

Studentská Vědecká Konference 2011

METODY NELINEÁRNÍ ANALÝZY V EVOLUČNÍ TEORII HER

Radka ZAHRADNÍKOVÁ¹

1 REPLIKÁTOROVÁ DYNAMIKA

Diplomová práce se zabývá popisem a analýzou modelu replikátorové dynamiky ve spojitém a diskrétním prostředí. Jsou hledány pevné body modelu a oblasti jejich asymptotické stability.

Nejprve je v práci popsán model replikátorové dynamiky ve spojitém prostředí na základě knihy Nowak (5).

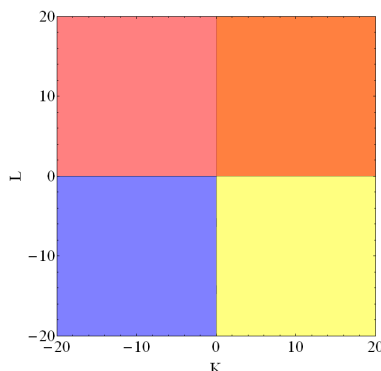
Bylo zjištěno, že model má tyto 3 pevné body:

1.
$$x_1^* = 0, \tag{1}$$

2.
$$x_2^* = 1, \tag{2}$$

3.
$$x_3^* = \frac{d - b}{a - b - c + d}. \tag{3}$$

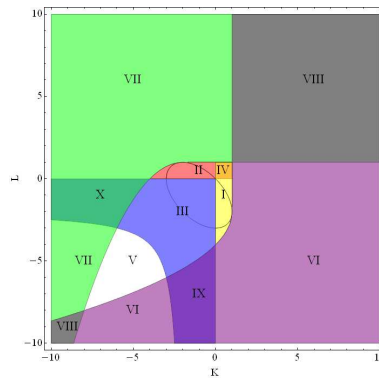
Na Obrázku 1 jsou vykresleny oblasti asymptotické stability jednotlivých pevných bodů ve spojitém prostředí.



Obrázek 1: Oblasti asymptotické stability pevných bodů: žlutá - oblast asymptotické stability pevného bodu (1), červená - oblast asymptotické stability pevného bodu (2), modrá - oblast asymptotické stability pevného bodu (3), oranžová - oblast asymptotické stability pevných bodů (1), (2).

Poté je popsán model replikátorové dynamiky v diskrétním prostředí. V tomto případě dostáváme stejné pevné body, ale mnohem rozmanitější oblasti jejich asymptotické stability viz Obrázek 2.

¹Bc. Radka Zahradníková, studentka navazujícího studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Matematické inženýrství, specializace Aplikovaná matematika, e-mail: RadkaZahradnikova@seznam.cz



Obrázek 2: Stabilita pevných bodů v jednotlivých oblastech množiny všech reálných čísel pro $h=1$, oblasti I, VI - asymptotická stabilita pevného bodu (1), oblasti II, VII - asymptotická stabilita pevného bodu (2), oblast III - asymptotická stabilita pevného bodu (3), oblasti IV, VIII - asymptotická stabilita pevných bodů (1) a (2), oblast IX - asymptotická stabilita pevných bodů (1) a (3), oblast X - asymptotická stabilita pevných bodů (2) a (3), oblast V - oblast cyklů a chaosu.

2 ZÁVĚR

Hlavním cílem práce bylo najít pevné body modelu replikátorové dynamiky v diskrétním a spojitém prostředí a porovnat oblasti jejich asymptotické stability. V diskrétním prostředí byla tato problematika složitější, protože se objevil nový problém. Aby byla splněna rovnice popisující daný systém, musí být zajištěno, že při provedení dalšího kroku nevyjdeme z intervalu $[0, 1]$.

Bylo zjištěno, že pevné body modelu replikátorové dynamiky jsou stejné v diskrétním i spojitém prostředí. Jak ale můžeme vidět z Obrázků 1 pro spojitě prostředí a 2 pro diskrétní prostředí, oblasti asymptotické stability těchto pevných bodů se liší, přičemž v diskrétním prostředí jsou kombinace rozmanitější. Numerickými experimenty bylo zjištěno, že v oblasti V na Obrázku 2 vznikají cykly a chaotické chování.

Byla provedena i ilustrace obecné replikátorové dynamiky na nejpoužívanějším příkladu z evoluční teorie her - modelu jestřáb-hrdlička.

REFERENCE

- [1] Fudenberg, D. a Tirole, J.: *Game Theory*, MIT Press, 1991.
- [2] Hofbauer, J. a Sigmund, K.: *Evolutionary Games and Population Dynamics*, Cambridge University Press, 1998.
- [3] Kelley, W. a Peterson, A.: *Difference Equations: An Introduction with Applications*, Academic Press, 2001.
- [4] Myerson, R. B.: *Games Theory: Analysis of Conflict*, Harvard University Press, Cambridge, 1991.
- [5] Nowak, M.: *Evolutionary Dynamics: Exploring the Equations of Life*, 2006.
- [6] Webb, James N.: *Game Theory, Decisions, Interactions and Evolution*, Springer, 2007.
- [7] Weibull, Jörgen W.: *Evolutionary Game Theory*, MIT Press, 1997.