FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD ZÁPADOČESKÉ UNIVERZITY V PLZNI

STUDENTSKÁ VĚDECKÁ KONFERENCE 2016

Modelování vícefázového proudění reálné tekutiny pomocí lattice Boltzmannovy metody

Iveta Študentová[1]

1 Úvod

Následující práce pojednává o modelování vícefázového proudění použitím lattice Boltzmannovy metody (LBM). Lattice Boltzmannova metoda je poměrně nová metoda ve výpočtové dynamice tekutin, která se vyvinula z buněčných automatů, Succi (2001), ale zároveň ji lze odvodit i diskretizací spojité Boltzmannovy rovnice.

Vícefázovým prouděním je v této práci rozuměno proudění dvou či více nemísitelných tekutin nebo několika fází jedné tekutiny, které jsou rozděleny hranicí zvanou rozhraní.

2 Lattice Boltzmannova metoda a vícefázové proudění

Princip lattice Boltzmannovy metody spočívá v diskretizaci spojitého prostoru na pravidelnou výpočtovou síť, spojitý čas je rozdělen na jednotlivé časové kroky a rychlostní prostor je nahrazen soubory různě orientovaných vektorů rychlostí. Nekonečné množství neuspořádaně se pohybujících částic tekutiny je popsáno konečným množstvím distribučních funkcí $f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{e}_\alpha, t)$, $\alpha = 1, 2, ...n$, které se ve výpočtové síti pohybují pouze v určitých směrech danými směry vektorů rychlostí $\mathbf{e}_\alpha$.

Metoda pro výpočet vícefázového proudění se skládá z následujících hlavních kroků (Inamuro et al. (2004), Banari (2014)). Zaprvé je vypočítán pohyb rozhraní pomocí Cahn-Hilliardovy rovnice, jejíž tvar je následující

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\Phi \mathbf{u}) = M \nabla^2 \mu_\Phi. \tag{1}$$

Zadruhé je proveden výpočet pohybu tekutin pomocí lattice Boltzmannovy rovnice bez hustoty, což vede k modelování tzv. beztlakových rovnic

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau_f} \left(f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{(eq)}(\mathbf{x}, t) \right). \tag{2}$$

Tlak byl z rovnic vyjmut proto, že rovnice s tlakem vedou při větším poměru hustot modelovaných tekutin k numerické nestabilitě, a je dodatečně vypočten z Poissonovy rovnice, která má podobu

$$\nabla \cdot \left(\frac{\nabla p}{\rho} \right) = \nabla \cdot \mathbf{u}^*. \tag{3}$$

Na závěr dochází k výpočtu celkové makroskopické rychlosti tekutiny, a to součtem vypočítané rychlosti z beztlakových rovnic

$$\mathbf{u}^*_\alpha = \sum_i f_i \mathbf{e}_{i\alpha} \tag{4}$$

[1] studentka navazujícího studijního programu Počítačové modelování v inženýrství, obor Dynamika konstrukcí a mechatronika, specializace Dynamika konstrukcí, e-mail: istudent@students.zcu.cz

a opravné rychlosti vypočtené pomocí tlaku získaného z Poissonovy rovnice

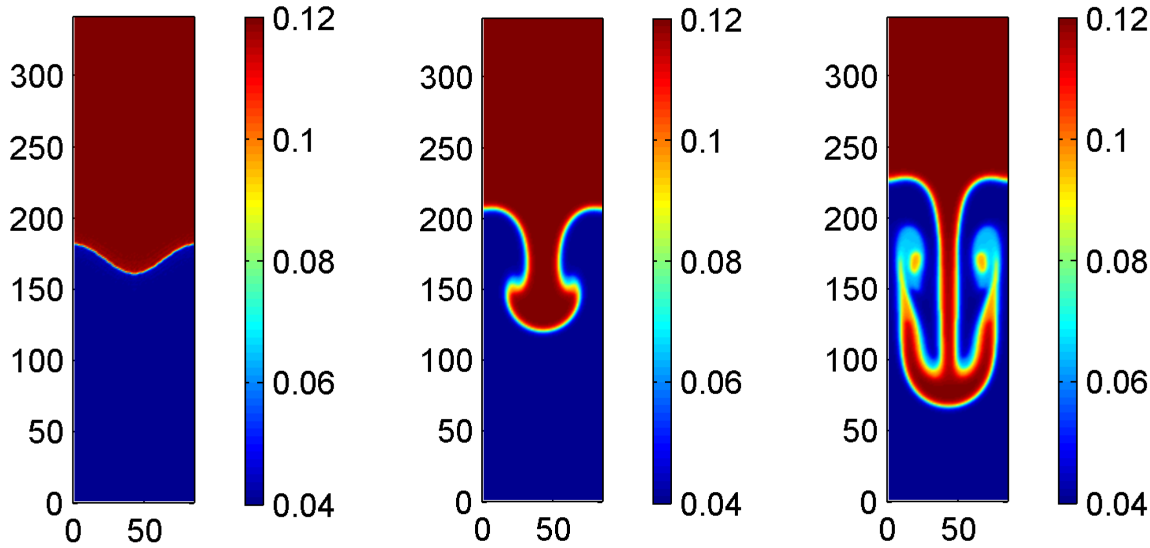
$$\Delta \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho}. \tag{5}$$

Potom celková rychlost je tvořena součtem těchto dílčích rychlostí, neboli

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^{*} + \Delta \mathbf{u}. \tag{6}$$

3 Výsledky

Vytvořený program byl implementován ve výpočtovém softwaru Matlab. Na následujících obrázcích jsou zobrazeny výsledky počítaného problému Rayleighovy-Taylorovy nestability s parametry převzatými z Huang et al. (2015). Zobrazena je hustota modelovaných tekutin v jednotkách LB prostoru.



Obrázek 1: Výsledky výpočtu Rayleighovy-Taylorovy nestability, zobrazena je 1., 8000., a 15000. iterace. Hustota horní, resp. dolní, tekutiny je $\rho_1 = 0.12 mu/lu^3$, resp. $\rho_2 = 0.04 mu/lu^3$. Kinematická viskozita obou modelovaných tekutin je $\nu_1 = \nu_2 = 0.02 lu^2/ts$.

Literatura

Banari, A., 2014. *Lattice Boltzmann simulation of multiphase flows; application to wave breaking and sea spray generation*. Dissertation thesis: University of Rhode Island.

Huang, H., Sukop, M. C., Lu, H.-Y., 2015. *Multiphase Lattice Boltzmann Methods: Theory and Application*. First Edition. John Wiley and Sons, Ltd.

Inamuro, T., Ogata, T., Tajima, S., Koniski, N., 2004. A lattice Boltzmann method for incompressible two-phase flows with large density differences. *Journal of Computational physics*, Vol. 198. pp 628–644.

Succi, S., 2001. *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*. Oxford University Press.