

**Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd**

**KMITÁNÍ KOMPONENT JADERNÉHO
PALIVOVÉHO SOUBORU
S RÁZOVÝMI ÚČINKY**

Ing. Štěpán Dyk

**disertační práce
k získání akademického titulu doktor
v oboru Aplikovaná mechanika**

**Školitel: prof. Ing. Vladimír Zeman, DrSc.
Katedra mechaniky**

Plzeň, 2017

**University of West Bohemia
Faculty of Applied Sciences**

**IMPACT VIBRATIONS OF COMPONENTS
OF NUCLEAR FUEL ASSEMBLY**

Ing. Štěpán Dyk

**a dissertation thesis submitted in candidacy for the
degree of Ph.D. in the field of Applied Mechanics**

**Supervisor: prof. Ing. Vladimír Zeman, DrSc.
Department of Mechanics**

Plzeň, 2017

Prohlášení

Předkládám k posouzení tuto disertační práci. Prohlašuji, že jsem ji zpracoval samostatně a využil jen uvedených pramenů a literatury.

Plzeň, červen 2017

Štěpán Dyk

Poděkování

Na tomto místě bych rád vyjádřil velký dík svému školiteli, prof. Ing. Vladimíru Zemanovi, DrSc., za příkladné a inspirativní vedení, za ochotu, cenné rady a čas věnovaný konzultacím. Rád bych poděkoval za podporu také konzultantu specialistovi Ing. Miroslavu Byrtusovi, Ph.D.

V neposlední řadě bych rád poděkoval své rodině a všem svým blízkým za trpělivost a podporu v průběhu celého mého studia, bez níž by tato práce nemohla vzniknout.

Štěpán Dyk

Obsah

Prohlášení	3
Poděkování	4
Seznam důležitých označení	7
1. Úvod	9
1.1. Struktura práce	9
1.2. Současný stav řešené problematiky	10
1.3. Cíle disertační práce	12
2. Matematické modely rázu a metody řešení nehladkých soustav	14
2.1. Matematické modely rázu	14
2.1.1. Kelvinův-Voigtův model rázu	14
2.1.2. Hertzův model rázu	16
2.1.3. Lankaraniův–Nikraveshův model rázu	17
2.1.4. Huntův-Crosleyův model rázu	17
2.2. Přístupy k řešení dynamických systémů se silnou nelinearitou	18
2.2.1. Metoda vyhlazení nehladké funkce	18
2.2.2. Metoda přepínání modelů	19
3. Modelování kmitání vertikálních jednorozměrných kontinuí nosníkového typu metodou konečných prvků při uvažování axiálních sil	20
3.1. Kinetická a potenciální energie konečného prvku	20
3.2. Aproximace příčných výchylek a natočení	21
3.3. Zahrnutí vlivu osově síly a vlastní tíhy	25
3.4. Sestavení globálních koeficientových matic systému	26
3.5. Rozšíření o podélné a torzní kmity	27
4. Komponenty palivového souboru TVSA-T	28
4.1. Nosný skelet (NS)	28
4.2. Distanční mřížky (DM)	28
4.3. Vodicí trubky (VT)	29
4.4. Palivové proutky (PP)	30
5. Matematický model kmitání vodicích trubek a vyšetřování jejich stability vzhledem k osově síle	31

5.1.	Modelování kmitání VT s uvažováním rázu se třením	31
5.1.1.	Modelování rázů při uvažování třecích kontaktních sil	35
5.2.	Analýza stability vodících trubek s ohledem na osově zatížení a jejich zpevňování v distančních mřížkách	43
6.	Matematický model kmitání palivových proutků při uvažování interakce mezi pokrytím a sloupcem palivových tablet	49
6.1.	Model palivového proutku s uvažováním hladkého modelu kontaktu	49
6.1.1.	Otěr palivových proutků	56
6.1.2.	Numerické simulace	57
6.1.3.	Analýza závislosti otěru palivových proutků TVSA-T na provozních parametrech JE	59
6.1.4.	Linearizace silně nelineárního modelu PP prostřednictvím parametrické optimalizace	60
6.1.5.	Mapy rázových rozhraní	70
6.1.6.	Bifurkační analýza kmitání PP vzhledem k vybraným parametrům	75
6.2.	Model palivového proutku s uvažováním tření v kontaktních bodech	78
6.2.1.	Výsledky numerických simulací	83
6.2.2.	Vyhodnocení otěru	88
6.3.	Modelování interakce PP s příčně proudícím chladičem	90
6.3.1.	Model příčného proudu chladiče za předpokladu laminárního proudění	90
6.3.2.	Uvážení vírových sil od příčně proudícího chladiče	95
6.3.3.	Numerické simulace kmitání PP vybuzeného vírovými silami od příčně proudícího chladiče	96
7.	Závěr	98
7.1.	Shrnutí výsledků provedených analýz a jejich význam	98
7.2.	Další rozvoj řešené problematiky	100
7.3.	Hlavní přínosy práce	101
A.	Přílohy	102
B.	Hodnoty významných parametrů použité při numerických simulacích	108
	Literatura	109
	Publikace autora související s tématem práce	113
	α : Články a konferenční příspěvky	113
	β : Výzkumné a technické zprávy	115
	Shrnutí	116
	Résumé	117

Seznam důležitých označení

Označení matic a vektorů

$M_F^{(X)}$	matice hmotnosti volných (F ree) uzlů (sub)systému X
$B_F^{(X)}$	matice tlumení volných uzlů (sub)systému X
$K_F^{(X)}$	matice tuhosti volných uzlů (sub)systému X
K_F	matice vazební tuhosti pružinového fixátoru
$\Lambda^{(X)}$	spektrální matice (sub)systému X
$V^{(X)}$	modální matice (sub)systému X
$q^{(X)}$	vektor zobecněných souřadnic (sub)systému X
$q_F^{(X)}$	vektor zobecněných souřadnic volných uzlů (sub)systému X
q_Y	vektor zobecněných souřadnic dolní (pro $Y = L$) a horní (pro $Y = U$) upínací desky
$f_{A,B}$	vektor budících sil - působení A na B
$f_Y^{(X)}$	vektor budících sil od pohybu uzlu $Y = L, U$ působících na (sub)systém X
f_X	budící síly vyvolané (sub)systémem nebo účinkem X
$f_{Fl}^{(X)}$	budící síly od proudící tekutiny (F luid) působící na (sub)systém X
f	celkový vektor buzení v konfiguračním prostoru
A	systémová matice
u	stavový vektor
F	vektor buzení ve stavovém prostoru

Označení skalárních veličin a funkcí, souřadnicové systémy

$\mathcal{H}(\cdot)$	Heavisideova funkce
x, y, z	souřadnicový systém kolineární se systémem, v němž je modelován reaktor v modelu nejnižší úrovně [47]
ξ, η, ζ	souřadnicový systém radiálně tangenciální vzhledem ke střednici palivového souboru
r, α_r	polární souřadnice palivového proutku, resp. vodicí trubky, v palivovém souboru
$x_{l,g}, y_{l,g}, z_{l,g}$..	pohyb buňky l na úrovni distanční mříže g ve směru x , resp. y , resp. z
$N_{l,g}$	normálová složka síly v kontaktním bodě s buňkou l distanční mříže g
$T_{l,g}$	tečná složka třecí síly v kontaktním bodě s buňkou l distanční mříže g

$A_{l,g}$	axiální složka třecí síly v kontaktním bodě s buňkou l distanční mříže g
$d_{l,g}$	deformace buňky l na úrovni dist. mříže g
$d_{l,g,c}$	deformace buňky l na úrovni dist. mříže g ve směru $c = rad, t, z$
$c_{l,g,c}$	skluzová rychlost v kont. bodě daném buňkou l na úrovni dist. mříže g ve směru $c = rad, t, z$
$c_{l,g}$	skluzová rychlost v kont. bodě daném buňkou l na úrovni dist. mříže g
$W_{l,g}$	práce třecích sil v kontaktním bodě s buňkou l na úrovni dist. mříže g
$P_{l,g}$	výkon třecích sil v kontaktním bodě s buňkou l na úrovni dist. mříže g
$\Delta m_{l,g}$	hodinový ořer v kontaktním bodě s buňkou l na úrovni dist. mříže g
N_i	rázová síla mezi pokrytím PP a sloupcem palivových tablet na úrovni uzlu i
e_i	relativní excentricita mezi pokrytím PP a sloupcem palivových tablet na úrovni uzlu i
$c_{i,c}$	skluzová rychlost mezi pokrytím PP a sloupcem palivových tablet ve směru $c = t, z$
c_i	celková skluzová rychlost mezi P a T
n	celkový počet stupňů volnosti systému
n_X	počet stupňů volnosti (sub)systému X
F_0	statické předepnutí buněk dist. mříží
F_{ax}	tlaková axiální síla zatěžující VT
F_F	axiální síla od pružinového fixátoru

Indexy

l	index buňky distanční mřížky
i	index uzlu (počítáno od dolního uzlu L vzhůru)
g	index distanční mříže (počítáno od dolního uzlu L vzhůru)
s	index segmentu palivového souboru
k	index harmonické složky polyharmonického buzení
j	index hlavního cirkulačního čerpadla
t	tečná složka
rad	radiální složka
z	axiální složka (kolineární s osou z)
C	pokrytí PP (C ladding)
P	sloupec palivových tablet (P ellets)
U	index horního (U pper) uzlu
L	index dolního (L ower) uzlu
GT	vodicí trubka (G uide T himble)
SG	distanční mříž (S pacer G rid)
SL	objímka (S Leeve)
LS	nosný skelet (L oad-bearing S keleton)

1. Úvod

Mechanické kmitání s rázovými účinky je důležitou součástí řady fyzikálních dějů jak v přírodě, tak v rozmanitých technických aplikacích. Často přitom mají rázy negativní účinky – při rázech vznikají velké a krátkodobé tzv. *rázové síly*, a může tak docházet k nadměrnému namáhání součástí a k jejich zvýšenému opotřebení. Kromě toho jsou s rázy spojeny i další negativní účinky jako nadměrné vyzařování hluku apod. Jedná se např. o rotory převodových ústrojí či o nejrůznější mechanismy a stroje, kde vlivem výrobních nepřesností či opotřebení v průběhu provozu vznikly vůle mezi dvěma vzájemně se pohybujícími částmi. V těchto případech je nutné rázy pokud možno eliminovat, nebo alespoň zajistit, aby byly v daném provozním pásmu vyvolávány co nejméně. Existuje však rovněž široká třída aplikací, které jsou principiálně založeny na přítomnosti rázových účinků. Zde se jedná např. o buchary, kladiva, drtiče, kladivové mlýny, vibrační zařízení na zhutňování (vibrolisy) atd., kde je naopak cíleně využíváno přítomnosti rázových sil.

Z hlediska matematických modelů se kmitající soustavy s rázy řadí do třídy úloh *nelineární dynamiky*, a to speciálně mezi tzv. *nehladké* či *silně nelineární soustavy*, jež jsou charakteristické přítomností nehladkých funkcí v matematických modelech. V rámci mechaniky jsou další typickou aplikací z třídy silně nelineárních soustav modely obsahující suché tření. Jeho model obsahuje nespojitou funkci (závislost třecí síly na relativní rychlosti interagujících těles). Nehladké soustavy se dále vyskytují rovněž v jiných technických oborech – např. v elektrotechnice mají silně nelineární charakter diodové členy. Nehladké soustavy jsou obecně analyticky neřešitelné, a výpočty je proto nutné realizovat numericky. I numerické řešení je však mnohdy komplikované a nese s sebou jistá specifika oproti hladkým nelineárním soustavám. Zejména v blízkosti hranice nespojitosti, resp. v blízkosti singularit daných nehladkostmi, může docházet při numerické integraci ke zmenšování adaptivního kroku a *cik-cak efektu*, což vede k neúměrnému prodlužování výpočetního času. Např. při numerických analýzách bifurkačních vlastností těchto systémů pak vzhledem k nutnosti četných opakovaných výpočtů tyto skutečnosti omezují jejich proveditelnost.

1.1. Struktura práce

Tato práce je věnována kmitání mechanických soustav s rázovými účinky, a to v aplikaci na modelování kmitání komponent palivového souboru TVSA-T hexagonálního typu, který je instalován v aktivní zóně reaktorů VVER 1000. Kap. 1 shrnuje základní specifika rázového kmitání a formuluje cíle práce. V kap. 2 jsou uvedeny modely rázových sil používané v oblasti rázového kmitání a v následující kap. 3 je odvozen matematický model jednorozměrných Eulerových-Bernoulliových kontinuí metodou konečných prvků při

uvažování objemových a axiálních sil. Tohoto modelu je dále využíváno pro modelování komponent palivového souboru.

Klíčovou částí této práce jsou kapitoly věnované modelování nelineárního kmitání komponent palivového souboru TVSA-T, konkrétně vodicích trubek (kap. 5) a palivových proutků (kap. 6). Jsou zde vytvořeny komplexní matematické modely zmiňovaných komponent, na nichž je provedena analýza nelineárního kmitání a vlivu změny parametrů na charakter kmitání. Dále je posuzován zejména otěr pokrytí palivových proutků – parametr, jehož limitní hodnota je pro provoz reaktoru klíčová, neboť v případě přílišného ztenčení pokrytí hrozí průnik radiace z vnitřních prostor palivového proutku do chladiva. Je zkoumán vliv provozních parametrů ovlivňujících charakter nelineárního kmitání na hodnoty otěru. Metodika tvorby matematického modelu, přístup k řešení i numerická implementace jsou platné obecně a lze je použít pro širší spektrum aplikací modelujících kmitající mechanické soustavy s rázovými interakcemi. Zejména pak lze uvedenou metodu aplikovat na soustavy vzájemně rázově interagujících poddajných těles nosníkového typu.

1.2. Současný stav řešené problematiky

Tzv. *elementární teorie rázu*, používaná pro základní popis rázových dějů, je zmiňována prakticky ve všech publikacích a učebních textech věnovaných dynamice těles, viz např. [4, 10]. Této teorii jsou zpravidla věnovány také úvodní kapitoly monografií zabývajících se rázovou mechanikou, např. [29, 37]. Elementární teorie rázu se však pro komplexní a deformovatelné systémy ukazuje jako nevhodná a je účelné užívat dynamických modelů s uvážením vhodného popisu rázových sil. V monografiích (viz např. výše uvedená [37]) jsou proto hlouběji popisovány zejména komplexní modely rázu s ohledem na modelování prostorového rázu vč. vlivu tření kontaktních ploch, šíření rázové vlny v poddajném rázově interagujícím tělese apod.

Speciálně na *kmitající mechanické soustavy s rázy* jsou zaměřeny např. monografie [1] či [26]. Je zde shrnut potřebný matematický aparát pro nehladké soustavy z hlediska nelineární dynamiky a ukázáno řešení typických úloh rázového kmitání a jejich numerické řešení. Matematický aparát potřebný k modelování mechanických soustav s nespojitostmi, tj. rázových soustav a soustav se suchým třením, je detailně rozebrán také v [24], kde je třída nehladkých systémů popisována na základě tzv. *Filipovovy teorie*. Jsou zde ukázány specializované metody pro řešení nehladkých soustav. Zmíněná monografie [24] navazuje na práci téhož autora [23], kde jsou do hloubky rozebrány nehladké soustavy a příslušné metody pro jejich řešení. Tématu kmitání mechanických soustav s rázy jsou dále věnovány četné časopisecké články a konferenční příspěvky, uvádějící konkrétní aplikace a jejich numerické řešení s ohledem na kvalitativní i kvantitativní popis nelineárních jevů způsobených přítomností rázů. Širokou škálu aplikací tvoří např. soustavy ozubených kol s rázy v ozubení danými ztrátou silového záběru [5, 6, 12, $\alpha 19$, $\alpha 20$, $\alpha 21$] či problematika sekvenčních převodovek, kde jsou zkoumány rázy spojené s přesunem řadicích kroužků při vlastním řazení [$\alpha 6$, $\alpha 18$, $\beta 5$, $\beta 7$, $\beta 8$]. Z oblasti aplikací, kde jsou rázy principiální součástí jejich chodu, lze uvést např. vibrolisy na hutnění betonové směsi [8, $\alpha 22$].

Aplikační část tohoto textu je zaměřena na modelování kmitání komponent palivového souboru TVSA-T, a zejména na kmitání palivových proutků a jejich otěr – spe-

cifický druh poškození způsobený dlouhodobým účinkem tření v kontaktních ploškách. Obecně tématice jaderného paliva a aktuálnímu stavu v této oblasti je věnován např. článek [28]. Nelineární model palivového proutku v turbulentním proudu je vytvořen v [36], kde jsou dále analyzovány parametry ovlivňující otěr pokrytí palivového proutku s ohledem na případné nebezpečné limitní stavy. V [35] je uvedena metoda odhadu otěru pomocí stochastického přístupu. Řada publikací se zabývá experimentálním určování parametrů souvisejících s otěrem palivových proutků. V [17, 30, 31] je diskutováno experimentální určení otěru zirkoniové trubičky odpovídající pokrytí PP, uchycené v podporách simulujících distanční mřížky. Otěr je obecně řešen buď výpočtovými přístupy [3, 25, 42, α9], nebo za použití experimentálních metod [20, 21]. Vliv nejrůznějších parametrů na hodnoty otěru a s tím související optimalizaci lze nalézt v [18, 19, 22]. Např. [16] se zaměřuje na experimenty zabývající se otěrem pokrytí pro nově vyvinutý typ distančních mřížek a experimentální zjišťování otěru je rovněž diskutováno v [17], zde zejména s ohledem na výrobní nepřesnosti pokrytí a otěr v místech kontaktu s distanční mřížkou.

Z hlediska matematického modelování představuje podobný problém i kmitání vodicích trubek palivových souborů. Ty jsou součástí nosného skeletu a v případě výjimečných událostí zajišťují propadnutí klastrů, jež brzdí štěpnou reakci. Řada prací se zaměřuje na analýzu statické deformace palivového souboru v důsledku axiálních sil působících na jeho komponenty [41], a to jak výpočtetně, tak experimentálně. Jiné práce se zaměřují na různé aspekty propadávání klastrů [33] – např. na jejich maximální rychlost [15] či modelování tlumicího mechanismu [40]. Lze nalézt i modely pádu klastru zahrnující interakci s tekutinou [43].

Komplexní matematický model reaktoru VVER 1000 a detailní modely palivových souborů jsou dlouhodobě vyvíjeny na Katedře mechaniky FAV ZČU v Plzni, viz [11, 45, 47, 48, β2, β3, β4, β6]. Matematické modely uvedené v těchto výzkumných zprávách a článcích tvoří společně s modely prezentovanými v této disertační práci víceúrovňový matematický model kmitání reaktoru, palivového souboru a jeho komponent (palivových proutků a vodicích trubek) na různé úrovni abstrakce. Lze jej rozdělit do tří úrovní:

- **Model 1. úrovně** – *lineární model reaktoru* sestávající ze vzájemně provázaných tuhých a poddajných těles nosníkového typu. Každý palivový soubor je v něm nahrazen jediným náhradním nosníkem s hmotností soustředěnou do uzlových bodů na úrovni mřížek. Matice hmotnosti a tuhosti palivového souboru jsou vypočítány z podmínek spektrální a modální věrnosti s experimentálně zjištěnými vlastními frekvencemi a tvary kmitu [11]. Vyšetřována je odezva jednotlivých komponent na buzení tlakovými pulsacemi vyvolanými HCČ [45, 46].
- **Model 2. úrovně** – *lineární model palivového souboru* zahrnující detailně všechny relevantní komponenty (palivové proutky, vodicí trubky, distanční mřížky, pohyb upínacích desek), kde komponenty nosníkového typu jsou modelovány metodou konečných prvků. Jsou vyšetřovány modální vlastnosti a odezva na buzení pohybem upínacích desek vyvolaným tlakovými pulsacemi [11, 45, 46, 48].

- **Modely 3. úrovně** představují hlavní aplikační část předkládané disertační práce:
 - *linearizovaný* nebo *nelineární model vybraného palivového proutku* jsou využívány převážně k výpočtům otěru pokrytí palivových proutků. V nelineárním případě je palivový proutek modelován metodou konečných prvků jakožto systém sestávající ze dvou vzájemně rázově interagujících kontinuí – sloupce palivových tablet a pokrytí.
 - *Model vodící trubky* je využíván k výpočtům dynamických deformací vodící trubky vyvolaných pohybem upínacích desek a příslušných buněk distančních mřížek při uvážení rázových účinků mezi buňkami distančních mřížek a vodící trubkou.

Pro výpočty na modelech vyšší úrovně jsou zpravidla využívány jako některé ze vstupů výsledky výpočtů na modelu nižší úrovně.

1.3. Cíle disertační práce

Tato práce se zabývá matematickým modelováním mechanických soustav s rázovými účinky, jejich numerickou implementací, řešením a následnou analýzou v aplikaci na kmitání komponent palivového souboru jaderného reaktoru. Cíle práce lze formulovat do následujících bodů:

- Shrnout současný stav v problematice rázového kmitání mechanických soustav, zejm. v oblasti komponent jaderných palivových souborů.
- Podat přehled základních modelů rázových sil používaných v oblasti rázového kmitání.
- Vytvořit komplexní *výpočtový model vodící trubky* v souboru TVSA-T při uvážení rázové interakce s buňkami distančních mřížek za použití nehladkého modelu rázu. Analyzovat maximální dynamické deformace v závislosti na vybraných parametrech při buzení tlakovými pulsacemi chladiva.
- Provést stabilitní analýzu vodící trubky v souboru TVSA-T vzhledem k osově síle na základě modální analýzy.
- Vytvořit komplexní *výpočtový model palivového proutku* v souboru TVSA-T uvažovaného jakožto systém sestávající ze dvou rázově interagujících subsystémů (pokrytí palivového proutku a sloupce palivových tablet) při uvažování hladkého i nehladkého rázu a při buzení tlakovými pulsacemi chladiva. Potenciální rázové účinky přitom modelovat jak mezi oběma subsystémy, tak mezi pokrytím a buňkami distančních mřížek.
- Analyzovat otěr palivového proutku a jeho změnu v rámci kampaně reaktoru, kvantifikovat vliv relevantních parametrů na otěr.

- Provést analýzu vlastností silně nelineárního modelu palivového proutku prostřednictvím bifurkačních diagramů s řídicími parametry odpovídajícími významným provozním a konstrukčním parametrům.
- Formulovat úlohu linearizace silně nelineárního modelu palivového proutku v různých fázích kampaně prostřednictvím parametrické optimalizace s cílem určit změnu vlastních frekvencí linearizovaného palivového souboru v rámci kampaně reaktoru.
- Formulovat metodiku pro určování rázových rozhraní silně nelineárního modelu palivového proutku a numericky ji zrealizovat.
- Zahrnout do matematického modelu vliv příčně proudícího chladiva a posoudit míru vlivu jednotlivých druhů buzení – tlakových pulsací chladiva a příčného proudu chladiva – na kmitání palivového proutku.

2. Matematické modely rázu a metody řešení nehladkých soustav

2.1. Matematické modely rázu

Z hlediska matematického modelování jsou soustavy s rázy charakteristické silnými nelinearitami, tj. přítomností nehladkých či nespojitých funkcí v matematickém modelu. Při respektování tření v kontaktních plochách tvoří rázové soustavy třídu značně komplexních úloh. Na základní úrovni dynamiky tuhých těles lze rázy modelovat pomocí tzv. *elementární teorie rázu*, kdy je odděleně modelován pohyb těles před rázem a po rázu. Pohyb po rázu je dán tzv. *koeficientem restituace*, který charakterizuje materiál a povrch interagujících těles, a jejich vzájemnými kinematickými veličinami před rázem. Tento popis však není u komplikovanějších soustav vhodný, zejm. pak v případě kmitání, kdy k rázům dochází v průběhu zkoumaného jevu opakovaně. Rovněž jej nelze dobře využít pro deformovatelná tělesa. Často používaným přístupem k modelování mechanických soustav s rázy je proto využití reologických modelů, kterými lze na různé úrovni zjednodušení postihnout průběh rázové síly.

Pro ilustraci je uvažován hmotný bod m zavěšený na pružině o tuhosti k a tlumení b , který kmitá proti nehmotné narážce. Ve výchozí poloze (statická rovnovážná poloha) je mezi hmotným bodem a narážkou vůle δ . Při označení zobecněné souřadnice q a při uvažování pouze volných kmitů vyvolaných nenulovými počátečními podmínkami lze matematický model soustavy formulovat ve tvaru silně nelineární obyčejné diferenciální rovnice druhého řádu

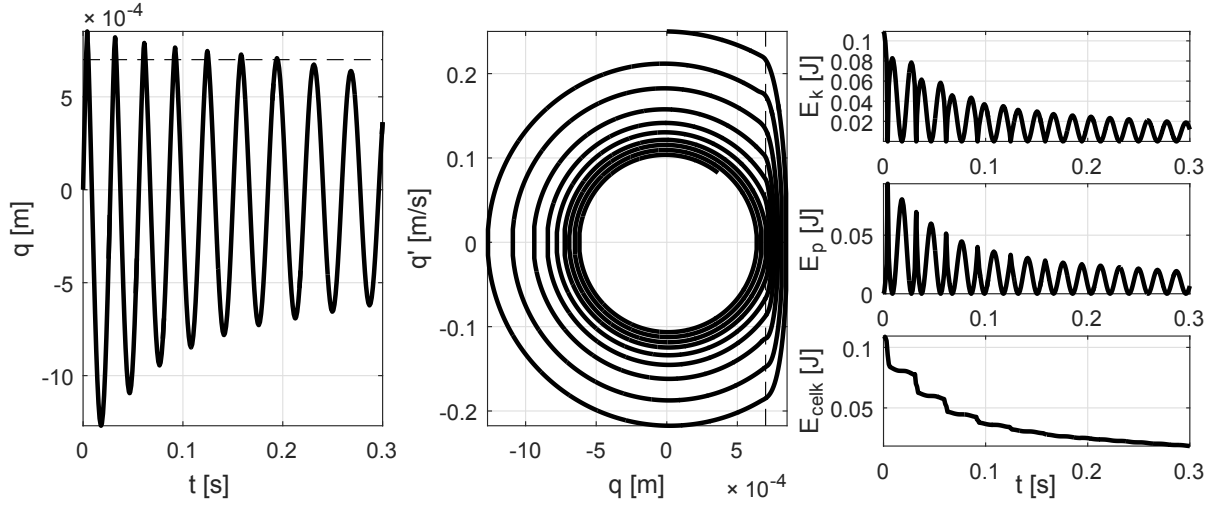
$$m\ddot{q}(t) + b\dot{q}(t) + kq(t) = F_n(q), \quad (2.1)$$

kde nelineární rázová síla $F_n(q)$ je dána volbou modelu rázu. Právě tato síla vnáší do modelu silnou nelinearitu, která je z fyzikálního hlediska dána skokovou změnou tuhosti (příp. i tlumení) závěsu v okamžiku, kdy dojde ke kontaktu hmotného bodu s narážkou, resp. k oddělení hmotného bodu od narážky při zpětném pohybu. Tlumení v modelu (2.1) bude dále uvažováno proporcionální tuhosti, tj.

$$b = \alpha k, \quad \alpha \in \mathbb{R}^+. \quad (2.2)$$

2.1.1. Kelvinův-Voigtův model rázu

Základním modelem rázu užívaným často v inženýrských aplikacích je model reprezentovaný ideálním lineárním (paralelním) viskoelastickým členem. Tento člen je obecně



Obrázek 2.1.: Časový průběh a fázová trajektorie volného kmitání jednoduchého jednostranně rázového oscilátoru a časový vývoj energií

označován jako Kelvinův-Voigtův materiál a příslušný model jako Kelvinův-Voigtův model rázu. Rázovou sílu lze tedy vyjádřit ve tvaru¹

$$F_n(q) = F_n^{(KV)} = \begin{cases} 0 & q < \delta, \\ -k_n^{(KV)}(q - \delta) - b_n^{(KV)}\dot{q} & q \geq \delta, \end{cases} \quad (2.3)$$

kde $k_n^{(KV)}$ je tuhost narážky a $b_n^{(KV)}$ je její tlumení. Člen $d = (q - \delta)$ ve výrazu (2.3) vyjadřuje deformaci pružné narážky a bývá označován podle analogie s rázově interagujícími tělesy jako *penetrace*. Model (2.3) lze s výhodou přepsat do kompaktního tvaru

$$F_n(q) = F_n^{(KV)} = [-k_n^{(KV)}(q - \delta) - b_n^{(KV)}\dot{q}] \mathcal{H}(q - \delta), \quad (2.4)$$

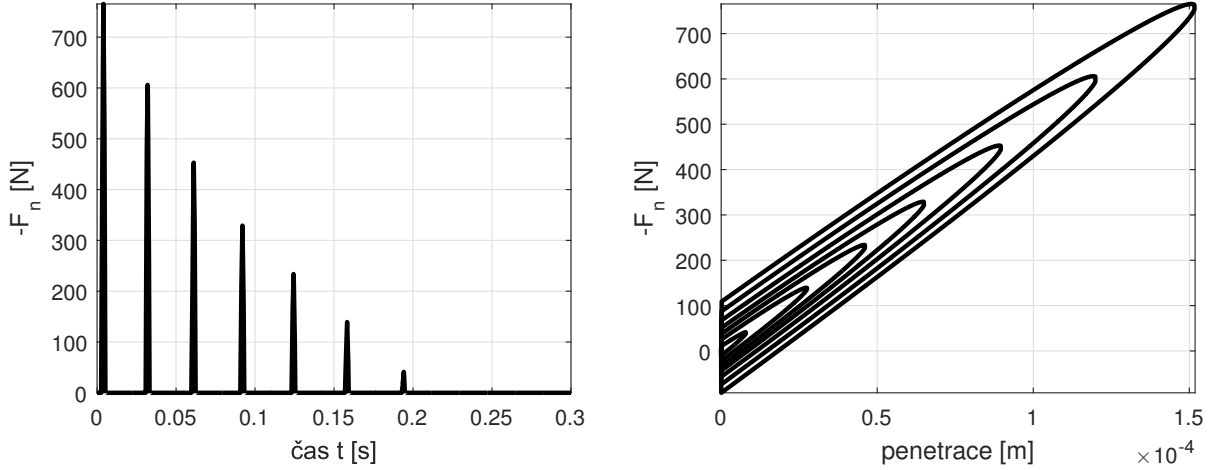
kde $\mathcal{H}(\cdot)$ je Heavisideova funkce. Tento zápis se ukazuje jako výhodný v případě, kdy pro integraci v časové oblasti se používá např. metoda vyhlazení nehladké funkce (viz následující kap. 2.2.1). Heavisideovu funkci lze aproximovat např. pomocí funkce arcus-tangens a nahradit tak nehladkou funkci funkcí hladkou.

Výsledky simulace pohybu v časové oblasti a fázovou trajektorii ukazuje pro konkrétní hodnoty parametrů obr. 2.1. Dále je zde uveden vývoj celkové energie E_{celk} v čase a její rozdělení na kinetickou energii E_k hmotného bodu a potenciální energii E_p akumulující se v pružných vazbách. Pro celkovou energii platí

$$E_{celk}(t) = E_k(t) + E_p(t) = \frac{1}{2}m\dot{q}^2(t) + \frac{1}{2}kq^2(t) + \frac{1}{2}k_n^{(KV)}(q(t) - \delta)^2\mathcal{H}(q(t) - \delta). \quad (2.5)$$

Z výsledků je patrný úbytek energie ze systému, který je dán disipativními účinky jak tlumiče b , tak tlumiče $b_n^{(KV)}$ v narážce. Je rovněž patrné, že ke skokovým úbytkům dochází

¹Ve zjednodušeném případě netlumeného rázu, kdy by nedocházelo k disipaci energie (dokonale elastický ráz), by bylo $b_n = 0$.



Obrázek 2.2.: Rázová síla v časové oblasti a v závislosti na penetraci při použití Kelvinova-Voigtova modelu

v důsledku rázů, zatímco po zmenšení rozkmitu hmotného bodu pod hodnotu vůle je úbytek energie dán pouze tlumením závěsu. Na obr. 2.2 je ukázána rázová síla v časové oblasti (vlevo) a v závislosti na penetraci (vpravo) při použití Kelvinova-Voigtova modelu rázu. Na obr. 2.2 vpravo lze pozorovat hysterezní smyčku rázové síly. Plocha uvnitř této smyčky odpovídající danému rázu udává práci při rázu zmařenou. V případě netlumeného systému by uvedená hysterezní smyčka degenerovala v úsečku, tedy plocha uvnitř by byla nulová a nedocházelo by k disipaci energie.

2.1.2. Hertzův model rázu

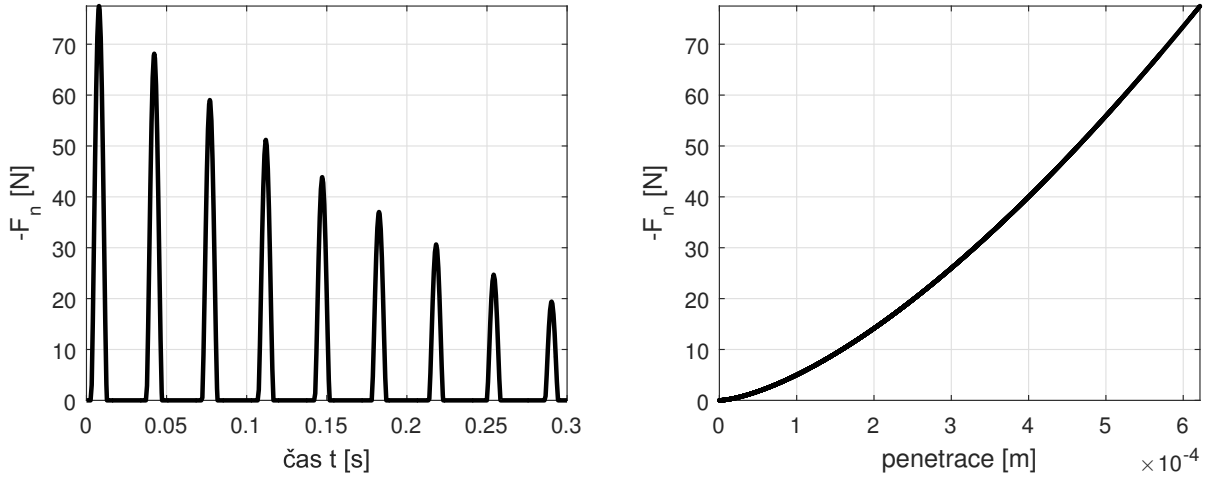
Zobecněním Kelvinova-Voigtova modelu rázu je Hertzův model [2]. Teoreticky byl tento model odvozen na základě teorie elasticity, a to za řady zjednodušujících předpokladů; uvažuje nulové třecí účinky v kontaktních plochách a ve své původní formě nezahrnoval ani tlumení. Rázovou sílu pro Hertzovu teorii lze vyjádřit ve tvaru [29]

$$F_n^{(Hz)} = \begin{cases} 0 & q < \delta, \\ -k_n^{(Hz)}(q - \delta)^n & q \geq \delta, \end{cases} \quad (2.6)$$

kde exponent n je dán geometrií kontaktních ploch a konstanta $k_n^{(Hz)}$ závisí na geometrických i materiálových charakteristikách obou těles. Např. pro kontakt dvou koulí nabývá exponent n hodnoty $n = 1, 5$ a konstanty

$$k_n^{(Hz)} = \frac{16}{3(\sigma_1 + \sigma_2)} \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \sigma_1 = \frac{4(1 - \nu_1^2)}{E_1}, \quad \sigma_2 = \frac{4(1 - \nu_2^2)}{E_2}, \quad (2.7)$$

kde R_1, R_2 jsou poloměry srážejících se koulí, E_1, E_2 jejich moduly pružnosti a ν_1, ν_2 jejich Poissonova čísla. Na obr. 2.3 je ukázána rázová síla v časové oblasti a v závislosti na penetraci při užití Hertzova modelu pro model (2.1). Je patrné, že při využití pouze elastických sil nedochází k disipaci energie, ale vzhledem k exponentu $n \neq 1$ v (2.6) je nyní rázová síla nelineární funkcí penetrace.



Obrázek 2.3.: Rázová síla v časové oblasti a v závislosti na penetraci při použití Hertzova modelu

2.1.3. Lankaraniův–Nikravesův model rázu

Logickým rozšířením Herzova modelu je uvážení disipativních sil. Zavedeme-li v dalším pro zjednodušení penetraci $d = q - \delta$, pak podle [2] lze rázovou sílu popsat pomocí vztahu

$$F_n^{(LN)} = \begin{cases} 0 & q < \delta, \\ -k_n^{(LN)} d^n - b_n^{(LN)} \dot{d} & q \geq \delta, \end{cases} \quad (2.8)$$

kde $k_n^{(LN)}$ je kontaktní tuhost, \dot{d} je relativní rychlost těles (v modelu (2.1) $\dot{d} = \dot{q}$) a $b_n^{(LN)}$ je tlumení v kontaktu, jež lze vyjádřit ve tvaru

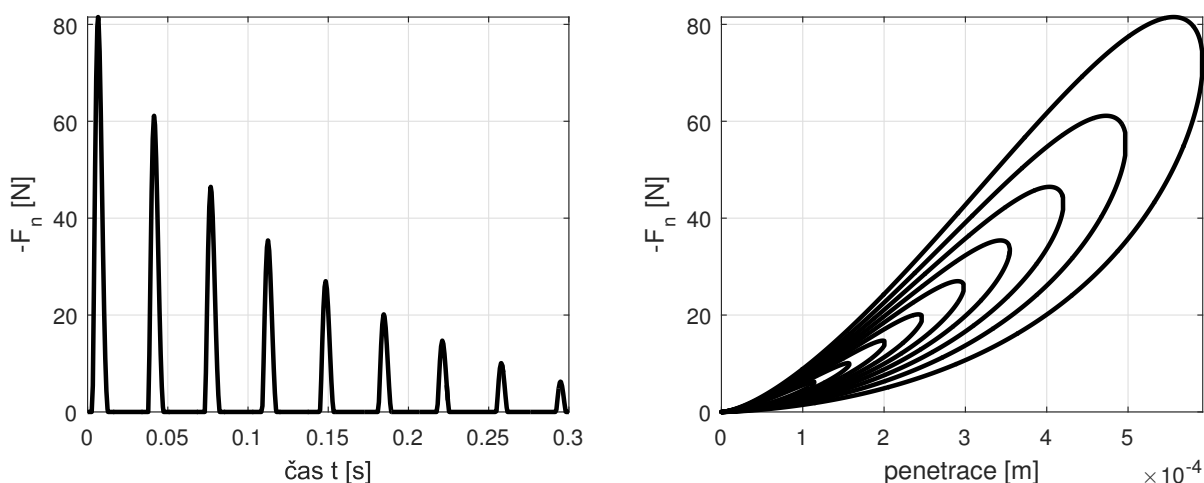
$$b_n = \frac{3k_n^{(LN)}(1 - \varepsilon^2)d^n}{4\dot{d}^{(-)}}. \quad (2.9)$$

Ve vztahu (2.9) je ε koeficient restituce, $\dot{d}^{(-)}$ je počáteční relativní rychlost v kontaktním bodě a n je exponent daný geometrií kontaktních ploch podobně jako u Hertzova modelu. Jak je ukázáno na obr. 2.4, při použití tohoto modelu je díky disipativním účinkům v diagramu rázové síly v závislosti na penetraci těles uzavřena hysterezní smyčka. Tento model proto lépe postihuje fyzikální realitu, neboť žádný ráz není ideálně elastický, nýbrž energie se disipuje při plastických změnách v okolí rázového bodu.

2.1.4. Huntův–Crosleyův model rázu

Alternativou k modelu Lankarainiovu–Nikaraveshovu je model formulovaný Hunttem a Crosleyem, viz např. [2, 7]. I zde dochází k disipaci energie v průběhu rázu, disipace je však modelována poněkud odlišným způsobem. Opět po zavedení penetrace d lze psát formálně shodně s modelem (2.8)

$$F_n^{(HC)} = \begin{cases} 0 & q < \delta, \\ -k_n^{(HC)} d^n - b_n^{(HC)} \dot{d} & q \geq \delta. \end{cases} \quad (2.10)$$



Obrázek 2.4.: Rázová síla v časové oblasti a v závislosti na penetraci při použití Lankarainiova-Nikaraveshova modelu

kde $k_n^{(HC)}$ je kontaktní tuhost a pro tlumení $b_n^{(HC)}$ platí

$$b_n^{(HC)} = \lambda d^n, \quad \lambda = 1, 5k_n^{(HC)}\kappa, \quad (2.11)$$

kde koeficient $\kappa \in \mathbb{R}^+$ vyjadřuje vlastnosti materiálu.

2.2. Přístupy k řešení dynamických systémů se silnou nelinearitou

Analytické řešení lze pro systémy se silnými nelinearitami nalézt pouze v případě elementárních či značně zjednodušených systémů, a to tzv. *metodou napojování řešení* [44]. Pro specifické typy úloh lze přistoupit také k přibližným analytickým metodám, např. *Poincarého metodě* neboli *metodě ekvivalentní linearizace* [44]. Obecně je však řešení systémů se silnými nelinearitami možné pouze prostřednictvím numerických simulací.

Pro tyto typy soustav jsou vyvíjeny sofistikované metody řešení, viz např. metoda řízení integrace událostmi (*event-driven integration method*) či metody krokované časové diskretizace (*time stepping method*). Tyto metody jsou blíže diskutovány např. v [23, 24]. V rámci dále uvažovaných aplikací, kdy jde o velmi komplikované soustavy s vysokým počtem nelinearit, se však ukazuje jako výhodné použití co možná nejjednoduššího popisu rázových sil a jejich řešení buď *metodou přepínání modelů*, či *metodou vyhlazení nehladké funkce*. Dále bude uveden pouze přehled a princip těchto metod, detailnější popis lze nalézt např. v [23, 24].

2.2.1. Metoda vyhlazení nehladké funkce

Jednou z metod pro řešení nehladkých systémů je metoda vyhlazení nehladkého vektorového pole systému (*smoothing method*). Ve formulaci pohybových rovnic řešených

nehladkých modelů jsou přítomny nehladké funkce, které lze zpravidla převést do tvaru obsahujícího znaménkovou funkci $\text{sign}(\cdot)$ nebo Heavisideovu funkci. Obě tyto funkce lze aproximovat vhodně upravenou funkcí arcustangens. Např. pro aproximaci funkce signum lze psát

$$\text{sign}(x) \approx \frac{2}{\pi} \arctan(\varepsilon x), \quad \varepsilon \gg 1. \quad (2.12)$$

Pro aproximaci Heavisideovy funkce $\mathcal{H}(\cdot)$ lze pak využít vhodné transformace funkce signum jako

$$\mathcal{H}(x) = \frac{1}{2} (1 + \text{sign}(x)), \quad (2.13)$$

což po dosazení z (2.12) lze zapsat jako

$$\mathcal{H}(x) \approx \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{\pi} \arctan(\varepsilon x) \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan(\varepsilon x). \quad (2.14)$$

Použitím této aproximace s dostatečně velkou hodnotou parametru ε je výsledný hladký model aproximací původního nehladkého. Ukazuje se rovněž [8], že v některých případech numerická integrace probíhá při použití vyhlazené nehladké funkce poněkud efektivněji než při použití metody přepínání modelů, kdy je nutné v každém kroku integrace vyhodnocovat splnění či nesplnění podmínky kontaktu a nikoli jen vyčíslvat funkční hodnoty.

2.2.2. Metoda přepínání modelů

Další možností při řešení nehladkých modelů je tzv. *metoda přepínání modelů* (*switch model*, též *switch method*). Zde je v každém kroku integrace vyšetřováno splnění podmínky kontaktu, a podle toho je zvoleno vektorové pole, ve kterém následně bude probíhat výpočet. U obecnějších problémů s vysokým počtem potenciálních nelinearit s sebou tento přístup nese problémy v komplikované logické struktuře podmínek kontaktu, které je potřeba ošetřit.

3. Modelování kmitání vertikálních jednorozměrných kontinuí nosníkového typu metodou konečných prvků při uvažování axiálních sil

Pro modelování komponent palivového souboru jaderného reaktoru lze s výhodou využít metodu konečných prvků (MKP) [5]. Dále uvažované komponenty – vodičí trubky a palivové proutky – mají velmi malý poměr průměru průřezu ku axiální délce, a lze je tedy považovat za jednorozměrná kontinua. Z hlediska dynamických vlastností jsou při dále uvažovaných typech buzení dominantní ohybové kmity a ve vybraných případech lze axiální a torzní kmity zanedbat. Je uvažována platnost Rayleighovy teorie pro jednorozměrná, příčně nestlačitelná kontinua. Nejprve bude odvozen model prostého ohybového kmitání nosníků a následně pak rozšířen o vliv vnější osově síly a o vliv síly gravitační. Dále bude provedeno rozšíření o axiální a torzní kmity.

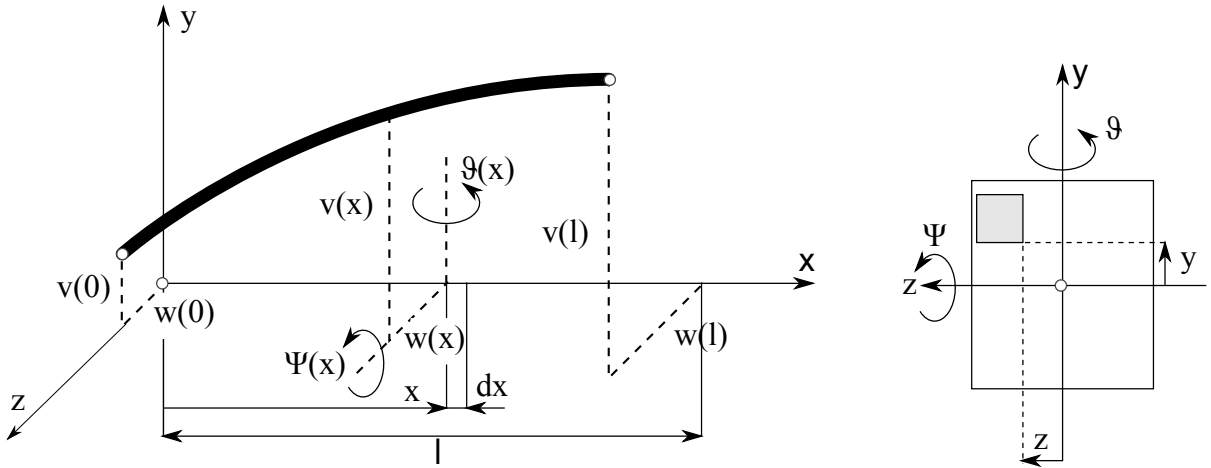
3.1. Kinetická a potenciální energie konečného prvku

Je uvažován konečný prvek délky l , viz obr. 3.1, o příčném průřezu A a kvadratických momentech průřezu J_y, J_z k hlavním osám průřezu totožným s příčnými osami y, z , jehož materiálové charakteristiky jsou hustota ρ a Youngův modul pružnosti v tahu E . Konečný prvek má osm stupňů volnosti, kterými jsou příčné výchylky v jeho krajních bodech (uzlech) $v(0, t), w(0, t), v(l, t), w(l, t)$ a uzlové úhly natočení $\vartheta(0, t), \psi(0, t), \vartheta(l, t), \psi(l, t)$. V obecném místě uvnitř elementu jsou výchylky ve smyslu příčných os $v(x, t), w(x, t)$ a úhly natočení $\vartheta(x, t), \psi(x, t)$.

Pro odvození koeficientových matic konečného prvku bude použito metody Lagrangeových rovnic druhého druhu. Je proto nutné nejprve vyjádřit celkovou energii konečného prvku, resp. jeho kinetickou a potenciální energii. Kinetickou energii prvku lze psát ve tvaru

$$E_k^{(e)} = \frac{1}{2} \int_0^l \left\{ \rho A (\dot{v}^2 + \dot{w}^2) + \rho (J_y \dot{\vartheta}^2 + J_z \dot{\psi}^2) \right\} dx. \quad (3.1)$$

Je-li předpokládána jednoosá napjatost v konečném prvku a lineární teorie pružnosti



Obrázek 3.1.: Nosníkový konečný prvek a jeho průřez (argument t je vypuštěn)

(platnost Hookeova zákona), platí pro potenciální energii konečného prvku

$$E_p^{(e)} = \frac{1}{2} \int_0^l \int_{(A)} E \varepsilon_x^2 dA dx. \quad (3.2)$$

3.2. Aproximace příčných výchylek a natočení

Pro sestavení matematického modelu metodou konečných prvků je nutno aproximovat průběh výchylek a úhlů natočení na daném prvku. Příčné výchylky v, w konečného prvku lze aproximovat pomocí kubického polynomu [5] ve tvaru

$$v(x, t) = c_0(t) + c_1(t)x + c_2(t)x^2 + c_3(t)x^3 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix}}_{\Phi(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}(t)} = \Phi(x) \mathbf{c}(t), \quad (3.3)$$

$$w(x, t) = \bar{c}_0(t) + \bar{c}_1(t)x + \bar{c}_2(t)x^2 + \bar{c}_3(t)x^3 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix}}_{\Phi(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{c}_0 \\ \bar{c}_1 \\ \bar{c}_2 \\ \bar{c}_3 \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{c}}(t)} = \Phi(x) \bar{\mathbf{c}}(t). \quad (3.4)$$

Vzhledem k platnosti vztahů

$$\psi(x, t) = \frac{\partial v(x, t)}{\partial x}, \quad \vartheta(x, t) = -\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad (3.5)$$

lze po dosazení z (3.3) a (3.4) do (3.5) psát analogicky

$$\psi(x, t) = c_1(t) + 2c_2(t)x + 3c_3(t)x^2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2x & 3x^2 \end{bmatrix}}_{\Phi'(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}(t)} = \Phi'(x)\mathbf{c}(t), \quad (3.6)$$

$$\vartheta(x, t) = -\bar{c}_1(t) - 2\bar{c}_2(t)x - 3\bar{c}_3(t)x^2 = -\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2x & 3x^2 \end{bmatrix}}_{-\Phi'(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{c}_0 \\ \bar{c}_1 \\ \bar{c}_2 \\ \bar{c}_3 \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{c}}(t)} = -\Phi'(x)\bar{\mathbf{c}}(t). \quad (3.7)$$

Nyní lze vyjádřit neznámé koeficienty obsažené ve vektorech \mathbf{c} a $\bar{\mathbf{c}}$ pomocí zobecněných souřadnic konečného prvku (výchylek a úhlů natočení v jeho krajních bodech). V kompaktním maticovém tvaru lze psát (argument t bude dále vypuštěn)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} v(0) \\ \psi(0) \\ v(l) \\ \psi(l) \end{bmatrix}}_{\mathbf{q}_1^{(e)}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l & l^2 & l^3 \\ 0 & 1 & 2l & 3l^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}} \Leftrightarrow \mathbf{q}_1^{(e)} = \mathbf{S}_1 \mathbf{c} \Rightarrow \mathbf{c} = \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{q}_1^{(e)}, \quad (3.8)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} w(0) \\ \vartheta(0) \\ w(l) \\ \vartheta(l) \end{bmatrix}}_{\mathbf{q}_2^{(e)}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & l & l^2 & l^3 \\ 0 & -1 & -2l & -3l^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}_2} \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{c}_0 \\ \bar{c}_1 \\ \bar{c}_2 \\ \bar{c}_3 \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{c}}} \Leftrightarrow \mathbf{q}_2^{(e)} = \mathbf{S}_2 \bar{\mathbf{c}} \Rightarrow \bar{\mathbf{c}} = \mathbf{S}_2^{-1} \mathbf{q}_2^{(e)}. \quad (3.9)$$

Odtud zřejmě po dosazení (3.8) a (3.9) do aproximačních vztahů pro výchylky a úhly natočení lze psát

$$v(x) = \Phi(x)\mathbf{c} = \Phi(x)\mathbf{S}_1^{-1}\mathbf{q}_1^{(e)}, \quad (3.10)$$

$$\psi(x) = \Phi'(x)\mathbf{c} = \Phi'(x)\mathbf{S}_1^{-1}\mathbf{q}_1^{(e)}, \quad (3.11)$$

$$w(x) = \Phi(x)\bar{\mathbf{c}} = \Phi(x)\mathbf{S}_2^{-1}\mathbf{q}_2^{(e)}, \quad (3.12)$$

$$\vartheta(x) = -\Phi'(x)\bar{\mathbf{c}} = -\Phi'(x)\mathbf{S}_2^{-1}\mathbf{q}_2^{(e)}. \quad (3.13)$$

Do předpisu pro kinetickou energii konečného prvku (3.1) lze nyní dosadit aproximační vztahy (3.10) ÷ (3.13), tedy

$$E_k^{(e)} = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A \left(\dot{\mathbf{q}}_1^{(e)T} \mathbf{S}_1^{-T} \Phi^T \Phi \mathbf{S}_1^{-1} \dot{\mathbf{q}}_1^{(e)} + \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)T} \mathbf{S}_2^{-T} \Phi^T \Phi \mathbf{S}_2^{-1} \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)} \right) dx + \frac{1}{2} \int_0^l \rho \left(J_y \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)T} \mathbf{S}_2^{-T} \Phi^{\vee T} \Phi^{\vee} \mathbf{S}_2^{-1} \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)} + J_z \dot{\mathbf{q}}_1^{(e)T} \mathbf{S}_1^{-T} \Phi^{\vee T} \Phi^{\vee} \mathbf{S}_1^{-1} \dot{\mathbf{q}}_1^{(e)} \right) dx. \quad (3.14)$$

Neboť matice $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2$ a vektory $\mathbf{q}_1^{(e)}, \mathbf{q}_2^{(e)}$ nejsou funkcí prostorové souřadnice x a neboť je předpokládán konstantní průřez pro $x \in \langle 0, l \rangle$, lze tyto vytknout před integrál a předchozí vztah (3.14) přepsat do tvaru

$$E_k^{(e)} = \frac{1}{2} \rho A \left(\dot{\mathbf{q}}_1^{(e)T} \mathbf{S}_1^{-T} \underbrace{\int_0^l \Phi^T \Phi dx}_{\mathbf{I}_\Phi} \mathbf{S}_1^{-1} \dot{\mathbf{q}}_1^{(e)} + \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)T} \mathbf{S}_2^{-T} \underbrace{\int_0^l \Phi^T \Phi dx}_{\mathbf{I}_\Phi} \mathbf{S}_2^{-1} \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)} \right) + \frac{1}{2} \rho \left(J_y \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)T} \mathbf{S}_2^{-T} \underbrace{\int_0^l \Phi^{\vee T} \Phi^{\vee} dx}_{\mathbf{I}_{\Phi^{\vee}}} \mathbf{S}_2^{-1} \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)} + J_z \dot{\mathbf{q}}_1^{(e)T} \mathbf{S}_1^{-T} \underbrace{\int_0^l \Phi^{\vee T} \Phi^{\vee} dx}_{\mathbf{I}_{\Phi^{\vee}}} \mathbf{S}_1^{-1} \dot{\mathbf{q}}_1^{(e)} \right). \quad (3.15)$$

Odtud po zavedení vektoru zobecněných souřadnic elementu

$$\mathbf{q}^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^{(e)} \\ \mathbf{q}_2^{(e)} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

lze vyjádřit kinetickou energii elementu ve tvaru vhodném pro aplikaci Lagrangeových rovnic

$$E_k^{(e)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1^{(e)} \\ \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)} \end{bmatrix}^T \rho \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1^{-T} (\mathbf{A} \mathbf{I}_\Phi + J_z \mathbf{I}_{\Phi^{\vee}}) \mathbf{S}_1^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_2^{-T} (\mathbf{A} \mathbf{I}_\Phi + J_y \mathbf{I}_{\Phi^{\vee}}) \mathbf{S}_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1^{(e)} \\ \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)} \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Analogicky lze postupovat v případě potenciální energie. Pro deformaci ve směru osy x platí

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = -y \frac{\partial \psi}{\partial x} + z \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = -y \frac{\partial}{\partial x} \left(\Phi^{\vee}(x) \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{q}_1^{(e)} \right) - z \frac{\partial}{\partial x} \left(\Phi^{\vee}(x) \mathbf{S}_2^{-1} \mathbf{q}_2^{(e)} \right), \quad (3.18)$$

tedy po zavedení vektoru $\Phi^{\vee}(x)$ ve tvaru

$$\Phi^{\vee}(x) = \frac{\partial \Phi^{\vee}(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 6x \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

je deformace ε_x dána jako

$$\varepsilon_x = -y \Phi^{\vee}(x) \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{q}_1^{(e)} - z \Phi^{\vee}(x) \mathbf{S}_2^{-1} \mathbf{q}_2^{(e)}. \quad (3.20)$$

Po dosazení vztahu (3.20) do předpisu pro potenciální energii konečného prvku (3.2) je

$$E_p^{(e)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^{(e)} \\ \mathbf{q}_2^{(e)} \end{bmatrix}^T E \begin{bmatrix} J_z \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{\Phi^v} \mathbf{S}_1^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & J_y \mathbf{S}_2^{-T} \mathbf{I}_{\Phi^v} \mathbf{S}_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^{(e)} \\ \mathbf{q}_2^{(e)} \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

Pro danou soustavu platí podle Lagrangeových rovnic druhého druhu ekvivalence

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{q}}^{(e)}} \right) + \frac{\partial E_p}{\partial \mathbf{q}^{(e)}} = \mathbf{M}^{(e)} \ddot{\mathbf{q}}^{(e)} + \mathbf{K}^{(e)} \mathbf{q}^{(e)}, \quad (3.22)$$

a tedy po provedení naznačených derivací jsou matice hmotnosti $\mathbf{M}^{(e)}$ a tuhosti $\mathbf{K}^{(e)}$ nosníkového prvku při ohybovém kmitání přímo dány maticemi kvadratických forem (3.17) a (3.21)

$$\mathbf{M}^{(e)} = \rho \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1^{-T} (\mathbf{A} \mathbf{I}_{\Phi} + J_z \mathbf{I}_{\Phi^v}) \mathbf{S}_1^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_2^{-T} (\mathbf{A} \mathbf{I}_{\Phi} + J_y \mathbf{I}_{\Phi^v}) \mathbf{S}_2^{-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8,8}, \quad (3.23)$$

$$\mathbf{K}^{(e)} = E \begin{bmatrix} J_z \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{\Phi^v} \mathbf{S}_1^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & J_y \mathbf{S}_2^{-T} \mathbf{I}_{\Phi^v} \mathbf{S}_2^{-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8,8}. \quad (3.24)$$

Jednotlivé integrální matice jsou snadno analyticky vyčíslitelné a mají tvar

$$\mathbf{I}_{\Phi} = \int_0^l \Phi^T \Phi dx = l \begin{bmatrix} 1 & \frac{l}{2} & \frac{l^2}{3} & \frac{l^3}{4} \\ \frac{l}{2} & \frac{l^2}{3} & \frac{l^3}{4} & \frac{l^4}{5} \\ \frac{l^2}{3} & \frac{l^3}{4} & \frac{l^4}{5} & \frac{l^5}{6} \\ \frac{l^3}{4} & \frac{l^4}{5} & \frac{l^5}{6} & \frac{l^6}{7} \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

$$\mathbf{I}_{\Phi^v} = \int_0^l \Phi^{vT} \Phi^v dx = l \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & l & l^2 \\ 0 & l & \frac{4l^2}{3} & \frac{3l^3}{2} \\ 0 & l^2 & \frac{3l^3}{2} & \frac{9l^4}{5} \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

$$\mathbf{I}_{\Phi^w} = \int_0^l \Phi^{wT} \Phi^w dx = l \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 6l \\ 0 & 0 & 6l & 12l^2 \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Pro další rozšíření bude s výhodou použito označení jednotlivých submatic koeficientových matic ve tvaru

$$\mathbf{X}^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{1,1}^e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{X}_{2,2}^e \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8,8}, \quad \mathbf{X} = \mathbf{M}, \mathbf{K}, \quad (3.28)$$

kde $\mathbf{X}_{i,i}^e \in \mathbb{R}^{4,4}, i = 1, 2$.

3.3. Zahnutí vlivu osově síly a vlastní tíhy

Výše uvedený model ohybového kmitání nosníků může být doplněn o vliv tlakové (tahové) osově síly a vlastní tíhy. V tomto odstavci bude uvažován vertikálně umístěný nosník kruhového průřezu, na jehož horním konci působí tlaková osová síla F_{ax} . Osově zatížení nosníkového prvku e v místě x je potom

$$S_e(x) = F_{ax} + \sum_{i=e}^N \underbrace{\rho_i A_i g l_i}_{G_i} - \underbrace{\rho A_e g l_e}_{G_e} \frac{x}{l_e}. \quad (3.29)$$

První člen v (3.29) představuje osovou sílu, druhý a třetí člen pak představují příspěvek vlastní tíhy účinné části e -tého elementu a elementů výše postavených. Tato síla vyvolá úbytek potenciální energie prvku $\Delta E_p^{(e)}$ daný jako [14]

$$\Delta E_p^{(e)} = -\frac{1}{2} \int_0^{l_e} S_e(x) \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx. \quad (3.30)$$

Po dosazení aproximačních vztahů (3.3) a (3.4) pro výchylky v, w je

$$\Delta E_p^{(e)} = -\frac{1}{2} \int_0^{l_e} S_e(x) \left[\mathbf{q}_1^{(e)T} \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi} \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{q}_1^{(e)} + \mathbf{q}_2^{(e)T} \mathbf{S}_2^{-T} \mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi} \mathbf{S}_2^{-1} \mathbf{q}_2^{(e)} \right] dx. \quad (3.31)$$

V (3.31) se vyskytuje integrální výraz, který lze vhodně upravit

$$\int_0^{l_e} S_e(x) \mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi} dx = \left(F_{ax} + \sum_{i=1}^N G_i \right) \underbrace{\int_0^{l_e} \mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi} dx}_{\mathbf{I}_{\Phi}} - G_e \underbrace{\frac{1}{l_e} \int_0^{l_e} x \mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi} dx}_{\mathbf{I}_{x\Phi}}. \quad (3.32)$$

Nově zavedenou matici $\mathbf{I}_{x\Phi}$ lze opět snadno analyticky vyjádřit jako

$$\mathbf{I}_{x\Phi} = \frac{1}{l_e} \int_0^{l_e} x \mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi} dx = l_e \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{2}{3} l_e & \frac{3}{4} l_e^2 \\ 0 & \frac{2}{3} l_e & \frac{6}{5} l_e^2 & \frac{3}{2} l_e^3 \\ 0 & \frac{3}{4} l_e^2 & \frac{6}{5} l_e^3 & \frac{3}{2} l_e^4 \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

Změna potenciální energie prvku vlivem osově síly $\Delta E_p^{(e)}$ je potom

$$\begin{aligned} \Delta E_p^{(e)} &= -\frac{1}{2} \mathbf{q}_1^{(e)T} \mathbf{S}_1^{-T} \left\{ \underbrace{\left(F_{ax} + \sum_{i=e}^N G_i \right) \mathbf{I}_{\Phi} - G_e \mathbf{I}_{x\Phi}}_{\mathbf{I}_e} \right\} \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{q}_1^{(e)} - \\ &\quad - \frac{1}{2} \mathbf{q}_2^{(e)T} \mathbf{S}_2^{-T} \left\{ \underbrace{\left(F_{ax} + \sum_{i=e}^N G_i \right) \mathbf{I}_{\Phi} - G_e \mathbf{I}_{x\Phi}}_{\mathbf{I}_e} \right\} \mathbf{S}_2^{-1} \mathbf{q}_2^{(e)} = \\ &= -\frac{1}{2} \mathbf{q}_1^{(e)T} \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_e \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{q}_1^{(e)} - \frac{1}{2} \mathbf{q}_2^{(e)T} \mathbf{S}_2^{-T} \mathbf{I}_e \mathbf{S}_2^{-1} \mathbf{q}_2^{(e)}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Analogicky jako při odvození matice tuhosti konečného prvku lze odvodit matici $\Delta\mathbf{K}^{(e)}$, která vyjadřuje změkčení prvku vlivem tlakové osové síly. Tato matice nabývá zřejmě tvaru

$$\Delta\mathbf{K}^{(e)} = - \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_e \mathbf{S}_1^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_2^{-T} \mathbf{I}_e \mathbf{S}_2^{-1} \end{bmatrix}. \quad (3.35)$$

Matice tuhosti konečného prvku (3.24) kruhového průřezu ($J_z = J_y = J$) přechází tedy při uvážení vlivu osové síly v matici $\mathbf{K}_o^{(e)}$ ve tvaru¹

$$\mathbf{K}_o^{(e)} = \mathbf{K}^{(e)} + \Delta\mathbf{K}^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1^{-T} (EJ\mathbf{I}_{\Phi^s} - \mathbf{I}_e) \mathbf{S}_1^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_2^{-T} (EJ\mathbf{I}_{\Phi^s} - \mathbf{I}_e) \mathbf{S}_2^{-1} \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Shodně jako v případě osově nezatíženého prutu, jednotlivé submatice nechť jsou označeny

$$\mathbf{K}_o^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{o1,1}^e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{o2,2}^e \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8,8}, \quad \mathbf{K}_{oi,i}^e \in \mathbb{R}^{4,4}, i = 1, 2. \quad (3.37)$$

3.4. Sestavení globálních koeficientových matic systému

Pro vytvoření globální matice hmotnosti \mathbf{M} a tuhosti \mathbf{K} systému je výhodné nejprve transformovat vektor zobecněných souřadnic prvku $\mathbf{q}^{(e)}$ a matice hmotnosti $\mathbf{M}^{(e)}$ a tuhosti $\mathbf{K}^{(e)}$ prvku do nového konfiguračního prostoru umožňujícího snadnou algoritimizaci. Nový vektor zobecněných souřadnic \mathbf{q}_e má přeskupené pořadí zobecněných souřadnic a je definován vztahem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} v(0) \\ \psi(0) \\ v(l) \\ \psi(l) \\ w(0) \\ \vartheta(0) \\ w(l) \\ \vartheta(l) \end{bmatrix}}_{\mathbf{q}^{(e)}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}} \underbrace{\begin{bmatrix} v(0) \\ \psi(0) \\ w(0) \\ \vartheta(0) \\ v(l) \\ \psi(l) \\ w(l) \\ \vartheta(l) \end{bmatrix}}_{\mathbf{q}_e}, \quad (3.38)$$

kde \mathbf{P} je permutační matice. Pro transformaci koeficientových matic do nového souřadnicového systému platí

$$\mathbf{M}_e = \mathbf{P}^T \mathbf{M}^{(e)} \mathbf{P}, \quad \mathbf{K}_e = \mathbf{P}^T \mathbf{K}^{(e)} \mathbf{P}. \quad (3.39)$$

Je-li systém rozdělen na $n - 1$ konečných prvků, je celkový počet uzlů n a globální souřadnicový systém lze zavést ve tvaru

$$\mathbf{q} = [v_1, w_1, \vartheta_1, \psi_1, \dots, v_i, w_i, \vartheta_i, \psi_i, \dots, v_n, w_n, \vartheta_n, \psi_n]^T \in \mathbb{R}^{4n}. \quad (3.40)$$

Pro sestavení globálních koeficientových matic systému potom lze použít tzv. energetickou sumaci [5].

¹V dalším textu, nebude-li řečeno jinak, bude vždy matice tuhosti uvažována v plném tvaru zahrnujícím i vliv osové síly a síly gravitační podle (3.36).

3.5. Rozšíření o podélné a torzní kmity

Pro úplnost lze matematický model dále rozšířit o podélné výchylky $u(0, t)$, $u(l, t)$ a torzní natočení $\varphi(0, t)$, $\varphi(l, t)$ v uzlech. Neboť lze předpokládat, že tvary kmitu příslušející těmto stupňům volnosti nebudou výrazně ovlivněny osovou silou, bude rozšíření provedeno pro osově nezatížený prut. Matice hmotnosti a tuhosti takového prvku lze získat analogicky jako při odvození koeficientových matic odpovídajících ohybovému kmitání. V případě podélných a torzních kmitů však postačuje pouze lineární aproximace zobecněných souřadnic v rámci daného konečného prvku. Jak je detailně odvozeno např. v [5], v konfiguračním prostoru (argument t je vypuštěn)

$$\mathbf{q}^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^{(e)} \\ \mathbf{q}_2^{(e)} \\ \mathbf{q}_3^{(e)} \\ \mathbf{q}_4^{(e)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}_3^{(e)} = \begin{bmatrix} u(0) \\ u(l) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}_4^{(e)} = \begin{bmatrix} \varphi(0) \\ \varphi(l) \end{bmatrix}, \quad (3.41)$$

pak koeficientové matice nabývají tvaru

$$\mathbf{M}^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{1,1}^{(e)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{2,2}^{(e)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{3,3}^{(e)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{4,4}^{(e)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{1,1}^{(e)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{2,2}^{(e)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{3,3}^{(e)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{4,4}^{(e)} \end{bmatrix}, \quad (3.42)$$

kde submatice $\mathbf{X}_{1,1}^{(e)}$, $\mathbf{X}_{2,2}^{(e)}$, $\mathbf{X} = \mathbf{M}, \mathbf{K}$ byly definovány v (3.28) a $\mathbf{X}_{3,3}^{(e)}$, $\mathbf{X}_{4,4}^{(e)}$, $\mathbf{X} = \mathbf{M}, \mathbf{K}$ jsou dány jako

$$\mathbf{M}_{3,3}^{(e)} = \rho A \mathbf{S}_3^{-T} \mathbf{I}_\Psi \mathbf{S}_3^{-1} \in \mathbb{R}^{2,2}, \quad (3.43)$$

$$\mathbf{M}_{4,4}^{(e)} = \rho J_p \mathbf{S}_3^{-T} \mathbf{I}_{\Psi'} \mathbf{S}_3^{-1} \in \mathbb{R}^{2,2}, \quad (3.44)$$

$$\mathbf{K}_{3,3}^{(e)} = E A \mathbf{S}_3^{-T} \mathbf{I}_{\Psi'} \mathbf{S}_3^{-1} \in \mathbb{R}^{2,2}, \quad (3.45)$$

$$\mathbf{K}_{4,4}^{(e)} = G J_p \mathbf{S}_3^{-T} \mathbf{I}_\Psi \mathbf{S}_3^{-1} \in \mathbb{R}^{2,2}. \quad (3.46)$$

Nově definované parametry v (3.43) - (3.46) jsou polární moment průřezu J_p a modul pružnosti ve smyku G . Matice \mathbf{S}_3 a integrální matice \mathbf{I}_Ψ , $\mathbf{I}_{\Psi'}$ mají při konstantních parametrech v rámci jednoho elementu a za předpokladu kruhového průřezu tvar [5]

$$\mathbf{S}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & l \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_\Psi = l \begin{bmatrix} 1 & \frac{l}{2} \\ \frac{l}{2} & \frac{l^2}{3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_{\Psi'} = l \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.47)$$

Podobně jako v (3.38) je účelné přeskupit pořadí zobecněných souřadnic do nového konfiguračního prostoru

$$\mathbf{q}_e = [u(0), v(0), w(0), \varphi(0), \vartheta(0), \psi(0), u(l), v(l), w(l), \varphi(l), \vartheta(l), \psi(l)]^T \quad (3.48)$$

a matice $\mathbf{M}^{(e)}$, $\mathbf{K}^{(e)}$ v (3.42) transformovat podle (3.39) s novou permutační maticí $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{12,12}$ ve tvaru (2.66) v [5].

4. Komponenty palivového souboru TVSA-T

Palivové soubory¹ (PS) slouží k vytváření tepelné energie a k jejímu předávání okolo proudícímu chladivu. Palivový soubor TVSA-T je schématicky znázorněn na obrázku 4.1. Jádro tvoří 312 *palivových proutků* (PP) uspořádaných v průřezu do šestiúhelníku, přičemž na 18 pozicích v pravidelné mřížce jsou umístěny *vodicí trubky* (VT) a ve středu *centrální trubka* (CT). Tyto komponenty jsou na své spodní straně uchyceny v dolní opěrné desce, horní konce jsou pak volné (v případě PP) nebo vetknuté do *hlavice palivového souboru* (v případě VT a CT). Palivové proutky a vodicí trubky jsou v několika úrovních rozepřeny pomocí distančních mřížek. V této kapitole budou popsány pouze ty komponenty PS, které mají relevantní vliv na dále uváděné dynamické modely.

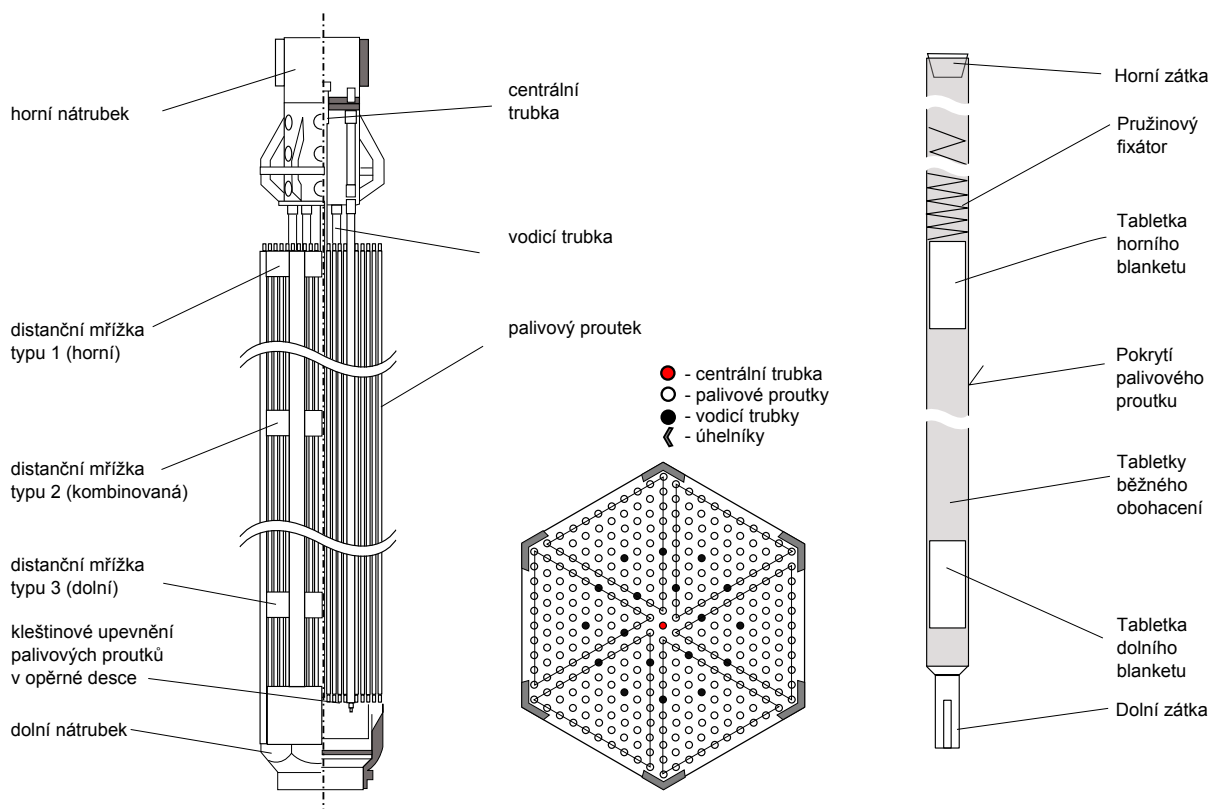
4.1. Nosný skelet (NS)

Nosný skelet palivového souboru tvoří konstrukci, v níž jsou umístěny palivové proutky. Na obou svých koncích jsou PP rozmístěny do distančních mřížek – do distanční mřížky typu 1 (horní) a typu 3 (dolní). Kromě toho je po délce palivových proutků pravidelně rozmístěno dalších šest distančních mřížek typu 2 (kombinovaná). Tyto distanční mřížky jsou navzájem spojeny pomocí šesti *úhelníků*, umístěných ve vrcholech šestiúhelníkového profilu. Úhelníky jsou šroubově spojeny s dolním nátrubkem a k distančním mřížkám pomocí bodových kontaktních svarů. Pro zvýšení ohybové tuhosti je profil úhelníků opatřen po svých koncích ohyby dovnitř palivového souboru. Centrální trubka provazuje středy všech distančních mřížek. Dále jsou na vybraných pozicích umístěny vodicí trubky. Centrální trubka je do distančních mřížek vložena s přesahem, tj. se statickým předepnutím, zatímco vodicí trubky procházejí distančními mřížkami s vůlí.

4.2. Distanční mřížky (DM)

Distanční mřížky jsou trojího typu, přičemž rozdíly jsou dány odlišnými geometrickými parametry a rozdílným typem vzájemného spojení buněk. Mřížka typu 1 je v PS pouze jedna, obepíná horní konce palivových proutků a je umístěna mimo aktivní zónu reaktoru. Kromě buněk obepínajících PP jsou na příslušných místech umístěny objímky, určené pro zvýšení tuhosti distančních mřížek v místech průchodu VT.

¹Podklady pro tuto kapitolu byly čerpány z práce [38].



Obrázek 4.1.: Boční pohled na palivový soubor TVSA-T (vlevo), jeho příčný řez (uprostřed) a palivový proutek tvel (vpravo)

Mřížek typu 2 je v PS celkem šest, jsou rovnoměrně rozmístěny mezi horní a dolní distanční mřížky. Shodně jako mřížka typu 1 jsou tyto mřížky zirkoniové. Mřížka typu 3, tzv. *antivibrační mřížka*, obepínající dolní konce palivových proutků, je z nerezové oceli a proti ostatním mřížkám má větší plochu kontaktu s PP.

4.3. Vodící trubky (VT)

Vodící trubky (VT) palivového souboru mají funkci nosnou (součást nosného skeletu), a kromě toho umožňují zasunutí či propadnutí regulačních orgánů (RO), které v případě potřeby zbrzdí štěpnou reakci. Z tohoto hlediska je důležité zajistit, aby při výjimečných událostech bylo zajištěno hladké propadnutí RO v daném časovém limitu. Je proto na místě analyzovat deformace VT. Ty jsou dány dvěma složkami – statickou deformací od prohnutí palivového souboru a dynamickými deformacemi vybuzenými tlakovými pulzácemi chladiva.

Hlavní část VT tvoří zirkoniová trubka, která je v dolní části uchycena v objímce a zajištěna šroubem proti axiálnímu posuvu. V horní části je VT spojena s ocelovým nástavcem, který slouží k jejímu zpevnění a připevnění horního nátrubku. V dolní části je vnitřní průměr VT zúžen, čímž je tvořen hydraulický tlumič pro případ pádu RO.

4.4. Palivové proutky (PP)

V jednom palivovém souboru se nachází 312 palivových proutků tvel a tveg², viz obr. 4.1. Palivové proutky sestávají ze zirkoniové trubičky, tzv. *pokrytí* nebo také *povlaku* PP, uvnitř níž jsou ve formě sloupce naskládány *palivové tablety*. Během výroby je trubička s palivovými tabletami vnitřně přetlakována héliem, aby se snížily projevy creepu pokrytí a aby nedošlo k jejímu zmáčknutí. Nad sloupcem palivových tablet je uvnitř pokrytí ponechán volný prostor, který umožňuje zvýšenou produkci plynů vznikajících při štěpné reakci. Pokrytí palivového proutku má zvnějšku hlazený povrch, zatímco vnitřní povrch je opracován proudovým mořením – průtokem mořicího roztoku pod tlakem.

Z konstrukčního hlediska je každý palivový proutek tenký a dlouhý prut, který je na svém dolním konci kleštinově uchycen do dolní opěrné desky. Sloupec palivových tablet je za provozu i během transportu či technologických procesech udržován v kompaktním tvaru prostřednictvím *pružinového fixátoru*. Funkčnost fixátoru je testována až do zrychlení 4 g.

Palivové tablety jsou v proutcích tvel tvořeny UO_2 . Po okrajích jsou tablety zkoseny, aby nedocházelo k jejich odírání při kompletaci a k interakcím s pokrytím PP. V horní a dolní části jsou umístěny blankety z tabletek s nižším obohacením, mezi těmito dvěma pak tabletky se základním obohacením.

²Palivové proutky typu tvel jsou zaplněné tabletkami z obohaceného uranu, zatímco PP typu tveg mají v palivu integrované gadolinium, které slouží jako vyhořívající absorbér.

5. Matematický model kmitání vodicích trubek a vyšetřování jejich stability vzhledem k osově síle

Vodicí trubky (VT) palivového souboru lze z mechanického hlediska považovat za kontinua nosníkového typu (převládající délkový rozměr nad průřezem) a k jejich modelování lze s výhodou využít metody konečných prvků pro jednorozměrná kontinua uvedené v kap. 3. Pro vytvoření výpočtového modelu byla použita diskretizace VT shrnutá v tab. 5.1. VT je rozdělena na 18 nosníkových prvků, přičemž krajní uzly jsou uvažovány jako vetknuté do horní a dolní upínací desky.

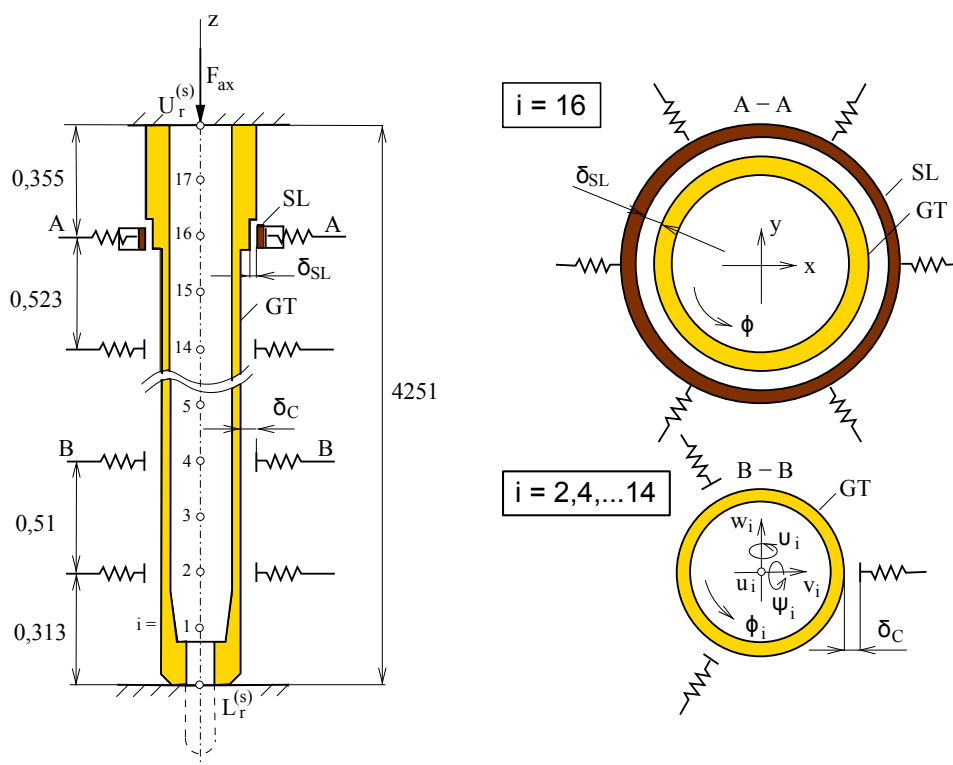
Matematický model byl odvozen při uvažování nejen ohybových, ale i torzních a axiálních kmitů, což přispívá ke zpřesnění výpočtů třecích složek kontaktních sil. Navíc je takto formulovaný model potenciálně využitelný k modelování např. seismické události, kdy dochází ke všesměrovému rozkmitání palivového souboru. V dále analyzovaných případech je buzení uvažováno kinematické od pohybů relevantních komponent vyvolaných tlakovými pulsacemi chladiwa. Rovněž je uvažován vliv osově síly působící na vodicí trubky a vliv vlastní tíhy VT, tj. model odvozený v kap. 3 v plné šíři.

e	l_e [m]	d_e [m]	D_e [m]	ρ_e [kg/m ³]	E_e [Pa]
1, 2	0,1565	0,0088	0,0126	6530	$75 \cdot 10^9$
3 ÷ 16	0,2550	0,0109	0,0126	6530	$75 \cdot 10^9$
17, 18	0,1775	0,0109	0,015	6530	$75 \cdot 10^9$

Tabulka 5.1.: Parametry diskretizace vodicí trubky; e je index elementu, l_e jeho délka, d_e a D_e jeho vnitřní a vnější průměr, ρ_e hustota materiálu elementu a E_e jeho modul pružnosti v tahu při teplotě cca 300°C

5.1. Modelování kmitání VT s uvažováním rázu se třením

Matematický model kmitání VT [α4, α11, α14] je vytvořen za použití metody konečných prvků pro jednorozměrná příčně nestlačitelná kontinua Eulerova-Bernoulliova typu s uvažováním axiální síly F_{ax} . Vybraná VT (viz obr. 5.1) je vetknuta do dolní (L - lower) a horní (U - upper) upínací desky v uzlech $L_r^{(s)}$ a $U_r^{(s)}$, kde indexy r, s identifikují vybranou VT v PS (viz obr. 5.2).



Obrázek 5.1.: Mechanické schéma VT v bočním pohledu (vlevo), řez na úrovni objímky (vpravo nahoře) a na úrovni sudých uzlů i (vpravo dole)

Na úrovni sudých uzlů $i = 2, 4, \dots, 14$ prochází VT distančními mřížkami s vůlí δ_C . Na úrovni uzlu $i = 16$ prochází trubka *objímkou* (SL - **S**Leeve) s vůlí δ_{SL} . Objímka je vázána se šesti buňkami distančních mřížek. Kmitání VT je kinematicky vybuzeáno prostoro-rovým pohybem obou upínacích desek (viz. obr. 5.2) popsáným v pevném pravotočivém souřadnicovém systému x_X, y_X, z_X , $X = L, U$ s počátkem v těžišti desky prostřednictvím vektorů

$$\mathbf{q}_X = [x_X, y_X, z_X, \varphi_{x,X}, \varphi_{y,X}, \varphi_{z,X}]^T, \quad X = L, U. \quad (5.1)$$

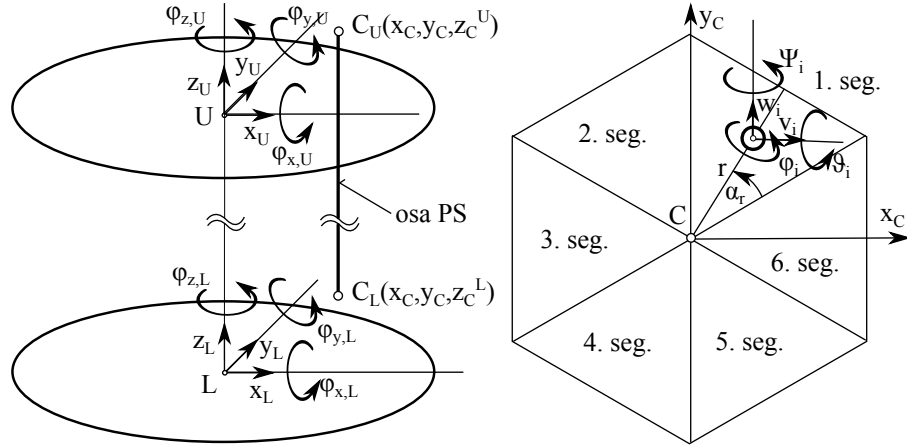
Pohyb upínacích desek je určen na základě kmitání globálního modelu reaktoru [46] vybuzeáno tlakovými pulsacemi chladiva od hlavních cirkulačních čerpadel (HCC) při běžných provozních podmínkách.

S ohledem na zvolenou síť konečných prvků ukázanou na obr. 5.1 nabývá vektor zobecněných souřadnic vybrané vodicí trubky tvaru¹

$$\mathbf{q}^{(GT)} = [\dots, u_i, v_i, w_i, \varphi_i, \vartheta_i, \psi_i, \dots]^T, \quad i = L_r^{(s)}, 1, 2, \dots, 17, U_r^{(s)}, \quad (5.2)$$

kde u_i je axiální deformace a v_i, w_i jsou laterální deformace v uzlových bodech, φ_i je torzní natočení a ϑ_i, ψ_i jsou ohybová úhlová natočení průřezů VT na úrovni uzlů. Liché uzly $i = 1, 3, \dots, 17$ jsou umístěny mezi úrovněmi distančních mřížek, resp. mezi úrovněmi

¹Pro označení vodicí trubky v matematických modelech bude použito indexu GT (**G**uide **T**himble).



Obrázek 5.2.: Vybraná vodící trubka vetknutá v dolní a horní upínací desce a příslušné geometrické parametry. Vpravo znázorněné rozdělení na segmenty podle konceptu modelování zvoleném v [11].

distančních mřížek a vetknutími. Vektory výchylek dolního $L_r^{(s)}$ a horního $U_r^{(s)}$ uzlu lze vyjádřit prostřednictvím souřadnic upínacích desek (5.1) v maticovém tvaru jako

$$\mathbf{q}_{r,X}^{(s)} = \mathbf{T}_{r,X}^{(s)} \mathbf{q}_X, \quad X = L, U. \quad (5.3)$$

Transformační matice $\mathbf{T}_{r,X}^{(s)}$ jsou dány ve tvaru

$$\mathbf{T}_{r,X}^{(s)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & y_C + rS_r^{(s)} & -(x_C + rC_r^{(s)}) & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & z_C^{(X)} & -(y_C + rS_r^{(s)}) \\ 0 & 1 & 0 & -z_C^{(X)} & 0 & x_C + rC_r^{(s)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad X = L, U, \quad (5.4)$$

který vyplývá z vektorů výchylek desek podle (5.1) a zobecněných souřadnic uzlů VT v pořadí podle (5.2), zobrazených na obr. 5.2. Souřadnice středů hlavice a patice PS v souřadnicovém systému upínacích desek jsou v (5.4) označeny $x_C, y_C, z_C^{(X)}$, viz obr. 5.2. Hodnoty $C_r^{(s)}$ and $S_r^{(s)}$ odpovídající r -té VT v segmentu s jsou dány ve tvaru

$$C_r^{(s)} = \cos \left[\alpha_r + \frac{\pi}{6} + (s-1) \frac{\pi}{3} \right], \quad S_r^{(s)} = \sin \left[\alpha_r + \frac{\pi}{6} + (s-1) \frac{\pi}{3} \right] \quad (5.5)$$

a r, α_r jsou polární souřadnice středů VT v segmentu s (na obr. 5.2 je zobrazena pro segment $s = 1$).

Vektor zobecněných souřadnic VT lze rozdělit do tří subvektorů

$$\mathbf{q}^{(GT)} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_r}^{(s)} \\ \mathbf{q}_F^{(GT)} \\ \mathbf{q}_{U_r}^{(s)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}_{L_r}^{(s)}, \mathbf{q}_{U_r}^{(s)} \in \mathbb{R}^6, \quad \mathbf{q}_F^{(GT)} \in \mathbb{R}^{102}, \quad (5.6)$$

kde $\mathbf{q}_F^{(GT)}$ je vektor zobecněných souřadnic volných, tj. kinematicky nebuzených, uzlů $i = 1, 2, \dots, 17$. Matematický model VT lze pak s využitím vztahu (5.6) psát v dekomponovaném tvaru jako

$$\mathbf{M}^{(GT)}\ddot{\mathbf{q}}^{(GT)} + \mathbf{B}^{(GT)}\dot{\mathbf{q}}^{(GT)} + \mathbf{K}^{(GT)}\mathbf{q}^{(GT)} = \mathbf{f}_C, \quad (5.7)$$

kde matice hmotnosti, tlumení a tuhosti jsou dány v blokovém tvaru

$$\mathbf{X}^{(GT)} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_L & \mathbf{X}_{L,F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{X}_{F,L} & \mathbf{X}_F & \mathbf{X}_{F,U} \\ \mathbf{0} & \mathbf{X}_{U,F} & \mathbf{X}_U \end{bmatrix}^{(GT)}, \quad \mathbf{X} = \mathbf{M}, \mathbf{B}, \mathbf{K}. \quad (5.8)$$

Dekomponovaný vektor vazebních sil \mathbf{f}_C má pak tvar

$$\mathbf{f}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{L_r^{(s)}} \\ \mathbf{f}_{SG,GT} \\ \mathbf{f}_{U_r^{(s)}} \end{bmatrix}, \quad (5.9)$$

kde subvektory $\mathbf{f}_{L_r^{(s)}}, \mathbf{f}_{U_r^{(s)}} \in \mathbb{R}^6$ vyjadřují vazební síly působící na kinematicky buzené koncové uzly. Subvektor $\mathbf{f}_{SG,GT} \in \mathbb{R}^{102}$ vyjadřuje možné rázové síly mezi VT a buňkami DM na úrovni uzlů $i = 2, 4, \dots, 14$ a mezi VT a objímkou na úrovni $i = 16$, pokud dojde k vymezení vůlí δ_C a δ_{SL} v příslušných uzlech.

Rozepsáním druhé rovnice (5.7) s maticemi v dekomponovaném tvaru (5.8) a za použití transformačního vztahu (5.3) lze psát ve tvaru

$$\mathbf{M}_F^{(GT)}\ddot{\mathbf{q}}_F^{(GT)} + \mathbf{B}_F^{(GT)}\dot{\mathbf{q}}_F^{(GT)} + \mathbf{K}_F^{(GT)}\mathbf{q}_F^{(GT)} = \mathbf{f}_L(t) + \mathbf{f}_U(t) + \mathbf{f}_{SG,GT}, \quad (5.10)$$

kde

$$\mathbf{f}_X(t) = -\mathbf{M}_{F,X}^{(GT)}\mathbf{T}_{r,X}^{(s)}\ddot{\mathbf{q}}_X(t) - \mathbf{B}_{F,X}^{(GT)}\mathbf{T}_{r,X}^{(s)}\dot{\mathbf{q}}_X(t) - \mathbf{K}_{F,X}^{(GT)}\mathbf{T}_{r,X}^{(s)}\mathbf{q}_X(t), \quad X = L, U, \quad (5.11)$$

jsou vektory kinematického buzení pohybem upínacích desek.

Matematický model laterálně-torzních vibrací objímky vázané se šesti buňkami distančních mřížek lze psát ve tvaru

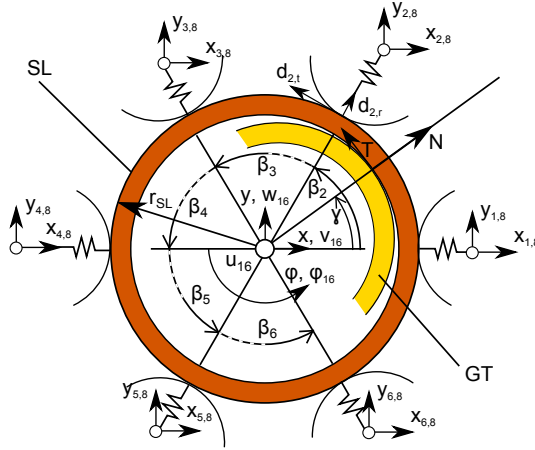
$$\mathbf{M}^{(SL)}\ddot{\mathbf{q}}^{(SL)} + \mathbf{B}^{(SL)}\dot{\mathbf{q}}^{(SL)} + \mathbf{K}^{(SL)}\mathbf{q}^{(SL)} = \mathbf{T}_{SG,SL}\mathbf{q}_{SG}(t) + \mathbf{f}_{GT,SL}, \quad (5.12)$$

kde $\mathbf{q}^{(SL)} = [x, y, \varphi]^T$ je vektor zobecněných souřadnic objímky (viz řez na úrovni uzlu $i = 16$ na obr. 5.3). Matice hmotnosti objímky je diagonální $\mathbf{M}^{(SL)} = \text{diag}\{m, m, I\}$ a je dána hmotností m a osovým momentem setrvačnosti I objímky. Vektor $\mathbf{T}_{SG,SL}\mathbf{q}_{SG}(t)$ vyjadřuje kinematické buzení v laterální rovině způsobené pohybem středů obklopujících buněk soustředěným do vektoru (viz obr. 5.3)

$$\mathbf{q}_{SG}(t) = [x_{1,8}(t), y_{1,8}(t), \dots, x_{j,8}(t), y_{j,8}(t), \dots, x_{6,8}(t), y_{6,8}(t)], \quad j = 1, 2, \dots, 6, \quad (5.13)$$

kde první index u souřadnic odpovídá buňce a druhý index vertikální úrovni distanční mřížky. Matice tuhosti $\mathbf{K}^{(SL)}$ a transformační matice $\mathbf{T}_{SG,SL}$ vyplývá z identity

$$\frac{\partial E_d}{\partial \mathbf{q}_{SL}} = \mathbf{K}^{(SL)}\mathbf{q}^{(SL)} - \mathbf{T}_{SG,SL}\mathbf{q}_{SG}(t), \quad (5.14)$$



Obrázek 5.3.: Řez vodicí trubkou na úrovni objímky

kde

$$E_d = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^6 (k_{rad} d_{j,rad}^2 + k_t d_{j,t}^2) \quad (5.15)$$

je deformační energie obklopujících buněk distančních mřížek. Radiální a tangenciální deformace buněk distančních mřížek jsou

$$\begin{aligned} d_{j,rad} &= (x - x_{j,8}) \cos \beta_j + (y - y_{j,8}) \sin \beta_j, \\ d_{j,t} &= -(x - x_{j,8}) \sin \beta_j + (y - y_{j,8}) \cos \beta_j + r_{SL} \varphi, \quad \beta_j = (j - 1) \frac{\pi}{3}, \quad j = 1, \dots, 6. \end{aligned} \quad (5.16)$$

S využitím vztahů (5.14) až (5.16) lze formulovat vazební matici tuhosti objímky s buňkami distančních mřížek jako

$$\mathbf{K}^{(SL)} = \text{diag} \{ 3(k_{rad} + k_t), 3(k_{rad} + k_t), 6r_{SL}^2 k_t \}, \quad (5.17)$$

kde k_{rad} a k_t jsou radiální a tangenciální tuhosti buňky a r_{SL} je vnější poloměr objímky. Transformační matice v (5.14) je

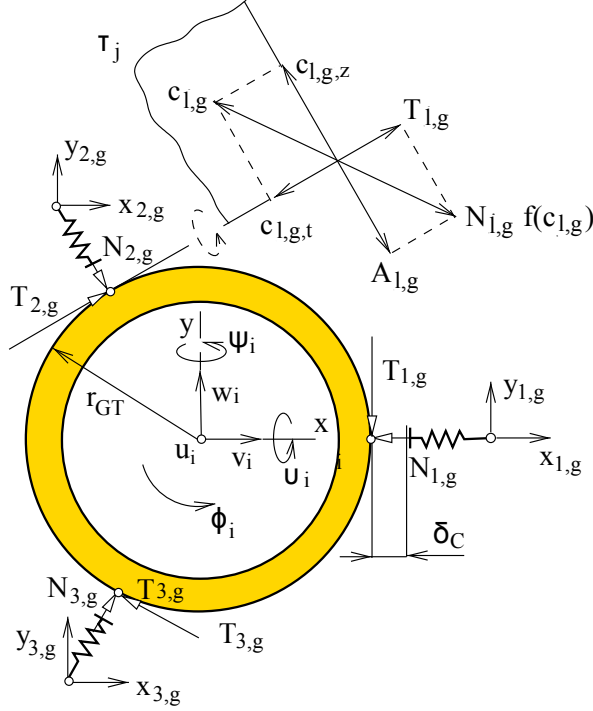
$$\mathbf{T}_{SG,SL} = \left[\dots \begin{vmatrix} k_{rad} \cos^2 \beta_j + k_t \sin^2 \beta_j & (k_{rad} - k_t) \cos \beta_j \sin \beta_j \\ (k_{rad} - k_t) \cos \beta_j \sin \beta_j & k_{rad} \sin^2 \beta_j + k_t \cos^2 \beta_j \\ -r_{SL} k_t \sin \beta_j & r_{SL} k_t \cos \beta_j \end{vmatrix} \dots \right] \in \mathbb{R}^{3,12}, \quad (5.18)$$

kde $j = 1, 2, \dots, 6$. Vektor $\mathbf{f}_{GT,SL} \in \mathbb{R}^3$ v (5.12) vyjadřuje rázové kontaktní síly působící na objímku v průběhu kmitání VT.

5.1.1. Modelování rázů při uvažování třecích kontaktních sil

Každý náraz VT o buňku l distanční mřížky na vertikální úrovni g , kde $g = i/2$, generuje normálovou sílu

$$N_{l,g} = k_{rad} (d_{l,g,rad} - \delta_C) \mathcal{H}(d_{l,g,rad} - \delta_C), \quad l = 1, 2, 3, \quad g = 1, 2, \dots, 7, \quad (5.19)$$



Obrázek 5.4.: Rázové síly mezi VT a buňkami DM $l = 1, 2, 3$ na úrovni $g = i/2$

a třecí sílu s tečnou (T) a axiální (A) složkou (viz obr. 5.4)

$$T_{l,g} = N_{l,g} f(c_{l,g}) \frac{c_{l,g,t}}{c_{l,g}}, \quad A_{l,g} = N_{l,g} f(c_{l,g}) \frac{c_{l,g,z}}{c_{l,g}}, \quad (5.20)$$

kde $c_{l,g,t}$ and $c_{l,g,z}$ jsou složky skluzové rychlosti $c_{l,g}$ při kontaktu VT s odpovídající buňkou v tečném a axiálním směru. Normálové rázové síly $N_{l,g}$ závisí na radiální tuhosti buněk k_{rad} a na relativní radiální deformaci $d_{l,g,rad}$ vodící trubky v uzlu $i = 2g$ pro střed buňky l na úrovni distanční mřížky g ($g = 1, 2, \dots, 7$)

$$\begin{aligned} d_{1,g,rad} &= v_g - x_{1,g}, \\ d_{2,g,rad} &= (x_{2,g} - v_g) \cos \frac{\pi}{3} + (w_g - y_{2,g}) \cos \frac{\pi}{6}, \\ d_{3,g,rad} &= (x_{3,g} - v_g) \cos \frac{\pi}{3} + (y_{3,g} - w_g) \cos \frac{\pi}{6}. \end{aligned} \quad (5.21)$$

Heavisideova funkce $\mathcal{H}(d_{l,g,rad} - \delta_c)$ v (5.19) nabývá nulové hodnoty, pokud nedochází ke kontaktu (pro $d_{l,g,rad} \leq \delta_c$). Koeficient tření $f(c_{l,g})$ závisí na skluzové rychlosti

$$c_{l,g} = \sqrt{c_{l,g,t}^2 + c_{l,g,z}^2}, \quad l = 1, 2, 3, \quad g = 1, 2, \dots, 7. \quad (5.22)$$

Tuto závislost lze aproximovat hladkou funkcí [23, 24]

$$f(c_{l,g}) = \frac{2}{\pi} \arctan \varepsilon c_{l,g} \cdot (f_d + (f_0 - f_d) e^{-dc_{l,g}}), \quad (5.23)$$

kde f_0 je statický koeficient tření, f_d je dynamický koeficient tření, $\varepsilon \gg 1$ a d exponent v dílčí exponenciále v (5.23). Tečné složky skluzových rychlostí (viz obr. 5.4) ve směru torzních výchylek φ_i (for $i = 2g$) ve fázi kontaktu jsou

$$\begin{aligned} c_{1,g,t} &= \dot{w}_g - \dot{y}_{1,g} + r_{GT}\dot{\varphi}_g, \\ c_{2,g,t} &= -(\dot{v}_g - \dot{x}_{2,g}) \cos \frac{\pi}{6} - (\dot{w}_g - \dot{y}_{2,g}) \cos \frac{\pi}{3} + r_{GT}\dot{\varphi}_g, \\ c_{3,g,t} &= (\dot{v}_g - \dot{x}_{3,g}) \cos \frac{\pi}{6} - (\dot{w}_g - \dot{y}_{3,g}) \cos \frac{\pi}{3} + r_{GT}\dot{\varphi}_g, \end{aligned} \quad (5.24)$$

kde r_{GT} je vnější poloměr VT.

Axiální složky skluzové rychlosti ve vertikálním směru (osy z) jsou

$$\begin{aligned} c_{1,g,z} &= \dot{u}_g - r_{GT}\dot{\psi}_g - \dot{z}_{1,g}, \\ c_{2,g,z} &= \dot{u}_g + r_{GT} \cos \frac{\pi}{6} \dot{v}_g + r_{GT} \cos \frac{\pi}{3} \dot{w}_g - \dot{z}_{2,g}, \\ c_{3,g,z} &= \dot{u}_g - r_{GT} \cos \frac{\pi}{6} \dot{v}_g + r_{GT} \cos \frac{\pi}{3} \dot{w}_g - \dot{z}_{3,g}. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Axiální složky rychlostí $\dot{z}_{l,g}$ kontaktních bodů dané distanční mřížky s přihlédnutím k vysoké axiální tuhosti skeletu a ke vztahu (5.4) mohou být aproximovány jako

$$\dot{z}_{l,g} \doteq \dot{z}_L + (y_C + rS_r^{(s)}) \dot{\varphi}_{x,L} - (x_C + rC_r^{(s)}) \dot{\varphi}_{y,L}. \quad (5.26)$$

Rázové síly zahrnující třecí síly v kontaktních bodech mezi VT a buňkou DM j na úrovni distanční mřížky g transformované do sudých uzlů VT generují silové vektory

$$\mathbf{f}_{1,g} = \begin{bmatrix} -A_{1,g} \\ -N_{1,g} \\ -T_{1,g} \\ -T_{1,g}r_{GT} \\ 0 \\ A_{1,g}r_{GT} \end{bmatrix}, \quad g = 1, 2 \dots 7, \quad (5.27)$$

$$\mathbf{f}_{2,g} = \begin{bmatrix} -A_{2,g} \\ N_{2,g} \sin \frac{\pi}{6} + T_{2,g} \cos \frac{\pi}{6} \\ -N_{2,g} \sin \frac{\pi}{3} + T_{2,g} \cos \frac{\pi}{3} \\ -T_{2,g}r_{GT} \\ -A_{2,g}r_{GT} \cos \frac{\pi}{6} \\ -A_{2,g}r_{GT} \cos \frac{\pi}{3} \end{bmatrix}, \quad g = 1, 2 \dots 7, \quad (5.28)$$

$$\mathbf{f}_{3,g} = \begin{bmatrix} -A_{3,g} \\ N_{3,g} \sin \frac{\pi}{6} - T_{3,g} \cos \frac{\pi}{6} \\ N_{3,g} \sin \frac{\pi}{3} + T_{3,g} \cos \frac{\pi}{3} \\ -T_{3,g}r_{GT} \\ A_{3,g}r_{GT} \cos \frac{\pi}{6} \\ -A_{3,g}r_{GT} \cos \frac{\pi}{3} \end{bmatrix}, \quad g = 1, 2 \dots 7. \quad (5.29)$$

Ráz mezi VT a objímkou na úrovni distanční mřížky $g = 8$ ($i = 16$) generuje normálovou rázovou sílu

$$N = k_c(e - \delta_{SL})\mathcal{H}(e - \delta_{SL}) \quad (5.30)$$

a třecí sílu s tečnou a axiální složkou

$$T = Nf(c)\frac{c_t}{c}, \quad A = Nf(c)\frac{c_z}{c}. \quad (5.31)$$

Síly zobrazené na obr. 5.3 vyjadřují účinek VT na objímku. Relativní excentricity VT a středu objímky v (5.30) jsou vyjádřeny jako

$$e = \sqrt{(v_{16} - x)^2 + (w_{16} - y)^2} \quad (5.32)$$

a k_c je kontaktní tuhost mezi VT a objímkou. Heavisideova funkce $\mathcal{H}(e - \delta_{SL})$ v (5.30) je nulová pro $e \leq \delta_{SL}$. Koeficient tření $f(c)$ lze vyjádřit analogicky k (5.23), zde však závisí na skluzové rychlosti

$$c = \sqrt{c_t^2 + c_z^2}, \quad (5.33)$$

kde jednotlivé složky ve směru tečném a axiálním jsou

$$c_t = -(\dot{v}_{16} - \dot{x}) \sin \gamma + (\dot{w}_{16} - \dot{y}) \cos \gamma + r_{GT}(\dot{\varphi}_{16} - \dot{\varphi}), \quad (5.34)$$

$$c_z = \dot{u}_{16} + \dot{v}_{16}r_{GT} \sin \gamma - \dot{w}_{16}r_{GT} \cos \gamma - \dot{z}_{j,8}. \quad (5.35)$$

Úhel rázové nositelky γ (viz obr. 5.3) je dán ve tvaru

$$\cos \gamma = \frac{v_{16} - x}{e}, \quad \sin \gamma = \frac{w_{16} - y}{e}. \quad (5.36)$$

Vektor rázové síly zahrnující tření v rázovém bodě po transformaci do uzlu $i = 16$ je

$$\mathbf{f}_8 = \begin{bmatrix} -A \\ -N \cos \gamma + T \sin \gamma \\ -N \sin \gamma - T \cos \gamma \\ -Tr_{GT} \\ -Ar_{GT} \sin \gamma \\ Ar_{GT} \cos \gamma \end{bmatrix}. \quad (5.37)$$

Rázové interakce v modelech vodicí trubky a objímky (5.10), (5.12) jsou dány vektory $\mathbf{f}_{SG,GT}$ a $\mathbf{f}_{GT,SL}$, které podle (5.27) až (5.29) a (5.37) nabývají tvaru

$$\mathbf{f}_{SG,GT} = \left[\mathbf{0}^T, \sum_{l=1}^3 \mathbf{f}_{l,1}^T, \mathbf{0}^T, \sum_{l=1}^3 \mathbf{f}_{l,2}^T, \dots, \sum_{l=1}^3 \mathbf{f}_{l,7}^T, \mathbf{0}^T, \mathbf{f}_8^T \right]^T, \quad (5.38)$$

$$\mathbf{f}_{GT,SL} = [N \cos \gamma - T \sin \gamma, N \sin \gamma + T \cos \gamma, Tr_{GT}]^T. \quad (5.39)$$

Oba matematické modely (5.10) and (5.12) mohou být psány v konfiguračním prostoru $\mathbf{q} = \left[\left(\mathbf{q}_F^{(GT)} \right)^T, \left(\mathbf{q}^{(SL)} \right)^T \right]^T$ dimenze $n = 105$ jako

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_F^{(GT)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^{(SL)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_F^{(GT)} \\ \ddot{\mathbf{q}}^{(SL)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_F^{(GT)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}^{(SL)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_F^{(GT)} \\ \dot{\mathbf{q}}^{(SL)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_F^{(GT)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}^{(SL)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_F^{(GT)} \\ \mathbf{q}^{(SL)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_L(t) + \mathbf{f}_U(t) \\ \mathbf{T}_{SG,SL} \mathbf{q}_{SG}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{SG,GT}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \\ \mathbf{f}_{GT,SL}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \end{bmatrix}. \quad (5.40)$$

Nelineární matematický model kmitání VT a objímky (5.40) lze formálně přepsat jako

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t), \quad (5.41)$$

kde $\mathbf{M}, \mathbf{B}, \mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n_{GT}+n_{SL}, n_{GT}+n_{SL}}$, $n_{SL} = 3$ jsou globální matice hmotnosti, tlumení a tuhosti. Kinematické buzení pohybem upínacích desek a výchylkami středů buněk distančních mřížek a nelineární rázové síly se třením ve všech potenciálních kontaktních bodech jsou zahrnuty v globálním nelineárním vektoru $\mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$. Simulaci pohybu daného systému lze provést integrací matematického modelu (5.41) v časové oblasti po převedení na $2n$ obyčejných diferenciálních rovnic prvního řádu

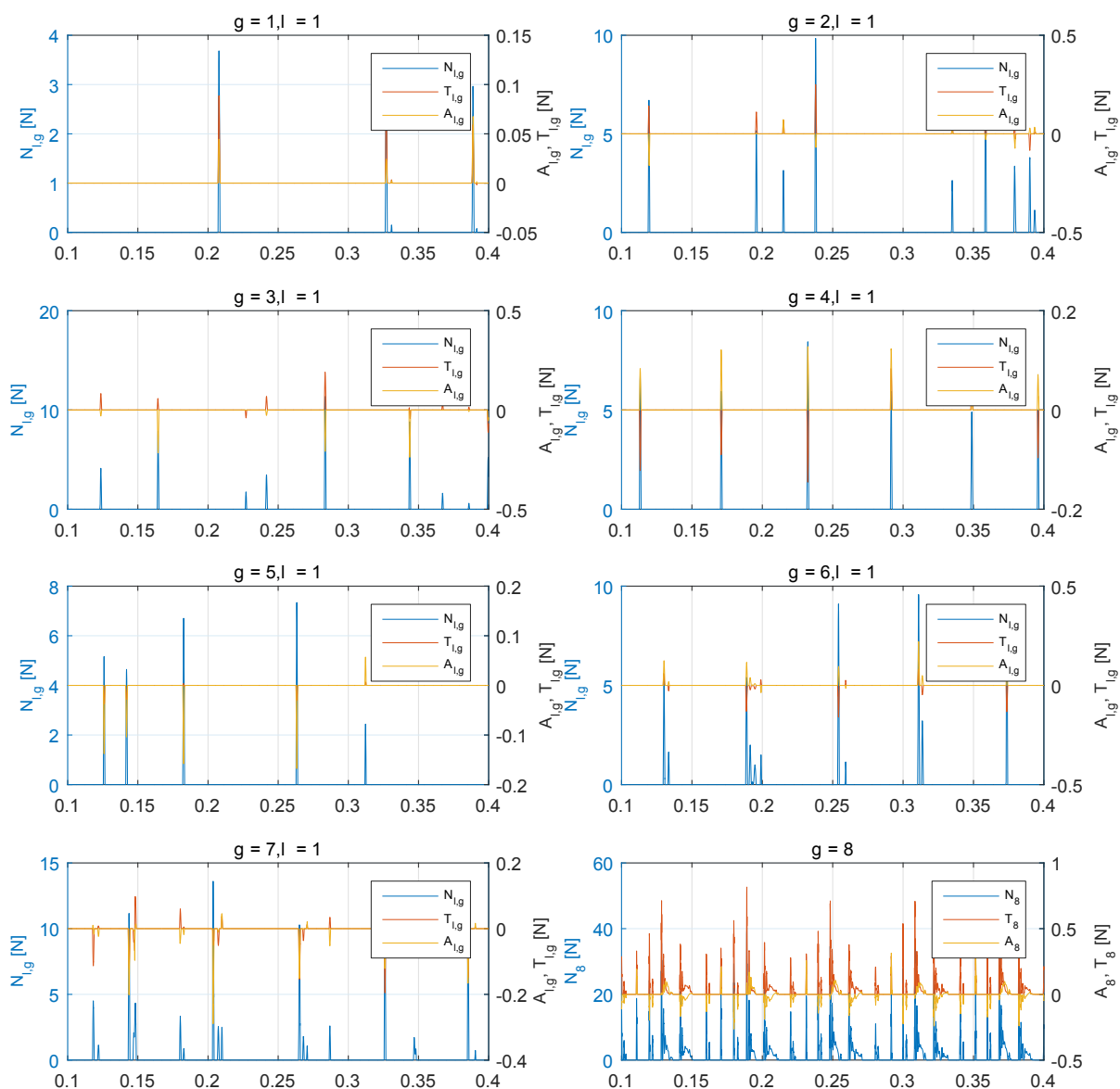
$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{F}(\mathbf{u}, t), \quad (5.42)$$

kde

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{E} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(\mathbf{u}, t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}(\mathbf{u}, t) \end{bmatrix}. \quad (5.43)$$

Tento model je řešen s uvážením nulových počátečních podmínek $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ za použití Rungeovy-Kuttaovy metody v systému MATLAB. Nulové počáteční podmínky jsou dostatečné vzhledem k tomu, že předmětem zkoumání jsou pouze ustálené a nikoli přechodové kmity. V opačném případě by bylo potřeba uvažovat počáteční konfiguraci VT zdeformovanou vybočením od axiální síly s vymezením vůle v odpovídajících distančních mřížkách. Simulace je prováděna v časové oblasti $t \in \langle 0, 0.4 \rangle$ [s], která odpovídá více než šesti periodám $T = 0,0606$ [s] základní harmonické složky kinematického buzení tlakovými pulsacemi chladiwa.

Na obr. 5.5 jsou ukázány časové průběhy kontaktních sil na úrovních všech distančních mřížek pro buňku $l = 1$ v časovém intervalu $t \in \langle 0, 1; 0, 4 \rangle$ [s], po odeznění vlivu počátečních podmínek. Jsou zde ukázány všechny tři složky – normálové síly $N_{1,g}$, axiální $A_{1,g}$ a tangenciální $T_{1,g}$, složky třecích sil $g = 1, \dots, 7$. Dále jsou ukázány kontaktní síly na úrovni distanční mřížky $g = 8$ – normálová síla N_8 , axiální A_8 a tangenciální T_8 složka třecí síly. Tyto síly zřejmě obsahují základní harmonickou složku odpovídající základní harmonické složce buzení nebo jejím násobkům na všech úrovních $g = 1, \dots, 7$. Na úrovni mřížky $g = 8$ se vyskytuje více harmonických složek daných kontaktem s normálovou silou na různých nositelkách daných různými úhly γ . Na úrovni objímky jsou rovněž amplitudy normálových sil výrazně vyšší, což je dáno vyšší energií VT narážející do

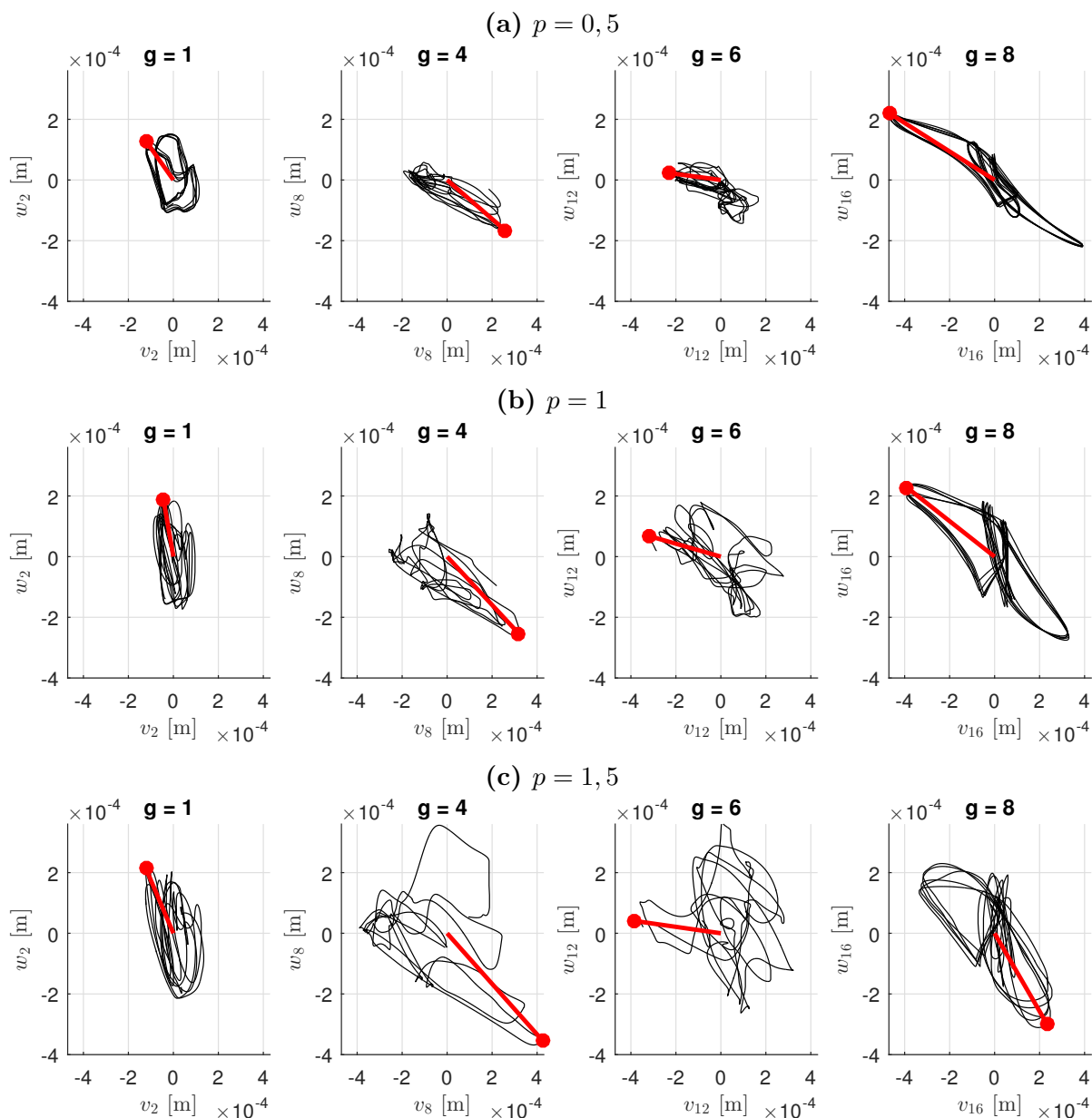


Obrázek 5.5.: Příklad normálových a třecích sil mezi VT a buňkami distančních mřížek $l = 1$ a mezi VT a SL

objímky v rámci větší vůle a vyšší tuhostí objímky ve srovnání s tuhostí buněk distančních mřížek na úrovních $g = 1, \dots, 7$.

Dále byla analyzována závislost maxim laterálních dynamických deformací VT na významných konstrukčních parametrech, viz obr. 5.7 a obr. 5.8. Výsledky jsou založeny na opakované numerické integraci modelu (5.42) s různými hodnotami parametrů a následnou analýzou laterálních dynamických deformací v uzlových bodech

$$e_{lat,i}(t) = \sqrt{v_i^2(t) + w_i^2(t)}, \quad i = 1, \dots, 17. \quad (5.44)$$

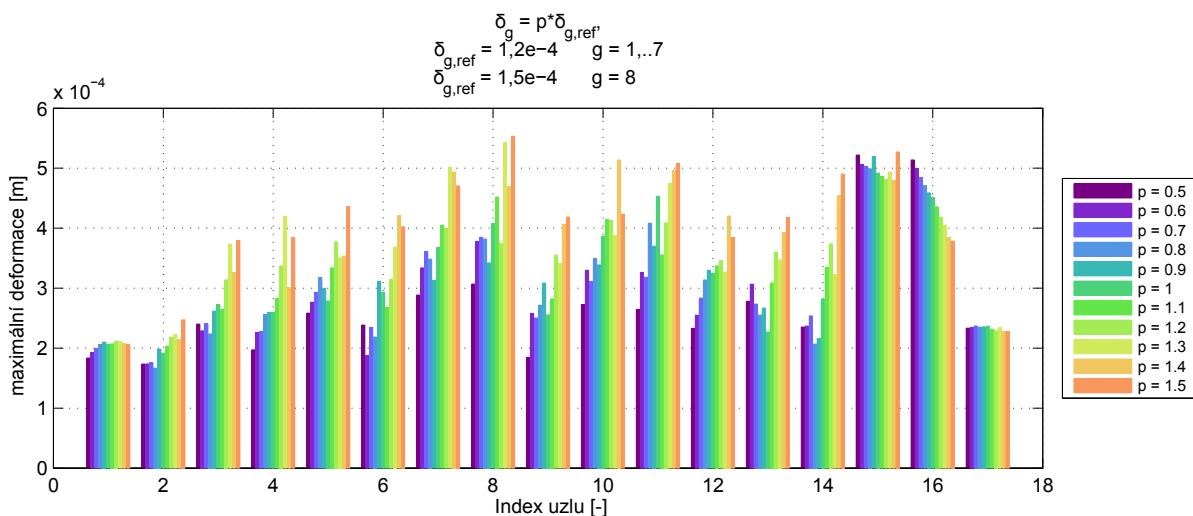


Obrázek 5.6.: Orbyty VT na vybraných úrovních distančních mřížek g (černě) a maximální laterální deformace (červeně) pro $p = 0,5$, $p = 1$, $p = 1,5$, kde p vyjadřuje násobek referenčních vůlí

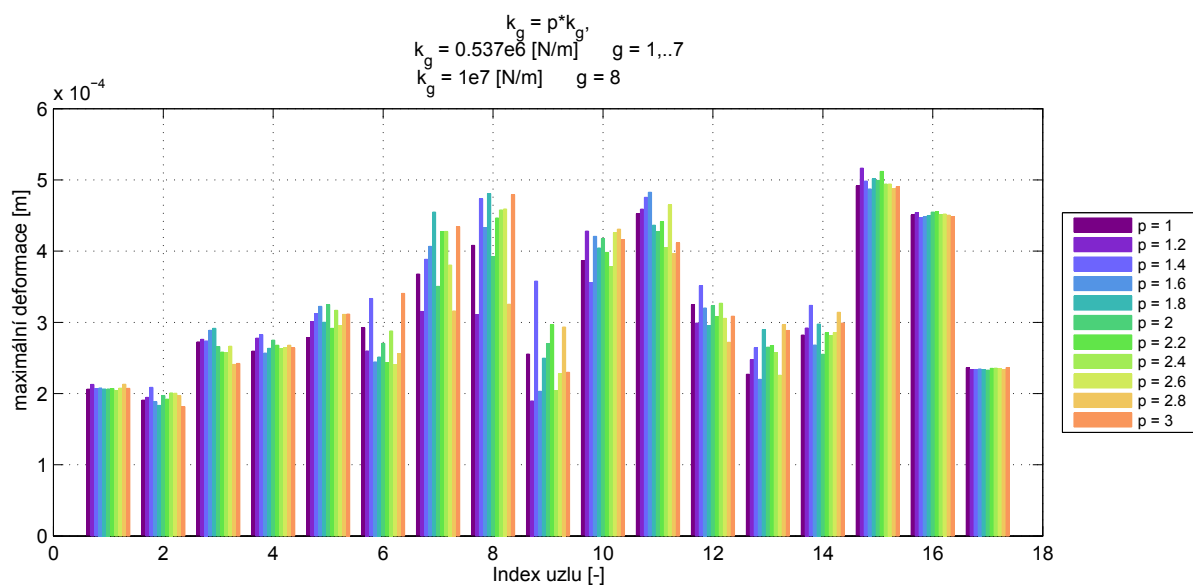
Jsou analyzována maxima přes relevantní časový interval

$$\hat{e}_{lat,i} = \max_{t \in \langle t_1, t_2 \rangle} e_{lat,i}(t), \quad i = 1, \dots, 17, \quad (5.45)$$

kde t_1 je čas, kdy odezněl vliv počátečních podmínek, a t_2 je konečný čas simulace. Pro ilustraci jsou na obr. 5.6 ukázány orbyty na úrovních distančních mřížek $g = 1, 4, 6, 8$. Pohyb každého uzlu je zde reprezentován v rovině kolmé na osu nedeformované VT. Maximální laterální deformace jsou naznačeny červeně.



Obrázek 5.7.: Maximální dynamické deformace na úrovni všech uzlů v závislosti na vřících δ_g



Obrázek 5.8.: Maximální dynamické deformace na úrovni všech uzlů v závislosti na tuhosti buněk distančních mřížek k_g

Vliv vřle mezi VT a buňkami distančních mřížek, resp. mezi VT a objímkou, je ukázán na obr. 5.7. Různé hodnoty vřle jsou zde vyjádřeny jako p -násobek referenční hodnoty, a jsou analyzovány v oblasti $p \in (0, 5; 1, 5)$. Jak je zřejmé, maximální laterální deformace vzrůstají se vzrůstající vřl δ_g , s výjimkou deformací na úrovni objímky. Uzly v bezprostřední blízkosti bodů $L_r^{(s)}$, $U_r^{(s)}$ vetknutých do upínacích desek PS (uzly $i = 1$ a $i = 17$) téměř nejsou ovlivněny změnou vřle.

Analogicky je na obr. 5.8 ukázána závislost maximálních laterálních deformací na tuhosti buněk distančních mřížek. Hodnoty jsou zde opět vyjádřeny jako p -násobek re-

ferenční hodnoty pro $p \in \langle 1, 3 \rangle$. Tato závislost se jeví jako slabá. V obou případech je relativní rozložení maximálních laterálních deformací po délce VT při změně parametrů téměř zachováno.

5.2. Analýza stability vodicích trubek s ohledem na osově zatížení a jejich zpevnování v distančních mřížkách

V souvislosti s modelem VT bude dále ukázána analýza stability VT jakožto osově zatíženého vertikálního prutu modelovaného metodou konečných prvků pro jednorozměrná kontinua v závislosti na velikosti osově síly [α12, α17]. Oproti standardnímu přístupu prostřednictvím výpočtu Eulerovy kritické vzpěrné síly [39] bude uveden způsob vycházející ze změny dynamických vlastností prutu při změně jeho osověho zatížení tlakovou silou a založený na modální analýze diskretizovaného systému. Jak bude ukázáno dále, tlaková osová síla, při níž dochází k poklesu první vlastní frekvence na nulovou hodnotu, udává mez stability.

Nechť je VT popsána konzervativním matematickým modelem vytvořeným metodou konečných prvků podle parametrů uvedených v tab. 5.1. Je uvažováno zatížení od vlastní tíhy elementů a zatížení tlakovou osovou silou F_{ax} . Konzervativní systém nabývá pro vektor zobecněných souřadnic volných uzlů $\mathbf{q}_F^{(GT)} = [\dots, u_i, v_i, w_i, \varphi_i, \vartheta_i, \psi_i, \dots]^T, i = 1, 2, \dots, 17$, tvaru

$$\mathbf{M}_F^{(GT)} \ddot{\mathbf{q}}_F^{(GT)}(t) + \mathbf{K}_F^{(GT)}(F_{ax}) \mathbf{q}_F^{(GT)}(t) = \mathbf{0}, \quad (5.46)$$

kde $\mathbf{M}_F^{(GT)}, \mathbf{K}_F^{(GT)} \in \mathbb{R}^{n_{GT}, n_{GT}}$ jsou matice hmotnosti a tuhosti volných uzlů a n_{GT} je počet stupňů volnosti. Odtud po dosazení předpokládaného harmonického řešení $\mathbf{q}_F^{(GT)} = \mathbf{v}e^{i\Omega t}$ platí

$$\left(-\Omega^2 \mathbf{M}_F^{(GT)} + \mathbf{K}_F^{(GT)}(F_{ax}) \right) \mathbf{v}e^{i\Omega t} = \mathbf{0} \quad \forall t > 0. \quad (5.47)$$

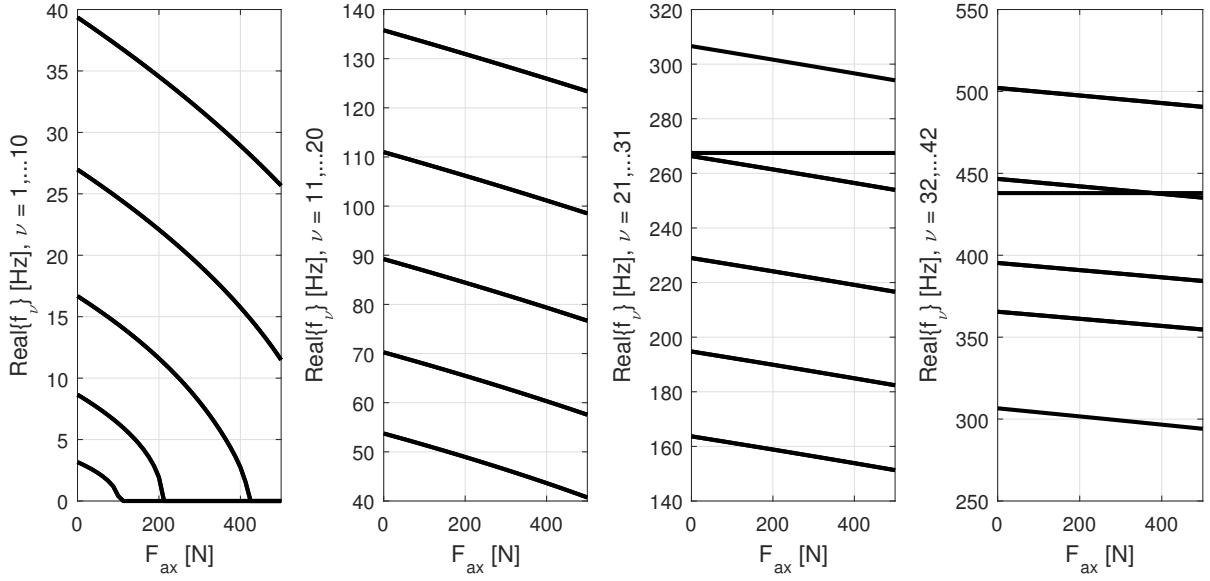
Rovnost (5.47) představuje po eliminaci členu $e^{i\Omega t}$ (uvážení platnosti $\forall t > 0$) *zobecněný problém vlastních hodnot*, jehož řešením lze získat modální matici $\mathbf{V}^{(GT)}(F_{ax})$ a spektrální matici $\mathbf{\Lambda}^{(GT)}(F_{ax})$ ve tvaru [44]

$$\mathbf{V}^{(GT)}(F_{ax}) = \left[\mathbf{v}_1^{(GT)}, \mathbf{v}_2^{(GT)}, \dots, \mathbf{v}_{n_{GT}}^{(GT)} \right] \in \mathbb{R}^{n_{GT}, n_{GT}}, \quad (5.48)$$

$$\mathbf{\Lambda}^{(GT)}(F_{ax}) = \text{diag} \left\{ \left(\Omega_1^{(GT)} \right)^2, \left(\Omega_2^{(GT)} \right)^2, \dots, \left(\Omega_{n_{GT}}^{(GT)} \right)^2 \right\} \in \mathbb{R}^{n_{GT}, n_{GT}}, \quad (5.49)$$

kde $\mathbf{v}_\nu^{(GT)}, \nu = 1, \dots, n_{GT}$, jsou vlastní vektory a $\Omega_\nu^{(GT)}, \nu = 1, \dots, n_{GT}$, jsou vlastní frekvence.

V případě osově zatíženého prutu je matice tuhosti podle (3.34) a (3.36) závislá na osově síle $\mathbf{K}_F^{(GT)} = \mathbf{K}_F^{(GT)}(F_{ax})$, a tedy i výsledky modální analýzy budou závislé na osově



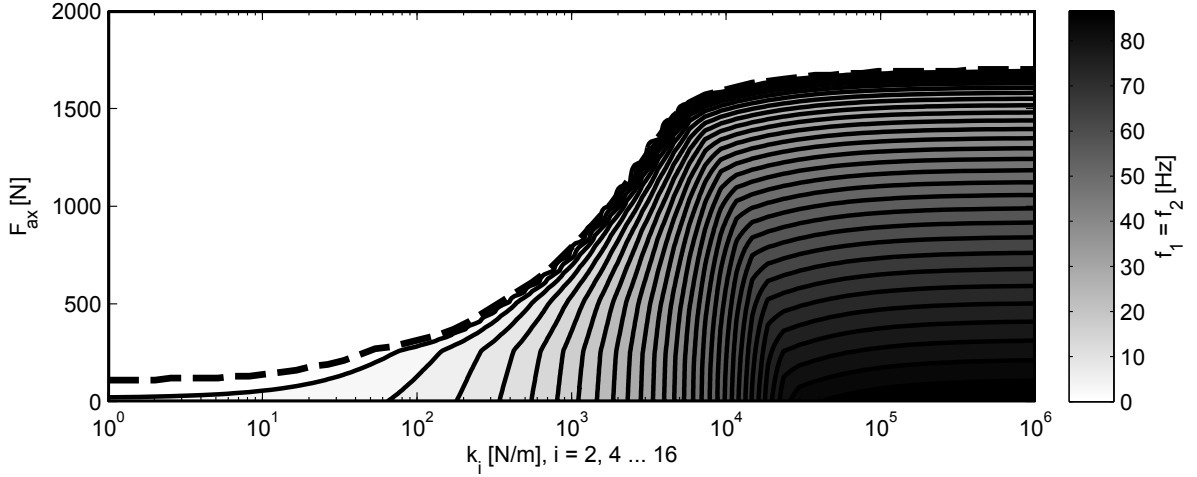
Obrázek 5.9.: Závislost vlastních frekvencí do 500 [Hz] oboustranně vetknuté VT na osově síle při uvažování matematického modelu respektujícího i torzní a podélné kmity

síle F_{ax} . Tato závislost je při uvažování všech šesti stupňů volnosti v každém uzlu (tj. při respektování i osových a torzních stupňů volnosti) pro oboustranně vetknutou VT ukázána na obr. 5.9. Je patrné, že vlastní frekvence odpovídající podélným a torzním vlastním tvarům kmitu jsou vzhledem k osově síle konstantní, neboť příslušné submatice matice tuhosti byly odvozeny za předpokladu zanedbatelného vlivu osově síly na podélné a torzní stupně volnosti. Ostatní vykazují klesající vlastní frekvence s rostoucí tlakovou osovou silou. Osová síla, při které dojde k poklesu první vlastní frekvence na nulovou hodnotu, je *kritická osová síla*.

Pro obecnější analýzu lze současně uvážit i vliv tuhosti distančních mřížek k_g , $g = 1, \dots, 8$, které na osmi úrovních podpírají VT, viz např. obr. 5.1. Odpovídající matematický model je rozšířením (5.46) a nabývá tvaru

$$\mathbf{M}_F^{(GT)} \ddot{\mathbf{q}}_F^{(GT)}(t) + \left(\mathbf{K}_F^{(GT)}(F_{ax}) + \mathbf{K}_C(k_g) \right) \mathbf{q}_F^{(GT)}(t) = \mathbf{0}, \quad (5.50)$$

kde $\mathbf{K}_C(k_g) \in \mathbb{R}^{n_{GT}, n_{GT}}$ je matice vazební tuhosti buněk distančních mřížek. Nyní jsou výsledky modální analýzy závislé nejen na osově síle F_{ax} , ale i na tuhostech k_g . Jak je ukázáno na obr. 5.10, kde je vynesena závislost první vlastní frekvence na osově síle a na tuhosti podpor (distančních mřížek) za předpokladu vymezené vůle ve všech distančních mřížkách, v rovině $\widehat{k_g, F_{ax}}$ je takto zachycena hranice stability. Pro každou dvojici těchto parametrů lze určit, zda VT bude stabilní či nestabilní. Vodicí trubky PS TVSA-T přenášejí přítláčnou sílu cca 500 [N], viz [38] a skrze všechny distanční mřížky procházejí s malou radiální vůlí. Z obr. 5.10 je zřejmé, že v rámci radiálních vůlí ve vazbách s buňkami distančních mřížek (tj. $k_g = 0, g = 1, 2, \dots, 8$) jsou VT nestabilní a dochází k jejich opření o buňky. Proto bude dále analyzován vliv opření VT v distančních mřížkách.



Obrázek 5.10.: Závislost první vlastní frekvence oboustranně vetknuté VT na osově síle F_{ax} a tuhosti distančních mřížek $k_g, g = 1, \dots, 8$. Přerušovaně je naznačena hranice stability, levá horní část (bílá plocha) je charakteristická nestabilitou, pravá dolní část stabilitou.

Jak ukazují výsledky předchozích výpočtů, není vzpěrná stabilita vzhledem ke zvolenému modelu závislá na torzních a podélných deformacích. Pro další analýzu vzpěrné stability VT proto postačí vyjít z předpokladu ohybových kmitů VT se čtyřmi stupni volnosti v každém uzlu se zahrnutím vlivu přítláčné osově síly F_{ax} a vlastní tíhy G_e elementů a při uvažování tlumeného modelu. Pro nekonzervativní analýzu má model ohybových kmitů vodící trubky vetknuté v dolním a horním uzlu do nepohyblivé se patice, resp. hlavice, PS (obr. 5.1) bez interakce s buňkami a objímkou tvar

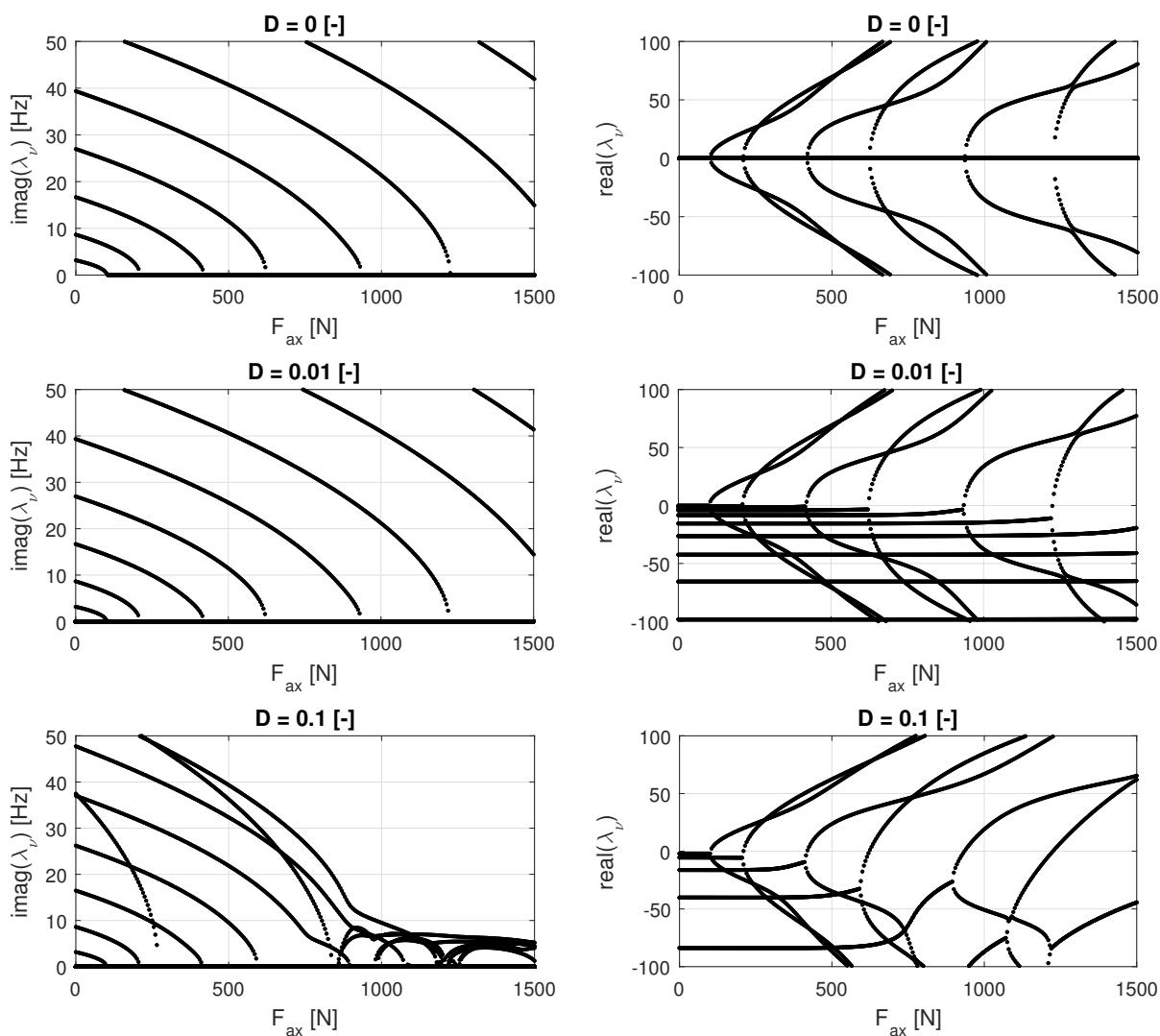
$$\mathbf{M}_F^{(GT)} \ddot{\mathbf{q}}_F^{(GT)} + \mathbf{B}_F^{(GT)} \dot{\mathbf{q}}_F^{(GT)} + \mathbf{K}_F^{(GT)}(F_{ax}) \mathbf{q}_F^{(GT)} = \mathbf{0}, \quad (5.51)$$

kde $\mathbf{M}_F^{(GT)}, \mathbf{K}_F^{(GT)} \in \mathbb{R}^{n_{GT,4}, n_{GT,4}}$ jsou matice hmotnosti a tuhosti a $\mathbf{B}_F^{(GT)} \in \mathbb{R}^{n_{GT,4}, n_{GT,4}}$ je matice tlumení, uvažovaná jako proporcionalní, tj. splňující podmínku

$$\mathbf{V}^{(GT)T} \mathbf{B}^{(GT)} \mathbf{V}^{(GT)} = \text{diag} \{ 2D_\nu^{(GT)} \Omega_\nu^{(GT)} \}, \quad (5.52)$$

kde $\mathbf{V}^{(GT)} \in \mathbb{R}^{n_{GT,4}, n_{GT,4}}$ je modální matice netlumené VT normovaná \mathbf{M} -normou [44], $\Omega_\nu^{(GT)} \in \mathbb{R}^{0+}$ jsou její vlastní frekvence a $D_\nu^{(GT)} \in \mathbb{R}^{0+}$ poměrné útlumy vlastních tvarů kmitání. Vlastní čísla nekonzervativního modelu (5.51) $\lambda_\nu^{(GT)} = \alpha_\nu^{(GT)} \pm i\beta_\nu^{(GT)}$ jsou vzhledem k symetrii VT dvojnásobná a po dvojicích komplexně sdružená.

Jejich imaginární a reálné části pro netlumenou VT ($D_\nu^{(GT)} = 0$) a pro různé poměrné útlumy $D_\nu^{(GT)} = 0,01$ a $D_\nu^{(GT)} = 0,1$ jsou na obr. 5.11 zobrazeny v závislosti na přítláčné axiální síle F_{ax} . Z obrázků je zřejmé, že pro přítláčnou sílu cca $F_{ax} \approx 100$ [N] frekvenčně nejnižší dvojice komplexně sdružených vlastních čísel se mění na dvě reálná čísla, z nichž jedno je kladné. Jak již bylo ukázáno výše, vodící trubka PS TVSA-T je při reálné přítláčné síle $F_{ax} \approx 500$ [N] nestabilní a v rámci radiálních vůlí se zvlíní



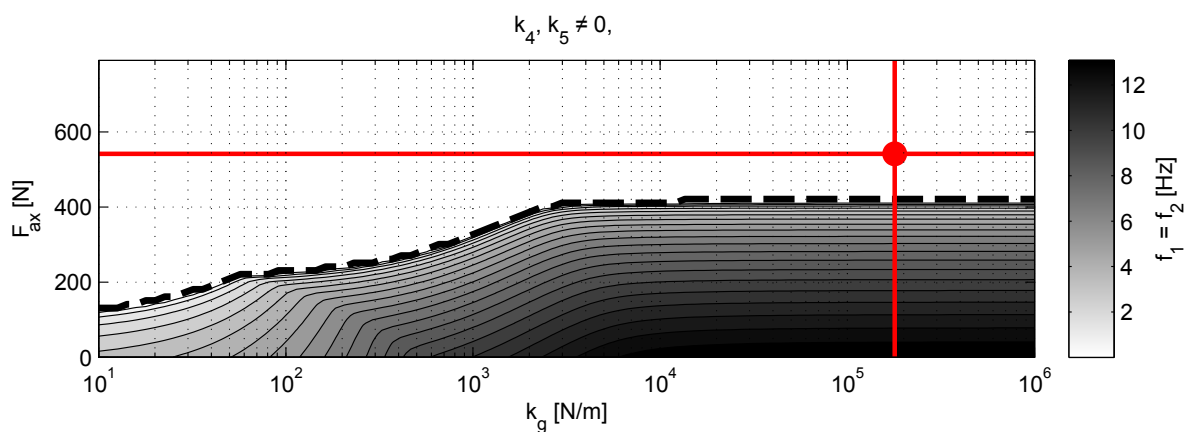
Obrázek 5.11.: Imaginární a reálné části vlastních čísel λ_ν modelu (5.51) v závislosti na tlakové osové síle F_{ax} při různých poměrných útlumech

opřením o buňky distančních mřížek. Zároveň je zřejmé, že změna poměrného útlumu způsobí pouze změnu v rozložení příslušných větví reálných částí vlastních čísel, ale nikoli hodnotu kritické axiální síly.

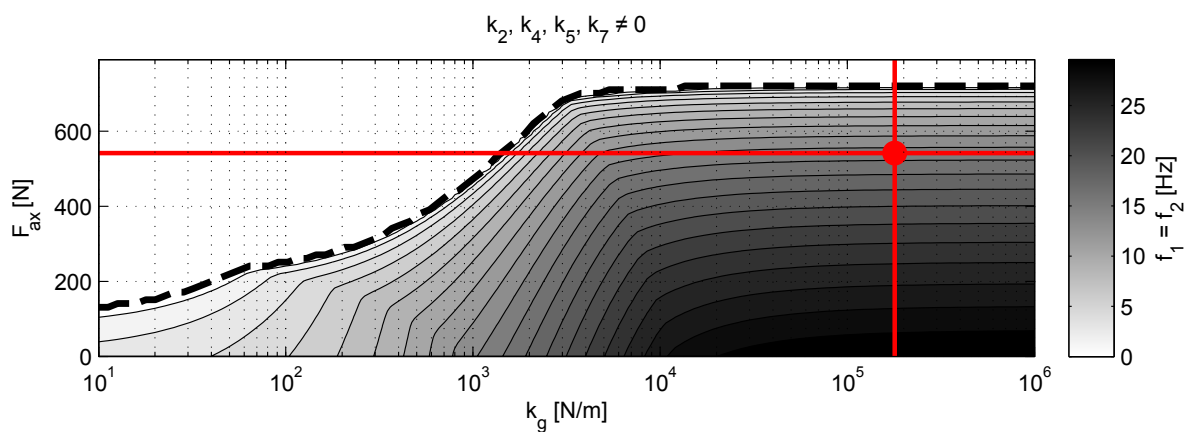
Po doplnění modelu (5.51) o vliv podepření v distančních mřížkách lze psát nekonzervativní model VT ve tvaru

$$\mathbf{M}_F^{(GT)} \ddot{\mathbf{q}}_F^{(GT)} + \mathbf{B}_F^{(GT)} \dot{\mathbf{q}}_F^{(GT)} + \left(\mathbf{K}_F^{(GT)}(F_{ax}) + \mathbf{K}_C(k_g) \right) \mathbf{q}_F^{(GT)} = \mathbf{0}. \quad (5.53)$$

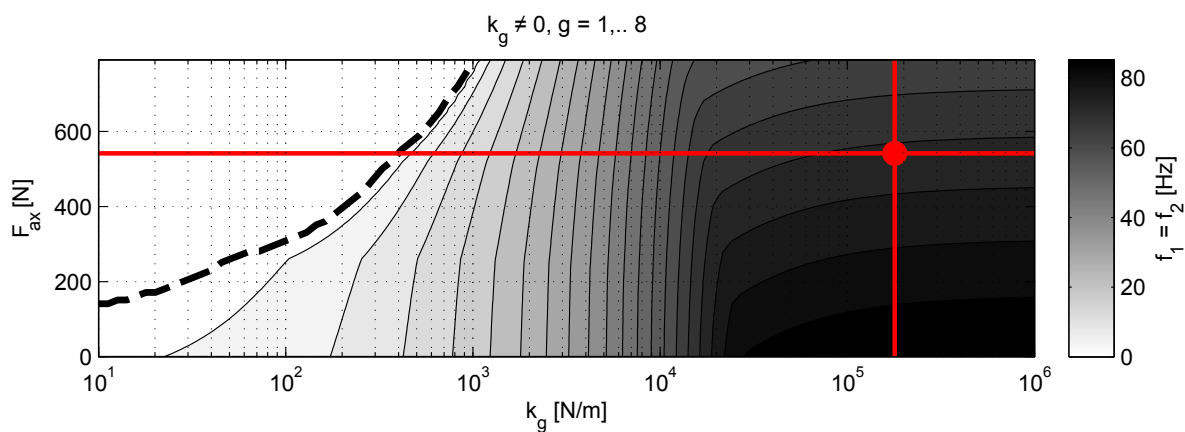
Analogickým způsobem jako výše lze predikovat zvlnění VT v distančních mřížkách. Hranice vzpěrné stability v závislosti na tuhosti buněk $k_g \in \langle 10, 10^6 \rangle$ [N/m] a osové síle $F_{ax} \in \langle 0; 800 \rangle$ [N] je zobrazena přerušovanou čarou na obr. 5.12 pro různé konfigurace opření VT v distančních mřížkách uvedené na obr. 5.13. Uvažované provozní hodnoty



(a) Opření pouze v buňkách na úrovni $g = 4, 5$, viz obr. 5.13 (a)

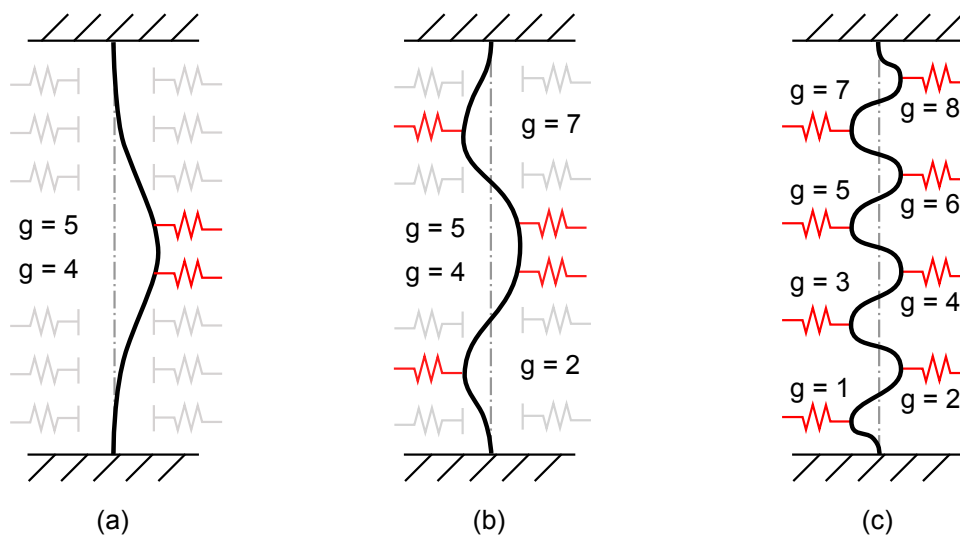


(b) Opření pouze v buňkách na úrovni $g = 2, 4, 5, 7$, viz obr. 5.13 (b)



(c) opření v buňkách na všech úrovních $g = 1, 2, \dots, 8$, viz obr. 5.13 (c)

Obrázek 5.12.: Stabilitní diagram – závislost první vlastní frekvence VT na tuhosti buněk distančních mřížek k_g a osově síle F_{ax}



Obrázek 5.13.: Tři konfigurace opření VT v distančních mřížkách uvažované při stabilitních analýzách

parametrů jsou v uvedených obrázcích vyznačeny červeně. Vzhledem k uvažované tuhosti buňky $k_g = 0,179 \cdot 10^6$ [N/m] podle [13] lze očekávat statické zvlnění (deformaci) VT podle obr. 5.13b.

6. Matematický model kmitání palivových proutků při uvažování interakce mezi pokrytím a sloupcem palivových tablet

Tato kapitola je věnována modelování kmitání palivových proutků při uvážení rázových interakcí mezi sloupcem palivových tablet a pokrytím. Model je odvozován na různých úrovních abstrakce od nejjednoduššího ke komplexnímu s postupným uvážením všech podstatných vlivů. Kap. 6.1 popisuje základní model kmitání palivového proutku jakožto dvou rázově interagujících subsystémů při uvažování hladkého kontaktu, tj. bez respektování vlivu tření v kontaktních bodech [a9, a15, a16]. Je zde provedena rozsáhlá analýza kmitání se zaměřením na otěr pokrytí palivového proutku. Rozšíření o vliv tření v kontaktních bodech na kmitání palivového proutku a otěr je uvedeno v kap. 6.2. Následně je ukázán i vliv příčně proudícího chladiva, viz kap. 6.3.

6.1. Model palivového proutku s uvažováním hladkého modelu kontaktu

Palivové proutky (PP) jsou klíčovou součástí palivových souborů, neboť uvnitř PP dochází ke štěpné reakci, při níž je uvolňována tepelná energie. Ta je následně přeměňována na kinetickou energii rotujícího turbosoustrojí a zde prostřednictvím generátoru na energii elektrickou. PP jsou uspořádány společně s vodicími trubkami (VT) do palivového souboru (PS), který je ponořen do chladiva (v případě reaktorů typu VVER je chladivem voda). Tlakovými pulsacemi chladiva způsobenými hlavními cirkulačními čerpadly (HCČ) jsou rozkmitávány upínací desky PS. V dolní upínací desce (horní deska dna nosného válce reaktoru) jsou PP uchyceny společně s nosným skeletem PS, centrální trubkou a vodicími trubkami. Každý PP sestává ze zirkoniového pokrytí (vnější část) a sloupce palivových tablet (vnitřní část), přičemž mezi těmito dvěma subsystémy je radiální vůle. Vůle na počátku kampaně nabývá malé nenulové hodnoty a v důsledku rozbobtnávání palivových tablet (tzv. *swelling*) se průběžně zmenšuje, až na konci kampaně je nulová. V důsledku rozbobtnávání také s postupujícím časem v rámci kampaně narůstá statické předpětí v pružinovém fixátoru. Zároveň může vlivem otěru pokrytí PP docházet k poklesu statického předpětí buněk distančních mřížek. V modelu odvozeném v této kapitole budou uváženy rázové jevy mezi sloupcem palivových tablet a pokrytím

a potenciální odléhání pokrytí PP od buněk distančních mřížek vlivem poklesu statického předpětí buněk.

Z mechanického hlediska sestává palivový proutek (PP) ze dvou hlavních subsystémů – pokrytí palivového proutku (dále index C – *Cladding*) a sloupce palivových tablet (dále index P – *fuel Pellets stack*), viz obr. 6.1 vpravo. Pro modelování kmitání PP bude využita metoda konečných prvků pro 1D kontinua při uvažování diskretizace uvedené v tab. 6.1.

Parametry pokrytí (C) PP					
e	l_e [m]	d_e [m]	D_e [m]	ρ_e [kg/m ³]	E_e [Pa]
1	0,162	0,00773	0,0091	6530	$75 \cdot 10^9$
2	0,151	0,00773	0,0091	6530	$75 \cdot 10^9$
3 ÷ 14	0,255	0,00773	0,0091	6530	$75 \cdot 10^9$
15	0,318	0,00773	0,0091	6530	$75 \cdot 10^9$
16	0,205	0,00773	0,0091	6530	$75 \cdot 10^9$

Parametry sloupce palivových tablet (P)					
e	l_e [m]	d_e [m]	D_e [m]	ρ_e [kg/m ³]	E_e [Pa]
1	0,151	0,0012	0,0076	10500	$2,16 \cdot 10^{11}$
2	0,151	0,0012	0,0076	10500	$2,16 \cdot 10^{11}$
3 ÷ 14	0,255	0,0012	0,0076	10500	$2,16 \cdot 10^{11}$
15	0,318	0,0012	0,0076	10500	$2,16 \cdot 10^{11}$

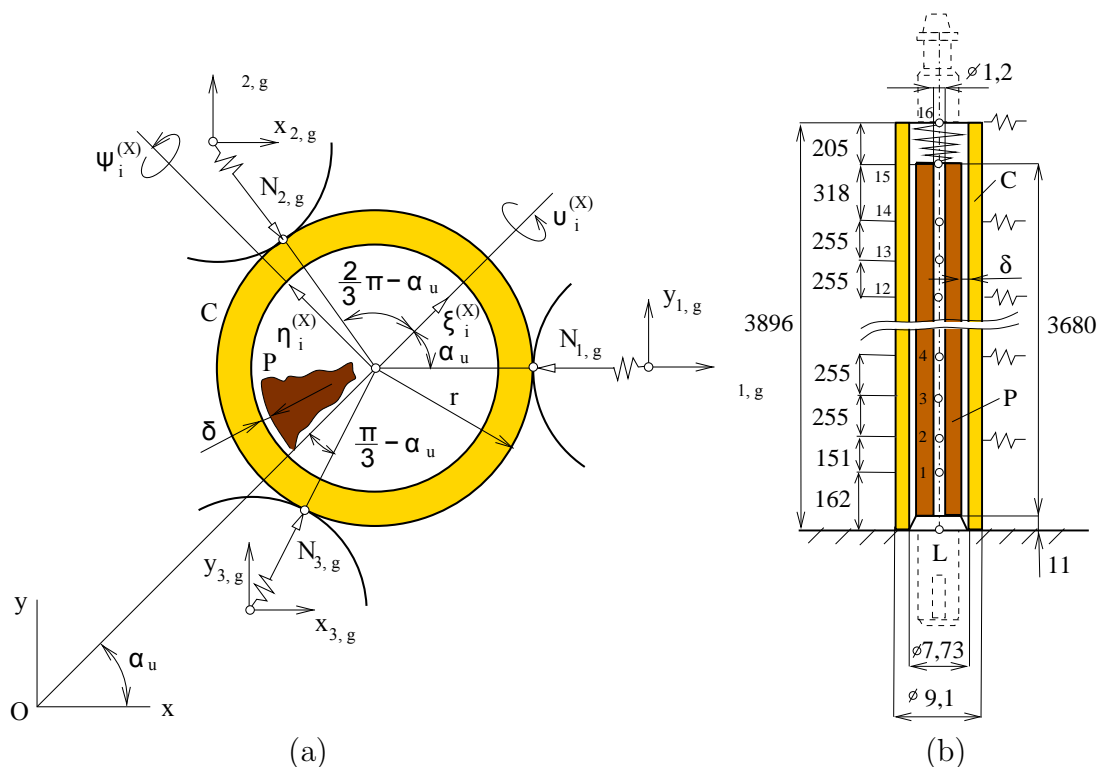
Tabulka 6.1.: Parametry diskretizace palivového proutku; e je index konečného prvku, l_e jeho délka, d_e a D_e jeho vnitřní a vnější průměr, ρ_e hustota materiálu elementu a E_e jeho modul pružnosti v tahu

V případě kinematického buzení vyvolaného tlakovými pulsacemi chladiva budou dominantní ohybové kmity. Na rozdíl od popisu kmitání VT, kdy model je koncipován s možností budoucího uvážení i seismického (všesměrového) buzení, u modelu PP budou torzní a podélné kmity nejprve zanedbány. K jejich uvážení bude přistoupeno teprve ve chvíli, kdy se tyto veličiny stanou uvážením tření v kontaktních bodech relevantními. Matematický model kmitání PP, uvažovaného jako systém sestávající ze dvou subsystémů (C a P), bude odvozen v konfiguračním prostoru

$$\mathbf{q}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_L^{(C)} \\ \mathbf{q}_F^{(C)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}_P = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_L^{(P)} \\ \mathbf{q}_F^{(P)} \end{bmatrix}, \quad (6.1)$$

kde $\mathbf{q}_L^{(X)}$, $X = C, P$ představují vektory zobecněných souřadnic dolního uzlu (vetknutého do dolní upínací desky) a $\mathbf{q}_F^{(X)}$, $X = C, P$ jsou vektory zobecněných souřadnic všech ostatních kinematicky nebuzených (volných) uzlů. Tyto vektory jsou uvažovány ve tvaru

$$\mathbf{q}_L^{(X)} = [\xi_L^{(X)}, \eta_L^{(X)}, \vartheta_L^{(X)}, \psi_L^{(X)}]^T, \quad \mathbf{q}_F^{(X)} = [\dots, \xi_i^{(X)}, \eta_i^{(X)}, \vartheta_i^{(X)}, \psi_i^{(X)}, \dots]^T, \quad X = C, P. \quad (6.2)$$



Obrázek 6.1.: Řez palivovým proutkem na úrovni distanční mřížky (a), a palivový proutek (b) jako systém sestávající ze dvou subsystémů – sloupce palivových tablet (P) a pokrytí palivového proutku (C)

Zobecněné souřadnice $\xi_L^{(X)}, \eta_L^{(X)}$, $X = C, P$ jsou laterální výchylky dolního kinematicky buzeného uzlu L a $\xi_i^{(X)}, \eta_i^{(X)}$, $X = C, P$ jsou laterální výchylky volných uzlů i , viz obr. 6.1 vlevo. Výchylky $\xi_i^{(X)}$ jsou radiální vzhledem ke střednici PS a $\eta_i^{(X)}$ jsou tečné. Úhly natočení $\vartheta_L^{(X)}, \psi_L^{(X)}$ a $\vartheta_i^{(X)}, \psi_i^{(X)}$ vyjadřují natočení příčných řezů v uzlu L , resp. i , okolo laterálních výchylek. S ohledem na geometrii PP a jejich podepření distančními mřížkami jsou uzly voleny v úrovni všech distančních mřížek (celkem 8) a mezi nimi. Celkem je tedy subsystém C pokrytí PP rozdělen na 16 konečných prvků a sloupec palivových tablet P , který je nižší, na 15 konečných prvků, viz obr. 6.1, resp. tab. 6.1. Po uvážení pouze ohybových kmitů, tj. pro čtyři stupně volnosti v každém volném uzlu, jsou počty stupňů volnosti modelu pokrytí $n_C = 64$ a pro model palivových tablet $n_P = 60$.

Matematický model subsystémů C a P může být po dekompozici koeficientových matic odpovídající dekompozici vektoru zobecněných souřadnic formulován ve tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_L^{(C)} & \mathbf{M}_{L,F}^{(C)} \\ \mathbf{M}_{F,L}^{(C)} & \mathbf{M}_F^{(C)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_L^{(C)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_F^{(C)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_L^{(C)} & \mathbf{K}_{L,F}^{(C)} \\ \mathbf{K}_{F,L}^{(C)} & \mathbf{K}_F^{(C)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_L^{(C)} \\ \mathbf{q}_F^{(C)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_C \\ \mathbf{f}_{SG,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, t) + \mathbf{f}_{P,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)}) + \mathbf{f}_F^{(C)} \end{bmatrix}, \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_L^{(P)} & \mathbf{M}_{L,F}^{(P)} \\ \mathbf{M}_{F,L}^{(P)} & \mathbf{M}_F^{(P)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_L^{(P)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_F^{(P)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_L^{(P)} & \mathbf{K}_{L,F}^{(P)} \\ \mathbf{K}_{F,L}^{(P)} & \mathbf{K}_F^{(P)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_L^{(P)} \\ \mathbf{q}_F^{(P)} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_P \\ \mathbf{f}_{C,P}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)}) + \mathbf{f}_F^{(P)} \end{bmatrix}, \quad (6.4) \end{aligned}$$

kde matice \mathbf{M} , \mathbf{K} s příslušnými indexy podle příslušnosti k uzlu L a volným uzlům F jsou matice hmotnosti a tuhosti. Subvektory \mathbf{f}_C , \mathbf{f}_P vyjadřují síly působící na oba subsystémy v dolním kinematicky buzeném uzlu L , subvektory $\mathbf{f}_{C,P}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)})$, $\mathbf{f}_{P,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)})$ vyjadřují nelineární rázové síly mezi oběma subsystémy C a P , subvektor $\mathbf{f}_{SG,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, t)$ nelineární síly dané pohybem distančních mřížek (*Spacer-Grids*) a subvektory $\mathbf{f}_F^{(P)}$, $\mathbf{f}_F^{(C)}$ vyjadřují vazbu mezi oběma subsystémy prostřednictvím pružinového fixátoru, viz obr. 6.1 vpravo.

Subvektor $\mathbf{f}_{SG,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, t)$ vyjadřuje vazební sílu mezi pokrytím palivového proutku a buňkami distančních mřížek na úrovních $g = 1, 2, \dots, 8$. Je předpokládána statická předepínací síla F_0 , se kterou je PP vložen do distančních mřížek. Kontaktní síly mohou být vyjádřeny v závislosti na přemístění středů buněk distančních mřížek $x_{l,g}, y_{l,g}, l = 1, 2, 3, g = 1, 2, \dots, 8$, a laterálních výchylkách $\xi_g^{(C)}, \eta_g^{(C)}, g = i/2$, subsystému C jako

$$N_{l,g} = (F_0 + kd_{l,g})\mathcal{H}(F_0 + kd_{l,g}), \quad l = 1, 2, 3, \quad g = 1, 2, \dots, 8, \quad (6.5)$$

přičemž tyto síly působí pouze v sudých uzlech $g = 2i$ pokrytí PP. Tuhost k odpovídá radiální tuhosti buňky distanční mřížky a $\mathcal{H}(\cdot)$ je Heavisideova funkce, která popisuje možnost ztráty kontaktu s buňkou l . Relativní přemístění středů pokrytí PP vzhledem ke středům buněk na úrovni g v radiálním směru nabývají tvaru (viz obr. 6.1 vlevo)

$$\begin{aligned} d_{1,g} &= -x_{1,g} + \xi_g^{(C)} \cos \alpha_u - \eta_g^{(C)} \sin \alpha_u, \\ d_{2,g} &= 0,5x_{2,g} - \frac{\sqrt{3}}{2}y_{2,g} + \xi_g^{(C)} \cos\left(\frac{2}{3}\pi - \alpha_u\right) + \eta_g^{(C)} \sin\left(\frac{2}{3}\pi - \alpha_u\right), \\ d_{3,g} &= 0,5x_{3,g} + \frac{\sqrt{3}}{2}y_{3,g} - \xi_g^{(C)} \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha_u\right) - \eta_g^{(C)} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha_u\right), \end{aligned} \quad (6.6)$$

kde úhel α_u je polární souřadnice vybraného PP u . Přemístění $x_{1,g}, x_{2,g}, y_{1,g}, y_{2,g}, y_{3,g}$ středů buněk v (6.6) jsou vyčísleny s využitím globálního modelu celého PS pomocí komplexních amplitud [47, 46]

$$\tilde{x}_{1,g,j}^{(k)} = \bar{x}_{1,g,j}^{(k)} + i\bar{\bar{x}}_{1,g,j}^{(k)}, \quad \text{až} \quad \tilde{y}_{3,g,j}^{(k)} = \bar{y}_{3,g,j}^{(k)} + i\bar{\bar{y}}_{3,g,j}^{(k)}, \quad (6.7)$$

kde index k odpovídá k -té harmonické složce tlakových pulsací chladiwa a index j odpovídá j -tému cirkulačnímu čerpadlu v chladicí smyčce primárního okruhu jaderného reaktoru. Při výpočtech jsou uvažována čtyři cirkulační čerpadla a tři harmonické složky

od každého z nich, takže odezvu $x_{l,g}$ lze vyjádřit analyticky jako

$$\begin{aligned} x_{1,g}(t) &= \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^3 \left(\bar{x}_{1,g,j}^{(k)} \cos k\omega_j t - \bar{\bar{x}}_{1,g,j}^{(k)} \sin k\omega_j t \right), \\ &\quad \vdots \\ y_{3,g}(t) &= \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^3 \left(\bar{y}_{3,g,j}^{(k)} \cos k\omega_j t - \bar{\bar{y}}_{3,g,j}^{(k)} \sin k\omega_j t \right). \end{aligned} \quad (6.8)$$

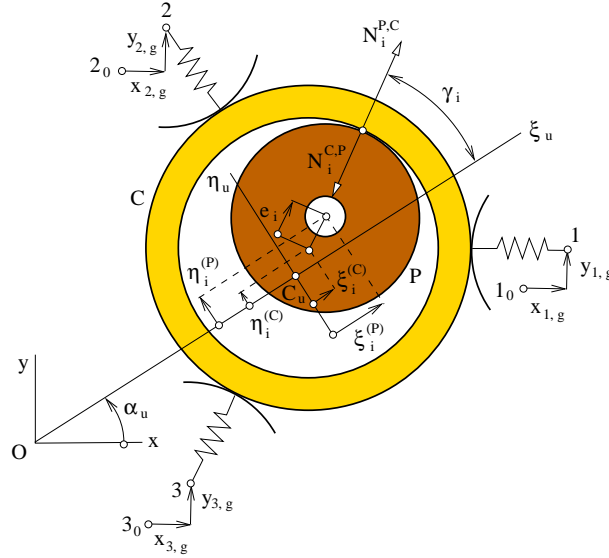
Kontaktní síly $N_{l,g}$ jsou následně transformovány do směrů zobecněných souřadnic $\xi_g^{(C)}$, $\eta_g^{(C)}$ v subvektoru $\mathbf{q}_F^{(C)}$ prostřednictvím transformace (podle obr. 6.1 vlevo)

$$N_{\xi,g} = -N_{1,g} \cos \alpha_u - N_{2,g} \cos \left(\frac{2}{3}\pi - \alpha_u \right) + N_{3,g} \cos \left(\frac{1}{3}\pi - \alpha_u \right), \quad (6.9)$$

$$N_{\eta,g} = N_{1,g} \sin \alpha_u - N_{2,g} \sin \left(\frac{2}{3}\pi - \alpha_u \right) + N_{3,g} \sin \left(\frac{1}{3}\pi - \alpha_u \right), \quad (6.10)$$

pro $g = 1, 2, \dots, 8$. Odtud subvektor vazebních sil mezi pokrytím vybraného palivového proutku a buňkami distančních mřížek na všech úrovních je pak v souladu se zavedením vektoru zobecněných souřadnic v (6.2) pro $X = C$ dán jako

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{SG,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, t) &= [0, 0, 0, 0, N_{\xi,1}, N_{\eta,1}, 0, 0, \dots \\ &\quad \dots N_{\xi,g}, N_{\eta,g}, 0, 0, \dots, N_{\xi,8}, N_{\eta,8}, 0, 0]^T \in \mathbb{R}^{n_C}. \end{aligned} \quad (6.11)$$



Obrázek 6.2.: Řez palivovým proutkem při interakci obou subsystémů

Vektory $\mathbf{f}_{P,C} \in \mathbb{R}^{n_C}$ v (6.3) a vektor $\mathbf{f}_{C,P} \in \mathbb{R}^{n_P}$ v (6.4) obsahují rázové kontaktní síly $N_i^{P,C}$, $N_i^{C,P} = -N_i^{P,C}$, mezi sloupcem palivových tablet a pokrytím na úrovních všech uzlů $i = 1, 2, \dots, 15$ (obr. 6.1). Rázové síly jsou uvažovány ve tvaru

$$N_i = k_c(e_i(t) - \delta)\mathcal{H}(e_i(t) - \delta), \quad i = 1, 2, \dots, 15, \quad (6.12)$$

kde k_c je kontaktní tuhost, δ je radiální vůle mezi oběma subsystémy a

$$e_i(t) = \sqrt{\left(\xi_i^{(P)}(t) - \xi_i^{(C)}(t)\right)^2 + \left(\eta_i^{(P)}(t) - \eta_i^{(C)}(t)\right)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, 15, \quad (6.13)$$

je relativní excentricita obou subsystémů na úrovni uzlu i . Heavisideova funkce ve výrazu (6.12) opět reprezentuje rázový charakter sil, kdy síla je anulována pro relativní excentricity menší než radiální vůle. Úhly určující nositelky rázových sil jsou podle obr. 6.2 dány jako

$$\cos \gamma_i = \frac{\xi_i^{(P)} - \xi_i^{(C)}}{e_i}, \quad \sin \gamma_i = \frac{\eta_i^{(P)} - \eta_i^{(C)}}{e_i}. \quad (6.14)$$

Podle (6.2) mají subvektory rázových kontaktních sil mezi sloupcem palivových tablet a pokrytím PP tvar

$$\mathbf{f}_{P,C} = \sum_{i=1}^{15} \begin{bmatrix} \vdots \\ N_i \cos \gamma_i & \dots 4(i-1) + 1 \\ N_i \sin \gamma_i & \dots 4(i-1) + 2 \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_{C,P} = \sum_{i=1}^{15} \begin{bmatrix} \vdots \\ -N_i \cos \gamma_i & \dots 4(i-1) + 1 \\ -N_i \sin \gamma_i & \dots 4(i-1) + 2 \\ \vdots \end{bmatrix}. \quad (6.15)$$

Vliv tuhosti fixátoru je uvážen prostřednictvím laterálních elastických sil

$$F_\xi = \lambda k_F \left(\xi_{15}^{(P)} - \xi_{16}^{(C)} \right), \quad F_\eta = \lambda k_F \left(\eta_{15}^{(P)} - \eta_{16}^{(C)} \right), \quad (6.16)$$

ve tvaru

$$\mathbf{f}_F^{(C)} = \lambda k_F \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \xi_{15}^{(P)} - \xi_{16}^{(C)} & \dots 61 \\ \eta_{15}^{(P)} - \eta_{16}^{(C)} & \dots 62 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_F^{(P)} = -\lambda k_F \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \xi_{15}^{(P)} - \xi_{16}^{(T)} & \dots 57 \\ \eta_{15}^{(P)} - \eta_{16}^{(T)} & \dots 58 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6.17)$$

kde λk_F je laterální tuhost fixační pružiny. Vliv osové síly pružinového fixátoru je zahrnut do matice tuhosti, viz kap. 3. Je uvážena předepínací osová síla F_F – tlaková na sloupec palivových tablet a tahová na pokrytí PP.

Druhé řádky v maticových rovnicích (6.3), (6.4) doplněné o matice proporcionálního tlumení jsou

$$\mathbf{M}_F^{(C)} \ddot{\mathbf{q}}_F^{(C)} + \mathbf{B}_F^{(C)} \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)} + \mathbf{K}_F^{(C)} \mathbf{q}_F^{(C)} = \\ - \mathbf{M}_{F,L}^{(C)} \ddot{\mathbf{q}}_L^{(C)} - \mathbf{K}_{F,L}^{(C)} \mathbf{q}_L^{(C)} + \mathbf{f}_{SG,C} \left(\mathbf{q}_F^{(C)}, t \right) + \mathbf{f}_{P,C} \left(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)} \right) + \mathbf{f}_F^{(C)}, \quad (6.18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_F^{(P)} \ddot{\mathbf{q}}_F^{(P)} + \mathbf{B}_F^{(P)} \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)} + \mathbf{K}_F^{(P)} \mathbf{q}_F^{(P)} = \\ - \mathbf{M}_{F,L}^{(P)} \ddot{\mathbf{q}}_L^{(P)} - \mathbf{K}_{F,L}^{(P)} \mathbf{q}_L^{(P)} + \mathbf{f}_{C,P} \left(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)} \right) + \mathbf{f}_F^{(P)}. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Modely (6.18) a (6.19) obou subsystémů mohou být vyjádřeny v konfiguračním prostoru $\mathbf{q} = \left[\left(\mathbf{q}_F^{(C)} \right)^T, \left(\mathbf{q}_F^{(P)} \right)^T \right]^T$ dimenze $n = n_C + n_P$ jako

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_F^{(C)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_F^{(P)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_F^{(C)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_F^{(P)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_F^{(C)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_F^{(P)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)} \\ \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)} \end{bmatrix} + \\ + \left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_F^{(C)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_F^{(P)} \end{bmatrix} + \mathbf{K}_F \right) \begin{bmatrix} \mathbf{q}_F^{(C)} \\ \mathbf{q}_F^{(P)} \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_L^{(C)}(t) \\ \mathbf{f}_L^{(P)}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{SG,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{P,C} \left(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)} \right) \\ \mathbf{f}_{C,P} \left(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)} \right) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6.20)$$

kde \mathbf{K}_F je matice tuhosti vazby mezi oběma subsystémy prostřednictvím pružinového fixátoru daná jako

$$\mathbf{K}_F = \lambda k_F \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 1 & 0 & \dots & -1 & 0 & \dots & \dots 61 \\ \dots & 0 & 1 & \dots & 0 & -1 & \dots & \dots 62 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & -1 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & \dots 121 \\ \dots & 0 & -1 & \dots & 0 & 1 & \dots & \dots 122 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

a subvektory

$$\mathbf{f}_L^{(X)}(t) = -\mathbf{M}_{F,L}^{(X)} \ddot{\mathbf{q}}_L^{(X)} - \mathbf{K}_{F,L}^{(X)} \mathbf{q}_L^{(X)}, \quad X = C, P, \quad (6.22)$$

vyjadřují kinematické buzení vyvolané pohybem dolní upínací desky PS. Pohyb upínací desky, vyvolaný tlakovými pulzacemi chladiva, je získán z globálního modelu reaktoru ve stavu rozvinutých záznejových kmitů [47]. Pro potřeby modelu vybraného PP je nutné transformovat pohyb dolní upínací desky do pohybu příslušného kinematicky buzeného uzlu PP. Transformace je prováděna analogicky jako v kap. 5, zde ovšem s vynecháním souřadnic příslušejících torzním a axiálním souřadnicím kinematicky buzeného uzlu PP a s úpravou transformační matice odpovídající zobecněným souřadnicím ve vektorech $\mathbf{q}_L^{(X)}$ v (6.2).

Matematický model PP (6.20) lze formálně přepsat do tvaru

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{q}, t), \quad (6.23)$$

kde $\mathbf{M}, \mathbf{B}, \mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n,n}$ jsou globální matice hmotnosti, tlumení a tuhosti. Kinematické buzení obou subsystémů a nelineární vazební síly jsou zde zahrnuty ve vektoru $\mathbf{f}(\mathbf{q}, t)$.

Aby bylo možné provést numerickou integraci modelu (6.23) v časové oblasti, je nutné převést systém do stavového prostoru a formulovat tak původní soustavu diferenciálních rovnic druhého řádu (6.23) jakožto soustavu prvního řádu o dvojnásobném počtu rovnic

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{F}(\mathbf{u}, t), \quad (6.24)$$

kde

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

je tzv. stavový vektor a systémová matice \mathbf{A} a vektor buzení ve stavovém prostoru $\mathbf{F}(\mathbf{q}, t)$ mají tvar

$$\mathbf{A} = - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{E} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(\mathbf{u}, t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}(\mathbf{q}, t) \end{bmatrix}. \quad (6.26)$$

6.1.1. Otěr palivových proutků

Otěr PP je typem opotřebení, který se objevuje v kontaktu palivového proutku s buňkami distančních mřížek (tzv. *grid-to-rod fretting*) při kmitání palivových souborů. Závisí na materiálových parametrech obou těles v kontaktním bodě a na skluzových rychlostech, resp. kontaktních silách.

Vertikální skluzové rychlosti pokrytí PP v kontaktních bodech s buňkami distančních mřížek (viz obr. 6.1 vlevo) způsobené rozkmitáním PS jsou

$$\begin{aligned} \dot{z}_{1,g} &= -r \left[\sin \alpha_u \dot{\vartheta}_g^{(C)} + \cos \alpha_u \dot{\psi}_g^{(C)} \right], \\ \dot{z}_{2,g} &= r \left[\sin \left(\frac{2}{3}\pi - \alpha_u \right) \dot{\vartheta}_g^{(C)} - \cos \left(\frac{2}{3}\pi - \alpha_u \right) \dot{\psi}_g^{(C)} \right], \\ \dot{z}_{3,g} &= r \left[-\sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha_u \right) \dot{\vartheta}_g^{(C)} + \cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha_u \right) \dot{\psi}_g^{(C)} \right], \end{aligned} \quad (6.27)$$

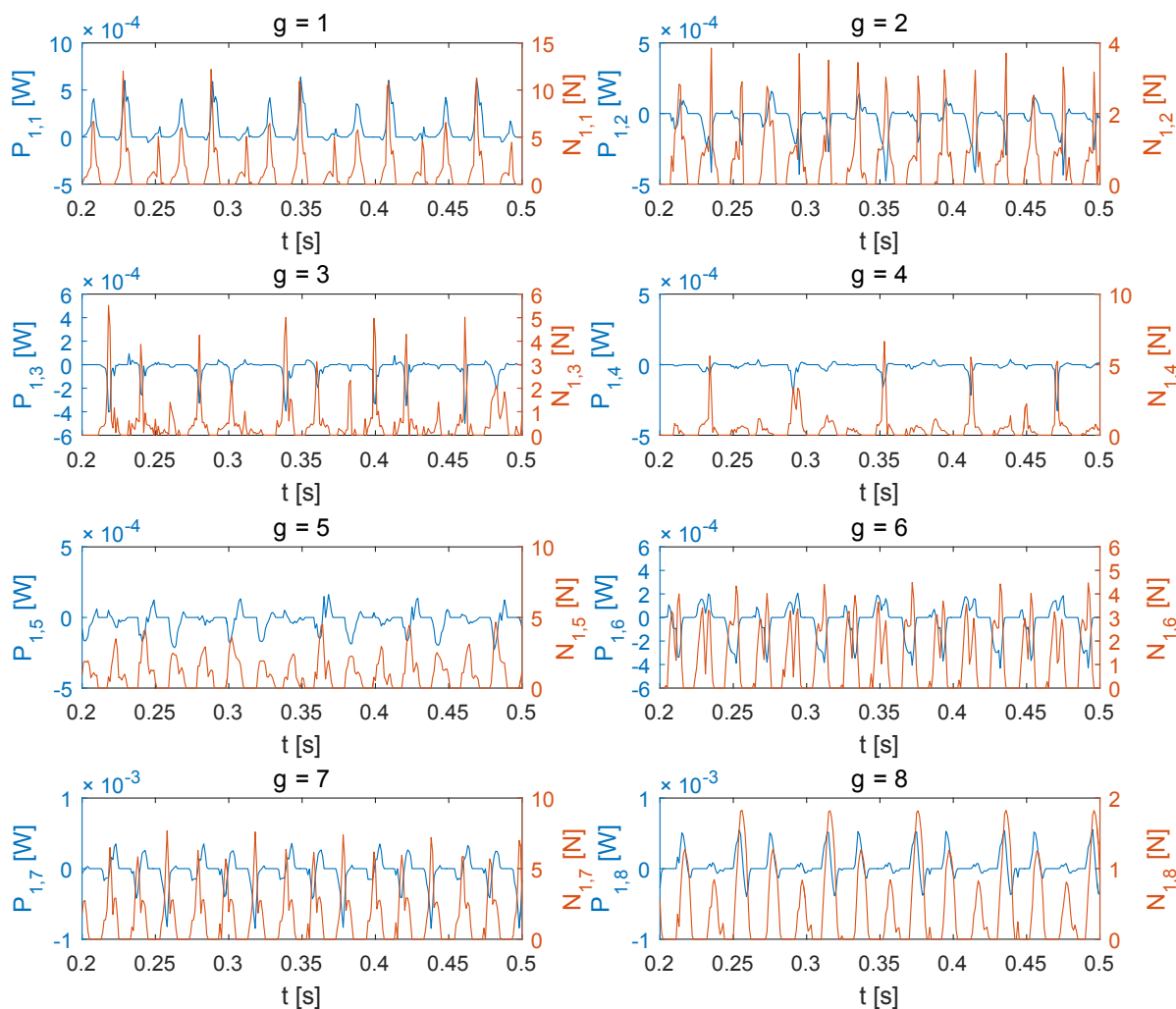
kde r je vnější poloměr pokrytí PP a $\dot{\vartheta}_g^{(C)}, \dot{\psi}_g^{(C)}$ jsou ohybové rychlosti natáčení průřezů. Kritérium otěru PP může být vyjádřeno prostřednictvím práce třecích sil v určitém reprezentativním časovém intervalu $t \in \langle t_1, t_2 \rangle$ jako

$$W_{l,g} = \int_{t_1}^{t_2} f_0 |N_{l,g}(t) \dot{z}_{l,g}(t)| dt, \quad l = 1, 2, 3, \quad g = 1, 2, \dots, 8, \quad (6.28)$$

kde f_0 je koeficient tření. *Hodinový otěr* pokrytí PP, vyjádřený v gramech pro danou kontaktní plošku lze vyjádřit jako

$$\Delta m_{l,g} = \mu \frac{f(\omega)}{f_0} W_{l,g} \frac{3600}{t_2 - t_1}, \quad l = 1, 2, 3, \quad g = 1, 2, \dots, 8, \quad (6.29)$$

kde μ [gJ^{-1}] je experimentálně určený otěr, tj. úbytek hmotnosti pokrytí PP v kontaktní plošce vyvolané prací třecí síly $W = 1$ [J] při frekvenci buzení ω , a $f(\omega)$ je experimentálně zjištěný koeficient tření při téže frekvenci [31].

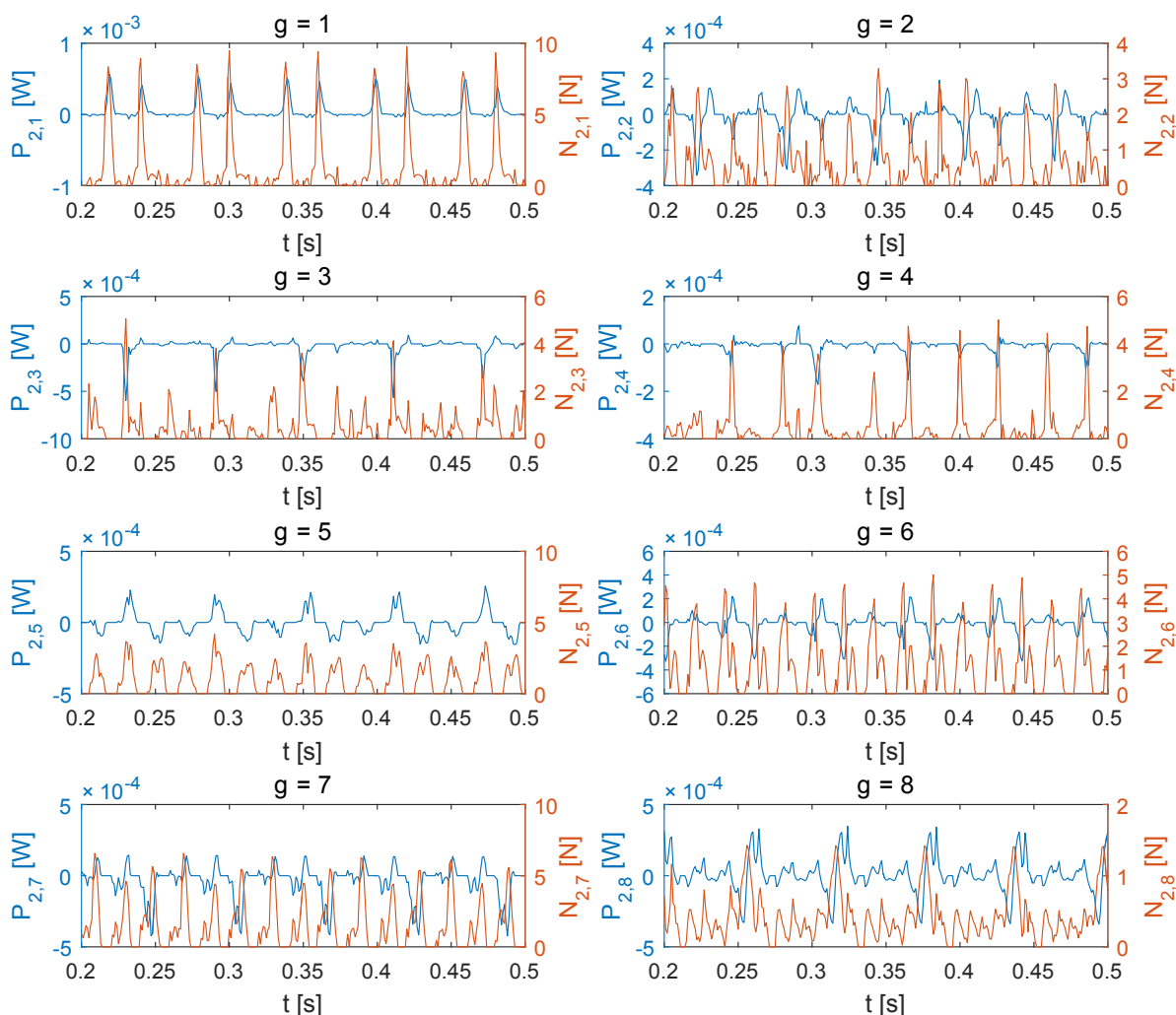


Obrázek 6.3.: Síly přenášené buňkami $l = 1$ distančních mřížek a výkon třecích sil při statickém předpětí buněk $F_0 = 0$ [N], osové síle fixátoru $F_F = 5$ [N] a při vůli $\delta = 50$ [μm]

6.1.2. Numerické simulace

Numerické simulace pohybu palivového proutku za předpokladu rázových interakcí mezi sloupcem palivových tablet a pokrytím PP a při uvažování možnosti odléhání byly provedeny v prostředí MATLAB pomocí Rungeovy-Kuttaovy metody čtvrtého řádu s adaptivním krokem v časové oblasti. Při simulacích jsou uvažovány nulové počáteční podmínky $\mathbf{q}(0) = \mathbf{0}$ a $\dot{\mathbf{q}}(0) = \mathbf{0}$ a simulace je prováděna v časovém intervalu $t \in \langle 0; 0,5 \rangle$ [s]. Tento časový interval se ukazuje jako dostatečný vzhledem k charakteru odezvy. Kmitání v časovém intervalu $t \in \langle 0,2; 0,5 \rangle$ [s] lze charakterizovat jako ustálené, neboť přechodové kmity již v dostatečné míře odezněly. Všechny výsledky uvedené v této kapitole se vztahují k náhodně vybranému proutku $u = 46$, $s = 3$ z PS na obr. 4.1.

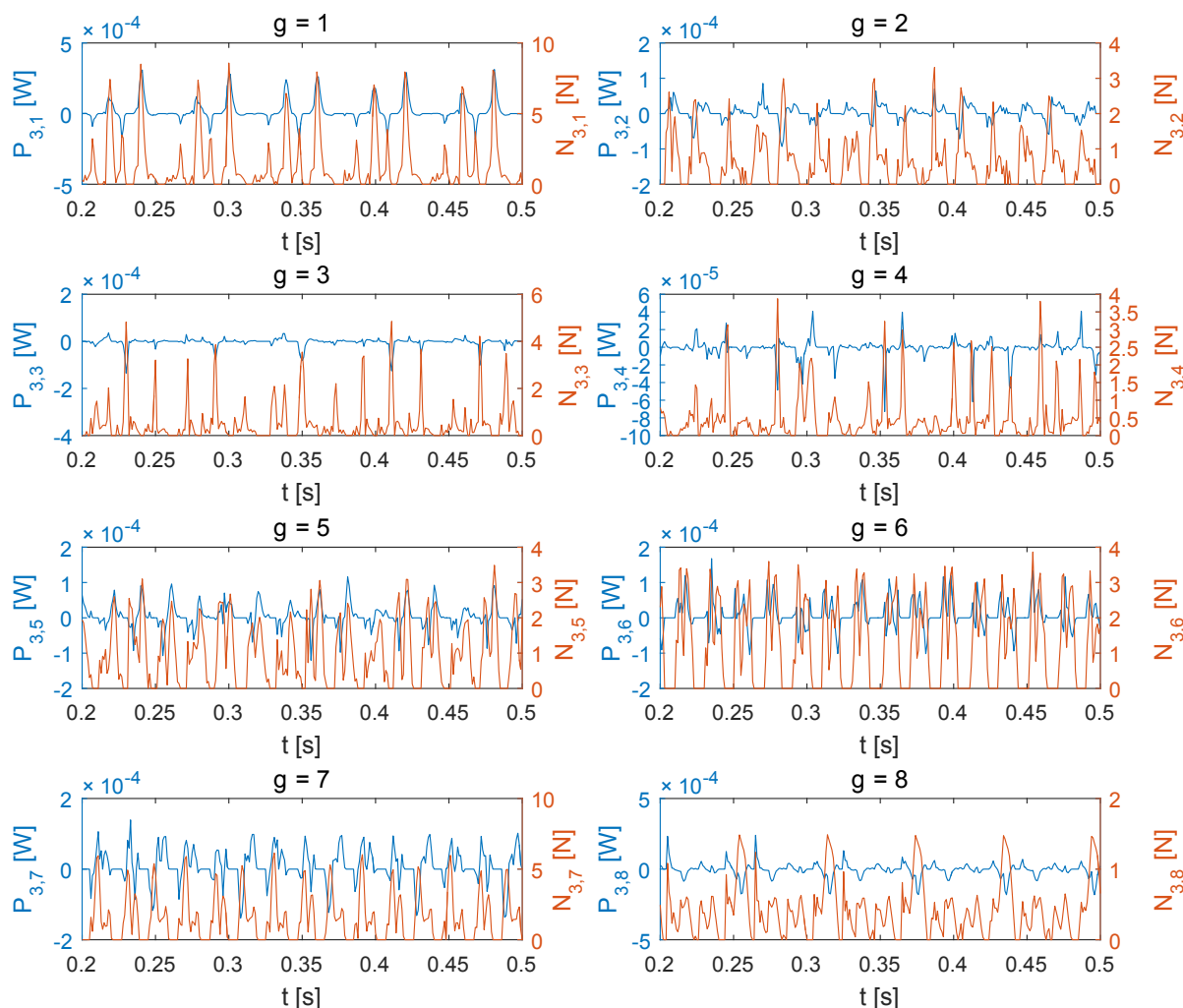
Jak bylo řečeno v úvodu kapitoly, je provozní stav reaktoru charakterizován trojicí parametrů, a to radiální vůlí δ mezi sloupcem palivových tablet a pokrytím PP, statickým



Obrázek 6.4.: Síly přenesené buňkami $l = 2$ distančních mřížek a výkon třecích sil při statickém předpětí buněk $F_0 = 0$ [N], osově síle fixátoru $F_F = 5$ [N] a při vůli $\delta = 50$ [μm]

předepnutím F_0 buněk distančních mřížek a osovou silou pružinového fixátoru F_F . Pro každou konkrétní trojici těchto parametrů lze provést simulaci pohybu a určit tak odezvu palivového proutku na kinematické buzení od pohybu dolní upínací desky a od středu buněk distančních mřížek, způsobené tlakovými pulsacemi chladiva. Na základě této odezvy lze vypočítat v úrovni všech distančních mřížek práci třecích sil podle výše uvedených vztahů, a odtud určit hodnoty hodinového otěru.

Pro ilustraci jsou na obr. 6.3 až obr. 6.5 uvedeny síly přenesené buňkami $l = 1$ až $l = 3$ při vyloučení statického předpětí, kdy $F_0 = 0$ [N], osově síle fixátoru $F_F = 5$ [N] a při vůli $\delta = 50$ [μm]. Je zde patrné, že síly přenesené buňkami oscilují kolem střední hodnoty, která je dána hodnotou statického předpětí (tento jev se potvrzuje i při vyšších statických předpětích) a charakter těchto sil odpovídá přítomnosti nelineárních jevů daných možnostmi odléhání pokrytí PP od buněk distančních mřížek.



Obrázek 6.5.: Síly přenášené buňkami $l = 3$ distančních mřížek a výkon třecích sil při statickém předpětí buněk $F_0 = 0$ [N], osové síle fixátoru $F_F = 5$ [N] a při vůli $\delta = 50$ [μm]

Dále jsou na obr. 6.3 až obr. 6.5 ukázány časové průběhy výkonu třecích sil v daných kontaktních bodech, z nichž lze podle (6.28) a (6.29) určit hodnotu hodinového otěru pokrytí PP.

6.1.3. Analýza závislosti otěru palivových proutků TVSA-T na provozních parametrech JE

Důležitou analýzou s ohledem na otěr PP je analýza vlivu tří uvažovaných provozních parametrů – radiální vůle δ , statického předepnutí buněk distančních mřížek F_0 a osové síly fixátoru F_F – na otěr palivových proutků. Při znalosti vývoje těchto tří parametrů v rámci kampaně lze simulovat změnu otěru s pokračujícím časem v rámci kampaně při referenční hodnotě parametru otěru $\mu = 10^{-9}$ [g/J].

Na obr. 6.6 je ukázán hodinový otěr pokrytí PP v kontaktu se všemi třemi buňkami

$l = 1, 2, 3$ distančních mřížek v závislosti na radiální vůli $\delta = \langle 0, 60 \rangle [\mu m]$ při předepínací síle buněk distančních mřížek $F_0 = 20$ [N] a osově síle pružinového fixátoru $F_F = 5$ [N]. Analogicky na obr. 6.7 je ukázán hodinový otěr pokrytí PP v kontaktu s buňkami $l = 1, 2, 3$ v závislosti na osově síle pružinového fixátoru $F_F = \langle 0, 15 \rangle$ [N] při radiální vůli $\delta = 65 [\mu m]$ a při předepínací síle buněk distančních mřížek $F_0 = 20$ [N].

Nejobecnějším výstupem matematického modelu jsou pak závislosti ukázané v grafech na obr. 6.8 až 6.10, kde je vynesena závislost hodinového otěru na statickém předepnutí buněk $F_0 \in \langle 0, 20 \rangle$ [N] a radiální vůli $\delta = \langle 0, 60 \rangle [\mu m]$ mezi sloupcem palivových tablet a pokrytím PP. Tyto výpočty byly provedeny pro různé hodnoty přítláčné síly pružinového fixátoru F_F . Na základě výše uvedených výsledků lze konstatovat dominantní vliv statického předepnutí buněk distančních mřížek na otěr PP, slabší vliv radiální vůle a rovněž slabší vliv síly v pružinovém fixátoru. Snižování statického předpětí buněk se projeví poklesem střední hodnoty normálových sil přenášených vazbou pokrytí PP s buňkami distančních mřížek, což vede k nižší práci třecích sil, a tedy k nižším hodnotám hodinového otěru. Snižování vůle v rámci kampaně se projeví mírným nárůstem práce třecích sil u nejvíce zatížených buněk, a tedy i zvýšením hodnot hodinového otěru. Se zvyšováním předepnutí fixátoru se mírně zvyšuje práce třecích sil v kontaktních bodech, a tedy se zvyšuje i hodnota hodinového otěru. K největšímu otěru dochází na úrovni nejvyšší (osmé) distanční mřížky. Pro srovnání hodnot otěru v různých fázích kampaně byly vybrány tyto provozní stavy

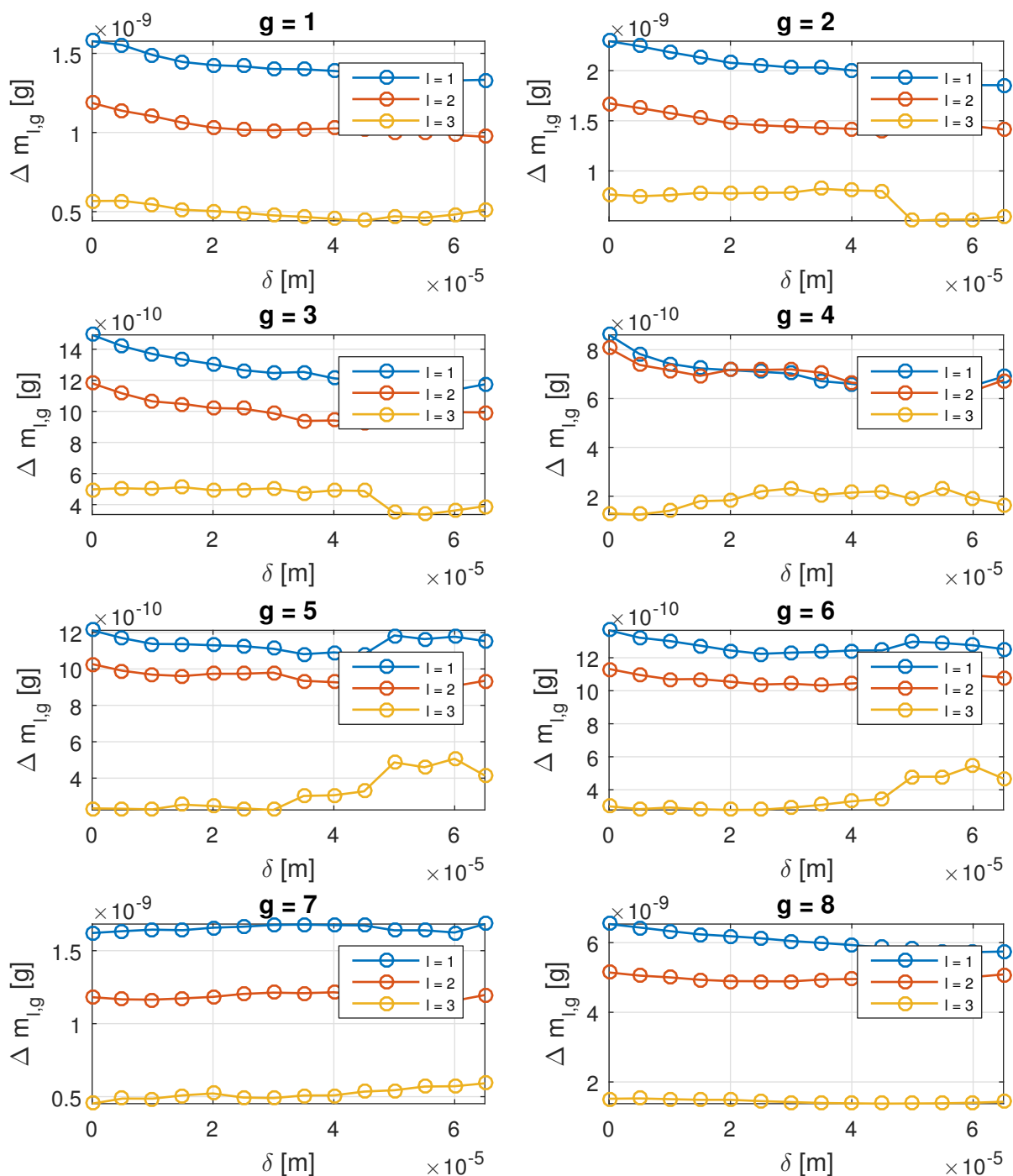
- a) $F_0 = 20$ [N], $\delta = 65 [\mu m]$, $F_F = 5$ [N] ... začátek kampaně,
- b) $F_0 = 10$ [N], $\delta = 10 [\mu m]$, $F_F = 7,5$ [N] ... stav uvnitř kampaně,
- c) $F_0 = 0$ [N], $\delta = 0 [\mu m]$, $F_F = 10$ [N] ... stav blízky ukončení kampaně.

Hodnoty otěru pro vybrané provozní stavy jsou uvedeny v tab. 6.2. Detailnější diskuse výsledků bude provedena v kap. 6.2.2.

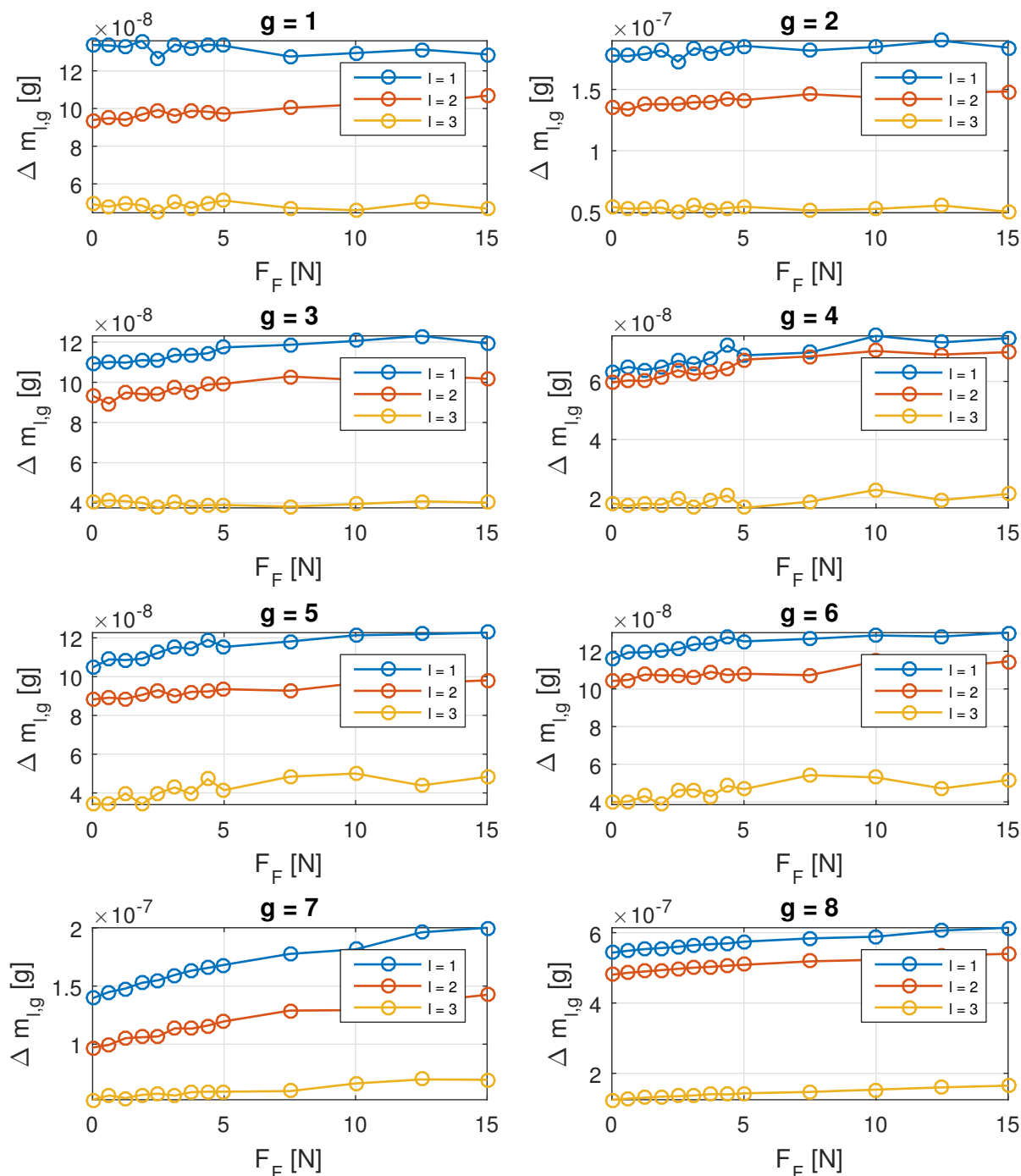
6.1.4. Linearizace silně nelineárního modelu PP prostřednictvím parametrické optimalizace

Obsah této kapitoly je úzce motivován provozními požadavky. Jak bylo uvedeno v předchozích kapitolách, v průběhu provozu reaktoru dochází ke změně parametrů (vůle δ , statického předpětí buněk F_0 distančních mřížek a síly v pružinovém fixátoru F_F), čímž je rovněž ovlivněn charakter kmitání PP a celého palivového souboru. Kmitání tlakové nádoby a vybraných palivových souborů je monitorováno diagnostickým systémem JE. Motivací této kapitoly je určit podle naměřených frekvenčních charakteristik, v jaké fázi kampaně se daný PS nachází – např. zda již došlo k *uzamčení* sloupce palivových tablet (tj. k jejich rozbobtnání způsobujícímu trvalý nebo téměř trvalý kontakt mezi sloupcem palivových tablet a pokrytím PP).

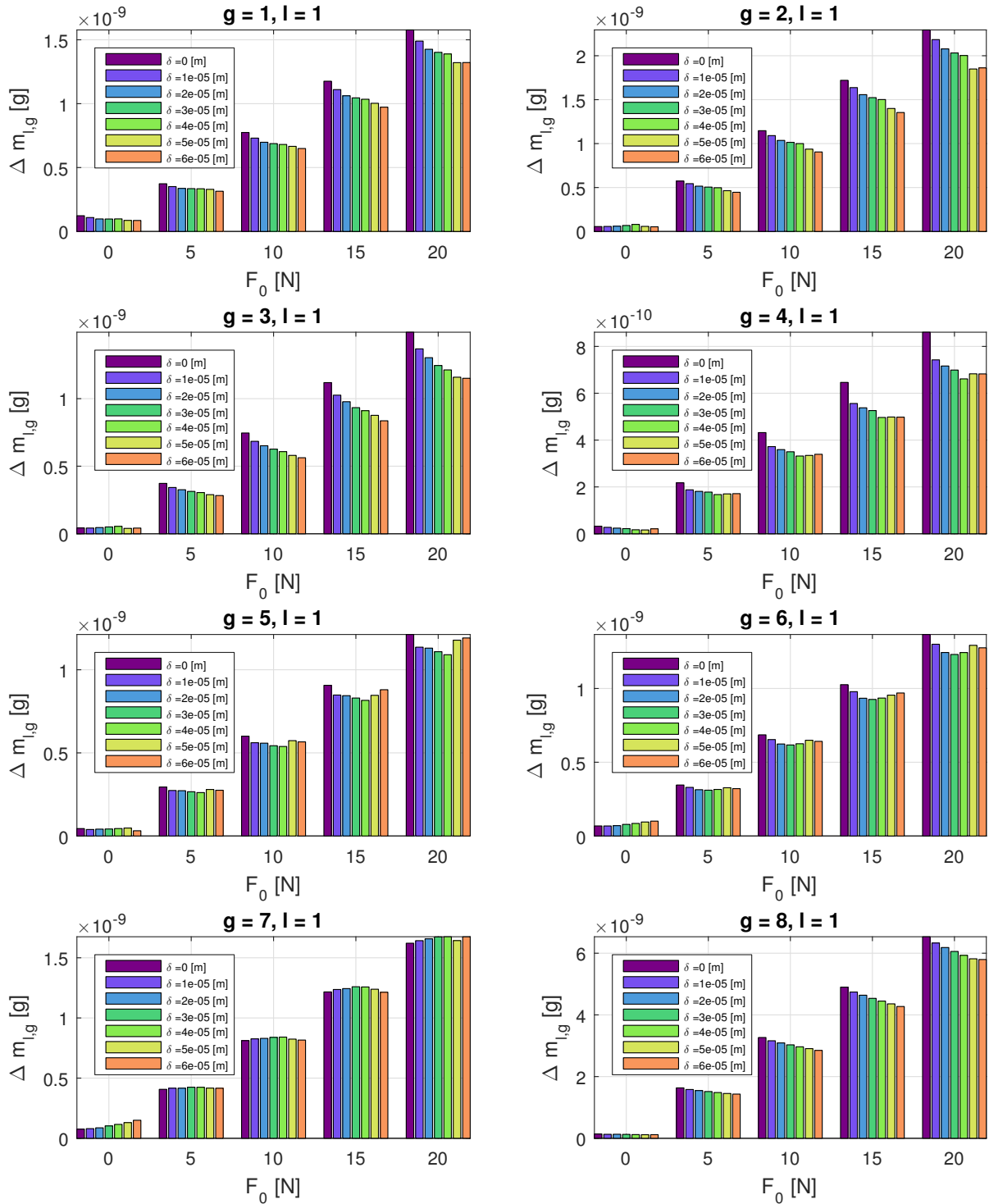
Sledovat změnu frekvenčních charakteristik celého PS při uvažování všech výše uvedených nelinearit v každém z 312 PP je výpočtově nerealizovatelné. Jednou z možností, jak přesto alespoň přibližně sledovat změnu charakteru kmitání v rámci kampaně, je vybrání konečného počtu stavů charakterizujících jednotlivé fáze kampaně a pro každý



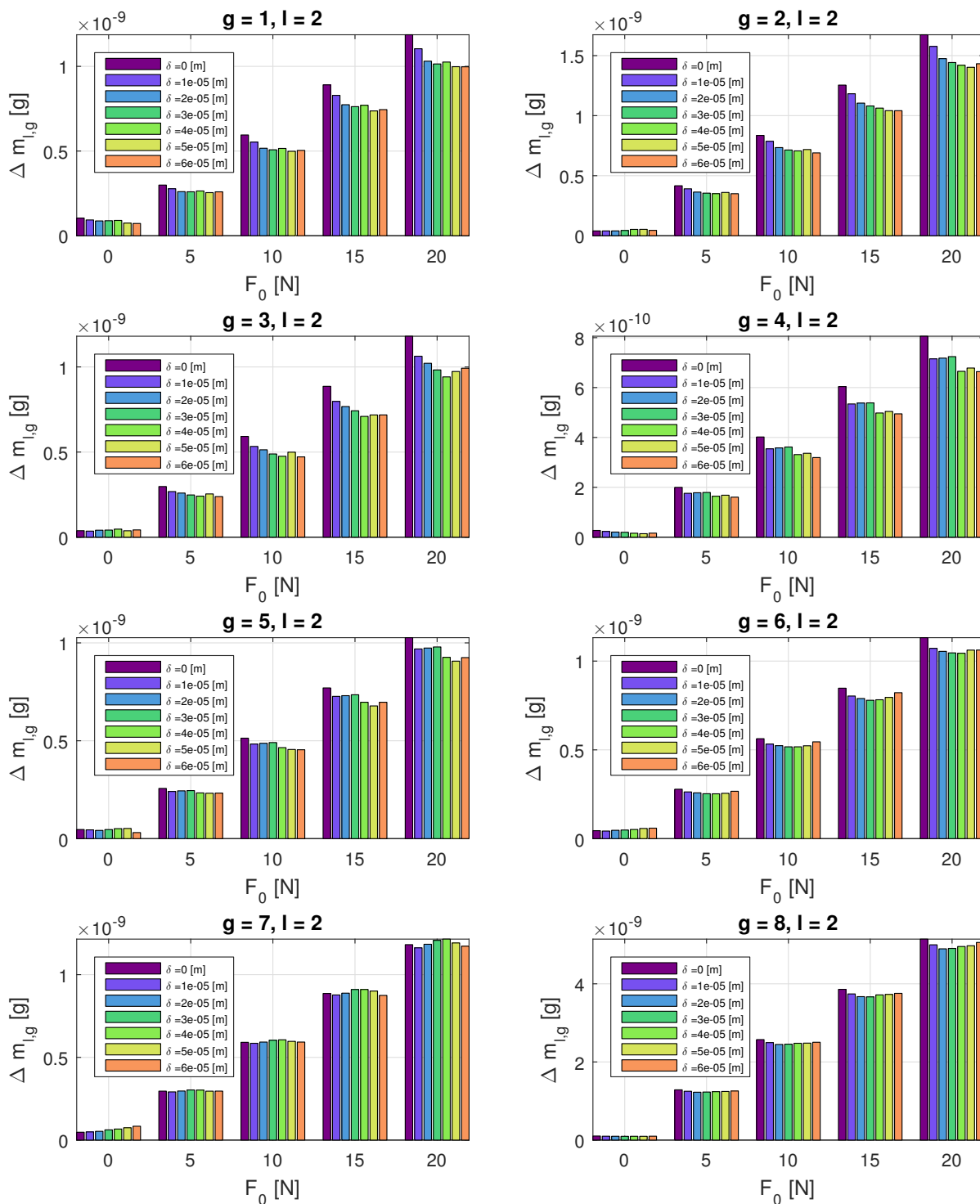
Obrázek 6.6.: Závislost hodinového otěru pokrytí PP v kontaktu s buňkami $l = 1, 2, 3$ na radiální vůli $\delta = \langle 0, 65 \rangle$ [μm] při předepínací síle buněk distančních mřížek $F_0 = 20$ [N] a osově síle pružinového fixátoru $F_F = 5$ [N]



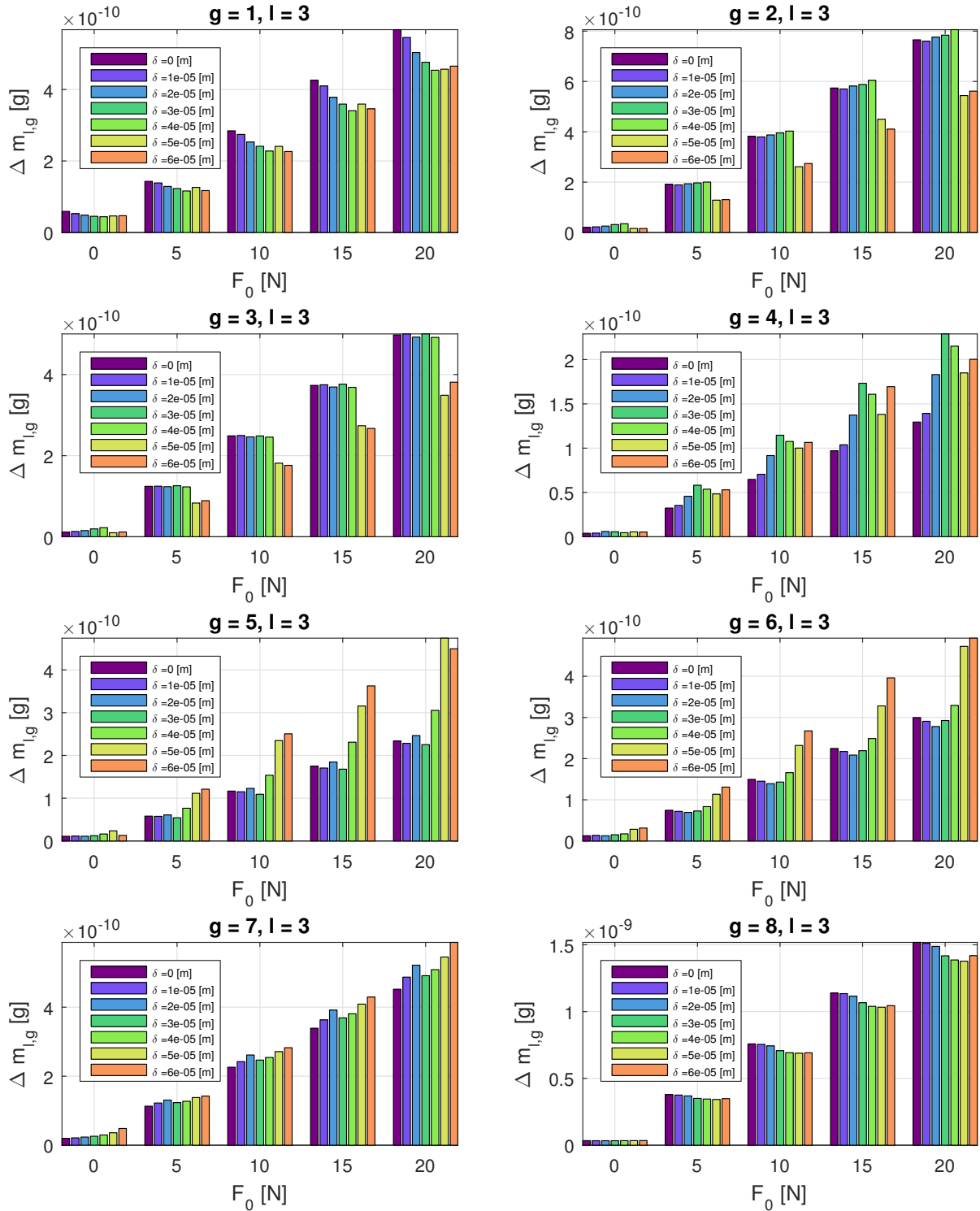
Obrázek 6.7.: Závislost hodinového otěru pokrytí PP v kontaktu s buňkami $l = 1, 2, 3$ na osově síle pružinového fixátoru $F_F = \langle 0, 15 \rangle$ [N] při radiální vůli $\delta = 65$ [μm] a při předepínací síle buněk distančních mřížek $F_0 = 20$ [N]



Obrázek 6.8.: Hodinový ořer pokrytí PP v kontaktu s buňkou $l = 1$ v závislosti na předepínací síle buněk distančních mřížek $F_0 \in \langle 0, 20 \rangle$ [N], radiální vůli $\delta = \langle 0, 60 \rangle$ [μm] a statickém předepnutí pružinového fixátoru $F_F = 5$ [N]



Obrázek 6.9.: Hodinový ořez pokrytí PP v kontaktu s buňkou $l = 2$ v závislosti na předepínací síle buněk distančních mřížek $F_0 \in \langle 0, 20 \rangle$ [N], radiální vůli $\delta = \langle 0, 60 \rangle$ [μm] a statickém předepnutí pružinového fixátoru $F_F = 5$ [N]



Obrázek 6.10.: Hodinový otěr pokrytí PP v kontaktu s buňkou $l = 3$ v závislosti na předepínací síle buněk distančních mřížek $F_0 \in \langle 0, 20 \rangle$ [N], radiální vůli $\delta \in \langle 0, 60 \rangle$ [μm] a statickém předepnutí pružinového fixátoru $F_F = 5$ [N]

Index distanční mřížky g	index buňky l	$F_0 = 20$ [N], $\delta = 65$ [μm], $F_F = 5$ [N]	$F_0 = 10$ [N], $\delta = 10$ [μm], $F_F = 7,5$ [N]	$F_0 = 0$ [N], $\delta = 0$ [μm], $F_F = 10$ [N]
1	1	1.2955e-09	7.2728e-10	1.2247e-10
1	2	9.8234e-10	5.5282e-10	1.0375e-10
1	3	4.6975e-10	2.6438e-10	5.8228e-11
2	1	1.7956e-09	1.0964e-09	5.5969e-11
2	2	1.4023e-09	7.8978e-10	4.0182e-11
2	3	5.1147e-10	3.8427e-10	2.0072e-11
3	1	1.1666e-09	6.9113e-10	4.2212e-11
3	2	9.6799e-10	5.3658e-10	3.7868e-11
3	3	3.8753e-10	2.5145e-10	1.1565e-11
4	1	6.9503e-10	3.7884e-10	3.1923e-11
4	2	6.5161e-10	3.6013e-10	2.6856e-11
4	3	1.8381e-10	7.0677e-11	3.8709e-12
5	1	1.1649e-09	5.6302e-10	4.4491e-11
5	2	9.2635e-10	4.854e-10	4.5829e-11
5	3	4.1962e-10	1.1654e-10	1.1034e-11
6	1	1.2575e-09	6.5638e-10	6.7644e-11
6	2	1.0892e-09	5.3687e-10	4.508e-11
6	3	4.576e-10	1.4353e-10	1.2781e-11
7	1	1.6988e-09	8.6721e-10	8.3227e-11
7	2	1.1831e-09	6.1104e-10	5.2107e-11
7	3	5.974e-10	2.5645e-10	2.1094e-11
8	1	5.74e-09	3.2258e-09	1.3902e-10
8	2	5.0948e-09	2.5446e-09	1.0586e-10
8	3	1.4267e-09	7.781e-10	3.5346e-11

Tabulka 6.2.: Hodinový otěr vybraného palivového proutku v úrovni všech distančních mřížek $g = 1 \dots 8$ ve všech kontaktních bodech $l = 1 \dots 3$ pro vybrané kombinace parametrů simulující stav v různých fázích kampaně

takto vybraný stav provést linearizaci nelineárního modelu PP [α13], tj. jeho nahrazení lineárním modelem fiktivního nosníku. Parametry linearizovaného nosníku pak lze dosadit do modelu palivového souboru a provést jeho modální analýzu. Z modální analýzy linearizovaných modelů pro vybrané stavy lze sledovat změnu vlastních frekvencí PS. Ve výše uvedeném matematickém modelu (6.20) je stav systému (jeho pokročilost v rámci jedné kampaně reaktoru) určen trojicí parametrů δ , F_0 , F_F . Jejich změna v rámci kampaně je uvažována lineární mezi dvěma extrémními stavy, viz tab. 6.3. Radiální vůle δ je na počátku kampaně $\delta = 65$ [μm], vlivem rozbobtnávání palivových tablet dochází k jejímu snižování, až dojde k jejímu poklesu na $\delta = 0$ [μm]. Statické předepnutí buněk distančních mřížek je na počátku maximální, a sice $F_0 = 20$ [N]. Vlivem otěru palivových

	Stav I	Stav II	Stav III	Stav IV
radiální vůle δ [μm]	65	43, 3	21, 7	0
statické předeptnutí F_0 [N]	20	13, 3	6, 7	0
osová síla fixátoru F_F [N]	5	6, 7	8, 3	10

Tabulka 6.3.: Vývoj určujících parametrů v rámci kampaně: stav I odpovídá počátku a stav IV konci kampaně

proutků dochází ke snižování tohoto předeptnutí a v extrémním případě k jeho poklesu na nulovou hodnotu $F_0 = 0$ [N] na konci kampaně. Předepínací síla fixátoru rovněž vlivem rozbobtnávání palivových tablet v průběhu kampaně roste, a to mezi hodnotami $F_F = 5$ [N] na počátku a $F_F = 10$ [N] na konci kampaně.

Pro každý ze stavů naznačených v tab. 6.3 lze prostřednictvím numerických simulací vypočítat odezvu $\mathbf{q}(t)$. Cílem úlohy linearizace je nalézt takový fiktivní lineární nosník, jehož odezva při buzení tlakovými pulsacemi chladiva bude co nejbližší odezvě původního nelineárního systému. Fiktivní nosník je uvažován jako jednorozměrné Eulerovo-Bernoulliovo kontinuum o po částech mezikruhovém průřezu a jeho model je vytvořen metodou konečných prvků při uvažování osmi, event. šestnácti, elementů s pružnými podporami v úrovních odpovídající umístění buněk distančních mřížek. Tento nosník je následně podroben procesu identifikace prostřednictvím parametrické optimalizace. Optimalizačními parametry linearizovaného fiktivního nosníku jsou Youngovy moduly pružnosti E_i , hustoty ρ_i , vnitřní průměry d_i a vnější průměry D_i jednotlivých elementů $i = 1, \dots, 8$, poměrné útlumy $\zeta_j, j = 1, 2$, prvních dvou vlastních tvarů kmitu a tuhosti buněk distančních mřížek $k_g, g = 1, \dots, 8$. Optimalizační parametry jsou uspořádány do vektoru \mathbf{p} , definovaného jako

$$\mathbf{p} = [E_1, \dots, E_8, \rho_1, \dots, \rho_8, d_1, \dots, d_8, D_1, \dots, D_8, \zeta_1, \zeta_2, k_1, \dots, k_8]^T \in \mathbb{R}^{42}. \quad (6.30)$$

Vzhledem k tomu, že veličiny ve vektoru optimalizačních parametrů (6.30) jsou fyzikálně různé a jejich hodnoty se značně liší (moduly pružnosti E_i nabývají řádově hodnot 10^{11} [Pa], průměry pak řádově 10^{-2} [m]), je nutné převést parametry do bezrozměrného tvaru. To lze provést např. zavedením bezrozměrných parametrů

$${}^*p_k = \frac{p_k}{p_k^0}, \quad k = 1, \dots, 42, \quad (6.31)$$

kde $p_k^0, k = 1, \dots, 42$, jsou referenční hodnoty parametrů. Aby bylo dosaženo pouze fyzikálně smysluplných řešení, je účelné zavést omezení jednotlivých parametrů. V dalším byla uvažována následující omezení

$$\begin{aligned} 0, 2 \leq {}^*p_k \leq 3 & \quad \text{pro } k = 1, \dots, 16 \cup k = 25, \dots, 42, \\ 0 \leq {}^*p_k \leq 3 & \quad \text{pro } k = 17, \dots, 24, \end{aligned} \quad (6.32)$$

kde druhý řádek (6.32) ponechává možnost vnitřním průměrům nabývat až nulové hodnoty (plný válcový element). Dále je nutné formulovat nerovnicové omezení¹

$${}^*p_k \leq {}^*p_{k+8}, \quad k = 17, \dots, 24, \quad (6.33)$$

¹Při uvažování rozdělení fiktivního nosníku na šestnáct elementů je dále uvažováno také rovnicové

které zamezuje vnitřnímu průměru daného elementu být větší nebo roven než vnější průměr téhož elementu. Formulace cílové funkce doznala v průběhu numerických experimentů několika změn; na počátku byla cílová funkce definována jako

$$\begin{aligned}
 \psi_1(\mathbf{p}, \delta, F_0, F_F) &= \\
 &= \sum_{i=1}^{16} \sum_{j=N_1}^{N_2} \left[\left(1 - \frac{\xi_i^l(t_j, \mathbf{p})}{\xi_i^n(t_j, \delta, F_0, F_F)} \right)^2 + \left(1 - \frac{\eta_i^l(t_j, \mathbf{p})}{\eta_i^n(t_j, \delta, F_0, F_F)} \right)^2 \right], \quad (6.34)
 \end{aligned}$$

kde $\xi_i^l(t_j, \mathbf{p})$, $\eta_i^l(t_j, \mathbf{p})$ jsou laterální výchylky linearizovaného modelu PP a $\xi_i^n(t_j, \delta, F_0, F_F)$ a $\eta_i^n(t_j, \delta, F_0, F_F)$ jsou laterální výchylky pokrytí PP v diskretních časech t_j získané integrací nelineárního matematického modelu (6.20) v časové oblasti. Takto je minimalizován rozdíl mezi odezvou nelineárního a fiktivního lineárního systému ve všech uzlech $i = 1, \dots, 16$, a to v každém uzlu ve smyslu obou laterálních souřadnic ξ_i, η_i a ve všech časových okamžicích, v nichž byla odezva vyčíslena a je již ustálená. Tato formulace (6.34) cílové funkce, ačkoli z fyzikálního hlediska je korektní, se ukazuje jako nepříliš efektivní, neboť je výrazně multikriteriální (v cílové funkci se sčítají tisíce hodnot). Cílová funkce tak vykazuje jen nepatrný pokles a nalezené optimum neodpovídá požadovanému přiblížení odezvy lineárního systému k odezvě nelineárního. Proto byla navržena cílová funkce se slabším požadavkem, a sice s minimalizací pouze rozdílů maxim amplitud lineárního a nelineárního systému v ustáleném stavu

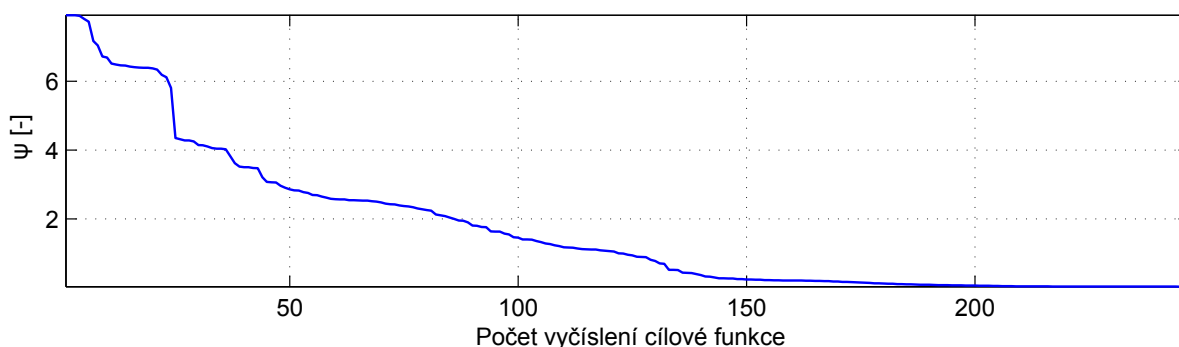
$$\begin{aligned}
 \psi_2(\mathbf{p}, \delta, F_0, F_F) &= \\
 &= \sum_{i=1}^{16} \left[\left(1 - \frac{\max \{ \xi_i^l(t_j, \mathbf{p}) \}}{\max \{ \xi_i^n(t_j, \delta, F_0, F_F) \}} \right)^2 + \left(1 - \frac{\max \{ \eta_i^l(t_j, \mathbf{p}) \}}{\max \{ \eta_i^n(t_j, \delta, F_0, F_F) \}} \right)^2 \right]. \quad (6.35)
 \end{aligned}$$

Cílová funkce (6.35) již vykazuje znatelný pokles v rámci iterací a maxima amplitud se přibližují předepsaným hodnotám. Požadavky na cílovou funkci byly pro přesnější popis lineárního systému v úrovních distančních mřížek dále uvažovány ještě slabší než v případě (6.35), a to minimalizací rozdílů maxim amplitud pouze v těch uzlech, kde je PP podepřen distančními mřížkami, tedy cílová funkce nabývá tvaru

$$\begin{aligned}
 \psi_3(\mathbf{p}, \delta, F_0, F_F) &= \\
 &= \sum_{i=2,4,\dots}^{16} \left[\left(1 - \frac{\max \{ \xi_i^l(t_j, \mathbf{p}) \}}{\max \{ \xi_i^n(t_j, \delta, F_0, F_F) \}} \right)^2 + \left(1 - \frac{\max \{ \eta_i^l(t_j, \mathbf{p}) \}}{\max \{ \eta_i^n(t_j, \delta, F_0, F_F) \}} \right)^2 \right]. \quad (6.36)
 \end{aligned}$$

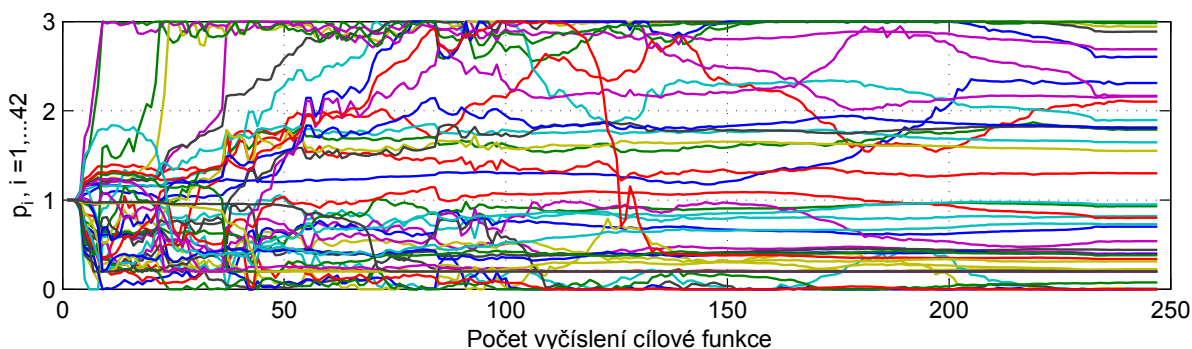
Při této formulaci již je dosaženo relativně dobrých výsledků v laděných veličinách. Je ovšem nutné přihlížet ke skutečnosti, že není zachován celý charakter kmitání, nýbrž jen

omezení zajišťující shodné materiálové a geometrické parametry pro 1. a 2., 3. a 4. až 15. a 16. element. Tak je získávána a porovnávána odezva ve všech šestnácti uzlech, ale výsledné parametry odpovídají dělení na 8 elementů, což odpovídá struktuře PP v modelu celého PS.

Obrázek 6.11.: Pokles cílové funkce $\psi = \psi_3$ v rámci iterací

jeho amplitudy, a to nikoli ve všech uzlech, nýbrž jen v uzlech odpovídajících umístění v distančních mřížkách.

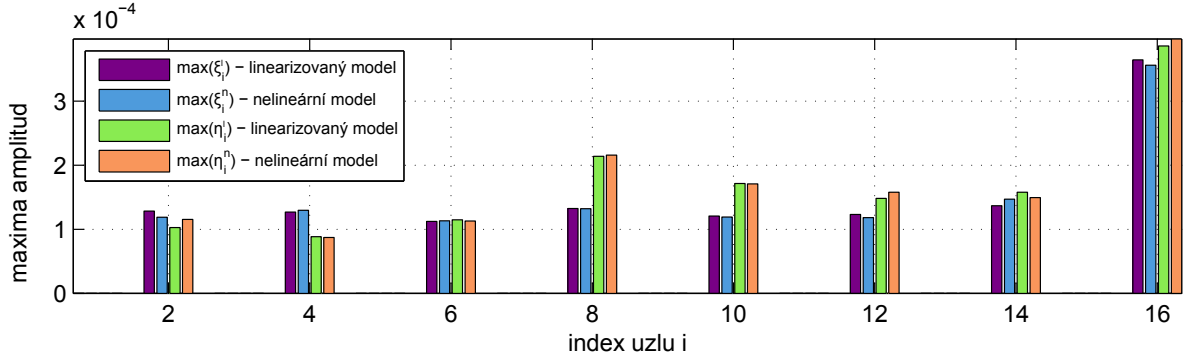
Optimalizační proces byl realizován v prostředí MATLAB prostřednictvím funkce *fmincon* určené k řešení úloh podmíněné optimalizace, a to za použití algoritmu *SQP*. Na obr. 6.11 je uveden pokles cílové funkce v rámci iterací optimalizačního procesu pro stav I z tab. 6.3 a při použití cílové funkce $\psi = \psi_3$.



Obrázek 6.12.: Vývoj optimalizačních parametrů v rámci iterací

Pro ilustraci je ukázán na obr. 6.12 vývoj optimalizačních parametrů v rámci iterací. Odtud jsou rovněž zřejmé finální hodnoty bezrozměrných parametrů v optimu. Srovnání amplitud pokrytí v uvažovaných uzlech nelineárního modelu PP a linearizovaného modelu PP je pak uvedeno na obr. 6.13, kde je zřejmá relativně dobrá shoda laděných parametrů v optimu.

Po provedení modální analýzy palivového souboru s linearizovanými PP odpovídajícími jednotlivým stavům uvedeným v tab. 6.3 se ukazuje, že výsledky jsou fyzikálně nereálné. Vlastní frekvence fiktivního PS jsou příliš nízké, a uvedená metodika se pro tento typ úlohy ve výsledku ukazuje jako nevhodná. Obecně lze konstatovat problematickost aproximace silně nelineárního systému systémem lineárním (linearizovaným), neboť odezva takto silně nelineárního systému z principu obsahuje prudké změny dynamických veličin způsobené impulsními silami, které se v lineárním systému nemohou vyskytnout.



Obrázek 6.13.: Srovnání maxim amplitud pokrytí nelineárního modelu PP a linearizovaného modelu PP

Lze očekávat, že úloha linearizace prostřednictvím parametrické optimalizace by mohla být lépe použita pro slabě nelineární soustavy, kde funkce obsažené v matematickém modelu jsou sice nelineární, ale hladké.

6.1.5. Mapy rázových rozhraní

Na modelu palivového proutku s uvažováním interakce mezi pokrytím a sloupcem palivových tablet byla provedena analýza rázových rozhraní [α7]. Tyto hranice v prostoru vybraných provozních parametrů oddělují oblasti, v nichž je systém lineární, od oblastí, v nichž dochází k rázům. Analýza je prováděna na lineárním modelu (bez rázových účinků) a pro každý uvažovaný provozní stav je vyhodnocována relace mezi relativní excentricitou $e_i(t)$ mezi C a P a vůlí δ v daném uzlu. Je uvažován dokonale tuhý nosný skelet pohybující se předepsaným harmonickým pohybem a je předpokládáno neodléhání pokrytí PP od buněk distančních mřížek (tj. dostatečné předpětí buněk). Vektor buzení na úrovni distančních mřížek lze pak vyjádřit ve tvaru

$$\mathbf{f}_{SG,C}(t) = -\mathbf{K}_C \mathbf{q}_F^{(C)} + \mathbf{f}_{SG}(t) \quad (6.37)$$

a pro $\mathbf{f}_{P,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)}) = \mathbf{0}$, $\mathbf{f}_{C,P}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)}) = \mathbf{0}$ nelineární model v dekomponovaném tvaru (6.18) a (6.19) přejde do tvaru

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_F^{(C)} \ddot{\mathbf{q}}_F^{(C)} + \mathbf{B}_F^{(C)} \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)} + (\mathbf{K}_F^{(C)} + \mathbf{K}_C) \mathbf{q}_F^{(C)} &= \\ &= \underbrace{-\mathbf{M}_{F,L}^{(C)} \ddot{\mathbf{q}}_L^{(C)} - \mathbf{K}_{F,L}^{(C)} \mathbf{q}_L^{(C)}}_{\mathbf{f}_L^{(C)}(t)} + \mathbf{f}_{SG}(t) + \mathbf{f}_F^{(C)}, \end{aligned} \quad (6.38)$$

$$\mathbf{M}_F^{(P)} \ddot{\mathbf{q}}_F^{(P)} + \mathbf{B}_F^{(P)} \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)} + \mathbf{K}_F^{(P)} \mathbf{q}_F^{(P)} = \underbrace{-\mathbf{M}_{F,L}^{(P)} \ddot{\mathbf{q}}_L^{(P)} - \mathbf{K}_{F,L}^{(P)} \mathbf{q}_L^{(P)}}_{\mathbf{f}_L^{(P)}(t)} + \mathbf{f}_F^{(P)}, \quad (6.39)$$

kde význam jednotlivých matic a vektorů byl definován výše u vztahů (6.18) a (6.19). Zde navíc \mathbf{K}_C je vazební matice tuhosti reprezentující elastické vlastnosti buněk distančních mřížek a $\mathbf{f}_{SG,C}(t)$ je vektor buzení od pohybu skeletu. V dalším bude uvažován harmonický pohyb dolního uzlu obou subsystémů ($X = C, P$) daný jako

$$\mathbf{q}_L^{(X)}(t) = \begin{bmatrix} x_L^{(X)} \\ y_L^{(X)} \\ \varphi_{x,L}^{(X)} \\ \varphi_{y,L}^{(X)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \cos \omega t \\ 0 \\ \Phi \cos(\omega t + \varphi) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.40)$$

s amplitudami $X = 200$ [μm], $\Phi = 30 \cdot 10^{-6}$ [rad] a pro $\varphi = 0$ v širokém frekvenčním spektru buzení $f \in \langle 0, 150 \rangle$ [Hz]. Vzhledem k neodléhání pokrytí PP od buněk distančních mřížek je vektor $\mathbf{f}_{SG}(t)$ lineární a nabývá tvaru

$$\mathbf{f}_{SG}(t) = 1,5 \begin{bmatrix} \vdots \\ \hline k_g X \cos \omega t & \dots 8(g-1) + 5 \\ -k_g \Phi l_g \cos(\omega t + \varphi) & \dots 8(g-1) + 6, \\ 0 \\ 0 \\ \hline \vdots \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

kde k_g je radiální tuhost jedné buňky na úrovni distančních mřížek $g = 1, \dots, 8$. Globální model PP v kompaktní formě lze sestavit z modelů (6.38) a (6.39) a podobně jako v (6.20) zavedením vazební matice tuhosti pružinového fixátoru \mathbf{K}_F ve tvaru (6.21) pak je

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_F^{(C)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_F^{(P)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_F^{(C)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_F^{(P)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_F^{(C)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_F^{(P)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)} \\ \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)} \end{bmatrix} + \\ + \left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_F^{(C)} + \mathbf{K}_C & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_F^{(P)} \end{bmatrix} + \mathbf{K}_F \right) \begin{bmatrix} \mathbf{q}_F^{(C)} \\ \mathbf{q}_F^{(P)} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{f}_L^{(C)}(t) \\ \mathbf{f}_L^{(P)}(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}_{LS}} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{SG}(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (6.42)$$

Po formálním přepsání modelu (6.42) potom

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}_{LS}(t), \quad (6.43)$$

kde $\mathbf{f}_{LS}(t)$ je vektor buzení od pohybu nosného skeletu (*Load-bearing Skeleton*) v dolním uzlu včetně vektoru $\mathbf{f}_{SG}(t)$ (buzení pohybem distančních mřížek). Neboť jde o harmonicky buzený lineární systém, s výhodou lze využít metodu inverze matice dynamické tuhosti [44]. Vektory pravé strany lze zapsat v komplexním tvaru

$$\tilde{\mathbf{f}}_{LS}(t) = \tilde{\mathbf{f}}_{LS} e^{i\omega t}. \quad (6.44)$$

Předpokládané řešení pak nabývá tvaru

$$\tilde{\mathbf{q}}(t) = \tilde{\mathbf{q}} e^{i\omega t}, \quad (6.45)$$

a tedy po provedení první a druhé derivace a po dosazení do modelu (6.43) je vektor komplexních amplitud výchylek

$$\tilde{\mathbf{q}} = (-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{B}i\omega + \mathbf{K})^{-1} \tilde{\mathbf{f}}_{LS}. \quad (6.46)$$

Odtud potom

$$\mathbf{q}(t) = \bar{\mathbf{q}} \cos \omega t - \bar{\mathbf{q}} \sin \omega t, \quad \bar{\mathbf{q}} = \Re \{ \tilde{\mathbf{q}} \}, \quad \bar{\mathbf{q}} = \Im \{ \tilde{\mathbf{q}} \}. \quad (6.47)$$

Relativní excentricitu v uzlu i lze vyjádřit jako

$$e_i(t) = \sqrt{e_{ix}^2(t) + e_{iy}^2(t)}, \quad (6.48)$$

kde pro jednotlivé složky relativních excentricit platí

$$e_{ix}(t) = \left(\bar{v}_i^{(P)} - \bar{v}_i^{(C)} \right) \cos \omega t - \left(\bar{v}_i^{(P)} - \bar{v}_i^{(C)} \right) \sin \omega t, \quad (6.49)$$

$$e_{iy}(t) = \left(\bar{w}_i^{(P)} - \bar{w}_i^{(C)} \right) \cos \omega t - \left(\bar{w}_i^{(P)} - \bar{w}_i^{(C)} \right) \sin \omega t. \quad (6.50)$$

V každém uzlu i lze nyní určit maximální relativní excentricitu \hat{e}_i jako

$$\hat{e}_i = \max_t e_i(t). \quad (6.51)$$

Rázové rozhraní pak definuje, kdy je maximální relativní excentricita \hat{e}_i v daném uzlu rovna vůli δ . Pro $\hat{e}_i < \delta$ nedojde v daném uzlu k (prvnímu) rázu, naopak pro $\hat{e}_i \geq \delta$ v daném uzlu bude docházet k rázům.

Dále bude analyzován vliv budicí frekvence ω a radiální tuhosti buněk distančních mřížek k_g na rázové rozhraní. Odezva $\tilde{\mathbf{q}}$ definovaná v (6.45) bude pak závislá na těchto parametrech, tj. $\tilde{\mathbf{q}} = \tilde{\mathbf{q}}(\omega, k_g)$, $g = 1, \dots, 8$, a tedy i maxima relativních excentricit $\hat{e}_i = \hat{e}_i(\omega, k_g)$, $g = 1, \dots, 8$.

Nechť \mathcal{M} je množina přípustných parametrů uvažovaných pro další analýzy

$$\mathcal{M} = \{ \omega, k_g \in \mathbb{R}^{0+}, g = 1, \dots, 8 \}. \quad (6.52)$$

Dále nechť $\mathcal{M}_i^{(-)}$ je množina parametrů ω, k_g v uzlu i takových, že při nich nedojde k prvnímu rázu, a naopak $\mathcal{M}_i^{(+)}$ množina parametrů v uzlu i , při nichž k rázu dojde

$$\mathcal{M}_i^{(-)} = \{ k_g \in \mathbb{R}^{0+}, \omega \in \mathbb{R}^{0+} : \hat{e}_i(\omega, k_g) < \delta \}, \quad i = 1, \dots, 16, \quad g = 1, \dots, 8, \quad (6.53)$$

$$\mathcal{M}_i^{(+)} = \{ k_g \in \mathbb{R}^{0+}, \omega \in \mathbb{R}^{0+} : \hat{e}_i(\omega, k_g) \geq \delta \}, \quad i = 1, \dots, 16, \quad g = 1, \dots, 8. \quad (6.54)$$

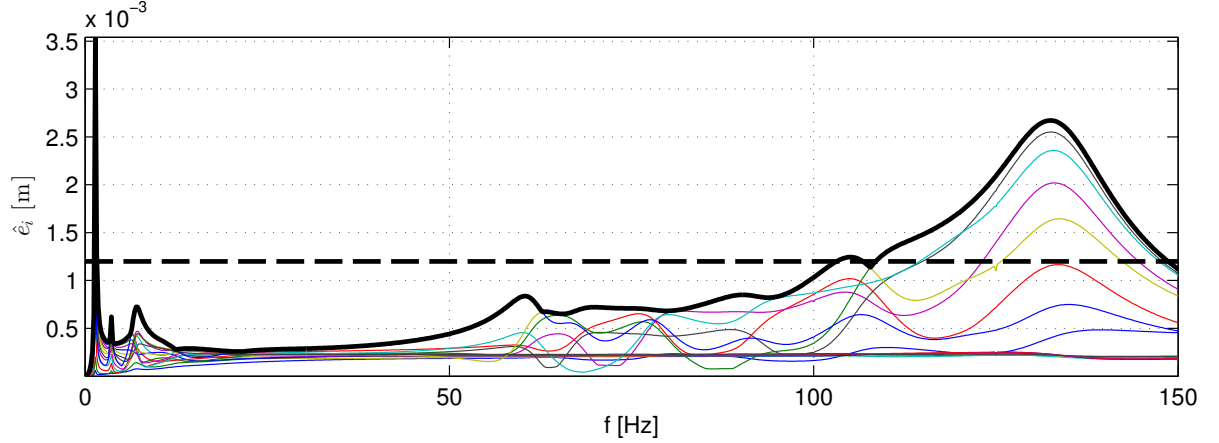
Tím jsou definovány oblasti iniciačního rázu ve všech uzlech. V prostoru parametrů pak lze definovat oblasti, v nichž nebude nikdy docházet k rázům (lineární chování), a oblasti, kde bude docházet k rázům (nelineární chování). Pro rázové oblasti platí

$$\mathcal{M}^{(+)} = \bigcup_{i=1}^{16} \mathcal{M}_i^{(+)} \quad (6.55)$$

a pro oblasti s lineárním chováním systému (bez rázů) platí

$$\mathcal{M}^{(-)} = \mathcal{M} \setminus \mathcal{M}^{(+)}. \quad (6.56)$$

Ve zjednodušeném případě, kdy tuhosti distančních mřížek $k_g = \text{konst.} = 0,537 \cdot 10^6$, $g = 1, \dots, 8$, a proměnná bude pouze budicí frekvence, je rázové rozhraní definováno křivkou. Pro konkrétní hodnoty parametrů PP a pro budicí frekvenci $f \in \langle 0, 150 \rangle$ [Hz] je rázové rozhraní ukázáno na obr. 6.14. Jsou zde barevně naznačeny maximální relativní excent-



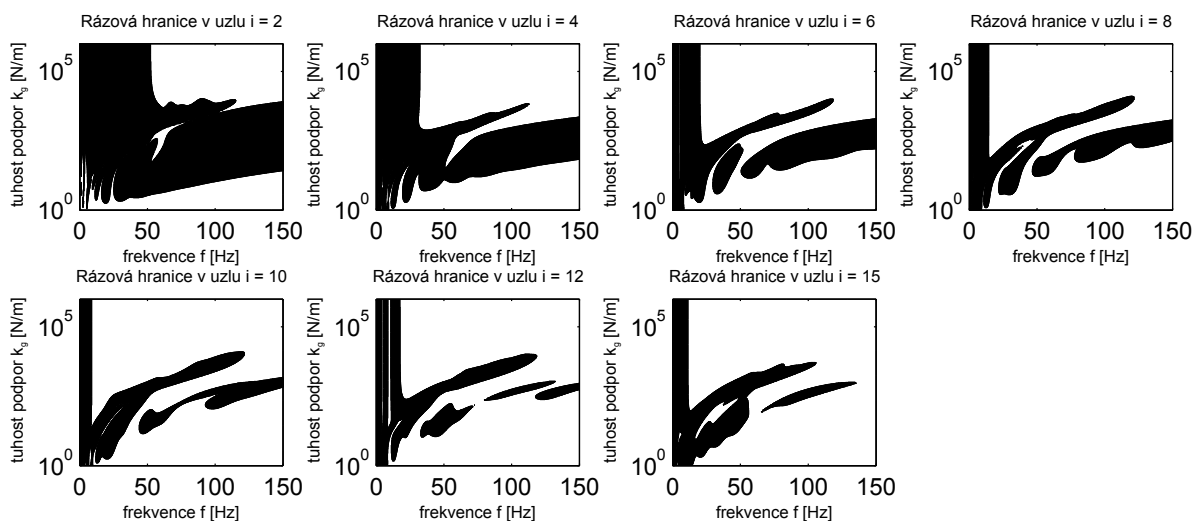
Obrázek 6.14.: Maxima relativních amplitud v jednotlivých uzlech (barevně) a maximální relativní amplituda (černě) jakožto jejich obalová křivka v závislosti na budicí frekvenci

ricity $\hat{e}_i(\omega)$ v jednotlivých uzlech a jejich obalová křivka, která definuje rázové rozhraní celé soustavy. Pro danou budicí frekvenci $f = \omega/2\pi$ a danou vůli odtud lze určit, zda se bude PP chovat lineárně (tj. bod daný těmito dvěma parametry v rovině $\widehat{f, \hat{e}_i}$ leží pod uvedenou křivkou), nebo bude docházet k rázům alespoň v jednom z uzlů a systém se bude chovat nelineárně (bod nad obalovou křivkou). Na obr. 6.14 je naznačena např. vůle $\delta = 1,2 \cdot 10^{-3}$ [m], čímž jsou dány oblasti

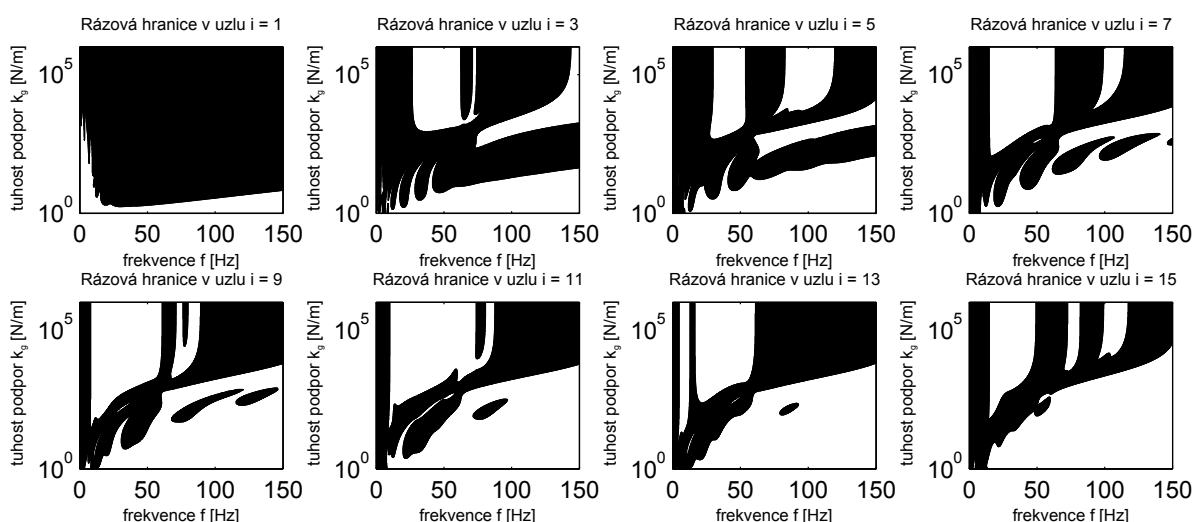
$$\mathcal{M}^{(+)} = \{\omega = 2\pi f, f \in \langle 1, 29; 1, 63 \rangle \cup \langle 103, 3; 106, 7 \rangle \cup \langle 108, 5; 148, 6 \rangle \text{ [Hz]}\} \quad (6.57)$$

pro $k_g = \text{konst.}$, $g = 1, \dots, 8$, kde bude docházet k rázům, zatímco mimo tyto intervaly, tj. pro $\mathcal{M}^{(-)} = \mathcal{M} \setminus \mathcal{M}^{(+)}$, $\mathcal{M} = \{\omega = 2\pi f, f \in \langle 0; 150 \rangle \text{ [Hz]}\}$, se bude systém chovat lineárně. Z výsledků na obr. 6.14 je zřejmé, že rázové rozhraní leží amplitudově relativně vysoko (řádově 10^{-3} [m]). Tato skutečnost je dána značně odlišnými modálními vlastnostmi pokrytí PP (vyztužené buňkami distančních mřížek) a sloupce palivových tablet (nosník jednostranně vetknutý pouze s jednou velmi měkkou vazbou přes pružinu fixátoru). Aby při daném buzení nedocházelo k rázům mezi oběma subsystemy, musela by vůle být řádově vyšší než v reálném PP. Naopak pokud by nemělo při konstrukčně dané vůli docházet k rázům, muselo by být buzení řádově nižší.

Analogicky lze postupovat při výpočtu rázových hranic při uvážení různých tuhostí buněk distančních mřížek. Tentokrát jsou výsledkem nikoli křivky, ale plochy $\hat{e}_i(\omega, k_g)$



Obrázek 6.15.: Množiny $\mathcal{M}_i^{(-)}$ lineárního chování systému (bíle) a $\mathcal{M}_i^{(+)}$ nelineárního chování systému (černě) v sudých uzlech při uvažování vůle $\delta = 65$ [μm]

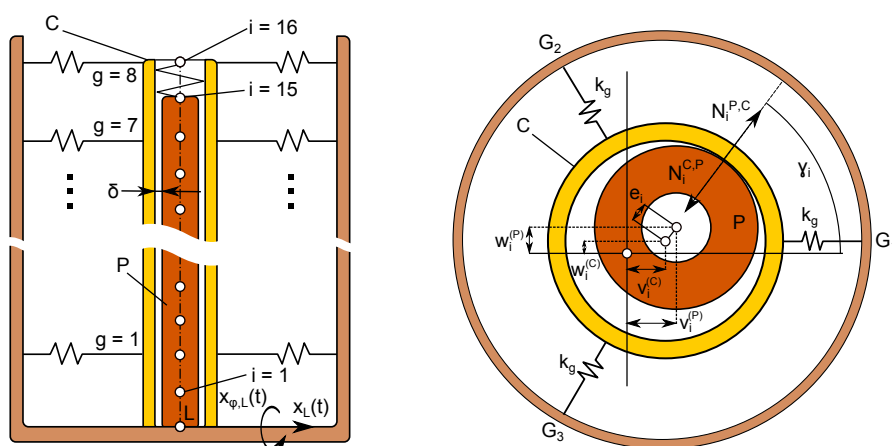


Obrázek 6.16.: Množiny $\mathcal{M}_i^{(-)}$ lineárního chování systému (bíle) a $\mathcal{M}_i^{(+)}$ nelineárního chování systému (černě) v lichých uzlech při uvažování vůle $\delta = 65$ [μm]

popisující závislost relativních excentricit ve všech uzlech $i = 1, \dots, 15$ na budicí frekvenci a tuhosti buněk distančních mřížek. Při konkrétních realizacích výpočtů byly uvažovány parametry v intervalech $f \in \langle 0, 150 \rangle$ [Hz] a $k_g = \langle 0; 10^6 \rangle$ [N/m] pro $g = 1 \dots 8$ (tuhosti buněk distančních mřížek vždy shodné pro $g = 1, \dots, 8$). Výsledky uvedené na obr. 6.15 a obr. 6.16 ukazují množiny $\mathcal{M}_i^{(-)}$ (bíle) a $\mathcal{M}_i^{(+)}$ (černě) pro konkrétní vůli $\delta = 65$ [μm]. Množina $\mathcal{M}^{(+)}$ parametrů, při nichž se bude celý systém chovat nelineárně, je dána sjednocením (6.55) všech množin $\mathcal{M}_i^{(+)}$ uvedených černě na obr. 6.15 a obr. 6.16.

6.1.6. Bifurkační analýza kmitání PP vzhledem k vybraným parametrům

U silně nelineárních systémů nastává možnost *bifurkace* řešení (odezvy) při změně některého z parametrů soustavy. Bifurkace je charakteristická kvalitativní změnou fázového portréту [27]. V této kapitole budou vlastnosti PP analyzovány za použití tzv. bifurkačních diagramů, které na základě opakovaných numerických simulací při změně řídicího parametru zobrazují změnu extrémů relativních deformací [6] mezi pokrytím PP a sloupcem palivových tablet. Analýzy jsou provedeny na modelu PP, který zahrnuje výše uvedené nelineární jevy, ale zároveň zavádí některé zjednodušující předpoklady [α8, α10].



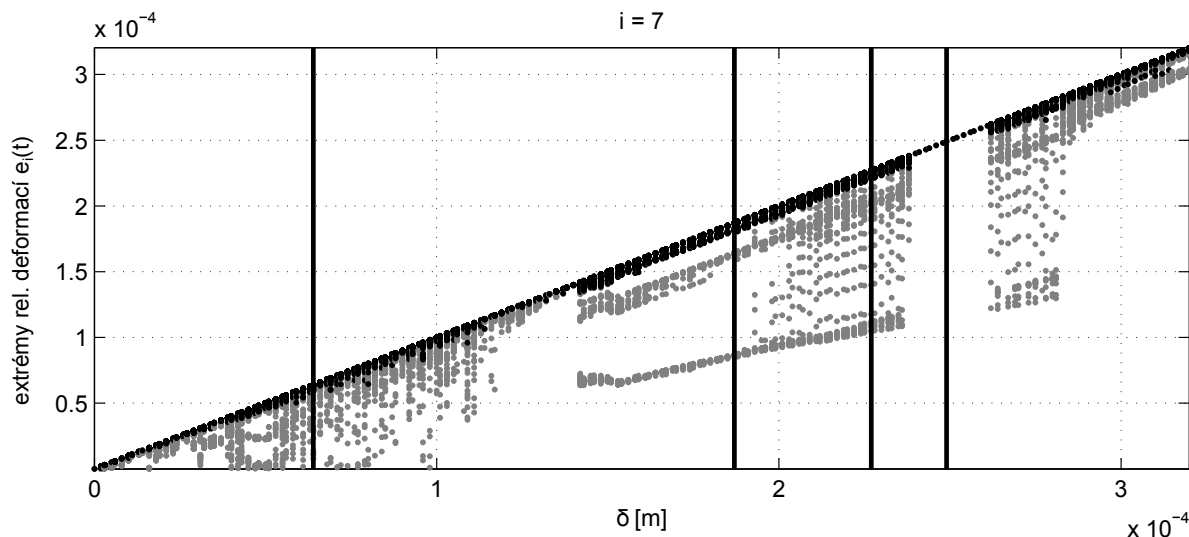
Obrázek 6.17.: Schéma zjednodušeného mechanického modelu PP pro bifurkační analýzy

Schéma analyzovaného systému je ukázáno na obr. 6.17. Jedná se o systém popsany matematickým modelem (6.20), kde nyní je buzení – oproti výše uvedenému komplexnímu modelu, kde byly uvažovány tři harmonické složky od každého HCČ – předpokládáno pouze harmonické. Skelet je uvažován jako dokonale tuhý, a tedy i pohyb buněk distančních mřížek na všech úrovních je jednoznačně určen pohybem (laterálními výchylkami a natočeními) skeletu na úrovni dolního uzlu L palivového proutku tak, jak je ukázáno na obr. 6.17. V tomto modelu je rovněž uvažováno, že statické předepnutí buněk distančních mřížek je dostatečné, aby nemohlo dojít k odlehnutí pokrytí PP od buněk distančních mřížek.

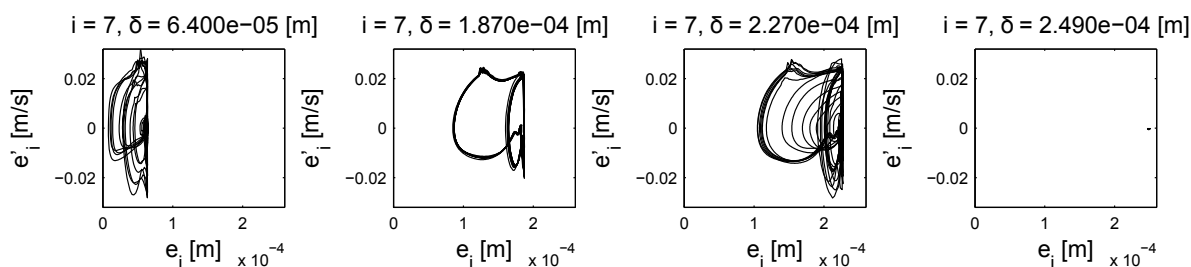
Řešení matematického modelu (6.20) v časové oblasti lze získat prostřednictvím numerické integrace za použití Rungeovy-Kuttaovy metody. Jako bifurkační parametry byly zvoleny významné konstrukční parametry – vůle δ mezi sloupcem palivových tablet a pokrytím PP a tuhost buněk distančních mřížek k_g – a z provozních parametrů budicí frekvence $f = \omega/2\pi$ tlakových pulsací (odpovídá rychlosti otáčení HCČ). K popisu kvalitativní změny kmitání bylo použito zobrazení lokálních extrémů \hat{e}_i relativních výchylek e_i definovaných v (6.13). Extrémní relativní výchylky jsou definovány nad časovým intervalem $t \in \langle t_1; t_2 \rangle$ jako

$$\hat{e}_i(\delta) = \max_{t \in \langle t_1, t_2 \rangle} \{e_i(t, \delta)\}, \quad \text{resp.} \quad \hat{e}_i(k_g) = \max_{t \in \langle t_1, t_2 \rangle} \{e_i(t, k_g)\}, \quad (6.58)$$

kde t_1 určuje čas, kdy došlo k odeznění přechodových vibrací a kmitání je ustáleno. Čas t_2 odpovídá koncovému času simulace.

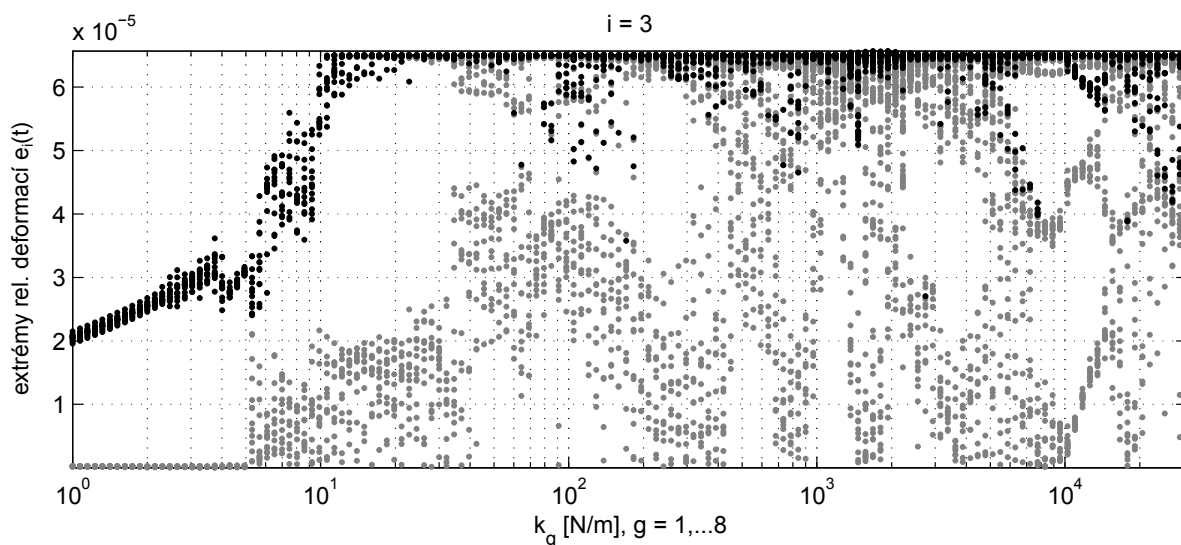


Obrázek 6.18.: Bifurkační diagram extrémů relativních výchylek $e_7(t)$ v závislosti na vůli δ mezi pokrytím PP a sloupcem palivových tablet

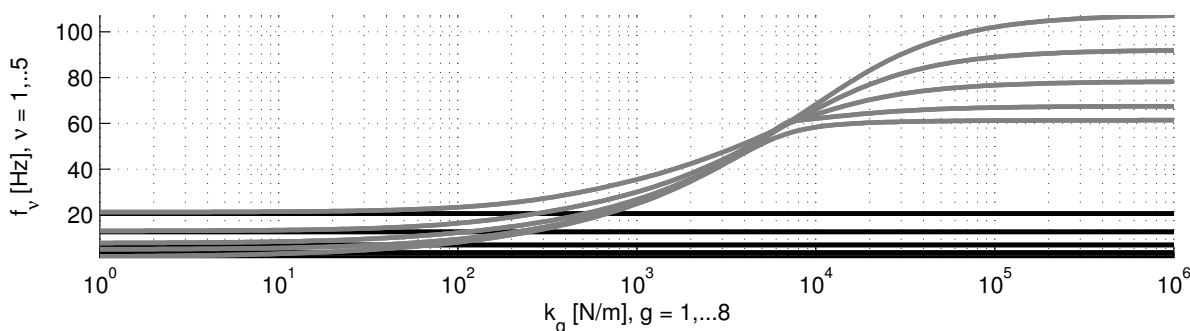


Obrázek 6.19.: Příklady fázových trajektorií v řezech naznačených na obr. 6.18

Jako příklad výsledného bifurkačního diagramu je na obr. 6.18 zobrazena závislost extrémů $\hat{e}_i(\delta)$ v uzlu $i = 7$ při referenční tuhosti buněk distančních mřížek $k_g = 0,537 \cdot 10^6$ [N/m] a budicí frekvenci $f = 16,6$ [Hz]. Oblasti s chaotickým relativním pohybem $e_i(t)$ jsou zde jasně odlišeny od oblastí s kvaziperiodickým či periodickým průběhem $e_i(t)$. Pro vybrané hodnoty vůle δ jsou na témže obrázku ukázány také fázové trajektorie. Z diagramu je patrna oblast s velkým počtem neregulárních lokálních extrémů pro $\delta \in \langle 0; 1,16 \cdot 10^{-4} \rangle$ [m], následný přechod k pohybu v téměř trvalém kontaktu mezi sloupcem palivových tablet a pokrytím PP pro $\delta \in \langle 1,16 \cdot 10^{-4}; 1,42 \cdot 10^{-4} \rangle$ [m]. Pro $\delta = 1,42 \cdot 10^{-4}$ [m] nastává bifurkace v $\hat{e}_i, i = 7$ a následný pohyb je charakteristický periodickou fázovou křivkou. Pro $\delta \in \langle 1,93 \cdot 10^{-4}; 2,3 \cdot 10^{-4} \rangle$ [m] je výsledný pohyb kvaziperiodický a po následující bifurkaci přichází přechod k dalšímu stavu s téměř trvalým kontaktem. Na obr. 6.19 jsou pak ukázány fázové trajektorie pro vybrané hodnoty vůle δ naznačené svislými čarami na obr. 6.18. Bifurkační diagramy, jejichž příklad byl uveden výše, dostáváme ve všech uzlech, v nichž je definován potenciální kontakt mezi pokrytím PP a sloupcem palivových tablet, tj. ve všech uzlech $i = 1, 2 \dots 15$.

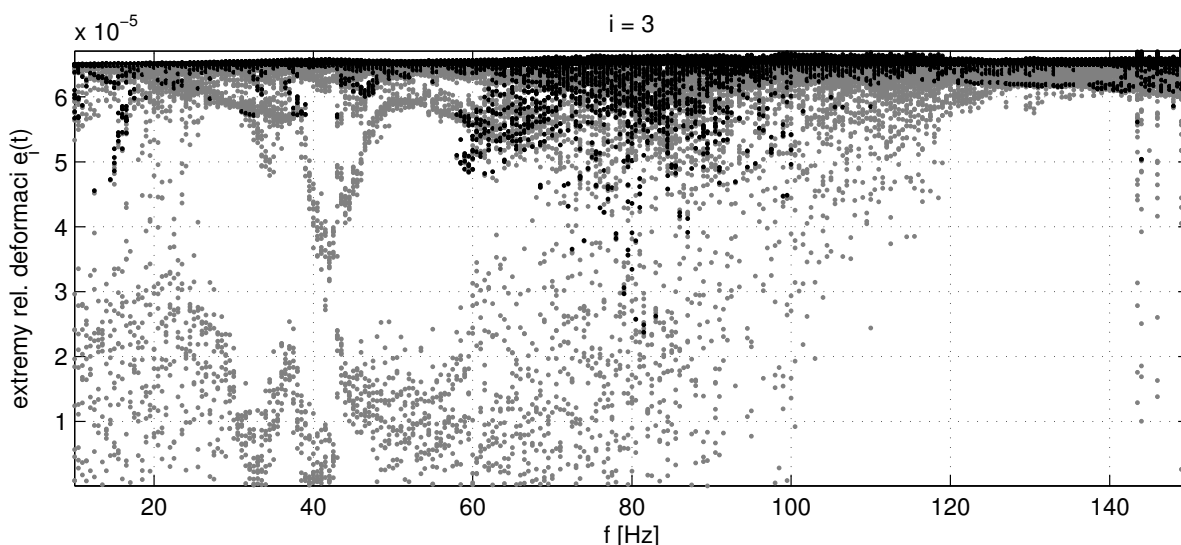


Obrázek 6.20.: Bifurkační diagram extrémů relativních výchylek $e_i(t)$, $i = 3$ v závislosti na tuhosti buněk distančních mřížek k_g



Obrázek 6.21.: Vlastní frekvence pokrytí PP (šedě) a sloupce palivových tablet v závislosti na tuhosti buněk distančních mřížek k_g (černě)

Bifurkační diagram uvedený na obr. 6.20 ukazuje analogicky závislost extrémů relativních deformací v uzlu $i = 3$ na tuhosti buněk distančních mřížek k_g při referenční hodnotě vůle mezi P a T $\delta = 6,5 \cdot 10^{-5}$ [m] a budicí frekvenci $f = 16,6$ [Hz]. Téměř celý uvažovaný interval je charakteristický komplexním neperiodickým relativním pohybem s výjimkou nejnižších hodnot tuhostí k_g . Tato skutečnost je způsobena téměř shodnými modálními vlastnostmi obou subsystémů v případě, kdy tuhost buněk distančních mřížek je nízká. V tomto případě nedochází k rázům, neboť obě kontinua kmitají s velmi blízkou fází a velmi blízkým tvarem kmitu. To je ukázáno na obr. 6.21, kde je zobrazen průběh vlastních frekvencí obou subsystémů v závislosti na tuhosti buněk distančních mřížek k_g . Vlastní frekvence sloupce palivových tablet nejsou ovlivněny tuhostmi buněk distančních mřížek zatímco vlastní frekvence pokrytí PP ano. Pro vyšší hodnoty tuhosti k_g se oba systémy modálně rozladí, dochází k nesoufáznému kmitání (různé deformace obou kontinuí) a ustálený stav je charakteristický chaotickým pohybem s relativními výchylkami e_i , které opět nabývají celé řady lokálních minim a maxim v celém možném rozsahu.



Obrázek 6.22.: Bifurkační diagram extrémů relativních deformací $e_i(t)$, $i = 3$ v závislosti na budící frekvenci f kinematického buzení

Na obr. 6.22 je ukázán bifurkační diagram vzhledem k budící frekvenci f kinematického buzení dolního uzlu, resp. celého skeletu, při uvážení referenčních hodnot vůle δ a tuhosti buněk distančních mřížek k_g . I zde jsou patrné oblasti s chaotickým, (více)periodickým i kvaziperiodickým průběhem relativních výchylek $e_i(t)$.

Uvedené bifurkační diagramy umožňují odlišit pásma s kvalitativně různým charakterem kmitání. Na jejich základě lze predikovat např. takové oblasti parametrů, v nichž bude docházet k rázovým jevům. S nimi jsou spojeny nejrušnější nežádoucí účinky jako zvýšené namáhání kontaktních ploch, zvýšené opotřebení či vyzařování hluku.

6.2. Model palivového proutku s uvažováním tření v kontaktních bodech

Matematický model, uvedený v předchozí podkapitole 6.1, bude dále rozšířen o vliv tření v kontaktu mezi pokrytím PP a buňkami distančních mřížek i v kontaktu mezi pokrytím PP a sloupcem palivových tablet [$\alpha 3$, $\beta 1$]. Tento přístup představuje přesnější model nelineárního kmitání PP, a především umožňuje zpřesnění výpočtů otěru pokrytí PP. Nevýhodou je výrazné zvýšení výpočetního času, které souvisí se zvýšením počtu nelinearit a jejich typem (viz dále použitou charakteristiku tření v kontaktu).

Model v této kapitole rovněž respektuje axiální a torzní kmity PP. To s sebou nese další zpřesnění modelu, ale i zvýšení počtu stupňů volnosti, a tedy další zvýšení výpočetní náročnosti numerických simulací.

Rozšířením matematického modelu (6.20) o zmiňované vlivy a při uvážení všech šesti stupňů volnosti v každém uzlu lze formulovat matematický model PP s uvažováním

tření v kontaktních bodech ve tvaru

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_F^{(C)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_F^{(P)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_F^{(C)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_F^{(P)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_F^{(C)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_F^{(P)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)} \\ \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)} \end{bmatrix} + \\
 & + \left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_F^{(C)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_F^{(P)} \end{bmatrix} + \mathbf{K}_F \right) \begin{bmatrix} \mathbf{q}_F^{(C)} \\ \mathbf{q}_F^{(P)} \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_L^{(C)}(t) \\ \mathbf{f}_L^{(P)}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{SG,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)}, t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{P,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)}) \\ \mathbf{f}_{C,P}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)}) \end{bmatrix}. \tag{6.59}
 \end{aligned}$$

Výchytky uzlů obou subsystémů C (pokrytí PP) a P (sloupce palivových tablet) je nyní vhodné vyjádřit v souřadnicovém systému x, y, z palivového souboru, podobně jako v (5.2) v případě VT. Vektory zobecněných souřadnic (volných uzlů) jsou pak definovány ve tvaru (viz obr. 6.23 pro uzel $i = 2g$)

$$\mathbf{q}_F^{(X)} = ([u_1, v_1, w_1, \varphi_1, \vartheta_1, \psi_1, \dots, u_i, v_i, w_i, \varphi_i, \vartheta_i, \psi_i, \dots]^{(X)})^T, \quad X = C, P, \tag{6.60}$$

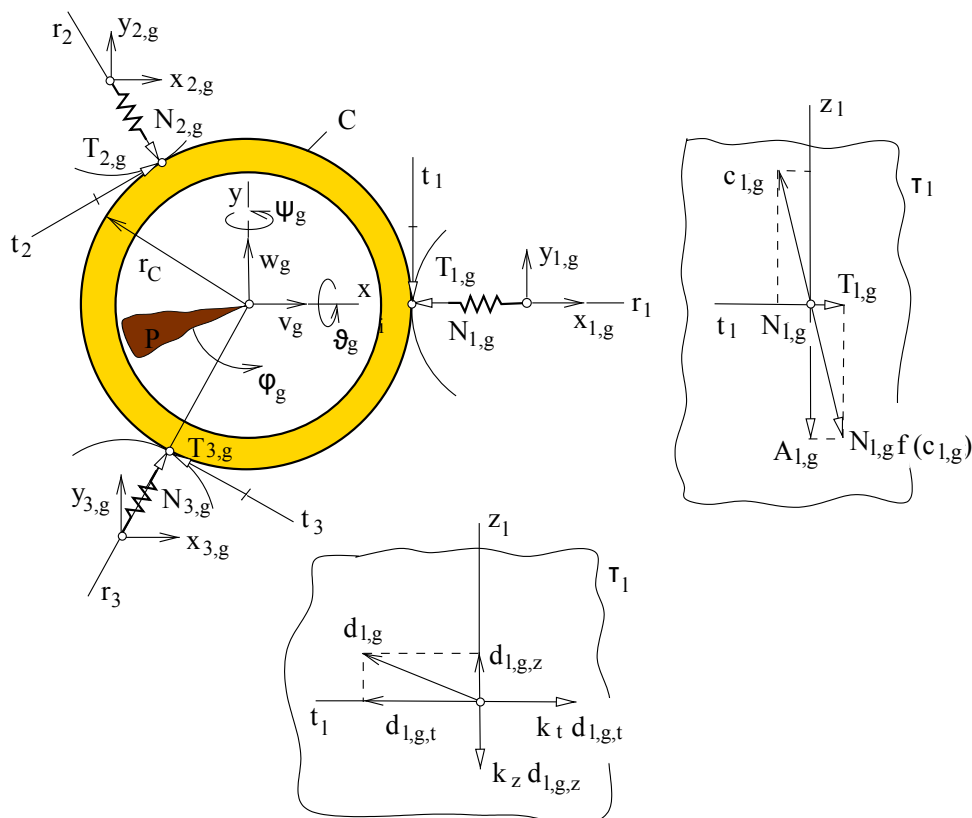
kde $i = 1, \dots, 15$ pro subsystém $X = P$ a $i = 1, \dots, 16$ pro subsystém $X = C$. Odtud zřejmě $n_C = 96$ a $n_P = 90$, a tedy celkový počet stupňů volnosti modelu je $n = n_C + n_P = 96 + 90 = 186$. V matematickém modelu (6.59) je levá strana formálně shodná s (6.20), pouze koeficientové matice dimenzí odpovídají modelu rozšířenému o příslušné stupně volnosti, viz kap. 3. Vektory $\mathbf{f}_L^{(C)}(t), \mathbf{f}_L^{(P)}(t)$ na pravé straně modelu (6.59) představují kinematické buzení způsobené pohybem dolní upínací desky a mají tvar shodný s (5.11), v němž jsou matice $\mathbf{M}_{F,L}^{(GT)}, \mathbf{B}_{F,L}^{(GT)}, \mathbf{K}_{F,L}^{(GT)}$ nahrazeny maticemi $\mathbf{M}_{F,L}^{(X)}, \mathbf{B}_{F,L}^{(X)}, \mathbf{K}_{F,L}^{(X)}$ pro oba subsystémy $X = C, P$. Vektor $\mathbf{f}_{SG,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)}, t)$ vyjadřuje síly způsobené pohybem buněk distančních mřížek a $\mathbf{f}_{P,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)})$, $\mathbf{f}_{C,P}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)})$ jsou vektory rázových sil mezi subsystémy P a C zahrnující i tření ve všech kontaktních bodech.

Pohyb dolní upínací desky a skeletu (resp. buněk obklopujících distančních mřížek) je možné formulovat opět na základě komplexních amplitud získaných z modelu PS, jak bylo pro skelet popsáno detailně v kap. 6.1. Vektor kontaktních sil mezi buňkami distančních mřížek a pokrytím PP je vzhledem k možnosti rozvolnění vazby a při uvažování normálových i třecích sil popsán nelineárním vektorem $\mathbf{f}_{SG,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)}, t)$. Normálové složky kontaktních sil jsou

$$N_{l,g} = (F_0 + k_r d_{l,g,rad}) \mathcal{H}(F_0 + k_r d_{l,g,rad}), \quad l = 1, 2, 3, \quad g = 1, \dots, 8. \tag{6.61}$$

Aproximaci tečných (T) a axiálních (A) složek kontaktních sil lze provést pomocí spojitých funkcí jako

$$T_{l,g} = N_{l,g} f(c_{l,g}) \frac{c_{l,g,t}}{c_{l,g}}, \quad A_{l,g} = N_{l,g} f(c_{l,g}) \frac{c_{l,g,z}}{c_{l,g}}, \quad l = 1, 2, 3, \quad g = 1, 2, \dots, 8, \tag{6.62}$$



Obrázek 6.23.: Řez palivovým proutkem a rozložení rychlostí a sil v kontaktu s distanční mřížkou

kde $c_{l,g}$ je skluzová rychlost v kontaktu pokrytí PP s buňkou l na úrovni distančních mřížek $g = 1, \dots, 8$. Její složky v tečném směru t_l , resp. v axiálním směru z_l , jsou označeny $c_{l,g,t}$, resp. $c_{l,g,z}$. Relativní výchylky pokrytí PP v kontaktních bodech vzhledem ke středům buněk ve směru radiálním (rad), tečném (t), a axiálním (z) jsou

$$\begin{aligned} d_{1,g,rad} &= v_g - x_{1,g}, \\ d_{2,g,rad} &= -\frac{1}{2}(v_g - x_{2,g}) + \frac{\sqrt{3}}{2}(w_g - y_{2,g}), \\ d_{3,g,rad} &= -\frac{1}{2}(v_g - x_{3,g}) - \frac{\sqrt{3}}{2}(w_g - y_{3,g}), \end{aligned} \quad (6.63)$$

$$\begin{aligned} d_{1,g,t} &= w_g - y_{1,g} + r_C \varphi_g, \\ d_{2,g,t} &= -\frac{\sqrt{3}}{2}(v_g - x_{2,g}) - \frac{1}{2}(w_g - y_{2,g}) + r_C \varphi_g, \\ d_{3,g,t} &= \frac{\sqrt{3}}{2}(v_g - x_{3,g}) - \frac{1}{2}(w_g - y_{3,g}) + r_C \varphi_g, \end{aligned} \quad (6.64)$$

$$\begin{aligned}
 d_{1,g,z} &= u_g - r_C \psi_g - z_{1,g}, \\
 d_{2,g,z} &= u_g + \frac{\sqrt{3}}{2} r_C \vartheta_g + \frac{1}{2} r_C \psi_g - z_{2,g}, \\
 d_{3,g,z} &= u_g - \frac{\sqrt{3}}{2} r_C \vartheta_g + \frac{1}{2} r_C \psi_g - z_{3,g}.
 \end{aligned} \tag{6.65}$$

Sklužové rychlosti v tečném a axiálním směru lze vyjádřit z deformací ve vztazích (6.64) a (6.65) derivací

$$c_{l,g,t} = \dot{d}_{l,g,t}, \quad c_{l,g,z} = \dot{d}_{l,g,z} \tag{6.66}$$

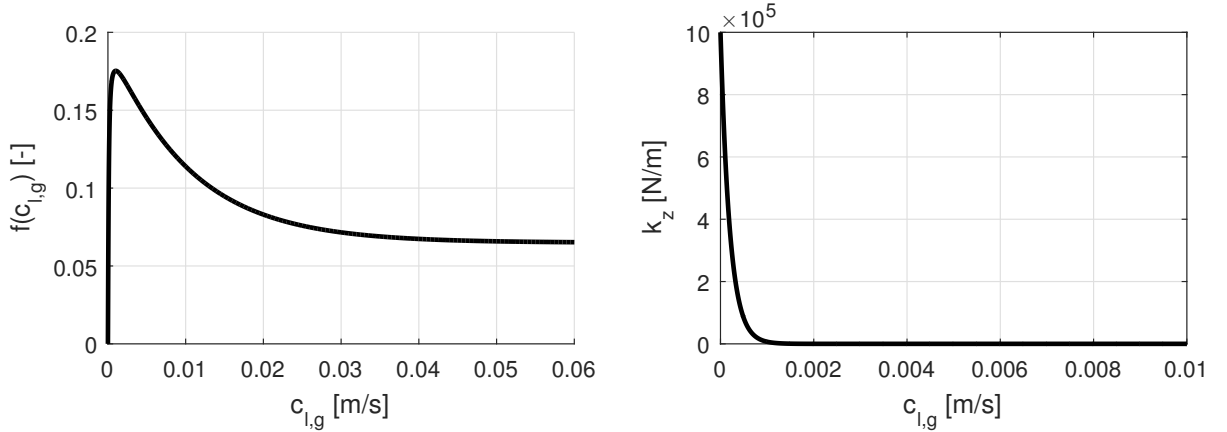
a celkové sklužové rychlosti $c_{l,g}$ potom jsou

$$c_{l,g} = \sqrt{c_{l,g,t}^2 + c_{l,g,z}^2}, \quad l = 1, 2, 3, \quad g = 1, 2, \dots, 8. \tag{6.67}$$

Součinitel smykového tření $f(c_{l,g})$ je aproximován spojitou funkcí [34]

$$f(c_{l,g}) = \frac{2}{\pi} \arctan(\varepsilon c_{l,g}) [f_d + (f_0 - f_d) e^{-d c_{l,g}}], \tag{6.68}$$

kde ε, f_0, f_d, d jsou parametry tvarování charakteristiky (6.68). Tato funkce je naznačena pro konkrétní hodnoty parametrů na obr. 6.24.



Obrázek 6.24.: Aproximace třecí charakteristiky (vlevo), viz (6.68), a závislost tuhosti na sklužové rychlosti (vpravo), viz (6.70)

Při uvažování všech tří možných fází kontaktu – prokluzu, ulpívání a odlehnutí – lze složky třecích sil v kontaktních ploškách mezi pokrytím PP a buňkami vyjádřit v součtu třecích a elastických sil

$$T_{l,g} = N_{l,g} f(c_{l,g}) \frac{c_{l,g,t}}{c_{l,g}} + k_t(c_{l,g}) d_{l,g,t}, \quad A_{l,g} = N_{l,g} f(c_{l,g}) \frac{c_{l,g,z}}{c_{l,g}} + k_z(c_{l,g}) d_{l,g,z}, \tag{6.69}$$

Tuhost buněk v tečném a axiálním směru lze aproximovat spojitou funkcí v závislosti na sklužové rychlosti ve tvaru

$$k_t(c_{l,g}) = k_t e^{-(\varepsilon_k c_{l,g})^2}, \quad k_z(c_{l,g}) = k_z e^{-(\varepsilon_k c_{l,g})^2}, \tag{6.70}$$

kde k_t, k_z jsou statické tuhosti buňky v tečném a axiálním směru a parametr ε_k je parametr tvarování funkce (6.70). Aproximační funkce (6.70) jsou navrženy tak, aby při mikroprokluzech (fázích ulpívání) tuhosti buněk přibližně odpovídaly statickým tuhostem buněk a ve fázích makroprokluzu (dále jen prokluzu) se blížily nule. Ekvivalentní náhrada kontaktních sil silovými bivektory v sudých uzlech $i = 2g$ je pak

$$\mathbf{f}_{1,g} = \begin{bmatrix} -A_{1,g} \\ -N_{1,g} \\ -T_{1,g} \\ -r_C T_{1,g} \\ 0 \\ r_C A_{1,g} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_{2,g} = \begin{bmatrix} -A_{2,g} \\ 0,5N_{2,g} + \frac{\sqrt{3}}{2}T_{2,g} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}N_{2,g} + 0,5T_{2,g} \\ -r_C T_{2,g} \\ -\frac{3}{2}r_C A_{2,g} \\ 0,5r_C A_{2,g} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_{3,g} = \begin{bmatrix} -A_{3,g} \\ 0,5N_{3,g} + \frac{\sqrt{3}}{2}T_{3,g} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}N_{3,g} + 0,5T_{3,g} \\ -r_C T_{3,g} \\ \frac{3}{2}r_C A_{3,g} \\ 0,5r_C A_{3,g} \end{bmatrix}. \quad (6.71)$$

Vektor kontaktních sil mezi pokrytím PP a buňkami distančních mřížek při uvažování fázi *prokluzu*, *ulpívání* a *odlehnutí* je pak zřejmě

$$\mathbf{f}_{SG,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)}, t) = \sum_{j=1}^3 [\mathbf{0}^T, \mathbf{f}_{j,1}^T, \dots, \mathbf{f}_{j,g}^T, \dots, \mathbf{f}_{j,8}^T]^T \in \mathbb{R}^{96}. \quad (6.72)$$

Vektory $\mathbf{f}_{P,C}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)})$, $\mathbf{f}_{C,P}(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)})$ kontaktních sil mezi subsystémy P a C mohou být vyjádřeny analogicky jako v případě kontaktních sil mezi pokrytím PP a buňkami distančních mřížek při uvažování jen fázi prokluzu a odlehnutí. Normálová složka kontaktní síly na úrovni uzlu i je

$$N_i = k_c(e_i - \delta_i)\mathcal{H}(e_i - \delta_i), \quad (6.73)$$

kde δ_i je radiální vůle mezi oběma subsystémy na úrovni uzlu i a relativní excentricita je

$$e_i = \sqrt{\left(v_i^{(P)} - v_i^{(C)}\right)^2 + \left(w_i^{(P)} - w_i^{(C)}\right)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, 15. \quad (6.74)$$

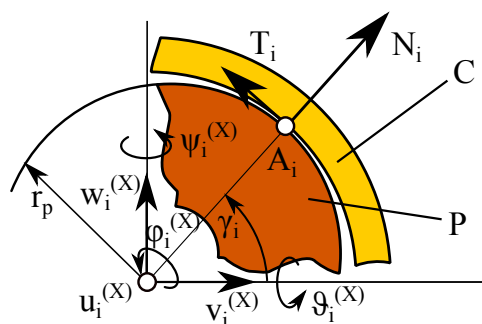
Tečné a axiální složky kontaktních sil lze vyjádřit ve tvaru

$$T_i = f(c_i)N_i \frac{c_{i,t}}{c_i}, \quad A_i = f(c_i)N_i \frac{c_{i,z}}{c_i}, \quad (6.75)$$

kde složky relativních rychlostí P vzhledem k C podle obr. 6.25 jsou

$$c_{i,t} = -\left(\dot{v}_i^{(P)} - \dot{v}_i^{(C)}\right) \sin \gamma_i + \left(\dot{w}_i^{(P)} - \dot{w}_i^{(C)}\right) \cos \gamma_i + r_P \left(\dot{\varphi}_i^{(P)} - \dot{\varphi}_i^{(C)}\right), \quad (6.76)$$

$$c_{i,z} = \dot{u}_i^{(P)} - \dot{u}_i^{(C)} + r_P \left(\dot{\psi}_i^{(P)} - \dot{\psi}_i^{(C)}\right) \sin \gamma_i - r_P \left(\dot{\psi}_i^{(P)} - \dot{\psi}_i^{(C)}\right) \cos \gamma_i. \quad (6.77)$$



Obrázek 6.25.: Řez PP na úrovni uzlu i a složky rázové síly mezi P a C

Pro goniometrické funkce úhlů γ_i platí

$$\sin \gamma_i = \frac{w_i^{(P)} - w_i^{(C)}}{e_i}, \quad \cos \gamma_i = \frac{v_i^{(P)} - v_i^{(C)}}{e_i} \quad (6.78)$$

a skluzová rychlost je

$$c_i = \sqrt{c_{i,t}^2 + c_{i,z}^2}. \quad (6.79)$$

Odtud potom pro ekvivalentní náhradu kontaktních sil v uzlech subsystémů C a P lze formulovat silové bivektory účinku P na C (viz obr. 6.25)

$$\mathbf{f}_i^{P,C} = \begin{bmatrix} A_i \\ N_i \cos \gamma_i - T_i \sin \gamma_i \\ N_i \sin \gamma_i + T_i \cos \gamma_i \\ r_P T_i \\ r_P \sin \gamma_i A_i \\ -r_P \cos \gamma_i A_i \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, 15. \quad (6.80)$$

Vektory kontaktních sil mezi subsystémy P a C s uvažováním fází prokluzu (slip) a odlehnutí (separation) jsou

$$\mathbf{f}_{P,C} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{f}_i^{P,C} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{96}, \quad \mathbf{f}_{C,P} = \begin{bmatrix} \vdots \\ -\mathbf{f}_i^{P,C} \\ \vdots \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{90}. \quad (6.81)$$

6.2.1. Výsledky numerických simulací

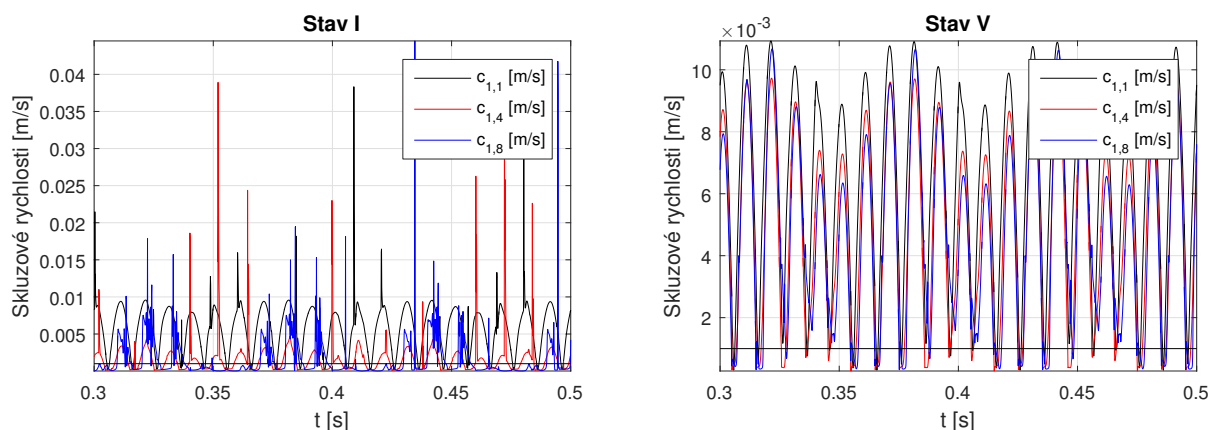
Numerické simulace systému popsaného matematickým modelem (6.59) byly provedeny prostřednictvím řešiče ode15s systému MATLAB v implicitním nastavení a v časové oblasti $t \in \langle 0; 0,5 \rangle$ [s], který se ukazuje jako dostatečný s ohledem na ustálení pohybu. Model

již nyní respektuje i tření v kontaktních bodech, v důsledku čehož dochází k relativně významným změnám v charakteru kmitání a zejména v rozložení otěru v rámci palivového proutku. Simulace byly provedeny pro pět stavů v rámci kampaně, přičemž byla shodně jako v kap. 6.1 uvažována lineární změna všech řídicích parametrů – vůle δ mezi pokrytím PP a sloupcem palivových tablet, předepínací síly fixátoru F_F a předepnutí buněk distančních mřížek F_0 – mezi dvěma limitními stavy nastávajícími na počátku a konci kampaně podle tab. 6.4.

Stav	F_0 [N]	δ [μm]	F_F [N]
I	20	65	5
II	16,25	48,75	6,25
III	12,5	32,50	7,5
IV	8,75	16,25	8,75
V	5	0	10

Tabulka 6.4.: Stavy uvažované při numerických simulacích pohybu PP s uvažováním tření v kontaktních bodech

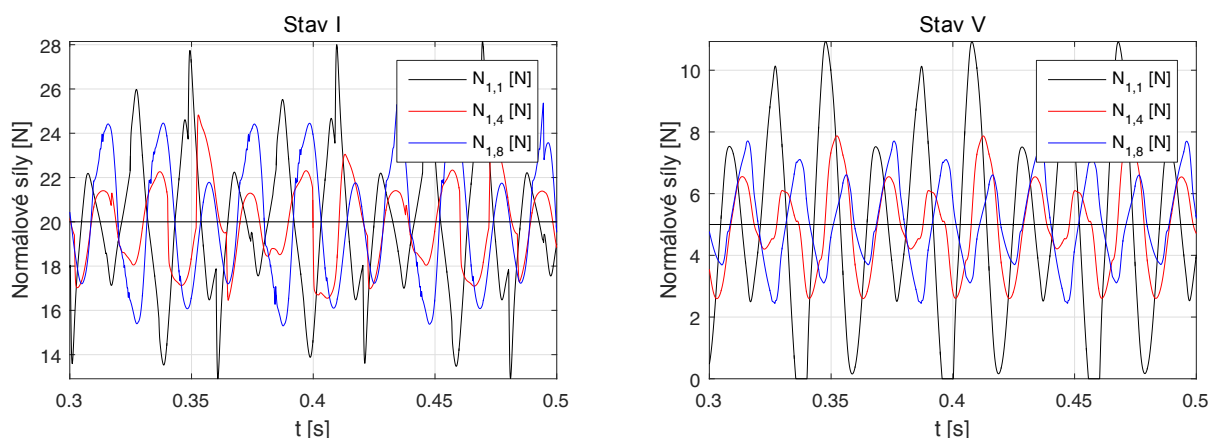
Na obr. 6.26 je ukázána změna skluzových rychlostí ve vybraných kontaktních bodech mezi mezními stavy I a V v rámci kampaně. V uvedených grafech je naznačena rovněž kritická rychlost c_{krit} , která odpovídá maximu třecí charakteristiky (6.68) a pod níž stav v daném kontaktním bodě lze považovat za ulpívání. Je zde patrná zejména změna daná výraznou přítomností rázů ve stavu I, přičemž ve stavu V blízkém konci kampaně jsou rázy dány pouze potenciálním odlehnutím obou kontinuí, jež se jinak pohybují téměř shodně.



Obrázek 6.26.: Skluzové rychlosti $c_{l,g}$ mezi subsystémem C a buňkami distančních mřížek ve vybraných kontaktních bodech v obou limitních stavech v rámci kampaně

Ukázky normálových sil přenášených buňkami distančních mřížek jsou zobrazeny na obr. 6.27 opět v obou limitních stavech I a V. Shodně jako u modelu uvedeného v kap. 6.1, dochází i nyní k oscilacím dynamické složky síly kolem hodnoty dané statickým

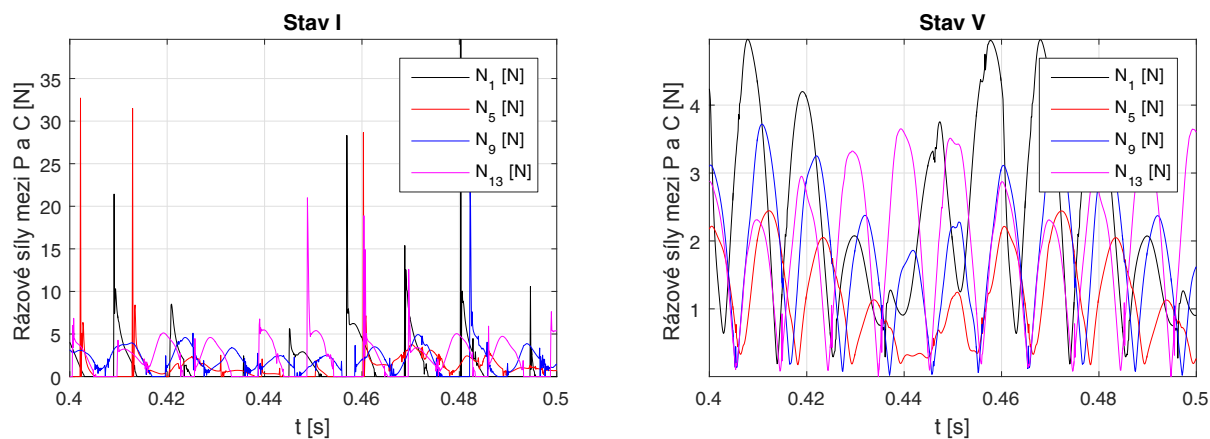
6. Matematický model kmitání palivových proutků



Obrázek 6.27.: Normálové síly $N_{l,g}$ přenášené buňkami distančních mřížek v obou limitních stavech v rámci kampaně

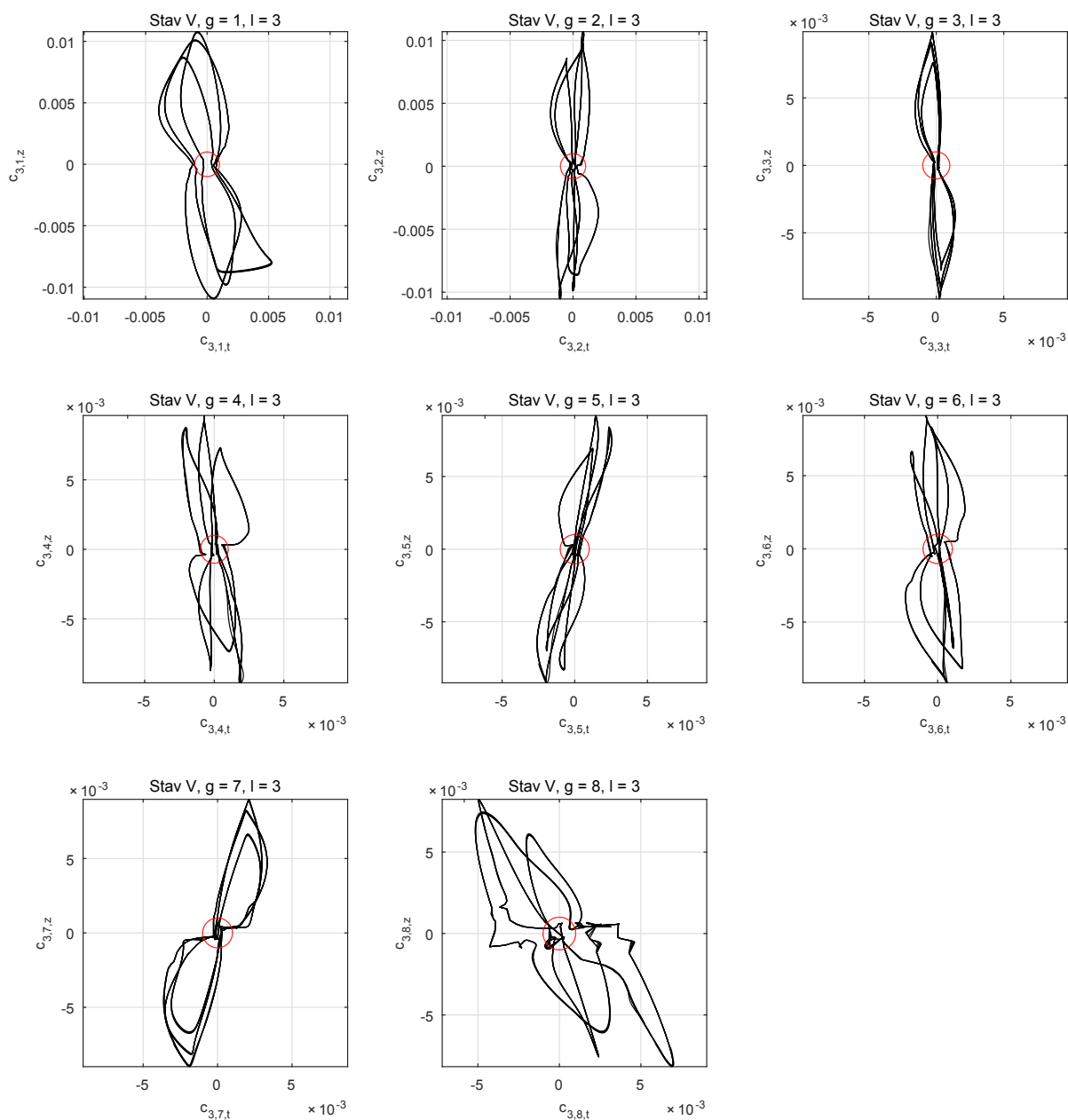
předepnutím buněk distančních mřížek, které je na uvedených grafech rovněž naznačeno. Ve stavu V blízském konci kampaně jsou patrné např. poklesy síly $N_{1,1}$ na nulovou úroveň, která indikuje ztrátu kontaktu mezi pokrytím PP a příslušnou buňkou distanční mřížky.

Na obr. 6.28 jsou ukázány normálové rázové síly mezi P a C v obou limitních stavech I a V na úrovních vybraných uzlů. Jsou zde patrné řádově vyšší amplitudy rázových sil ve stavu I, kdy je vůle největší. Kompletní zobrazení rázových sil včetně tangenciálních a axiálních složek třecí síly je ukázáno v příloze A na obr. A.2 až obr. A.6.



Obrázek 6.28.: Rázové síly N_i mezi pokrytím PP a sloupcem palivových tablet na úrovni vybraných uzlů v obou limitních stavech v rámci kampaně

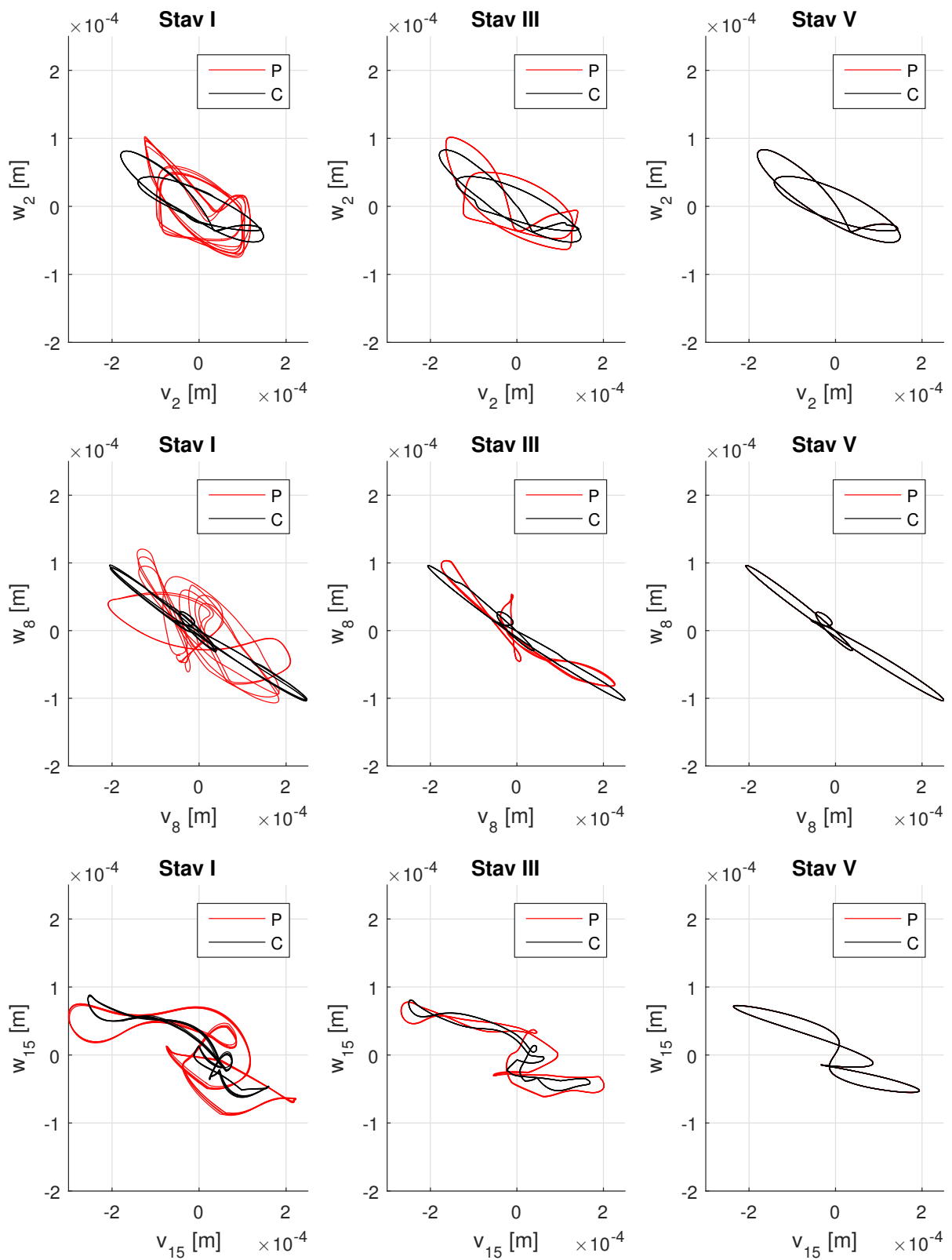
Na obr. 6.29 jsou pro ilustraci vykresleny skluzové rychlosti v kontaktu pokrytí s buňkami 3 na úrovních všech distančních mřížek pro případ V, tedy pro stav blízký konci kampaně, kdy statické předpětí buněk distančních mřížek je minimální. Vzhledem k rozbobtnávání paliva je radiální vůle mezi sloupcem palivových tablet a pokrytím PP nulová a předepnutí fixační pružiny maximální. Zobrazení je provedeno v rovině tangenciálně-axiálních rychlostí v kontaktním bodě; jedná se tedy o orbitu rychlostí,



Obrázek 6.29.: Příklady skluzových rychlostí ve vybraných kontaktních bodech mezi pokrytím PP a buňkami $l = 3$ a kružnice představující kritickou rychlost použité třecí charakteristiky

kde průvodič představuje absolutní hodnotu rychlosti v konkrétním časovém okamžiku. Na všech zmíněných charakteristikách je rovněž naznačena kružnice o poloměru c_{krit} . Pohybuje-li se orbita skluzové rychlosti uvnitř naznačené kružnice, dochází k ulpívání v daném kontaktním bodě.

Na obr. 6.30 je ukázán vývoj orbit výchylek pokrytí PP a sloupce palivových tablet ve vybraných úrovních po délce palivového proutku, konkrétně v uzlech $i = 2, 8, 15$.



Obrázek 6.30.: Příklady orbit pokrytí PP (C) a sloupce palivových tablet (P) ve vybraných úrovních a jejich změna v rámci kampaně ve vybraných stavech

Vývoj je zachycen změnou orbit ve vybraných stavech I, III a V podle tab. 6.4. Je zde patrné ovlivnění zejména klesající radiální vůlí mezi oběma subsystémy, a tedy změnou jejich vzájemných rázových účinků, kde v posledním stavu V je patrný téměř shodný pohyb obou kontinuí.

Důležitou informací o dynamických deformacích palivového proutku v průběhu kmitání vybuzeného tlakovými pulsacemi chladiva lze získat i ze zobrazení maxim deformací v jednotlivých uzlech. Na obr. A.1 v příloze A jsou zobrazena maxima deformací v jednotlivých uzlech

$$\tilde{q}_i^{(X)} = \max_{t \in (t_1, t_2)} \sqrt{\left(v_i^{(X)}\right)^2 + \left(w_i^{(X)}\right)^2}, \quad X = P, C, \quad (6.82)$$

a jejich vývoj v rámci kampaně reprezentovaný zobrazením ve vybraných pěti stavech, viz výše. Vyhodnocení je provedeno pro $i = 1, \dots, 16$ pro subsystém C a $i = 1, \dots, 15$ pro subsystém P. Je uvažováno pouze ustálené kmitání vymezené v časové oblasti časy t_1, t_2 . Z uvedených zobrazení je patrné postupné přimykání obou extrémů s postupujícím časem v rámci kampaně, až pro stav V jsou maxima téměř shodná.

6.2.2. Vyhodnocení otěru

Hodinový otěr palivových proutků byl definován jakožto významný parametr charakterizující opotřebení pokrytí PP vyvolané rozkmitáním palivového souboru od tlakových pulsací chladiva pomocí (6.29). V případě komplexního modelu rázu uvažujícího i tření v kontaktních bodech jej lze zřejmě přeformulovat do tvaru

$$\Delta m_{l,g} = \mu W_{l,g} \frac{3600}{t_2 - t_1}, \quad l = 1, 2, 3, \quad g = 1, 2, \dots, 8, \quad (6.83)$$

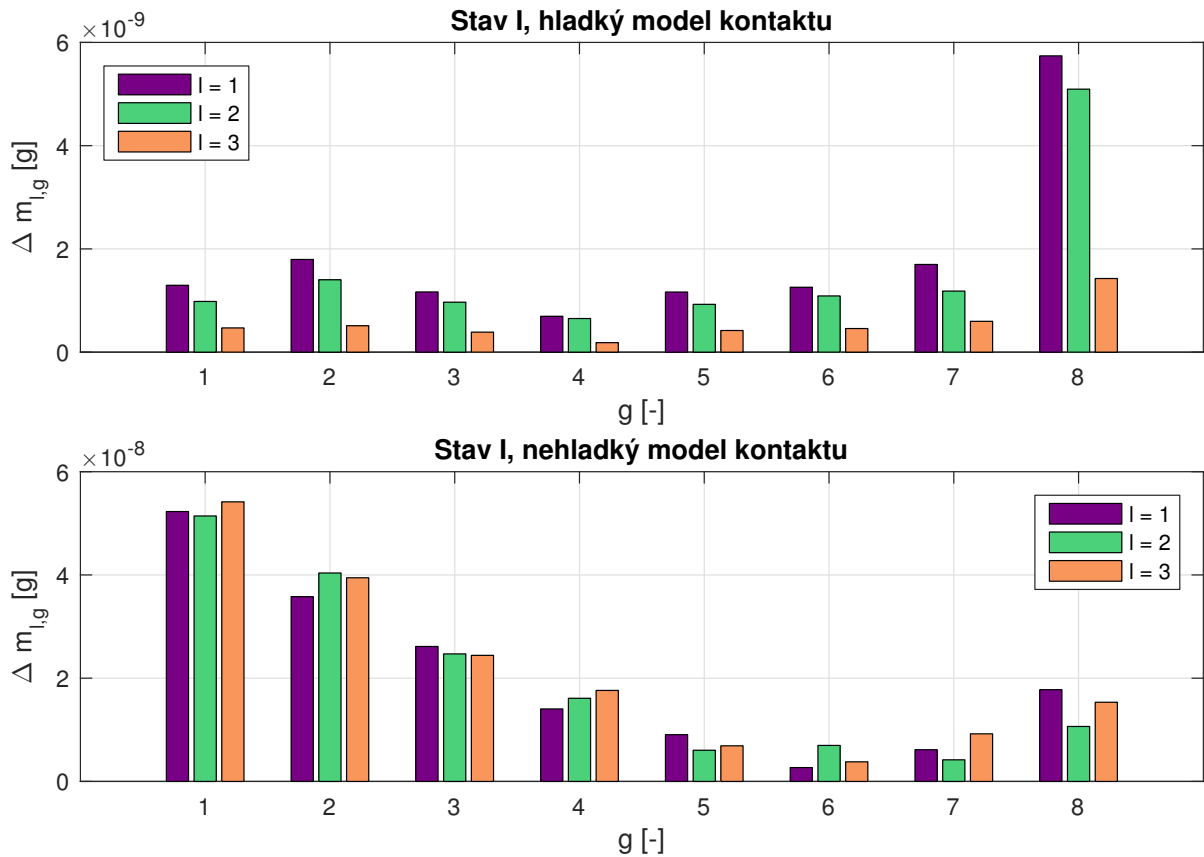
kde μ je otěrová konstanta v [g/J] a práce třecí síly v daném kontaktním bodě je

$$W_{l,g} = \int_{t_1}^{t_2} f(c_{l,g}) |N_{l,g}(d_{j,g,r}) c_{l,g}| dt, \quad l = 1, 2, 3, \quad g = 1, 2, \dots, 8. \quad (6.84)$$

Třecí charakteristika $f(c_{l,g})$ byla definována v (6.68) a $N_{l,g}$ představuje normálovou složku rázové síly v kontaktním bodě daném indexem distanční mřížky g a indexem buňky l .

Z definičního vztahu (6.83), resp. (6.84), je zřejmé, že hodnota otěru je závislá na skluzových rychlostech a normálových složkách rázové síly v kontaktních bodech mezi pokrytím PP a buňkami distančních mřížek. Hodnota otěru bude u modelu zpřesněného o vliv třecích sil na kmitání komponent PP odlišná oproti modelu s hladkým kontaktem, neboť i skluzové rychlosti a normálové síly jsou v takovém případě odlišné. Porovnání výsledných hodnot otěru a jejich rozložení je demonstrováno na obr. 6.31 na příkladu stavu I, tj. stavu blízkému počátku kampaně. Je zde patrných několik rozdílů:

- Relativní rozložení hodnot otěru po délce palivového proutku:
 - V případě hladkého modelu kontaktu vykazuje výrazně nejvyšší hodnoty otěru distanční mřížka $g = 8$, zatímco otěr na distančních mřížkách $g = 1, \dots, 7$ je relativně vyrovnaný.



Obrázek 6.31.: Srovnání hodnot otěru při uvažování hladkého a nehladkého modelu kontaktu na příkladu stavu I (na počátku kampaně)

- V případě nehladkého modelu kontaktu se naopak nejvyšší hodnoty otěru vyskytují na nejnižší distanční mřížce $g = 1$. Se vzrůstajícím indexem $g = 1 \dots 6$ otěr klesá a následně pro $g = 7, 8$ mírně stoupá.
- Různost rozložení otěru je dána různým rozložením skluzových rychlostí a normálových sil při použití obou modelů. Rozdílnost těchto rozložení vyplývá z jejich odlišné formulace.
- Odlišné absolutní hodnoty otěru u obou modelů jsou dány zejména rozdílnou reprezentací třecí charakteristiky v obou případech. Zatímco v případě hladkého modelu kontaktu je při výpočtu otěru respektován pouze dynamický součinitel smykového tření $f = f_d$, v případě modelu rozšířeného o uvažování tření v kontaktních bodech je uváženo přesnější popisy součinitele smykového tření, viz (6.68), kdy při malých skluzových rychlostech součinitel tření se blíží součiniteli adheze f_0 .
- Ke snížení otěru s buňkami mřížky 8 přispívají též fáze ulpívání, kdy výkon třecích sil limituje k nule.

Hodnoty hodinového otěru, vycházející z modelu rozšířeného o vliv tření v kontaktních bodech (6.59), jsou uvedeny na obr. 6.32 pro všechny výše definované stavy. Zde lze konstatovat následující závěry:

- Hodnoty otěru v průběhu kampaně globálně klesají, což je dáno zejména klesajícím předepnutím buněk distančních mřížek, a tedy i normálových sil v kontaktních bodech.
- V průběhu kampaně dochází k vyrovnávání výše diskutovaného rozložení otěru po délce palivového proutku. Zatímco na začátku je maximální otěr na nejnižší distanční mřížce, na konci kampaně je otěr vyrovnaný jak v rámci buněk na dané úrovni distanční mřížky, tak mezi jednotlivými úrovněmi distančních mřížek.

6.3. Modelování interakce PP s příčně proudícím chladičem

Dalším mechanismem, který způsobuje rozkmitání palivového proutku, je působení okolo proudícího chladiče [α1, α5]. Dochází zde k interakci pevné a tekuté fáze, která obecně představuje třídu komplexních úloh vyžadujících pokročilé modelování obou fází. Existují dvě základní možnosti řešení těchto systémů, a sice tzv. *sdrúžené* a *nesdrúžené*. Při sdrúženém řešení dochází k formulaci problému tak, že je současně řešena problematika vlastní dynamiky pevné fáze i dynamika proudící tekutiny. Druhou možností je pak nesdrúžené řešení, kdy je zvlášť (obvykle v různých řešicích) řešena vlastní úloha dynamiky pevného tělesa a zvlášť analýza tekutiny, přičemž je využíváno iteračního postupu, kde výsledky z jedné části se přenášejí do další iterace v části druhé.

V této kapitole bude nejprve odvozen model sil od obtékajícího média za předpokladu laminárního proudění a bude formulován ve tvaru vhodném k implementaci nesdrúženého řešení interakce. V reálném PS však vzniká turbulentní příčný proud chladiče, a proto bude tento model následně zobecněn o vliv vírových sil od příčně proudícího chladiče. Uvedené výpočty jsou motivovány snahou posoudit míru vlivu jednotlivých mechanismů buzení – tlakových pulsací a příčného proudu chladiče – na kmitání PP.

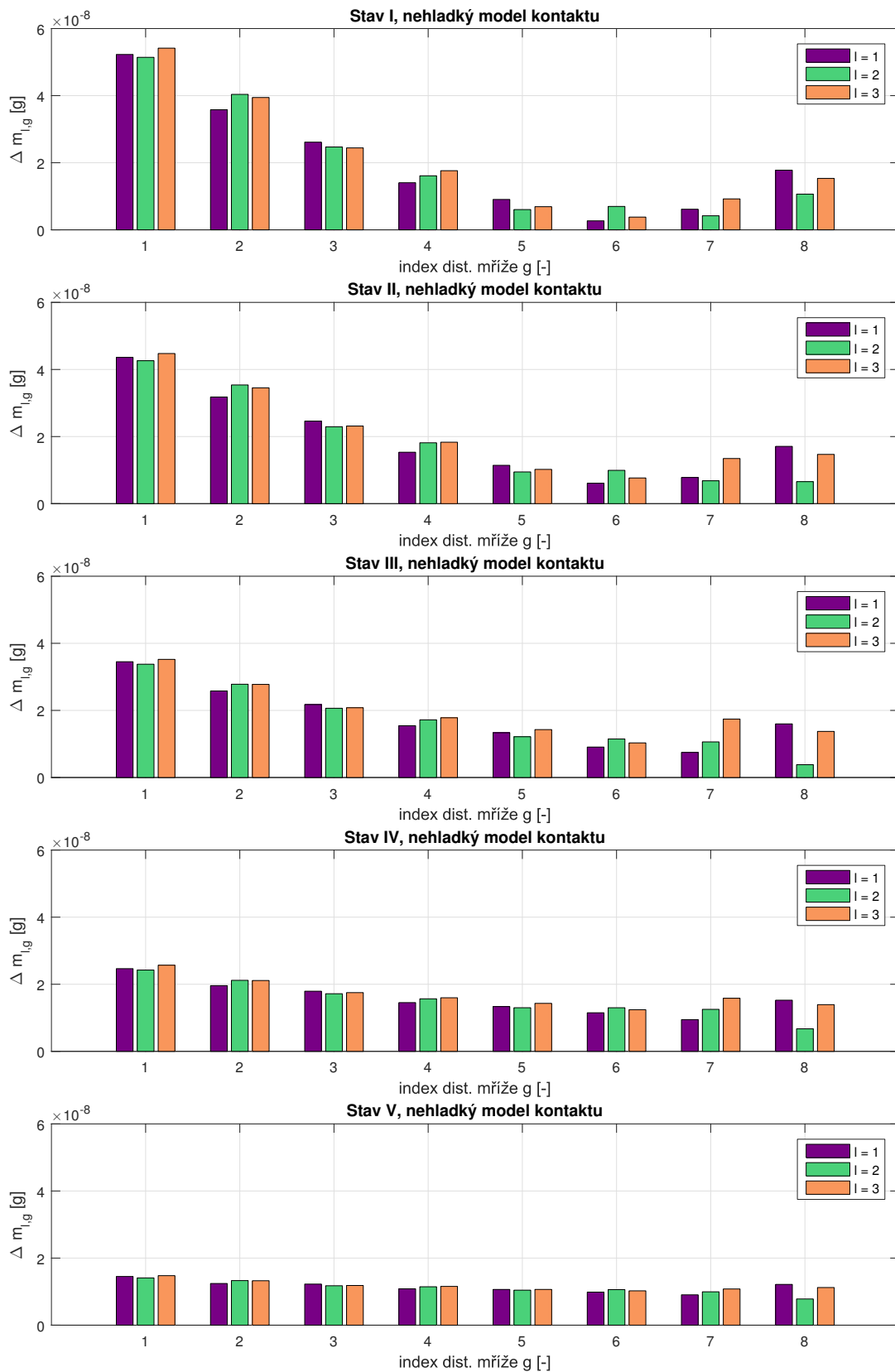
6.3.1. Model příčného proudu chladiče za předpokladu laminárního proudění

Na obr. 6.33 je ukázán jeden konečný prvek MKP sítě modelu PP, obtékaný chladičem. Pro diferenciálně malou sílu od proudící tekutiny působící po délce dz na daný konečný prvek e byl formulován vztah [9]

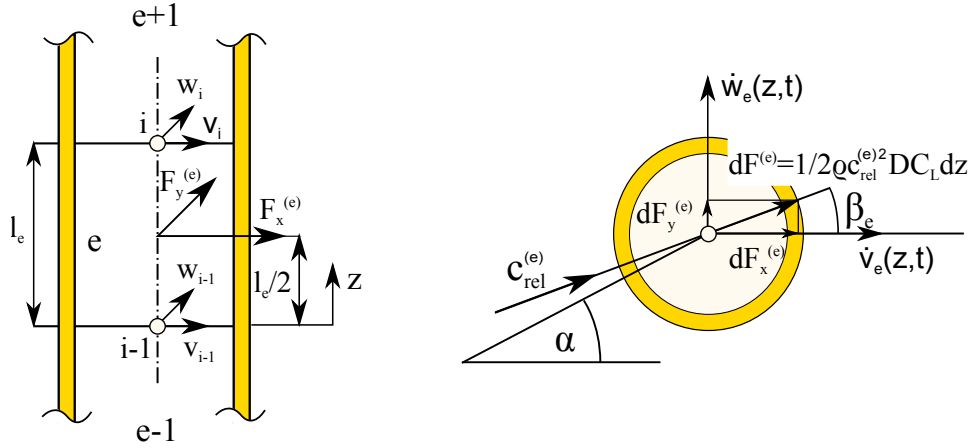
$$dF^{(e)} = \frac{1}{2} \rho c_{rel}^{(e)2} D C_L dz, \quad (6.85)$$

kde ρ je hustota chladiče, D je vnější průměr PP, C_L je vztlakový koeficient a c_{rel} je relativní rychlost definovaná pro element e jako

6. Matematický model kmitání palivových proutků



Obrázek 6.32.: Změna hodinového otěru v průběhu kampaně (ve stavech uvedených v tab. 6.4) pro všechny kontaktní body definované indexem distanční mřížky g a indexem buňky l



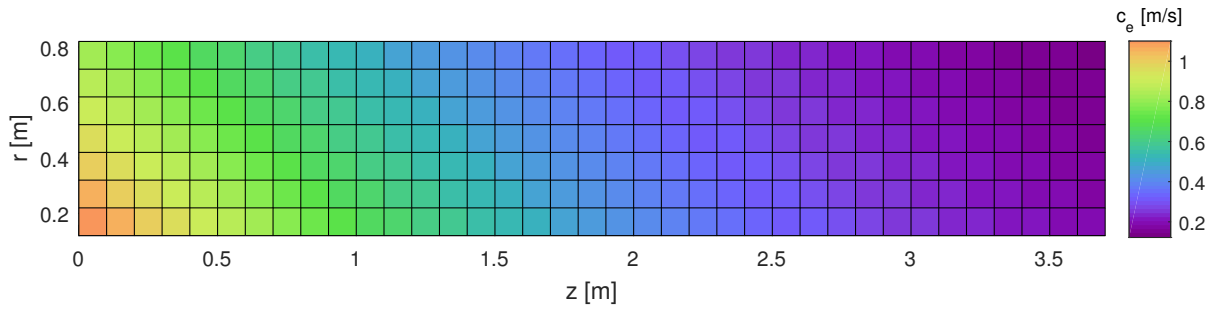
Obrázek 6.33.: Boční a příčný řez pokrytím PP obtékáným tekutinou

$$|c_{rel}^{(e)}| = \sqrt{(c_e \sin \alpha - \dot{w}_e)^2 + (c_e \cos \alpha - \dot{v}_e)^2}, \quad (6.86)$$

kde α je úhel odpovídající poloze PP v polárních souřadnicích, $\dot{v}_e = \dot{v}_e(z, t)$, $\dot{w}_e = \dot{w}_e(z, t)$ jsou příčné rychlosti PP. Příčná rychlost chladiva v radiálním směru (od středu PS) je aproximována vztahem

$$c_e = c_{max} e^{-\kappa_r(r_u - r_1)} e^{-\kappa_z(z_e - z_1)}, \quad (6.87)$$

kde c_{max} je maximální rychlost chladiva (na úrovni nejnižší distanční mřížky). První exponenciální člen v (6.87) vyjadřuje úbytek rychlosti směrem od středu PS a druhý exponenciální člen úbytek rychlosti směrem vzhůru. Prostřednictvím parametrů $\kappa_r, \kappa_z, c_{max} \in \mathbb{R}^1$ lze měnit rozložení rychlostního pole chladiva v rámci palivového souboru. Podle [32] lze pro TVSA-T uvažovat parametry $\rho = 748 \text{ [kg/m}^3\text{]}$, $\kappa_r = \kappa_z = 0,5$, $C_L = 0,2$ a $c_{max} = 1,1 \text{ [m/s]}$.



Obrázek 6.34.: Uvažované rozložení rychlostí v rámci palivového souboru

Úhel β_e , určující nositelku síly od proudícího chladiva, lze vyjádřit uprostřed konečného prvku e jako

$$\sin \beta_e(t) = \frac{c_e \sin \alpha - \dot{w}_e(\frac{l_e}{2}, t)}{c_{rel}^{(e)}(\frac{l_e}{2}, t)}, \quad \cos \beta_e(t) = \frac{c_e \cos \alpha - \dot{v}_e(\frac{l_e}{2}, t)}{c_{rel}^{(e)}(\frac{l_e}{2}, t)}, \quad (6.88)$$

kde l_e je délka konečného prvku. Z těchto výrazů je zřejmé, že pro $|\dot{v}_e| \ll c_e, |\dot{w}_e| \ll c_e$ je $\beta_e \doteq \alpha$. Podle předběžných analýz a poměru rychlostí vyhovujících těmto podmínkám by bylo možné použít uvedeného přibližného aproximačního vztahu. Pro větší obecnost modelu bude však nadále uvažováno kompletní vyjádření úhlu nositelky β_e definované v (6.88). Po dosazení (6.86) do (6.85) je

$$dF = \frac{1}{2}\rho [(c_e \sin \alpha - \dot{w}_e)^2 + (c_e \cos \alpha - \dot{v}_e)^2] DC_L dz. \quad (6.89)$$

Po uvážení aproximačních vztahů uvedených v kap. 3 lze vyjádřit sílu působící na element jako

$$\int dF^{(e)} = \frac{1}{2}\rho DC_L \int_0^{l_e} \left(c_e^2 - 2c_e \cos \alpha \Phi(z) \mathbf{S}_1^{-1} \dot{\mathbf{q}}_1^{(e)} - 2c_e \sin \alpha \Phi(z) \mathbf{S}_2^{-1} \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)} \right. \\ \left. + \dot{\mathbf{q}}_1^{(e)T} \mathbf{S}_1^{-T} \Phi^T(z) \Phi(z) \mathbf{S}_1^{-1} \dot{\mathbf{q}}_1^{(e)} + \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)T} \mathbf{S}_2^{-T} \Phi^T(z) \Phi(z) \mathbf{S}_2^{-1} \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)} \right) dz. \quad (6.90)$$

Po integraci přes celý prvek je

$$\int_0^{l_e} \Phi(z) dz = l_e \left[1, \frac{l_e}{2}, \frac{l_e^2}{3}, \frac{l_e^3}{4} \right] = \mathbf{l}_e^T, \quad \int_0^{l_e} \Phi^T(z) \Phi(z) dz = l_e \begin{bmatrix} 1 & l_e/2 & l_e^2/3 & l_e^3/4 \\ & l_e^2/3 & l_e^3/4 & l_e^4/3 \\ & & l_e^4/5 & l_e^5/6 \\ & & & l_e^6/7 \end{bmatrix}. \quad (6.91)$$

Nyní lze vyjádřit složky sil ve smyslu os x, y jako

$$F_x^{(e)} = \frac{1}{2}\rho DC_L \cos \beta_e(t) L_e(t), \quad F_y^{(e)} = \frac{1}{2}\rho DC_L \sin \beta_e(t) L_e(t), \quad (6.92)$$

kde

$$L_e(t) = c_e^2 l_e - 2c_e \cos \alpha \mathbf{l}_e^T \mathbf{S}_1^{-1} \dot{\mathbf{q}}_1^{(e)} - 2c_e \sin \alpha \mathbf{l}_e^T \mathbf{S}_2^{-1} \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)} \\ + \left(\dot{\mathbf{q}}_1^{(e)T} \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_\Phi \mathbf{S}_1^{-1} \dot{\mathbf{q}}_1^{(e)} + \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)T} \mathbf{S}_2^{-T} \mathbf{I}_\Phi \mathbf{S}_2^{-1} \dot{\mathbf{q}}_2^{(e)} \right). \quad (6.93)$$

Výsledný vektor sil od příčně proudícího chladiva $\mathbf{f}_{Fl}^{(C)}$ (**F**luid **f**low) potom bude

$$\mathbf{f}_{Fl}^{(C)} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \hline 0 \\ F_{ix} \\ F_{iy} \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{96}, \quad (6.94)$$

kde příslušné nenulové prvky představují složky síly v konkrétním uzlu a zahrnují součet příspěvků sil od sousedních elementů². Jsou tedy dány jako

$$F_{ix} = \frac{1}{2} \rho DC_L \left(\cos \beta_e(t) \frac{L_e(t)}{2} + \cos \beta_{e+1}(t) \frac{L_{e+1}(t)}{2} \right), \quad (6.95)$$

$$F_{iy} = \frac{1}{2} \rho DC_L \left(\sin \beta_e(t) \frac{L_e(t)}{2} + \sin \beta_{e+1}(t) \frac{L_{e+1}(t)}{2} \right). \quad (6.96)$$

Výsledný model PP při uvážení všech výše diskutovaných kontaktních sil, při zanedbání tlakových pulsací chladiva a při buzení pouze proudem obtékajícího chladiva za předpokladu laminárního proudění pak v souladu s (6.59) nabývá tvaru

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_F^{(C)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_F^{(P)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_F^{(C)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_F^{(P)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_F^{(C)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_F^{(P)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)} \\ \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)} \end{bmatrix} + \\ & + \left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_F^{(C)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_F^{(P)} \end{bmatrix} + \mathbf{K}_F \right) \begin{bmatrix} \mathbf{q}_F^{(C)} \\ \mathbf{q}_F^{(P)} \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{SG,C} \left(\mathbf{q}_F^{(C)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)} \right) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{P,C} \left(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)} \right) \\ \mathbf{f}_{C,P} \left(\mathbf{q}_F^{(C)}, \mathbf{q}_F^{(P)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(C)}, \dot{\mathbf{q}}_F^{(P)} \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{Fl}^{(C)} \left(\dot{\mathbf{q}}_F^{(C)}, t \right) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6.97)$$

Model lze formálně přepsat do tvaru

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}_{SG}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{f}_I(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{f}_{Fl}(\dot{\mathbf{q}}, t). \quad (6.98)$$

Postup při řešení spočívá v numerické integraci matematického modelu (6.97) dle následujícího iteračního schématu

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}^{(k+1)}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}^{(k+1)}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}^{(k+1)}(t) = \\ & \mathbf{f}_{SG}(\mathbf{q}^{(k+1)}, \dot{\mathbf{q}}^{(k+1)}) + \mathbf{f}_I(\mathbf{q}^{(k+1)}, \dot{\mathbf{q}}^{(k+1)}) + \mathbf{f}_{Fl}(\dot{\mathbf{q}}^{(k)}, t), \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, \end{aligned} \quad (6.99)$$

které se opakuje, dokud není splněna podmínka

$$\left| \max_{i=1} \left\{ \max_{t \in (t_1, t_2)} \left\{ q_i^{(k+1)}(t) - q_i^{(k)}(t) \right\} \right\} \right| < \varepsilon \in \mathbb{R}^{0+}, \quad l = 1, 2, \dots, 16, \quad (6.100)$$

kde časové okamžiky t_1, t_2 vymezují interval s ustáleným kmitáním PP. V iteraci $k = 0$ jsou síly od příčně proudícího chladiva dopočítávány za předpokladu nepohybujícího se PP ($\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$). Výsledkem je řešení v iteraci $k = 1$

$$\mathbf{q}^{(1)}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_F^{(C),(1)} \\ \mathbf{q}_F^{(P),(1)} \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{q}}^{(1)}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_F^{(C),(1)} \\ \dot{\mathbf{q}}_F^{(P),(1)} \end{bmatrix}, \quad (6.101)$$

na jehož základě lze vypočítat vektor $\mathbf{f}_{Fl}^{(C)}$ a dále již pokračovat podle iteračního numerického schématu naznačeného v (6.99).

²Pro oba krajní elementy, tj. pro $e = 1$ a $e = 16$ je uvažována pouze poměrná část sil z nejbližšího uzlu.

6.3.2. Uvážení vírových sil od příčně proudícího chladiwa

Výše uvedený model lze rozšířit o vliv vírů vyvolaných příčným prouděním chladiwa [9]. Posouzení, zda u uvažované úlohy bude docházet k vírově vybuzenému kmitání, lze provést na základě Reynoldsova čísla

$$Re = \frac{c_{rel}D}{\nu}, \quad (6.102)$$

kde c_{rel} je relativní rychlost média vůči PP, D je vnější průměr pokrytí PP a ν je kinematická viskozita proudícího média. S přihlédnutím k odhadnuté kinematické viskozitě ($\nu = 0,2 \cdot 10^{-6} [m^2/s]$) lze předběžně konstatovat, že Reynoldsovo číslo $Re \in \langle 45500; 91000 \rangle$, což podle [9] indikuje stav, kdy víry za obtékaným tělesem jsou plně rozvinuty.

U štíhlého poddajného válce obtékaného tekutinou dochází za daných okolností k tvorbě vírů, které působí na těleso časově proměnnou silou. V prvním přiblížení ji lze aproximovat harmonickou silou s frekvencí³

$$f_{vi} = \frac{Sc_{rel}}{D}, \quad (6.103)$$

kde S je Strouhalovo číslo, D je vnější průměr válce a c_{rel} je relativní rychlost média vůči obtékanému válci.

Do výše uvedeného modelu byl zahrnut vliv vírových sil od příčně proudícího chladiwa úpravou síly (6.85). V případě turbulentního proudění s uvažovanými víry lze postupovat analogicky jako v předchozí podkapitole. Vektor sil od příčně proudícího chladiwa \mathbf{f}_{Fl}^C je formálně shodný s (6.94), ale síly (6.95), (6.96) přecházejí do tvaru

$$F_{ix} = \frac{1}{2} \rho DC_L \left(\cos \beta_e(t) \frac{L_e(t)}{2} + \cos \beta_{e+1}(t) \frac{L_{e+1}(t)}{2} \right) \sin 2\pi f_{vi,e} t, \quad (6.104)$$

$$F_{iy} = \frac{1}{2} \rho DC_L \left(\sin \beta_e(t) \frac{L_e(t)}{2} + \sin \beta_{e+1}(t) \frac{L_{e+1}(t)}{2} \right) \sin 2\pi f_{vi,e} t, \quad (6.105)$$

kde $f_{vi,e}$ jsou frekvence vírů v příčně proudícím chladiwu odpovídající konečnému prvku e , pro které platí

$$f_{vi,e} = \frac{Sc_{rel}^{(e)}}{D}. \quad (6.106)$$

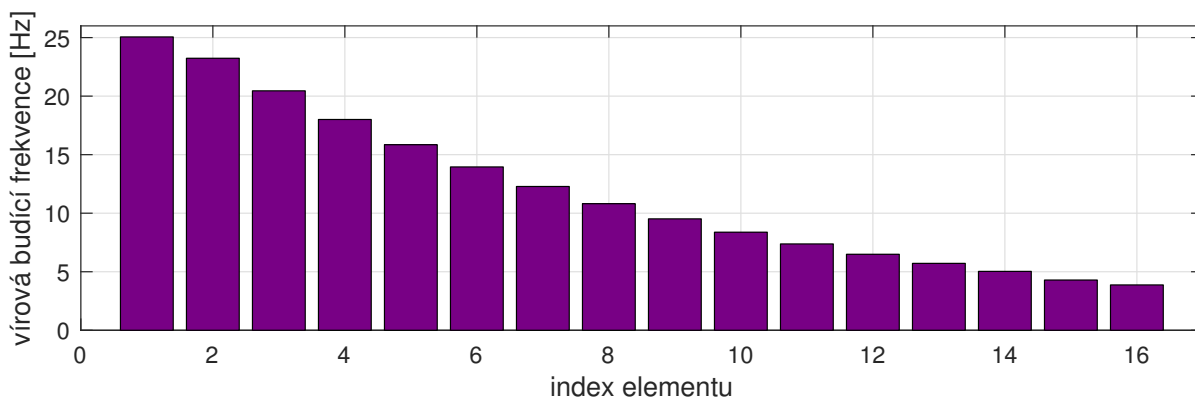
Rozložení budících frekvencí od vírů příčně proudícího chladiwa v modelu palivového proutku závisí na relativních rychlostech $c_{rel}^{(e)}$ jednotlivých elementů, a tedy na rozložení rychlostí proudu chladiwa (6.87).

³Frekvence buzení vírovými silami je označena f_{vi} (*vortex-induced*).

6.3.3. Numerické simulace kmitání PP vybuzeného vírovými silami od příčně proudícího chladiwa

Numerické simulace kmitání palivového proučku vybuzeného vírovými silami od příčně proudícího chladiwa byly provedeny za předpokladu turbulentního příčného proudění při rozložení rychlostí chladiwa (6.87). Tento stav popisuje formálně model (6.97) s uvažováním vektoru $\mathbf{f}_{Fl}(\mathbf{q}, t)$ podle (6.94) a (6.96), kde jednotlivé nenulové prvky jsou definovány vztahy (6.104) a (6.105).

V dále uváděných výpočtech byly uvažovány následující parametry obtékání: hustota obtékajícího chladiwa $\rho = 748 [kg/m^3]$, maximální rychlost příčného proudu chladiwa $c_{max} = 1,1 [m/s]$, koeficienty $\kappa_r = \kappa_z = 0,5$, vztlakový koeficient $C_L = 0,2$ a Strouhalovo číslo $S = 0,2$. Je uvažován stav blízky konci kampaně, kdy radiální vůle mezi pokrytím PP a sloupcem palivových tablet $\delta = 1 [\mu m]$, předepnutí buněk distančních mřížek $F_0 = 5 [N]$ a osová síla fixátoru $F_F = 10 [N]$.

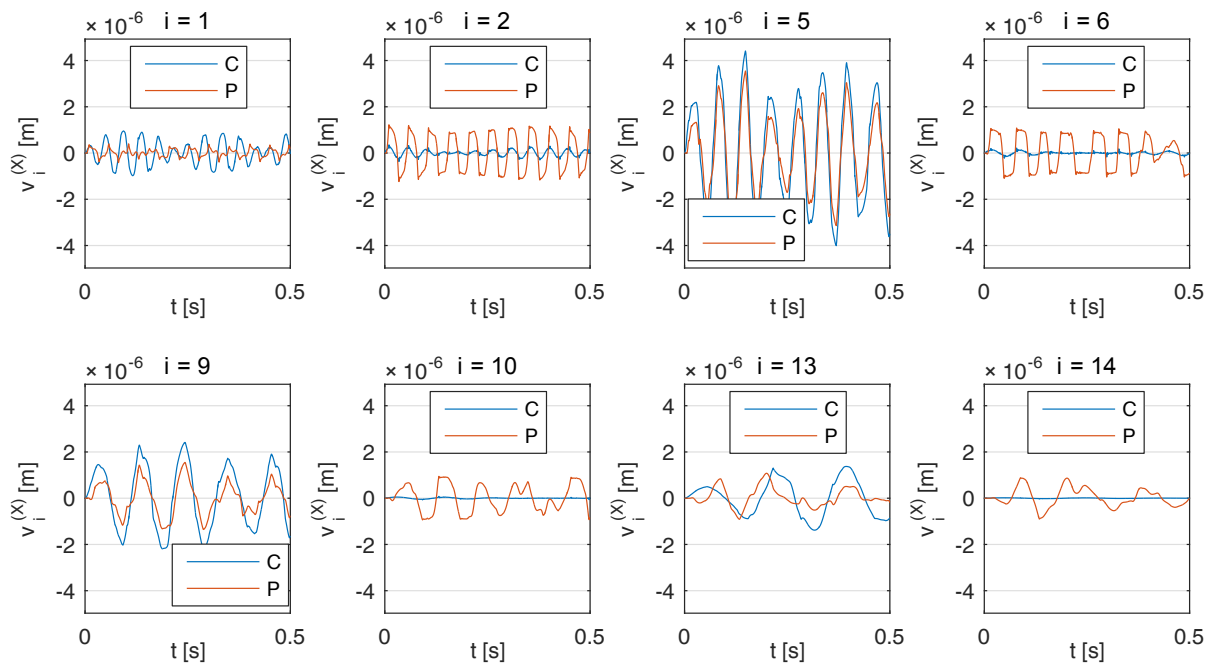


Obrázek 6.35.: Budící frekvence od vírů příčně proudícího chladiwa působící na jednotlivé konečné prvky

Rozložení výsledných budících vírových frekvencí (6.106) na jednotlivých konečných prvcích modelu pokrytí je uvedeno na obr. 6.35. Je patrné, že ve shodě s předpisem pro předpokládané rozložení rychlostí chladiwa (6.87) se frekvence $f_{vi,e}$ po délce PP směrem vzhůru snižují. Amplitudy budících sil byly odvozeny v kap. 6.3.1 a rovněž se v závislosti na proudu chladiwa směrem vzhůru snižují.

Na obr. 6.36 jsou ukázány časové průběhy výchylek $v_i^{(X)}$, $X = C, P$, ve vybraných uzlech i . Je zde patrné rozkmitání pokrytí se základní harmonickou složkou odpovídající příslušné frekvenci vírového buzení. V sudých uzlech, tj. v uzlech vázaných v distančních mřížkách, jsou amplitudy kmitání pokrytí výrazně nižší než v lichých uzlech, což je dáno relativně tuhou vazbou buněk DM oproti ohybové tuhosti PP. Při uvažovaných provozních podmínkách s relativně malou radiální vůlí dochází k vymezení radiální vůle a rozkmitání sloupce palivových tablet. V důsledku klesajících amplitud harmonického vírového buzení se také amplitudy odezvy PP směrem vzhůru snižují.

Cílem této studie je zejména porovnání amplitud odezvy na kinematické buzení tlakovými pulsacemi chladiwa generovanými HCČ a na buzení od příčně proudícího chladiwa. Na základě provedených analýz lze konstatovat dominantní vliv tlakových pulsací



Obrázek 6.36.: Časové průběhy výchylek $v_i^{(X)}$, $X = C, P$ na úrovních vybraných uzlů při stavu blízkém konci kampaně ($\delta = 1 [\mu\text{m}]$, $F_0 = 5 [\text{N}]$, $F_F = 10 [\text{N}]$). Zobrazeny jsou výsledky v iteraci $k = 3$ nesdruženého řešení.

chladiwa a řádově nižší vliv proudu příčně obtékajícího chladiwa na amplitudy kmitání palivového proutku. Dále bylo prokázáno, že při rozkmitání PP vlivem příčně proudícího chladiwa dochází k vymezování radiální vůle v průběhu kmitání teprve ve fázích blízkých konci kampaně, kdy radiální vůle mezi P a C klesá řádově na jednotky μm . Naopak v počátečních fázích kampaně, kdy radiální vůle je řádově desítky μm , nedochází k rázové interakci mezi sloupcem palivových tablet a pokrytím.

7. Závěr

Tato práce je zaměřena na matematické modelování rázového kmitání komponent palivového souboru TVSA-T jaderného reaktoru VVER 1000. Úvodní kap. 1 a 2 shrnují základní fakta o silně nelineárních kmitajících mechanických soustavách, možnostech jejich řešení a modelech rázových sil. Je zde provedeno shrnutí současného stavu řešené problematiky se zvláštním zaměřením na aplikaci v oblasti kmitání komponent palivového souboru. V kap. 3 je odvozen potřebný aparát pro matematické modelování kmitání vertikálních jednorozměrných kontinuí zatížených axiálními silami metodou konečných prvků. Toho je následně využito v aplikační části pro modelování komponent palivového souboru TVSA-T.

Klíčovou část práce tvoří kap. 5 a 6, kde jsou formulovány matematické modely kmitání vodicích trubek (VT) a palivových proutků (PP) při uvažování všech potenciálních zdrojů nelinearit daných rázovými účinky a třením v kontaktních bodech. Matematické a výpočtové modely jsou odvozeny a implementovány v systému MATLAB v takové podobě, aby byly konzistentní s modely reaktoru a modely palivového souboru, které jsou dlouhodobě vyvíjeny na Katedře mechaniky Fakulty aplikovaných věd ZČU v Plzni. Pro výpočty dynamického chování jednotlivých komponent na komplexních modelech PP a VT je využíváno numerických simulací dynamického chování PS z linearizovaného modelu palivového souboru a globálního modelu reaktoru za předpokladu buzení tlakovými pulsacemi chladiva od hlavních cirkulačních čerpadel. Zároveň je koncept modelů volen tak, že lze simulovat pohyb kteréhokoli palivového proutku, resp. vodicí trubky, v kterémkoli palivovém souboru.

7.1. Shrnutí výsledků provedených analýz a jejich význam

Model VT byl podroben analýze dynamických laterálních deformací při zatížení tlakovými pulsacemi chladiva a stabilitní analýze. Na základě výsledků numerických simulací lze konstatovat následující závěry:

- Numerické simulace pohybu VT ukazují rozložení maxim laterálních dynamických deformací VT po její délce, které mohou výrazně ovlivnit propadávání klastrů. Se zvětšující se vůlí se maxima dynamických deformací globálně zvyšují, s výjimkou uzlu na úrovni objímky (nejvyšší distanční mřížka). Vliv tuhosti buněk distančních mřížek ve zkoumaném rozsahu je slabý, neboť jejich radiální tuhost je oproti příčné tuhosti štíhlých a dlouhých VT řádově vyšší.

- Se změnou vybraných řídicích parametrů (vůle, tuhost buněk distančních mřížek) se většinou zachovává relativní rozložení maxim laterálních dynamických deformací po délce VT.
- Vzhledem k axiálnímu zatížení je VT, procházející skrze distanční mřížky s vůlí, nestabilní. Ke stabilizaci dochází teprve vymezením vůle v některých vazbách, tj. opřením VT o buňky distančních mřížek. Stabilita VT vzhledem k axiální tlakové síle a tuhosti buněk distančních mřížek byla posuzována prostřednictvím analýzy změny první vlastní frekvence při změně těchto parametrů. Byly ukázány stabilitní hranice při předpokládaných tvarech statické deformace a byla provedena konzervativní i nekonzervativní modální analýza VT.

Matematický model PP byl v této práci odvozen v jednotlivých krocích tak, jak byl průběžně vyvíjen. Nejprve byl formulován model respektující pouze normálové síly v kontaktních bodech mezi pokrytím a sloupcem palivových tablet a mezi pokrytím a buňkami distančních mřížek. Následně byl rozšířen o vliv třecích sil ve všech kontaktních bodech a o vliv příčně proudícího chladiva.

Důležitým sledovaným provozním parametrem je otěr palivových proutků, který nese informaci o ztenčení pokrytí palivového proutku v daném kontaktním bodě vlivem vibrační palivového souboru. Znalost otěru je velmi důležitá, neboť v extrémním případě, kdy ztenčení v místě kontaktu přesáhne limitní hodnotu, může dojít ke zvýšenému úniku štěpných produktů do chladicího média.

Na základě analýz provedených v této práci lze stran kmitání PP a otěru pokrytí konstatovat následující závěry:

- Kinematické buzení vyvolané pohybem upínacích desek palivového souboru generuje rázové kontaktní síly mezi pokrytím a palivovými tabletami a může vyvolat (zejm. v závěrečné fázi kampaně) odlehnutí (ztrátu kontaktu) pokrytí PP od buněk distančních mřížek.
- Ohledně vlivu analyzovaných parametrů na otěr lze učinit následující závěry:
 - Pokles statického předepnutí buněk distančních mřížek v rámci kampaně (vlivem předchozího kumulovaného otěru a iradiace) má výrazný pozitivní vliv na otěr.
 - Zmenšování radiální vůle mezi pokrytím a tabletami (vlivem radiálního swellingu palivových tablet) má mírně negativní vliv na otěr.
 - Zvětšování přítláčné síly fixátoru (dané iradiací a axiálním swellingem palivových tablet v průběhu kampaně) má mírně negativní vliv na otěr.
- Všechny hodnoty otěru zde uvedené jsou vyčíslovány na základě výsledků výpočtů v relativně krátké časové oblasti a následně vztaženy na 1 hodinu prostřednictvím tzv. hodinového otěru. Při výpočtech je přitom uvažován nejhorší možný stav, kdy záněje (dané mírným frekvenčním rozladěním hlavních cirkulačních čerpadel) jsou nejvíce rozvinuté. Výsledky jsou proto silně konzervativní a pro reálnější odhad by

bylo účelné vyčíslovat hodinový otěr modifikovaný, kde modifikační faktor by byl dán charakterem záznejů, jak bylo uvedeno v [β6].

- Hodnoty otěru jsou silně závislé na hodnotě parametrů μ a $f(\omega)$, které jsou zjišťovány experimentálně. V případě budoucí dostupnosti přesnějších hodnot těchto parametrů lze zde uváděné hodnoty otěru vzhledem k lineární závislosti na μ a $f(\omega)$ lineárně modifikovat bez nutnosti nové numerické integrace.
- Jak bylo ukázáno výše, hodnoty otěru jsou rovněž silně závislé i na hodnotách a charakteru třecí charakteristiky v kontaktních bodech při numerické integraci. Model respektující nekonstantní spojitou třecí charakteristiku se jeví jako přesnější než zjednodušený model, v němž třecí síly při vyšetřování kmitání PP numerickou integrací nebyly respektovány. Model bez primárního respektování tření v kontaktních bodech vykazuje při uvažovaných hodnotách parametrů globálně nižší hodnoty otěru než model s respektováním třecí charakteristiky. Zároveň model bez primárního respektování tření vykazuje nejvyšší otěr na nejvyšší distanční mřížce, zatímco model s primárně zahrnutým třením na nejnižší distanční mřížce.
- Charakter kmitání i hodnoty otěru jsou závislé na kinematicém buzení, daném pohybem upínacích desek PS, které je získáváno s využitím globálního modelu reaktoru. V případě dostupnosti přesnějších dat je možné zpřesnit i výsledky všech výše uvedených výpočtů.
- Linearizace silně nelineárního modelu PP pro daný provozní režim prostřednictvím parametrické optimalizace a následná modální analýza linearizovaného modelu PS se jeví jako nevhodná ke zjišťování změny modálních vlastností PS v průběhu kampaně. K řešení daného aplikačního problému by případně bylo vhodné volit jinou metodu, např. frekvenční analýzu volných kmitů silně nelineárního či linearizovaného modelu PS vyvolaných vhodně volenými počátečními podmínkami [α2].
- Metodika hledání rázových rozhraní umožňuje na základě výpočetně nenáročné lineární analýzy odlišit oblasti lineárního a nelineárního rázového kmitání PP. Metodu lze aplikovat na širší třídu úloh rázového kmitání soustav s vůlemi.
- Bifurkační analýzy umožňují odlišit oblasti rázového kmitání s chaotickým pohybem od oblastí s pohybem periodickým či kvaziperiodickým.
- Vliv vírového buzení od příčného proudu chladiva na amplitudy kmitání PP je malý oproti buzení tlakovými pulsacemi chladiva.

Metodika uvedená v této práci v přímé aplikaci na kmitání komponent palivového souboru TVSA-T je obecně použitelná pro širokou třídu jiných aplikací, kde dochází ke kmitání jednorozměrných kontinuí s vnitřními či vnějšími rázovými účinky.

7.2. Další rozvoj řešené problematiky

Další rozvoj v oblasti řešené problematiky může být ovlivněn budoucími aplikačními požadavky. Lze dále rozvíjet a zpřesňovat modely zejm. v následujících oblastech:

- Zpřesnit výše uvedené modely přesnějším zjištěním tangenciálních a axiální tuhostí buněk distančních mřížek prostřednictvím detailního modelu buňky za použití MKP.
- Řešit změny otěru pokrytí PP v průběhu kampaně na základě přesnější znalosti změny řídicích parametrů v průběhu vyhořívání PP.
- Za spolupráce s experimentálními laboratořemi zajistit přesnější experimentální určení parametrů otěru a třecí charakteristiky pro dané materiály.
- Analogickou metodikou vytvořit model centrální trubky PS s instalovaným detektorem neutronového toku (SPND) a analyzovat pohyb této soustavy výše uvedenými nástroji.
- Vyvinout nelineární model PS s respektováním rázových a třecích sil.

7.3. Hlavní přínosy práce

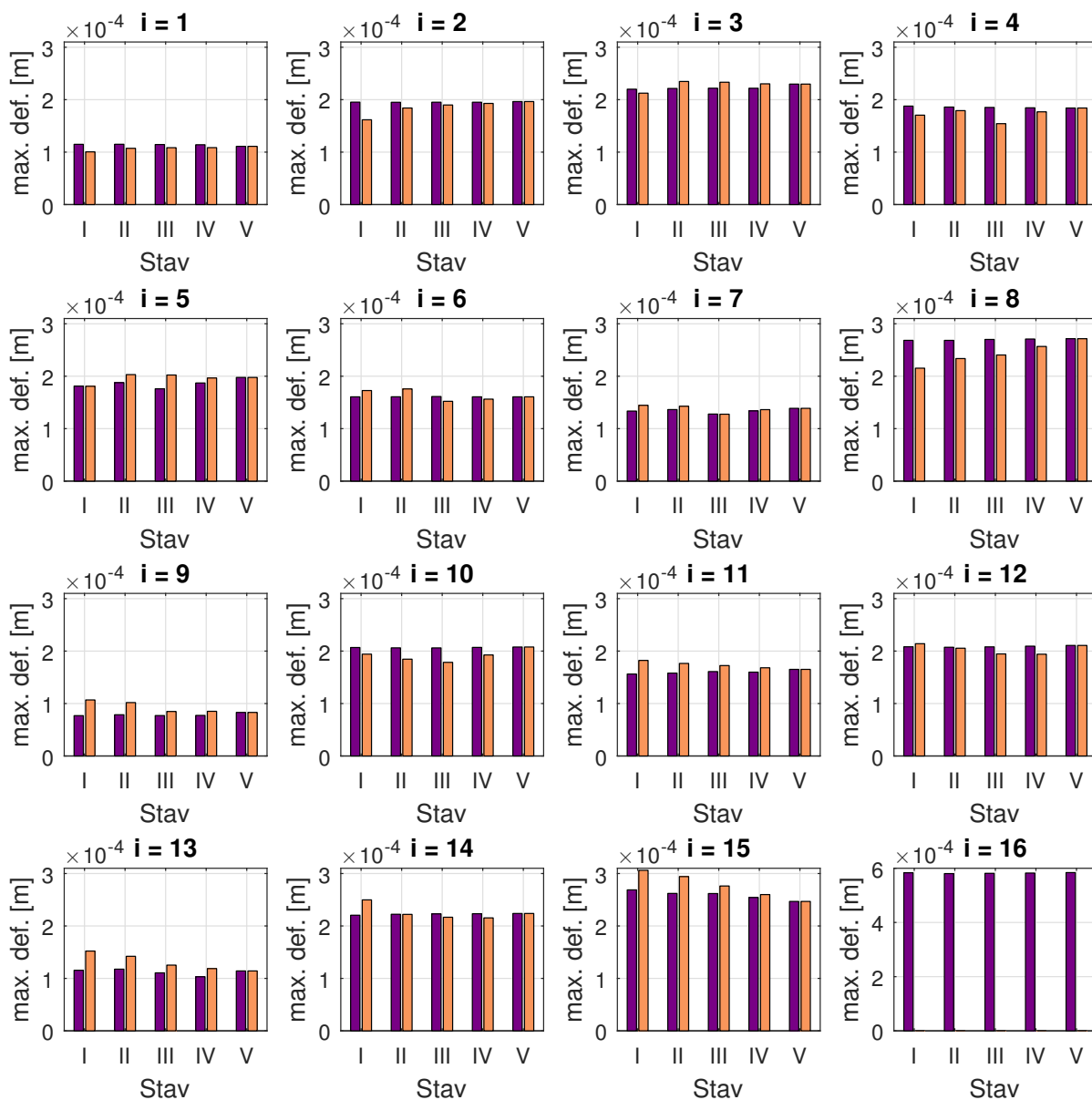
Hlavní přínosy této práce lze shrnout do následujících bodů:

- Vývoj metodiky modelování rázově interagujících jednorozměrných kontinuí při uvažování axiálních sil, vůlí a třecích sil ve více silně nelineárních vazbách.
- Vývoj vlastních programových prostředků v prostředí MATLAB pro praktické aplikace rázového kmitání s možností řešit simulačně širokou třídu úloh.
- Vytvoření komplexního matematického a výpočtového modelu kmitání VT a analýza dynamických složek laterálních deformací VT při uvážení vůlí v distančních mřížkách.
- Aplikace vyvinuté metodiky na kmitání hlavních komponent palivového souboru jaderného reaktoru VVER 1000, komplexní analýza otěru PP a jeho závislosti na změně klíčových parametrů v rámci kampaně.

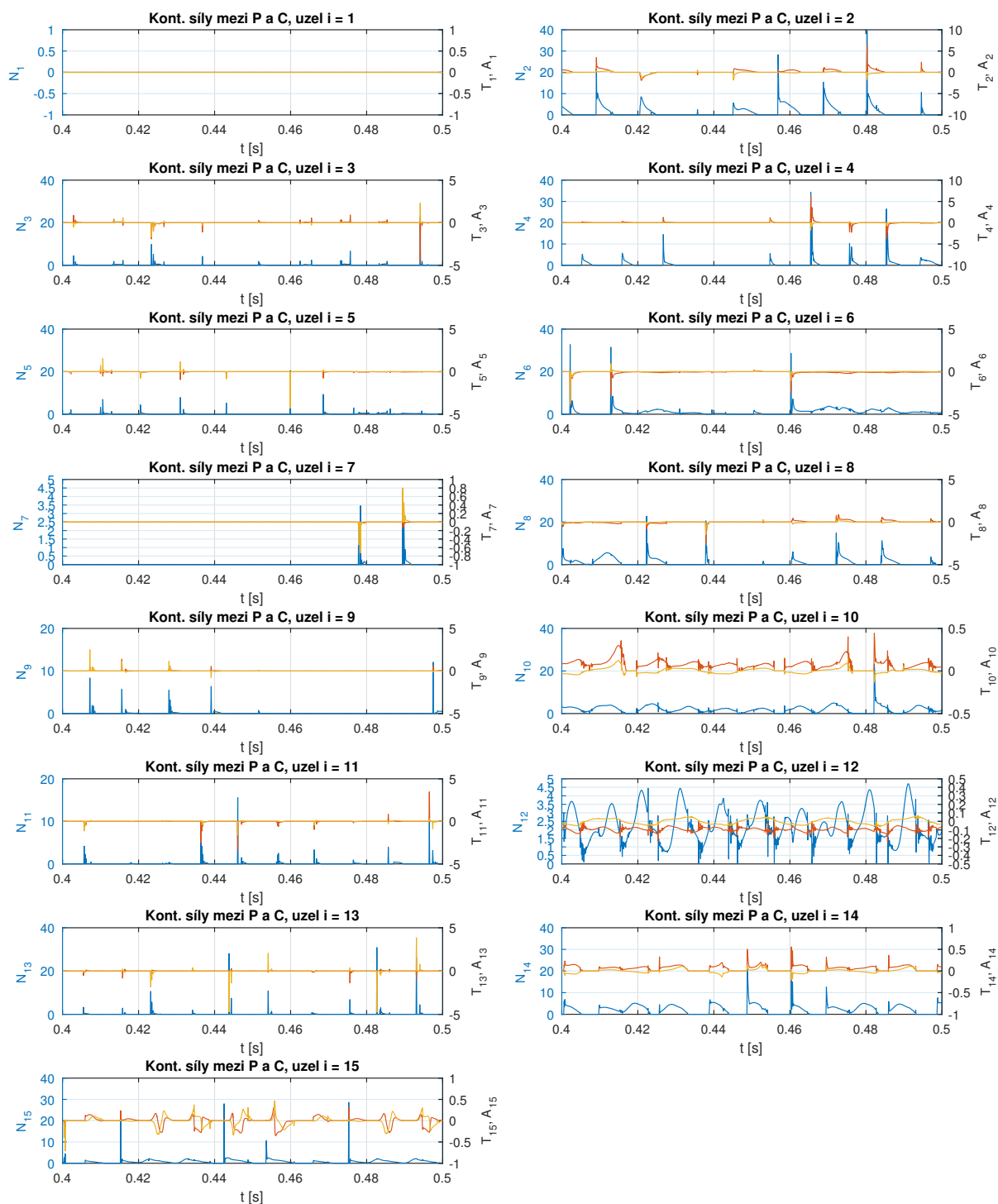
Poznámka

Disertační práce vznikla částečně v souvislosti s řešením kapitoly *Sledování a hodnocení mechanického chování aktivní zóny jako celku, paliva jako celku a jeho komponent se zahrnutím vývoje a údržby a inovace metod a SW nástrojů pro jejich analýzy* projektu *Palivový cyklus JE*, koordinovaného ÚJV Řež, a.s.

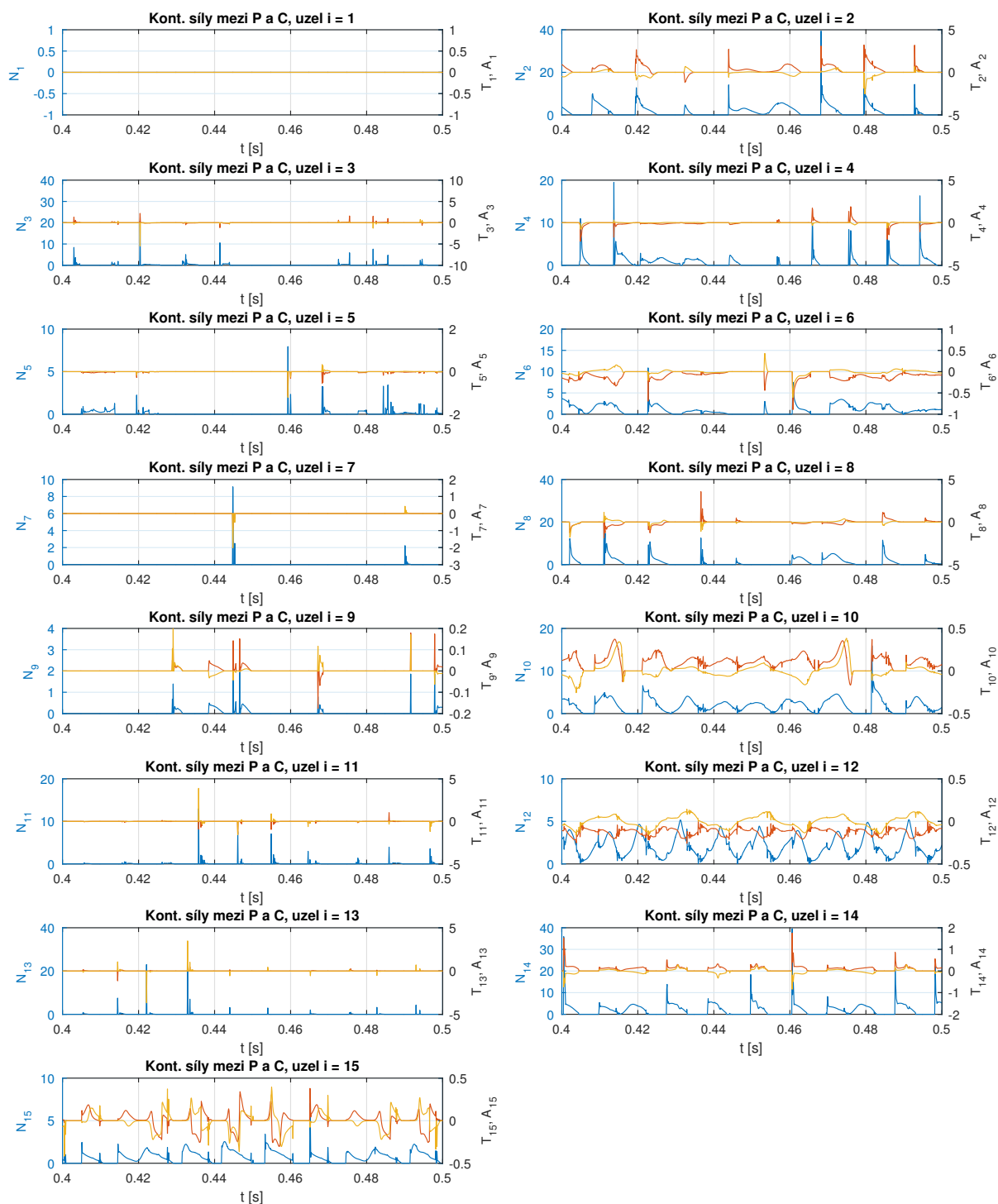
A. Přílohy



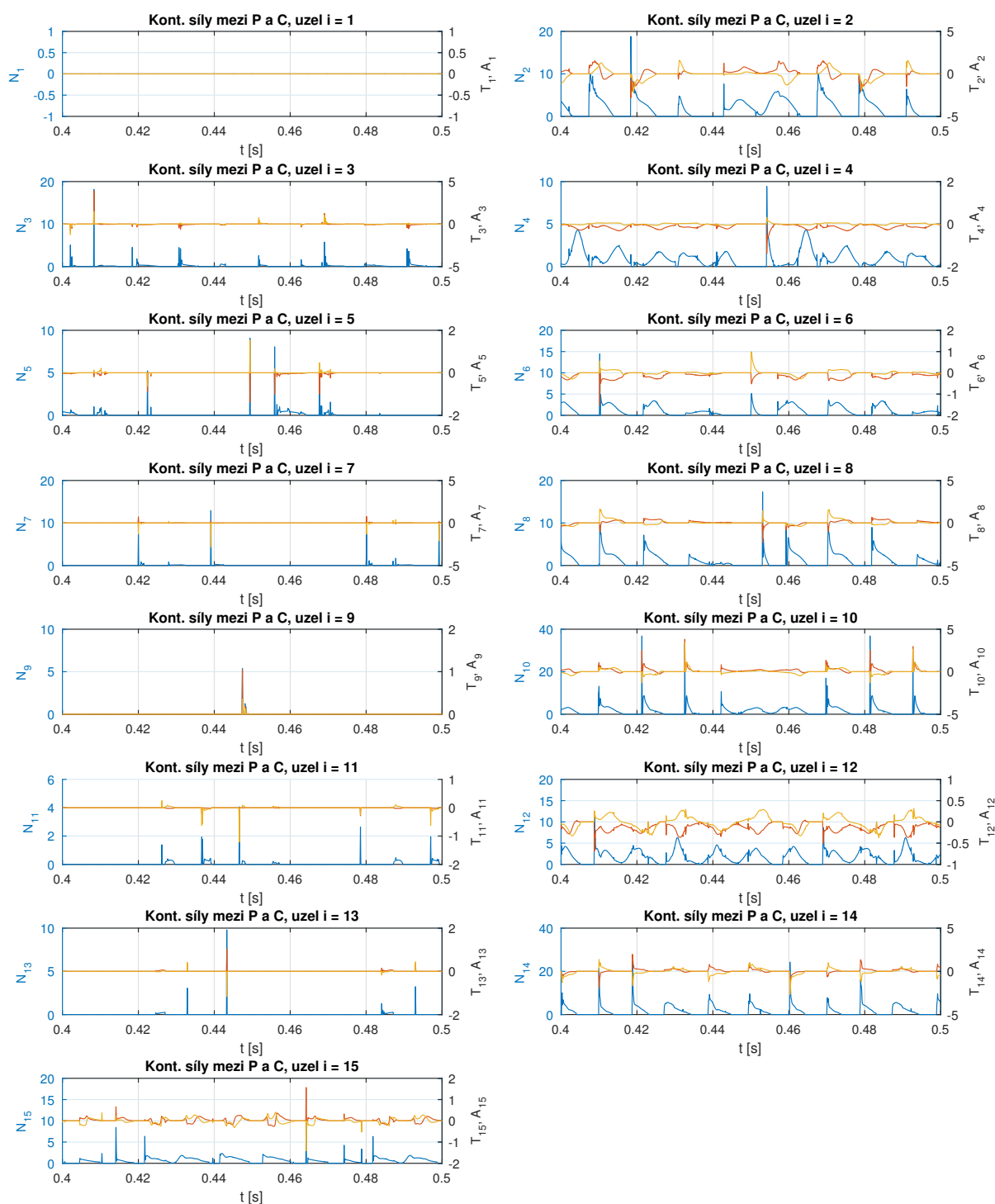
Obrázek A.1.: Maxima laterálních deformací (6.82) palivového proutku; sloupce palivových tablet P (oranžová) a pokrytí PP (fialová) ve všech uzlech $i = 1, \dots, 16$



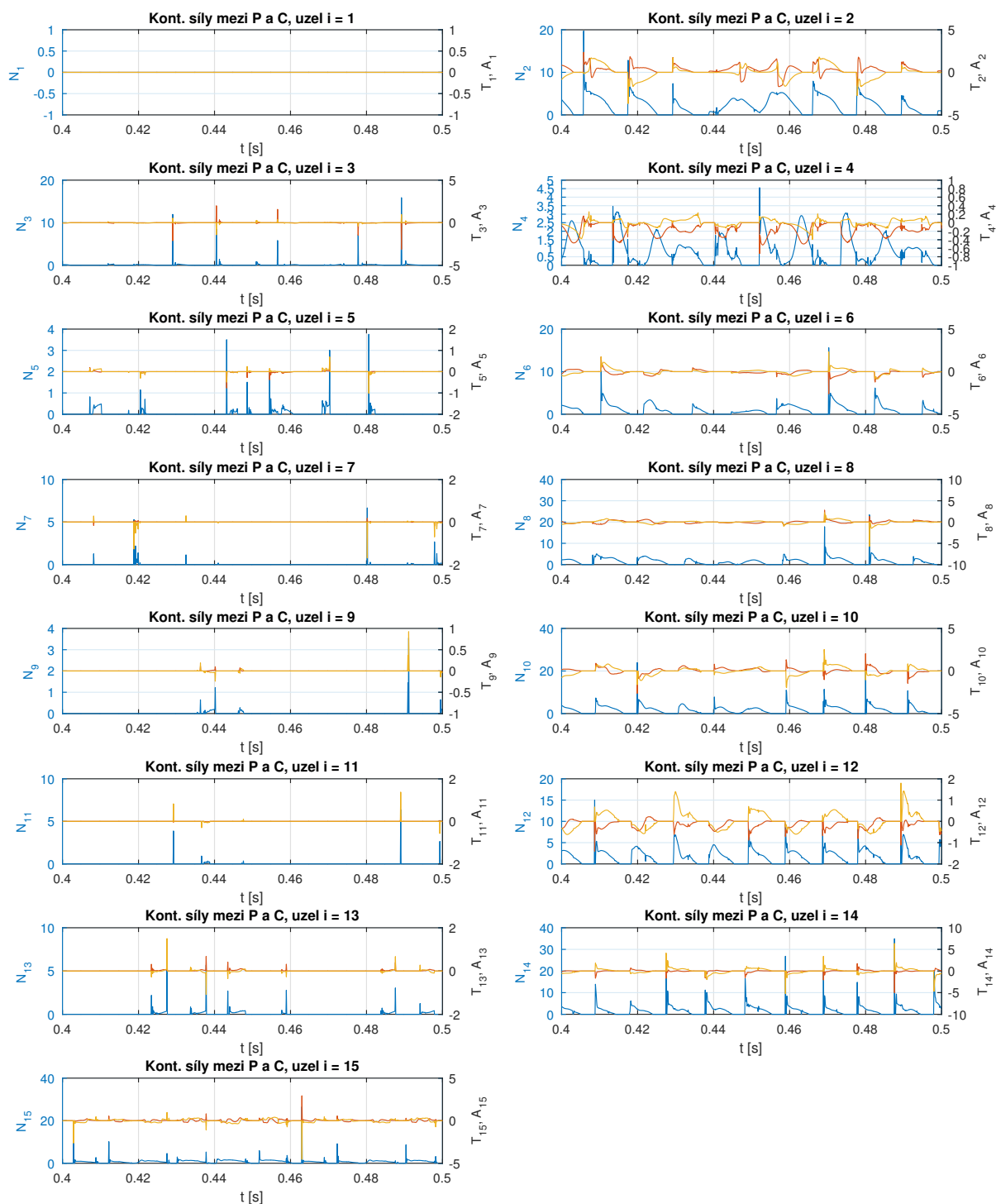
Obrázek A.2.: Kontaktní síly mezi subsystémy P a C ve stavu I – normálové síly N_i (modrá), tangenciální složka T_i třecí síly (oranžová) a axiální složka A_i třecí síly (žlutá) ve všech uzlech $i = 1, \dots, 15$



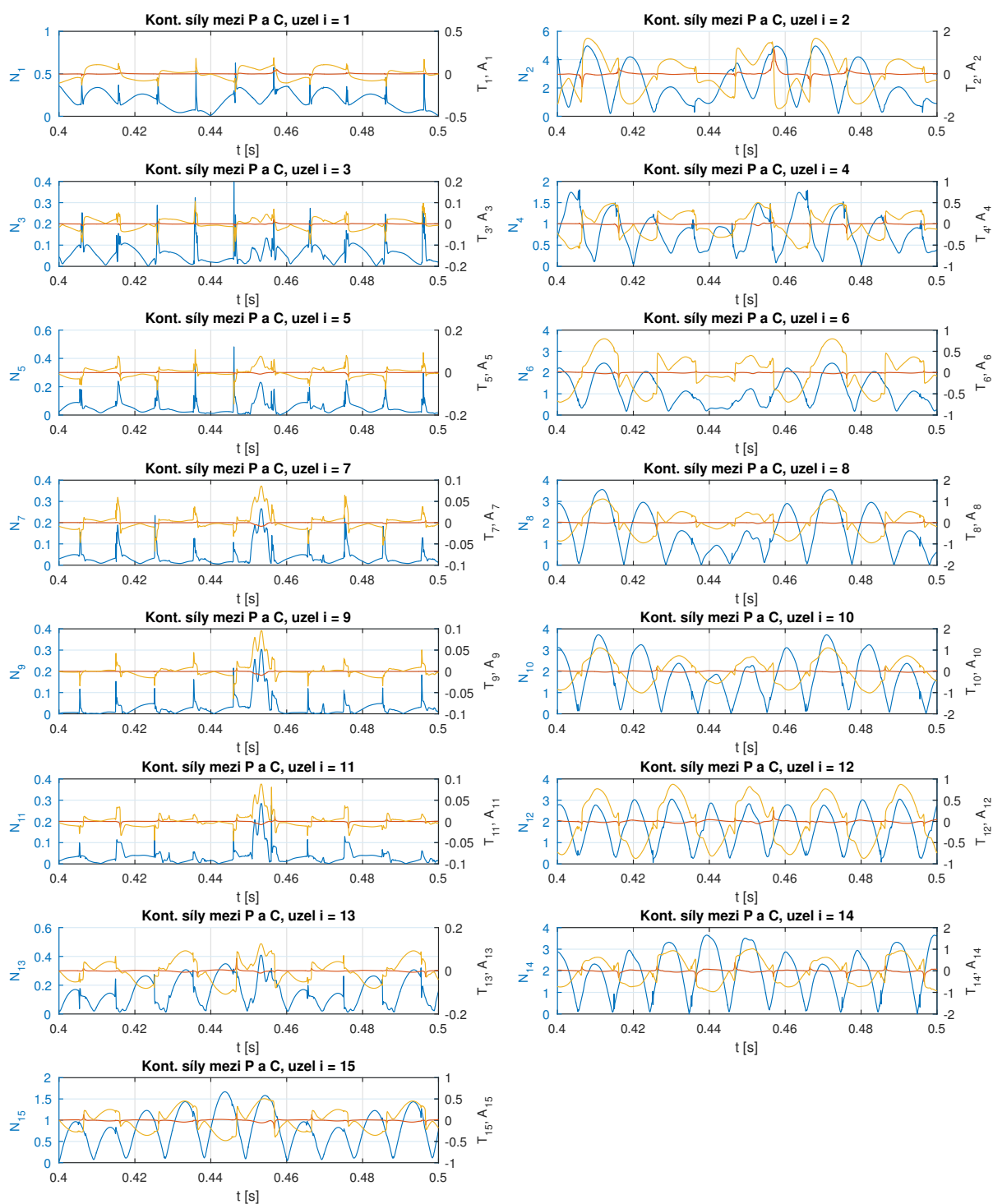
Obrázek A.3.: Kontaktní síly mezi subsystémy P a C ve stavu II – normálové síly N_i (modrá), tangenciální složka T_i třecí síly (oranžová) a axiální složka A_i třecí síly (žlutá) ve všech uzlech $i = 1, \dots, 15$



Obrázek A.4.: Kontaktní síly mezi subsystémy P a C ve stavu III – normálové síly N_i (modrá), tangenciální složka T_i třecí síly (oranžová) a axiální složka A_i třecí síly (žlutá) ve všech uzlech $i = 1, \dots, 15$



Obrázek A.5.: Kontaktní síly mezi subsystémy P a C ve stavu IV – normálové síly N_i (modrá), tangenciální složka T_i třecí síly (oranžová) a axiální složka A_i třecí síly (žlutá) ve všech uzlech $i = 1, \dots, 15$



Obrázek A.6.: Kontaktní síly mezi subsystémy P a C ve stavu V – normálové síly N_i (modrá), tangenciální složka T_i třecí síly (oranžová) a axiální složka A_i třecí síly (žlutá) ve všech uzlech $i = 1, \dots, 15$

B. Hodnoty významných parametrů použité při numerických simulacích

Konstanty

Výpočtová hodnota parametru otěru	$\mu = 10^{-9}$	$[gJ^{-1}]$
Tuhost buňky distanční mříže	$k_g = 0,537 \cdot 10^6$	$[N/m]$
Výpočtová hodnota koeficientu tření pro výpočet otěru v kap. 6.1	$f_0 = 0,2$	$[-]$
Experimentálně zjištěný koef. tření, viz (6.29)	$f(\omega) = 0,065$	$[-]$
Kritická rychlost	$c_{krit} = 0,001$	$[m/s]$
Součinitel adheze f_0 třecí charakteristiky (6.68)	$f_0 = 0,2$	$[-]$
Dynamický součinitel smykového tření f_d třecí charakteristiky (6.68)	$f_d = 0,065$	$[-]$
Koeficient ε_f třecí charakteristiky (6.68)	$\varepsilon_f = 10^4$	$[-]$
Koeficient d třecí charakteristiky (6.68)	$d = 100$	$[s/m]$
Koeficienty k_z, k_t charakteristik (6.70)	$k_z = k_t = 10^6$	$[N/m]$
Koeficient ε_k charakteristik (6.70)	$\varepsilon_k = 5 \cdot 10^3$	$[-]$
Základní frekvence buzení $f_j = \omega_j/2\pi$ od HCC j = 1,2	$f_j = 16,635$	$[Hz]$
Základní frekvence buzení $f_j = \omega_j/2\pi$ od HCC j = 3,4	$f_j = 16,645$	$[Hz]$
Materiálové a geometrické parametry MKP modelu VT ...	viz tab. 5.1	
Materiálové a geometrické parametry MKP modelu PP ...	viz tab. 6.1	
Indexy PP náhodně vybraného pro simulace	$u = 46, s = 3$	$[-]$
Indexy VT náhodně vybrané pro simulace	$u = 30, s = 1$	$[-]$
Poměrný útlum použitý pro výpočet konstant α, β proporcionálního tlumení PP, resp. VT	$D = 0,05$	$[-]$

Parametry

Vůle mezi subsystemy P a C	$\delta \in \langle 0, 65 \rangle$	$[\mu m]$
Statické předepnutí buněk distančních mříží	$F_0 \in \langle 0, 20 \rangle$	$[N]$
Osová síla od pružinového fixátoru	$F_F \in \langle 5, 10 \rangle$	$[N]$

Literatura

- [1] V. I. Babickij. *Theory of Vibro-impact Systems and Applications*. Springer, Berlin, 1998.
- [2] Z. F. Bai, Y. Zhao. A hybrid contact force model of revolute joint with clearance for planar mechanical systems. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 48(0):15 – 36, 2013.
- [3] P. J. Blau. A multi-stage wear model for grid-to-rod fretting of nuclear fuel rods. *Wear*, 313(1-2):89 – 96, 2014.
- [4] J. Brousil, J. Slavík, V. Zeman. *Dynamika*. SNTL, Praha, 1989.
- [5] M. Byrtus, M. Hajžman, V. Zeman. *Dynamika rotujících soustav*. Západočeská univerzita v Plzni, 2010.
- [6] M. Byrtus, V. Zeman. On modeling and vibration of gear drives influenced by nonlinear couplings. *Mechanism and Machine Theory*, 46(3):375 – 397, 2011.
- [7] R. Dyagel, V. Lapshin. On a nonlinear viscoelastic model of Hunt-Crossley impact. *Mechanics of Solids*, 46(5):798–806, 2011.
- [8] Š. Dyk. Modelování a analýza kmitání mechanických soustav s rázy. Diplomová práce, Západočeská univerzita v Plzni, Katedra mechaniky, 2013.
- [9] C. Harris, A. Piersol. *Harris' Shock and Vibration Handbook*. McGraw-Hill handbooks. McGraw-Hill, 2002.
- [10] Z. Hlaváč. *Dynamika pro kombinované studium*. Západočeská univerzita v Plzni, Katedra mechaniky, 2004.
- [11] Z. Hlaváč, V. Zeman. *Vibration of Nuclear Fuel Assemblies*. Lap Lambert Academic Publishing, Saarbrücken, 2013.
- [12] M. Hortel, A. Škuderová. Kombinované lineární a nelineární časově heteronomní tlumení ve vnitřní dynamice nelineárních parametrických soustav. In *Dynamics of Machines 2013: International colloquium with international Participation*. Institute of Thermomechanics AS CR, v.v.i, 2013.
- [13] J. Jeník. Mechanický model pro stanovení tuhosti buněk DM, PS TVSA-T. Výzkumná zpráva Ae 14947/Dok, Rev. 2, Škoda JS a.s., 2015.

- [14] J. Kellner. *Kmitání turbínových lopatek a olopatkovaných disků*. Disertační práce, Západočeská univerzita v Plzni, Katedra mechaniky, 2009.
- [15] F. Khoshahval, A. A. Ahdavi. Determination of the maximum speed of WWER-1000 nuclear reactor control rods. *Annals of Nuclear Energy*, 87, Part 2:58 – 68, 2016.
- [16] H.-K. Kim, S.-J. Kim, K.-H. Yoon, H.-S. Kang, K.-N. Song. Fretting wear of laterally supported tube. *Wear*, 250(1-12):535 – 543, 2001. 13th International Conference on Wear of Materials.
- [17] H. K. Kim, Y. H. Lee, S. P. Heo. Mechanical and experimental investigation on nuclear fuel fretting. *Tribology International*, 39(10):1305 – 1319, 2006. The Fourth International Symposium on Fretting Fatigue The Fourth International Symposium on Fretting Fatigue.
- [18] H.-K. Kim, Y.-H. Lee, K.-H. Lee. On the geometry of the fuel rod supports concerning a fretting wear failure. *Nuclear Engineering and Design*, 238(12):3321 – 3330, 2008.
- [19] K.-T. Kim. The effect of fuel rod supporting conditions on fuel rod vibration characteristics and grid-to-rod fretting wear. *Nuclear Engineering and Design*, 240(6):1386 – 1391, 2010.
- [20] K.-T. Kim. A study on the grid-to-rod fretting wear-induced fuel failure observed in the 16x16 KOFA fuel. *Nuclear Engineering and Design*, 240(4):756 – 762, 2010.
- [21] K. T. Kim. Applicability of out-of-pile fretting wear tests to in-reactor fretting wear-induced failure time prediction. *Journal of Nuclear Materials*, 433(1-3):364 – 371, 2013.
- [22] Y.-H. Lee, H.-K. Kim. Effect of spring shapes on the variation of loading conditions and the wear behaviour of the nuclear fuel rod during fretting wear tests. *Wear*, 263(1-6):451 – 457, 2007. 16th International Conference on Wear of Materials.
- [23] R. I. Leine. *Bifurcations in discontinuous mechanical systems of Filippov-type*. Disertační práce, Eindhoven, NL, 2000. Technische Universiteit Eindhoven.
- [24] R. I. Leine, H. Nijmeijer. *Dynamics and Bifurcations of Non-Smooth Mechanical Systems*. Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics. Springer, 2004.
- [25] R. Lu, Z. Karoutas, T.-L. Sham. CASL virtual reactor predictive simulation: Grid-to-rod fretting wear. *JOM*, 63(8):53–58, 2011.
- [26] A. C. J. Luo, Y. Guo. *Vibro-impact Dynamics*. John Wiley & Sons, Ltd., 2013.
- [27] A. Nayfeh, B. Balachandran. *Applied Nonlinear Dynamics: Analytical, Computational and Experimental Methods*. Wiley Series in Nonlinear Science. Wiley, 2008.

- [28] D. Olander. Nuclear fuels - present and future. *Journal of Nuclear Materials*, 389(1):1 – 22, 2009. Thermochemistry and Thermophysics of Nuclear Materials Proceedings of the Twelfth Symposium on Thermochemistry and Thermophysics of Nuclear Materials.
- [29] F. Peterka. *Úvod do kmitání mechanických soustav s vnitřními rázy*. Academia, 1981.
- [30] L. Pečínka, J. Svoboda. Sliding wear and friction behaviour of fuel rods Zr cladding. In *Dynamics of Machines 2013: International colloquium with international Participation*. Institute of Thermomechanics AS CR, v.v.i, 2013.
- [31] L. Pečínka, J. Svoboda, V. Zeman. Fretting Wear of the Zr Fuel Rod Cladding. In *22nd International Conference on Nuclear Engineering (ICONE22)*. ASME, 2014.
- [32] L. Pečínka, M. Švrček. Rozbor zatížení palivového prutu souboru TVSA-T vyvolaného příčným proudem chladiva. Výzkumná zpráva DITI 2300/58, ÚJV Řež, a.s., 2013.
- [33] P. Polach, M. Hajžman. Multibody model pohonu LKP-M/3 jaderného reaktoru VVER 1000 pro určení limitních deformací vodičích trubek palivového souboru. Výzkumná zpráva VYZ 0880/06, Ae 6215/Dok C, ŠKODA VÝZKUM s.r.o., 2006.
- [34] L. Půst, L. Pešek, A. Radolfová. Various types of dry friction characteristics for vibration damping. *Engineering Mechanics*, 18(3-4):203–224, 2011.
- [35] P. R. Rubiolo. Probabilistic prediction of fretting-wear damage of nuclear fuel rods. *Nuclear Engineering and Design*, 236(14-16):1628–1640, 2006. 13th International Conference on Nuclear Energy 13th International Conference on Nuclear Energy.
- [36] P. R. Rubiolo, M. I. Young. On the factors affecting the fretting-wear risk of PWR fuel assemblies. *Nuclear Engineering and Design*, 239(1):68 – 79, 2009.
- [37] W. Stronge. *Impact Mechanics*. Cambridge University Press, 2000.
- [38] M. Sýkora. Reaktor – zavedení paliva TVSA-T, díl 4. Výzkumná zpráva VZ PpBZ 1,2, Čez-ETE, 2009. Návrh revize 1.
- [39] C.-M. Wang, C.-Y. Wang. *Exact Solutions for Buckling of Structural Members*. CRC series in computational mechanics and applied analysis. CRC Press, 2004.
- [40] S. Wang, Y. Chen, Y. Chyou, T. Yang. Identification of damping mechanism of TRR-II reactor control rod during free fall insertion. *Nuclear Engineering and Design*, 226(3):243 – 254, 2003.
- [41] Waseem, N. Elahi, G. Murtaza, A. Siddiqui. Structural integrity assessment and stress measurement of CHASNUPP-1 fuel assembly skeleton. *Nuclear Engineering and Design*, 266:55 – 62, 2014.

- [42] J. Yan, K. Yuan, E. Tatli, Z. Karoutas. A new method to predict grid-to-rod fretting in a PWR fuel assembly inlet region. *Nuclear Engineering and Design*, 241(8):2974 – 2982, 2011.
- [43] K. Yoon, J. Kim, K. Lee, Y. Lee, H. Kim. Control rod drop analysis by finite element method using fluid structure interaction for a pressurized water reactor power plant. *Nuclear Engineering and Design*, 239(10):1857 – 1861, 2009.
- [44] V. Zeman, Z. Hlaváč. *Kmitání mechanických soustav*. Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň, 2004.
- [45] V. Zeman, Z. Hlaváč. Dynamická odezva reaktoru VVER ETE s palivem TVSA-T vyvolaná tlakovými pulsacemi ve vybraných režimech pracujících HCČ. Výzkumná zpráva 52120-01-11, Západočeská univerzita v Plzni, Katedra mechaniky, 2011.
- [46] V. Zeman, Z. Hlaváč. Dynamic Response of Nuclear Fuel Assembly Excited by Pressure Pulsations. In *Applied and Computational Mechanics*, volume 6, s. 212–230, 2012.
- [47] V. Zeman, Z. Hlaváč. Dynamická odezva palivových souborů TVSA-T v reaktoru VVER 1000 na kinematické buzení. Výzkumná zpráva 52120-04-12, Západočeská univerzita v Plzni, Katedra mechaniky, 2012.
- [48] V. Zeman, Z. Hlaváč. Predikce otěru pokrytí palivových proutků na základě dynamické odezvy palivového souboru. Výzkumná zpráva 52120-03-13, Západočeská univerzita v Plzni, Katedra mechaniky, 2013.

Publikace autora související s tématem práce

α : Články a konferenční příspěvky

- [α 1] Dyk, Š., Zeman, V.: *On Nonlinear Vibration and Fretting Wear of Nuclear Fuel Rods Influenced by Coolant Cross-flow*. Manufacturing Technology, Vol. 17, No. 2, pp. 174–179, 2017.
- [α 2] Dyk, Š., Zeman, V.: *Natural frequency analysis of the dynamical system with clearance solved by harmonic balance method and additional frequency analysis*. Applied Mechanics 2017 – Conference Proceedings, pp. 21-24, 2017.
- [α 3] Dyk, Š., Zeman, V.: *Nonlinear Vibration of Nuclear Fuel Rods*. Mechanisms and Machine Science, Vol 44, pp. 185–190, 2017.
- [α 4] Dyk, Š., Zeman, V.: *Impact vibrations of guide thimbles in nuclear fuel assembly*, Archive of Applied Mechanics, Vol. 87(2), pp. 231–244, 2017.
- [α 5] Dyk, Š., Zeman, V.: *Influence of Coolant Cross-flow on Vibration of Nuclear Fuel Rods*, In Dynamika tuhých a deformovatelných těles 2016, sborník přednášek, Univerzita J. E. Purkyně v Ústí n. L., FVTM, 2016.
- [α 6] Bulín, R., Hajžman, M., Dyk, Š., Byrtus, M.: *Nonlinear Dynamics of the Car Driving System with a Sequential Manual Transmission*, In Dynamical Systems: Theoretical and Experimental Analysis, pp. 49-58, 2016.
- [α 7] Dyk, Š.: *Analýza rozhraní mezi oblastmi s lineárním a nelineárním kmitáním palivových proutků*, In SVK FAV 2016 – magisterské a doktorské studijní programy, sborník rozšířených abstraktů, pp. 21–22, ZČU v Plzni, 2016.
- [α 8] Dyk, Š., Zeman, V.: *Bifurcations in Mathematical Model of Nonlinear Vibration of the Nuclear Fuel Rod*, Applied Mechanics and Materials, Vol. 821, pp. 207–212, 2016.
- [α 9] Zeman, V., Dyk, Š., Hlaváč, Z.: *Mathematical modelling of nonlinear vibration and fretting wear of the nuclear fuel rods*, Archive of Applied mechanics, Vol 86(4): 657—668, 2016.
- [α 10] Dyk, Š.: *Bifurcations in Mathematical Model of Nonlinear Vibration of the Nuclear Fuel Rod*, In Engineering mechanics 2015, extended abstracts, pp. 56–57, Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic, 2015.

- [α 11] Zeman, V., Dyk, Š.: *Impact vibrations of guide thimbles in nuclear fuel assembly*, In 31st Conference with International Participation Computational Mechanics 2015 – Extended abstracts, pp. 135–136, University of West Bohemia in Pilsen, 2015.
- [α 12] Dyk, Š.: *Stabilitní analýza vodících trubek palivového souboru*, In SVK FAV 2015 – magisterské a doktorské studijní programy: sborník rozšířených abstraktů, pp. 13–14, ZČU v Plzni, 2015.
- [α 13] Dyk, Š., Zeman, V.: *Linearization of strongly nonlinear vibrating mechanical system using parametric optimization*, Proceedings of Dynamics of Machines and Mechanical Systems with Interactions, pp. 5–10, Institute of Thermomechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic, 2014.
- [α 14] Dyk, Š., Zeman, V., Byrtus, M.: *Kinematically excited non-linear vibration of beam on elastic supports with clearances*, In Engineering mechanics 2014, Book of Full Texts, pp. 148–151, Institute of Solid Mechanics, Mechatronics and Biomechanics, Brno University of Technology, 2014.
- [α 15] Dyk, Š., Zeman, V.: *Nonlinear vibration of beam-type components with inner impact interaction*, In 30th Conference with International Participation Computational mechanics 2014 – Book of extended abstracts, 25–26, 2014.
- [α 16] Zeman, V., Hlaváč, Z., Dyk, Š.: *Nonlinear vibration and modelling of fretting wear of the nuclear fuel rods*, In 30th Conference with International Participation Computational Mechanics 2014, 155–156, University of West Bohemia in Pilsen, 2014.
- [α 17] Dyk, Š., Zeman, V.: *Analýza stability a kritické délky axiálně zatížených vertikálních nosníků*, In SVK FAV 2014 – magisterské a doktorské studijní programy: sborník rozšířených abstraktů, 29–30, ZČU v Plzni, 2014.
- [α 18] Bulín, R., Dyk, Š., Hajžman, M., Byrtus, M.: *Počítačový model sekvenční převodovky závodního automobilu*, In SVK FAV 2014 – magisterské a doktorské studijní programy, sborník rozšířených abstraktů, 13–14, ZČU v Plzni, 2014.
- [α 19] Dyk, Š., Byrtus, M.: *Dynamic analysis of vibro-impact gear drive system*, In Transactions of the VSB: 59(1), Technical University of Ostrava, 2013.
- [α 20] Dyk, Š., Byrtus, M.: *Modelling and vibration of mechanical systems with impact motions*, In 15th International Scientific Conference Applied Mechanics 2013, Proceedings of Extended Abstracts, Technical University of Ostrava, 2013.
- [α 21] Dyk, Š., Byrtus, M.: *Redukce matematických modelů převodových soustav s rázy v ozubení*, In SVK FAV 2013 - magisterské a doktorské studijní programy, sborník rozšířených abstraktů, pp. 13–14, ZČU v Plzni, 2013.
- [α 22] Dyk, Š., Byrtus, M.: *Dynamical analysis of an impact-forming machine*, In 29th Conference with International Participation Computational Mechanics 2012, pp. 23–24, ZČU v Plzni, 2012.

β : Výzkumné a technické zprávy

- [β 1] Zeman, V., Hlaváč, Z., Dyk, Š.: *Vliv tření v kontaktu Zr pokrytí–mřížka na kmitání a otěr palivového proutku*. Výzkumná zpráva č. NTIS-VP3-0011/2016, Ústav jaderného výzkumu Řež a.s., 2016.
- [β 2] Zeman, V., Hlaváč, Z., Dyk, Š.: *Export dat z dynamického modelu reaktoru VVER 1000/320*. Dodatek k výzkumným zprávám č. 52120-01-13 a NTIS-VP3-0003/2015, Ústav jaderného výzkumu Řež a.s., 2016.
- [β 3] Zeman, V., Hlaváč, Z., Dyk, Š.: *Výpočet a export dat pro konstrukci reaktoru 1. bloku Jižněukrajinské JE*. Výzkumná zpráva č. NTIS-VP3-0007/2016, Ústav jaderného výzkumu Řež a.s., 2016.
- [β 4] Zeman, V., Hlaváč, Z., Dyk, Š.: *Analýza vlivu konstrukčních a provozních parametrů na dynamické vlastnosti palivového souboru a jeho komponent*. Výzkumná zpráva č. NTIS-VP3-013/2015, Ústav jaderného výzkumu Řež a.s., 2015.
- [β 5] Hajžman, M., Byrtus, M., Dyk, Š., Bulín, R.: *Výpočet řazení převodovky Xtrac R5*. Výzkumná zpráva č. NTIS-VP3-0016/2015, Škoda Auto, a.s., 2015.
- [β 6] Zeman, V., Hlaváč, Z., Dyk, Š.: *Analýza vlivu provozních podmínek na kmitání a otěr pokrytí palivových proutků*. Výzkumná zpráva č. NTIS-VP3-0016/2014, Ústav jaderného výzkumu Řež a.s., 2014.
- [β 7] Hajžman, M., Dyk, Š., Bulín, R., Byrtus, M.: *Dynamická analýza a optimalizace řazení sekvenční převodovky*. Výzkumná zpráva č. NTIS-VP3-0017/2014, Škoda Auto, a.s., 2014.
- [β 8] Dyk, Š., Bulín, R., Hajžman, M., Byrtus, M.: *Analýza řadicího mechanismu převodovky*. Výzkumná zpráva č. NTIS-VP3-0017/2013, Škoda Auto, a.s., 2013.

Shrnutí

Disertační práce je zaměřena na matematické modelování kmitajících mechanických soustav s rázy v aplikaci na kmitání komponent palivového souboru TVSA-T jaderného reaktoru VVER 1000/320. Je zde formulována metodika modelování příčně rázově interagujících poddajných těles nosníkového typu v přímé aplikaci na kmitání vodicích trubek a palivových proutků souborů TVSA-T.

Model vodicí trubky vložené do distanční mřížky s radiální vůlí je vytvořen metodou konečných prvků pro jednorozměrná kontinua a respektuje potenciální kontaktní síly mezi trubkou a buňkami distančních mřížek včetně třecích sil v kontaktních bodech. Model umožňuje analýzu maximálních laterálních dynamických deformací vodicí trubky v průběhu kmitání vyvolaného tlakovými pulsacemi chladiva od hlavních cirkulačních čerpadel. Laterální deformace jsou jedním z významných aspektů při analýze pádu klastrů, jež mají za úkol brzdit štěpnou reakci. Dále je zde provedena analýza stability vodicích trubek v palivovém souboru TVSA-T vzhledem k axiální síle a k tuhosti buněk distančních mřížek na konzervativním i nekonzervativním modelu.

Model palivového proutku je rovněž vytvořený metodou konečných prvků pro jednorozměrná kontinua, přičemž se jedná o systém sestávající ze dvou subsystémů; pokrytí palivového proutku a sloupce palivových tablet. Tyto dva subsystémy mohou v důsledku radiálních vůlí rázově interagovat. Pokrytí palivového proutku je navíc v potenciální vnější rázové interakci s buňkami distančních mřížek, mezi něž je vloženo s předpětím. Ve všech kontaktních bodech jsou uváženy normálové a třecí síly, respektující všechny tři možné fáze kontaktu – separátní pohyb, prokluz i ulpívání. Podrobně jsou analyzovány rázové síly, skluzové rychlosti, výkon a práce třecích sil a další významné charakteristiky. U palivových proutků je posuzován tzv. otěr pokrytí palivového proutku jako důležitý parametr indikující úbytek hmoty v kontaktním bodě vlivem vibrací palivového souboru vyvolaných tlakovými pulsacemi chladiva. Zjednodušený model palivového proutku je podroben bifurkační analýze vzhledem k významným konstrukčním a provozním parametrům. Je analyzován vliv příčně proudícího chladiva na kmitání palivového proutku.

Všechny výše uvedené matematické modely i všechny výpočtové modely zpracované v systému MATLAB jsou koncipovány tak, aby bylo možné analyzovat chování libovolného palivového proutku, resp. vodicí trubky, v libovolném palivovém souboru TVSA-T reaktoru VVER-1000/320. Jakožto budící síly jsou uvažovány polyharmonické funkce, jež jsou výstupem z globálního modelu reaktoru a z linearizovaného modelu palivového souboru. U vybraného palivového proutku lze analyzovat jeho chování v libovolném stavu kampaně reaktoru.

Metodika použitá při modelování palivových proutků, resp. vodicích trubek, může být použita pro širší třídu úloh kmitání poddajných jednorozměrných kontinuí s vnitřní i vnější rázovou interakcí.

Résumé

The thesis is focused on mathematical modelling of vibro-impact systems, particularly on the modelling of the TVSA-T fuel assembly components vibration in WWER-1000/320 reactor. A methodology of the modelling of impact-interacting flexible one-dimensional bodies is formulated and the direct application of the method on guide thimbles and fuel rods vibration is performed.

The model of guide thimble inserted into the spacer grids with radial clearances is formulated using finite element method for 1D Euler-Bernoulli continua. The potential contact forces between the thimble and spacer grid cells are respected, including friction forces. The model allows the analysis of maximum lateral dynamical deformations of the guide thimble during the vibration caused by pressure pulsations of coolant induced by main circulation pumps. Further, the stability analysis of guide thimbles in TVSA-T fuel assembly is performed with respect to axial pressure loading and spacer grid cells stiffness; both conservative and nonconservative analyses are performed.

The model of the fuel rod is also based on finite element method for 1D continua and it consists of two subsystems; fuel rod cladding and fuel pellets stack. These subsystems can potentially impact-interact and the cladding can possibly impact-interact with the spacer grid cells. In all the contact points, normal and friction forces are considered and all three possible states are respected – separation, slip and stick. Impact forces, sliding velocities, work and power of friction forces and other important characteristics are analysed in detail. The fretting wear of the cladding is analysed, as it is an important parameter that indicates mass decrease in the contact point caused by fuel assembly vibration due to the pressure pulsations of the coolant. Bifurcation analysis with respect to important constructional and operational parameters is performed using simplified model of the fuel rod. The influence of the coolant cross-flow on the vibration of fuel rod is analysed.

All the models mentioned above and all the computational models implemented in MATLAB are composed in the way that they allow to analyse any fuel rod of any TVSA-T fuel assembly in the VVER-1000/320 reactor. Polyharmonic kinematical excitation is obtained as an output of the global model of the reactor and the linearized model of the fuel assembly.

The methodology created for modelling of nuclear fuel rods or guide thimbles can be used for wide class of the impact-vibrating 1D systems where the inner or outer impact interactions can possibly occur.