



Jak pohnout zeměkoulí

Karel Rauner¹, Fakulta pedagogická Západočeské univerzity v Plzni

V pohádkách se často používá rčení *Do třetice všeho dobrého (i zlého)*. Sluší se tedy, abych předchozí dva články inspirované pohádkami (*Záleží na tom, jak se do toho třískne* a *Počkejte do zimy, spadnou*) doplnil třetím článkem, tentokrát opět příhodou z filmové pohádky *Mrazík*. Pohádkovou trilogii uzavírám rozбором fyzikálních možností realizace scény, ve které chce Nastěnka doplést punčochu do východu slunce, aby jí macecha nevyškubala vlasy.

V článku *Počkejte do zimy, spadnou*, jsem počítal výkon, který musel Ivan vyvinout ve filmu *Mrazík*, když vyhazuje klacky loupežníků tak, aby spadly za 200 dní. Vyšla obhludná hodnota $7 \cdot 10^{12}$ W. Zároveň na závěr zmiňovaného článku uvádím, že ve filmu figuruje i další pozoruhodný výkon: Nastěnka donutí zajít vycházející slunce, aby stačila doplést punčochu. Ponechme stranou zjevný omyl filmařů, kteří nechali slunce vycházet zprava doleva, a zkusme opět podrobit tento výkon fyzikálnímu rozboru.

Slunce vychází díky rotaci Země kolem osy procházející jejím středem. Zatímco Země se otočí kolem své osy o 360° za hvězdný den, který má 86 164 s, úhlová rychlost je tedy $7,292 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, průměrná perioda slunečního pohybu na obloze je 24 hodin, to je úhlová rychlost $7,272 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Úhlová velikost slunečního kotouče je asi 32 úhlových minut, to je $9,31 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$. To znamená, že v místech, ve kterých vychází slunce kolmo k obzoru, trvá východ slunce asi 128 sekund. Protože jsem ale náš film situoval na 56° severní šířky, východ slunce tu bude trvat déle: v jarních měsících asi 210 sekund.

Nastěnka ve filmu poprosí jitřenku (což je ovšem chyba, protože jitřenkou se označuje Venuše a ta pochopitelně nemůže se Sluncem udělat nic), aby slunce ještě nevycházelo. Pak se stane podivná věc: slunce zacouvá zpět pod obzor a netrvá to ani 5 sekund. Fyzikálně to lze vysvětlit tím, že se změnil směr rotace Země a Země se pootočila zpět úhlovou rychlostí tolikrát větší, než je její běžná hodnota, kolikrát je běžný východ slunce delší než 5 sekund. Úhlová rychlost Země je proto během tohoto pohybu asi 42krát větší než úhlová rychlost slunce: $3,1 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Celou událost můžeme rozdělit do čtyř částí:

- zastavení rotace Země,
- roztočení Země opačným směrem s podstatně větší úhlovou rychlostí,
- opětné zastavení rotace Země,
- roztočení Země původním směrem a původní rychlostí.

Zastavením Země v první fázi se uvolní obrovská energie. Tu můžeme vypočítat, známe-li moment setrvačnosti Země. Je to podivné, ale tuto hodnotu známe u naší rodné planety jen velmi nepřesně. Neznáme totiž přesnou závislost hustoty na vzdálenosti od středu Země. Pokud bychom počítali se Zemí jako s homogenní koulí o průměrné hustotě $5\,515 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, vyšel by moment setrvačnosti $I_p = 9,8 \cdot 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Ve skutečnosti je moment setrvačnosti menší, protože větší hustotu má Země v jádře, které je blíže středu. Kromě toho nelze považovat Zemi za tuhé



¹ rauner@kmt.zcu.cz



těleso. V [2] se uvádí $I = 8,07 \cdot 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, moment hybnosti pak $L = 5,89 \cdot 10^{33} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Energie normálně rotující Země je tedy

$$E_n = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 \cong 2 \cdot 10^{29} \text{ J.} \quad (1)$$

K roztočení Země opačným směrem 42krát větší rychlostí je třeba 42²krát větší energie, tedy asi

$$3,8 \cdot 10^{32} \text{ J.} \quad (2)$$

I kdyby se nějakým způsobem podařilo energii podle (1) nějak akumulovat, příliš by to nepomohlo. Z filmu lze odhadnout, že ke změně rotace dojde asi za 1 sekundu, potřebný výkon je proto $3,8 \cdot 10^{32} \text{ W}$. Kam se hrabe Ivan se svým výkonem $7 \cdot 10^{12} \text{ W}$!

Je pravda, že během třetí a čtvrté etapy se energetická bilance srovná na nulu. energii podle (2) však nutně potřebujeme. Pokusy o vysvětlení celého jevu druhou relací neurčitosti nemohou být úspěšné. Součin energetického deficitu $\Delta E = 3,8 \cdot 10^{32} \text{ J}$ a potřebného časového intervalu $\Delta t = 5 \text{ s}$ není v žádném případě srovnatelný

s $\frac{\hbar}{2} \cong 5,3 \cdot 10^{-35} \text{ J} \cdot \text{s}$, 67 řádů je přece jen hodně. Musíme se proto opět spokojit s tím, že je to jen pohádka.

Poznámka 1: I kdyby se popsany experiment Nastěnce vydařil, byly by důsledky neúměrné příčině. Nastěnka otáčí pohyb Země jen proto, že nechce přijít o vlasy. Jen kvůli tomu by se stala bezkonkurenčně největším masovým vrahem v dějinách lidstva, které by vlastně tímto okamžikem asi skončily. Všechna tělesa na rovníku se normálně pohybují vzhledem k ose Země rychlostí

$$v = \omega \cdot R = 7,292 \cdot 10^{-5} \cdot 6,378 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 465 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (3)$$

Na 56° severní šířky je to méně: $260 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Tato rychlost se ovšem během experimentu změní na rychlost 42krát větší a navíc opačného směru, to je $10,9 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, na rovníku pak $19,5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Protože existuje setrvačnost, vše nepřipevněné se tedy bude vzhledem k předmětům pevně přichyceným k zemi pohybovat relativní rychlostí $11,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, na rovníku dokonce $20,0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Narazí-li do nás takovou rychlostí nejbližší kopec, je pochopitelně po nás. Naše zbytky pak naberou rychlost, která v podstatné části Země překonává druhou kosmickou rychlost a uletí do vesmíru. Proto představa výtvarníka o konci světa z prvního obrázku se zdá být ještě optimistická. Naději lidstva by pak mohli představovat turisté, kteří jsou zrovna ledoborcem na severním pólu a vědci na jižním pólu (experiment IceCube), pokud by ovšem přežili nepředstavitelný vír, který by vznikl ve všech světových oceánech. Setrvačnost zemského jádra by také vykonala své a na zemi by to vypadalo spíše tak, jako na druhém obrázku.



Obrázky jsou převzaty z <http://www.constellation7.org/TheFlood/Destruction.jpg> a <http://civilizer.files.wordpress.com/2007/07/end-of-the-world.jpg>.



Poznámka 2: K provedení experimentu by Nastěnka nepotřebovala jen zdroj obrovské energie, ale i těleso, které by vyrovnávalo moment hybnosti. Neplatí totiž jen zákon zachování energie, ale i zákon zachování momentu hybnosti. Optimálním tělesem by pro tento účel byl prstenec, který má velký moment setrvačnosti. Pokud by měl navíc velkou hustotu (například hustotu neutronové hvězdy), nemusel by být ani tak velký a těžký.

Poznámka 3: Existuje i další způsob, jak dosáhnout požadovaného efektu, který se zdá být na první pohled humánnější: pohnout Sluncem. Znamenalo by to během 5 sekund posunout Slunce asi o jeho 2 průměry, tj. asi o 2 800 000 km. Bohužel rychlost vychází nadsvětelná: $560\,000\text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. I kdyby se Nastěnka spokojila s tím, že se slunce vrátí pod obzor za 15 sekund, což by znamenalo rychlost asi $190\,000\text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, energetická náročnost by byla obludná: téměř $4 \cdot 10^{46}$ J. K tomu by bylo třeba anihilovat pětinu Slunce.

Poznámka 4: Nejelegantnější řešení problému představuje využití astronomické refrakce slunečního světla. Paprsek slunečního světla se k pozorovateli nešíří přímočaře (na obrázku tečkovaně), ale lomí se na rozhraní vakuum–atmosféra ke kolmici. Chod paprsku je na obrázku plnou čarou. Pozorovatel proto vidí slunce na prodloužení zalomené části – na obrázku čárkovaně. Vidí jej tedy nad obzorem dříve, než slunce geometricky vyjde.

Protože refrakce v atmosféře dosahuje u obzoru téměř 35 úhlových minut a úhlová

velikost slunce je asi 32 úhlových

minut, vidíme slunce již v době, kdy

je geometricky pod obzorem. Kdyby

vycházelo slunce kolmo k obzoru,

opticky by vycházelo asi o 2 minuty

dříve. V případě zeměpisné šířky

56° je to asi 3,5 minuty. K zdánli-

vému západu slunce by tedy stačilo

vytvořit v atmosféře vakuový tunel

podél trajektorie lomeného paprsku.

O správnosti úvahy se můžeme pře-

svědčit pohledem do kalendáře, ve

kterém jsou i východy a západy slunce.

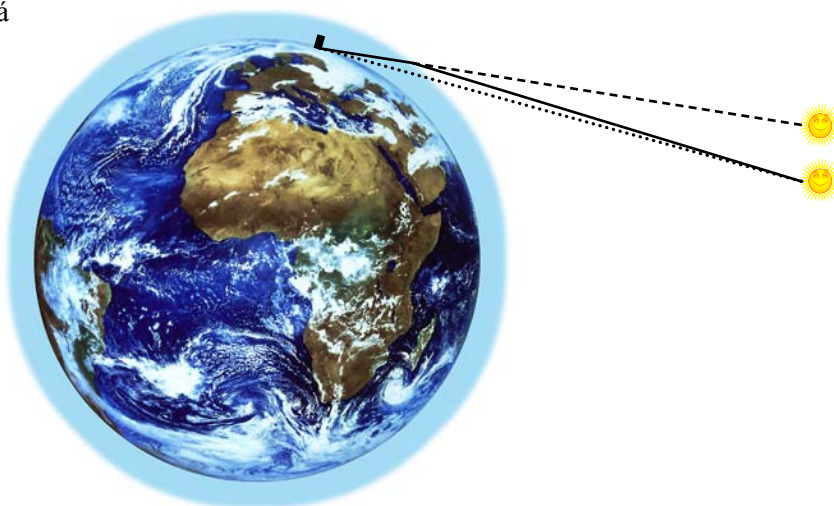
Při rovnodennosti bychom očekávali, že

mezi východem a západem slunce bude 12 hodin. Ve skutečnosti při rovnodennosti 20. 3. 2013 slunce vyšlo v 6.03

a zapadlo v 18.13, nad obzorem bylo tedy 12 hodin a 10 minut. Vzhledem k tomu, že východ a západ slunce jsou

určeny okamžikem, kdy se horní okraj slunečního kotouče dotýká obzoru, je o 5 minut dřívější východ rozdílný

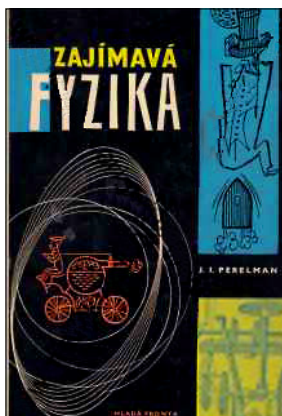
od vypočítané hodnoty 3,5 minuty. Údaje jsou pro 15° východní délky a 50° severní šířky a jsou v SEČ.



Poznámka 5: Při přednášce Fyzika v pohádkách, kterou jsem přednášel na různých školách a při různých příležitostech, jsem se setkal s dalšími návrhy realizace popsané situace. Když pomínu drastické návrhy inspirované moderní filmovou produkcí (například vypíchnout maceše oči), dají se uvést i některé další možnosti. Nejvtipnější z nich je vydloubnutí vesnice, ve které Nastěnka bydlí, a její přenesení na západ. Protože rovnoběžka na 56° severní šířky má délku asi 22 000 km, zpožďuje se východ slunce směrem na západ o 1 sekundu při posunutí o 260 m. Potřebných 7 minut by se tedy dalo dosáhnout přenesením vesnice o 110 km na západ. Jinou možností zpoždění východu slunce je propad vesnice na menší nadmořskou výšku. Tím se relativně zvýší obzor a slunce vyjde později. Jednoduchým geometrickým výpočtem dojdeme k tomu, že pro obzor vzdálený 3 km stačí propad vesnice o 50 metrů.



Poznámka 6: Popis dějů, které by nastaly po zastavení Země, líčí H. G. Wells v povídce *The Man Who Could Work Miracles*. Příslušný úryvek povídky v češtině si můžete přečíst v kapitole „Zastav se Země“ na 182. straně knihy J. I. Perelmana *Zajímavá fyzika*, kterou vydala Mladá fronta v roce 1962 (případně Naše vojsko v roce 1952).



Zdroje číselných údajů a obrázků

- [1] http://sf.zcu.cz/rocnik05/cislo03/cislo3.98/w_zat.html
- [2] http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~mira/tmp/bardon_projectsoft/precese_nutace_preview.pdf
- [3] <http://www.hvezdarnacb.cz/cgi-bin/kar.cgi>
- [4] http://en.wikipedia.org/wiki/File:The_Man_Who_Could_Work_Miracles_film_poster.jpg
- [5] <http://www.pohadkar.cz/pohadka/mrazik/>
- [6] <http://www.databazeknih.cz/knihy/zajimava-fyzika-91087>
- [8] <http://www.constellation7.org/TheFlood/Destruction.jpg>
- [9] <http://civilizer.files.wordpress.com/2007/07/end-of-the-world.jpg>