

# DETERMINÁCIA SYSTEMATICKÉHO RIZIKA KMEŇOVEJ AKCIE V MODELI ČASOVO-PREMENLIVÉHO FUNDAMENTÁLNEHO BETA

*Jozef Glova*

## Úvod

Model CAPM, zvyčajne označovaný ako model oceňovania kapitálových aktív, je fundamentálnym základom na pochopenie spôsobu, na ktorom kapitálové trhy pracujú. Pri existencii všetkých predpokladov modelu CAPM, jediné portfólio rizikových aktív, ktoré investori budú vlastniť, je trhové portfólio. Rozhodujúcimi parametrami, na základe ktorých sa investori rozhodujú pri investovaní či už do samotných akcií alebo portfólií, sú očakávaná výnosnosť, ktorú im investícia prinesie, a riziko, ktoré budú musieť podstúpiť. Tento model vyjadruje vzťah medzi rizikom a výnosnosťou, pričom fundamentálnym predpokladom CAPM je tvrdenie, že riziková prémie v podobe nadmernej očakávanej výnosnosti cenného papiera je funkciou systematického rizika. Tento koncept rovnako predpokladá, že investori držia alebo majú schopnosť držať kmeňové akcie vo veľkých, dobre diverzifikovaných portfóliách.

Systematické riziko je v CAPM determinované prostredníctvom faktora nazývaného ako beta alebo beta koeficient. Beta pritom predstavuje funkciu nadmernej výnosnosti individuálneho cenného papiera alebo portfólia takýchto cenných papierov, vyjadrenú k nadmernej výnosnosti trhového portfólia. Tá sa často označuje ako riziková prémie trhu. Takéto vyjadrenie CAPM je tiež známe ako charakteristická priamka cenných papierov.

V tomto príspevku sa práve zaoberáme upravenou verziou charakteristickej priamky cenných papierov, a to s ohľadom na vyjadrenie časovo premenlivého systematického rizika cenného papiera. Celý príspevok je rozdelený do troch častí. Prvá v stručnej forme objasňuje princíp fungovania modelu CAPM a jeho predpoklady. Druhá časť poskytuje pohľad na

možnú modifikáciu klasického modelu v zmysle uvažovania fundamentálneho beta v rozšírení modelu Beaver, Kettler a Scholesa o časovo premenlivého beta. Tretia analytická časť je zameraná na demonštráciu špecifikácie modelu fundamentálneho beta, odhad jeho podoby a testovanie. Výsledkom aplikácie je mapovanie systematického rizika daného kapitálového aktíva v čase, čo výrazne dynamizuje podobu pôvodne statického modelu CAPM.

Vzhľadom na to, že model CAPM je jeden z najčastejšie aplikovaných modelov v stanovení implicitných nákladov kapitálu, resp. vlastných nákladov kapitálu, môže takýto postup výrazne spresniť odhad implicitných nákladov a vďaka časovej premenlivosti beta aj lepšie vyjadriť systematické riziko cenného papiera a na neho naviazanej očakávanej výnosnosti.

## 1. CAPM a rovnovážne modely kapitálového trhu

V oblasti kapitálových aktív majú výrazný vplyv pre definovanie požadovanej výnosnosti rovnovážne modely, nazývané tiež ako jednofaktorové alebo viacfaktorové, ktoré prostredníctvom vysvetľujúcich premenných (faktora alebo indexu) determinujú vysvetľovanú premennú, teda požadovanú mieru výnosnosti alebo nadmernej výnosnosti kapitálového aktíva.

Najznámejším a najtradičnejším konceptom v tejto oblasti je CAPM – model oceňovania kapitálových aktív (Capital Asset Pricing Model). Tento model, tiež nazývaný ako Sharpe-Lintner-Mossinov model, nadväzuje na teoretické práce H. Markowitz [11] v oblasti diverzifikácie a modernej teórie portfólia, pričom bol nezávisle predstavený W. Sharpem [16], J. Lintnerom [10] a J. Mossinom [12]. Model berie do úvahy citlivosť kapitálového aktíva na nediverzifikovateľnú zložku rizika, takzvaného

systematického rizika, reprezentovaného relatívnou mierou rizika v podobe beta ( $\beta$ ) koeficientu, ako aj očakávanú výnosnosť trhu a očakávanú výnosnosť teoreticky definovaného bezrizikového aktíva, a to na základe definovaných predpokladov. Existuje množstvo odvodených podob tradičného modelu, kde najznámejšími sú modely Zero-beta CAPM, T-CAPM, M-CAPM, IP-CAPM. CAPM sa zvyčajne vyjadruje v podobe procesu generujúceho výnosnosť alebo charakteristickej priamky cenného papiera, pričom je vhodne modifikovateľný na všeobecný jednofaktorový model.

V prípade CAPM boli predpoklady pre definovanie efektívnej hranice podľa Markowitz a Tobina doplnené a spolu tak tvoria základ pre tento model. Medzi jednotlivými predpokladmi sú uvedené tieto: Neexistujú transakčné náklady. Jednotlivé aktíva sú nekonečne deliteľné. Neexistencia daní z príjmu. Jednotlivec nemôže ovplyvniť cenu akcie svojim nákupným alebo predajným rozhodnutím. Od investorov sa očakáva uskutočniť rozhodnutia samostatne z hľadiska očakávaných výnosností a štandardných smerodajných odchýlok ich portfólií. Prípustnosť neobmedzeného predaja na krátko. Neobmedzené požičiavanie a vypožičanie si za bezrizikovú úrokovú sadzbu. Homogenita v očakávaní investorov ohľadom výnosnosti a ich variability. Informácie sú voľné a okamžite dostupné všetkým investorom. Všetky aktíva sú predajné (speňažiteľné). Jednotlivé predpoklady sú podrobne popísané v [3].

Ako je z prehľadu týchto predpokladov zrejmé, CAPM redukuje situáciu na hraničný prípad. To dovoľí presunúť pozornosť na to, čo sa stane s cennými papiermi, keď budú mať všetci investori rovnaké podmienky a všetci budú investovať podobným spôsobom. A na základe sledovania kolektívneho správania sa investorov môže byť odvodená podstata výsledného rovnovážneho vzťahu medzi rizikom a výnosnosťou každého cenného papiera.

Významným príspevkom do teórie oceňovania kapitálových aktív je tiež všeobecná arbitrážna teória oceňovania kapitálových aktív [13], [15]. Tá tvrdí, že výnosnosť kapitálových aktív je možné modelovať ako lineárnu funkciu rôznych makroekonomických a mikroekonomických faktorov, kde je citlivosť na zmenu faktora vyjadrená špecifickým beta koeficientom daného faktora. Vzťahy medzi ekonomickými fundamentmi (v podobe makro- alebo mikroekonomických

ukazovateľov) sú dostatočne dokumentované pre akcie firiem tradičných odvetví krajín Západnej Európy a USA, ako to ukazuje intenzívny výskum v tejto oblasti (pozri napríklad [5] alebo [9]).

Beaver a kol. [2] sa ako prví pokúšali nájsť vzťah medzi beta koeficientom jednoduchého faktorového modelu, špecifickým CAPM a fundamentmi v rámci podniku. Pre overenie vzťahu použili viacrozmernú regresnú analýzu v nasledujúcej forme

$$\beta_i = b_0 + \sum_{j=1}^n b_{j,t} \gamma_{j,t} + e_t \quad (1)$$

Analýzou dospeli k modelu s úrovňovou konštantou  $b_0$ , so siedmimi premennými  $\gamma_{j,t}$  a ich regresnými koeficientmi  $b_{j,t}$ , konkrétne pomer výplaty dividend, pomer dlhu k vlastnému kapitálu, likvidita, veľkosť aktív podniku, volatilita zisku a účtovné beta.  $e_t$  pritom predstavuje náhodné chyby modelu. Okrem tejto štúdie boli realizované mnohé ďalšie, ktoré hľadali vzťah ku skupine ekonomických faktorov – fundamentov, predovšetkým však v [1], [3], [6], [14], [17] a [18], kde ako sa ukázalo, model zahrňujúci fundamentálne údaje a historické beta viedol k lepšiemu odhadu budúcich hodnôt beta koeficientu, ako pri použití konceptu historického beta alebo konceptu fundamentálneho beta v izolovanej forme. Zaujímavý príspevok od Harveyho [8] predstavuje nový prístup v hodnotení systematického rizika prostredníctvom faktorového modelu, špecificky na úrovni krajín, kde sú ako premenné uvažované hodnoty rezíduí modelov pre nestacionárne časové rady.

## 2. Špecifikácia CAPM a jeho modifikovanej varianty

V zmysle modernej teórie portfólia, ktorá umožňuje vymedziť efektívnu hranicu na prípustnej množine portfólií, uvažujme dvojicu charakteristík definovaných H. M. Markowitzom v [11]. Tieto udávajú všeobecný vzťah pre očakávanú výnosnosť a hodnotu smerodajnej odchýlky očakávaných výnosnosti jednotlivých portfólií cenných papierov. Nech  $\bar{R}_p$  predstavuje očakávanú výnosnosť ľubovoľného portfólia  $P$  na prípustnej množine, ktorá je definovaná očakávanou výnosnosťou jednotlivého  $i$ -tého aktíva označeného ako  $\bar{R}_i$ , a jeho relatívnym podielom sumy investovanej do tohto aktíva k sume celkovej investície, označeným ako  $X_i$ . Hodno-



Pre určenie skladby trhového portfólia vieme tento problém riešiť ako optimalizačný problém s ohraničením, a to pre maximalizáciu očakávanej výnosnosti  $\bar{R}_{P(E)}$ . Samozrejme existujú štandardné techniky riešenia takéhoto problému. Napríklad môžeme použiť metódu Lagrangeových multiplikátorov pre riešenie optimalizačnej úlohy s obmedzujúcimi podmienkami v tvare rovnosti. Rovnako tiež existujú iné alternatívne riešenia. Ohraničenie môžeme nahradiť do objektivej funkcie a maximalizovať takúto objektívnu funkciu ako neohraničený problém. Presný postup optimalizácie je možné nájsť napríklad v [3], [4] a [7]. Riešením optimalizačného problému tiež determinujeme skladbu trhového portfólia.

Je potrebné si ale uvedomiť, že rovnica priamky trhu cenných papierov nám nepostačuje pre determinovanie očakávanej výnosnosti ľubovoľného portfólia cenných papierov  $P$ , a to vzhľadom na fakt, že na priamke kapitálového trhu sa nachádzajú len efektívne kombinácie investícií, teda len portfólia označené ako  $P(E)$ .

Pre určenie vzťahu medzi rizikom ľubovoľného portfólia cenných papierov (či už jedno alebo viaczložkového) a ich očakávanou výnosnosťou je potrebné postup upraviť, keďže väčšina portfólií sa nebude nachádzať na novej efektívnej hranici, teda na priamke CML. Je potrebné si uvedomiť, že napríklad vo vnútri pôvodnej prípustnej množiny Markowitzovho modelu ležia všetky jednotlivé rizikové cenné papiere (alebo ich portfólia), ktoré práve odvodeným modelom nie sú popísané práve pre ich neefektívnosť. Pre našu analýzu si môžeme vybrať ľubovoľný cenný papier nachádzajúci sa v neefektívnej časti prípustnej množiny (efektívna hranica je zvýraznená prerušovane). Označme tento cenný papier ako jednozložkové portfólio  $k$ , pričom ho môžeme vhodne znázorniť v Obr. 1.

Uvažujme ľubovoľné dvojzložkové portfólio  $P$ , skladajúce sa z dvoch zložiek. A to tangenciálneho, resp. trhového portfólia  $M$  a jednozložkového portfólia  $k$ . Podiely investovaných súm do týchto dvoch zložiek môžeme zadefinovať ako podielu  $X_k$  investovaného do jednozložkového portfólia zloženého z cenného papiera  $k$  a podielu  $X_M = (1 - X_k)$  investovaného do nami vymedzeného viaczložkového portfólia  $M$ , teda trhového portfólia. Takéto portfólio bude mať očakávanú výnosnosť rovnú  $\bar{R}_P = X_k \bar{R}_k + (1 - X_k) \bar{R}_M$  a varianciu  $\sigma_P^2 = X_k^2 \sigma_k^2 + 2(1 - X_k) X_k \sigma_{kM} + (1 - X_k)^2 \sigma_M^2$ .

Všetky tieto portfólia budú ležať na krivke spájajúcej body  $k$  a  $M$ , ako je to zakreslené v Obr. 1.

Nás bude zaujímať smernica tejto zakrivenej čiary. Pretože sa jedná o zakrivenú čiaru, táto smernica nebude konštantná. Môže však byť určená pomocou diferenciálneho počtu. Smernicu krivky  $kM$  z obrázku môžeme zapísať

$$\text{ako } \left( \frac{\partial \bar{R}_P}{\partial X_k} \right) / \left( \frac{\partial \sigma_P}{\partial X_k} \right).$$

Zaujímať nás bude smernica krivky  $kM$  v koncovom bode  $M$ . Pretože proporcia investovaná do jednozložkového portfólia  $k$ , teda  $X_k$ , je v tomto bode rovná nule, môžeme smernicu  $kM$  vypočítať dosadením nuly za  $X_k$ . Následne dostávame

$$\frac{\frac{\partial \bar{R}_P}{\partial X_k}}{\frac{\partial \sigma_P}{\partial X_k}} = \frac{(\bar{R}_k - \bar{R}_M)(\sigma_M)}{\sigma_{kM} - \sigma_M^2}. \quad (6)$$

V bode  $M$  sa smernica priamky kapitálového trhu  $\frac{\bar{R}_M - R_F}{\sigma_M}$  rovná smernici krivky  $kM$ , ak  $X_k = 0$ . Vzhľadom k tejto skutočnosti môžeme zapísať rovnosť

$$\frac{(\bar{R}_k - \bar{R}_M)\sigma_M}{\sigma_{kM} - \sigma_M^2} = \frac{\bar{R}_M - R_F}{\sigma_M}. \quad (7)$$

Riešením rovnice (7) vzhľadom k  $\bar{R}_k$  sa dostaneme ku kovariančnej verzii priamky trhu cenných papierov pre výnosnosť jednozložkového portfólia, resp. cenného papiera  $k$  (SML – Security Market Line)

$$\bar{R}_k = R_F + \frac{(\bar{R}_M - R_F)}{\sigma_M^2} \sigma_{kM}. \quad (8)$$

V prípade, ak v rovnici (8) nahradíme  $\frac{\sigma_{kM}}{\sigma_M^2}$  za  $\beta_k$  dostaneme beta verziu priamky trhu cenných papierov

$$\bar{R}_k = R_F + (\bar{R}_M - R_F) \beta_k \quad (9)$$

CAPM sa veľmi často vyjadruje v podobe charakteristickej priamky cenného papiera, ktorá má nasledujúci analytický tvar s vyjadrením tzv. nadmernej výnosnosti cenného papiera  $k$ , teda  $(\bar{R}_k - R_F)$ , čo je

$$(\bar{R}_k - R_F) = (\bar{R}_M - R_F) \beta_k \quad (10)$$

Respektíve v prípade uvažovania úrovňovej konštanty  $\alpha_k$  vo vzťahu (10), dostávame

$$(\bar{R}_k - R_F) = \alpha_k + (\bar{R}_M - R_F)\beta_k \quad (11)$$

Aplikácia modelu CAPM prostredníctvom vzťahu (11) však vyžaduje úpravu, keďže ide o odhad procesu generujúceho nadmernú výnosnosť cenného papiera k vyjadrenú ako  $(\bar{R}_k - R_F)$ . Pre odhad je možné použiť regresný vzťah, ktorý je definovaný v rovnici (10).

$$(R_{kt} - R_{Ft}) = \alpha_k + \beta_{kt}(R_{Mt} - R_{Ft}) + \varepsilon_{kt} \quad (12)$$

Pričom pre očakávanú výnosnosť cenného papiera  $k$  po úprave platí

$$R_{kt} = \alpha_k + R_{Ft} + \beta_{kt}(R_{Mt} - R_{Ft}) + \varepsilon_{kt} \quad (13)$$

$$(R_{kt} - R_{Ft}) = \alpha_k + b_{0,k}(R_{Mt} - R_{Ft}) + b_{1,i}(R_{Mt} - R_{Ft})\gamma_{1,kt} + \dots + b_{n,k}(R_{Mt} - R_{Ft})\gamma_{n,kt} + \vartheta_{kt} \quad (15)$$

$$(R_{kt} - R_{Ft}) = \alpha_k + b_{0,k}(R_{Mt} - R_{Ft}) + \sum_{j=1}^n [b_{j,k}(R_{Mt} - R_{Ft})\gamma_{j,kt}] + \vartheta_{kt} \quad (16)$$

Ako je možné vidieť zo vzťahov (15) a (16), endogénna premenná v podobe rizikovej prémie cenného papiera alebo skupiny cenných papierov  $(R_{it} - R_{ft})$  v časovej perióde  $t$ , je vysvetľovaná skupinou exogénnych premenných v podobe súčinnov rizikovej prémie trhového portfólia zastúpeného zodpovedajúcich trhovým indexom a jednotlivých faktorov zo vzťahu (14).

Vzhľadom na skutočnosť, že rovnice (15) a (16) sú vyjadrené vo forme empiricky sledovaných premenných, môžeme odhadnúť parametre v rovnici (14). Nepriamo tak determinujeme beta vybraného cenného papiera alebo portfólia cenných papierov.

### 3. Analýza a návrh modelu časovo premenlivého beta pre vybranú kmeňovú akciu

Pre analýzu a návrh ekonometrického modelu použijeme jednoduchý postup zložený z troch hlavných krokov:

1. Výber, resp. špecifikácia modelu,
2. Odhad modelu,
3. Testovanie modelu.

V prípade aplikácie vzťahu (1) je možné zapísať beta pre jednozložkové portfólio, resp. cenný papier  $k$  v podobe tzv. fundamentálneho beta

$$\beta_{kt} = b_{0,k} + \sum_{j=1}^n b_{j,kt}\gamma_{j,t} + e_{kt} \quad (14)$$

Avšak vzhľadom na nemožnosť odhadu jednotlivých parametrov priamo použitím vzťahu (14), keďže beta nie je empiricky pozorovateľnou premennou, vyjadříme  $\beta_{kt}$  podľa vzťahu (14) do rovnice (12), pričom preformulovaním získame odhadované hodnoty regresných koeficientov, čo je vyjadrené vo vzťahu (15) a (16). Takto vznikne model, v ktorom je integrované časovo premenlivé fundamentálne beta, vyjadrujúce systematické riziko cenného papiera

Tento postup bude iteratívne aplikovaný pre každý odhad modelu, až do úrovne kedy nami analyzovaný model nebude správne špecifikovaný za predpokladu vhodnosti tohto modelu.

Pracovať budeme s modelmi viacrozmernej lineárnej regresie. To vyžaduje odhad jednotlivých regresných koeficientov s použitím historických údajov, ako napríklad uvádza [19]. Ako metóda odhadu regresných koeficientov modelu je použitá metóda najmenších štvorcov, známa aj ako metóda OLS (ordinary least squares).

Pre demonštráciu postupu modelovania je potrebné použiť praktický príklad, ktorý v našom prípade predstavujú dáta výnosnosti americkej spoločnosti Dell Inc. (ďalej len Dell). Účelom nasledujúceho postupu je determinovať model viacnásobnej lineárnej regresie, s použitím ktorého bude možné určiť faktory ovplyvňujúce rizikovú prémii akcií danej spoločnosti, a teda aj nákladov vlastného kapitálu, resp. očakávaní jednotlivých investorov odvodených z tohto modelu.

Analýzovaná spoločnosť Dell pôsobí vo vývoji, podpore, výrobe a predaji stolných počítačov, pracovných staníc, serverov, notebookov

a iných technologických zariadení v sektore informačných technológií (IT). Spoločnosť je výrazne zastúpená ako v Českej republike, tak aj na Slovensku, a to prevažne z pohľadu podpory predaja svojich výrobkov a poskytovania služieb v oblasti IT.

Pre získavanie a výber relevantných údajov pre analýzu bolo rozhodujúcim faktorom určenie časového obdobia takejto analýzy. Toto bolo špecifikované od prvého štvrťroka 1999 do posledného kvartálu roka 2011 (52 štvrťročných údajov), pri použití štvrťročných údajov. V modeli sa vyskytuje 24 vysvetľujúcich premenných.

Gangemi a kol. [6] odporúčajú v modeli časovo-premenlivého beta aplikovať iba rezíduá ARIMA modelov jednotlivých exogénnych premenných. Pre každú nezávislú premennú bol preto determinovaný jej najvhodnejší ARIMA model s použitím Bayesovského a Akaikeho informačného kritéria, pričom rezíduá tohto modelu boli vynásobené o riziková prémie trhu (alebo tiež nazývanú nadmernú výnosnosť), tak aby to je uvedené vo vzťahu (15) a (16).

Vzhľadom na úplnosť získavaných údajov sme pre analýzu uvažovali rezíduá ARIMA modelov týchto exogénnych premenných: výnosnosť kmeňových akcií konkurenčnej spoločnosti Apple Inc. (f1), index spotrebiteľských cien CPI v USA s vylúčením služieb zdravotnej starostlivosti (f2), hodnoty ziskovosti firiem v oblasti priemyslu v mil. USD (f3), krátkodobá 6-mesačná úroková miera z termínovaných vkladov v eurodolaroch (f4), efektívna úroková miera federálnych fondov USA (f5), celkové fixné investície súkromného sektora v USA v mld. USD (f6), hrubý domáci produkt USA v bežných cenách v mld. USD (f7), percentuálna zmena hrubého domáceho produktu v bežných cenách

v USA (f8), cenový index importu a exportu výrobkov a služieb USA (f9), miera inflácie v USA (f10), celkový čistý export USA (f11), čistý export výrobkov a služieb medzinárodného obchodu s Čínou (f12), menový agregát M1 v mil. USD (f13), menový agregát M2 v mil. USD (f14), zamestnanosť v odvetví výroby v tis. pracujúcich (f15), index nákupných cien v oblasti výroby PMI (f16), výrobný index hotových výrobkov PPI (f17), percentuálna zmena v produktivite práce (f18), verejný dlh vlády USA v mil. USD (f19), trhová výnosnosť amerických štátnych dlhopisov s 10-ročnou splatnosťou (f20), výnosová miera 6-mesačných pokladničných poukážok vlády USA (f21), vládny deficit USA v mil. USD (f22), miera nezamestnanosti v USA (f23), referenčný výmenný kurz USD/EUR stanovený ECB (f24). Hodnoty jednotlivých exogénnych faktorov vo vybraných periódach boli násobené hodnotami rizikovej prémie trhu ( $R_{mt} - R_{ft}$ ), ako sme sa už zmienili vyššie.

Ako endogénna resp. vysvetľujúca veličina bola uvažovaná riziková prémie výnosnosti kmeňových akcií Dell ( $R_{it} - R_{ft}$ ). Jednotlivé nadmerné výnosnosti boli vyjadrené v ich kvartálnych hodnotách.

Zdrojom získavaných informácií jednotlivých exogénnych premenných a endogénnej premennej boli Aeroweb Database System, Federal Reserv System Statistical Release, Bureau of Economic Analysis, EconStats, European Central Bank Statistical Data Warehouse, U.S. Bureau of Labor Statistics, Webster Pacific LLC a Yahoo Finance. Pre analýzu využívame štatistický softvér R vo verzii 2.12.2, ako aj balíky „car“, „fBasics“, „forecast“ a „lmtest“.

Počiatkový model (model1) bol špecifikovaný podľa vzťahu (15) nasledovne

$$(R_{DELL,t} - R_{Ft}) = \alpha_{DELL} + \beta_{0,DELL} (R_{Mt} - R_{Ft}) + b_{1,DELL} (R_{Mt} - R_{Ft}) f_{1,DELL,t} + (17) \\ + b_{2,DELL} (R_{Mt} - R_{Ft}) f_{2,DELL,t} + \dots + b_{24,i} (R_{Mt} - R_{Ft}) f_{24,DELL,t} + \vartheta_{kt}$$

Kde hodnota fundamentálneho beta vyjadreného zo vzťahu (5) by mala byť rovná

$$\beta_{kt} = \beta_{0,k} + \sum_{j=1}^n b_{j,k} \gamma_{j,kt} + e_{kt} = \beta_{0,DELL} + b_{1,DELL} f_{1,DELL,t} + b_{2,DELL} f_{2,DELL,t} + \dots + (18) \\ + b_{24,k} (R_{Mt} - R_{Ft}) f_{24,DELL,t} + e_{kt}$$

Postupným vylúčením nevýznamných premenných podľa testovacieho kritéria t-hodnoty pre signifikanciu jednotlivých premenných, ako aj podľa hodnôt testov významnosti modelu ako celku – testovacia štatistika F-testu, sme dostali model2, ktorý pracoval s desiatimi exogénnymi faktormi ( $er\_dell \sim er\_sp + f5 + f9 + f11 + f13 + f17 + f18 + f19 + f21 + f22$ ). V tomto modeli však bola prostredníctvom Farrar-Galuberovho testu a vysokých hodnôt VIF (Variance Inflation Factor) detekovaná významná multikolarita jednotlivých premenných. Keďže možnosť riešenia problému multikolarity prostredníctvom prvých diferencií sa ukázala ako neúčinná, ďalším krokom bolo vyňatie jednej z premenných.

Vyňatý bol exogénny faktor  $f9$ , ktorý vykazoval najvyššiu mieru kolarity s inými faktormi, pričom bol definovaný model3. Keďže takýto model bol nevýznamný z pohľadu jeho premenných, pokračovali sme s vylučovaním nevýznamných premenných, a to až po úroveň, keď uvažovaný model bol dostatočne signifikantný a zároveň vyhovoval predpokladom správnej špecifikácie modelu, tak aby bolo možné predpokladať vhodnosť tohto modelu. Splňať musel nasledujúce predpoklady

- Predpoklad 1: Náhodné poruchy majú vo všetkých pozorovaniach nulovú strednú hodnotu  

$$E(\vartheta_i) = 0.$$
- Predpoklad 2: Rozptyl náhodných porúch je vo všetkých pozorovaniach rovnaký

$$Var(\vartheta_i) = \sigma^2.$$

- Predpoklad 3: Náhodné poruchy nie sú navzájom korelované, teda ich kovariancie sú rovné nule

$$Cov(\vartheta_i \vartheta_j) = 0.$$

- Predpoklad 4: Vysvetľujúce premenné sú nenáhodné, nestochastické

$$E(X^T \vec{\vartheta}) = \vec{0}.$$

- Predpoklad 5: Exogénne premenné sú lineárne nezávislé

$$h(uX) = k + 1 \leq n.$$

- Predpoklad 6: Náhodné poruchy  $u_i$  majú normálne rozdelenie.

V praktickej ekonometrickej analýze často dochádza k porušeniu spomínaných predpokladov v modeli, ktorý je nutné pre ich odstránenie ďalej upravovať. Pri nedodržaní predpokladov o náhodných zložkách hovoríme o heteroskedasticite a autokorelácii (predpoklady 1 až 3). Nedodržanie predpokladov o matici pozorovaní vysvetľujúcich premenných podľa predpokladu 5 spôsobuje multikolaritu. Z tohto dôvodu realizujeme testovanie nami vytvorených modelov tak, aby vyhovovali jednotlivým predpokladom, kladeným na správne špecifikovaný model.

Ako najvhodnejší model sa nám na základe vykonanej špecifikácie, odhadu a testovania javí model4, ktorého sumárnu štatistiku je vidieť nižšie.

**Tab. 1: Sumárne výsledky pre regresnú rovnicu modelu4**

Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
er_sp	1.2791	0.2788	4.588 3.03e-05 ***
f21	-1.7339	0.6644	-2.610 0.0119 *
Residual standard error: 0.1398 on 50 degrees of freedom			
Multiple R-squared: 0.4888, Adjusted R-squared: 0.4684			
F-statistic: 23.91 on 2 and 50 DF, p-value: 5.175e-08			

Zdroj: vlastné spracovanie

Model4 môžeme teda formálne zapísať pomocou tejto rovnice

$$R_{DELL,t} - R_{ft} = \beta_{0,DELL} (R_{mt} - R_{ft}) + b_{21,DELL} (R_{mt} - R_{ft}) f_{21,DELL,t} + \vartheta_{it} \quad (19)$$

Kde hodnota fundamentálneho beta vyjadreného zo vzťahu (9) je rovná

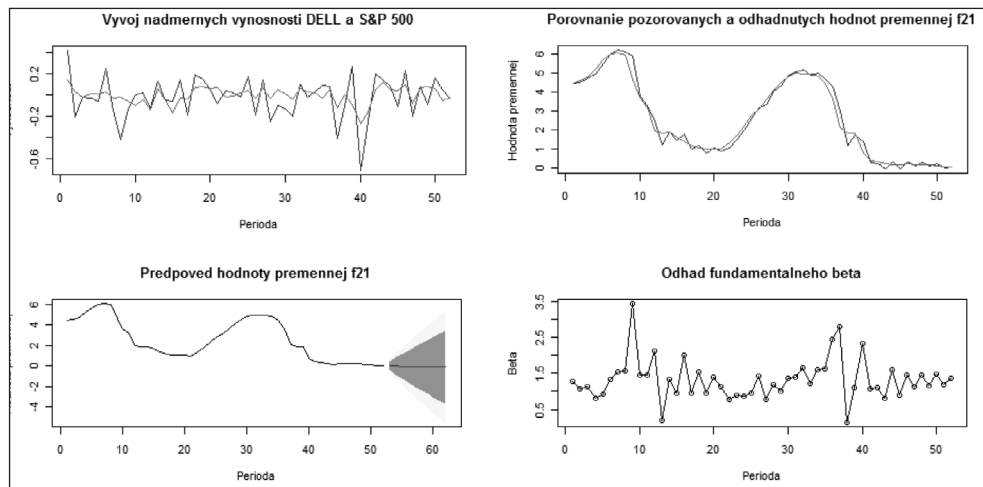
$$\beta_{it} = \beta_{0,i} + \sum_{j=1}^n b_{j,i} \gamma_{j,it} + u_{it} = \beta_{0,DELL} + b_{21,DELL} f_{21,DELL,t} \quad (20)$$

V Obr. 2 je vľavo hore viditeľné porovnanie vývoja nadmernej výnosnosti Dell (časový rad s vyššou volatilitou) a nadmernej výnosnosti indexu S&P 500 (časový rad s menšou volatilitou). Rovnako vpravo hore je zobrazené porovnanie pozorovanej hodnoty premennej  $f_{21}$  (výnosová miera 6-mesačných pokladničných poukážok vlády USA) a jej odhadnutej hodnoty na báze modelu univariantného časového radu

$f_{21}$  ARIMA (3,1,1). Práve rezíduá tohto modelu boli použité pre modelovanie časovo premenlivého beta. Rovnako Obr. 2 vľavo dole je realizovaná projekcia odhadu tejto premennej s uvažovaným posunom o desať periód. Vpravo dole je nakoniec zobrazený odhad hodnôt fundamentálneho beta v časových periódach od prvého štvrtroka 1999 do posledného kvartálu roka 2011.

Obr. 2:

**Grafické zobrazenie jednotlivých premenných modelu časovo premenlivého beta ako aj odhadov fundamentálneho beta.**



Zdroj: vlastné spracovanie.

### Testovanie normality rozdelenia náhodnej zložky

Predpokladom normality rozdelenia náhodnej zložky je normálne rozdelenie  $u \sim N[0, \sigma^2]$  rezíduí modelu. Použijeme Jarque – Berov test normality, a to na hladine významnosti  $\alpha = 0,05$ . Hypotézy modelu sú stanovené nasledovne  
 $H_0$ : Rezíduá majú normálne rozdelenie.

$H_1$ : Rezíduá nemajú normálne rozdelenie.

*Jarque – Bera Normality – Test Results:*

Sample Size: 52

STATISTIC:

LM: 0.37

ALM: 0.791

P VALUE:

LM p-value: 0.814

ALM p-value: 0.625

Asymptotic: 0.831.

Z uvedených  $p$ -values je zaujímavá hlavne asymptotická  $p$ -value. Ak by mala platiť nulová hypotéza, a teda dosiahnutie, že nulová hypotéza sa nezamieta, potom  $p$ -value  $> \alpha$  na hladine významnosti, kde  $\alpha = 0,05$ . V našom prípade  $p$ -value=0,831 a je zároveň  $> 0,05=\alpha$ , podmienka platí. Hypotéza  $H_0$  o normalite rezíduí sa nezamieta, resp. zamieta sa hypotézu  $H_1$ , a predpokladá sa normalita rozdelenia náhodnej zložky.



**Testovanie prítomnosti heteroskedasticity**

Medzi klasické požiadavky ekonometrického modelu patrí požiadavka konečného a konštantného rozptylu náhodných porúch a teda aj reziduí, ktorú označujeme ako homoskedasticita. Ak sa porušuje táto podmienka, hovoríme o heteroskedasticite. Na testovanie heteroskedasticity použijeme Breusch–Paganov test na hladine významnosti  $\alpha = 0,05$  s takýmito hypotézami

$H_0$ : reziduálne odchýlky majú konštantný rozptyl (Predpoklad homoskedasticity nie je porušený)  $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_n$ .

$H_1$ : reziduálne odchýlky nemajú konštantný rozptyl (prítomnosť heteroskedasticity)  $\sigma_i \neq \sigma_j$ .

*studentized Breusch-Pagan test*

data: model4

BP = 0.9041, df = 1, p-value = 0.3417.

P-value je rovná  $0,3417 > \alpha$ , nulová hypotéza sa nezamieta, je možné vysloviť, že daný model, teda model4, nie je zaťažený heteroskedasticitou a reziduálne odchýlky majú konštantný rozptyl.

**Testovanie autokorelácie**

Dôležitým predpokladom lineárneho ekonometrického modelu je nulová kovariancia náhodných porúch. Tento predpoklad zväčša nie je splnený, ak sa robí odhad z parametrov, ktoré vychádzajú z údajov z časových radov. Autokorelácia je závislosť medzi dvoma a viac premennými usporiadanými v čase. Jej výskyt v nami definovanom modeli sa testuje Durbin-Watsonovým testom, pričom ide o testovanie autokorelácie v zmysle autoregresnej schémy prvého radu.

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (21)$$

$\rho$  – koeficient korelácie (mera intenzity korelácie – závislosti premenných)

Hypotézy sa definujú takto

$H_0$ : v modeli sa nenachádza výskyt autokorelácie, teda  $\rho = 0$ .

$H_1$ : v modeli sa nachádza výskyt autokorelácie, teda  $\rho \neq 0$ .

Pre testovaciu štatistiku DW po úprave platí

$$d \approx 2(1 - \hat{\rho}) \quad (22)$$

Ak hraničnými hodnotami koeficientu korelácie je 1 (veličiny sú priamo závislé) a (-1) (veličiny sú nepriamo závislé), potom

*Durbin-Watson test*

data: model4

DW = 2.1575, p-value = 0.7581

alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0.

Hodnota DW-testu je 2,1575, najbližšie teda hodnote 2, hodnota p-value je väčšia ako 0,05. Nulová hypotéza sa zamieta. Záverom testu je výrok, že v modeli nie je prítomná autokorelácia v zmysle autoregresnej schémy prvého radu.

Keďže v našom prípade ide o štvrtročný údaje, overme pomocou Breusch-Godfreyho testu prítomnosť autokorelácie v zmysle autoregresnej schémy štvrtého radu.

*Breusch-Godfrey test for serial correlation of order 4*

data: model4

LM test = 1.6552, df = 4, p-value = 0.7988.

Keďže p-value je vyššia ako zvolená hladina významnosti, môžeme predpokladať, že v našom modeli nie je prítomná autokorelácia vyššieho radu.

**Testovanie multikolinearity**

Prítomnosť multikolinearity je potvrdená, ak sa poruší predpoklad 5, tzn. vysvetľujúce premenné sú lineárne nezávislé. Multikolinearita je problémom neexperimentálneho výberu ekonomických dát. Ak sa v modeli vyskytuje problém multikolinearity, je predpoklad, že existuje istá závislosť medzi dvoma, či viacerými vysvetľujúcimi premennými. Multikolinearita spôsobuje znižovanie presnosti odhadu regresných koeficientov, získaných z konkrétneho výberu, v dôsledku chýb hodnôt estimátora.

Multikolinearita nezávislých premenných modelu je detekovaná prostredníctvom inflačného faktora rozptylu (Variance Inflation Factor) VIF, ktorého hodnota sa určí nasledovne

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad (23)$$

kde  $R_j^2$  je koeficient determinácie.

Ak vypočítaná hodnota VIF > 10 indikuje významnú kolinearitu je potrebné vykonať úpravu premenných modelu prostredníctvom diferenciacie, vynechaním premenných alebo použitím iného postupu ako napríklad metódou analýzy základných komponentov.

#### VIF values

er_sp	f21
1.243392	1.243392

Faktor VIF je vykazuje vhodné hodnoty, jednotlivé premenné modelu nie sú postihnuté multikolinearitou.

#### Testovanie chyby špecifikácie modelu

Chybami špecifikácie modelu sú nevhodnosť funkčného tvaru modelu, zahrnutie nerelevantných alebo nezahrnutie relevantných premenných. Chybu špecifikácie modelu testujeme pomocou Ramseyho testu chyby špecifikácie, označovaného ako RESET test (Regression Specification Error Test). Na hladine významnosti  $\alpha=0,05$  sa stanovíme hypotézy

$H_0$ : Model je špecifikovaný správne.

$H_1$ : Model nie je špecifikovaný správne.

V prípade zamietnutí nulovej hypotézy je potrebné špecifikovať iné premenné. Zo samotného modelu správna indikácia premenných však nevyplýva.

#### RESET test

data: model4

RESET = 1.3136, df1 = 2, df2 = 48, p-value = 0.2783.

Rozhodujúcou hodnotou je p-value, ak je vyššia ako hladina významnosti, nulová hypotéza sa nezamieta a model je špecifikovaný správne a predpokladá sa lineárnosť modelu. Model4 dosiahol hodnotu p-value výrazne nad hladinou významnosti, z čoho môžeme usudzovať správny funkčný tvar modelu.

#### Zhodnotenie navrhnutého modelu

Nami navrhnutý model pracuje s nadmernou výnosnosťou akciového indexu S&P 500 a násobkom rezíduí ARIMA modelu výnosovej miery 6-mesačných pokladničných poukázok vlády USA a nadmernej výnosnosti akciového indexu S&P 500. Rovnica modelu je zapísaná v rovnici (17). Vyjadrenie fundamentálneho

beta pomocou rovnice (12) nás vedie k odhadu hodnôt fundamentálneho beta, zapísaného v rovnici (18). Sumárne štatistiky hodnôt časovo premenlivého beta sú zobrazené v Tab. 2. Ako je vidieť priemerná hodnota beta koeficientu je 1,32235, čo sa blíži k odhadom analytikov dostupným na portáloch ako Bloomberg alebo Reuters.

Tab. 2: Sumárne štatistiky časovo premenlivého beta Dell.

	Hodnoty
Priemer	1,322350
Medián	1,236200
Max	3,419019
Min	0,143967
Smerodajná odchýlka	0,560500
Šikmosť	1,260453
Špicatosť	3,085614
Pozorovania	52

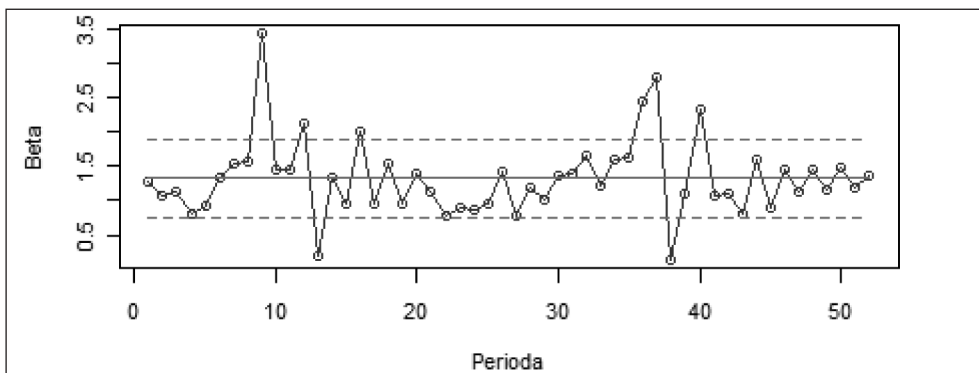
Zdroj: vlastné spracovanie.

Výrazné zmeny v systematickom riziku kmeňových akcií Dell sú zreteľné (pozri Obr. 3) najmä v jednotlivých kvartáloch rokov 2000 až 2001, čo je spojené s výraznou zmenou vyhliadok sektora informačných technológií, spôsobených prasknutím cenovej bubliny práve tohto sektora a jej vplyvu práve v rokoch 2000 až 2001. Rovnako je viditeľne zvýšená hodnota beta v období rokov 2007 až začiatkom roka 2008, čo je spojené so znížením globálneho dopytu spôsobeného ekonomickou krízou vo svete.

## Záver

V príspevku sa zaoberáme konceptom CAPM, ktorý vo svojej statickej podobe vyjadruje vzťah medzi nadmernou výnosnosťou trhového portfólia a jeho systematickým rizikom. Systematické riziko je často vyjadrované prostredníctvom beta koeficientu. Po diskusii všeobecného modelu a jeho vývoja z pohľadu modernej teórie portfólia sa zameriavame na odvodenie jeho statickej podoby. Keďže takáto forma nie je dostatočná pre zachytenie zmien v systematickom riziku, navrhujeme v rovniciach (12) a (13) postup pre zohľadnenie jeho časovej premenlivosti. Takto dostávame dynamický model, ktorý umožňuje vyjadriť hodnotu systematického rizika v podobe fundamentálneho beta v jednotlivých periódach pozorovania.

Obr. 3: Odhadnuté hodnoty fundamentálneho beta



Pozn.: Priemerná hodnota je zobrazená vodorovnou plnou čiarou, kanál smerodajnej odchýlky prerušovanou čiarou.

Zdroj: vlastné spracovanie

Pre demonštrovanie aplikovateľnosti tohto všeobecne navrhnutého modelu používame nástroje finančnej ekonometrie zahŕňajúce tri kľúčové kroky – výber modelu, odhad a testovanie modelu. Navrhnutý model je špecifikovaný a testovaný na časovom rade výnosnosti kmeňovej akcie spoločnosti Dell, pričom uvažujeme s 24 exogénnymi premennými, ktoré môžu ovplyvňovať nadmernú výnosnosť týchto akcií. Keďže predpokladáme, že efektívne finančné trhy reagujú iba na neočakávané zmeny jednotlivých faktorov, používame rezíduá modelu nestacionárnych časových radov.

Výsledky nášho modelovania predstavuje model pracujúci s nadmernou výnosnosťou akciového indexu S&P 500 a násobkom rezíduí ARIMA modelu výnosovej miery 6-mesačných pokladničných poukázok vlády USA a nadmernej výnosnosti akciového indexu S&P 500. Prostredníctvom takto špecifikovaného modelu (model4) určíme hodnoty časovo premenlivého fundamentálneho beta, ktoré predstavuje systematickú zložku rizika kmeňových akcií analyzovanej spoločnosti. V príspevku sú tiež demonštrované výsledky testovania nami špecifikovaného modelu.

Nami navrhnutý a demonštrovaný postup je možné aplikovať predovšetkým v determinovaní miery kapitalizácie vo výnosových metódach stanovenia hodnoty podniku, a teda aj v stanovení vnútornej hodnoty kmeňových akcií. Rovnako je možné definovať očakávanú mieru výnosnosti pripravovaných investičných projektov podniku.

*Príspevok bol spracovaný s podporou projektu VEGA č. 1/0799/13.*

## Literatúra

- [1] ANDRADE, J. a TELES, V.K. An Empirical Model of the Brazilian Country Risk – An Extension of the Beta Country Risk Model. *Applied Economics*. 2006, Vol. 38, Iss. 11, s. 1271–1278. ISSN 1466-4283.
- [2] BEAVER, W., KETTLER, P., SCHOLLES, M. The Association Between Market Determined and Accounting Determined Risk Measures. *The Accounting Review*. 1970, Vol. 45, Iss. 4, s. 654–682. ISSN 0001-4826.
- [3] ELTON, E.J. a GRUBER, M.J. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. 7th ed. New York: Wiley, 2006. ISBN 04-79950-82-9.
- [4] ESCH, L.R. a KIEFFER, T.L. *Asset and Risk Management: Risk Oriented Finance*. 1st ed. West Sussex: John Wiley & Sons, 2005. ISBN 2-8041-3309-5.
- [5] FAMA, E.F. a FRENCH, K.R. Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*. 1993, Vol. 33, Iss. 1, s. 3–56. ISSN 0304-405X.
- [6] GANGEMI, M.A.M., BROOKS, R.D. a FAFF, R.W. Modeling Australia's Country Risk: A Country Beta Approach. *Journal of Economics and Business*. 2000, Vol. 52, Iss. 3, s. 259–276. ISSN 0148-6195.
- [7] GAVUROVÁ, B. Source Identification of Potential Malfunction of Balanced Scorecard System and Its Influence on System Function. *E+M Ekonomie a Management*. 2012, roč. 15, č. 3, s. 76–90. ISSN 1212-3609.

- [8] HARVEY, C.R. The world price of covariance risk. *The Journal of Finance*. 1991, Vol. 46, Iss. 1, s. 111–157. ISSN 1540-6261.
- [9] CHEN N., ROLL, R., ROSS, S.A. Economic Forces and the Stock Market. *The Journal of Business*. 1986, Vol. 59, Iss. 3, s. 383–403. ISSN 0740-9168.
- [10] LINTNER, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*. 1965, Vol. 47, Iss. 1, s. 13–37. ISSN 0034-6535.
- [11] MARKOWITZ, H. M. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment*. 1st ed. New York: Wiley, 1959. ISBN 978-0300013726.
- [12] MOSSIN, J. Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*. 1966, Vol. 34, Iss. 4, s. 768–783. ISSN 0012-9682.
- [13] REILLY, F.K. a BROWN, K.C. *Investment Analysis and Portfolio Management*. 10th ed. New York: South-Western College Pub., 2012. ISBN 978-0-538-48238-7.
- [14] ROLL, R. a ROSS, S. An empirical investigation of the arbitrage pricing theory. *Journal of Finance*. 1980, Vol. 35, Iss. 5, s. 1073–1103. ISSN 1540-6261.
- [15] ROSS, S. The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*. 1976, Vol. 13, Iss. 3, s. 341–360. ISSN 0022-0531.
- [16] SHARPE, W.F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*. 1964, Vol. 19, Iss. 3, s. 425–442. ISSN 1540-6261.
- [17] VERMA, R. a SOYDEMIR, G. Modeling country risk in Latin America: A country beta approach. *Global Finance Journal*. 2006, Vol. 17, Iss. 2, s. 192–213. ISSN 1044-0283.
- [18] VERBENÍK, M., HORVÁTH, J. a GAZDA, V. Country Risk in the New EU Member States: A Country Beta Approach. *International Research Journal of Finance and Economics*. 2011, Iss. 80, s. 148–157. ISSN 1450-2887.
- [19] VRAVEC, J. *Finančný manažment jednotlivca*. 1. vyd. Prešov: PU Fakulta manažmentu, 2010. ISBN 978-80-555-0251-9.

**Ing. Jozef Glova, PhD.**

Technická univerzita v Košiciach

Ekonomická fakulta

Katedra bankovníctva a investovania

jozef.glova@tuke.sk

Doručeno redakci: 28. 5. 2012

Recenzováno: 13. 8. 2012, 8. 10. 2012

Schváleno k publikování: 12. 4. 2013

## **EQUITY SYSTEMATIC RISK DETERMINATION USING TIME-VARYING BETA MARKET MODEL**

**Jozef Glova**

*The current paper explores CAPM as a static model expressing relationships between excess return on the market portfolio often proxied by capital market indices, where beta is a measure of the volatility or systematic risk. We discuss background to the CAPM and derive the equations of the capital market line and security market line. To become more dynamic in the model we suggest apply the equations (12) and (13) expressing the time varying measure of the systematic risk of equity – fundamental beta.*

*To demonstrate the applicability of the general model we apply financial econometrics involving three key steps – model selection, estimation and testing. We suggest a variety of factors (quite 24 variables) that potentially influence equity risk of Dell. In an efficient financial market we expect only stock market reaction to the unanticipated component of the fundamental variables. Thus we focus on the unanticipated or unexpected components, which we find as the residuals from ARIMA models fitted to the fundamental data. These ARIMA models were identified from the autocorrelation and partial autocorrelation functions of the data.*

*The outcome of our modelling shows that only the multiplying the residuals from ARIMA model fitted to 6-month treasury bills yield data by the excess return on the market portfolio data and the excess return on the market portfolio data are linked to variations in Dell's equity risk. The results of estimating the most comprehensive specification of the economic variable market model of equation (17) are reported in Tab. 1. Tests are indicating an absence of autocorrelation and heteroskedasticity in the model.*

*The applied model can be used to determination of equity costs within a discounted cash flow approach to assess of the business value of equity or intrinsic value of stock.*

**Key Words:** Systematic Risk, Capital Asset Pricing Model, Time-Varying Beta, Equity Risk Premium.

**JEL Classification:** C51, C52, G12, G32.