = x^2, \hat{B} = \frac{\partial}{\partial y}$$

pak platí

$$[\hat{A}, \hat{B}] = x^2 \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} x^2 = 0.$$

Tyto dva operátory spolu komutují.

Označíme-li výsledek působení lineárního hermiteovského operátoru \hat{A} s vlastními čísly A_j a vlastními funkcemi g_j jako

$$\hat{A}g_j = A_j g_j,$$

můžeme definovat **maticové elementy** jako čísla

$$A_{mn} = \int f_m^* \hat{A} f_n dx = (f_m, \hat{A} f_n).$$

Uspořádáme-li tato čísla do řádků podle prvního indexu a do sloupců podle druhého indexu, obdržíme klasickou obdélníkovou matici.

17. Ortogonalita a ortonormalita

Pokud pro dvě libovolné funkce f, g platí vztah

$$\int f^* g dx = 0, \quad (115)$$

kde se integrace provádí v definičním oboru funkcí, nazýváme tyto funkce ortogonálními.

Platí-li pro funkce f_m, f_n vztah

$$\int f_n^* f_m dx = \delta_{mn}, \quad (116)$$

mluvíme o ortonormalnosti těchto funkcí. Symbol δ_{mn} je nazýván Kroneckerovým delta, přičemž platí

$$\delta_{mn} = 0 \text{ pro } m \neq n$$

$$\delta_{mn} = 1 \text{ pro } m = n.$$

Kroneckerovo delta tedy v n-rozměrném prostoru představuje vždy jednotkovou matici, například

$$\delta_{mn} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

18. Diracova symbolika

V kvantové mechanice se setkáváme s různými způsoby zápisu. Poněkud méně běžným způsobem je zápis pomocí Diracovy symboliky (Diracovy notace, braketové symboliky). Jedná se přitom o velice přehledný a úsporný způsob zápisu jinak složitých vztahů. K tomuto způsobu zápisu můžeme dojít následovně.

Uvažujme o úplné soustavě ortonormálních funkcí ψ_k , kde k představuje nějakou posloupnost přirozených čísel. Pokud můžeme libovolnou funkci φ téže třídy rozložit do tvaru

$$\varphi = \sum_k c_k \psi_k, \quad (117)$$

kde c_k jsou komplexní čísla, je funkce φ nahrazena souborem čísel c_1, c_2, \dots, c_n . O souboru funkcí $\{\psi_k\}$ hovoříme jako o **úplném souboru funkcí**. Místo vlnové funkce můžeme užít stavový vektor, jehož souřadnicemi jsou čísla c_k . Tato čísla vypočteme ze vztahu

$$c_m = \int_{\alpha}^{\beta} \psi_m^* \varphi dx. \quad (118)$$

To lze podle Diraca zapsat jako

$$c_m = \langle \psi_m | \varphi \rangle. \quad (119)$$

Symbol $\langle \psi_m |$ nazýváme „bra“ vektor a komplexně sdružený symbol $|\psi_m\rangle$ „ket“ vektorem od anglického slova bracket = závorka.

Tímto způsobem zápisu tedy zapíšeme vlastní funkce $\psi_n(x)$ a $\psi_m^*(x)$ jako

$$\begin{aligned} \psi_n(x) &\equiv \langle x | n \rangle \\ \psi_m^*(x) &\equiv \langle m | x \rangle. \end{aligned} \quad (120)$$

Vztah $\hat{L}\psi_n = L_n\psi_n$ pak můžeme zapsat jako

$$\hat{L}|L_n\rangle = L_n|L_n\rangle. \quad (121)$$

Relace ortonormality pak zapíšeme jako

$$\begin{aligned} \int \langle m | x \rangle \langle x | n \rangle dx &= \langle m | n \rangle = \delta_{mn} \\ \int \langle L_m | x \rangle \langle x | L_n \rangle dx &= \langle L_m | L_n \rangle = \delta_{L_m L_n} \end{aligned} \quad (122)$$

Maticové elementy vyjádříme

$$A_{mn} = \langle m | A | n \rangle. \quad (123)$$

Stavový vektor pak lze vyjádřit jako $|a\rangle$ a vektor komplexně sdružený jako $\langle a|$. Takové vektory si můžeme představit jako sloupcové, resp. řádkové

$$|a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad \langle a| = (a_1^*, a_2^*, a_3^*, \dots). \quad (124)$$

Z rovnice

$$|b\rangle = \hat{F}|a\rangle \quad (125)$$

vidíme, že při působení operátoru \hat{F} na ketvektor, vzniká obecně jiný ketvektor. Platí rovněž

$$\langle b| = \langle a| \hat{F}. \quad (126)$$

Tuto skutečnost vyjádříme tak, že hermiteovské operátory působí na bravektory zprava a na ketvektory zleva.

Zápis

$$\langle a|b\rangle \quad (127)$$

označuje **skalární součin**. Můžeme tedy zapsat

$$\langle a|b\rangle = \langle b|a\rangle^*. \quad (128)$$

Součinem bravektoru a ketvektoru je **skalár** (obecně je to komplexní číslo). Ve Feynmanově interpretaci je toto číslo amplitudou pravděpodobnosti přechodu soustavy ze stavu $|b\rangle$ do stavu $|a\rangle$.

Součinem ketvektoru a bravektoru $|a\rangle\langle b|$ vzniká **operátor**. Schrödingerovu rovnici můžeme zapsat ve tvaru

$$\hat{H}|\psi\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle. \quad (129)$$

Pokud se snažíme popsat izolovanou, nerušenou soustavu, pak označíme hamiltonián \hat{H}_0 . Nyní budeme hledat řadu funkcí $|\Phi_k\rangle$, které získáme řešením rovnice

$$\hat{H}_0|\Phi_k\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}|\Phi_k\rangle. \quad (130)$$

Zprvu budeme předpokládat, že \hat{H}_0 je nezávislý na času. Pro vektory $|u_k\rangle$, pro které má hamiltonián vlastní hodnoty E_k , platí vztah

$$\hat{H}_0|u_k\rangle = E_k|u_k\rangle. \quad (131)$$

Vzhledem k ortonormalitě vektorů $|u_k\rangle$ můžeme psát

$$\langle u_e|u_k\rangle = \delta_{ek}. \quad (132)$$

Z toho plyne

$$|\Phi_k\rangle = a_k(t) \cdot |u_k\rangle \quad (133)$$

a po dosazení do (130) získáme

$$\hat{H}_0|\Phi_k\rangle = a_k(t)\hat{H}_0|u_k\rangle = a_k(t)E_k|u_k\rangle = |u_k\rangle i\hbar \frac{\partial a_k(t)}{\partial t}. \quad (134)$$

Dále určíme

$$a_k(t) = a_k(0) \cdot \exp\left[-\frac{i}{\hbar}E_k t\right]. \quad (135)$$

Z normovací podmínky

$$\langle \Phi_k|\Phi_k\rangle = 1 \quad (136)$$

plyne

$$|\Phi_k\rangle = \exp\left[-\frac{i}{\hbar}E_k t\right] \cdot |u_k\rangle. \quad (137)$$

To znamená, že vlastní funkce v tomto případě závisí na času harmonicky. Je-li možné stav systému popsat vlastním vektorem $|\Phi_k\rangle$, jeho obecný stav $|\psi\rangle$ je pak možné vyjádřit lineární kombinací vlastních vektorů

$$|\psi\rangle = \sum_k C_k |\Phi_k\rangle = \sum_k C_k \exp\left[-\frac{i}{\hbar}E_k t\right] \cdot |u_k\rangle, \quad (138)$$

přičemž platí, že $|C_k|^2$ je pravděpodobnost zastoupení $|\Phi_k\rangle$ v obecném stavu $|\psi\rangle$. Koeficienty tohoto rozkladu zapíšeme ve tvaru

$$C_k = \langle \Phi_k|\psi\rangle. \quad (139)$$

Složitější situace nastává, pokud na soustavu působí síly měnící její dynamický stav. V takovém případě musíme použít celkový hamiltonián \hat{H} . Pro tento operátor platí

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}', \quad (140)$$

kde \hat{H}' označuje operátor poruchy. Vztah (138) je pak možné rozepsat jako

$$|\psi\rangle = \sum_k C_k(t) \cdot |\Phi_k\rangle. \quad (141)$$

Dosazením tohoto vztahu do Schrödingerovy rovnice získáváme soustavu rovnic pro $C_k(t)$, kterou je možné řešit například poruchovým počtem.

19. Matice hustoty

Potřebujeme-li v kvantové mechanice popsat soubor mikrosystémů, z nichž každý může být v jiném stavu, je situace složitější. Taková soustava mikrosystémů se nazývá smíšeným souborem. Každému mikrosystému přísluší určitá vlnová funkce a mikrosystém je v souboru zastoupen s pravděpodobností p_n .

Uvažujme nyní takový smíšený systém, ve kterém je stav $|\psi_n\rangle$ realizován s pravděpodobností p_n . Pokud chceme určit střední hodnotu veličiny reprezentované operátorem \hat{A} , využijeme vztahu

$$\bar{A} = \sum_n p_n \langle \psi_n | \hat{A} | \psi_n \rangle. \quad (142)$$

Vztah (142) můžeme přepsat jako

$$\bar{A} = \sum_{n,k} p_n \langle \psi_n | \hat{A} | u_k \rangle \langle u_k | \psi_n \rangle \quad (143)$$

neboli

$$\bar{A} = \sum_{n,k} \langle \psi_n | \hat{A} | u_k \rangle \langle u_k | \psi_n \rangle p_n. \quad (144)$$

Zřejmě je možno psát

$$\bar{A} = \sum_k \langle u_k | \hat{\rho} \hat{A} | u_k \rangle. \quad (145)$$

Dostáváme důležité vztahy

$$\hat{\rho} = \sum_n p_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n| \quad (146)$$

$$\bar{A} = Sp(\hat{\rho} \hat{A}), \quad (147)$$

kde symbolem $\hat{\rho}$ označujeme **matici (operátor) hustoty**, někdy nazývaný jako statistický **operátor**. Symbol Sp značí součet všech diagonálních elementů matice v libovolné reprezentaci (stopa matice). Označení tohoto součtu vychází z německého *Spur* – stopa někdy se rovněž můžeme setkat se symbolem Tr , který vychází z anglického *Trace*.

V případě, že $|\psi_n\rangle$ není vlastním stavem operátoru, můžeme provést rozklad

$$|\psi_n\rangle = \sum_k C_{nk} \exp\left[-\frac{i}{\hbar} E_k t\right] \cdot |u_k\rangle. \quad (148)$$

Vztah (148) můžeme dosadit do vztahu (146), takže

$$\hat{\rho} = \sum_{n,k,e} p_n C_{nk} C_{ne}^* \exp\left[-\frac{i}{\hbar} (E_k - E_e) t\right] |u_k\rangle \langle u_e|. \quad (149)$$

Maticový prvek ρ_{mj} je dán vztahem

$$\rho_{mj} = \langle u_m | \hat{\rho} | u_j \rangle \quad (150)$$

a můžeme tedy psát

$$\rho_{mj} = \sum_{n,k,l} p_n C_{nk} C_{ne}^* \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E_k - E_e)t\right] \cdot \delta_{mk} \delta_{ej} \quad (151)$$

a po úpravě

$$\rho_{mj} = \sum_n p_n C_{nm} C_{nj}^* \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E_m - E_j)t\right]. \quad (152)$$

Diagonální prvek matice zapíšeme jako

$$\rho_{jj} = \sum_n p_n |C_{nj}|^2. \quad (153)$$

Operátor hustoty $\hat{\rho}$ je hermiteovským operátorem, protože platí

$$\begin{aligned} \langle \varphi | \hat{\rho} | \xi \rangle &= \sum_n p_n \langle \varphi | \psi_n \rangle \langle \psi_n | \xi \rangle = \\ &= \sum_n p_n \langle \psi_n | \xi \rangle \langle \varphi | \psi_n \rangle = \left(\sum_n p_n \langle \xi | \psi_n \rangle \langle \psi_n | \varphi \rangle \right)^* = \langle \xi | \hat{\rho} | \varphi \rangle^* \end{aligned}$$

Jak je uvedeno výše, stopa matice operátoru hustoty je normována k jedné $Sp\hat{\rho} = 1$.

20. Závislost matice hustoty na času

Nyní vyšetříme časovou závislost operátoru hustoty. Uvažujme rovnici

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = i\hbar \sum_n p_n \left[\frac{\partial |\psi_n\rangle}{\partial t} \langle \psi_n| + |\psi_n\rangle \frac{\partial \langle \psi_n|}{\partial t} \right]. \quad (154)$$

V této rovnici vystupují časové derivace $\frac{\partial |\psi_n\rangle}{\partial t}$ a $\frac{\partial \langle \psi_n|}{\partial t}$, které můžeme určit ze Schrödingerovy rovnice (129)

$$i\hbar \frac{\partial |\psi_n\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\psi_n\rangle. \quad (155)$$

Vztah (155) vynásobíme členem $\langle \psi_n|$, takže

$$i\hbar \langle \psi_n | \frac{\partial |\psi_n\rangle}{\partial t} = \langle \psi_n | \hat{H} | \psi_n \rangle. \quad (156)$$

Komplexně sdružená rovnice je dána vztahem

$$-i\hbar \frac{\partial \langle \psi_n |}{\partial t} = \langle \psi_n | \hat{H} | \psi_n \rangle^* = \langle \psi_n | \hat{H} | \psi_n \rangle, \quad (157)$$

což je způsobeno tím, že operátor \hat{H} je hermiteovský.

Po úpravě získáváme

$$-i\hbar \frac{\partial \langle \psi_n |}{\partial t} = \langle \psi_n | \hat{H}. \quad (158)$$

S ohledem na vztahy (156) a (158) dosadíme za derivace $\frac{\partial |\psi_n\rangle}{\partial t}$ a $\frac{\partial \langle \psi_n|}{\partial t}$ do rovnice (154).

Můžeme tedy zapsat

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \sum_n p_n \left[\hat{H} |\psi_n\rangle \langle \psi_n| - |\psi_n\rangle \langle \psi_n| \hat{H} \right], \quad (159)$$

což lze upravit na tvar

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \hat{H} \sum_n p_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n| - \left(\sum_n p_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n| \right) \hat{H}. \quad (160)$$

Ze vztahu (160) je zřejmé

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}]. \quad (161)$$

Nyní uvažujme rozklad celkového hamiltoniánu

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1, \quad (162)$$

kde

$$\hat{H}_0 |u_k\rangle = E_k |u_k\rangle \quad (163)$$

a \hat{H}_1 symbolizuje operátor vzájemného působení mezi uvažovanou soustavou a rušivým vlivem. Pak můžeme zapsat

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}_0, \hat{\rho}] + [\hat{H}_1, \hat{\rho}], \quad (164)$$

což lze přepsat do maticového tvaru a rozložit na

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{ij}}{\partial t} = [\hat{H}_0, \hat{\rho}]_{ij} + [\hat{H}_1, \hat{\rho}]_{ij}. \quad (165)$$

Dále můžeme člen $[\hat{H}_0, \hat{\rho}]_{ij}$ následovně zjednodušit

$$[\hat{H}_0, \hat{\rho}]_{ij} = \langle u_i | \hat{H}_0 \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{H}_0 | u_j \rangle = \langle u_i | \hat{H}_0 \hat{\rho} | u_j \rangle - \langle u_i | \hat{\rho} \hat{H}_0 | u_j \rangle. \quad (166)$$

Tento vztah upravíme na

$$[\hat{H}_0, \hat{\rho}]_{ij} = E_i \langle u_i | \hat{\rho} | u_j \rangle - E_j \langle u_i | \hat{\rho} | u_j \rangle = (E_i - E_j) \rho_{ij}. \quad (167)$$

Vztah (167) dosadíme do rovnice (165) a získáváme

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{ij}}{\partial t} = (E_i - E_j) \rho_{ij} + [\hat{H}_1, \hat{\rho}]_{ij}. \quad (168)$$

Nyní se zaměříme na člen $[\hat{H}_1, \hat{\rho}]_{ij}$. Poruchovou část hamiltoniánu \hat{H}_1 je výhodné rozdělit na dvě části

$$\hat{H}_1 = \hat{H}_r + \hat{H}'. \quad (169)$$

Ve vztahu (169) hamiltonián \hat{H}_r označuje působení uvnitř systému a hamiltonián \hat{H}' označuje působení vnějších polí na uvažovanou soustavu. Časovou derivaci matice hustoty pak můžeme zapsat ve tvaru

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{ij}}{\partial t} = (E_i - E_j) \rho_{ij} + [\hat{H}', \hat{\rho}]_{ij} + [\hat{H}_r, \hat{\rho}]_{ij}. \quad (170)$$

Lze ukázat, že soustava nacházející se v čase $t = 0$ ve stavu $|u_1\rangle$ se pod vlivem \hat{H}_r vyvíjí tak, že ρ_{11} klesá exponenciálně s časem.

Předpokládáme-li nulové působení vnějších sil na soustavu $\hat{H}' = 0$, pak můžeme zapsat soustavu rovnic

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{1j}}{\partial t} = (E_1 - E_j) \rho_{1j} + \sum_k (H_{r1k} \rho_{kj} - \rho_{1k} H_{rkj}) \quad (171)$$

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = \sum_k (H_{r1k} \rho_{k1} - \rho_{1k} H_{rk1}). \quad (172)$$

V rovnici (171) můžeme za předpokladu $j = 0$ zanedbat všechna ρ_{kj} kromě členu ρ_{11} . Získáváme tedy

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{1j}}{\partial t} = (E_1 - E_j) \rho_{1j} - \rho_{11} H_{r1j} \quad (173)$$

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = \sum_k (H_{1k} \rho_{k1} - \rho_{1k} H_{k1}). \quad (174)$$

V rovnici (174) je u členu H_{rk1} a H_{r1k} vynecháno ve spodním indexu r . V rovnici (173) zaměníme všechny indexy j za indexy k a v takto vzniklém členu H_{r1k} opět vynecháme spodní index r . Můžeme tedy psát

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{1k}}{\partial t} = (E_1 - E_k) \rho_{1k} - \rho_{11} H_{1k}. \quad (175)$$

Vytvoříme hermiteovsky sdruženou rovnici, což můžeme provést díky hermiteovským operátorům $\hat{\rho}$ a H . Získáváme vztah

$$-i\hbar \frac{\partial \rho_{k1}^*}{\partial t} = (E_1 - E_k) \rho_{k1}^* - \rho_{11}^* H_{k1}^*, \quad (176)$$

z čehož plyne

$$-i\hbar \frac{\partial \rho_{k1}}{\partial t} = (E_1 - E_k) \rho_{k1} - \rho_{11} H_{k1}. \quad (177)$$

Nyní derivujeme rovnici (174) pro $\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t}$ a získáváme vztah

$$i\hbar \frac{\partial^2 \rho_{11}}{\partial t^2} = \sum_k \left(H_{1k} \frac{\partial \rho_{k1}}{\partial t} - \frac{\partial \rho_{1k}}{\partial t} H_{k1} \right). \quad (178)$$

Z rovnic (175) a (177) můžeme dosadit za derivace $\frac{\partial \rho_{k1}}{\partial t}$ a $\frac{\partial \rho_{1k}}{\partial t}$, píšeme tedy

$$i\hbar \frac{\partial^2 \rho_{11}}{\partial t^2} = \frac{1}{i\hbar} \sum_k -H_{1k} \cdot [(E_1 - E_k) \rho_{k1} - \rho_{11} H_{k1}] - \frac{1}{i\hbar} \sum_k [(E_1 - E_k) \rho_{1k} - \rho_{11} H_{1k}] \cdot H_{k1}. \quad (179)$$

Zanedbáme všechny členy ρ_{k1} , ρ_{1k} a vztah (179) přepíšeme jako

$$\frac{\partial^2 \rho_{11}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\hbar^2} \sum_k (\rho_{11} H_{1k} H_{k1} + \rho_{11} H_{1k} H_{k1}) = -\frac{2}{\hbar^2} (H_r^2)_{11} \rho_{11}. \quad (180)$$

Pokud je hamiltonián $(H_r)_{11} < 0$, pak rovnice

$$\frac{\partial^2 \rho_{11}}{\partial t^2} = \frac{\rho_{11}}{\tau^2} \quad (181)$$

představuje exponenciální spád ρ_{11} .

Působení H_r lze popsat jako takovou **změnu** ρ_{ij} v nepřítomnosti rušení, která způsobí dosažení rovnováhy systému s prostředím, které jej obklopuje. Můžeme tedy zapsat

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{ij}}{\partial t} = \hbar \omega_{ij} \rho_{ij} + [\hat{H}', \hat{\rho}]_{ij} - \frac{i\hbar}{\tau_{ij}} \rho_{ij}, \quad (182)$$

kde člen $\hbar \omega_{ij} = E_i - E_j$ a komutátor $[\hat{H}', \hat{\rho}]_{ij}$ je zaměněn relaxačním členem, který v nepřítomnosti poruchy ($\hat{H}' = 0$) způsobuje exponenciální pokles ρ_{ij} k nule.

Diagonální elementy ρ_{ii} se mění tak, že se blíží své rovnovážné hodnotě ρ_{ii}^e . Zavedeme pravděpodobnost přechodu W_{ij} , která je určena jako pravděpodobnost přechodu ze stavu i do stavu j za jednotku času při nepřítomnosti poruchy ($\hat{H}' = 0$). Pokud zavedeme pravděpodobnost přechodu W_{ij} , můžeme uvažovat změny obsazení hladin při nepřítomnosti poruchy $\hat{H}' = 0$. Lze tedy psát

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{jj}}{\partial t} = [\hat{H}', \hat{\rho}]_{jj} + i\hbar \sum_k (\rho_{kk} W_{kj} - \rho_{jj} W_{jk}). \quad (183)$$

V rovnici (183) představují členy $\rho_{kk} W_{kj}$ přechod ze stavu k do stavu j a členy $\rho_{jj} W_{jk}$ přechod ze stavu j do stavu k . V případě rovnovážného stavu systému platí

$$\rho_{kk}^e W_{kj} = \rho_{jj}^e W_{jk}. \quad (184)$$

Nyní zavedeme relaxační dobu T_{jk} , která bude určena vztahem

$$T_{jk} = \frac{\rho_{kk}^e}{W_{jk}}. \quad (185)$$

Z rovnice (184) můžeme navíc určit

$$T_{jk} = T_{kj}, \quad (186)$$

a tak můžeme rovnici pro $\frac{\partial \rho_{jj}}{\partial t}$ přepsat jako

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{jj}}{\partial t} = [\hat{H}', \hat{\rho}]_{jj} + i\hbar \sum_k \left(\rho_{kk} \frac{\rho_{jj}^e}{T_{jk}} + \rho_{jj} \frac{\rho_{kk}^e}{T_{jk}} \right). \quad (187)$$

Platí-li, že všechny doby T_{jk} jsou stejné $T_{jk} = T_1$, pak můžeme zapsat

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{jj}}{\partial t} = [\hat{H}', \hat{\rho}]_{jj} + \frac{i\hbar}{T_1} \sum_k (\rho_{kk} \rho_{jj}^e + \rho_{jj} \rho_{kk}^e). \quad (188)$$

Protože platí

$$\sum_k \rho_{kk} = \sum_k \rho_{kk}^e = 1, \quad (189)$$

získává rovnice pro $\frac{\partial \rho_{jj}}{\partial t}$ tvar

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{jj}}{\partial t} = [\hat{H}', \hat{\rho}]_{jj} + \frac{i\hbar}{T_1} (\rho_{jj}^e - \rho_{jj}). \quad (190)$$

Je zřejmé, že při nepřítomnosti poruchy $\hat{H}' = 0$ diagonální elementy směřují k rovnovážným hodnotám ρ_{jj}^e .

Pokud se jedná pouze o dvouhladinový systém (systém s dvěma možnými hladinami), pak určujeme **spin – mřížkovou relaxační dobu** $T_1 = T_{12}$ pro diagonální elementy matice hustoty. Pro nediagonální elementy určujeme **spin – spinovou (příčnou) relaxační dobu** $T_2 = \tau_{12}$.

21. Kvantová teorie dipólového momentu

Předchozí teoretický výklad můžeme využít pro konkrétní výpočet. V této kapitole použijeme kvantově mechanický pohled pro popis dipólového momentu.

Vložíme-li atom do homogenního elektrického pole, změní se energie tohoto atomu. Celkový moment hybnosti \vec{L} se již nebude zachovávat a integrálem pohybu bude jen průmět tohoto momentu do směru pole. Výsledné pole působící na každý z elektronů sestává ze sféricky symetrického pole vytvářeného jádrem a axiálního pole vytvářeného vnějším elektrickým polem. Jako osu z souřadnicové soustavy zvolíme směr vnějšího elektrického pole \vec{E} . Proces, při němž pod vlivem vnějšího pole dojde ke změně energetických hladin, nazýváme Starkovým jevem. Hamiltonián porušeného stavu můžeme zapsat jako

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - p_z \cdot E. \quad (191)$$

První člen \hat{H}_0 je hamiltonián volného atomu, druhý člen představuje poruchu. Intenzita elektrického pole může být zároveň považována za parametr, podle jehož mocnin počítáme opravu původní energie. Budeme předpokládat, že energie působení pole bude menší než interval mezi sousedními hladinami velmi jemné struktury spektrálních čar. Z poruchové teorie víme, že oprava k energii v prvním kroku teorie poruch je dána diagonálními maticovými členy, přičemž matice je vypočítána podle vlnových funkcí neporušeného stavu. Platí tedy

$$W_n = \langle \psi_n | (-p_z E) | \psi_n \rangle. \quad (192)$$

Celková energie odpovídající stavu $|\psi_n\rangle$ bude

$$W_n = W_{n0} + \langle \psi_n | (-p_z E) | \psi_n \rangle. \quad (193)$$

Původní energie W_{n0} na intenzitě elektrického pole \vec{E} nezávisí. Proto lze psát vztah

$$p_z = -\frac{\partial W_n}{\partial E}. \quad (194)$$

Lze však odvodit, že diagonální prvky matice $\langle \psi_n | (-p_z E) | \psi_n \rangle$ jsou rovny nule. Proto se ovlivnění energetických hladin stává jevem druhého řádu v teorii poruch. Energetické posunutí ΔW_n je možné vyjádřit jako

$$\Delta W_n = -\frac{1}{2} \alpha_{ik}^{(n)} E_i E_k, \quad (195)$$

kde $\alpha_{ik}^{(n)}$ je symetrický tenzor druhého řádu. Má-li pole podle předpokladu směr osy z , bude

$$\Delta W_n = -\frac{1}{2} \alpha_{zz}^{(n)} E^2. \quad (196)$$

Zde tenzor $\alpha_{ik}^{(n)}$ přísluší n -té nerozštěpené hladině a závisí na magnetickém kvantovém čísle M_l .

Vypočteme-li z obecného vztahu (194) dipólový moment ve druhém přiblížení teorie poruch, dostaneme

$$p_i = \alpha_{ik}^{(n)} E_k. \quad (197)$$

Rozepíšeme-li tento vztah do souřadnic, získáváme

$$\begin{aligned} p_x &= \alpha_{xz}^{(n)} E_z \\ p_y &= \alpha_{yz}^{(n)} E_z \\ p_z &= \alpha_{zz}^{(n)} E_z \end{aligned} \quad (198)$$

Tyto vztahy udávají složky dipólového momentu \vec{p} , který vzniká v atomu vlivem vnějšího statického homogenního pole o intenzitě \vec{E} .

22. Kosmologie

Dějiny lidstva jsou protkány snahou člověka poznat okolní vesmír. Vývoj představ o našem vesmíru můžeme pozorovat od starověkých civilizací až po současné špičkové výzkumy. Vznik a vývoj vesmíru je předmětem oboru, který se nazývá kosmologie. Kosmologie zkoumá i současnou strukturu vesmíru a snaží se predikovat jeho další vývoj. Jedná se o neobyčejně komplexní obor, který využívá poznatků částicové a jaderné fyziky a zároveň i poznatky o největších člověkem pozorovaných strukturách. Kosmologie se snaží o syntézu dalších oborů, jako je astrofyzika, biologie, chemie či filozofie. V této kapitole bude nastíněn vývoj kosmologie vedoucí ke vzniku relativistického kosmologického modelu.

První představy o vesmíru datujeme do starověku. Většina tehdejších civilizací měla své mytologické představy o vzniku vesmíru a jeho současné struktuře. Mnoho myšlenek bylo

silně prostoupeno mystikou. Ve starověkém Řecku však můžeme nalézt některé opravdu revoluční myšlenky. Právě do této doby datujeme první myšlenku nedělitelných částic – atomů. Dále jsou podniknuty pokusy o určení rozměrů Země a její vzdálenosti od Měsíce či Slunce. Někteří badatelé pak sestavují první katalogy hvězd. Je rovněž vytvořen první kosmologický model, který předpokládá pozici Země ve středu vesmíru. Model se nazývá **geocentrický** a ještě velmi dlouhou dobu po svém vzniku je nekriticky přijímán. Základní myšlenka modelu již byla popsána. Uprostřed vesmíru je Země, kolem které po kruhových drahách obíhají další tělesa. Již ve starověku byly známy mnohé planety – Merkur, Venuše, Mars, Jupiter a Saturn. Slunce podle tehdejších představ je v nepříliš velké vzdálenosti od Země a jeho rozměry nejsou nijak gigantické. Za poslední planetou – Saturnem – pak nalezneme nehybné hvězdné pozadí. Hvězdy v tomto modelu hrají roli malých chladných objektů.

Takto lze velmi zhruba shrnout základní myšlenky geocentrického modelu. Mnoho badatelů přicházelo s vlastní inovací, která často měla ke skutečnosti blíže. Některé tyto myšlenky setrvaly, jiné brzy zapadly. S rozvojem křesťanství se do kosmologie dostávají nejrůznější náboženské představy. Planety se pohybují v křišťálových sférách a jsou tlačeny anděly. Hvězdy jsou trhliny ve sféře, kterými prosvítá andělské světlo. Na podobné představy narazíme ještě dlouho po sestavení geocentrického modelu.

Zlom přichází s rozvojem pozorovací techniky. Galileo sestavuje svůj dalekohled a jako první jej namíří k obloze. Pozoruje krátery na Měsíci a Jupiterovy měsíce. Odpůrci Galilea se však odmítají do dalekohledu podívat. Začínají se ozývat první příznivci **heliocentrického modelu** a někteří badatelé dokonce předpokládají existenci cizích galaxií a možného mimozemského života. Mnoho z nich končí na hranici a sám Galileo je odsouzen k domácímu vězení. V této době není možné volně publikovat své myšlenky. Pokud se objeví kniha obsahující kacířská tvrzení, autor je odsouzen a často popraven. Geocentrický model se pod vlivem rozvoje pozorovací techniky stává neudržitelný. Dráhy planet jsou poměrně dobře zmapovány a aby byly v souladu s myšlenkou kruhových drah, je nutné zavádět složité konstrukce. Planety se tak pohybují po kružnicích (epicyklech) jejichž středy leží na dalších kružnicích (deferenty). Protože je pozorována změna velikosti Slunce v přísluní (perihelium) a v odsluní (afelium), Země není přesně ve středu deferentů. Počet přidavných epicyklů se neustále zvyšuje a dosahuje až několika desítek. Přesto geocentrický model ještě v době Tychona Brahe popisuje pohyby planet přesněji, než model heliocentrický. Základem heliocentrického modelu se stává dílo Koperníkovo, které autor z obav o svou bezpečnost vydává těsně před svou smrtí. Starověký model navíc předpokládá neměnnost vesmíru ve vzdálenosti od Země větší, než je dráha Měsíce. Různé pozorované komety jsou proto předpokládány ve vzdálenosti menší, než je dráha Měsíce. V roce 1572 však vybuchuje supernova, která je pozorována mnoha astronomy. Myšlenka neměnnosti vesmíru tak dostává další trhlinu.

Heliocentrický model se stává poměrně přitažlivým, přestože má stále mnoho odpůrců. Největší astronom tehdejší doby, Tycho Brahe, hledá případné potvrzení heliocentrického modelu. Jedná se o nalezení paralaxy blízké hvězdy. Paralaxa je způsobena oběhem Země kolem Slunce, kdy daná hvězda na obloze opisuje malý kroužek v důsledku různé pozice Země – Slunce v průběhu roku. Tato paralaxa je v době Tychona Brahe nepozorovatelná. Tehdejší dalekohledy nedokázaly zaznamenat paralaxu ani relativně blízkých objektů, a tak Brahe konstruuje vlastní kosmologický model, který je na pomezí mezi geocentrickým a heliocentrickým. Jeho blízký spolupracovník, Kepler, mezitím vytváří matematicky nesmírně elegantní model založený na tvaru platónských těles (model se stává neplatný po objevu dalších planet). Brahe, otec pozorovacích astronomů, umírá a zanechává po sobě velice přesné a přehledně zpracované záznamy svých pozorování. Kepler analyzuje data příslušná trajektorii Marsu a zjišťuje, že Mars se pohybuje po eliptické dráze. Jedná se o

šťastné rozhodnutí, protože dráhy dalších planet jsou svým tvarem velice blízko kruhovým. Dráha Marsu však vykazuje poměrně dobře pozorovatelnou excentricitu, a proto Kepler může postulovat svůj první zákon o pohybu nebeských těles.

Další pozorování potvrzují heliocentrický model a vlastní působení mezi tělesy je ztotožněno s gravitačním působením, které popíše Newton. Následně jsou objeveny i další planety Sluneční soustavy. Neptun je dokonce před vlastním pozorováním předpovězen výpočtem vycházejícím z poruch dráhy Uranu. Postupně jsou objeveny i planety v pásu mezi Marsem a Jupiterem a lidstvo rovněž získává poměrně přesnou představu o rozměrech Slunce. Zdroj energie Slunce je stále zahalen tajemstvím. Někteří popisují Slunce jako žhavý uhlík, jiní předpokládají neustálé dopady meteoritů na povrch Slunce. Podrobný popis termonukleární fúze vytvoří až ve 20. století jaderný fyzik Bethe. Kromě několika nesrovnalostí je heliocentrický model výborným způsobem popisu našeho kosmického okolí.

Již primitivními dalekohledy bylo možné zahlédnout vzdálené obláčky hmoty, které jsou považovány za mlhoviny tvořené mezihvězdným plynem a prachem. V 18. století přichází Kant s myšlenkou, že tyto mlhoviny jsou hvězdné ostrovy v jinak poměrně prázdném prostoru. Naše Galaxie je pak podobným ostrovem a díky velké vzdálenosti se ostatní útvary jeví jako mlhoviny. Tato myšlenka zcela nezapadne, ale na potvrzení existence jiných galaxií je třeba počkat až do první poloviny 20. století. Dalším zajímavou myšlenkou pak byla předpověď planety mezi Merkur a Sluncem. Dostala název Vulkán a měla způsobovat drobné (ale měřitelné) výchylky v dráze Merkuru. Dráha Merkuru se podivně stáčela a toto stáčení můžeme zjišťovat třeba polohou perihelia. A pak zde byla představa éteru, kterým bylo myšleno médium umožňující šíření elektromagnetického záření. Pro podporu této myšlenky byl sestaven Michelson-Morleyův experiment. Do dějin tak vstoupil nejslavnější experiment, který nevyšel. Počátkem 20. století je matematický aparát díky práci H. Lorentze či H. Poincarého na takové úrovni, že je vše připraveno pro vytvoření teorie relativity. Důsledky tohoto mistrovského a elegantního díla jsou popsány v předchozích kapitolách. Einstein však stále není spokojen s tehdejší popisem gravitační interakce a v roce 1916 ji ztotožňuje se zakřivením časoprostoru. Aplikací rovnic obecné teorie relativity na vesmír jako celek získáváme **relativistický kosmologický model**. V dalších letech je tento model rozšířen do podoby, kterou známe dnes. Sám Einstein několikrát prohlásil, že k mnoha myšlenkám byl inspirován během svého pobytu na německé univerzitě v Praze (akad. rok 1911/1912). Jeho bádání zde bylo podmíněno výukou a zajímavostí je, že v zimním semestru roku 1911 navštěvovali jeho přednášky pouze 3 studenti.

V roce 1929 Edwin Hubble nashromáždil dostatek údajů pro své tvrzení, že obláčky pozorované v dalekohledech nejsou mlhoviny, ale další hvězdné ostrovy – galaxie. Je zřejmé, jak zásadní myšlenkový posun proběhl od dob geocentrického modelu. Lidstvo najednou není ve středu vesmíru, nachází se na průměrné planetě poblíž průměrné hvězdy. Slunce je součástí celkem běžné galaxie, která obývá prostor spolu s podobnými galaxiemi v rámci kupy galaxií. Lidstvo není uprostřed všeho dění. Tomuto posunu se říká **Koperníkovský princip** - vše se již netočí kolem člověka. Další podstatnou myšlenkou je princip, který předpokládá platnost stejných fyzikálních zákonitostí v celém vesmíru. Během své historie vytvořilo lidstvo sadu fyzikálních zákonů, které není možné opakovat na každém místě ve vesmíru. Fyzikální zákony popisují realitu na Zemi a v blízkém okolí. Je však logické předpokládat, že stejné zákony budou popisovat realitu i v jiných místech vesmíru, například v blízké galaxii v Andromedě. Tento princip se nazývá **kosmologický princip**. Slovy R. Feynmana: „Fyzikální zákony, tak jak jsme je poznali, platí i tam, kam jsme se ještě nedívali.“ Zatím nemáme jediný důkaz, který by opravňoval opačné tvrzení.

23. Relativistický kosmologický model

Obecná teorie relativity zaznamenala brzy po svém publikování obrovský úspěch. Vysvětlila do té doby nevysvětlitelné jevy a předpověděla existenci jevů nových. Při aplikaci obecné teorie relativity na vesmír jako celek byl vytvořen model, který náš vesmír popisuje skutečně zajímavým způsobem. Einstein během řešení rovnic dospěl dokonce k tomu, že náš vesmír není statický, ale že se rozpíná. To však bylo v rozporu s tehdejší přirozenou myšlenkou statického vesmíru, a proto Einstein zavedl kosmologickou konstantu, která rozpínání vyruší. V dalších letech přichází Hubble s výsledky svých pozorování, která ukazují na vzdalování okolních galaxií. Kromě tohoto zjištění Hubble galaxie i kategorizoval. Rozeznáváme tedy galaxie eliptické, čočkové, spirální a spirální s příčkou. Při měření vzdálenosti galaxií Hubble zjistil, že většina těchto objektů se od naší Galaxie vzdaluje. Jen blízké objekty se k naší Galaxii přibližují. Hubble pozoroval zvláštní typ hvězd, které periodicky mění své rozměry a zářivý výkon. Jedná se o nestabilní hvězdy nazvané cefeidy. Periodické změny souvisí s ionizací helia v nitru hvězd. Ionizované helium má jinou opacitu v závislosti na stupni ionizace. Cefeidy v různých galaxiích fungují na stejném principu, a proto se jedná o tzv. astronomické svíčky. Jejich charakteristika bude obdobná v naší Galaxii i v galaxii v Andromedě. Podle zářivého výkonu můžeme usuzovat, v jaké vzdálenosti se daná cefeida nachází. Z těchto předpokladů vycházel Hubble při určování vzdálenosti ostatních galaxií. Sice neustále systematicky podceňoval některé charakteristiky cefeid, ale přesto dospěl ke zjištění, že drtivá většina vzdálených objektů se od naší Galaxie vzdaluje. Jednotlivé objekty je možné pozorovat i spektroskopicky. Světlo galaxií je rozloženo do spektra a sledují se spektrální čáry, které přísluší jednotlivým chemickým prvkům. Pokud se ve hvězdě potažmo v galaxii nachází konkrétní chemický prvek, v případě průchodu světla tímto prostředím dochází k absorpci přesně určené vlnové délky. Tato absorpce se následně projeví jako úzký černý proužek ve spektru daného objektu. Ze spektroskopických měření bylo zjištěno, že cizí galaxie se skládají z obdobných prvků, které jsou dominantní i v naší Galaxii. Byl ale pozorován posun těchto proužků od pozice, ve které se nacházejí ve spektru blízkých objektů. Posun byl brzy interpretován jako důsledek Dopplerova efektu. Tento efekt nastává v případě vzájemného pohybu vysílače a přijímače vlnění (zvukového i elektromagnetického). Z proměření dopplerovského vlivu byla určena rychlost vzdalování jednotlivých galaxií.

Dopplerův efekt byl představen v roce 1842 v Praze Christianem Dopplerem. Sám autor této práce nepředpokládal vliv tohoto efektu na elektromagnetické záření, ale předpověděl změnu frekvence vlnění akustického v závislosti na vzájemné rychlosti přijímače a vysílače akustického signálu. Sám Doppler nebyl nijak brilantní matematik, a proto jeho práce nebyla okamžitě přijata. Samotný článek o Dopplerově efektu svou matematickou úrovní spíše odrazoval. Až tři roky po publikování byl proveden pokus s hudebníky a železničním vagonem, který existenci Dopplerova efektu potvrdil. Důmyslný přístroj pak sestrojil E. Mach, kdy na otáčející se rameno umístil píšťalku. Do píšťalky přiváděl proud vzduchu a rameno nechal otáčet kolem vertikální osy. Píšťalka tak opisovala kruh v horizontální rovině a v určité fázi se k pozorovateli přibližovala, v jiné se vzdalovala. Při přivedení proudu vzduchu byla jasně slyšitelná změna výšky tónu píšťalky související s přibližováním či vzdalováním. Dopplerův osud však nebyl nijak šťastný. Na univerzitě v Praze byl silně podceňován a byla mu přidělena výuka předmětu zakončeného zkouškou, přičemž musel ústně přezkoušet 500 studentů každý semestr. Po odchodu Dopplera z univerzity byl tento předmět rozdělen mezi dva vyučující. Práce Dopplerova nebyla přijata a profesor Petzval se pokusil Dopplerovo dílo rozcupovat matematickým odvozením, které sestávalo ze soustavy diferenciálních rovnic. V dalších letech se zjistilo, že Petzvalovo řešení je sice matematicky správně, nicméně popisuje pohyb prostředí mezi vysílačem a přijímačem. Petzval tedy popsal odlišnou situaci, při které Dopplerův jev nenastává. Doppler brzy po svém

odchodu z univerzity umírá, protože pobyt na univerzitě nijak neprospěl jeho již tak chatrnému zdraví.

Hubble o mnoho let později podle dopplerovského posunu ve spektrech určuje, že čím je daná galaxie vzdálenější od naší Galaxie, tím rychleji se od nás vzdaluje. Tento nárůst rychlosti je nazýván Hubbleova konstanta a její hodnota je přibližně $72 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$. Znamená to, že o každý megaparsek se zvyšuje rychlost objektu o hodnotu $72 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Nejvyšší rychlosti vzdalování tak logicky dosahují objekty nejvzdálenější. Jednotka parsek vychází ze sousloví paralaxa sekunda. Touto jednotkou označujeme vzdálenost, ze které je vidět délka 150 milionů kilometrů (astronomická jednotka, střední vzdálenost Země od Slunce) pod úhlem 1 úhlové vteřiny. Další astronomickou jednotkou pro určování vzdáleností ve vesmíru je světelný rok, což je vzdálenost, kterou urazí čelo světelné vlny za jeden rok.

Z obecné teorie relativity dále vyplynula i možnost existence hmotných objektů, které by svým gravitačním působením deformovaly časoprostor tak, že okolí tělesa není schopné opustit ani světlo. Úniková rychlost v určité vzdálenosti od tělesa je rovna rychlosti světla ve vakuu. Daný prostor tak není možné opustit, protože neexistuje takový hmotný objekt, který by rychlosti světla dosáhl. Tyto objekty o mnoho let později pojmenoval Wheeler jako **černé díry**. Vzdálenost, ve které je úniková rychlost přesně rovna rychlosti světla se nazývá **horizont událostí** či **Schwarzschildův poloměr**. Uprostřed černé díry pak nalezneme bod, ve kterém přestávají současné fyzikální zákony platit. Jedná se o tzv. singularitu, pro kterou současný popis selhává.

24. Velký třesk

Z výsledků Hubbleova pozorování je jen krok k revoluční myšlence, která předznamenává naše současné představy o vzniku vesmíru. Jestliže se v současnosti všechny galaxie od naší vzdalují, v minulosti musel existovat okamžik, kdy veškeré galaxie byly v těsné blízkosti. Dokonce mohl existovat okamžik, kdy veškerá hmota byla uvězněna v jednom jediném bodu. Popis tohoto bodu pomocí naší teorie relativity však selhává. Pomocí OTR nelze popsat hmotu vměstnanou do jednoho bodu. Hustota takového bodu bude nekonečná. Stejně tak bude nekonečná teplota. Výskyt nekonečna v teoretickém popisu vždy znamená, že teorie nefunguje správně. Tyto problémy nejsou dodnes vyřešeny a fyzikální popis okamžiku $t = 0$ není zcela zvládnut.

První, kdo myšlenku horkého počátku vesmíru publikoval, byl George Gamow a jeho spolupracovníci Hermann a Alpher. Před publikováním článku o vzniku vesmíru se Gamow přesně podle svého naturelu rozhodl, že by bylo vhodné tak zásadní dílo podepsat v součinnosti s jaderným fyzikem Bethem. Gamow považoval za rozhodující podepsat tento článek ve formě Alpher, Bethe a Gamow. Jeho kolega Hermann poté dosti těžce nesl, že nemohl připojit i svůj podpis a nikdy se zcela nespokojil s tímto Gamowovým vtípem. Sám Gamow po publikaci prohlašoval, že se Hermann tvrdohlavě odmítal přejmenovat na Deltera, a proto nemohl jeho podpis pod článek připojit.

Článek však nezbudil nijak pochvalné reakce (byl publikován 1.4.1948) a ve stejné době vycházejí i jiné teoretické popisy vzniku vesmíru. Jedním z nich je teorie, kterou tvoří významný kosmolog Fred Hoyle. Zcela v intencích tehdejší přirozené filozofie je Hoyleova teorie popisem statického vesmíru, ve kterém se velmi pomalu tvoří hmota. Vesmír jako takový se nevyvíjí, ale hmota expanduje tímto prostorem. Protože by však po určitém čase byla veškerá hmota rozptýlena a vesmír by se výrazně „zředil“, předpokládá Hoyle kreaci hmoty z ničeho. Tempo kreace je nesmírně pomalé – jeden vodíkový atom v rychlovém metru za pět milionů let. Takové tempo kreace je naprosto neměřitelné, a proto není možné Hoyleovu teorii potvrdit či vyvrátit. Teorie je nazývána Steady State Theory, tedy **Teorie ustáleného vesmíru**. V jedné rozhlasové přednášce pro BBC se pak Hoyle nelichotivě vyjádří ke Gamowově teorii. Samotný horký počátek označí posměšně jako Big Bang, což je

pohrdavý termín použitý ve smyslu „prázdný sud nejvíce duní“. Gamowova teorie není tedy příliš vlnivě přijata. Situace se zcela změnila po téměř 20 letech, kdy je objeveno **reliktní záření**. Toto záření vzniklo v závěrečné fázi Velkého třesku a je přímým důkazem horkého počátku vesmíru. Od této doby nikdo nepochybuje o původně dehonestované Gamowově teorii. Paradoxně se uchytí i termín Big Bang, a tak dnes hovoříme o Velkém třesku díky Hoylově odsouzení této teorie.

Jako Velký třesk jsou označovány dvě události. Někteří autoři tímto termínem popisují přímo okamžik $t = 0$, kdy náš vesmír vznikl. Jiní rozumí Velkým třeskem celou jednu etapu vývoje vesmíru od okamžiku vzniku do doby kdy byl vesmír „starý“ asi 380 000 let. V tomto okamžiku totiž dochází k tvorbě neutrálních atomů a oddělení záření od látky. Záření dále interaguje s látkou již jen sporadicky a z této doby se zachovalo ve formě reliktního záření.

Velmi mladý vesmír těsně po okamžiku vzniku je ovládán jedinou interakcí. Všechny čtyři interakce, které dnes rozeznáváme, bylo možné popsat jediným teoretickým konceptem. Všechny interakce se projevovaly jako interakce jediná, supersymetrická interakce. Dovoluje to obrovská teplota (střední energie částic), která v tomto mladém vesmíru panuje. Těsně po okamžiku vzniku se supersymetrická interakce rozpadá na gravitaci a GUT. Děje se tak v okamžiku $t = 10^{-42}$ s (Planckův čas). Brzy poté se štěpí GUT na elektroslabou interakci a silnou jadernou interakci. V čase $t = 10^{-10}$ s se elektroslabá interakce rozděluje na elektromagnetickou a slabou jadernou. Od tohoto okamžiku budou ve vesmíru rozlišitelné čtyři interakce.

Pokud by se vesmír rozpínal dle původních modelů, některé oblasti ve vesmíru by nebyly kauzálně spojeny. Takové oblasti by neměly dostatek času vyměnit si mezi sebou informace, což je důsledek konečné rychlosti světla. Může se to jevit jako nepodstatné, ale ve výsledku by muselo existovat velké množství oblastí, které budou mít například rozdílnou teplotu. V našem vesmíru je ale teplota různých oblastí obdobná, a proto bylo nutné tuto homogenitu vysvětlit. Jedním z nejdůležitějších rozšíření teorie Velkého třesku je koncept Alana Gutha. Ten předložil teorii, ve které vesmír těsně po svém vzniku prodělá velice rychlou expanzní fázi. Vesmír se během zlomku sekundy rozfoukne a následně přejde do normálního tempa expanze. Pro toto rozfouknutí se vžil termín **kosmická inflace**. Inflace řeší i plochost našeho vesmíru. V současnosti (podle měření sondy WMAP) je náš vesmír téměř přesně plochý. Prudká expanze během Velkého třesku vyhladí vesmír tak, aby v následujících fázích již byl přesně plochý. Brzy se ale objevily drobné nedostatky v takto vytvořeném modelu. Bylo zjištěno, že ve vesmíru by se objevily nejrůznější prostorové deformace a náš vesmír by pak vypadal podobně jako ementál. Protože takové deformace nejsou pozorovány, inflační model potřeboval revizi. Té se zhostil Andrej Linde, který navrhl koncept **chaotické kosmické inflace**. Výchozí chaotické podmínky během Velkého třesku zbaví teorii prostorových deformací, takže dnes je inflační fáze vesmíru považována za prokázanou.

Z hlediska fyzikálních interakcí je tedy vesmír brzy po svém vzniku ovládán čtyřmi interakcemi. Z hlediska hmoty je vývoj vesmíru o dost složitější. Hmota brzy po Velkém třesku je tvořena volnými kvarky a gluony. Mezi těmito částicemi můžeme dále nalézt leptony a bosony jednotlivých interakcí. Díky narušení symetrie se tvoří o trochu více hmoty než antihmoty. Velká část hmoty s antihmotou anihiluje, ale hmota díky přebytku zůstane ve formě kvarků. Ty se začnou spojovat po dvojicích a trojicích. Nastává éra hadronizace – tvorba hadronů. Tvoří se protony a neutrony, které se postupným chladnutím vesmíru spojují do jader vodíku a hélia. Přebytečné neutrony se rozpadají s poměrně malým poločasem rozpadu, takže po několika minutách od vzniku vesmíru již najdeme neutrony pouze vázané v atomových jádrech. Mladý vesmír obsahuje velké množství jader vodíku a hélia. Těžší prvky jsou vytvářeny až v jádrech hvězd, které vznikají miliony let po Velkém třesku. Hustota záření a hmoty se s postupujícím časem silně zmenšuje. Přibližně 380 000 let po vzniku vesmíru poklesne teplota natolik, že se začnou tvořit neutrální atomy. Do této doby byl vesmír

vyplněn látkou o takové hustotě, že elektromagnetické záření velice často interagovalo s hmotou. Fotony neustále naráželi do volných elektronů, byly absorbovány a následně zase vyzářeny. Foton v této době má velice krátkou volnou dráhu. Jeho postup prostorem je neustále doprovázen srážkami s elektrony. Náhle je ovšem ve vesmíru zahájena tvorba neutrálních atomů, v jejichž atomových obalech jsou elektrony vázány. I s těmito elektrony může foton interagovat, ale pouze za předpokladu, že je jeho energie velice přesně rovna takové hodnotě umožňující přeskok elektronu do jiné hladiny. Je tedy jasné, že pro fotony se nejednou stává vesmír průhledným. Již nedochází k neustálým interakcím a foton putuje prostorem téměř bez zábran. Podobná situace nastala již v mladším vesmíru pro jiné částice. Přibližně 1 sekundu po vzniku vesmíru se vesmír stal průhledným pro neutrina. Od tohoto okamžiku prostupují prostorem bez interakcí a stává se z nich neutrinové pozadí. Ještě dříve, v čase $t = 10^{-42}$ s po okamžiku vzniku vesmíru, se od hmoty oddělují hypotetické gravitony.

V současnosti můžeme pozorovat reliktní elektromagnetické záření, které pochází z doby tvorby neutrálních atomů. Jedná se o záření, kterým je vyplněn celý vesmír a které je jakýmsi otiskem jeho tehdejší struktury. Mapa reliktního záření představuje pro astronoma podobný otisk, jako trilobit pro paleontologa. V současnosti velmi špatně detekujeme neutrina, přestože se neustále pohybujeme v jakési „neutrinové polévce“. Reliktní neutrina z doby 1 sekundy po vzniku vesmíru by nám však poskytla výborný obrázek takto mladého vesmíru. Pokud se podaří detekovat gravitony, můžeme pomýšlet na výzkum reliktních gravitonů. To je ovšem výzkum, který – pokud vůbec – bude probíhat ve vzdálené budoucnosti.

25. Reliktní záření

Existence reliktního záření byla předpovězena již Gamowem v roce 1948. V této době těsně po druhé světové válce byla detekční technika na dobré úrovni. Je skutečností, že tehdejšími přístroji bylo možné reliktní záření detekovat. Nikdo se o to však nepokusil, což je považováno za velké selhání spolupráce teoretiků a experimentátorů. Objev reliktního záření tak musel čekat až do 60. let 20. století, kdy byl naplánován výzkum oblohy v mikrovlnném spektru. Výzkum byl veden Penziasem a Wilsonem, kteří dostali k dispozici anténu původně určenou pro sledování družice Echo. Po skončení programu družice Echo byla anténa využita právě pro sledování oblohy. Penzias s Wilsonem se pustili do měření mikrovlnné části spektra a zjistili, že výsledný signál je zatížen silným šumem. Šum se neměnil v závislosti na denní či noční době, natočení antény do zenitu či na horizont. Šum se neměnil ani v různých ročních obdobích. To vylučuje zdroj šumu v naší Sluneční soustavě. Penzias s Wilsonem následně pečlivě vyčistili anténu od nejrůznějších nečistot včetně páru holubů. S dobrým úmyslem odeslali holuby do Bellových laboratoří vzdálených asi 80 kilometrů, kde byli ptáci bez újmy na zdraví vypuštěni. Následně dle svých slov z antény odstranili „bílý dielektrický materiál“, který byl výsledkem pobytu holubů. Po několika dnech se holubi úspěšně vrátili do své domovské antény a proces se opakoval. Při třetím návratu se badatelé rozhodli holubi zastřelit.

Ani anabáze s holuby neměla vliv na měření neustávajícího šumu. Penzias s Wilsonem kontaktovali Peeblese, který ztotožnil tento šum s reliktním zářením. Badatelé se rozhodli svá měření i teoretické vysvětlení publikovat v odborném časopisu. Penzias s Wilsonem ve svém článku popsali pouze měření přebytku, který nezávisí na době měření a natočení antény. V témže čísle však publikuje i Peebles se svými kolegy článek, který toto měření uvádí do kosmologických souvislostí. Měření bylo od té doby mnohokrát zopakováno a za přesné výsledky mapování reliktního záření vděčíme především sondám COBE a WMAP. Teplota tohoto záření dnes dosahuje hodnoty $T = 2,73$ K. V dobách těsně po oddělení reliktního záření od hmoty dosahovala teplota reliktního záření několika tisíc kelvinů. Postupným

rozpínáním vesmíru záření ztrácí teplotu, a proto se maximum tohoto záření pohybuje dnes v mikrovlnné oblasti.

Na konci 80. let byla zkonstruována sonda COBE, která byla určena pouze pro mapování reliktního záření. Pro detekci takto „chladného“ záření je třeba vytvořit anténu, jejíž část se bude chladit na obdobnou teplotu. Do vesmíru tak musela být společně se sondou vynesena nádrž s kapalným heliem. Tato část výzkumu se jevila jako nejvíce problematická, protože již drobné poškození nádrže způsobí únik helia. Program sondy byl tedy naplánován tak, aby hlavní část svého úkolu splnila sonda COBE pouhých 8 minut po dosáhnutí vhodné polohy. Vynesení sondy ale proběhlo naprosto bez problému, a tak sonda ještě dlouho po splnění úkolu zpřesňovala naměřené údaje. Výsledek byl nad očekávání. Reliktní záření není zcela homogenní, ale můžeme nalézt fluktuace, které nám mohou přinést mnoho informací o našem vesmíru z doby, kdy byl starý pouze 380 000 let. Rozlišení sondy COBE nedovolovalo dalekosáhlé závěry, a proto byla vytvořena sonda výrazně přesnější – sonda WMAP. Její výsledky obletěly svět v roce 2003 a mapa fluktuací reliktního záření dovolila určit takové parametry jako plochost vesmíru či jeho stáří (13,7 miliardy let). Z výsledků lze rovněž uvažovat i globální topologii vesmíru, avšak dosažené závěry nejsou zatím zcela přesvědčivé. V současnosti mapuje reliktní elektromagnetické záření sonda Planck, jejíž rozlišovací schopnost je přibližně desetinásobně lepší. Výsledky této sondy povedou k našemu lepšímu pochopení samotného Velkého třesku, přičemž možná povedou i k prokázání takových hypotéz, jako je model ekpyrotického vesmíru.

26. Současná struktura vesmíru

Vlivem počátečních fluktuací hmoty se relativně brzy po Velkém třesku začínají tvořit zhuštěniny, které posléze dají vzniknout galaxiím. V těchto zhuštěninách se dále tvoří místa, kde kolabuje hmota do útvarů, které nazýváme globule. Pokud dosáhne centrální teplota globule hodnoty 10 milionů kelvinů, dojde k zapálení termonukleárních reakcí. Zrodí se nová hvězda. Tento proces je následován dlouhým obdobím klidu, během kterého hvězda příliš nemění své parametry a v závislosti na své hmotnosti následně umírá. Opravdu hmotné hvězdy umírají brzy po svém vzniku (i několik desítek milionů let po zapálení termonukleární fúze), hvězdy dosahující pouze 8% hmotnosti Slunce (M_{\odot}) naopak kolabují až po několika miliardách let. Hmotnost 8% M_{\odot} je hraniční, protože u lehčích objektů nedojde k zapálení fúze a tyto objekty svítí jen v infračervené oblasti spektra. Další vývoj umírající hvězdy je dán rovněž její hmotností. Reliktem po hvězdě může být bílý trpaslík, neutronová hvězda či černá díra. U hmotných hvězd dochází k explozivnímu zbavení hmoty, které pozorujeme jako výbuch supernovy. Opravdu ojediněle takový výbuch zazáří více, než celý zbytek galaxie. Pak mluvíme o hypernově. Během výbuchu supernovy dochází díky neutronovému záchytu k tvorbě těžkých prvků. Veškeré prvky v periodické soustavě za železem, které nejdeme na naší planetě, tak pocházejí z dávného výbuchu supernovy. Díky těmto prvkům se může ve vesmíru vyvinout civilizace, která z úžasem zjistí, že většina hmoty ve vesmíru je jejím smyslům nepřístupná. Tato hmota nezáří a s ostatní hmotou interaguje pouze gravitačně a slabou jadernou interakcí. Protože ji nevidíme, mluvíme o **temné hmotě**. Poprvé byla tato hmota zaznamenána ve 30. letech 20. století a její objev je spojen se jménem Fritz Zwicky. Životopis Zwickyho je skutečně výjimečný. Za svůj život prokázal Zwicky mnohokrát své mimořádné schopnosti, když se například podílel na tvorbě prvních tryskových motorů. Jeho zálibou byly skoky na lyžích, takže ve volném čase zkonstruoval poblíž své laboratoře skokanský můstek, což svědčí o konstruktérském umu. Těsně po objevu neutronu Chadwickem předpověděl existenci neutronových hvězd (1933), které byly objeveny až o třicet let později. A svůj největší objev zaznamenal při studiu pohybu hvězd v jiných galaxiích. Zjistil, že v galaktickém disku obvodová rychlost nesleduje přesně teoretickou křivku. Se zvyšující se vzdáleností od středu galaxie by měla obvodová rychlost hvězd klesat.

Zwicky však zjistil, že obvodová rychlost hvězd se při zvětšování vzdálenosti od středu nemění a zůstává konstantní. To může být způsobeno hmotou, která se v galaxii vyskytuje na okraji, v galaktickém halo. Není viditelná a její přítomnost poznáme pouze z gravitačních účinků. Tím vešel Zwicky do dějin. A historie lidstva je tak obohacena o životopis člověka, který proslul svými upřímnými výroky na adresu konkurentů i kolegů. Své studenty nazýval Zwicky zásadně bastardy. Vědce z konkurenční laboratoře nazval Zwicky „sférickými bastardy“. Když pak novináři zjišťovali, co tím Zwicky myslí, vysvětlil jim, že z jakéhokoliv úhlu pohledu se mu dotyční jeví jako bastardi. Zwicky byl zapřísáhlý ateista a antikomunista. Při hádce s jistým duchovním prohlásil, že by si koupil bibli pouze v případě, že by začínala slovy „Budiž elektromagnetismus.“

Povaha temné hmoty je v současnosti neznámá. Předpokládá se, že je tvořena částicemi, které jsme zatím nedetekovali. Může se jednat o částice z počátku vesmíru, kdy při oddělování jednotlivých interakcí mohlo dojít k tvorbě částic, z nichž některé mohly přežít až do dnešní doby. Jedním z kandidátů jsou lehké částice (wimpy), které se snaží detekovat hned několik laboratoří. Jiným kandidátem jsou naopak těžké částice – wimpzzily (částicové godzzily). Neutrina pravděpodobně tvoří pouze 2% temné hmoty.

V roce 1998 byly pozorovány zvláštní supernovy označované jako supernovy Ia. Jedná se o zajímavé objekty, které jsou tvořeny bílým trpaslíkem a hmotnou hvězdou. Gravitační působení bílého trpaslíka způsobuje přenos hmoty z hvězdy na povrch trpaslíka. Obě složky jsou spojeny můstkem tvořeným hmotou. Pokud hmota dosedá na povrch bílého trpaslíka v dostatečném množství, může dojít k překročení maximální hmotnosti bílého trpaslíka. Gravitačnímu kolapsu bílého trpaslíka brání Pauliho vylučovací princip. Degenerovaný elektronový plyn, kterým je trpaslík tvořen, se řídí tímto principem, a proto je bílý trpaslík vcelku stabilní útvar. Pokud však překročí hmotnost bílého trpaslíka Chandrasekharovu mez ($1,44M_{\odot}$), dojde k přeměně trpaslíka na neutronovou hvězdu. Degenerovaný elektronový plyn se rychle přemění na degenerovaný neutronový plyn. Rozměry trpaslíka se zmenší na zlomek původní hodnoty. Elektrony jsou gravitačním působením natlačeny k protonům a změni se na neutrony. Výsledkem je objekt velikosti 10-20 km. Původní rozměry bílého trpaslíka jsou srovnatelné s velikostí Země. Celý proces je doprovázen vyzářením velkého množství energie. Protože však k tomuto procesu dochází za určitých dobře známých podmínek, množství vyzářené energie je pokaždé téměř shodné. Díky tomu můžeme považovat supernovy Ia za astronomické svíčky. Z výzkumu těchto supernov bylo zjištěno, že náš vesmír se rozpíná zrychleně. Tempo expanze neustále narůstá. Protože se jedná o velmi zásadní informaci, byly hledány i další nezávislé jevy, které by deklarovaly zrychlenou expanzi. Znamky zrychleného rozpínání se objevily i v reliktním záření. Zrychlená expanze je tak potvrzena i dalším pozorováním, které s původním výzkumem supernov Ia nesouvisí. Dnes o zrychlené expanzi nikdo nepochybuje, ale možná vysvětlení tohoto jevu se různí.

Je například možné, že stále nerozumíme chování gravitační interakce na velkých rozměrových škálách. Takovou hypotézu vytvořil izraelský badatel Milgrom a jeho koncept se nazývá MOND. Je pochopitelné, že nikdo příliš nechce měnit teorii, která popisuje gravitaci v našem okolí se skutečně nebyvalým úspěchem. Touto teorií je OTR, jejíž úspěchy jsme vyložili v předchozích kapitolách. Obecná teorie relativity vysvětlila všechny problémy, které se vyskytly v době jejího vzniku. Navíc předpověděla jevy zcela nové, do té doby neznámé. Až na několik jevů, které jsou zatím mimo přesnost našich přístrojů, se všechny předpovědi prokázaly jako reálné. Některé tyto předpovědi využíváme ve svém každodenním životě. Je tedy otázkou, zda je nutné tento teoretický rámec modifikovat, či raději hledat možná vysvětlení zrychlené expanze jinde.

Zrychlená expanze je způsobena energií, které působí proti gravitačnímu smršťování vesmíru. Tato energie opět není nějakým způsobem viditelná. Jedná se o trochu tajemnou

energii, která dostala název **temná energie**. O povaze temné energie nevíme takřka nic. Při pohledu na náš vesmír dospíváme k překvapivému zjištění, že je tvořen převážně temnou energií a temnou hmotou. Náš vesmír je tvořen 73% temné energie, 23% temné hmoty a pouhá 4% připadají na hmotu baryonové povahy (z toho 3% tvoří mezihvězdný plyn a 1% tvoří hvězdy). Astronomové tak zjistili, že o 96% našeho vesmíru máme pouze opravdu strohé informace.

Dalším možným vysvětlením temné energie je působení **energie vakua**. Prostor v našem okolí je neustále vyplněn páry částic a antičástic, které v krátké době vznikají a opět zanikají. Protože mohou svou existencí ovlivnit chování elektronu v atomovém obalu, vzniká jejich působením měřitelný posuv ve spektrálních čarách. Tento posuv byl měřen a existence elektron-pozitronových párů se tak zdá potvrzena. Vakuum tak není zcela prázdný prostor. Vakuum můžeme přiřadit jistou nenulovou hodnotu energie. V minulosti již proběhl pokus o vytvoření takového kosmologického modelu, v jehož rovnicích by vystupoval člen působící proti gravitaci. Jednalo se o slavné zavedení kosmologické konstanty. Původním záměrem bylo uklidnit vesmír tak, aby byl statickým. Při správném nastavení kosmologické konstanty je možné vytvořit takový model, který bude popisovat vesmír expandující zrychleně. Problém nastává při měření hodnoty energie vakua. Při porovnání naměřené hodnoty a hodnoty potřebné pro správné fungování modelu dojdeme k rozdílu 120 řádů. Teoretická hodnota se od naměřené liší v tak obrovském rozsahu, jako ještě nikdy v historii fyziky. Je zřejmé, že v našem přístupu k problému temné energie není vše v pořádku. Situace připomíná fyziku na počátku 20. století, kdy problém vyzařování absolutně černého tělesa vedl ke stejně nepochopitelným výsledkům. Při použití tehdejších představ o záření výsledek předpovídal vyzáření nekonečného množství energie každým tělesem o teplotě vyšší, než je absolutní nula. Do dějin vstoupila tato nekonzistentnost teorie jako **ultrafialová katastrofa**. Až matematická klička, kterou použil Planck, řešila problém tím, že světlo je vyzařováno ve formě malých balíčků – kvant. Následná práce Einsteina ukázala, že světlo je ve formě kvant i absorbováno a lze tedy předpokládat, že světlo se ve formě kvant i šíří. Einstein dlouho poměrně osaměle prosazoval existenci světelných kvant, ale až po 20 letech od jejich předpovědi se světelná kvanta dostala do hledáčku většiny tehdejších fyziků. Sám Planck bral kvanta jako matematický úskok, který nemá s realitou mnoho společného. Název foton se začal užívat až po roce 1926 (Lewis). V této době ale kvanta ovládají svět fyziky a rodí se zcela nový obor – kvantová mechanika. Ve 20. letech 20. století můžeme pozorovat obrovské množství nových myšlenek, které natrvalo změnilo naše chápání světa. Podobná situace nás možná čeká v souvislosti s řešením problému temné energie.

Hmota ve vesmíru je rozložena homogenně. Tato homogennost je ovšem zřejmá až za použití velice hrubého měřítka. Pokud se na hmotu ve vesmíru díváme v jemnějším přiblížení, zjišťujeme, že hmota je rozložena do rozličných útvarů. Hmotu můžeme řadit hierarchicky podle velikosti takových útvarů. Jako nejmenší útvary budeme brát planety, komety, asteroidy a další objekty srovnatelných rozměrů. Většími útvary jsou pak hvězdy, které dosahují hmotnosti až $\sim 200M_{\odot}$. Hvězdy se seskupují do celků, které podle velikosti rozlišujeme na hvězdokupy, trpasličí galaxie a galaxie. Prostor mezi hvězdami není zcela prázdný. Můžeme pozorovat obrovská oblaka mezihvězdného prachu a plynu. Tento materiál může být zárodečným materiálem nových hvězd. Galaxie se sdružují do kup galaxií. Takové kupy obsahují několik desítek až stovek objektů. Jedná se stále o gravitačně vázaná seskupení. Jednotlivé kupy mohou být součástí ještě většího celku, který nazýváme nadkupa galaxií. Nadkupy obsahují tisíce dílčích galaxií. Protože se jedná o velmi rozsáhlé oblasti prostoru, tyto nadkupy již nejsou gravitačně vázány, což je způsobeno konečnou rychlostí šíření gravitace. Tento hierarchický model selhává při použití hrubšího měřítka. V takovém okamžiku se hmota ve vesmíru jeví jako uspořádaná do nejrůznějších vláken, stěn a uzlů. Hmota se seskupuje do struktury, která připomíná chomáč vaty či houbu na tabuli. Až při

použití opravdu hrubého měřítka je možné označit hmotu ve vesmíru jako homogenně rozprostřenou prostorem.

Informace, které máme v současnosti o našem vesmíru k dispozici, dávají naději na opravdu velké objevy. Je rovněž možné, že na některé otázky nikdy nenajdeme odpověď. Vzhledem k velkému rozdílu mezi teoretickým popisem a výsledky měření je pravděpodobné, že náš popis není úplný. Problémy temné energie a temné hmoty jsou nejpálčivější problémy moderní kosmologie. Jejich řešení může převrátit naše dosavadní představy o vesmíru. Kosmologie nyní čeká na novodobého Koperníka.

27. Budoucnost vesmíru

Kosmologie, jako každý opravdu vědecký obor, dává předpovědi vývoje našeho vesmíru. Jaký bude tento vývoj můžeme uvažovat z geometrie našeho vesmíru. Brzy po publikování OTR vytvořil Fridman několik modelů vývoje vesmíru. Podstatná je rovněž hustota hmoty ve vesmíru. Z modelů lze určit její kritickou hodnotu, která je klíčová pro jakékoliv další úvahy. Je možné, že gravitační působení hmoty způsobí v daleké budoucnosti kolaps vesmíru a ten se začne smršťovat do finální singularity symetrické k singularitě z počátku vesmíru. Tento scénář není v současnosti příliš pravděpodobný. Současná měření ukazují, že hustota hmoty je téměř přesně rovna hustotě kritické, a náš vesmír by podle takového modelu expandoval s neustále klesající rychlostí expanze. Rychlost expanze však nikdy nedosáhne nulové hodnoty. Poslední možností je hustota hmoty ve vesmíru menší než kritická. Pak vesmír expanduje nade všechny meze a hmota se během expanze „ředí“ do stále menších koncentrací. Geometrie vesmíru jsou pro jednotlivé scénáře odlišné. Plochý vesmír s hustotou hmoty přesně rovné kritické hodnotě je popsán euklidovskou geometrií. Vesmír, který by v budoucnu zkolaboval do singularity, je třeba popisovat gaussovskou geometrií. Vesmír expandující nade všechny meze s hustotou hmoty menší, než je její kritická hodnota, je popsán riemannovskou geometrií. Jednotlivé scénáře lze konfrontovat s výsledky měření mapy fluktuací reliktního záření. Podle výsledků sondy WMAP je náš vesmír plochý. Další zpřesnění přinese sonda Planck.

Blízkou budoucnost naší Sluneční soustavy můžeme zkoumat nezávisle na uvedených scénářích. Jednotlivé scénáře se začnou lišit až ve skutečně vzdálené budoucnosti. Centrální hvězda Sluneční soustavy – Slunce – je hvězdou hlavní posloupnosti. To znamená, že jen velice zvolna mění své charakteristiky a jedná se o stabilní těleso, které pomalu vyčerpává termonukleární palivo ve svém nitru. Zásoby paliva nejsou nevyčerpatelné, a tak Slunce za 5 až 7 miliard let „pocítí“ náhlý nedostatek jader vodíku ve svém termonukleárním kotli. V této době se Slunce stane nestabilní hvězdou, která se vyznačuje změnou svého zářivého výkonu a rozměrů. V případě nedostatku termonukleárního paliva v centru hvězdy ochabuje intenzita termonukleárních reakcí. Tlak vytvářeného záření nedokáže vzdorovat gravitační interakci a hvězda se tedy začne smršťovat. Tato kontrakce je doprovázena zvýšením centrální teploty, která může dosáhnout hodnoty, kdy se zapálí termonukleární fúze jader, kterých je v centru dostatek. Produkty předchozích reakcí nyní poslouží jako termonukleární palivo 2. generace. Proces se může několikrát opakovat. Podstatné je, že při tomto procesu dochází vlivem termonukleárních reakcí ke zvýšení tlaku záření, které překoná gravitační kontrakci. Hvězda se rozeprve a výrazně zvětší své rozměry. Takové rozeprnutí v budoucnu výrazně ovlivní i naši Sluneční soustavu. Slunce pohltí vnitřní planety Merkur, Venuši, Zemi i Mars. Velké plynné planety ve větší vzdálenosti pravděpodobně ztratí část své hmotnosti. Slunce následně zkolabuje do bílého trpaslíka.

Současné výzkumy prokázaly existenci temné energie, která způsobuje zrychlenou expanzi vesmíru. Existují teoretické koncepty, které s temnou energií pracují. Je možné, že rychlost expanze bude probíhat tak překotně, že rozpínající se prostor roztrhá atomární a jaderné vazby. Tento proces je označován jako **big rip**. Další možností je popis našeho

vesmíru jako dvourozměrné plochy. Vlivem kvantových fluktuací není plocha zcela rovná, ale vyskytují se na ní hrbolky. Je možné, že náš vesmír je pouze jednou z mnoha takových ploch seskládaných k sobě jako listy knihy. Tyto plochy se pohybují a mohou se přiblížit na velice malou vzdálenost. Díky hrbolkům ale nedochází k dotyku celé plochy, nýbrž jen v místě největšího hrbolku. V tomto místě nastává v dané ploše Velký třesk. Jakkoliv podivně podobné úvahy znějí, je možné jejich potvrzení či vyvrácení z analýzy reliktního záření. Model přibližujících se ploch se nazývá **ekpyrotický model**.

Doporučená literatura:

- Feynman, R.P.: *Feynmanovy přednášky z fyziky 1 -3*. Fragment, 2000 ISBN 80-7200-405-0
- Landau, L.D., Lifshitz, E.M.: *Quantum Mechanics - Non-relativistic Theory*. Pergamon Press, 1965
- Park, D.: *Introduction to the quantum theory*. 2. vydání, New York: McGraw-Hill Book Company, 1974. 670 s. ISBN 0-07-04-8481-3
- Bethe, H., Hund, F., Mott, N.F., Pauli, W., Rubinowitz, A., Wentzel, G.: *Quantentheorie*. Berlin: nakladatelství Julius Springer, 1933. 854 s.
- Fliessbach, T.: *Quantenmechanik*. Berlin: Spektrum, 2000. 360 s. ISBN 3-8274-0996-9
- Adler, S.J.: *Adventures in Theoretical Physics (Selected Papers with Commentaries)*. Singapur: World Scientific Publishing, 2006. 744 s. ISBN 981-256-370-9
- Formánek, J.: *Úvod do kvantové teorie*. Academia, 1983
- Grygar, J.: *Vesmír, jaký je*. Mladá fronta, 1997 ISBN 80-204-0637-9
- Hawking, S.W.: *Stručná historie času*. Mladá fronta, 1991 ISBN 80-204-0169-5
- Hawking, S.W.: *Černé díry a budoucnost vesmíru*. Mladá fronta, 1995 ISBN 80-204-0515-1
- Weinberg, S.: *První tři minuty*. Mladá fronty, 1998 ISBN 80-204-0700-6
- Smolin, L.: *Fyzika v potížích*. Argo/Dokořán, 2009 ISBN 978-80-7363-207-6
- Woit, P.: *Dokonce ani ne špatně*. Paseka, 2010 ISBN 978-80-7432-029-3
- Green, B.: *Elegantní vesmír*. Mladá fronta, 2001 ISBN 80-204-0882-7