

Modelování turbulentního proudění pomocí vybraných modelů turbulence

Helena Mlynařková¹

1 Úvod

Převážná většina proudění v technických zařízeních i v přírodě je turbulentní, kdy dochází k nedeterministickým změnám proudění v čase a prostoru. Přestože je okamžitý stav turbulentního pohybu nahodilý, dochází pro stejné okrajové podmínky ke vzniku stejné struktury a vlastností turbulentního proudění. Laminární proudění přechází v turbulentní při překročení kritické hodnoty Reynoldsova čísla $Re = \frac{wD}{\nu}$, které vyjadřuje poměr setrvačných a třecích sil v tekutině.

2 Matematický model

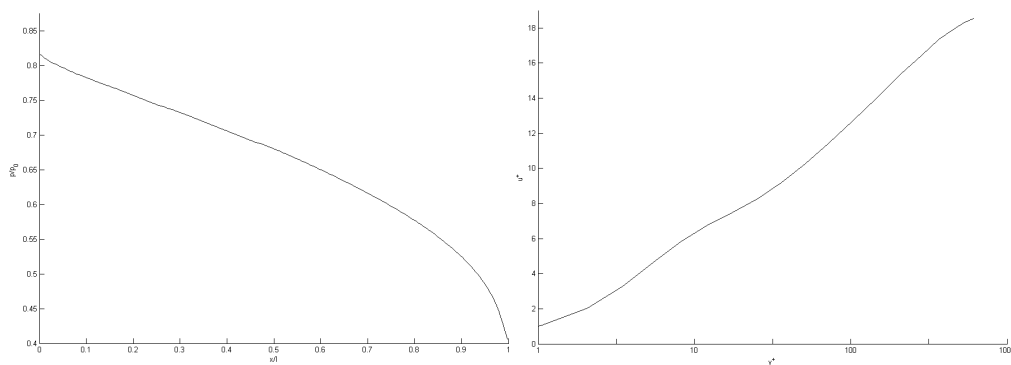
Proudění stlačitelné vazké tekutiny je popsáno konzervativním systémem Navierových-Stokesových (NS) rovnic doplněným stavovou rovnicí. Vychází z fyzikálních zákonů zachování hmotnosti, hybnosti a celkové energie a popisuje proto jak proudění laminární, tak i turbulentní. Pro usnadnění řešení turbulentního proudění se okamžité hodnoty veličin proudového pole rozkládají na časovou střední hodnotu a fluktuaci, což vede na metodu využívající systém středovaných NS rovnic nazývaných FANS (Favre Averaged NS equations), [4].

Středováním systému NS rovnic se v nich objeví neznámé členy tvořené korelacemi fluktuací veličin proudového pole. Ty se vhodně aproximují a zavede se tenzor Reynoldsových turbulentních napětí $\tau_{ij} = -\rho \overline{v_i'' v_j''}$, [4]. Problém výpočtu τ_{ij} se na základě Bussinesqovy hypotézy o analogii mezi molekulárním a turbulentním přenosem hybnosti převede na problém výpočtu turbulentní vazkosti μ_t . Pro uzavření systému středovaných NS rovnic je tedy potřeba určit μ_t , a to pomocí modelů turbulence.

3 Modely turbulence

Modely turbulence jsou tvořeny částečně empirickými vztahy a velkým množstvím konstant vyplývajících z experimentů, [2], [3]. Rozlišují se podle počtu parciálních diferenciálních rovnic, kterými jsou tvořeny. Algebraické nebo také nularovnicové modely k výpočtu turbulentní vazkosti využívají pouze algebraické vztahy. Nejpoužívanější z nich jsou modely Cebechiho a Smithe nebo Baldwina a Lomaxe. Jednorovnicové modely jsou tvořeny jednou transportní rovnicí doplněnou algebraickými vztahy, příkladem může být model Spalarta a Allmarase. Algebraické a jednorovnicové modely obecně nejsou vhodné pro zachycení složitějších jevů typu rázových vln nebo odtržení proudu. Nejlepší výsledky a nejšířší uplatnění umožňují modely dvourovnicové, především modely $k-\epsilon$, $k-\omega$ nebo jejich kombinace. Jsou tvořeny dvěma transportními rovnicemi, a to pro turbulentní kinetickou energii k a pro rychlost disipace turbulentní energie ϵ nebo specifickou rychlost disipace ω .

¹ studentka navazujícího studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Mechanika, specializace Aplikovaná mechanika, e-mail: hmlynar@students.zcu.cz



Obrázek 1: Poměr statického a stagnačního tlaku podél osy kanálu (vlevo) a závislost bezrozměrné rychlosti na bezrozměrné vzdálenosti od obtékané stěny (vpravo)

4 Numerické řešení turbulentního proudění

K prostorové diskretizaci systému středovaných NS rovnic ve 2D je použita metoda konečných objemů na strukturované čtyřúhelníkové síti, časová integrace je provedena explicitní čtyřstupňovou Rungeovou-Kuttovou metodou. Nevazký numerický tok stěnami kontrolních objemů je aproximován pomocí AUSM schématu, založeného na štěpení toku. Jeho řád přesnosti v prostorové proměnné je zvýšen pomocí lineární rekonstrukce. Vazký numerický tok je aproximován pomocí centrálních diferencí druhého řádu přesnosti na duálních buňkách. Výpočet turbulentní vazkosti je prováděn pomocí algebraického modelu turbulence podle Baldwin a Lomaxe a pomocí dvourovnicového modelu $k-\epsilon$ s úpravou podle Jonese a Lauderera.

5 Závěr

Simulace turbulentního proudění vzduchu je provedena v mikrokanálu o výšce $h = 2\text{mm}$ a délce $l = 100\text{mm}$, ohraničeného dvěma pevnými stěnami, v němž jsou předepsány následující okrajové podmínky: stagnační tlak $p_0 = 101325\text{Pa}$ a stagnační teplota $T_0 = 294,15\text{K}$ na vstupu, statický tlak $p = 37693\text{Pa}$ na výstupu, nulová rychlost na pevných nepropustných stěnách. V blízkosti obtékaných stěn je potřeba zajistit dostatečnou hustotu sítě, aby byla výpočtem dobře zachycena mezní vrstva. Na obr. 1 je ukázka výsledků získaných využitím algebraického modelu Baldwin a Lomaxe, [1], aplikovaného v celé výpočtové oblasti. Vlevo je zobrazen poměr statického a stagnačního tlaku podél osy kanálu a vpravo závislost bezrozměrné rychlosti u^+ na bezrozměrné vzdálenosti od obtékané stěny y^+ v dolní polovině kanálu na výstupu.

Literatura

- [1] Baldwin B. S., Lomax H.: *Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows*. AIAA Paper 78-257, 1978.
- [2] Hoffmann K. A., Chiang S. T.: *Computational Fluid Dynamics*, Vol. I, II, III. A Publication of Engineering Education System, Wichita, Kansas, USA, 2000.
- [3] Příhoda J., Louda P.: *Matematické modelování turbulentního proudění*. Skriptum ČVUT v Praze, 2006.
- [4] Wilcox D. C.: *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, La Canada, California, 2006.