APLIKÁCIA TEÓRIE MATÍC V DETERMINÁCIÍ ČASOVEJ ŠTRUKTÚRY ÚROKOVÝCH SADZIEB

Jozef Glova

Úvod

Výnosová krivka predstavuje jeden zo základných nástrojov pre chápanie súvislostí medzi cenou investičných nástrojov s fixným príjmom a dobou ich splatnosti. Je rovnako dôležitá pre všetky ekonomické subjekty, a to najmä z pohľadu definovania základných hodnôt výnosnosti jednotlivých skupín finančných nástrojov.

Výnosová krivka je grafickou reprezentáciou časovej štruktúry sadzieb vybraných cenných papierov (dlhopisov), pričom ide o závislosť výnosu do splatnosti na dobe do splatnosti dlhopisov ako uvádza [7]. Pre jej zostavenie musia byť splnené určité predpoklady, viď [4]. Ako príklad môžeme uviesť rovnaký druh finančného nástroja, rovnaké podmienky zvolateľnosti, emisia v rovnakej mene, porovnateľné podmienky zdaňovania, rovnaká úverová schopnosť emitentov takýchto finančných nástrojov potvrdená ratingom renomovaných ratingových agentúr, a pod.

Tvarom a priebehom výnosovej krivky sa podrobne zaoberá teória výnosových kriviek, ktorá v súčasnosti existuje v štyroch základných podobách – hypotéza očakávaní, hypotéza prémie za likviditu, hypotéza segmentácie trhu a hypotéza preferenčného správania.

Základnými myšlienkami *hypotézy očakávaní* sú predpoklady, že (a) očakávania o budúcich úrokových sadzbách reflektujú aktuálne forwardové úrokové sadzby a (b) očakávané výnosy za dobu držby sú rovnaké pre dlhopisy s rozdielnymi splatnosťami. Vzhľadom na nekonzistentnosť týchto tvrdení, existujú najmenej štyri rôzne modifikácie hypotézy očakávaní ako uvádza [2]. *Hypotéza prémie za likviditu* (bližšie viď [6]) tvrdí, že očakávané výnosnosti pre dlhšie splatnosti musia byť vyššie ako očakávané výnosnosti pre kratšie splatnosti, keďže tieto kompenzujú pre investora vysokú volatilitu dlhších splatností a finančných nástrojov naviazaných na tieto dlhšie splatnosti. Z tohto pohľadu uvažujú normálny (rastúci) charakter výnosovej krivky. *Hypotéza segmentácie trhov* (bližšie viď [3]) zasa tvrdí, že jednotliví investori preferujú skupiny dlhopisov s určitými splatnosťami, teda preferujú dlhopisy s danou splatnosťou pred dlhopismi s inými splatnosťami. Z dôvodu takejto segmentácie zo strany účastníkov trhu existujú rozdielne vzťahy medzi ponukou a dopytom v jednotlivých trhových segmentov. Z tohto pohľadu tvrdia, že implicitné forwardové sadzby majú nedostatočný informačný obsah vzťahujúci sa k budúcim úrokovým sadzbám. Preto výnosová krivka podľa tejto hypotézy nie je hladkou funkciou. *Hypotéza preferenčného správania* (bližšie viď [8]) hovorí o tom, že investori síce môžu uprednostňovať určité splatnosti, avšak v prípade rozdielností vo výnosnosti v iných segmentoch splatnosti, prechádzajú do týchto segmentov. Z tohto pohľadu sú jednotlivé segmenty trhu vzájomne závislé a samotná výnosová krivka je hladkou funkciou. Táto hypotéza je konzistentná so všetkými tvarmi výnosových kriviek.

V ekonomickej literatúre je tiež možné nájsť mnoho autorov testujúcich hypotézu očakávaní, ktorí došli k neplatnosti niektorých tvrdení tejto hypotézy. Z výsledkov výskumu uvedených v [1] je zrejmé, že rizikové prémie pre jednotlivé splatnosti vo výnosovej krivke nie sú konštantné, avšak sú predikovateľné s použitím forwardových sadzieb. Tieto testy podporujú tvrdenia hypotézy preferencie likvidity a hypotézy preferenčného správania.

Na základe uvedených teórií je možné povedať, že určenie časovej štruktúry úrokových sadzieb, resp. výnosovej krivky zahŕňa získanie bezkupónových sadzieb alebo forwardových sadzieb, alebo diskontných funkcií z množiny cien kupónových dlhopisov.

Cieľom tejto práce preto je:

- poukázať na spôsob určenia výnosovej krivky s použitím metódy bootstrappingu,
- aplikovať teóriu matíc pre určenie riešenia ako alternatívy k štandardnému spôsobu určenia hodnôt výnosovej krivky metódou bootstrappingu.

Táto práca nadväzuje na prácu uvedenú v [5], v ktorej sme matematicky dokázali opodstatnenosť aplikácie teórie výnosových kriviek v analýze rizika finančných nástrojov s fixným príjmom so súčasným zohľadnením bázického rizika, ako aj rizika možných opčných práv, ktoré sú vložené v kontrakte takéhoto nástroja s fixným príjmom. Rovnako sme odvodili iný postup merania cenovej citlivosti pre finančné nástroje s fixným príjmom.

Jednotlivé výpočty a grafické zobrazenia sú spracované v tabuľkovom procesore MS Excel.

1. Analýza metódy bootstrappingu v determinovaní výnosovej krivky

Metóda bootstrappingu (voľný preklad z angl. metóda samozavedenia), pozostáva z postupného reťazovitého extrahovania výnosnosti bezkupónových dlhopisov použitím postupnosti cien dlhopisov s narastajúcimi dobami životnosti. Táto metóda vyžaduje existenciu minimálne jedného dlhopisu pre každú dobu splatnosti výnosovej krivky. Z tohto pohľadu je predpokladom existencia minimálne N dlhopisov splatných v N termínoch.

Pre analýzu tejto metódy uvažujme sériu N dlhopisov, ktoré vyplácajú kupóny polročne. Dlhopisy s najkratšou dobou životnosti sú polročné, teda podľa definície s nimi nie je spojená počas ich doby životnosti žiadna výplata kupónu, keďže ten je vyplatený až v deň splatnosti dlhopisu. Použijeme upravený vzťah pre výpočet teoretickej ceny P dlhopisu zo vzťahu uvedeného v [11], resp. v [13, 14]. Vzhľadom na lepšie teoretické výpočty a Pre lepšie teoretické výpočty budeme používať spojité úročenie, a to vzhľadom na jeho zvyčajnú aplikáciu v teoretických finančných modeloch ako uvádza [10], pričom pre kupónový dlhopis s kupónom C_t v čase t, a výplatnými termínmi kupónov v čase $t = 1, 2, ..., N$ platí

$$P = \sum_{t=1}^{N} C_t \cdot e^{-y(t) \cdot t} + F_N \cdot e^{-y(N) \cdot N} \qquad (1)$$

kde $y(t)$ je úroková sadzba platná pre periódu t a F_N je nominálna hodnota dlhopisu splatná v posledný deň životnosti dlhopisu, teda v $t = N$.

Pre prípad bezkupónového dlhopisu je možné celý výpočet zjednodušiť na výplatu nominálnej hodnoty dlhopisu F_N v čase splatnosti dlhopisu, teda

$$P = F_t \cdot e^{-y(t) \cdot t} = F_t \cdot d(t) \qquad (2)$$

kde $d(t) = e^{-y(t) \cdot t}$ je diskontný faktor platný pre splatnosť v čase t a úrokovú sadzbu $y(t)$ platnú pre periódu t.

Keďže primárne uvažujeme kupónový dlhopis, z ktorého budeme postupne odvodzovať výnosnosť bezkupónového dlhopisu, potom pre náš prípad je teoretická cena dlhopisu podľa (2)

$$P(0,5) = (C_{0,5} + F_{0,5}) \cdot e^{-y(0,5) \cdot 0,5} \qquad (3)$$

kde $F_{0,5}$ je nominálna hodnota dlhopisu splatná v posledný deň životnosti dlhopisu, $C_{0,5}$ je polročný kupón vyplatený v tomto prípade v deň splatnosti dlhopisu a $y_{0,5}$ je ročný výnos šesťmesačného dlhopisu (pri uvažovaní spojitého úrokovania). Výnos šesťmesačného dlhopisu s nulovým kupónom môžeme vypočítať logaritmovaním oboch strán rovnice (3) a zjednodušením do nasledujúcej podoby

$$y(0,5) = \frac{1}{0,5} \cdot ln \left[\frac{C_{0,5} + F_{0,5}}{P(0,5)} \right] \qquad (4)$$

K výpočtu výnosu jednoročného dlhopisu s nulovým kupónom môžeme použiť cenu jednoročného dlhopisu s kupónom, a to nasledovne

$$P(1) = C_1 \cdot e^{-y(0,5) \cdot 0,5} + (C_1 + F_1) \cdot e^{-y(1)} \qquad (5)$$

kde F_1 je nominálna hodnota dlhopisu splatná v posledný deň životnosti dlhopisu, C_1 je polročný kupón vyplatený na konci prvého polroka životnosti dlhopisu a v deň splatnosti dlhopisu a $y(1)$ je ročný výnos ročného dlhopisu (pri uvažovaní spojitého úrokovania). Po úprave rovnice (5) a následnom logaritmovaní dostaneme hodnotu výnosnosti jednoročného dlhopisu s nulovým kupónom

$$y(1) = ln \left[\frac{C_1 + F_1}{P(1) - \frac{C_1}{e^{-y(0,5) \cdot 0,5}}} \right] \qquad (6)$$

Keďže z rovnice (4) už poznáme výnosnosť šesťmesačného dlhopisu, môžeme ju dosadiť do rovnice (6), a tak vypočítať ročnú výnosnosť.

Ak budeme ďalej postupovať týmto spôsobom, tak potom vieme použiť polročnú výnosnosť a ročnú výnosnosť k získaniu 1,5 ročnej výnosnosti. Pri nasledovaní tohto prístupu, výnosnosti bezkupónových dlhopisov pri všetkých N splatnostiach (korešpondujúce splatnostiam dlhopisov vo vzorke) vypočítame reťazovito použitím bezkupónových výnosností predchádzajúcich splatností.

Vo všeobecnosti 15 až 30 splatností je postačujúcich pre vytvorenie celej časovej štruktúry bezkupónových výnosností, viď [9].

2. Aplikácia maticového prístupu v metóde bootstrappingu

Namiesto hľadania bezkupónových výnosností postupne s použitím iteratívneho postupu, ako sme si ukázali vyššie, uvažujeme maticový prístup pre priame získanie výsledku. Uvažujme *N* dlhopisov splatných v termínoch $t=1, 2, ..., N$, ďalej nech $CF_{i,t}$ predstavuje jednotlivé peňažné toky plynúce z *i*-tého dlhopisu (pre $i=1, 2, 3, ..., N$) v čase t (pre $t=1, 2, ..., N$). Potom ceny *N* dlhopisov sú určené nasledujúcim systémom *N* lineárnych algebraických rovníc

$$\begin{pmatrix} P(1) \\ P(2) \\ \vdots \\ P(N) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} CF_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ CF_{2,1} & CF_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CF_{N,1} & CF_{N,2} & \cdots & CF_{N,N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d(1) \\ d(2) \\ \vdots \\ d(N) \end{pmatrix} \tag{7}$$

Všeobecne zapísané matica *P* je rovná súčinu matíc *A* a *D*, teda

$$P = A \cdot D \tag{8}$$

Po úprave vzhľadom k matici *D* dostaneme

$$D = A^{-1} \cdot P$$

kde matica A^{-1} predstavuje inverznú maticu k matici *A*. V prípade voľby analytického spôsobu riešenia pre prvky inverznej a adjungovanej matice platí vzťah

$$A^{-1} = \frac{1}{det\ A} \cdot adj\ A = \frac{1}{det\ A},$$

kde adjungovaná matica *adj A* k matici *A* predstavuje transponovanú maticu algebraických doplnkov, teda

$$adj\ A = \begin{pmatrix} (-1)^{1+1}M_{11} & (-1)^{2+1}M_{21} & \cdots & (-1)^{n+1}M_{n1} \\ (-1)^{1+2}M_{12} & (-1)^{2+2}M_{22} & \cdots & (-1)^{n+2}M_{n2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (-1)^{1+n}M_{1n} & (-1)^{2+n}M_{2n} & \cdots & (-1)^{n+n}M_{nn} \end{pmatrix}$$

pričom M_{ij} sa rovná determinantu matice, ktorá vznikne vyškrtnutím *i*-tého riadku a *j*-tého stĺpca z pôvodnej matice.

Rovnako obvyklým spôsobom hľadania inverznej matice A^{-1} k matici A je aplikácia Gaussovej eliminačnej metódy, kde vedľa prvkov matice *A* napíšeme prvky jednotkovej matice *E* rovnakého typu a aplikujeme riadkové úpravy podľa Gaussovej eliminačnej metódy na matici (*A*|*E*) ako celku.

Využitím týchto vlastností dostávame

$$D = \left[\frac{1}{det\ A} \cdot adj\ A \right] \cdot P \tag{9}$$

Ako je vidieť zo vzťahu (7), nad diagonálou vpravo má matica peňažných tokov nulové hodnoty, teda ide o trojuholníkovú maticu. Pri vynásobení oboch strán rovnice (7) a (8) dostaneme už zmienenú inverznú maticu násobenú maticou cien N dlhopisov, ktorých výsledkom je matica D s jednotlivými diskontnými funkciami pre skupinu dlhopisov

$$\begin{pmatrix} d(1) \\ d(2) \\ \vdots \\ d(N) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} CF_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ CF_{2,1} & CF_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CF_{N,1} & CF_{N,2} & \cdots & CF_{N,N} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} P(1) \\ P(2) \\ \vdots \\ P(N) \end{pmatrix} \tag{10}$$

Takýto spôsob riešenia samozrejme vyžaduje, aby počet dlhopisov bol rovný počtu splatností dlhopisov. Bezkupónová sadzba sa potom môže vypočítať zodpovedajúcou diskontnou funkciou použitím vzťahu (2).

3. Aplikácia oboch postupov metódy bootstrappingu v praktickom príklade

Pre názornosť využitia metódy samozavedenia uvažujme s nasledujúcim príkladom desiatich dlhopisov uvedených v tabuľke. Predpokladajme plnú porovnateľnosť dlhopisov s výnimkou ich termínov splatnosti, pričom uvažujeme, že u všetkých dlhopisov sú realizované ročné výplaty kupónov. Nominálna hodnota dlhopisov je vo výške 100 €. Charakteristiky jednotlivých dlhopisov sú zhrnuté v tabuľke 1.

V tomto prípade bude cena prvého dlhopisu zadaná ako

$$97{,}35 = (2+100) \cdot e^{-y(1) \cdot 1}$$

z čoho dostaneme ročnú bezkupónovú sadzbu (výnos)

$$y(1) = ln \left[\frac{100+2}{97{,}35} \right] = 0{,}04666 = 4{,}666\ \%$$

Tab. 1: Charakteristiky jednotlivých dlhopisov

Dlhopis	Cena (v €)	Životnosť (v rokoch)	Ročná kupónová sadzba (v %)
1	97,35	1	2
2	94,46	2	2,5
3	92,31	3	3
4	90,99	4	3,5
5	90,49	5	4
6	90,79	6	4,5
7	91,84	7	5
8	93,57	8	5,5
9	95,94	9	6
10	98,89	10	6,5

Zdroj: Vlastný.

S použitím ročného výnosu 4,666 % k diskontovaniu prvej kupónovej sadzby dvojročného dlhopisu, dostaneme vzťah pre vyjadrenie ceny dvojročného dlhopisu, teda

$$94,46 = 2,5 \cdot e^{-0,04666?1} + (2,5 + 100) \cdot e^{-y(2) \cdot 2}$$

Riešením pre $y(2)$ dostaneme

$$y(2) = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{2,5 + 100}{94,46 - 2,5 \cdot e^{-0,04666 \cdot 1}} \right] = 0,05364 =$$
$$= 5,364\ \%$$

Ak budeme pokračovať týmto iteratívnym postupom, dostaneme bezkupónové sadzby pre všetkých 10 splatností.

V prípade aplikácie navrhnutého riešenia pre tento typ úlohy pomocou vzťahu (7), resp. (10) dostaneme

Výsledok súčinu dvoch matíc je

$$\begin{pmatrix} d(1) \\ d(2) \\ d(3) \\ d(4) \\ d(5) \\ d(6) \\ d(7) \\ d(8) \\ d(9) \\ d(10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,954412 \\ 0,898283 \\ 0,842252 \\ 0,787997 \\ 0,736137 \\ 0,687121 \\ 0,641038 \\ 0,597727 \\ 0,557266 \\ 0,519488 \end{pmatrix}$$

Sadzbu bezkupónovej výnosnosti získame vyjadrením zo vzťahu (2)

$$y(t) = \frac{-\ln \cdot d(t)}{t}$$

Sadzby bezkupónových výnosností pre všetkých desať splatností sú zobrazené v Tab. 2 a Obr. 1

$$\begin{pmatrix} d(1) \\ d(2) \\ d(3) \\ d(4) \\ d(5) \\ d(6) \\ d(7) \\ d(8) \\ d(9) \\ d(10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 102 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2,5 & 102,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 103 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3,5 & 3,5 & 3,5 & 103,5 & 3,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 104 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4,5 & 4,5 & 4,5 & 4,5 & 4,5 & 104,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 105 & 0 & 0 & 0 \\ 5,5 & 5,5 & 5,5 & 5,5 & 5,5 & 5,5 & 5,5 & 105,5 & 0 & 0 \\ 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 106 & 0 \\ 6,5 & 6,5 & 6,5 & 6,5 & 6,5 & 6,5 & 6,5 & 6,5 & 6,5 & 106,5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 97,35 \\ 94,46 \\ 92,31 \\ 90,99 \\ 90,49 \\ 90,79 \\ 91,84 \\ 93,57 \\ 95,94 \\ 98,89 \end{pmatrix}$$

Tab. 2: Jednotlivé bezkupónové sadzby (p. a.) vypočítané pre jednotlivé doby splatnosti

t	*y*(*t*)
1	4,666 %
2	5,364 %
3	5,723 %
4	5,957 %
5	6,127 %
6	6,254 %
7	6,352 %
8	6,433 %
9	6,497 %
10	6,549 %

Zdroj: Vlastné výpočty

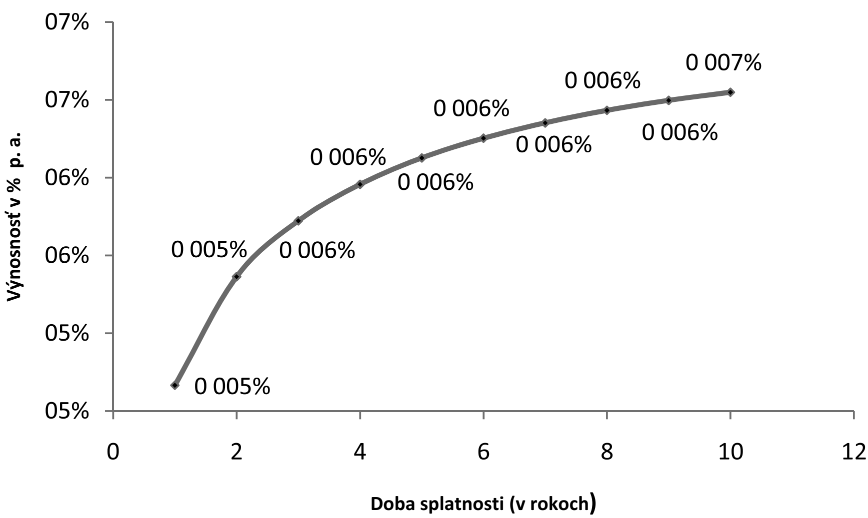
Metóda bootstrappingu má samozrejme svoje obmedzenia, ktoré nie sú odstránené ani nami aplikovanou teóriou matíc pre výpočet jednotlivých hodnôt výnosnosti. Určitým obmedzením je nevyužívanie optimalizácie pri definovaní možnej sadzby výnosu, ale určenie bezkupónového výnosu exaktne prostredníctvom cien dlhopisov. To samozrejme vedie k možnému zlému usporiadaniu sadzieb výnosnosti, keďže ceny dlhopisov často obsahujú náhodné výkyvy spôsobené nedostatkom likvidity, rozpätím ponúkanej a dopytovanej ceny, špeciálnych daňových efektov, a pod. Z toho vyplýva tiež, že štruktúra výnosovej krivky nemusí byť nevyhnutne tak vyhladená, ako je to zobrazené v Obr. 1. Ďalším obmedzením tejto metódy je predpoklad, že počet jednotlivých dlhopisov je rovný počtu dôb splatnosti, čo je častokrát v praxi problematické splniť a je nutné vypočítavať jednotlivé hodnoty výnosových sadzieb, napríklad použitím niektorého z typov Lagrangeovej interpolácie (možné riešenie viď. tiež [11] alebo [15]).

4. Záver

Tento príspevok je zameraný na analýzu časovej štruktúry úrokových sadzieb v podobe výnosovej krivky. Výnosová krivka pritom predstavuje jeden zo základných nástrojov pre chápanie súvislosti medzi cenou peňazí investičných nástrojov a dobou splatnosti. Je rovnako dôležitá pre všetky ekonomické subjekty, a to najmä z pohľadu definovania základných hodnôt výnosnosti jednotlivých skupín finančných nástrojov. Analýza výnosových kriviek je teda využiteľná pre rôzne odbory ekonomických predmetov, akými sú napríklad finančný manažment, manažment portfólia, poisťovníctvo, oceňovanie firiem, riadenie hodnoty firmy, manažment finančných rizík a pod.

Jednou zo základných metód aplikovanou pri konštrukcií výnosových kriviek je metóda boot-

Obr. 1: Výnosová krivka bezkupónových výnosnosti pre rôzne doby splatnosti



Zdroj: Vlastné spracovanie.

strappingu, ktorej je venovaný tento príspevok. Keďže ide o výpočtovo náročnú úlohu, snažili sme sa navrhnúť a aplikovať iný postup, ktorý ale vedie k rovnakým výsledkom.

Využitím znalostí z matematiky, presnejšie teórie matíc, sme v práci analyzovali a kvantifikovali jednotlivé body výnosovej krivky. Pre ich determináciu boli použité východiská metódy bootstrappingu, ktoré vychádzajú z teórie výnosových kriviek, a to z hypotézy očakávaní a hypotézy preferenčného správania.

Navrhnutý a použitý postup využívajúci teóriu matíc umožňuje rýchlejšie a prehľadnejšie riešenie takéhoto typu úlohy. Aj pri aplikácií nášho spôsobu riešenia bodov výnosovej krivky je potrebné zobrať do úvahy predpoklady samotnej metódy bootstrappingu.

Príspevok bol vypracovaný s podporou projektu VEGA č. 1/0897/10 „Meranie a riadenie úrokového rizika (IntRate-RiskMetrics)“.

Literatúra

[1] CAMPBELL, J. Y. A Defense of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*. 1986, roč. 41, s. 183-193. ISSN 1540-626.

[2] COX, J. J., INGERSOLL, ROSS, S. A. A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometrica*. 1985, roč. 53, s. 385-408. ISSN 0012-9682.

[3] CULBERTSON, K. The Term Structure of Interest Rates. *Quarterly Journal of Economic.* 1957, roč. 71, č. 4, s. 485-517. ISSN 0033-5533.

[4] FABOZZI, F. J. *The Handbook of Fixed-Income Securities*. 6. vyd. New York: McGraw-Hill, 2001. ISBN 0-07-137682-8.

[5] GLOVA, J. Nové aspekty merania úrokového rizika cenných papierov s fixným príjmom. In HORŇÁKOVÁ, M. (ed.). *3rd International PhD Conference YOUNG SCIENTISTS 2009 Procceedings*. 1. vyd. Košice: Technická univerzita v Košiciach – Ekonomická fakulta, 2009. s.105-120. ISBN 978-80-553-0296-6.

[6] HICKS, J. R. *Value and Capital: An Inquiry into Some Fundamental Principles of Economic Theory*. 2. vyd. Oxford: Clarendon Press, 1975. ISBN 978-01-982-8269-3.

[7] KOHOUT P. Ekonomická analýza výnosových křivek. *Statistika*. 2005, roč. 42, č. 3, s. 211-226. ISSN 0322-788X.

[8] MODIGLIANI, F., SUTCH, R., Innovations in Interest Rate Policy. *American Economic Review.* 1966, roč. 2, s. 178-207. ISSN 0002-8282.

[9] NAWALKHA, S. K., CHAMBERS, D. R. *Interest Rate Risk Measurement and Management.* 1. vyd., New York: Institutional Investor, 1999. ISBN 978-09-619-4469-8.

[10] RADOVÁ, J. et al. *Finanční matematika pro každého – příklady + CD-RO*M. 1. vyd. Praha: Grada Publishing, 2008. ISBN 978-80-247-2364-8.

[11] SUNDARESAN, S. *Fixed-Income Markets and Their Derivatives*. 2. vyd. Cincinnati Ohio: South-Western College Pub., 2002. ISBN 978-03-240-0446-5.

[12] ŠOLTÉS, V. Durácia kupónovej obligácie ako kritérium cenovej citlivosti obligácie vzhľadom na zmenu úrokových sadzieb. *Ekonomický časopis.* 2004, roč. 52, č. 1, s. 108-114. ISSN 0013-3035.

[13] ŠOLTÉS, V., ŠOLTÉS, M. Maximálna a limitná hodnota durácie kupónovej obligácie. *E+M Ekonomie a Management.* 2007, roč. 10, č. 4, s. 87-91. ISSN 1212-3609.

[14] ŠOLTÉS, V., ŠOLTÉS, M. Analysis of duration and convexity of coupon obligation. *Creative Mathematics*. 2005, roč. 14, s. 83-86. ISSN 1584-286X.

[15] VAN HORNE, J. C. *Financial Market Rates and Flows.* 6. vyd. New Jersey: Prentice-Hall, 2000. ISBN 978-01-301-8044-5.

Ing. Jozef Glova, PhD.
Technická univerzita v Košiciach
Ekonomická fakulta
Katedra bankovníctva a investovania
jozef.glova@tuke.sk

Doručeno redakci: 16. 3. 2010
Recenzováno: 22. 11. 2010, 28. 4. 2010
Schváleno k publikování: 1. 4. 2011

ABSTRACT

APPLICATION OF MATRIX THEORY IN ESTIMATION OF THE TERM STRUCTURE OF INTEREST RATES

Jozef Glova

This paper focuses on the term structure of interest rates. We show that the term structure of interest rates is a static function that relates the term to maturity to the yield to maturity for a sample of bonds at a given point of time. We also short describe four mainstream theories attempt to explain the shape of the yield curve.

The yield curve is a basic instrument for understanding the relationship between the interest rate of bonds and the maturity of a financial instrument. It has the same relevance for all economic subjects in the form of interest rates determination. Estimation of the term structure discussed in the paper involves obtaining zero coupon interest rates, or discount functions from a set of coupon bond prices. The bootstrapping method is used here to determinate the particular zero coupon interest rates of bonds, where the method consists of iteratively extracting zero coupon interest rates using a sequence of increasing maturity coupon bond prices. Using these rates it becomes possible to derive interest rates for all maturities by making a few assumptions including linear interpolation as we discuss in conclusion of this paper. The particular spot and forward zero coupon interest rates resulting from the bootstrapping method can be used as input in different economic categories like financial management, portfolio management, actuary science, company valuation, management of firm value, financial risk management, etc.

The matrix approach derived and described in this paper can be used instead of solving the zero coupon rates sequentially for obtaining a direct solution with particular zero coupon rates. This helps us to diminish the computing severity related to the sequential determination of interest rates using an iterative approach. Fortunately, however, the application of matrix theory helps us to solve this issue very well.

Key Words: *yield curve, interest rate term structure analysis, bootstrapping method.*

JEL Classification: *C41, D14, G31.*