

Multi-kompartmentový model perfúze jater a identifikace jeho parametrů

Jaroslava Brašnová¹, Eduard Rohan², Vladimír Lukeš³

1 Úvod

Tato práce z oblasti biomechaniky se zabývá modelováním perfúze jaterní tkáně (jaterního parenchymu) a současně i identifikací materiálových parametrů. Modely jaterní perfúze mají své potenciální uplatnění v lékařství, zejména v chirurgii. Cílem je usnadnit lékařům predikci chování jater a na základě vstupních dat (například CT snímků) získat představu o proudění krve. Žádaná je například simulace změny perfúze v závislosti na změně struktury či objemu jaterní tkáně v důsledku onemocnění (cirhóza, nádorová onemocnění), či jejich následné léčby (resekce).

2 Multi-kompartmentový 3D model perfúze

Pro komplexní popis proudění krve v játrech se použijí dva navzájem propojené modely, viz Rohan et al. (2012). Tyto modely jsou propojeny skrze zřídla a propady. Nejvyšší úroveň (hierarchie), kterou představuje žilní strom, je popsána 1D modelem založeným na Bernoulliho rovnici respektující tlakové ztráty. Perfúze v jaterním parenchymu, který je uvažován jako porézní médium nasycené nestlačitelnou tekutinou, je popsána 3D multi-kompartmentovým modelem, podobně jako v Michler et al. (2013). Tento model je založen na rovnici kontinuity a Darcyho zákoně, který definuje rychlost průtoku tekutiny pevným porézním prostředím. V 3D modelu je také zahrnuta možnost výměny tekutiny mezi jednotlivými kompartmenty. Tyto mezikompartmentové toky jsou dány rozdílem tlaků v jednotlivých kompartmentech.

Kompartment o indexu i je ve 3D tvořen kontinuem zaujímajícím oblast Ω_i , jehož vlastnosti jsou dány permeabilitou $K^i [m^2 \cdot (Pa \cdot s)^{-1}]$ a perfúzními parametry mezi kompartmenty i a j $G_j^i [(Pa \cdot s)^{-1}]$. Stavová úloha 3D modelu perfúze je pro numerické řešení v FEM softwaru *SfePy* (*Simple Finite Elements in Python*) definována pomocí slabé formulace

$$\int_{\Omega_i \setminus \Sigma_i} K^i \nabla p^i \cdot \nabla q^i + \int_{\Omega_i \setminus \Sigma_i} \sum_j G_j^i (p^i - p^j) q^i = \int_{\Omega_i \setminus \Sigma_i} f^i q^i, \quad \forall q^i \in Q^i, \quad (1)$$

kde $i, j = 1, 2, \dots, \bar{i}$ jsou indexy kompartmentů, p^i (p^j) je tlak v i -tém (j -tém) kompartmentu, f^i je externí vtok do i -tého kompartmentu reprezentovaný zřídly a propady, a q^i jsou testovací funkce.

¹ studentka navazujícího studijního programu Počítačové modelování v inženýrství, obor Aplikovaná mechanika, e-mail: jbrasnov@students.zcu.cz

² Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra mechaniky, e-mail: rohan@kme.zcu.cz

³ Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra mechaniky, e-mail: vlukes@kme.zcu.cz

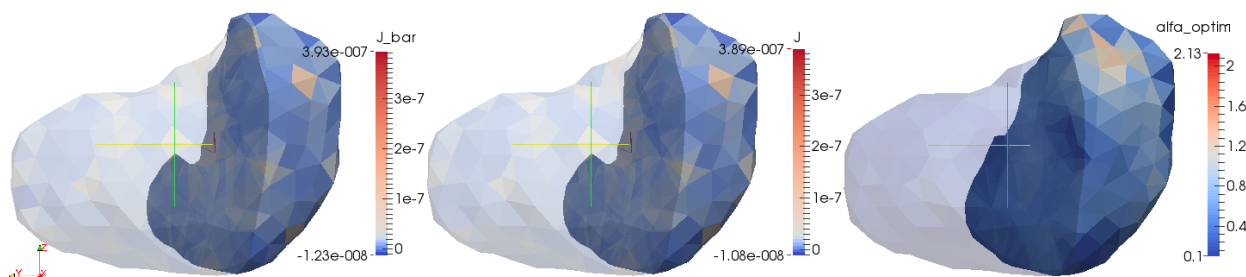
3 Identifikace parametrů

Úloha identifikace perfúzních parametrů G_j^i je formulována jako optimalizační úloha, kde jsou hledány optimalizační parametry α konstantní na elementech, kdy $G_j^i = konst \cdot \alpha$. Identifikace je realizována taktéž pomocí programu *SfePy*. Jsou zavedeny funkce toků J popisující proudění v systému a účelová funkce Φ . Cílem identifikace je nalezení globálního minima účelové funkce

$$\Phi(\alpha, p) = \sum_i \int_{\Omega_i} \sum_{j>i} \left| \underbrace{G_j^i(\alpha_k)}_J (p^i - p^j) - \bar{J}^k \right|^2, \quad (2)$$

kde \bar{J}^k je "změřený" tok, $k = k(i, j)$ je multiindex a tlaky p^i a p^j jsou získány ze stavové úlohy. Během optimalizace je prováděn výpočet adjungované úlohy a citlivostní analýzy, která je chápána jako výpočet citlivosti změny účelové funkce na změnu optimalizačních parametrů.

Pro minimalizaci funkce Φ byla použita funkce *minimize* implementovaná v balíku *SciPy.optimize*. Jako řešení v rámci *minimize* byla zvolena metoda *Sequential Least Squares Programming (SLSQP)*. Dále bylo nutné definovat počáteční hodnoty a také omezení optimalizačních parametrů. Úloha identifikace byla provedena na několika různých geometriích a to převážně na geometrii jater s tetrahedrálními prvky a dvěma kompartmenty. Úloha optimalizace je z hlediska numeriky velice náročný problém. Z numerických výpočtů vyplynulo, že je velkou výhodou znát alespoň přibližně hodnoty optimalizačních parametrů. Výsledky byly zobrazeny pomocí programu *ParaView*, viz obrázek 1. Další práce na daném tématu bude zaměřena na změnu způsobu parametrizace perfúzních parametrů.



Obrázek 1: Výsledky optimalizace. Vlevo: "změřený" tok \bar{J} . Uprostřed: tok J po provedení optimalizace. Vpravo: hodnoty optimalizačních parametrů α po provedení optimalizace.

Poděkování

Tento příspěvek byl podpořen grantovým projektem SGS-2016-059.

Literatura

- Michler, CH., et al., 2013 A computationally efficient framework for the simulation of cardiac perfusion using a multi-compartment Darcy porous-media flow model. 29:217-232
- Rohan, E., Lukeš, V., Jonášová, A., Bublík, O., 2012. Towards microstructure based tissue perfusion reconstruction from CT using multiscale modeling. In: Computational mechanics 2012. Sao Paulo: Universidade de Sao Paulo. s. 1-18. ISBN 978-85-86686-70-2.
- Rohan, E., Lukeš, V., Brašnová, J., 2015. CT based identification problem for the multicompartment model of blood perfusion. In: Computational Vision and Medical Image Processing V. London: CRC Press. s. 289-294. ISBN 978-1-138-02926-2.