Optimalizace hmotnosti odstupňovaného nosníku metodou částicových hejn

Radek Bulín[1], Michal Hajžman[2]

1 Optimalizační metoda PSO

Proces optimalizace je velmi významná část navrhování mechanických systémů. Optimální parametry mohou například snížit náklady na výrobu systému při zachování správné funkčnosti. Tyto parametry $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ (n je počet parametrů) jsou hledány jako bod minima jisté cílové funkce $f = f(\mathbf{p})$ na dané přípustné oblasti $\mathbb{P}$. Cílová funkce na dané oblasti má však často mnoho lokálních minim a pouze jedno globální. Mnoho konvenčních optimalizačních metod dokáže nalézt pouze lokální optimum, avšak optimalizační metoda PSO (*Particle swarm optimization*, optimalizace částicovými hejny) má schopnost nalézt optimum globální.

Základy metody PSO byly představeny v příspěvku Kennedy a Eberhart (1995) na konferenci *IEEE*. Jedná se o optimalizační metodu nultého řádu, nevyužívá tedy derivací cílové funkce. Základem metody je hejno složené z jedinců (částic). Každá částice představuje bod řešení dané cílové funkce. Jednotlivé částice mají sociální vliv na ostatní a řídí se jednoduchým pravidlem: snažit se dosáhnout úspěchu sousedních částic. Toto kolektivní chování vede k objevení optimálních oblastí v přípustném prostoru. Jednotlivé částice si navíc během pohybu uchovávají v paměti svou dosavadní nejlepší pozici a nejlepší pozici společenství, kterého jsou součástí. Tyto dvě nejlepší pozice pak díky provázanosti v hejně fungují jako jakési atraktory.

Iterační předpis pro pohyb částice po přípustném prostoru má tvar

$$\mathbf{x}_i(t+1) = \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{v}_i(t+1), \tag{1}$$

kde vektor $\mathbf{x}_i(t)$ reprezentuje polohu i-té částice v časovém kroku t a $\mathbf{v}_i(t+1)$ je tzv. vektor rychlosti i-té částice v časovém kroku $t+1$. V této práci bylo použito tzv. *Local best PSO*, které se vyznačuje tím, že celé hejno je rozdělené na několik společenství. Částice, které patří do stejného společenství, si předávají informace o své doposud nejlepší pozici. Navíc jedna částice může patřit do více společenství. Předpis pro výpočet j-té složky rychlosti i-té částice je

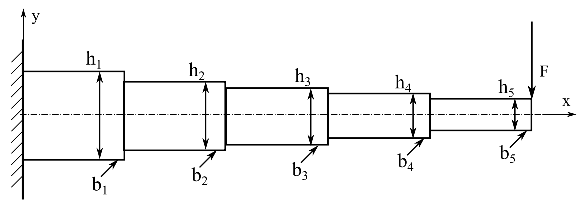
$$v_{ij}(t+1) = v_{ij}(t) + c_1 r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2 r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)], \tag{2}$$

kde $v_{ij}(t)$ je j-tá složka vektoru rychlosti ($j = 1, ..., n$) i-té částice v časovém kroku t, $x_{ij}(t)$ je j-tá složka vektoru polohy i-té částice v časovém kroku t, $y_{ij}(t)$ je j-tá složka dosavadní nejlepší pozice i-té částice, $\hat{y}_{ij}(t)$ je j-tá složka dosavadní nejlepší pozice nalezené ve společenství i-té částice, c_1 a c_2 jsou pozitivní akcelerační konstanty (jejich vhodná hodnota záleží na typu úlohy), $r_{1j}(t)$,$r_{2j}(t)$ jsou náhodné hodnoty z rozmezí $\langle 0, 1\rangle$ generované rovnoměrným rozdělením, které představují stochastický element algoritmu.

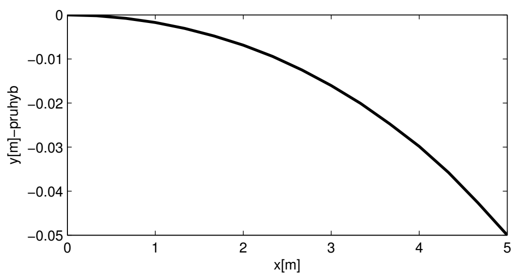
Tento základní model má však často problémy s nalezením minima, proto byly aplikovány vylepšení a modifikace algoritmu, které jsou uvedeny v práci Engelbrecht (2005).

[1] student navazujícího studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Mechanika, specializace Aplikovaná mechanika, e-mail: rbulin@students.zcu.cz

[2] Ing. Michal Hažman, Ph.D.; Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra mechaniky; Univerzitní 22, 306 14 Plzeň, Česká republika, mhajzman@kme.zcu.cz



Obrázek 1: Schéma odstupňovaného nosníku s parametry.



Obrázek 2: Průhyby jednotlivých částí.

2 Optimalizace hmotnosti odstupňovaného nosníku

Je dán odstupňovaný nosník délky $l = 5$ m (obrázek 1). Každý jeho segment má délku $l_s = 1$ m. Nosník je vetknutý a na pátý segment působí síla $F = 50$ kN. Modul pružnosti materiálu je $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Pa, Poissonova konstanta $\nu = 0,3$ a hustota $\rho = 7800$ kg·m^{-3}. Cílem je minimalizovat hmotnost nosníku tak, aby nebyl překročen maximální daný průhyb $y_{max} = 0,05$ m v místě působení síly. Díky daným parametrům se tento problém dá přeformulovat jako hledání optimálních výšek h_i a šířek b_i (i=1,. . . ,5), při kterých nedojde k překročení daného omezení průhybu. Další omezení je, že poměr výšky ku šířce u daného segmentu je nejvýše 20, tedy $\frac{h_i}{b_i} \leq 20$. Vektor optimalizačních parametrů je $\mathbf{p} = [h_1, b_1, h_2, b_2, \ldots, h_5, b_5]$. Dolní mez pro výšky je $h_{i,min} = 0,05$ m, pro šířky $b_{i,min} = 0,01$ m, horní mez je nastavena $h_{i,max} = b_{i,max} = 1$ m. Po zavedení $\mathbf{h} = [h_1, \ldots, h_5]^T$ a $\mathbf{b} = [b_1, \ldots, b_5]^T$ má cílová funkce tvar

$$f(\mathbf{p}) = \mathbf{h}^T\mathbf{b} + p_1 + p_2, \tag{3}$$

kde p_1 je penalizační funkce pro překročení maximálního průhybu, který je počítán pomocí metody konečných prvků, p_2 je penalizační funkce pro překročení daného poměru výšky a šířky a platí

$$p_1 = \begin{cases} 0 & \text{pro } y \leq y_{max} \\ 10^3 & \text{pro } y > y_{max} \end{cases}, \qquad p_2 = \begin{cases} 0 & \text{pro } \frac{h_i}{b_i} \leq 20 \\ 10^3 & \text{pro } \frac{h_i}{b_i} > 20 \end{cases}. \tag{4}$$

Optimalizované parametry poskytnuté metodou PSO jsou
$\mathbf{p}^* = [0,533; 0,0267; 0,497; 0,025; 0,429; 0,021; 0,373; 0,019; 0,262; 0,013]$ a hodnota cílové funkce $f(\mathbf{p}^*) = 0,0461$ (plocha průřezu). Ve srovnání s prací Klemsa (2008), kde cílová funkce pro optimalizované parametry měla hodnotu $f(\mathbf{p}_k^*) = 0,0669$ a optimalizace byla provedena gradientní metodou, byl pomocí metody PSO získán lepší výsledek. Průhyb nosníku s optimalizovanými parametry je vyznačen na obrázku 2.

Literatura

Engelbrecht, Andries P., 2005. *Fundamentals of Computational Swarm Intelligence*, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, ISBN-13 978-0-470-09191-3.

Kennedy J., Eberhart R., 1995. *Particle Swarm Optimization*, IEEE, pp.1942-1948.

Klemsa T., 2008. *Optimalizace konstrukcí s využitím systému ANSYS*, Bakalářská práce, Západočeská univerzita v Plzni, Katedra mechaniky, Plzeň.