

# Studentská Vědecká Konference 2012

## Ověření vybuditelnosti rezonančních stavů u rotorových soustav respektujících tlumicí účinky

Zdeňka Rendlová<sup>1</sup>

### 1 Úvod

Chování rotorových soustav je ovlivňováno mnoha vlivy, mezi které lze zařadit i tlumicí účinky. Ty jsou vyvolány nejen odporem prostředí, ve kterém se rotor nachází (tzv. vnější tlumení), ale i tlumením materiálu, které vzniká v důsledku jejich deformace (tzv. vnitřní tlumení). Takovéto rotující soustavy lze modelovat pomocí metody konečných prvků.

### 2 Matematický model soustavy

Matematický model soustavy je vytvořen pomocí metody konečných prvků. Hřídelová část je tedy rozdělena na jednotlivé konečné elementy nazývané hřídelové prvky o délce  $l$ , které jsou definovány pomocí svých koncových bodů. V případě ohybového kmitání je jejich pohyb popsán pomocí 4 zobecněných souřadnic, a to dvou posuvů ve směru souřadnicových os a dvou natožení kolem těchto os. Dále jsou do modelu zahrnuty příspěvky od tuhých disků a ložiskových podpěr stejně jako v Zeman (2011). Pak lze takovýto rotor popsat pomocí pohybové rovnice ve tvaru

$$\mathbf{M}_\Sigma \ddot{\mathbf{q}}(t) + \underbrace{[\mathbf{B}_E + \mathbf{B}_I + \mathbf{B}_B(\omega_0) + \omega_0 \mathbf{G}]}_{\mathbf{B}_\Sigma} \dot{\mathbf{q}}(t) + \underbrace{[\mathbf{K} + \mathbf{K}_I + \mathbf{K}_B(\omega_0)]}_{\mathbf{K}_\Sigma} \mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t), \quad (1)$$

kde  $\mathbf{q}_i = [\dots v_i, w_i, \vartheta_i, \psi_i \dots]^T$  je vektor zobecněných souřadnic libovolného uzlu hřídele,  $\omega_0$  je úhlová rychlost rotace systému a  $\mathbf{M}_\Sigma$ ,  $\mathbf{B}_\Sigma$  and  $\mathbf{K}_\Sigma$  jsou celkové matice hmotnosti, tlumicích účinků a tuhosti modelovaného rotujícího systému.

V případě, že je modelovaný systém harmonicky buzený nevyvázkem, lze budící vektor na pravé straně rovnice 1 vyjádřit ve tvaru

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{f}_c \cos(\omega t) + \mathbf{f}_s \sin(\omega t). \quad (2)$$

V případě buzení tímto způsobem se ale může stát, že ne všechny potenciálně nebezpečné rezonanční stavy lze vybudit. Odpovídající nebezpečné otáčky lze získat z Campbellova diagramu. To, zda budou daným způsobem vybudeny či nikoli je v praxi nutno ověřit. Proto jsou na základě hodnot získaných řešením problému vlastních hodnot vypočítány hodnoty tzv. participačních faktorů, jejichž velikost vypovídá o tom, zda lze daný rezonanční stav vybudit či nikoli. Participační faktory  $p(i)$  lze určit ze vztahu

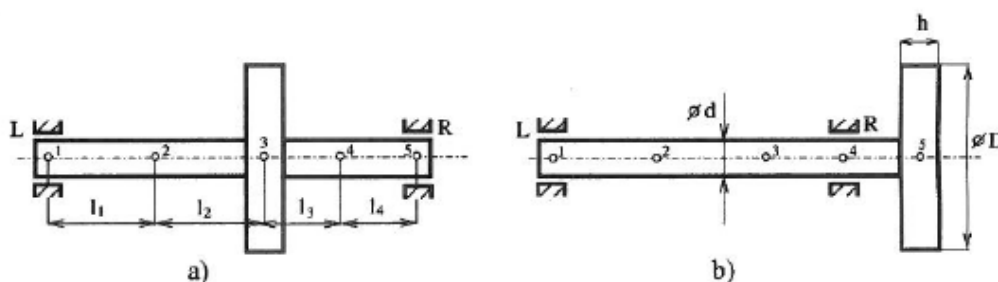
$$p(i) = \left| \frac{\mathbf{r}_\nu^T \tilde{\mathbf{f}}}{i\omega - \lambda_\nu} \right|, \quad (3)$$

kde  $\mathbf{r}$  je pravostranný vlastní vektor odpovídající vlastnímu číslu  $\lambda_\nu$ ,  $\omega$  jsou provozní otáčky a  $\tilde{\mathbf{f}} = \mathbf{f}_c - i\mathbf{f}_s$  je komplexní amplituda vektoru buzení.

<sup>1</sup> student doktorského studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Aplikovaná mechanika, e-mail: zrendlov@kme.zcu.cz

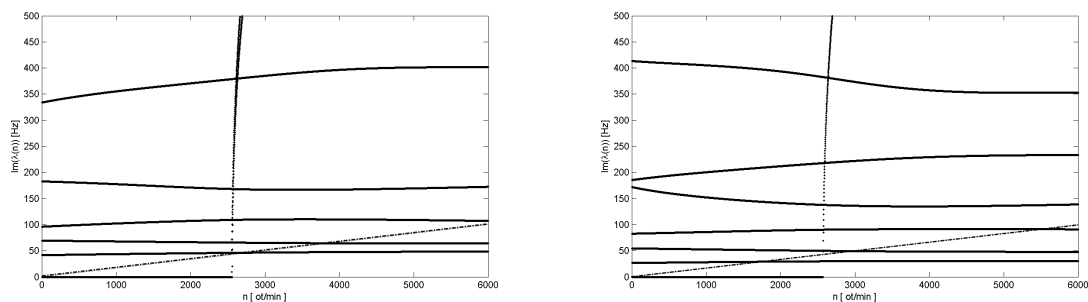
### 3 Aplikační část

Uvedený přístup pro ověření vybuditelnosti rezonančních stavů je testován na dvou jednoduchých rotorových soustavách, které jsou znázorněny na Obrázku 1. V obou případech se jedná o systémy, které se skládají z poddajných ocelových hřídelí o průměru  $d = 0,06\text{ m}$  rozdělených pomocí 5 uzlů na 4 hřídelové prvky o délkách  $l_1 = l_2 = 0,2\text{ m}$ ,  $l_3 = l_4 = 0,15\text{ m}$ . V obou případech je k hřídeli ve zvolené pozici pevně připojen tuhý disk o vnějším průměru  $D = 0,4\text{ m}$  a tloušťce  $h = 0,08\text{ m}$ . Celá hřídelová část je uložena na dvou identických anizotropních hydrodynamických ložiskách, která jsou popsána pomocí tuhostních a tlumících parametrů závislých na pracovních otáčkách  $n$  systému. Při modelování bylo respektováno vnější i vnitřní tlumení reprezentované koeficientem vnějšího tlumení  $b_E$  a koeficientem vnitřního tlumení  $b_I$ , jejichž hodnoty byly odvozeny na základě známých hodnot poměrných útlumů uvedených soustav pro nulové otáčky, tedy  $D = 0,002 - 0,003$  pro ocelové prvky.



Obrázek 1: Schéma testovacích soustav

Systém je buzen nevyvázkem o hmotnosti  $m$ , který je pevně připevněn k disku ve vzdálenosti  $e$  od osy rotace.



Obrázek 2: Amplitudo-frekvenční charakteristiky uzlu č.3 (vlevo), resp. č. 5 (vpravo) při ustáleném vybuděném kmitání.

#### Poděkování

Tento příspěvek byl podpořen grantovým projektem SGS-2010-046.

#### Literatura

Zeman, V., Rendlová, Z., 2011. *Stability analysis of the rotor vibration with external and internal dampin.* Wisla, Polsko.