ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA EKONOMICKÁ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Plzeň 2012

Vladimír SIROTEK

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA EKONOMICKÁ

Diplomová práce

Specifikace makroekonomického modelu z pohledu ekonofyziky

The Specification of Macroeconomic Model from an Econophysics Point of View

Bc. et Bc. Vladimír Sirotek

Plzeň 2012

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
Fakulta ekonomická
Akademický rok: **2011/2012**

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	**Bc. et Bc. Vladimír SIROTEK**
Osobní číslo:	**K09N0156P**
Studijní program:	**N6208 Ekonomika a management**
Studijní obor:	**Podniková ekonomika a management**
Název tématu:	**Specifikace makroekonomického modelu z pohledu ekonofyziky**
Zadávající katedra:	**Katedra ekonomie a kvantitativních metod**

Zásady pro vypracování:

1. Vysvětlete pojem ekonofyzika a charakterizujte její současné oblasti zkoumání.
2. Popište Ramseyův model z pohledu ekonofyziky.
3. Specifikujte makroekonomický model simultánní on-line hry na oblast ekonofyziky.
4. Porovnejte data získaná ze hry s vypočtenou optimální trajektorií.
5. Zformulujte závěr z provedené analýzy a navrhněte oblast dalšího výzkumu.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy: **60- 80 stran**

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

- **BARRO, R.J., SALA-i-MARTIN, X.** *Economic growth.* **London: MIT Press, 1999. ISBN 0-262-02459-4**
- **PATANARAPEELERT, K., FRANK,K., FRIEDRICH,T.D., BEEK, R., TANG, P.J.,I.M.** *A data analysis method for identifying deterministic components of stable and unstable time-delayed systems with colored noise.* **Physics Letters A, vol. 360, p. 190-198, 2006. ISSN 0375-9601**
- **RICHARDS, G.R.** *Reconciling econophysics with macroeconomic theory.* **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 289, p. 325-335, January 2001. ISSN 0378-4371**
- **SARGENT T.J.** *Dynamic Macroeconomic Theory.* **Harvard University Press: 1997. ISBN 0-674-21877-9**
- **ŠESTÁK, J.** *Thermodynamics, econophysics, ecosystems and societal behavior.* **Science of Heat and Thermophysical Studies: A Generalized Approach to Thermal Analysis, 2005. ISBN 9780444519542**

Vedoucí diplomové práce: **JUDr. Ing. David Martinčík**
Katedra ekonomie a kvantitativních metod

Datum zadání diplomové práce: **30. listopadu 2011**
Termín odevzdání diplomové práce: **27. dubna 2012**

Doc. Dr. Ing. Miroslav Plevný
děkan

L.S.

RNDr. Mikuláš Gangur, Ph.D.
vedoucí katedry

V Plzni dne 30. listopadu 2011

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma

„Specifikace makroekonomického modelu z pohledu ekonofyziky“

vypracoval samostatně pod odborným dohledem vedoucího diplomové práce za použití pramenů uvedených v přiložené bibliografii.

V Plzni, dne ……………..... ……………………………………

Podpis autora

Poděkování

Na tomto místě bych chtěl poděkovat svému vedoucímu diplomové práce panu JUDr. Ing. Davidu Martinčíkovi za odborné vedení diplomové práce, cenné rady a věcné připomínky týkající se vlastního zpracování. Dále také za jeho trpělivost, vstřícnost, čas a ochotu konzultovat všechny teoretické i praktické problémy, na které jsem během psaní diplomové práce narazil.

Úvod

Tato diplomová práce se zaměřuje na problematiku ekonofyziky. Ekonofyzika je novým oborem, se kterým se mnoho lidí z mého okolí ještě nikdy nesetkalo. Vystudoval jsem bakalářský program Aplikovaná a inženýrská fyzika na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni a zároveň také program Podniková ekonomika a management na Fakultě ekonomické rovněž na Západočeské univerzitě v Plzni. Během studia jsem slyšel časté názory, že tato dvě zaměření nemají téměř nic společného. Velmi mile mě překvapilo, když jsem se v roce 2009 setkal s pojmem ekonofyzika, z kterého je na první pohled patrné, že se jedná o spojení právě těchto dvou oborů, které jsem studoval.

Název tohoto relativně nového oboru mě zaujal nejen proto, že není veřejnosti příliš známý, ale také protože každým rokem vzniká několik desítek nových publikací zkoumajících aplikace fyzikálních zákonů do oblasti ekonomického prostředí.

Hlavním motivem sepsání diplomové práce pro mě bylo seznámit se podrobněji s tímto oborem, prostudovat již publikované výsledky výzkumu v ekonofyzice a zjistit, jaké jsou hlavní směry výzkumu současné ekonofyziky. Další důležitou část této diplomové práce jsem věnoval analýze výsledků získaných ze simulační hry DSGEgame vyvinuté na Fakultě ekonomické ZČU v Plzni.

V první kapitole se pojednává o základních pojmech z oblasti ekonofyziky, v druhé kapitole uvádím podrobněji přehled nejvýznamnějších výsledků výzkumu v tomto oboru. Třetí kapitola je věnována DSGE modelům a ve čtvrté kapitole jsou analyzována data získaná z DSGEgame za dva semestry.

V závěru je vyhodnocena provedená analýza dat uskutečněná ve čtvrté kapitole. Dále jsou diskutovány také možnosti dalšího vývoje DSGEgame a navržen další možný experiment.

Při vypracování této diplomové práce jsem používal téměř výhradně zahraniční literaturu. Zdrojem informací byly především články publikované v odborných časopisech nebo zveřejněných na odborných fyzikálních nebo ekonomických konferencích. Později jsem zjistil, že na institucích zabývajících se ekonofyzikou, často existuje vědecká knihovna s dostupnou odbornou literaturou a zveřejněnými výzkumy z této oblasti.

K vyhodnocení výsledků byl použit program Matlab a tabulkový procesor Excel.

1 Pojem ekonofyzika

Do vývoje ekonomie zasahuje matematika od samého počátku jejího vzniku, používá se prakticky v každé její oblasti. Novátorský přístup aplikující fyzikální zákony do oblasti ekonomické teorie je však něčím zcela novým a pro mnoho lidí stále nepředstavitelným spojením dvou různých světů – fyziky a ekonomie.

V dnešní době je poměrně normální, když univerzita disponuje obory Matematika v ekonomii, Finanční matematika nebo podobnou variantou. Prozatím v Čechách ale není obor ekonofyzika, který by se nechal studovat například v rámci navazujícího magisterského studia. Oblast ekonofyziky je poměrně náročná, protože je nutná znalost alespoň základů fyziky a zároveň i ekonomie. Hlavním přínosem je nový pohled a metody pozorování použité ke zkoumání ekonomických systémů. Jedná se o nový směr aplikující fyzikální přístup na ekonomické procesy.

Ekonofyzika má v současnosti celou řadu odpůrců nejen mezi ekonomy. Kritizováni jsou především modely založené na konkrétních empirických úkazech a následná víra, že tyto vztahy budou platit univerzálně v ekonomii. Ekonomové také často nedůvěřují složitým statistickým metodám, argumentem jim je, že se nedají srovnávat částice s tržním subjektem, člověkem, který myslí a do svého jednání zapojuje také své city, preference, zkušenosti, očekávání, unikátní osobnost a ovlivnění sociálními vztahy.

Ekonofyzika si již získala celou řadu stoupenců a výzkumníků. Mezi nejznámější jména patří Didier Sornette, H. E. Stanley, Victor Yakovenko, Yi-Cheng Zhang, Jean-Philippe Bouchard, Bikas K Chakrabarti, János Kertész, Matteo Marsili, Rosario Nunioo Mantegna, Enrico Scalas.

V současné době se tématem ekonofyziky zabývají přední univerzity světa jako například Harvard University, Boston University, Cambridge University, Princeton University, University of Houston, Kyoto University, University of Palermo, University of Maryland, University of Fribourg a dokonce i Univerzita Komenského v Bratislavě.

V roce 2011 se konala v Řecku dvoudenní mezinárodní konference ekonofyziky a další třídenní v Šanghaji, kde byly prezentovány nejnovější příspěvky vybraných účastníků.

Dále se také uskutečňují Econophysics Colloquium – v roce 2010 bylo v Taipei a v roce 2011 ve Vídni.

Pojem ekonofyzika se v minulých letech stal poměrně často zmiňovaným termínem v odborných časopisech stejně jako v bulváru nebo televizi. Asi největší boom, který máme v živé paměti, se odehrál v roce 2009, kdy vyšlo několik článků [1] pojednávajících o ekonofyzicích jakožto vědcích, kteří předpověděli finanční krizi s několikaletým předstihem.

1.1 Úvod do ekonofyziky

Jedním z důvodů, proč se fyzika o ekonomii začala zajímat, je velké množství dat, které finanční trhy každodenně generují. Fyzika se zaměřuje na experimentální výzkumy, žádná Nobelova cena nebyla ve fyzice udělena za teorii bez experimentálního výzkumu. V ekonomii však získali Nobelovu cenu také teoretické práce bez jakéhokoliv statistického testu. Hlavním nástrojem fyziky pro aplikaci na ekonomické problémy jsou metody statistické fyziky.

Fyzika v ekonomii postupuje komparativní analýzou. Snaží se odpozorovat děj, který porovná s již známým ve fyzice, a na něj aplikuje známou fyzikální teorii.

1.1.1 Historie ekonofyziky

Ve 20. století zaznamenala fyzika velký rozvoj, vznikaly nové teorie a to vše podněcovalo fyziky k zaměření své pozornosti i na další oblasti přírodních věd. Začaly vznikat nové hraniční disciplíny na pomezí fyziky a biologie (biofyzika), chemii (fyzikální chemie), medicíny, geologie, ekologie, evoluce, meteorologie.

Do vývoje ekonomie zasáhla samozřejmě i matematika, která se využívá prakticky permanentně. V ekonomii se dokonce postupem času objeví oblasti, které jsou spíše matematickou záležitostí (jako např. teorie her a Nashovo rovnováha, statistický přístup k fluktuacím cenových změn, menšinová hra).

Již od začátku vývoje ekonomie byla řada ekonomů přitahována fyzikou, a to především úspěchem fyzikálních teorií jako jsou Newtonovské principy a statistická mechanika. Historický vývoj si v důsledku studené války žádal od konce 40. let velký příliv vědců a vynálezců, nejčastěji tedy fyziků zabývajících se jadernou fyzikou, termodynamikou apod. Navíc studená válka nebyla „vojenskou válkou“, ale byla zaměřena na ekonomické a politické akce. Západ i východ se snažily předčít svého soupeře hlavně ve zbrojení, což si vynucovalo velký objem pracovníků v tomto vývojovém prostředí. Studená válka končí v 80. letech 20. století a současně tak zaniká velké množství výzkumných stanic a továren. Důvodem je snížení finančních prostředků, které národní ekonomiky v průběhu války přidělovaly výzkumům ve fyzice. Proto někteří vědci (fyzikové) obrátili svoji pozornost na oblast financí a ekonomie. Tito vědci se začali zabývat zákonitostmi na trhu a finančních burzách, kde se trochu překvapivě stali velmi úspěšnými. Mnoho společností se rozhodlo povolat do svých analytických týmů fyziky. Fyzikové tak ukázali, že je možné nahlížet na trhy úspěšně také s použitím tvrdých matematicko-fyzikálních aparátů.

Aplikací vhodných metod statistické fyziky a nelineárních dynamik na analýzu finančních trhů a na makroekonomické modelování tak vzniká ekonofyzika, nový obor na pomezí ekonomie a fyziky.

1.1.2 Formování ekonofyziky

Termín ekonofyzika vznikl podobně jako např. biofyzika, geofyzika. Poprvé se objevuje v roce 1997, ale již od začátku devadesátých let je možné pozorovat vzrůstající zájem teoretických fyziků o řešení ekonomických problémů. Souvislost mezi fyzikou a ekonomií se objevuje ale již dříve v 30. letech 20. století, kdy přišel Ettore Majorana s prací postavenou na myšlenkách analogie mezi statistickými zákony ve fyzice a v sociálních vědách [2-6].

Ze sedmdesátých let minulého tisíciletí jsou pak známé zejména Black-Scholesovy rovnice, které jsou ve finančnictví uplatňovány pro oceňování opcí. Ačkoliv se z pohledu fyziky jedná jen o rovnice vedení tepla, byla jejich autorům udělena Nobelova cena za ekonomii. Hlavní oblasti zkoumání ekonofyziky lze rozdělit do několika proudů.

Prvním je analýza fluktuace cen akcií, burzovních indexů, směnných kurzů na devizových trzích apod. V této oblasti fyzikům nahrávají znalosti fraktálových vlastností, které se vyskytují například v turbulentním proudění vzduchu. Objevují se i teorie burzovních krachů na bázi fázových přechodů mezi jednotlivými skupenstvími. Druhou oblast představuje optimalizace investic pokročilými teoriemi jako je teorie spinových skel s ezoterickou metodou replik a teorie náhodných matic z jaderné fyziky. Hlavním motivem je určit kam vložit jakou část úspor, aby došlo k největšímu zhodnocení peněz. To fyzikové vidí v minimu energie modelového systému. Direktivy EU pro bankovnictví mají ten efekt, že optimum investic (minimum) není jediné, ale je jich více, neexistuje tak jediná nejlepší investiční strategie, jak popisoval matematický ekonom H. Markowitz, nositel ceny za ekonomii. Další proud výzkumu je hnán směrem k mikroskopickému modelování souboru ekonomických subjektů v analogii se statistickou fyzikou, která popisuje tekutinu skrz pohyb molekul. Takovéto modely pak vycházejí z myšlenky difuze reagujících molekul (chemická reakce kupujících s prodávajícími vyúsťující v kolísání ceny) nebo analogie s vulkanizovaným kaučukem (shluky pospojovaných jednotek představujících skupiny agentů investujících stejně). Patří sem také menšinové hry, Nashova rovnováha [7-8].

Nejčastější se ekonofyzika opírá především o statistickou fyziku a termodynamiku. Mezi další oblasti, na které se ekonofyzika snaží aplikovat svoje poznatky, patří například:

- Trh z pohledu všeobecných křivek poptávky a nabídky
- Trh jako elektrodynamické pole
- Trh jako systém agentů napojených na senzory trhu
- Teorie hraniční efektivnosti trhu
- Hamiltonián na finančních trzích
- Distribuce bohatství a příjmu
- Fluktuace na burzách, růst HDP, růst firem

1.1.3 Vybrané studie v ekonofyzice

Nedávné práce ukázaly, že ekonofyzici předpovídali ekonomickou krizi s několikaletým předstihem. Ale nikdo jejím pracím nevěnoval pozornost. Didier Somette, fyzik a odborník na zemětřesení, předpovídal propuknutí problémů na americkém hypotečním trhu již v roce 2005 [1], na začátku roku 2008 (pár měsíců před vypuknutím krize) socio-fyzikové Dirk Helning, James Breiding a Markus Christen [6,8] varovali, že se ve finančním systému objevily změny, které ovlivňují jeho vnitřní stabilitu. Stejně jako u fyzikálních systémů, které se dostávají do rovnovážného stavu v závislosti na vnějších (povrchové síly, silové pole) a vnitřních (tlak, energie) parametrech, tak i u ekonomického systému bude záviset na jistých parametrech, zda se ekonomický systém zhroutí či nikoliv. Taková závislost ani pro ekonomii ani pro fyziku ale není banální. Výše zmínění autoři s využitím teorie komplexních systémů poukázali na to, že většina finančních a ekonomických modelů je příliš jednoduchá na to, aby postihla probíhající procesy, a že vedou k podcenění zpětných vazeb a kaskádových krizových efektů, které později skutečně nastaly, po většinou v souladu s jejich předpověďmi. Dále uvádějí, že celosvětový finanční systém by se jistě zhroutil, kdyby mocnosti nenapumpovaly do bankovního systému dosud nevídané množství finančních prostředků. Uvedení autoři byli ve své době považováni pouze za vědce, kteří se vzhlédli v jakési nové teorii, které v té době veřejnost nevěnovala pozornost.

Ekonom se na tomto místě jistě zeptá: „Co nového může přinést fyzik do ekonomie? Proč zrovna fyzik by měl přijít s lepšími závěry než klasický ekonom-profesionál?“ Výhodou fyziků je jejich zkušenost s empirickým zkoumáním a analýzou dat. Fyzici během svého bádání často přicházejí do styku s množstvím napozorovaných údajů, na základě kterých musí vyslovit závěry a případně aktivně zkoumat nové teorie. Ekonomie se oproti tomu snaží pouze využít dostupná data (případně použít experiment) na potvrzení vlastních názorů a teorií.

Dalším rozdílem je i také fundamentální přístup k problému. Ekonomové hledají odpověď na praktickou otázku „Jak?“ (jak odhadnout budoucí vývoj, jak zabezpečit zdroje, jak vytvořit ideální portfolio). Fyzika se při zkoumání snaží dostat hlouběji, tj. odpovědět na problém „Proč?“ (proč existují dané charakteristiky v cenových změnách, proč rovnice Black-Scholesa ne vždy platí). Vysvětlením příčin se pak i odpověď na otázku „Jak?“ stává jednoduchou.

Výhodou pro fyziky jsou jejich znalosti statistické fyziky. Mají k dispozici více nástrojů pro práci s dynamikou v systémech skládajících se z mnoha interagujících částic, podobně jako trh. Proto je statistický přístup v ekonofyzice velmi často používán.

Fyzika se zabývá přírodními jevy. Člověk je součástí přírody a jeho potřeby z ní vycházejí. Vznik ekonofyziky je tedy novou hraniční disciplínou ve smyslu aplikace fyzikálních metod na ekonomické prostředí. Proto lze konstatovat, že se i trh, jehož součástí jsou lidé, řídí podobnými zákonitostmi. Trh je tedy jakýmsi přírodním mechanismem a pohled na něj přes fyzikální principy by se měl jevit jako naprosto věrohodný a přirozený.

Ekonofyzici říkají, že základy, na kterých staví hospodářské teorie, jsou od počátku chybné. Napadají teze, že trhy jsou přirozeně stabilní a samoregulovatelné. Selhání trhů, vytváření a nafukování bublin ale svědčí o jejich dynamice a nestabilitě. Měla by se tedy změnit struktura a vazba na finanční trhy, jinak pro ně budou takové bubliny a nerovnováhy stejně časté a nepředvídatelné jako zemětřesení.

Ekonomové prý ztrácí kontakt s empirickými daty a fakty v širokém měřítku. Pokoušejí se definovat reprezentativní agenty a snaží se tak pracovat s průměrným jedincem, chováním průměrné firmy a pomíjejí pestrost v rámci celého sektoru. Ostřejší kritici také tvrdí, že ekonomové opomíjejí vztahy mezi mikro a makro ekonomikou a přesto z těchto modelů vychází rozhodování centrálních bank a vlád.

Ekonofyzici se otevřeným dopisem [1] z března 2010 obracejí na známého finančníka George Sorose, kde uvádí, že finanční krize vedla nejen k značným finančním ztrátám, ale poškodila také ekonomický systém jako celek natolik, že několik zemí čelí hrozbě bankrotu a ohrožen je vážně i celý společenský systém. Problémy, které pozorujeme, mohou být podle ekonofyziků jen počátkem mnohem rozsáhlejší krize. Situace se může zcela vymknout kontrole a ohrozit sociální smír a kulturní výdobytky. Zhroucení ekonomiky v Řecku jejich slova jen naplňuje. Krize ohrožuje stabilitu celé eurozóny, eura jako měny i stabilitu EU. Protikrizová opatření vedla k rozsáhlým nepokojům. Několik měsíců poté se projevily také rozsáhlé nepokoje v oblasti severní Afriky.

Ekonofyzikům se nyní dopřává více pozornosti a peněz na vypracování všeoborového přístupu k analýze ekonomických krizí. Otázkou ale zůstává, zda se podaří krize nejen předpovídat, ale také jim zdárně předcházet, případně jejich důsledky alespoň limitovat.

Ekonofyzika představuje aplikace metod fyziky na ekonomické problémy. Podobně jako soubor elektronů nebo skupina molekul vody je světová ekonomika komplexním systémem individuálních členů (v tomto případě států), které spolu všechny navzájem interagují. Ekonomika tak vytváří situaci, kterou by řada experimentálních fyziků mohla ekonomům jen závidět. Světová ekonomika vytváří každý rok neuvěřitelné množství dat, kdy například pouze transakce akcií v USA představují 24 kompaktních disků dat. Tato data dávají jedinečnou možnost pro rozsáhlé statistické analýzy, které by mohly vést k lepšímu pochopení, jak se chovají komplexní systémy. V dřívější studii obchodních firem [7,8] fyzikové a ekonomové zjistili, že pravděpodobnosti spojené s daným pozorovaným stupněm růstu lze popsat jednoduchou matematickou funkcí pro firmy všech typů a velikostí (s obratem od 100 tisíc do bilionu dolarů). Navíc vědci zjistili, že rozpětí křivky popisující distribuční funkci pravděpodobnosti se chová podle jistého "zákona", podle něhož toto rozpětí odpovídá velikosti firmy umocněné číslem přibližně 1/6. Vytvořil se společný tým fyziků z Bostonské univerzity a MIT ve spolupráci s ekonomy z Harvardu, aby objevili jisté univerzální vztahy a zákony pro fluktuace stupně růstu hrubého domácího důchodu 152 zemí v období let 1950 až 1992 [9]. Tyto modely dávají vynikající možnost studovat komplexní společenské organizace pomocí metod, které mají svůj původ a jsou používány ve statistické fyzice [10,12].

1.2 Nástroje ekonofyziky

Nejčastější fyzikální nástroj, který ekonofyzika využívá ke zkoumání ekonomických jevů, patří statistická fyzika. Další skupinu aplikovatelnou na ekonomii tvoří mocninné zákony. Hojně se také využívá odvětví termodynamiky k popisu dějů v ekonomických systémech. Existují i další výzkumy publikované na ekonofyziku postavenou na základech elektrodynamiky nebo kvantové mechanice [9-10,13-14].

1.2.1 Statistická fyzika

V minulém století dosáhla fyzika značného vědeckého pokroku, umožnila nám nahlédnout do některých zákonů v přírodě, popsat vzájemnou interakci těles, molekul, atomů, elektronů i jaderných částic. Dokážeme popsat i soustavu několika atomů, známe-li počáteční podmínky.

Důležitou oblast tvoří kvantová mechanika. Bylo zjištěno a pomocí zákonů fyziky popsáno chování na mikroskopické úrovni, to ale nevede k předpovídání vlastností a chování libovolné makroskopické soustavy částic. Z hlediska kvantitativního popisu lze zkoumat každou jednotlivou částici odděleně zvlášť, ale nás zajímá spíše celkový kvalitativní popis soustavy. To nám umožňuje statistická fyzika.

Statistická fyzika je teoretickou oblastí fyziky, která se zabývá fyzikálními objekty tvořících soubor mechanických systémů v rovnovážném stavu. Zavádí se pomocí počtu konfigurací stavů elementů systému (mikrostav), který podmiňuje určitý stav objektu jako celku (makrostav).

Zákony klasické mechaniky jsou uplatňovány pomocí metody klasické statistiky založené na principu systémů složených z jednotlivých rozlišitelných částic. To jsou takové systémy, kde není potřeba uvažovat spin a kvantování fázového prostoru. Tato metoda se označuje jako Maxwell-Boltzmannovo rozdělení [14], řídí se jím například molekuly. Rozdělovací funkce f_{MB} udává střední počet částic ve stavu s energií E:

$$f_{MB}(E) = \frac{1}{\exp\left[(E-\mu)/(k_B T)\right]}, \text{ kde}$$

- E je energie částice,
- k_B je Boltzmannova konstanta,
- T je termodynamická teplota,
- μ je chemický potenciál (někdy označován Fermiho energie E_F).

Pro energii $E - \mu >> k_B T$ platí Maxwell-Boltzmannovo rozdělení, jelikož se neprojevují kvantové efekty. Pro nižší energie se musí použít rovnice Bose-Einsteinova rozdělení nebo rovnice Fermi-Diracova rozdělení pro kvantovou statistiku.

Částice s antisymetrickou vlnovou funkcí popisuje ve statistické fyzice Fermi-Diracovo rozdělení. Používá se pro popis systémů složených z fermionů (např. leptony, kvarky). Tím lze např. popsat chování elektronů v kovech a elektronový plyn v okolí jádra atomu. Střední počet částic ve stavu s energií E je dán rozdělovací funkcí $f_{FD}(E)$:

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{\exp\left[(E-\mu)/(k_B T)\right]+1} \ .$$

Pro energii $E - \mu >> k_B T$ pak přechází Fermi-Diracovo rozdělení v klasické Maxwell-Boltzmannovo rozdělení.

Ze zákonů kvantové mechaniky vychází také Bose-Einsteinovo rozdělení založené na symetrické vlnové funkci a celočíselným spinem. Částice, pro které platí tato funkce, se nazývají bosony (např. mezony, fotony, intermediální částice). Distribuční funkce $f_{BE}(E)$ vyjadřuje následujícím tvarem počet částic ve stavu s energií E:

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{\exp\left[(E-\mu)/(k_B T)\right]-1} \ .$$

I zde přechází Bose-Einsteinovo rozdělení v klasické Maxwell-Boltzmannovo rozdělení, pokud pro energii platí $E - \mu >> k_B T$.

1.2.2 Mocninné zákony v ekonomii a fyzice - ekonofyzice

Ve statistické fyzice hledáme všeobecné zákonitosti v makroskopickém systému. V ekonomii představuje makroskopický systém určité seskupení lidí – jednotlivé národní ekonomiky. Tyto systémy jsou tvořeny částicemi, které vzájemně interagují – ekonomičtí agenti, kteří uskutečňují mezi sebou transakce. Cílem ekonofyziky je najít všeobecné vlastnosti ekonomického systému, které jsou determinované interakcí velkého počtu ekonomických agentů. Ve fyzice se hojně pracuje s mocninnými zákony, které se dají velmi dobře požít také v ekonomii.

Nejznámějším z nich je Paretovo rozdělení příjmů. Ten se ve svých studiích snažil určit, kolik lidí má příjem větší než x. Paretův zákon je dán tvarem kumulativní distribuční funkce

$$N(x) = P(X > x) = \int_{x}^{\infty} f(x)dx \approx x^{\alpha} ,$$

kde *f(x)* je hustota rozdělení pravděpodobnosti, exponent α odpovídá paretovskému koeficientu, jenž byl odhadnut na $\alpha = -1{,}5$ [16]. Z toho vyplývá, že existuje jen několik málo milionářů, zatímco většina lidí má příjem podprůměrný. Původně se Pareto domníval, že koeficient je neměnný v závislosti na místě, později Gini potvrdil mocninné zákony s tím, že hodnota exponentu je proměnlivá. Navázaly další studie [17-19] zkoumající distribuci bohatství, postupně se objevilo Levyho, log-normální, Gamma a další dvě rozdělení prezentované Paretem

Studie Drugulesca a Yakovenka [21-22] se zabývala distribucí bohatství ve Velké Británii a USA. Závěr této práce poukázal na zajímavé výsledky, neboť se část rozdělení bohatství řídí Boltzmann-Gibbsovým zákonem používaným ve fyzice. Tento zákon popisuje pravděpodobnostní rozdělení energie mezi molekulami plynu, které má implikací na ekonomii odpovídat rozdělení peněz mezi lidmi. V termodynamice hovoříme o pravděpodobnosti, že zvolený systém bude mít v daném mikrostavu energii větší než *Ee*.

Jinými slovy hrají peníze v tržní ekonomice stejnou roli jako energie ve fyzice. Energie se konzervuje v kolizích mezi molekulami, peníze se uchovávají v aktech nákupu a prodeje. Boltzmann-Gibbsovo rozdělení říká, že existuje několik molekul s velkým množstvím energie a spousta molekul má však energii nízkou.

Asociací z Yakovenkova výzkumu vyplývá, že malá skupina lidí skončí s velkým množstvím peněz a mnoho lidí bude mít pouze malé množství peněz. Yakovenko ukázal, že distribuce bohatství v USA sedí přesně na Boltzmann-Gibbsovo rozdělení [21-22]. Yakovenko také uvádí, že teoreticky lze předpokládat, že bohatí lidé si své bohatství zaslouží inteligencí nebo snahou, ale fyzika ukazuje, že tomu tak není. V tržní ekonomice zákony pravděpodobnosti znamenají, že mnoho peněz skončí v rukou několika lidí. Z dat o USA zjistíme, že rozdělení bohatství je ještě více nerovnoměrné, než bychom očekávali z Boltzmann-Gibbsova zákona. Dle tohoto zákona by měli existovat milionáři, ale ne miliardáři jako je tomu v realitě.

Původně Yakovenko předpokládal pouze nákup a prodej. Teprve v náročnější práci, kam zabudoval i příjem z úroků nebo najímání práce, bylo ukázáno, jak se obyvatelstvo dělí do dvou skupin [21]. Yakovenkova teorie v jisté míře navazuje i na Marxe [23], neboť i zde se objevují dvě rozdílné třídy – kapitalisté a námezdní pracující. Velká část populace (námezdní pracující) sleduje Boltzmann-Gibbsovo příjmové rozdělení. Bohatství druhé třídy (příjem jim plyne z kapitálu) se řídí mocninným zákonem.

1.2.3 Termodynamika v ekonofyzice

V této kapitole je popsána souvislost ekonomie s oblastí fyziky známé jako termodynamika. Existuje podobnost mezi termodynamickými funkcemi a funkcemi v ekonomii.

Termodynamika je oblast fyziky, která se zabývá tepelnými procesy a vlastnostmi látek spojených s přeměnou energie založených na třech termodynamických zákonech. Tepelné jevy daly základ termodynamice, kdy bylo snahou zvýšit efektivitu parních strojů. Prvně termín termodynamika zřejmě použil lord Kelvin v roce 1849.

Termodynamika se zabývá vztahem mezi veličinami udávajícími ve výsledku makroskopický stav systému. Při fyzikálních dějích pak dochází ke změnám těchto veličin často vlivem tepelné výměny s okolím systému. Stav systému (látky) se popisuje pomocí stavových veličin, přechod mezi stavy popisují stavové rovnice, které charakterizují vztahy mezi stavovými veličinami.

Termodynamika se dělí na několik disciplín, jednou z nich je termochemie, která se zabývá tepelnými jevy mezi chemickými reakcemi. Termodynamiku lze obecně dělit z několika hledisek. Jsou uvedeny dvě základní dělení, která mají význam v kontextu tématu této diplomové práce.

Fyzikální systémy je možné sledovat z hlediska makroskopického, tím se zabývá klasická termodynamika. Zde je možné tuto představu uskutečnit na základě znalostí makroekonomie, která zkoumá ekonomický systém jako celek a popisuje stav ekonomiky pomocí agregátních veličin jako např. agregátní poptávka a nabídka, hrubý domácí produkt, inflace, nezaměstnanost, měnový kurz aj. Také sleduje vztahy mezi těmito veličinami, popisuje jaké faktory a jaké mechanismy ovlivňují dosahování ekonomické rovnováhy. Mikroekonomie věnuje pozornost chování jednotlivých tržních subjektů, na rozdíl od makroekonomie se zabývá jednotlivými tržními subjekty. Nezabývá se tedy systémem jako celkem, ale zabývá se jednotlivými částicemi, z kterých se systém skládá. Podobně statistickou termodynamiku zajímá chování částic, z nichž je složený termodynamický systém.

Vlastnosti tohoto systému lze popsat pomocí statistických metod, když se nalezne vztah mezi vlastnostmi jednotlivých částic a makroskopickými projevy systému, neboli agregátními termodynamickými funkcemi. Při znalosti vlastností molekul (hmotnost, délka vazeb, stavba molekuly a charakteristika mezimolekulárních sil) je možné spočítat všechny termodynamické funkce daného systému bez nutnosti získání přímých experimentálních dat.

Druhým zajímavým dělením termodynamiky je zaměření se na rovnováhu sledovaného systému. Také v ekonomii je dosažení rovnováhy optimálním stavem, okolo kterého řada ekonomik v čase osciluje. Pro statický systém musí být k dosažení všeobecné rovnováhy splněny 3 hlavní podmínky:

- Mezní míra technické substituce jednoho (každého) vstupu za druhý musí být stejná pro oba (všechny) výstupy.
- Mezní míra substituce ve spotřebě jednoho (každého) výstupu za druhý musí být stejná pro oba (všechny) spotřebitele.
- Společná mezní míra substituce ve spotřebě se musí rovnat společné míře transformace pro oba (všechny) výstupy.

Rovnovážná termodynamika se zabývá studiem termodynamických systémů blízko rovnovážného stavu. Nerovnovážná termodynamika se naopak zabývá studiem termodynamických systémů v nerovnovážném stavu, lze ještě rozlišit lineární nerovnovážnou termodynamiku zabývající se systémy dostatečně blízko rovnovážného stavu a nelineární nerovnovážnou termodynamiku pro stavy systémů vzdálených daleko od rovnováhy nebo systémů v nerovnovážných stavech. V ekonomii by bylo možné takovouto rovnováhu asociovat na příkladu potenciálního produktu, krátkého období a přirozené míře nezaměstnanosti.

Statistická fyzika je příbuzným oborem termodynamiky. Ta na základě molekulové fyziky a předpokladů kinetické teorie stavby látek vysvětluje podstatu termodynamických vztahů prostřednictvím metod teorie pravděpodobnosti založené na zákonitostech chování velkého množství částic.

Aplikací termodynamické minimalizace volné energie podle studie J. Mimkese [6] lze vysvětlit optimalizaci štěstí ve společnosti.

1.3 Termodynamická formulace ekonomie

Termodynamická formulace ekonomie je založená na diferenciálních rovnicích. Dvě různé diferenciální formy δQ nejsou vždy stejné, integrál z *A* do *B* není vždy stejný jako integrál z *B* do *A*. Je možné vynaložit málo úsilí jedním směrem a druhým směrem získat hodně, to lze činit periodicky. Tohle je mechanismus tvorby energie v tepelných čerpadlech, hospodářské výroby ve společnostech a růstu ekonomik.

Při zavedení fyzikální veličiny entropie *S* ($dS = \delta Q / T$) se vychází ze stejného předpokladu. Entropie souvisí s pravděpodobností *P*, kde platí vztah $S = \ln P$. V ekonomii se funkce *S* reprodukuje jako produkční funkce. Faktor *T* udává tržní index nebo životní úroveň zemí (HDP/ob). Dynamika hospodářského růstu je založena na Carnotově cyklu, který je tažen vnější silou. Hospodářský růst a tvorba kapitálu (jako tepelná čerpadla a elektrické generátory) závisí na přírodních zdrojích, jako je ropa. HDP a spotřeba ropy jsou paralelní pro všechny státy. Trhy i motory, ekonomické i termodynamické procesy jsou založené na stejných početních a statistických vztazích. Základní matematické principy jsou uvedeny v následující části této kapitoly. Jsou zde popsány rozdíly mezi exaktními a neexaktními diferenciálními formami[1] [6].

Pro diferenciál funkce $f(x, y)$ platí, že $df = (\partial f / \partial x)dx + (\partial f / \partial y)dy$. Druhá derivace funkce $f(x, y)$ je symetrická dle *x* i dle *y*:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}.$$

[1] V anglickém originálu zní výrazy *exact* a *not exact* differential forms. Dále v textu budu používat tyto anglické výrazy, které se často v českých publikacích nepřekládají.

Pro každou diferenciální formu $df = a(x,y)dx + b(x,y)dy$ platí, že pokud jsou si následující druhé derivace rovné $\partial a(x,y)/\partial y = \partial b(x,y)/\partial x$, pak se označují jako exact diferenciální formy. Ta se značí pomocí *d*, tedy jako *df*. Funkce existuje a může být určený křivkový integrálem

$$\int_A^B df = \int_A^B \left(\frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy \right) = f(B) - f(A).$$

Uzavřený integrál exact diferenciální formy je rovný nule. Uzavřený integrál může být rozdělen do dvou integrálů na cestu 1 (z *A* do *B*) a cestu 2 zpět (z *B* do *A*). Oba integrály závisí jen na mezích *A* a *B*, proto je uzavřený integrál roven nule:

$$\oint df = \int_A^B df_{(1)} + \int_B^A df_{(2)} = \int_A^B df_{(1)} - \int_A^B df_{(2)} = 0$$

V jedné dimenzi jsou všechny diferenciální formy exact. V případě dvojdimenzionálních diferenciálních forem $\delta g = a(x,y)dx + b(x,y)dy$ se ale vždy nejedná o exact diferenciální formu, jelikož druhé derivace se obecně nerovnají:

$$\partial a(x,y)/\partial y \neq \partial b(x,y)/\partial x$$

Tyto diferenciální formy se nazývají not exact a značí se symbolem δ, tedy δg. Funkce $g(x,y)$ jednoznačně neexistuje a křivkový integrál not exact diferenciální formy závisí vedle mezí integrace *A* a *B* také na cestě integrace. Každá cesta integrace povede k nové funkci $g(x,y)$. Uzavřený integrál od *A* do *B* podle jedné cesty a pak z *B* zpět do *A* podle cesty 2 se nerovná nule, jak je vidět také z obr. 1:

$$\oint \delta g = \int_A^B \delta g_{(1)} - \int_A^B \delta g_{(2)} \neq 0$$

Dvojdimenzionální diferenciální forma δg může být převedena na úplnou pomocí integračního faktoru *1/T*. Někdy se tento faktor (v ekonomii) označuje jako λ, ale v termodynamice se za integrační faktor dosazuje 1/T, ve dvou dimenzích takový faktor vždy existuje, pak je vztah mezi exact a not exact diferenciálními formami dán vztahem

$$df = \delta g / T = [a(x,y)dx + b(x,y)dy]/T\,.$$

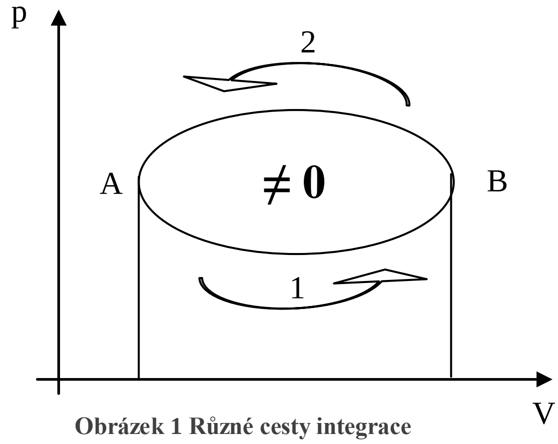
Pro diferenciální formy existují dva následující závěry:

➢ Dvojdimenzionální diferenciální forma δg není obecně exact (První zákon diferenciálních forem).

➢ Not exact diferenciální forma se může pomocí integračního faktoru *1/T* stát exact (Druhý zákon diferenciálních forem).

1.3.1 Diferenciální formy v termodynamice a ekonomii

Diferenciální formy jsou pro termodynamiku a ekonomii důležité. V následujícím shrnutí je uvedena jejich souvislost.



Obrázek 1 Různé cesty integrace

Termodynamika: Teplo je funkcí nejméně dvou proměnných a to teploty a tlaku. Teplo je non exact diferenciální formou. Hodnota integrálu z *A* do *B* tedy nebude stejná jako hodnota integrálu z *B* do *A* (různá cesta integrace). Tato vlastnost non exact diferenciální formy se hojně využívá v periodicky pracujících strojích, kde je možné spotřebou malého množství tepla jednou cestou získat velké množství tepla druhou cestou zpět a opakovat tento děj periodicky.

Díky možnosti převedení na exact diferenciální formu je možné počítat složité technické procesy non exact diferenciálních forem jednoduchou funkcí, právě proto je termodynamika důležitá v aplikacích i teorii.

Ekonomie: Ekonomický růst je funkcí nejméně dvou proměnných a to práce a kapitálu. Platí zde obdobné zákonitosti jako pro teplo v termodynamice – zisk není exact diferenciální formou. Ani zde hodnota integrálu z *A* do *B* nebude stejná jako z *B* do *A*.

Tato vlastnost je velmi důležitá pro aplikace v periodické produkci, kdy je možné investováním malého množství kapitálu (jedním směrem) získat mnohem více kapitálu druhým směrem (zpět) a opakovat tento proces periodicky. Společnosti mohou jako zaměstnavatelé svým zaměstnancům vyplácet tak málo, jak je jen možné, a shromažďovat od zákazníků tolik, kolik jenom jde.

Také v ekonomii je možné pomocí poměrně jednoduchých funkcí vyjádřit složité technické procesy non exact diferenciálních forem. Termodynamická formulace ekonomie je proto důležitá pro teoretický základ a aplikaci pro obchod i ekonomii.

1.3.2 První zákon ekonomie

Hospodářská výroba na farmách, automobilových továrnách, zdravotních zařízeních nebo v bankách je dosažena těžkou prací, ale výstup je vždy jiný pro jednotlivý typ produkce. Výstup závisí vždy na specifických vlastnostech produkčních procesů, jinými slovy na matematických výrazech a cestě integrace. Produkce může být vyjádřena vztahem not exact diferenciálních forem jako $-\oint \delta W = \oint \delta Q$.

Přebytek Q je výsledkem vstupu práce $-W$. Cyklický děj v hospodářské produkci může být rozdělen do dvou částí, nejprve integrací z A do B a pak zpět z B do A:

$$-\oint \delta W = \oint \delta Q = \int_A^B \delta Q_{(1)} - \int_A^B \delta Q_{(2)} = Y - C = \Delta Q$$

Hospodářský proces se skládá ze vstupu C a výstupu Y, rozdíl má podobu přebytku ΔQ. Příjem Y a náklady nebo spotřeba C jsou součástí stejného produkčního cyklu a závisí na specifických produkčních a spotřebních procesech. Přebytek a ekonomický růst nemůže být vyjádřen ex ante, dokud není celý proces znám. Výše uvedenou rovnici lze zapsat diferenciálními formami. Pro dvě not exact diferenciální formy si rovné na stejných mezích (a cestách) integrace platí, že se mohou odlišovat pouze exact diferenciální formou dE, která mizí vždy, pokud výraz zapíšeme pomocí uzavřeného integrálu. První zákon ekonomie vyjádřený diferenciálními formami popisuje kapitálovou rovnováhu produkce.

$$\delta Q = dE - \delta W$$

Tohle je první zákon ekonomie vyjádřený diferenciálními formami, jedná se o kapitálovou rovnováhu produkce. Přebytek δQ zvyšuje kapitál dE a vytváří požadavek na vstup práce $-\delta W$. Níže jsou popsány jednotlivé proměnné.

Práce *W*

Práce *W* je úsilím a technikou (know-how), které vkládáme do naší činnosti. Funkce práce *W* neexistuje jako obecná funkce, vždy je závislá na cestě integrace, na produkčním procesu, a nelze ji spočítat ex ante. Práce *W* není ekvivalentní s prací/usilím *L* (labor), která je definována jako počet lidí v produkčním procesu. Práce *W* je ekvivalentní produkčnímu procesu. Jednotkou práce *W* je kapitál, ten samý jako pro kapitál *E* a přebytek *Q*. V termodynamice odpovídá funkce *W* práci strojů. V ekonomii funkce *W* představuje práci lidí stejně jako strojů. Termodynamická formulace ekonomie odhaluje problém moderní produkce a to, že lidé a stroje fungují podle těch samých zákonů. Pokud lidé nepracují efektivně, mohou být vyměněni stroji: při konstrukčních pracích se nahradí jeřáby nebo motory, v kancelářských pracích mohou být nahrazeni počítači.

Přebytek Δ*Q*

Přebytek ΔQ je důsledkem práce *W*, také nemůže být počítán ex ante a jako δQ je not exact diferenciální formou. Integrál závisí na cestě integrace, přebytek závisí na produkčních procesech. Termodynamická formulace ekonomie umožňuje porovnat hospodářskou produkci s prací v termodynamice.

Tepelné čerpadlo je podobné energetickým nádržím na řekách nebo zahradách. Tepelný generátor může periodickým investováním 1 kWh energie jedním směrem získat 5 kWh druhým směrem. Tepelný výstup *Q* je větší než vstup práce *W*. Ze zákonu zachování energie vyplývá otázka, odkud pochází toto teplo?

V každém cyklu je teplo získáváno z okolního prostředí (řeky, zahrady), které je tedy ochlazováno, když generátor pracuje. V okolním prostředí (řeka, zahrada) je tato ztráta energie kompenzována doplněním z rezervoáru – okolního prostředí.

Banky jsou podobné kapitálovým rezervoárům (nádržím) spořitelů. Banka může opakovaně přijímat se splacením půjčky úrok o velikost 10 % a věřitelům vyplácet vklad se 4 % úrokem. Výstup Q je větší než vstup W. Podobně jako v termodynamice se i zde se objevuje otázka, kde se tento přebytek bere.

V bankách je kapitálový přebytek v každém cyklu získáván z růstu spořící populace. Ta vzniká nejen jako první článek hospodářského řetězce, který je v prostředí přirozený, ale také v každém dalším stupni každého produkčního cyklu. Způsob ekonomického (hospodářského) růstu je vysvětlen níže na principu Carnotova cyklu [6,11,24-28].

<u>Kapitál E</u>

Kapitál E je základem hospodářské produkce W. U farem je to kapitál farmáře, u výrobních továren kapitál podniků, u investic kapitál investorů. Bez práce W nemůže docházet k růstu kapitálu.

Pouze vstupem práce může docházet k růstu kapitálu. Nebo naopak může dojít i k poklesu kapitálu vlivem špatnému vedení nebo neúspěchu. Každý ekonomický systém musí vykazovat pozitivní přebytek, aby přežil. Po každém produkčním cyklu musí být přebytek ΔQ v přijatelném poměru ve vztahu k investovanému kapitálu E. Výraz r se nazývá efektivitou produkčního cyklu δW .

$$r = -\oint \delta W / E = \oint \delta Q / E = \Delta Q / E$$

Poměr r je nazýván úrokovou mírou a uvádí se v procentech. Účinnost nebo úroková míra měří úspěch produkčního cyklu δW a určuje, zda lidé nebo stroje budou zaměstnávány v daných produkčních procesech.

1.3.3 Druhý zákon ekonomie

Not exact diferenciální formy δQ mohou být změněny na exact diferenciální formy dS použitím integračního faktoru T. Následující rovnice se nazývá druhým zákonem ekonomie:

$$dS = \frac{1}{T} \delta Q$$

Rovnice popisuje existenci systémové funkce S, které se ve fyzice říká entropie. Ekonomové obvykle tuto funkci nazývají produkční funkcí, případně funkcí užitku.

Integračním faktorem je *1/T*, tento výraz je integračním faktorem kapitálové bilance. T je proporcionální k průměrnému kapitálu E připadajícího na N agentů daného ekonomického systému $E = cNT$, kde c je faktor proporcionality. T může být chápáno jako „ekonomická teplota". Na trhu o N komoditách je T proporcionální k průměrné cenové hladině. Ve společnosti o N domácnostech je T proporcionální k průměrnému kapitálu připadajícímu na domácnost nebo životní standard. Ve světových ekonomikách je T proporcionální k HDP na hlavu. [9,20]

Druhým zákonem ekonomie je proměnná T uváděna jako hlavní proměnnou pro všechny ekonomické funkce.

Kombinací obou zákonů ekonomie dostáváme výraz $-\oint \delta W = \oint TdS$. Entropie nebo produkční funkce S je příbuzná s funkcí práce W. Na rozdíl od práce je ale funkce S nezávislá na produkčním procesu a může být spočítaná ex ante. Funkce W a funkce S reprezentují mechanismus a výpočet ve všech ekonomických procesech:

Funkce práce W je definována produkčním procesem a může být odlišná pro každý proces. To umožňuje investicí malého množství jednou cestou procesu získat více druhou částí produkčního procesu, snahou je dosažení přebytku.

1.3.4 Vztahy diferenciálních forem

Not exact diferenciální forma δQ se vyjadřuje pomocí dS: $\delta Q = TdS$. Stejným způsobem not exact diferenciální forma produkce δW může být vyjádřena exact diferenciální formou dV jako $\delta W = -pdV$. Parametr p může být nazýván tlak, V si lze představit jako prostor nebo osobní svobodu, která může být omezena vnější ekonomikou nebo sociálním tlakem.

Z uvedených rovnic lze entropii zapsat jako exact diferenciální formu dS pomocí T a V:

$$dS(T,V) = \frac{\partial S}{\partial T} dT + \frac{\partial S}{\partial V} dV = \frac{1}{T}(dE(T,V) + p(T,V)dV)$$

$$dS(T,V) = \frac{1}{T}\frac{\partial E}{\partial T} dT + \frac{1}{T}\left(\frac{\partial E}{\partial V} + p\right) dV$$

Exact diferenciální forma *dS* se nechá integrovat nezávisle na cestě integrace. Produkční funkce *S(T,V)* závisí na kapitálu *E(T,V)* a ekonomickém tlaku *p(T,V)*.

Funkce *E* a *p* nemohou být vybírány náhodně, když jsou složené z diferenciálních exact forem *dS* v předchozí rovnici si rovných, tím vzniká vztah označován jako Maxwellovi relace:

$$\frac{\partial p}{\partial T} = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial E}{\partial V} + p\right) = \frac{\partial S}{\partial V}$$

Tyto Maxwellovi relace jsou obecnými podmínkami pro modely funkcí *E(T,V), p(T,V)* a *S(T,V)*. Lze z ní odvodit také vztahy pro volnou energii *F* někdy označovanou jako Helmholtzova volná energie.

$$F(T,V) = E(T,V) - TS(T,V)$$

$$dF = -pdV - TdS$$

F může být nazývána jako funkce „efektivních nákladů“, která je minimální pro stabilní ekonomický systém. Úpravou vztahu pro *F(T,V)* lze získat Lagrangeovu funkci

$$L(T,V) = S(T,V) - (1/T)E(T,V) \qquad \rightarrow \qquad \text{maximum!}$$

L je Lagrangeova funkce, která maximalizuje produkční funkci *S* při omezených nákladech *E* s Lagrangeovým multiplikátorem $\lambda = (1/T)$. Tato funkce je výsledkem prvního a druhého zákona ekonomie.

1.4 Entropie v ekonomii

Entropie *S* se v ekonomii používá pro produkční funkci, která je ve stochastických systémech dána vztahem $S(N_k) = \ln P(N_k)$.

Pojem entropie *S* se používá hlavně ve fyzice, ale i v matematice a informačních vědách. Jako první se entropií ve vztahu k ekonomii zabýval N. Georgescu-Roegen v roce 1974 [6]. V stochastických systémech entropie nahrazuje Cobb Douglasovu produkční funkci. Tyto body odůvodňují, proč je takové nahrazení možné:

- Entropie je funkcí přirozeného systému bez dodatkových parametrů. Cobb Douglasova funkce má náhodně stanovený parametr elasticity α.
- Cobb Douglasova funkce byla nalezena pomocí příhodných dat, není znám teoretický základ této funkce. Entropie těmto datům odpovídá taktéž.
- Entropie vede k vyšší hodnotě hodnoty produkce a nižší hodnotě nákladů než Cobb Douglasova funkce.
- Hodnota různých skupin práce je určena mzdou. Není potřeba doplňkového parametru α. Lagrangeova funkce s entropií je dostatečnou charakteristikou pracovní skupiny.
- Entropie má velký význam v produkci a obchodě, entropie charakterizuje změnu rozdělení komodit a peněž při procesu produkce a obchodu [6,24-25].

V další části této kapitoly bude blíže popsán význam entropie pro ekonomii.

1.4.1 Příklad veličiny entropie

Nechť existuje ekonomika, kde se vyskytují pouze jablka a peníze. Na začátku má pěstitel jablek všechna jablka a míra neuspořádanosti rozdělení jablek v ekonomice je minimální, protože pěstitel má všechna jablka a další subjekty ekonomiky nemají žádná. Zároveň ale každý subjekt má určitý stav peněžních prostředků. Zakoupením jablka od pěstitele dochází v ekonomice ke shromažďování peněz u jednoho člověka a míra neuspořádanosti rozdělení peněz v ekonomice klesá, snižuje se také entropie systému. V ekonomice rozlišujeme různé druhy entropie (rozdělení komodit a kapitálu).

Entropie rozdělení komodit

Prodej a distribuce komodit je ekvivalentní vzrůstající entropii. Například na konci procesu distribuce jablek je dosaženo ekvilibria – všichni mají stejný počet jablek a pravděpodobnost entropie je v maximu $S_2 = \ln P_2 =$ maximum! Obchodování komodit je dokončeno, když je dosaženo ekvilibria. To nastane, když je entropie maximální.

Entropie kapitálového rozdělení

Negativní rozdíly entropie poukazují na to, že mince byly „shromažďovány“, ne „rozdělovány“ jako v případě prodeje jablek. Kladná změna entropie v systému (kapitál, komodity) je příznačná pro rozdělování, ale záporná změna entropie koresponduje se shromažďováním prvků v systému (kapitál, komodity). Při obchodování jsou změny entropie komodit a kapitálu v opačném směru, ale absolutní hodnota změny entropie je v obou případech stejná.

Entropie výroby

Na výrobních linkách v automobilových továrnách dělníci musí montovat části automobilů podle konstrukčního plánu. Na začátku je N odlišných částí, které mohou být smontovány několika možnými způsoby, numericky je to $P = N!$ možných způsobů. Smontováním se myslí seřazení N částí automobilů dohromady podle jednoho jediného správného způsobu, který je v souladu s konstrukčním plánem.

Smontování a uzpůsobení dle plánu znamená snížení entropie $\Delta S < 0$. Práce a produkce jsou vždy doprovázeny redukcí entropie. To si lze představit stejně dobře na fyzické manuální práci jako na duševní práci. Například části tvořené písmeny (viz hra scrabble)

$$t + c + k + e + o + u + n + r + k + s \; = \; \text{konstrukce}$$

mohou být jednoduše přeuspořádána do smysluplného slova. Duševní práce znamená seřazení a seskupení mnoha myšlenek do jednoho hlavního smysluplného plánu nebo teorie.

Entropie je míra neuspořádanosti systému. S rostoucí hodnotou entropie se zvyšuje také neuspořádanost systému, roste jeho chaos. Entropie má mnoho odlišných aspektů, nejčastěji ji lze prezentovat rovnicí $\Delta S = S_2 - S_1 > 0$.

Uvedená nerovnice koresponduje s rozdělením prvků systému, kterými mohou být peníze, komodity a vytváření neuspořádanosti. Podobná rovnice popisuje shromažďování prvků v systému, dochází k vytváření uspořádanosti. Tento případ se liší tím, že uvažovaná změna entropie je v záporná $\Delta S = S_2 - S_1 < 0$.

1.4.2 Carnotův cyklus

Carnotův cyklus definuje vratný kruhový děj ideálního tepelného stroje. Celý cyklus se skládá ze dvou izotermických dějů a dvou adiabatických dějů probíhajícími mezi dvěma stejnými teplotami.

Mechanismus produkce a obchodu je založen na Carnotově procesu. Na obr. 2 je znázorněn Carnotův proces jako *T-S* diagram, je zde možné použít cestu s konstantní veličinou *T* a cestu s konstantní entropií *S*.

$$-\oint \delta W = \oint \delta Q = \oint T dS = \int_1^2 T_1 dS + \int_3^4 T_2 dS = Y - C = \Delta Q$$

Výroba automobilů je typickým ekonomickým procesem, který může být modelován pomocí Carnotova cyklu. Tento proces bude popsán dle obr. 2. Při vysvětlení se začíná a také končí v bodě 1.

Dělníci s nízkou životní úrovní T_1 produkují automobil podle výrobního plánu ΔS. Celkové náklady produkce *C* jsou dány materiály *E* a prací jako

$$C = E + T_1 \Delta S .$$

Náklady mohou být sníženy výrobou automobilů podle toho samého výrobního plánu ΔS a materiálu *E* v místech s nižší životní úrovní T_1.

Z bodu 2 do bodu 3 dochází k přesunu automobilů z továrny T_1 na trh s T_2. Při přechodu z bodu 3 do bodu 4 dochází k prodeji spotřebitelům na trhu s vyšší životní úrovní T_2. Tržní cena Y je dána materiálem a trhem:

$$Y = E + T_2 \Delta S .$$

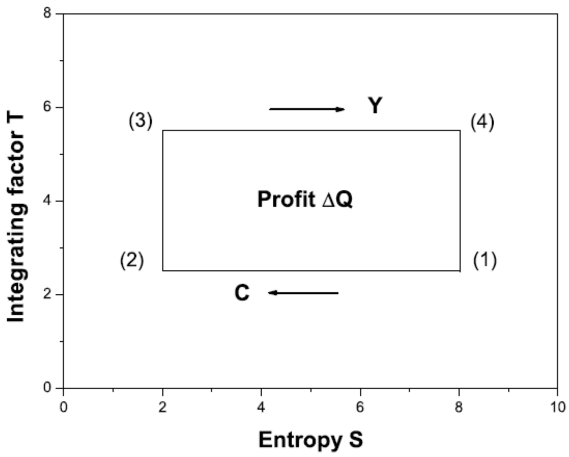
Při přechodu z bodu 4 na bod 1 se cyklus uzavírá po nějaké době díky recyklaci automobilu.

Přebytek je dán vztahem $\Delta Q = Y - C = \Delta T \Delta S$ a odpovídá uzavřené oblasti na obr. 2.

Tento děj lze popsat také pro zmíněné pěstování jablek. V první fázi (1 -> 2) dochází na podzim ke shromažďování jablek farmářem z jeho stromů a skladování ve sklepě. Práce potřebná k trhání jablek snižuje entropii rozdělení jablek $\Delta S < 0$. Náklady C jsou dané vztahem $C = T_1 \Delta S$, kde T_1 představuje cenovou úroveň jablek na podzim.

V další fázi (2 -> 3) leží jablka ve sklepě bez jakékoliv změny rozdělení, entropie zůstává konstantní.

Na jaře (3 -> 4) dochází k rozdělování jablek $\Delta S > 0$ od farmáře na trh při vyšší cenové hladině jablek T_2. Celkový příjem z jablek je dán vztahem $Y = T_2 \Delta S$.



Obrázek 2 Carnotův cyklus toku zboží začíná a končí v bodě 1 [6]

V závěrečné fázi cyklu (4 -> 1) jsou jablka prodávána a nemění se rozdělení jablek (entropie S je konstantní), dokud opět nenastane podzim a nezačnou se jablka trhat. Přebytek cyklu produkce jablek je $\Delta Q = Y - C = \Delta T \Delta S$ a to odpovídá uzavřené oblasti na obr 2. Kapitálový tok začíná v bodě 1 a také zde později končí. Kapitálový tok je opačný vzhledem k toku jablek. Práce W a profit Q mají opačné znaménko. V předchozím popisu byl uveden popis distribuce jablek, s tím souvisí protichůdný proces rozdělení kapitálu:

Farmář jde na trh (1 -> 4), jeho kapitál (peníze v kapse) se nemění a změna entropie je nulová $\Delta S = 0$. Na trhu farmář vybere peníze (4 -> 3) od zákazníků za prodej jablek, dochází ke shromažďování kapitálu/peněz a změna entropie je proto záporná $\Delta S < 0$. Farmář se vrací domů s penězi v kapse (3 -> 2), aniž by je utratil a změna entropie je nulová $\Delta S = 0$. Doma farmář část získaných peněz rozdělí (2 -> 1) mezi sběrače jablek, změna entropie je kladná $\Delta S > 0$.

Příjem Y, náklady C a zisk ΔQ práce jsou určeny dle rovnic

$$Y = E + T_2(S_4 - S_3) \ ,$$

$$C = E + T_1(S_2 - S_1) \ ,$$

$$\Delta Q = Y - C = \Delta T \Delta S \ .$$

Poslední rovnice pro ΔQ představuje zisk daný obdélníkem na obr. 2. Materiál E je stejný v produkci i ve spotřebě a tak nevstupuje do výrazu pro uzavřený cyklus. Carnotův proces je základem pro všechny ekonomické procesy. V ekonomii je každý podnik, společnost, banka i každá osoba tzv. zařízením odpovídacjíimu Carnotově cyklu. V termodynamice je každý motor a generátor energie založený na energetických zásobách a změnách entropie podobný Carnotově cyklu. U ekonomického motoru se vedle změny entropie generuje kapitál. Také např. v biologii každá živá buňka funguje na podobném principu. Carnotův děj je tedy obvyklým jevem pro většinu společenských věd.

Ekonofyzika postavená na základech termodynamiky je zmíněna také v [26], kde J. Šesták popisuje tepelný stroj jako nástroj velkého pokroku a pomoci pro obyvatelstvo.

1.4.3 Původ růstu a bohatství

V procesu prodeje a nákupu se celkové bohatství v ekonomice nemění. Když lidé získávají zisk a bohatnou prostřednictvím ekonomické interakce, musí se někde tento zisk brát. Pokud by byl tento profit získáván od obchodního partnera, takovýto partner by se trhu neúčastnil, protože nikdo nechce být na trhu ošizen, nedocházelo by tedy k ekonomickým transakcím.

Odpověď na tuto otázku dává Carnotův proces. Tepelné generátory získávají teplo ze studených řek a ohřívají teplé domovy. Podobně banky získávají kapitál od chudých střadatelů a dávají ho bohatým investorům. Ekonomická interakce dvou partnerů je možná pouze prostřednictvím využívání třetí strany (pracovní síla) díky správné manipulaci. Nejběžnějším objektem jsou přírodní zdroje, prostředí, veřejné bohatství jako voda, vzduch, uhlí nebo ropa. Motor funguje na benzín stejně jako průmyslová výroba.

Dle studie z roku 2008 [28] bohatství pochází z využívání. Neplatí to pouze pro první článek v ekonomickém řetězci (farmář, dělník, horník…) ale pro všechny, kteří chtějí z ekonomického řetězce získat profit.

Stroje jako motory nebo tepelné generátory vždy požadují nebo vytvářejí dvě rozdílené teploty *T*, mezi kterými pracují. Uvnitř je motor horký a tak potřebuje vzduch nebo vodu na chlazení zvenku. Teplené generátory fungují se studenými řekami a teplými domácnostmi, ledničky mají studený vnitřek a navenek jsou teplé. Tyto teplotní rozdíly jsou nezbytné pro fungování Carnotova procesu. Prostory s odlišnými teplotami musí být odděleny. Pokud například zůstanou dveře ledničky otevřeny, její efektivita (účinnost) bude nulová $\mu = 0$.

V ekonomických systémech práce vždy podle Carnotova procesu vytváří dvě různé ceny nebo úrovně příjmu *T*. Nakupování a prodej musí vytvářet dvě cenové úrovně, jinak zde nebude důvod pro obchodování. Na druhou stranu dojde v ekonomice následně také ke generaci početné vrstvy chudých dělníků a tenké vrstvě bohatých kapitalistů.

Dvou-úrovňový systém je také pozorován v celosvětovém rozdělení bohatství. Bohatství národů je jasně rozdělené do dvou částí. V „zemích třetího světa“ žije více než 3 miliardy lidí pod úrovní 2000 $ na hlavu. V zemích prvního světa žije okolo miliardy lidí mezí 12 000 – 16 000 $ na hlavu.

Carnotův proces bude stabilizovat dvě rozdílné úrovně žití mezi světovou populací. Nižší standard poroste v průběhu času, ale také rozdíl poroste, aby se zesílila efektivita. Rozdělení zemí však nemusí zůstat v této podobě navždy. Některé země jako Čína a Indie již nyní ukazují, že rychle směřují mezi přední ekonomiky světa. Některé bohatší země zůstanou na své úrovni nebo dokonce v posledních letech u nich úroveň klesá i díky celosvětové krizi a hrozbě rozpadu eurozóny.

Profit daný vztahem $\Delta Q = \Delta T \Delta S$ roste s větším rozdílem mezi cenou a náklady ΔT výrobku. Účinnost produkce je dána vztahem

$$\mu = \frac{Y - C}{C} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}.$$

Výnosy jsou ideálně nezávislé na druhu komodity. Účinnost je určená pouze rozdílem v životní úrovni ΔT .

Rozdíl ve složitosti ΔS se neobjevuje ve výpočtech účinnosti. Kvůli tomu má funkce entropie S malou důležitost v makroekonomii. Ale oproti tomu v mikroekonomii je entropie spojená s výpočty pravděpodobnosti stavu systému, toho se využívá na trhu s akciemi. Vysoké rozdíly v entropii poukazují na vysokou pravděpodobnost spojitosti a bezpečnosti podílu. Společnost s jednoduchými produkty může být rychle nahrazena. Podnik se složitými produkty vydrží déle. Produkce ΔW vytváří jistý prostor $\Delta T \Delta S$ (viz též obr. 2). Oblast s vysokým ΔT a malým ΔS bude vysoce účinná ale méně jistá. Vysoké ΔS a malé ΔT poukazuje na skutečnost, že podnik vytváří komplexní, složitý produkt s nízkou účinností ale vysokou bezpečností. Oblast $\Delta T \Delta S$ je určená prací investovanou do produktu. Tvar této oblasti určuje, zda podíl je spekulativní a snad ziskový, nebo zda je bezpečný a méně ziskový. Optimální portfolio akcií by mělo být tvořeno téměř čtvercovou plochou $\Delta T \Delta S$ se střední účinností a střední bezpečností.

V termodynamické formulaci ekonomie byl zákon trhu odvozen od výpočtů a statistických zákonů. Žádné další předpoklady nebyly uvažovány pro zákony v ekonomii. Mnoho názorů poukazuje na to, že termodynamická formulace ekonomie je obecným přístupem, který sedí na data velmi dobře a vysvětluje ekonomii a ekonomický růst na bázi přírodních věd [6,18,24-28].

Ekonomické interakce nejsou řízeny jen statistickými zákony. Mnoho ekonomických interakcí je omezeno např. celními úřady, občanským zákoníkem nebo individuálními dohody obchodujících partnerů. Tyto doplňující influence ovlivňují volnost ekonomických agentů. Chování ekonomických agentů v prostředí podobných restrikcí je diskutováno hlouběji vice v [6] v kapitole Termodynamická formulace sociálních věd.

2 Oblasti výzkumu současné ekonofyziky

V této kapitole jsou blíže prezentovány zajímavé výsledky některých rozsáhlejších výzkumů prováděných v posledních letech v oblasti ekonofyziky.

2.1 Rozdělení bohatství

Mezi důchodem a bohatstvím existuje přímá vazba. Velikost důchodu má přímý vliv na velikost bohatství a velikost bohatství má zase přímý vliv na velikost důchodu.

S tržní ekonomikou je spjatá majetková a důchodová nerovnost. Na základě statistických údajů USA dospěl P. A. Samuelson ke zjištění, že křivka majetkové nerovnosti není totožná s křivkou důchodové nerovnosti, křivka majetkové nerovnosti je vypuklejší, to poukazuje na vyšší majetkovou nerovnost. [1, 3,8,14]

Distribucí osobních příjmů se zabýval italský sociolog Pareto, který odpozoroval, že distribuce se chová dle určitého univerzálního pravidla ve všech krajinách. Při sledování ročních příjmů využíval kumulativní pravděpodobnosti *N(x)*, tj. daný jedinec má příjmy větší nebo rovno *x*:

$$N(x) = P(X > x) = \int_x^\infty f(x)dr,$$

kde funkce *f* představuje rozdělení pravděpodobnosti, *R* je náhodná proměnná tohoto rozdělení. Dle Pareta mělo rozdělení podobu $N(x) = x^{-\alpha}$, kde v mocninném zákoně měl exponent α hodnotu blízkou 1,5.

V návaznosti na Pareta Gini prohlásil, že tento zákon stále platí, ale mění se hodnota koeficientu. Následovalo několik výzkumů, které distribuci bohatství připisovaly různými podobami rozdělení, např. Levyho, log-normální, Gamma rozdělení a další dvě rozdělení prezentoval ještě Pareto [16, 29-31].

Montrol a Shlesinger na základě amerických dat z období před 2. světovou válkou předložili, že horní 1% lidí z příjmové skupiny odpovídá mocninnému rozdělení s exponentem -1,63, zbytek se chová podle log-normálního rozdělení [29].

Yakovenko a Dragulescu [21-22] ve své studii vycházejících z dat USA a UK uvedli, že se rozdělení chová dle Bolzmann – Gibbsova rozdělení používaného ve fyzice. Pravděpodobnostní distribuční funkce energie ε je

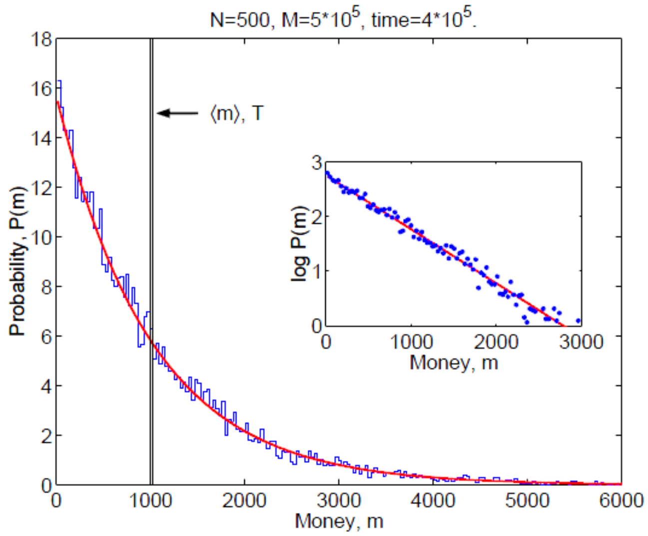
$$P(\varepsilon) = Ce^{-\varepsilon/T} ,$$

kde T je termodynamická teplota a C představuje normalizační konstantu. Předpoklady modelu jsou, že uvažujeme uzavřený ekonomický systém a celkové množství peněz je konzervované. Namísto energie se uvažuje množství peněz v systému a namísto teploty se uvažuje průměrné množství peněž na agenta.

Pro makroskopický systém s konstantním počtem ekonomických agentů (jednotlivci nebo firmy), kde se peníze používají jako prostředek směny k nákupu/prodeji materiálních výrobků, je výsledkem interakce mezi agenty změna množství peněz agentů, celková suma peněz však zůstává stejná. Tento zákon zachování peněz odpovídá zákonům zachování ve fyzice (hybnosti, energie a dalším).

Pokud neexistuje externí přísun peněz do systému, množství peněž je konstantní, každý agent drží kladné množství peněz (neexistuje možnost se zadlužit) $m_i \geq 0$. Obdobné je to ve fyzice s tím, že každý atom má kladnou energii $\varepsilon_i \geq 0$. Pravděpodobnostní distribuční funkce *P(m)* je definována jako počet agentů s penězi mezi *m* a *dm* jako *NP(m)dm*. Je zde zřejmá korespondence mezi termodynamických equilibriem a *P(m)*. Celkové *P(m)* se nemění, ale množství peněz m_i agenta *i* fluktuuje. *P(m)* lze odvodit podobně jako distribuční funkci $P(\varepsilon)$ ve fyzice. Při rozdělení systému na dvě části 1 a 2 zůstává celkové množství peněž konstantní $m = m_1 + m_2$, pravděpodobnost *P* je určena jako $P = P_1.P_2$, dosazením pak $P(m_1 + m_2) = P(m_1)P(m_2)$, z čehož vyplyne řešení $P(m) = Ce^{-m/T}$, kde dostaneme z $\int_0^\infty P(m)dm = 1$ a $\int_0^\infty mP(m)dm = M / N$ vztahy $C = 1/T$ a $T = M / N$.

Z provedených výzkumů [22,28] pro 500 agentů byly zjištěny výsledky, které odpovídají Boltzmann-Gibbsovu zákonu $P(m) \approx \exp(-m/T)$. Po uskutečnění transakcí má tedy většina agentů malé množství peněz, počet nejbohatší skupiny agentů s rostoucím množství peněz exponenciálně klesá.



Obrázek 3 Pravděpodobnost rozdělení peněz [22]

Na obr. 3 je zachycena závislost stacionárního pravděpodobnostního rozdělení peněz *P(m)*. Červená křivka odpovídá Boltzmann-Gibbsovu rozdělení a svislá černá křivka odpovídá počátečnímu rozdělení peněz. Yakovenko dále uvádí, že Boltzmann-Gibbsovo rozdělení lze dosáhnout také maximalizací entropie rozdělení peněz.

Rozdělení bohatství bylo oblastí zkoumání pro Adriana Drägulesca a Victora M. Yakovenka. Ti vypracovali další studii zaměřenou na kumulativní pravděpodobnostní rozdělení bohatství. Studie vycházela z reálných podmínek s dědickou daní pro Velkou Británii v roce 1996.

Na aproximaci dat použili dva způsoby: mocninný zákon $N(\varpi) \approx 1/\varpi^{\alpha}$ a exponenciální zákon $N(\varpi) \approx \exp(-\varpi/W)$. Tyto rozdělení jsou charakterizovány exponentem α a „teplotou“ *W*. Odpovídající hustoty pravděpodobnosti $P(\varpi) \approx -dN(\varpi)/d\varpi$ jsou též mocninné, resp. exponenciální.

Podobně sestavili také funkci rozdělení příjmů. Na jejich práci navázal Ayoama, který se věnoval studiu japonských dat. Zjistili, že rozdělení daně z příjmu je velmi podobné rozdělení příjmu, což implikuje proporcionalitu daní vůči příjmu [27].

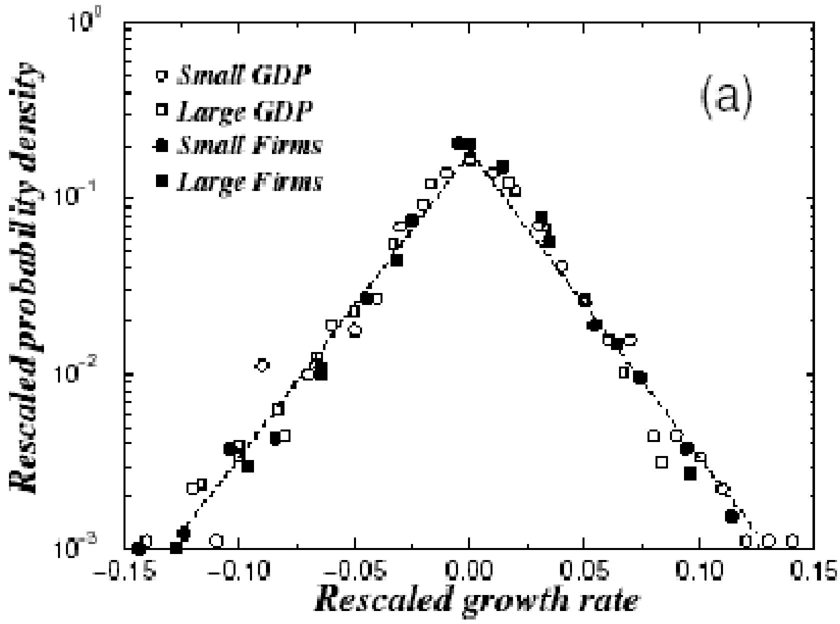
V závěru jejich práce uvádějí, že ekonomie předpokládá trhy jsou v rovnováze a agenti se chovají stoprocentně racionálně, ale tento předpoklad není ve skutečném světě splněný. Proto se často nedaří ekonomii za předpokladu rovnováhy vysvětlit časté nerovnosti. V této chvíli nastupuje ekonofyzika a chce vyvinout jednoduché modely co nebližší realitě, které by byly schopné předvídat časté nerovnosti v realitě.

2.2 Brownův pohyb na burze

Na finančních trzích je možné identifikovat rozdělení fluktuací na burzách. Nejstarší studií je rozvinutý Brownův pohyb pro ceny na burze. Moderní verze této teorie předpokládá Gaussovo rozdělení pro fluktuaci na finančním trhu, přestože konce rozdělení jsou obecně těžké. V souvislosti s tím není koeficient Brownova pohybu konstantní, ale jedná se o náhodný parametr. Tento model byl prezentován Stevem Hestonem, jehož studii Dragulescu s Yakovenkem upravili a výsledné pravděpodobnostní rozdělení $P_t(x)$ vyjadřuje změnu ceny závisející na časovém rozdílu dvou měření. Konce rozdělení jsou rovné čáry. Pro malé časy t je rozdělení úzké a konce jsou téměř vertikální. S rostoucím časem se rozdělení rozšiřuje.

2.3 Fluktuace vývoje HDP

Fluktuace vývoje HDP byly zkoumány pro 152 ekonomik v období 1950-1992 [9,32]. Velké ekonomiky mají sklon soustředit se na širší pole ekonomických aktivit, to vede k relativně malým fluktuacím, pozorovaný stupeň diverzifikace je jiný, než kdyby byl proces lineární. Rozdělení roční rychlosti růstu pro oblast s daným HDP je konzistentní pro určité obory s exponenciálním rozkladem. Šířka rozdělení se řídí mocninným rozdělením s exponentem $\beta \approx 0{,}15$. Tento model platí pro ekonomiky i pro firmy. Na obr. 4 je znázorněn test podobnosti růstu firem a ekonomik.



Obrázek 4 Hustota pravděpodobnosti ročního tempa růstu ekonomik a firem [22]

2.4 Trh jako elektrodynamické pole

Trh je místem, kde nastává rovnováha setkáním nabídky S a poptávky D, každá tato veličina je funkcí ceny. Neoklasický model popisuje trh s neměnnými veličinami S a D v čase, které jsou jen funkcí ceny. Místo průniku křivky nabídky a poptávky se nazývá ekvilibrium. Exogenní veličiny, které by mohly ovlivnit trh, jsou vyloučeny z úvah a neovlivňují rovnováhu.

Existuje také představa [3,13], , že se funkce S a D v čase mění, také se zde vyskytuje množina exogenních veličin, které mohou ovlivnit trh. Ze statického trhu se tak stává dynamický trh. Zavádí pojem charakteristické ceny P_S a P_D – pro výrobce a spotřebitele. P_S zahrnuje všechny náklady a očekávaný zisk. Rozdíl mezi tržní cenou a charakteristickou P_S stimuluje zájem prodejce. Podobně je tomu u spotřebitele.

Pro dynamiku deterministického trhu bez exogenních proměnných a stochastických výkyvů byl odvozen systém diferenciálních rovnic [45,10]:

$$\begin{aligned}\dot{S}(t) &= a[P(t) - P_S] + k[D(t) - S(t)] \\ \dot{D}(t) &= b[P_D - P(t)] \\ \dot{P}(t) &= c[D(t) - S(t)]\end{aligned}$$

Stanovením počátečních podmínek *P(0), D(0)* ovlivňujeme významně pohyb trhu. Po zavedení koeficientu α jako

$$\alpha = \frac{P_D}{P_S} \ ,$$

je možné dokázat, že pro $\alpha = 1$ je trh symetrický a neexpanduje ani neupadá. Pro $\alpha \neq 1$ je trh asymetrický, nestabilní a může oscilovat. Charakteristická cena prodejců není známa spotřebitelům a naopak charakteristická cena spotřebitelů není známa prodejcům. Tím má reálný trh mít své opodstatnění a není jen praktickou nedokonalostí teoretického modelu.

Znalosti z oblasti elektřiny a magnetismu lze využít při popisu systému s velkým počtem elementů, které mezi sebou vzájemně interagují. Tato teorie se používá v teorii městského rozvoje, řešení dopravních komplikací a v ekonomických otázkách. Trh jako systém s velkým počtem interagujících účastníků lze přirovnat k fyzikálnímu problému.

Dle [13] lze v systému s možností arbitráže chápat hotovost jako částice nesoucí silový potenciál a vzniklé dluhy (závazky) jako částice s opačným nábojem. Popsaný tok ovlivňuje cenu aktiva. Finanční systém se chová jako systém částic v silovém poli, tyto částice zároveň pole utvářejí a pozměňují. Tok peněz je tok nábojů. Snahu o bezarbitrážní trh je možné přirovnat k minimalizaci energie.

2.5 Ramseyův model jako pohyb hmotného bodu

Ve většině tržních prostředí je snahou maximalizovat účinek jedince. Při popisu tohoto procesu se zavádí modely, které často obsahují více proměnných, někdy je i obtížné určit, které veličiny jsou konstanty určené pro model zvenku a které jsou ještě proměnné. Do modelů se zavádí kapitál *K*, spotřeba *C*, důchod *Y*, úrok *b*, míra úspor *s*, amortizace kapitálu δ, míra růstu populace *n*, exogenní technologický pokrok g a další. Některé z veličin mohou být vázané na jiné, pak se nejedná o volné veličiny, ale vázané. To platí také pro ohraničení spotřeby. Problém maximalizace celkového užitku ze spotřeby, odúročený k danému časovému okamžiku je

$$\max \int e^{-bt} u(c) dt \text{, přičemž: } c = f(k) - (n + \delta + g).k + \dot{k}$$

Využitím Lagrangeovy metody vázaného extrému přejdeme k:

$$\max \int e^{-bt} \left(u(c) + \lambda . \left(c - f(k) + (n + \delta + g).k - \dot{k} \right) \right) dt \ ,$$

kde λ jsou Lagrangeovy multiplikátory. Integrovaný výraz se označuje jako Lagranžián (nebo Hamiltonián).

Podobná asociace se zde nabízí z oblasti fyziky/mechaniky. V obou případech se zde vyskytuje maximalizace a zavedení vazeb v systému. Tím je možné ekonomický problém chápat jako model, který se pohybuje v prostoru a má tedy v Lagranžiánu zahrnuté zobecněné souřadnice, které respektují omezení v pohybu.

$$\begin{aligned} &L \approx e^{-bt} \left(u(c) + \lambda . \left(c - f(k) + (n + \delta + g).k - \dot{k} \right) \right) \\ &\phi_\alpha = 0 \approx c - f(k) + (n + \delta + g).k - k = 0 \end{aligned}$$

Všeobecná teorie optimálního řízení metodami variačního počtu přechází z řešení problému $\max \int F(x, \dot{x}, t) dt$ k Eulerovým rovnicím $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial F}{\partial \dot{x}}\right) - \dfrac{\partial F}{\partial x} = 0$.

Za souřadnice systému uvažujeme kapitál, spotřebu a Lagrangeovy multiplikátory, pak dostaneme tyto pohybové rovnice:

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{k}}\right) - \frac{\partial L}{\partial k} = 0 \qquad && \lambda .(f'(k) - (n + \delta + g + b)) + \dot{\lambda} = 0 \\ &\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{c}}\right) - \frac{\partial L}{\partial c} = 0 \qquad && u'(c) - \lambda = 0 \\ &\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\lambda}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \qquad && c - f(k) + (n + \delta - g).k - k = 0 \end{aligned}$$

Úpravou derivací a dosazením dostaneme soustavu diferenciálních rovnic pro c a k. Není jednoduché zkoumat tyto systémy rovnic, chceme-li zachovat všeobecnost produkční a užitkové funkce. Makroekonomie se snaží určit rovnováhu, kde $\dot{c} = \dot{k} = 0$ a dojít až k zlatému pravidlu kapitálu $f'(k) = n + \delta + g + b$. Při analýze stability vyjde najevo, že tento stav je vysoce nestabilní. Stačí malá změna vnějších podmínek a dojde k úplnému vybočení z rovnováhy a takovýto výsledek nemá prakticky žádnou hodnotu.

Hlavní myšlenkou je najít vhodnou souřadnicovou soustavu, kde by byla patrná cykličnost některé souřadnice, tím by byl objeven i patřičný zákon zachování. Objevily by se veličiny, které se v makroekonomickém systému nemění. Definice vhodné transformace souřadnic bývá problémem i ve fyzice, v ekonomii v kapitálově-spotřebním prostoru je tomu ještě hůře. O správné volbě těchto zobecněných souřadnic a jejich vazeb se pojednává více [5]. Řešením Lagranžiánu a úpravou rovnic se dostanou následující rovnice pro popis dynamiky trhu, které uvádějí změny cen a množství zboží na trhu:

$$\dot{p}_i = -\frac{\partial h}{\partial x_i}; \quad \dot{x}_i = -\frac{\partial h}{\partial p_i} = s_i(x, f(x, p, t), t),$$

Vektor polohy odpovídá tedy množství zboží neboli portfoliu aktiv a vektor hybnosti odpovídá vektoru cen. Užitek nebo výnos odpovídá změně potenciální energie, síla pak představuje hraniční výnos a energie daný užitek (zisk).

3 DSGE modely

DSGE modely (Dynamic Stochastic General Equilibrium Models) jsou používány centrálními bankami pro analýzy politických rozhodování. Finanční krize ale významně poznamenala kredibilitu DSGE modelů jakožto nástroje vhodného pro politické rozhodnutí. Není jednoduché do DSGE modelů s reprezentativním agentem a racionálním očekáváním zakomponovat generaci „bubliny“ nebo krachu. Vědci se snažili do modelů zabudovat vázanou racionalitu, heterogenitu, schopnost se učit a vzájemně ovlivňovat za účelem přiblížení se reálnému světu. Jedním z přístupů např. Branche a McGougha (2009) byla snaha aplikovat mechanismus adaptivního učení do neokeynesianských DSGE modelů. V dalších modelech Orphanidese a Williamse (2007), Milaniho (2009), Chena and Kulthanavitiho (2010) [27] bylo nezbytné zadávat exogenně podíl různých druhů agentů. Agenti se snaží respektovat stejná pravidla a neučí se z historie. Toto zjednodušení podhodnocuje nejistotu, které čelí agenti, ti si nemohou být jisti, zda trendy budou trvat několik dnů, měsíců nebo roků. Branch a McGough si stanovili za oblast bližšího zkoumání stabilitu ekvilibria a ovlivnění učením se.

3.1 trendy v DSGE modelech

Za účelem zapojení adaptivního chování agentů se někteří ekonomové rozhodli zabývat se zapojením statistické mechaniky do tradičních ekonomických modelů. Zde nastupuje Boltzmann-Gibbsovo rozdělení, které může být vhodným nástrojem pro popis vývoje mikrostruktur všech agentů v ekonomickém systému. Termodynamicky řečeno, každý systém je ovlivněn vzájemných působením mnoha částic a vztahem makro a mikro stavů. Lze tak generovat endogenní dynamiku populace. V poslední dekádě se Boltzmann-Gibbsovo rozdělení propojuje s modely zohledňujícími očekávané chování.

Stálým bodem sporu je, zda mechanismus Boltzmann-Gibbsova rozdělení aplikovaný ve fyzice na interakce jednotlivých „neživých“ částic může být stejně dobře použit také přímo na živé agenty, nehledě na sociální síť, vztahy lidí a základní racionální principy. Ekonomové toto rozdělení používají k popisu interakcí chování. Je však nutné umět vhodně popsat sociální síť ekonomického chování.

Formování sítě probíhá vytvářením a rušením propojení agentů za účelem maximalizace užitku dle daných pravidel, stochastických algoritmů nebo zcela náhodně. Konstrukce modelu pro neokeynesiánský DSGE model respektující Boltzmann-Gibbsovo rozdělení a přístup k ekonomickému prostředí jako mraveništi[2] prezentuje [27].

[2] V anglickém originále „Network-based ant model“ [28] se hovoří o procesu optimalizace chování a možnosti predikce v krátkém horizontu, aplikace byla realizována také na neuronové sítě [36].

Pro zavedení fyziky do ekonomie přispívá také představa propojení obou těchto oblastí na příkladu individuálního chování jedince. Využitím Boltzmann-Gibbsova rozdělení lze ukázat na podobnost elementárních částic v přírodě a jedinců ve společnosti, srážky částic ve specifické struktuře jsou analogické s interakcí lidí žijících ve specifické sociální síti. Jinými slovy jedna částice ovlivní ve struktuře pouze částice s ní přímo související nebo nacházející se do jisté vzdálenosti od ní. Podobně je chování jednotlivce ovlivněno jeho přímým okolím (rodinou, přáteli). Pokud si můj kamarád bude chtít koupit smartphone, moje touha pořídit si smartphone také vzroste. Každý agent je ovlivněn pouze několika blízkými agenty (částicemi, přáteli), ale celkový efekt může vyvolat obrovskou změnu. Jak je zřejmé na praktickém příkladu, s růstem počtu majitelů smarthponu užitek každého majitele roste exponenciálně [33].

Popsaný jev s ovlivňováním blízkého okolí je společný pro lidské prostředí ekonomie i pro částice ve fyzice. Statistická mechanika popisuje rozdělení, která pojednávají o vztahu a dynamice mezi částicemi ve fyzikálních vědách charakterizujícími systém. Heterogenita v systémech vzniká snadno, kromě té dané vnější je tu také endogenní interakce. Celková změna nebo přizpůsobení makrostavu je tak důsledkem individuální interakce mezi základními interagujícími částicemi, právě díky Boltzmann-Gibbsovu rozdělení se lze tímto vztahem zabývat.

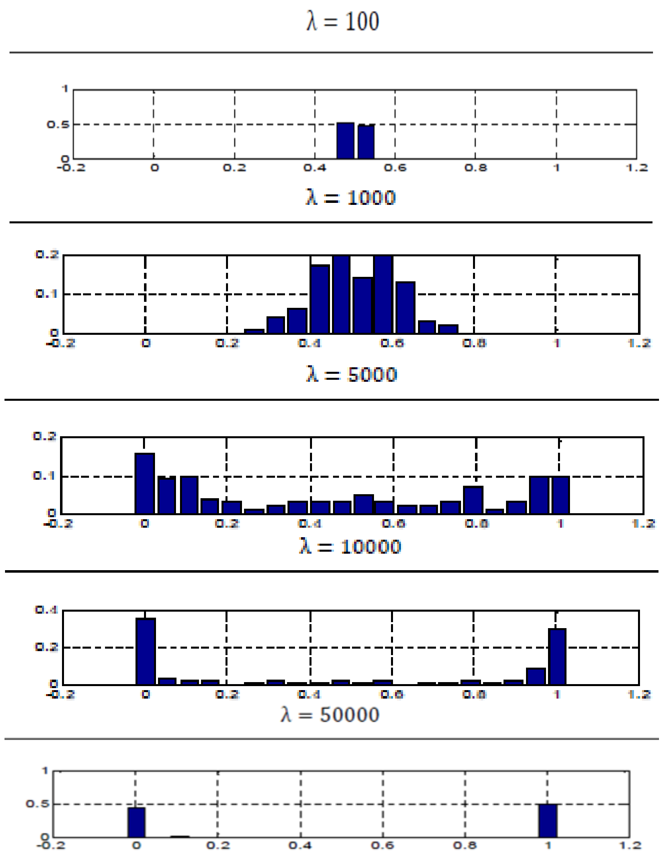
3.2 Optimisté a pesimisté

Jeden z posledních výzkumů v DSGE modelech zahrnuje do popisu ekonomiky také optimisty a pesimisty [27]. Je uvažováno, že agenti rozumí tomu, jak vzniká mezera ve výstupu ve společnosti. Agenti používají jednoduchá pravidla, jak předpovídat budoucí rozdíl ve výstupu. Předpovídají buď dle optimistického, nebo pesimistického pravidla, což odpovídá realitě, neboť v ekonomice se také vyskytují optimisté a pesimisté. Předpovědi optimistů systematicky strhují výstup nahoru a pesimistů dolů. Nechť $g > 0$ představuje stupeň zaujatosti v odhadu rozdílu výstupu, pak optimistovo pravidlo je definováno jako $E_{o,t} y_{t+1} = g$ a pesimistovo jako $E_{p,t} y_{t+1} = -g$.

Samozřejmě je možné, že se v průběhu času mění i poměr optimisté/pesimisté, kdy lidé mění svá přesvědčení. Parametr α představuje předpokládaný náhodný komponent, je pojmenovaný jako intenzita výběru, protože de facto určuje, jaká skupina agentů je citlivější na dodatečný profit získaný z volby optimismu nebo pesimismu. Celkový očekávaný výstup v čase $t+1$ je dán dle rovnice:

$$E_t y_{t+1} = \alpha_{o,t} E_{o,t} y_{t+1} + \alpha_{p,t} E_{p,t} y_{t+1}$$

Práce se zabývá tím, že jedinec může změnit své stanovisko z vlastní vůle nebo díky chování svého nejužšího okolí. V experimentu jsou agenti hnáni intenzitou výběru (koeficient Boltzmannova-Gibbsova rozdělení λ), s jejímž zvyšováním roste sociální interakce ve společnosti. Na obr. 5 Jsou zachycené funkce hustoty jakožto poměr optimistů/pesimistů. Jak je vidět, s růstem λ rozdělení poměru optimistů ve hře přechází v rozdělení s těžkými konci, kdy pravděpodobnost, že ve hře budou jen pesimisté nebo jen optimisté stejně velká (poloviční) a jiný stav není možný.



Obrázek 5 Vývoj podílu optimistů v systému v závislosti na λ [27]

Na obr. 5 představuje osa x, jaká část celé společnosti bude tvořena optimisty. Osa y zachycuje pravděpodobnost, že bude právě takový podíl optimistů ve společnosti za jistý časový okamžik (v uvedeném případě to bylo za 300 období od začátku).

3.3 DSGEgame – simultánní online hra

Simulační hra DSGEgame byla spuštěna do testovacího provozu v dubnu roku 2010. Jejím autorem je Bc. Jiří Pešík [34-35], kterému s ekonomickou formulací modelu pomohl JUDr. Ing. David Martinčík. Úplný popis systému zahrnující programátorskou dokumentaci, objektový model hry, ERA model, uživatelskou dokumentaci, popis administrátorského rozhraní a klíčové algoritmy hry lze nalézt v bakalářské práci [34].

V následující kapitole je uveden stručný popis hry. Důraz je kladen na popis modelu, jeho analýzu a pokus interpretaci z pohledu ekonofyziky. V druhé fázi této kapitoly budou analyzovány a hodnoceny získaná data z DSGEgame.

3.3.1 Popis hry

Tato simulační hra je určená skupině hráčů, jejichž úkolem je v pravidelných intervalech provádět rozhodnutí. Hra původně vznikala za účelem zvýšení finanční gramotnosti žáků středních škol jako pomůcka pro výuku. Výstupem jsou kompletní data o ekonomice, což umožní na základě pozorování ověřit predikce vývoje během hry, predikovat směr vývoje ekonomiky, vývoj cen na jednotlivých trzích atp. Důsledkem rozhodnutí jednotlivých hráčů/agentů je ovlivnění vlastního bodového hodnocení a také makroekonomických veličin ekonomiky. Výhodou podobných experimentů je, že jsou následně k dispozici data širokého rozsahu, která v jsou praxi jen těžko k dispozici. Další výhodou je, že se zde skutečně do modelu zapojují lidé a nejedná se o pouhou počítačovou simulaci a generaci náhodných čísel, na čemž jsou založené některé odborné práce a vědecké články.

Průběh hry je sledován v jednotlivých kolech, ve kterých hráč zadává své údaje/příkazy do webového rozhraní. Počet kol bývá určen administrátorem. Na konci každého kola provede hra výpočet založený na specifickém algoritmu, vypočte potřebné údaje a zrealizuje příkazy.

Čím více kol se v ekonomice odehraje, tím více hráč pronikne do hry. S kratší dobou na odehrání kola se budou hráči hře věnovat intenzivněji, ale na druhou stranu je pravděpodobnější, že některý z hráčů například nestihne kolo odehrát/zadat údaje.

DSGEgame obsahuje ekonomiku složenou ze čtyř trhů. Vyráběné statky jsou spotřební zboží a kapitálové statky, které vstupují do procesu výroby jako výrobní faktor. Spotřební zboží jde do spotřeby a patří mezi hodnotící kritéria hráče. V následující kapitole je uveden stručný popis jednotlivých trhů.

3.3.2 Trhy v DSGEgame

Trh je chápán jako mechanismus, který spojuje do interakce stranu poptávajících a nabízejících za účelem stanovení ceny a množství při obchodu za peníze jako prostředku směny v širším slova smyslu. Hráči se na trzích objevují jako výrobci a spotřebitelé.

Trh spotřebního zboží. Hráči poptávají zboží pro svoji potřebu a zároveň zde nabízejí zboží jimi vyrobené. Nemusí vždy nutně vyprodat celou produkci, zbytek se přechovává v zásobách pro další období. Není možná spotřeba vlastní vyrobené produkce. Tento předpoklad odpovídá realitě, jelikož nikdo si nevystačí se samovýrobou jednoho statku (boty, židle nebo jen brambory), ale je nutná směna na trhu, proto všechno spotřebovávané zboží musí i v tomto modelu projít trhem. Není umožněna ani spekulace na cenu nakoupeného zboží, veškeré množství nakoupeného zboží jde do spotřeby.

Trh kapitálového zboží. Stejně jako v případě spotřebního zboží lze využít pro svoje potřeby pouze zboží nakoupené na trhu. Mnou vyrobené kapitálové zboží musí odejít na trh nebo zůstat na skladě. Kapitálové zboží je výsledkem výrobního procesu (výstup) a následně po průchodu trhem se přímo zapojuje do výroby (jako vstup), protože je výrobním faktorem. S jeho používáním je spojena také amortizace.

Trh práce. Dalším výrobním faktorem v DSGEgame je práce. Hráč má dvě možnosti – svoji práci může nabízet na trhu práce anebo ji využije pro vlastní potřebu. Záleží na samotném hráči, zda bude na trhu vystupovat jako zaměstnanec a nabízet svoji práci, nebo zda bude čistým podnikatelem a tak bude práci pro svoji produkci poptávat, anebo chování hráče bude kombinací obou dvou možností. V modelu hry se kapitálové zboží považuje za homogenní faktor, stejně je tomu také s prací. Hráč je samozřejmě limitován počtem 24 hodin za den[3] (kolo), které může nabízet na trhu práce nebo věnovat svojí vlastní produkci. Při rozhodování o tom, kolik času hráč celkově věnuje práci, je důležité také zohlednit množství volného času, protože více volného času může hráči přinášet vyšší užitek (vyšší bodový zisk) než užitek plynoucí z vyššího objemu spotřebních statků, které lze získat nabytím mzdy za odpracovanou práci.

Trh finančních aktiv. Na tomto trhu mohou hráči nabízet část svých volných peněžních prostředků k zapůjčení ostatním hráčům nebo zde mohou sami hotovost poptávat. Tržní cenu peněz zde představuje úroková míra, která reprezentuje cenu, jíž je dlužník ochoten zaplatit věřiteli za použití jeho volných peněžních prostředků v daném období. Na trhu finančních aktiv má svoji roli i centrální banka, která *MS* a *MD* (nabídka a poptávka peněz) používá jako nástroj monetární politiky v ekonomice. Její roli plní pověřená osoba – administrátor hry. Úroková míra pro celé období úvěru a pro všechny splátky je zafixována na úroveň při uzavření úvěru.

3.3.3 Navržený ekonomický model

U každého hráče se zaznamenávají jeho rozhodnutí, na základě kterých probíhá výpočet uskutečněných transakcí a hodnocení jednotlivých hráčů. Po každém kole se u hráčů sledují tyto údaje: množství peněz, množství nakoupeného (=spotřebovaného) spotřebního zboží, množství nakoupeného kapitálového zboží, množství kapitálového zboží zapojeného do výroby, množství kapitálového zboží na skladě (množství hráčem vyrobeného kapitálového zboží, které ještě neprodal), množství spotřebního zboží na skladě, počet hodin vlastní práce zapojených do vlastní výroby, počet hodin práce nabízených na trhu práce (z předchozích dvou údajů vyplývá volný čas), počet hodin práce poptávaných na trhu práce, úspory poskytnuté na trhu finančních aktiv jiným hráčům, úvěry získané na trhu finančních aktiv.

[3] V pozdějších verzích DSGEgame se místo počtu hodin pouze zadává, jak velkou část celku chce hráč pracovat. Celkové množství práce je normováno k jedné.

Hodnocení úrovně hráčova počínání v jednom kole hry (ekonomiky) se odvíjí od následujících kritérií: činnost v kole (zadání údajů), spotřeba (nákup) spotřebního zboží v kole, množství volného času.

Ekonomický model DSGEgame vychází z Cobb-Douglasovy produkční funkce s exogenním technologickým pokrokem nezávislým na ostatních parametrech, tj. technologický pokrok závisí pouze na rozhodnutí administrátora. Funkce použitá ve hře popisuje množství vytvořené produkce Y_t v aktuálním kole t jako:

$$Y_t = A^t . K_t^{\alpha} . L_t^{(1-\alpha)}$$

Koeficient A představuje produktivitu dostupné technologie, K je množství vstupu kapitálu zapojeného do výroby, L množství vstupu práce zapojeného do výroby a koeficient $\alpha \in \langle 0;1 \rangle$ představuje podíl kapitálových důchodů na produkci.

Pro hodnocení hráčů je použita funkce s konstantní elasticitou substituce. V modelu se používá tato užitková funkce pro užitek hráče u v kole t:

$$u_t = (c_t, l_t) = \beta^t (\alpha . c_t^{\rho} + (1-\alpha).(D - l_t)^{\rho})^{1/\rho}$$

Konstanta D představuje disponibilní množství času, c_t udává spotřebu, l_t množství práce, β^t je diskontní faktor, α je váha spotřeby a ρ udává parametr pro výpočet elasticity substituce s:

$$s = \frac{1}{1-\rho}$$

Cobb-Douglasova funkce je funkce s jednotkovou elasticitou substituce. Na rozdíl od běžných neoklasických modelů není v DSGEgame jasně stanovena hranice mezi výrobci a spotřebiteli, takže každý hráč může plnit roli obou těchto stran. Snahou každého hráče je maximalizace užitku, který souvisí s maximalizací spotřeby, za niž jsou hráči hodnoceni. Užitek hráče v kole t je definovaný vztahem

$$U_t = C_t^{\kappa} . H_t^{\lambda} \ ,$$

kde κ představuje koeficient volného času v užitku hráče a λ udává koeficient spotřeby zboží v užitku hráče, H je množství volného času a C spotřeba zboží.

Hráčům je umožněno obchodovat s jednoletým a dvouletým úvěrem. Proto v upravené rovnici výdajů hráče figurují hodnoty z minulého a předminulého kola:

$$LD_t.w_t + C_t.CP_t + \Delta K_t.KP_t + SD_{t-1}.i_{t-1} + SD_{t-2}.(1+i_{t-2}) + SS_t + M_t$$

Veličina *LD* v této rovnici představuje realizovanou poptávku po práci, *SD* realizovanou poptávku po úsporách v čase *t–1,* resp. *t–2, CP* pak nominální jednotkovou tržní cenu na trhu spotřebního zboží, *i* je úroková míra na trhu finančních aktiv, *w* je nominální mzdová sazba, *M* je nominální hodnota peněžního zůstatku hráče, *SS* je realizované nabízené množství na trhu finančních aktiv, *KP* nominální jednotková tržní cena na trhu kapitálového zboží a ΔK je změna množství kapitálového zboží ve výrobě. Tyto veličiny v rovnici platí pro aktuální kolo *t*, minulé kolo *t–1* a předminulé kolo *t–2*.

Pro všechny trhy platí, že jsou v rovnováze, když se nabízené množství práce nebo zboží rovná poptávanému. Celkové tržní nabízené množství je sumou nabízených množství jednotlivých hráčů při dané ceně, podobně celkové tržní poptávané množství je sumou poptávaného množství každého hráče. Množství finančních prostředků v ekonomice zůstává konstantní, tedy v každém kole je suma všech peněžních zůstatků jednotlivých hráčů stejná.

Obecné řešení maximalizace užitku v tomto modelu je popsáno v popisu DSGEgame [35]. Při vyhodnocování realizovaných transakcí na jednotlivých trzích se hodnotí prodej a nákup spotřebního a kapitálového zboží, práce a finančních aktiv.

Rovnice hodnotící funkce může mít například tuto podobu:

$$U_t = 0{,}95^t.(0{,}5.C_t^{0,5} - 0{,}5.(24-H)^{0,5})$$

Veličina *H* udává množství volného času. Model by byl možný rozšířit například o sankce za neaktivitu v daném kole a dosažení záporných peněžních zůstatků po skončení kola.

3.3.4 Jednoduchý DSGE model

RBC (DSGE) modely jsou relativně novou a neprobádanou záležitostí ve světové ekonomice. Jedním ze známých modelů je koncept Mandelmana a Zanettiho [36] dostupný také ze stránek Bank of England. V těchto modelech je důsledkem reálného šoku změna výstupu, úspor a následně i akumulaci kapitálu. Jsou vhodné také pro analýzu hospodářských cyklů. Jako u většiny modelů zde rozlišujeme několik tržních subjektů, prvním z nich jsou domácnosti.

Domácnosti. V těchto modelech je domácnost příjemcem ceny. Snaží se maximalizovat sumu diskontovaného užitku odvíjejícího se od spotřeby a volného času. Domácnost má jistý pracovní příjem $w_t.(1-H_t)$, příjem z kapitálu $r_t.K_t$, výdaje na spotřebu C_t a na nové kapitálové zboží $K_{t+1}-K_t$ (čisté investice) a na náhradu opotřebovaných statků δK_t (obnovovací investice). Cena spotřebního a kapitálového zboží je jednotková. Cena práce *w* je reálná mzda a udává, kolik jednotek produkce si může domácnost koupit, pracuje-li veškerý disponibilní čas. Podobně cena kapitálu *r* vyjadřuje úrokovou míru, která říká, kolik jednotek produkce si může domácnost koupit, naakumulovala-li jednotku kapitálu.

Řešení účelové funkce je možné přes Lagrangeián L:

$$\max_{C,H} \mathrm{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k U(C_{t+k}, H_{t+k})$$

$$\mathrm{L} = E_t \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k \{U(C_{t+k}, H_{t+k}) + \lambda_{t+k}[w_{t+k}(1-H_{t+k}) + r_{t+k}K_{t+k} + (1-\delta)K_{t+k} - C_{t+k} - K_{t+k+1}]\}$$

Rozepsáním této rovnice pro dva po sobě jdoucí členy a následnou derivací podle C_{t+k}, H_{t+k}, a K_{t+k+1} získáme soustavu tří rovnic, jejichž spojením dostaneme Eulerovu rovnici:

$$\frac{\partial U(C_{t+k}, H_{t+k})}{\partial C_{t+k}} = E_t \beta (r_{t+k+1} + 1 - \delta) \frac{\partial U(C_{t+k+1}, H_{t+k+1})}{\partial C_{t+k+1}} \quad \text{pro} \quad k \geq 0$$

Celková diskontovaná suma užitku je maximální, pokud se marginální užitek v okamžiku *t+k* bude rovnat očekávanému užitku v čase *t+k+1* sníženému o diskontní faktor a zvýšenému o rozdíl výnosu z kapitálu a jeho depreciace. Má-li být suma diskontovaného užitku maximální, tak jeho nekonečně malá změna povede ke stejnému výsledku. V takovém rozhodnutí si s rozhodnutím snížit spotřebu o nekonečně malou jednotku domácnosti snižují užitek o $\frac{\partial U(C_{t+k}, H_{t+k})}{\partial C_{t+k}}$. Nespotřebovaná jednotka se stává kapitálovým statkem, který v následujícím období $t+k+1$ přinese výnos $r_{t+k+1}-\delta$. Přírůstek užitku v období $t+k+1$ je dán tedy součinem počtu spotřebovaných jednotek $r_{t+k+1}+1-\delta$ a diskontovaným marginálním užitkem $\beta\frac{\partial U(C_{t+k+1}, H_{t+k+1})}{\partial C_{t+k+1}}$. Je-li počáteční snížení stejné jako následné zvýšení, původní alokace byla optimální.

Firmy. Firmy se snaží maximalizovat svůj zisk při dané produkční funkci a na trhu stejně tak jako domácnosti přijímají cenu.

$$Y_{t+k} = F(N_{t+k}, K_{t+k}, A_{t+k})$$

$$\max_{N,K}[Y_{t+k} - w_{t+k}N_{t+k} - r_{t+k}K_{t+k}]$$

Zisk firem je tvořen produkcí sníženou o mzdy a náklady na kapitál. Snahou je opět dosáhnout rovnosti marginálního produktu z daného výrobního faktoru a jeho ceny, tyto rovnosti lze získat derivací následujícího výrazu dle práce N_{t+k} a kapitálu K_{t+k}:

$$F(N_{t+k}, K_{t+k}, A_{t+k}) - w_{t+k}N_{t+k} - r_{t+k}K_{t+k}$$

$$\frac{\partial F(N_{t+k}, K_{t+k}, A_{t+k})}{\partial N_{t+k}} = w_{t+k} \quad \text{a} \quad \frac{\partial F(N_{t+k}, K_{t+k}, A_{t+k})}{\partial K_{t+k}} = r_{t+k}$$

3.3.5 Podmínky vyčištění trhů a rovnováha

Trh výrobků je vyčištěn, pokud je všechna vyrobená produkce použitá na spotřebu nebo investice.

$$Y_{t+k} = C_{t+k} + K_{t+k} - (1-\delta)K_{t+k}$$

Je-li množství poptávané práce firmami stejné s množstvím nabízené práce domácnostmi, pak je vyčištěn trh práce.

$$N_{t+k}=1-H_{t+k}$$

Při exogenně zadané technologické úrovni A_{t+k} se nechají podmínky rovnováhy shrnout do následujících pěti rovnic popisujících optimální trajektorii spotřeby, kapitálu, zaměstnanosti, reálných mezd a reálné úrokové míry:

$$w_{t+k}=\frac{-\partial U(C_{t+k},1-N_{t+k})/\partial N_{t+k}}{\partial U(C_{t+k},1-N_{t+k})/\partial C_{t+k}}$$

$$\frac{\partial U(C_{t+k},1-N_{t+k})}{\partial C_{t+k}}=E_t\beta(r_{t+k+1}+1-\delta).\frac{\partial U(C_{t+k+1},1-N_{t+k+1})}{\partial C_{t+k+1}}$$

$$w_{t+k}=\frac{\partial F(N_{t+k},K_{t+k},A_{t+k})}{\partial N_{t+k}}$$

$$r_{t+k}=\frac{\partial F(N_{t+k},K_{t+k},A_{t+k})}{\partial K_{t+k}}$$

$$\partial F(N_{t+k},K_{t+k},A_{t+k})=C_{t+k}+K_{t+k+1}-(1-\delta)K_{t+k}$$

Rovnováha je popsána těmito pěti rovnicemi, ze kterých lze eliminovat reálnou úrokovou míru *r* a reálnou mzdu *w* a získat tak tři rovnice o třech neznámých *C, N* a *K.*

$$-\frac{\partial U(C_{t+k},1-N_{t+k})}{\partial N_{t+k}}=\frac{\partial F(N_{t+k},K_{t+k},A_{t+k})}{\partial N_{t+k}}.\frac{\partial U(C_{t+k},1-N_{t+k})}{\partial C_{t+k}}$$

$$\frac{\partial U(C_{t+k},1-N_{t+k})}{\partial C_{t+k}}=E_t\beta\left(\frac{\partial F(N_{t+k+1},K_{t+k+1},A_{t+k+1}}{\partial K_{t+k+1}}+1-\delta\right).\frac{\partial U(C_{t+k+1},1-N_{t+k+1})}{\partial C_{t+k+1}}$$

$$F(N_{t+k},K_{t+k},A_{t+k})=C_{t+k}+K_{t+k+1}-(1-\delta)K_{t+k}$$

Platí-li tyto tři rovnice, pak je dosaženo na trhu rovnováhy.

3.4 Robinson Crusoe

Popsaný model lze připodobnit k jednomu subjektu – ekonomice Robinsona Crusoa. Robinson se snaží maximalizovat užitek při omezení disponibilním časem, produkční funkcí a pohybem kapitálu

$$\max_{C,L} \mathrm{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k U(C_{t+k}, L_{t+k})$$

při omezeních

$$N_{t+k} = 1 - H_{t+k}$$

$$Y_{t+k} = C_{t+k} + K_{t+k} - (1-\delta)K_{t+k}$$

$$Y_{t+k} = F(N_{t+k}, K_{t+k}, A_{t+k})\,.$$

Robinson se rozhoduje, kolik času věnuje práci a kolik volnému času, odpočinku. Čas strávený výrobou dokonalejšího nástroje přinese větší produktivitu v budoucnu a při stejné produkci se tak může Robinson věnovat déle odpočinku, ale to vše záleží na jeho preferencích. Předpoklady DSGE je možné asociovat na Robinsona tak, že bude vyrábět pouze jeden statek (pěstovat obilí), kterému věnuje svou práci (setba, sklizeň). Užitkem je mu pak volný čas a konzumace obilí. Je nutné si uvědomit, že se zanedbává další etapa spojená s přeměnou obilí v konzumní surovinu typu chleba nebo obilných placek.

RBC a RCK[4] modely se staly oblastí zájmů mnohých ekonomů a teoretiků [37-41]. Rozdílem je, že RBC modely obsahují navíc prvek náhody, který by se u Robinsona mohl projevit tím, že produkce země by nebyla konstantní, ale záležela by například na počasí. Často se takový předpoklad zanedbává. V některé literatuře se pojmem RBC rozumí oba typy těchto modelů.

Robinson neustále řeší otázky, kolik hodin svého času má věnovat práci a jak velkou spotřebu (konzumaci) chce realizovat. Jeho snahou je maximalizovat užitek za všechna období při současném omezení svými produkčními schopnostmi a produkční funkcí

---

[4] RCK modely jsou pojmenované podle jejich prvních autorů, jedná se ve skutečnosti o zkratku „Ramsey-Cass-Koompmansův model". RBC modely zastupují výraz Real Business Cycles.

(množství práce, množství obilí vypěstovatelné ze zasetého zrní, míra znehodnocení nepoužitého obilí pro příští období).

$$\max_{C,N} \mathrm{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k U(C_{t+k}, H_{t+k})$$

$$F(N_{t+k}, K_{t+k}, A_{t+k}) = C_{t+k+1} + K_{t+k+1} - (1-\delta)K_{t+k}$$

Pravá strana poslední rovnice představuje součet spotřeby a hrubých investic (čisté investice + obnovovací investice).

Proces optimalizace úlohy je pak obdobný jako pro řešení modelu v DSGEgame v předcházející kapitole 3.3.4. Řešení je stejné jako v decentralizované ekonomice. Je nutné si jen uvědomit, že u Robinsona se jedná o nekonečný časový horizont a DSGEgame je abstraktním modelem s konečným časovým horizontem daným počtem kol.

4 Analýza získaných dat

V této kapitole jsou zkoumány výsledky výzkumu provedeném v DSGEgame v období 2010-2011. Po testovacím provozu DSGEgame na jaře 2010 byl spuštěn ostrý provoz jako doplněk k výuce v rámci vybraných ekonomických předmětů na FEK ZČU v Plzni. Při vlastním zpracování získaných dat ze hry byla k dispozici data ze dvou semestrů – zimního semestru akademického roku 2010/2011 a zimního semestru akademického roku 2011/2012.

4.1 Charakteristika dat

Za zimní semestr akademického roku 2010/2011 je k dispozici souhrn údajů pro čtyři nezávislé ekonomiky pracovně pojmenované Arnor, Gondor, Lorien a Mordor (označeno jako první skupina ekonomik). Za zimní semestr akademického roku

2011/2012 se zkoumaly ekonomiky Blekota, Mekota, Pekota, Arabela, Rumburak a Vigo (druhá skupina ekonomik). Rozdělení hráčů do jednotlivých ekonomik bylo provedeno dle jejich příslušnosti k vyučovanému předmětu, jak zachycuje následující Tabulka 1.

Tabulka 1 Přehled jednotlivých ekonomik

Název ekonomiky	Vyučovaný předmět	Studium
Vigo	Mikroekonomie 1	Prezenční/B/Cheb
Rumburak	Mikroekonomie 2	Prezenční/N/Plzeň
Blekota	Mikroekonomie 1	Prezenční/B/Plzeň
Pekota	Mikroekonomie 1	Prezenční/B/Plzeň
Mekota	Mikroekonomie 1, zapsáni podruhé	Prezenční/B/Plzeň
Arabela	Mikroekonomie 2	Kombinované/N/Plzeň + MFIN
Gondor	Mikroekonomie 1	Prezenční/B/Cheb
Mordor	Mikroekonomie 2	Prezenční/N/Plzeň
Lorien	Mikroekonomie 1	Prezenční/B/Plzeň
Arnor	Mikroekonomie 2	Kombinovaná/N/Plzeň

Postup úpravy údajů bude dále popsán pro data získané z ekonomiky Arnor, pro ostatní ekonomiky je pak proces získání a úpravy dat totožný.

DSGEgame generuje data, která se automaticky ukládají. Tato data se vygenerují do Excelu, kde jsem je upravil do potřebného formátu vhodného pro zpracování. Zpracovaná data jsem analyzoval pomocí programu Matlab a k analýze jednotlivých ekonomik v porovnání s optimem byl využit Excel.

4.2 Úprava dat

Data za semestr jsou obsažená v jednom souboru ze všech ekonomik, je tedy nutné je roztřídit do nových souborů podle příslušnosti k dané ekonomice. Za ekonomiku Arnor bylo získáno 62 řádků, které odpovídají počtu hráčů zapojených do výzkumu v této ekonomice.

Výzkum v jednotlivých semestrech probíhal v několika ekonomikách nejčastěji během 32 nebo 33 kol. Na jedno odehrání kola (provedení rozhodnutí) měl hráč 2-3 dny. Výstupem rozhodnutí je tedy tabulka obsahující údaje jednotlivých hráčů v každém kole. Lze analyzovat údaje týkající se např. spotřeby, vynaložené nebo poptávané práce, analyzovat každý trh odděleně z hlediska množství transakcí, cenové hladiny a vyrobeného zboží.

V tomto místě bylo nutné se rozhodnout, jaká data budou předmětem bližšího zkoumání a jaká data lze asociovat s oblastí ekonofyziky. Článků na využití fyziky v ekonomii existuje již několik desítek, všechny jsou však úzce zaměřené [27, 31, 32, 42]. Jako nejzajímavější z hlediska zasazení do kontextu ekonofyziky jsem shledal zkoumat rozdělení kapitálu v ekonomice v jednotlivých kolech. Jak bylo uvedené v teoretické části, rozdělení kapitálu nebo bohatství odpovídá mocninným zákonům. V následující kapitole bude provedeno porovnání dosažených výsledků s optimální vypočítanou trajektorií.

4.3 DSGEgame a ekonofyzika

V teoretické kapitole 2 bylo uvedeno, že se rozdělení kapitálu může řídit podle jistých pravidel, jak v nedávné studii ukázali Yakovenko a Wright [29]. Podobný předpoklad jsem aplikoval také na data z ekonomik v DSGEgame.

Ze závěrů několika studií z oblasti ekonofyziky [21, 27, 29] vyplývá, že rozdělení kapitálu docela dobře odpovídá Boltzmann-Gibbsovu rozdělení, tedy že několik lidí (v DSGEgame hráčů) skončí s velkým množstvím kapitálu a mnoho lidí bude mít kapitálu jen malé množství. Tento předpoklad byl v několika pracích předpovězen a následně i dokázán jak na reálných údajích, tak i na datech získaných ze simulace. Jedním z nejnovějších závěrů je, že se rozdělení kapitálu pro nejmajetnější vrstvu populace bude řídit jiným rozdělením.

Yakovenko [21-22] předpokládal a ve svých studiích také uvedl, že pro nejmajetnější skupinu populace bude platit mocninné rozdělení pro distribuci kapitálu. Při vyhodnocování výsledků výzkumu jsem vycházel z toho, že část populace s kapitálem nad jistou hranicí by se měla řídit rozdělením mocninným.

Na tomto místě uvádím, proč jsem netestoval rozdělení kapitálu pro Boltzmann-Gibbsovo rozdělení, které by bylo možné teoreticky předpokládat pro populaci bez nejmajetnější skupiny subjektů (hráčů). Jedná se o poměrně složité rozdělení, které jsem chtěl původně využít k popisu zkoumaných ekonomik, ale po hlubší analýze jsem se rozhodl pro výzkum použít mocninné rozdělení.

Hlavními důvody jsou skutečnosti, že ani jedna z ekonomik neměla velký počet hráčů. Poslední experiment prováděný na FEK, ve kterém by byl zapojen vyšší počet hráčů a tak by měl vyšší vypovídající schopnost, se ale nepovedl, protože došlo na CIV k selhání serverů a další výzkumy v tomto směru byly zakázány. Dalším důvodem je skutečnost, že většina hráčů se nechovala dle všech dostupných informací a hrou jen „proplouvala“, aniž by řešila výši svého kapitálu, proto se v získaných datech objevuje mnoho hráčů, kteří se pohybovali svojí úrovní kapitálu řádově na jedné tisícině průměru dané ekonomiky nebo častěji přímo na nule. Zkoumání populace s nižším množstvím kapitálu by bylo vhodné realizovat, pokud by ekonomika obsahovala více hráčů a alespoň většina se hře opravdu věnovala, takto většina hráčů pouze přežívala, získala kapitál a pak se jím již více nezabývala. Většina datových údajů u skupiny hráčů s nižší úrovní kapitálu nemá větší vypovídací schopnost a nekoresponduje s realitou. To bylo hlavním důvodem, proč jsem se zaměřil na skupinu hráčů, kteří se hře opravdu věnovali a měli jistou hodnotu kapitálu. V této skupině se daly očekávat výsledky, které budou mít dobrou vypovídací schopnost.

Výše popsaná skutečnost však neměla na původní záměr práce vliv, protože také mocninné rozdělení přímo spadá do oblasti fyziky a v ekonofyzice se s ním velmi často pracuje.

Poslední studie v oblasti ekonofyziky [21-22,27-29] uvádějí, že se rozdělení kapitálu mezi tou nejbohatší vrstvou populace řídí mocninným rozdělením. Ve výzkumu jsem tedy otestoval shromážděná data každé ekonomiky a provedl odhad minimální úrovně kapitálu, od kterého se rozdělení kapitálu v ekonomice řídí mocninným rozdělením.

S tím souvisí i odhad koeficientu α pro mocninné rozdělení. Tuto minimální úroveň kapitálu jsem posuzoval dle hodnoty Kolmogorov-Smirnovova testu.

V každém kole se pro danou ekonomiku hledá hodnota minimální hranice kapitálu, od které by mohl platit mocninný zákon a vypočte se Kolmogorov-Smirnovův test (KS test). Tato minimální hranice se vypočte z empiricky získaných hodnot, tedy úrovní kapitálu jednotlivých hráčů v daném kole pro uvažovanou ekonomiku. Program vytvořený v Matlabu otestuje všechny (minimální) úrovně kapitálu, které hráči v daném kole dosáhli, a pro hráče s kapitálem dosaženým nad touto úrovní spočítá Kolmogorov-Smirnovův test a odhadne koeficient α. Hledaná minimální úroveň kapitálu je taková, při které se dosáhne nejlepší hodnoty KS testu.

Vždy se tedy do testování zapojují hodnoty vyšší, než je pro daný test stanovená minimální hranice kapitálu. Pro jedno kolo se tedy provádí výpočet tohoto testu maximálně tolikrát, kolik hráčů je v ekonomice. Výstupem je tedy následně minimální úroveň kapitálu, od které nejlépe platí mocninný zákon, a koeficient α charakterizující toto mocninné rozložení.

Mocninné rozdělení definujme jako $P(x) = x^{-\alpha}$. Veškerá vizualizace byla provedena v Matlabu. Celý proces vyhodnocování je podrobně popsán pro ekonomiku Arnor.

Po té, co si Matlab nnačte hodnoty kapitálu všech hráčů v daném kole, zanese je do grafu hustoty pravděpodobnosti, který nám ukazuje, jaká je pravděpodobnost, že v ekonomice se vyskytuje někdo s vyšším stavem kapitálu v daném kole než právě vybraný jedinec s kapitálem na úrovni x, matematicky zapsáno jako $P(X \geq x)$.

Označení každého hráče je v grafu vyznačeno modrým kolečkem. Dále je v grafu vidět černá přerušovaná křivka, která vychází z minimální hranice kapitálu, od které nejlépe platí mocninný zákon. Tato křivka znázorňuje očekávané mocninné rozdělení dané pro všechny hráče s kapitálem nad touto minimální hranicí. Jak přesně body skutečně leží na této křivce, je vidět z jednotlivých grafů.

Každý graf má na ose x nanesený kapitál, na ose y je pak zachycena pravděpodobnost $P(X \geq x)$, grafy jsou tedy klesající. Rozhodl jsem se stanovit na všech grafech jednotky os jako mocniny deseti – logaritmické měřítko. Tím je na první pohled patrný průběh mocninného trendu, který se projeví tím, že přerušovaná černá křivka je v grafech vyznačena jako rovná křivka – úsečka.

Pro každou ekonomiku jsem získal počet grafů, který odpovídá počtu odehraných kol. Zároveň jsem vytvořil souhrnný graf, který zachycuje rozložení kapitálu v ekonomice pro všechna kola. Dále bylo pro každou ekonomiku vybráno kolo číslo 5, 11 a 29. Kolo 5 reprezentuje samotný začátek experimentu, kdy se zapojila již převážná část hráčů, kolo 11 odpovídá situaci, kdy se hráči již důkladně seznámili s pravidly a porozuměli jí, kolo 29 představuje stav těsně před koncem experimentu. Pro vybraná kola je uveden samostatný graf lépe znázorňující rozložení kapitálu a průběh mocninného rozdělení v jednotlivých ekonomikách. Zároveň je u těchto vybraných zástupců (kol) uveden také odhadnutý koeficient α a hranice kapitálu, od které je předpokládáno mocninné rozdělení. Nejprve jsem zkoumal každou ekonomiku zvlášť a následně jsem v závěru této kapitoly zhodnotil mocninné rozdělení v DSGEgame jako celek.

Celý výzkum je zaměřen na všechny aktivní hráče, u nichž byl kapitál alespoň v jednom kole vyšší než nula. Pokud měl hráč v daném kole kapitál na nulové úrovni a v dalších kolech již ne, defaultně se mu nastavila hladina kapitálu na 0,01. Osa x na každém grafu tedy začíná od 10^{-2}. Tato úprava byla provedena jen kvůli přehlednosti.

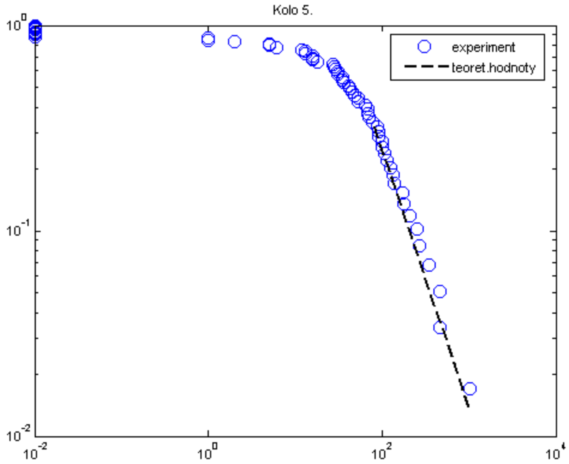
4.3.1 Ekonomika Arnor

Proces analýzy dat je podrobněji popsán pro ekonomiku Arnor. V každém kole byla otestována minimální úroveň kapitálu, od které nejlépe platí mocninné rozdělení. Na obr. 6 je uveden příklad vizuálního výstupu z Matlabu pro 5. kolo znázorňující rozdělení kapitálu v ekonomice Arnor.

Na obr. 6 je vidět rozložení kapitálu v ekonomice Arnor v 5. kole hry prostřednictvím modrých bodů. Černou přerušovanou čárou je znázorněný mocninný trend vycházející z bodu, od kterého mocninná funkce popisovala rozložení nejlépe.

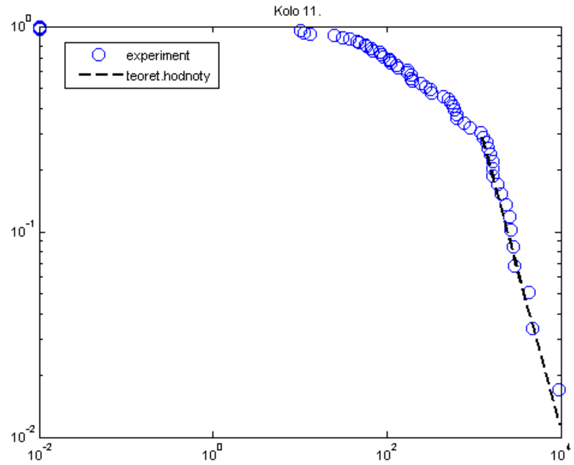
Hodnota kapitálu, od které mocninný trend vyšel dle KS testu nejlépe, je 78. Koeficient α pak byl odhadnut na $\alpha = 2{,}258$. Mocninné rozdělení kapitálu s tímto koeficientem platí pro všechny hráče, kteří v tomto kole disponovali kapitálem vyšším než 78.

Jelikož se jedná v podstatě o začátek hry, je zde vidět, že se mezi jednotlivými hráči ještě nestihly vytvořit významné rozdíly a hodnota kapitálu, od které je možné sledovat na obr. 6 dobře patrnou mocninnou závislost experimentálně získaných hodnot (viz modré body ležící na černé křivce), je nízká. Také nejmajetnější skupina, pro kterou by mělo toto rozložení platit, je obsáhlejší, než se očekávalo – obsahuje 20 hráčů, kteří představují 32 % populace, jak je zachyceno v Tabulce 2.



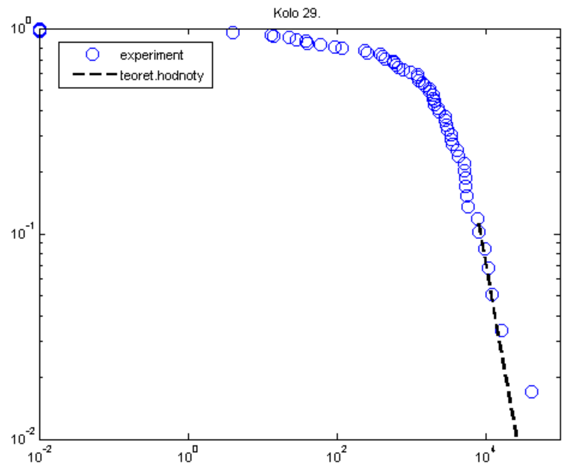
Obrázek 6 Ekonomika Arnor v 5. kole

Za celou ekonomiku Arnor uvádím soubor 32 grafů zachycených na obr. 9.Tento obrázek zachycuje rozdělení kapitálu v ekonomice Arnor pro všechna kola. Je zde vidět, že skupina nejmajetnějších, pro niž hledáme mocninnou závislost, už je od 5. kola dále méně početná a mocninné rozdělení zde funguje až při mnohem vyšších hodnotách kapitálu. Za ekonomiku Arnor uvádím soubor 32 grafů znázorňující rozdělení kapitálu v každém kole hry zachycených, vše je zaneseno na obr. 9.



Obrázek 7 Ekonomika Arnor v 11. kole

V této kapitole ještě uvádím podrobněji 11. kolo a 29. kolo. Na obr. 7 je vidět, že v 11. kole se úroveň kapitálu, od které se můžeme bavit o mocninném rozdělení, vyšplhala na 1197 a koeficient se změnil na $\alpha = 2{,}576$. Je vidět, že skupina těch nejmajetnějších se nám zmenšila na počet 17 hráčů odpovídajících 29 % celkové populace.



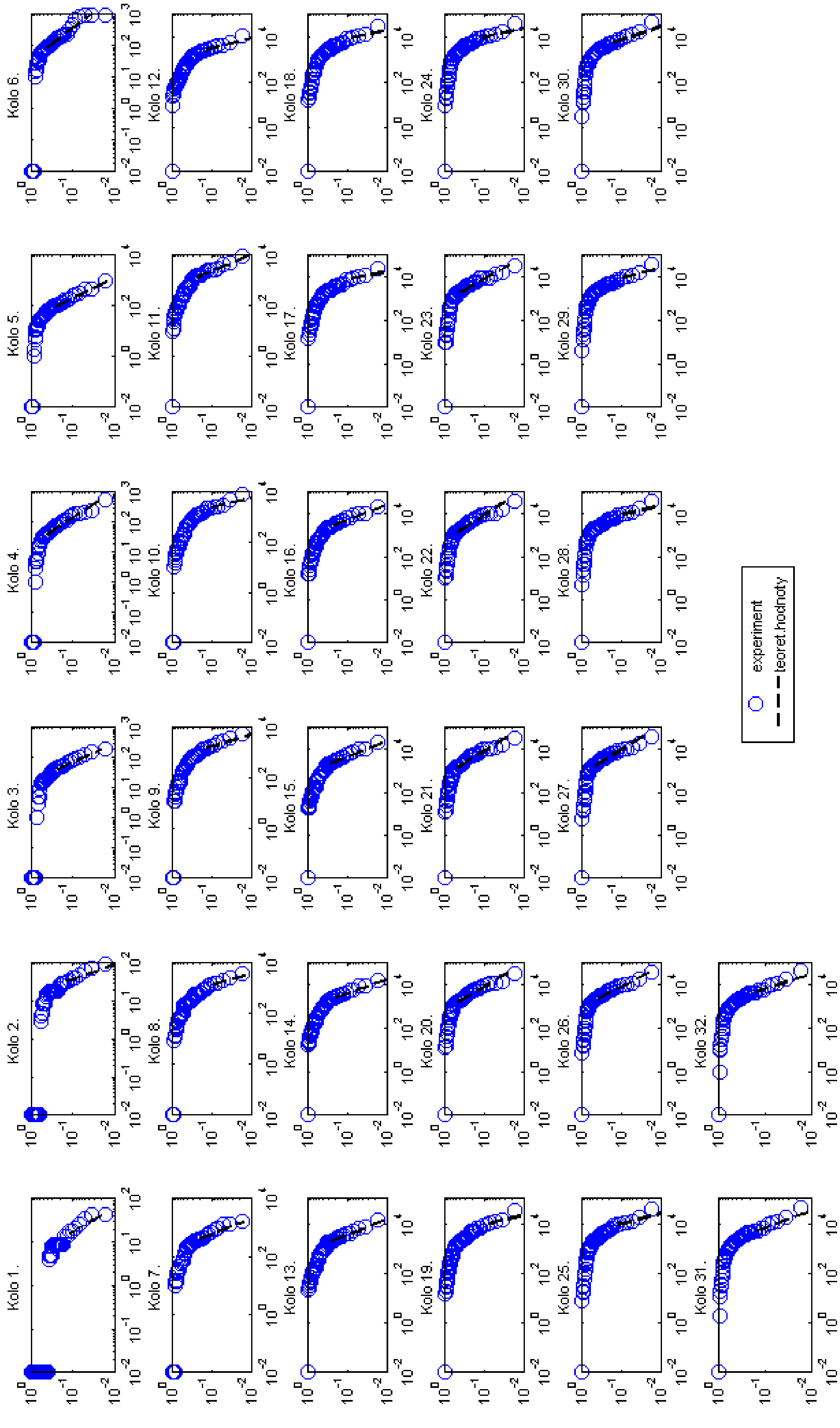
Obrázek 8 Ekonomika Arnor ve 29. kole

Z výsledků pro 29. kolo se tato skutečnost dále potvrzuje, protože o nejlépe fungujícím mocninném rozdělení lze uvažovat pro ještě menší skupinu lidí, jak ukazuje obr. 8. Jedná se o hráče s kapitálem nad 7787. V tomto 29. kole se jedná o skupinu pouze šesti hráčů, kteří tvoří 11 % populace Arnoru. Koeficient byl odhadnut na $\alpha = 3{,}011$.

Obdobné grafy pro každou z ekonomik jsou uvedené v Příloze, neboť se domnívám, že uvedení všech grafů v tomto místě by působilo rušivě. V Příloze přikládám pro každou ekonomiky souhrnný graf rozdělení kapitálu ve všech kolech včetně mocninného trendu pro jednotlivá odehraná kola. Dále pak uvádím také pro dané ekonomiky za kola číslo 5, 11 a 29 jednotlivé grafy zvlášť v přehlednějších samostatných obrázcích.

Údaje vypočtené a odhadnuté pro vybraná kola jsou pro možnost porovnání přehledně zpracované v Tabulce 2.

Pro zbývající ekonomiky ze zimního semestru 2010/2011 Gondor, Lorien a Mordor jsou uvedeny všechny čtyři adekvátní grafy v Příloze. Podobně je tomu také pro druhou zkoumanou skupinu ekonomik ze zimního semestru 2011/2012. Jedinou změnou je, že v tomto semestru trvala délka hry v ekonomikách 33 kol, Arabela je jedinou ekonomikou, která měla kratší průběh 30 kol, ale to prováděnou analýzu nikterak neovlivnilo. Rozdělení kapitálu v kole 5, 11, 29 a i souhrnné grafy zachycující rozdělení kapitálu pro všechna kola je možné vidět v Příloze, jedná se o ekonomiky Blekota, Mekota, Pekota, Arabela, Vigo a Rumburak.



Obrázek 9 Ekonomika Arnor v jednotlivých kolech

4.3.2 Získané výsledky napříč ekonomikami

Ze souhrnných grafů (viz Příloha) každé ekonomiky pro všechna kola lze konstatovat, že se rozdělení kapitálu nejmajetnější vrstvy populace (zde hráčů) řídí opravdu mocninným rozdělením. Z obrázků je patrné, že tato závislost neplatí vždy na sto procent a že se najdou i případy, kdy tento předpoklad nemohl být jednoznačně potvrzen, ale jak jsem již uvedl, tím hlavním důvodem byl v takovém případě vzorek dat, který ne vždy měl co do rozsahu dostatečnou vypovídající schopnost nebo byla data zkreslena hráči, kteří se hře aktivně nevěnovali.

Obecně by mělo platit, že s postupem času ve hře se bude skupina nejmajetnějších zmenšovat, tedy že mocninná křivka bude „kratší". Z experimentálně získaných hodnot je patrné, že tomu tak opravdu v některých případech bylo. V Tabulce 2 jsou uvedené jednotlivé ekonomiky se zjištěnými parametry a dalšími údaji pro vybraná kola. Veličina x_m představuje hodnotu kapitálu, od které se projevuje mocninné rozdělení, α je koeficient mocninného rozdělení a veličina u udává, jaké části populace se toto rozdělení týká, jinými slovy jde o procentuální vyjádření nejmajetnější části populace o počtu n subjektů (hráčů), pro kterou nejlépe platí mocninné rozdělení.

V tomto místě mohu poznamenat, že výsledky experimentu byly v souladu s očekávaným předpokladem. Pro potvrzení těchto závěrů by bylo nutné provést experiment ve větším rozsahu a ošetřit to, aby se hráči chovali racionálně a opravdu hráli a aby hráči byli v ekonomikách lépe motivování a byl získán tak kvalitnější soubor dat, který by bylo možné otestovat. Například v ekonomice Pekota je vidět (viz Příloha Q a Příloha R), že zde byla početná skupina hráčů, která se kapitálem vůbec nezabývala, a tím byl experiment do jisté míry znehodnocen.

Již jsem uvedl, že ekonomiky měli simulační charakter a že se vždy jisté procento hráčů aktivně nezapojovalo, přesto je možné vypozorovat z vypočtených údajů, že hranice oddělující nejmajetnější skupinu populace v DSGEgame, pro kterou nejlépe platí mocninné rozdělení, se pohybuje nejčastěji na úrovni 20 – 29 % napříč všemi ekonomikami, což je zajímavý výsledek vzhledem k tomu, že existovaly dvě různé skupiny ekonomik odlišující se koeficienty v produkční funkci (viz následující kapitola). Koeficient α se v mocninném rozdělení pohyboval nejčastěji v intervalu 2 – 2,4 pro první skupinu ekonomik a 1,8 – 2,2 pro druhou skupinu ekonomik.

Tabulka 2 Jednotlivé ekonomiky v 5., 11. a 29. kole

ekonomika	**5. kolo**	**11. kolo**	**29. kolo**
Arnor *n = 62*	x_m=78, α =2,26 u = 32 %	x_m=1836, α =2,34 u = 29 %	x_m=7787, α =3,01 u = 11 %
Gondor *n = 154*	x_m=105, α =2,42 u = 29 %	x_m=1115, α =2,71 u = 27 %	x_m=4604, α =2,63 u = 28 %
Lorien *n = 94*	x_m=79, α =2,31 u = 23 %	x_m=467, α =2,11 u = 29 %	x_m=2661, α =2,16 u = 27 %
Mordor *n = 162*	x_m=125, α =2,00 u = 41 %	x_m=1432, α =2,28 u = 20 %	x_m=5285, α =2,39 u = 29 %
Vigo *n = 70*	x_m=68, α =1,46 u = 14 %	x_m=1516, α =1,81 u = 30 %	x_m=1851, α =1,84 u = 64 %
Arabela *n = 77*	x_m=199, α =1,55 u = 55 %	x_m=9543, α =2,11 u = 27 %	x_m=36215, α =2,57 u = 24 %
Rumburak *n = 203*	x_m=951, α =1,80 u = 52 %	x_m=36729, α =2,20 u = 14 %	x_m=19000, α =1,78 u = 45 %
Blekota *n = 116*	x_m=1655, α =2,09 u = 9 %	x_m=5498, α =1,77 u = 13 %	x_m=90436, α =2,79 u = 9 %
Mekota *n = 151*	x_m=2168, α =2,23 u = 26 %	x_m=28186, α =2,17 u = 18 %	x_m=77206, α =2,40 u = 21 %
Pekota *n = 89*	x_m=1715, α =1,80 u = 7 %	x_m=17308, α =1,95 u = 10 %	x_m=20111, α =1,87 u = 22 %

Přínosem je zjištění, že ze všech grafů v každém kole je patrné, že nejmajetnější část populace opticky opravdu tíhne k mocninnému rozdělení a předcházející část populace se řídí rozdělením jiným. Pro chudší skupinu populace rozdělení nenabývá tak prudkého sklonu jako mocninné, proto zde je možné vyvodit domněnku, že by se mohlo jednat právě o Boltzmann-Gibbsovo rozdělení. K ověření této závislosti ale v diplomové práci není prostor a navíc pro skupinu hráčů s nízkými až nulovými hodnotami kapitálu jsou data nevhodná pro testování, jak již bylo uvedeno v předchozí kapitole. Stěžejním úspěchem je otestování a zobrazení dat z DSGEgame jako mocninného rozdělení pro nejmajetnější skupinu ekonomiky v souladu s výše popsanými posledními výzkumy v ekonofyzice.

Z testování bylo zjištěno, že hranice kapitálu, od které se uvažovalo mocninné rozdělení, se týká nejčastěji horní pětiny až třetiny hráčů podle velikosti získaného kapitálu.

U některých ekonomik samozřejmě došlo k výkyvům způsobeným nejrůznějšími důvody. Například u ekonomik Vigo, Pekota a Rumburak dochází k úplně opačnému jevu, než se předpokládalo. Důvodem je, že u ekonomiky Pekota se aktivně zapojila pouze malá procentuální část hráčů, kteří buď nehráli, nebo hráli nárazově či se výší kapitálu nezabývali. U Viga se hráči zapojovali aktivně průběžně do hry, to způsobilo, že minimální hranice kapitálu, pro kterou nejlépe platí mocninné rozdělení, příliš nerostla a naopak se tím pádem vytvářela stále početnější skupina hráčů nabývajících kapitál.

Zajímavé výsledky byly získány pro ekonomiku Rumburak. U té se vrstva nejbohatších charakterizována mocninným rozdělením nejprve prudce zmenšila a poté prudce vzrostla. Snížení je způsobené tím, že se od 5. kola zapojila do hry většina hráčů a vytvářela se menší skupina nejmajetnějších, která se řídila trendem optima v ekonomice. V závěru tak snižovala svojí hladinu kapitálu, kdežto opačným způsobem uvažovala početnější skupina hráčů s nižší úrovní kapitálu. Výsledkem je vznik rozsáhlejší skupiny hráčů, do které shora spadla skupina nejmajetnějších a zespoda se tam dostala skupina hráčů s nižším kapitálem v 11. kole.

Naopak nejlepších výsledků bylo dosaženo v ekonomikách Arnor, Mekota, Mordor, Lorien, Arabela, Gondor a Blekota. V těchto ekonomikách nejmajetnější skupina hráčů od 5. kola nepřesáhla hranici 29 % populace. V některých případech je tato skupina hráčů výrazně méně početná a je dokonce vidět i klesající trend, v jiných dochází k menšímu kolísání podílu této skupiny v populaci.

V závěru této kapitoly uvádím, že experimentem a následným testováním bylo potvrzeno mocninné rozdělení vyhovující nejmajetnější skupině populace ekonomiky.

4.4 Srovnání optima s experimentem

V této části diplomové práce jsem vyhodnotil experimentálně získané výsledky pro jednotlivé ekonomiky. Tyto údaje se porovnají s vypočtenými optimálními hodnotami. Pro každou ekonomiku bude uveden soubor grafů analyzujících tyto vztahy.

Pro zimní semestr 2010/2011, tj. ekonomiky Arnor, Gondor, Lorien a Mordor, mají ekonomiky stejná optima kapitálu, tj. jsou popisována stejnými rovnicemi. Stav kapitálu lze vyjádřit následující rovnicí

$$Y_t = 10.K_t^{0,5}.L_t^{0,5}$$

Tak bylo možné analyzovat jednoduše situaci v každé ekonomice ve vztahu k takto vypočtené hodnotě.

Z výsledků pro zimní semestr 2011/2012 je vidět, že hráči se nacházeli hodně daleko od optima, jak je vidět na obr. 10. Důvodem je, že dle optima se na začátku předpokládala výroba pouze kapitálového zboží a žádného spotřebního. Ve hře se ale hráči soustředili také na spotřebu, proto se ve výsledných grafech převážná většina z nich nacházela na úrovni jen několika procent optimální hodnoty.

Pro zimní semestr 2011/2012 se v optimální trajektorii nachází dvě maxima spojená s šoky s dosaženým technologických pokrokem, který se ve hře projevil skoky ve vývoji optima. Do hry se tento exogenní šok zadal pomocí změny koeficientů Cobb-Douglasovy produkční funkce od určitého kola, tím se zadala změna technologie do jednotlivých ekonomik.

Skupina ekonomik Vigo, Arabela, Rumburak, Blekota, Mekota a Pekota měla stejná optima, takže také je bylo možné znázornit do jednoho grafu ve vztahu k optimálním hodnotám kapitálu v daném kole (1. až 10. kolo) dle funkce pro ně určující:

$$Y_t = 1{,}03^t.10.K_t^{0,7}.L_t^{0,3}$$

V 11. kole došlo k technologickému pokroku, který zůstal stejný až do 23. kola. Pokrok se projevil změnou v koeficientech funkce na:

$$Y_t = 1{,}1^{t-1}.10.K_t^{0,5}.L_t^{0,5}$$

A další technologický pokrok nastal v 24. kola, od kterého má rovnice podobu:

$$Y_t = 1{,}01^{t-1}.10.K_t^{0,2}.L_t^{0,8}$$

Každá ekonomika měla jiný počet hráčů, z kterého se ne vždy hry aktivně účastnili všichni hráči. Za každou ekonomiku byly tedy vybrány dva reprezentativní vzorky dat. První z nich představuje čistý aritmetický průměr ze všech získaných hodnot, tohoto fiktivního reprezentanta jsem pracovně označil *„Průměrný reprezentant"*. Druhý globální vzorek dat v rámci dané ekonomiky jsem označil jako *„Aktivní průměrný reprezentant"*. Tento údaj představuje průměr z hodnot hráčů, kteří se aktivně zapojili do simulace a nabývali nenulových hodnot kapitálu. Jedná se tedy o hráče, jejichž stav kapitálu byl v daném kole nenulový, v každém kole v rámci jedné ekonomiky se tedy může lišit počet aktivních hráčů. Na první pohled je zřejmé, že vždy bude *Aktivní průměrný reprezentant* dosahovat vyšších hodnot kapitálu oproti *Průměrnému reprezentantovi*.

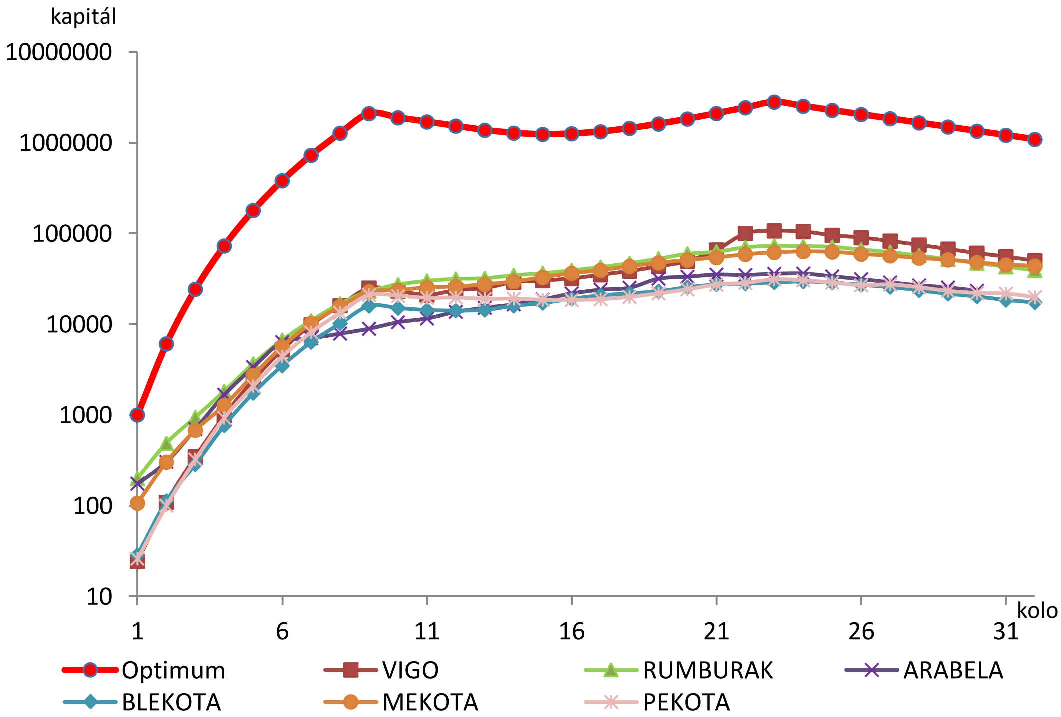
Kvůli odlišným rovnicím popisujícím kapitál v každé skupině ekonomik je poměrně obtížné porovnávat obě skupiny ekonomik naráz a pokoušet se udělat naráz souhrnnou analýzu. I proto jsou jednotlivé ekonomiky zkoumané v rámci každé skupiny dané různým akademickým semestrem.

V těchto dvou skupinách ekonomik se navíc odehrával různý počet kol z hlediska drobnějších úprav hry. Pro ekonomiku Arabela platí, že byla ukončena ve 30. kole, proto je tato ekonomika analyzována pouze pro kratší časový úsek. Důvodem je čas zahájení hry pro studenty kombinované formy studia.

4.4.1 Skupina ekonomik ze zimního semestru 2011/2012

Jako první jsou zkoumány ekonomiky za zimní semestr 2011/2012. Obr. 10 znázorňuje vývoj kapitálů u průměrných reprezentantů v každé ekonomice tohoto semestru v porovnání s optimální trajektorií a obr. 11 zobrazuje detailněji stav kapitálu u průměrných reprezentantů ve zkoumaných ekonomikách pro přehled bez optima.

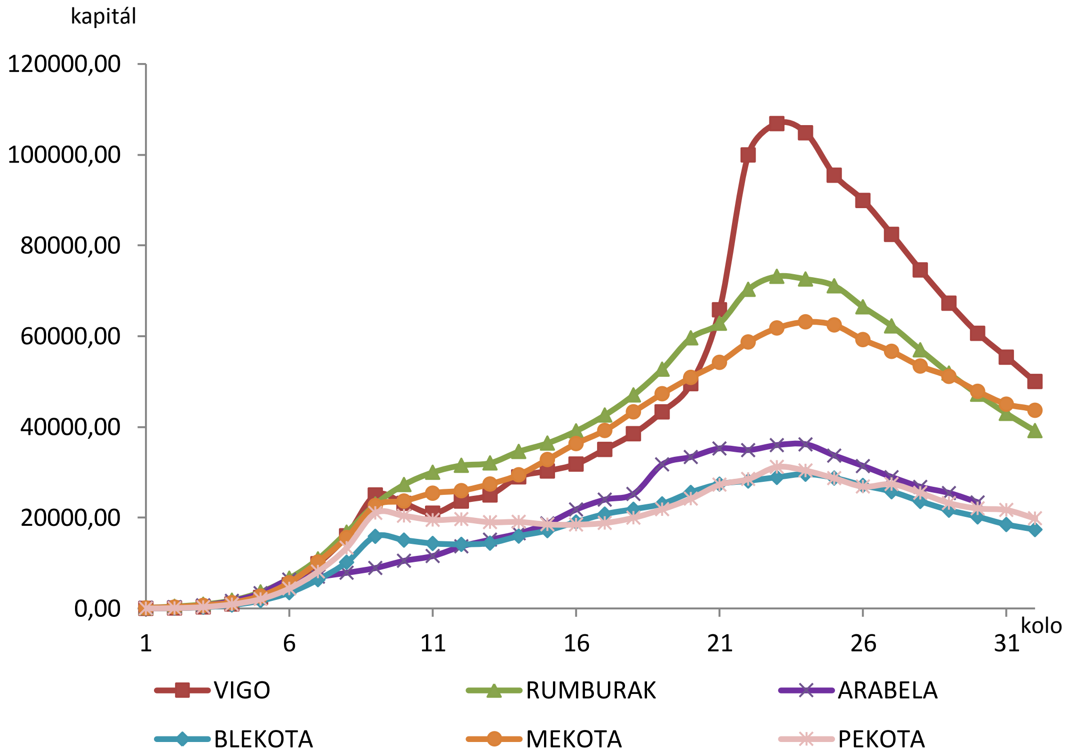
Obr. 10 má osu y v měřítku mocnin deseti, díky čemuž vynikne lépe průběh kapitálu v jednotlivých ekonomikách ve vztahu k optimu. Z tohoto obrázku je vidět, že ekonomiky kopírují trend optima, ačkoliv úrovně optima ani zdaleka nedosáhnou. Z tohoto grafu není patrný vývoj kapitálu u průměrných reprezentantů mezi jednotlivými ekonomikami, proto je uveden ještě obr. 11, kde je osa y v normálním měřítku a zároveň chybí průběh optima. Pokud bych v grafu zanechal vývoj optima v čase, stav kapitálu pro všechny ekonomiky by byl vyobrazen ve všech kolech u osy x a opět by nebyl patrný vývoj reprezentantů v porovnání s jednotlivými ekonomikami.



Obrázek 10 Kapitál průměrného reprezentanta dané ekonomiky v porovnání s optimem

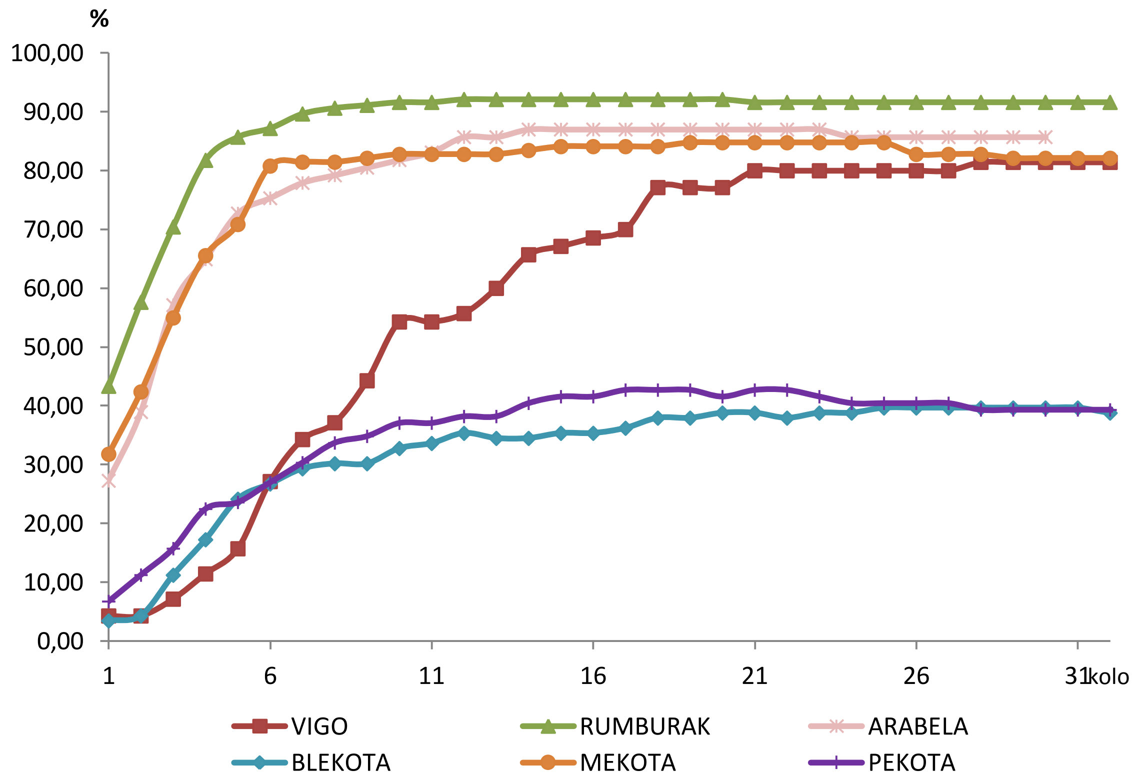
Z obr. 10 je na první pohled patrné, že se všichni průměrní reprezentanti daných ekonomik pohybovali hluboko pod optimem. Jak již bylo uvedeno, jedná se o zkreslený údaj, protože někteří hráči se do simulace nezapojili a ze začátku ještě ani pořádně nevěděli, jak ji ovládat. Funkce optimum počítalo s primárním velkým nárůstem kapitálu ze začátku hry, k tomu se ale většina hráčů neuchýlila.

Obr. 11 zkoumá podrobněji vývoj stavu kapitálů u průměrných reprezentantů mezi jednotlivými ekonomikami bez vztahu k optimu. Tento graf je mnohem přehlednější, optimum leží vysoko nad nejvyššími zobrazovanými hodnotami.



Obrázek 11 Kapitál průměrného reprezentanta v jednotlivých kolech

Než proběhne podobná analýza také pro průměrné aktivní reprezentanty jednotlivých ekonomik, uvedu ještě pro představu zastoupení aktivních hráčů v jednotlivých ekonomikách. Z obr. 12 je na první pohled zřejmé, jaká část celkové populace ekonomiky je tvořena aktivními hráči v daném kole. Na tomto obrázku je zachyceno kolísání podílu aktivních hráčů v ekonomice, což souvisí s tím, že postupně hráči zjišťovali, jakým způsobem se má vlastně DSGEgame hrát. V obr. 12 je patrné, jak se po deseti kolech ustanovil aktivní počet hráčů na hranici kolem 90 % populace ekonomik Rumburak, Arabela, Mekota, později se k této úrovni přiblížila také ekonomika Vigo.



Obrázek 12 Podíl aktivních hráčů mezi populací jednotlivých ekonomik v daném kole

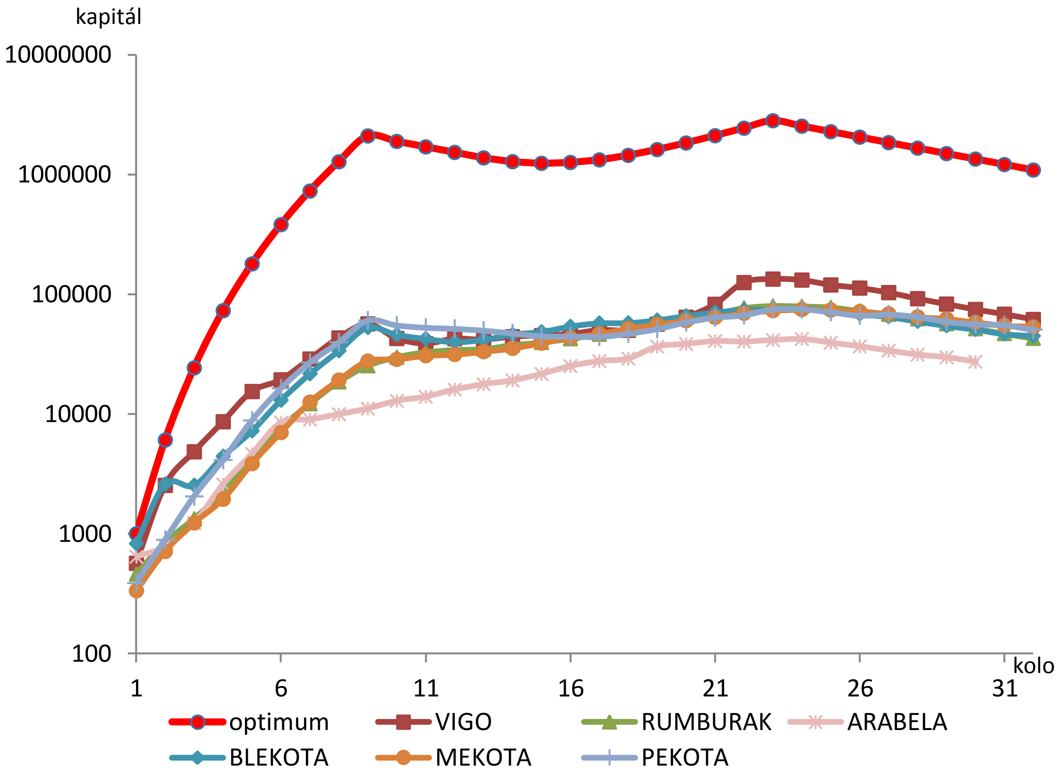
V Tabulce 3 je uvedeno, kolik hráčů tvořilo vybrané ekonomiky. Neukazuje ale, kolik z nich bylo aktivních, protože tento ukazatel se pro jednotlivá kola měnil. Navíc je tato hodnota snadno čitelná z obr. 12.

Tabulka 3 Počet hráčů ve vybraných ekonomikách

Ekonomika	Vigo	Arabela	Rumburak	Blekota	Mekota	Pekota
Počet hráčů	70	77	203	116	151	89

Obr. 13 s upravenou osou y (logaritmické měřítko) představuje rozdělení kapitálu vzhledem k optimu pro průměrné aktivní reprezentanty, a obr. 14 znázorňuje vývoj kapitálu u aktivních průměrných reprezentantů jednotlivých ekonomik v čase s normální osou y. Tyto dva obrázky by měli mít vyšší vypovídací schopnost než obr. 10 a obr. 11 pro průměrné reprezentanty, protože zde nejsou výsledky ovlivněny neaktivními hráči.

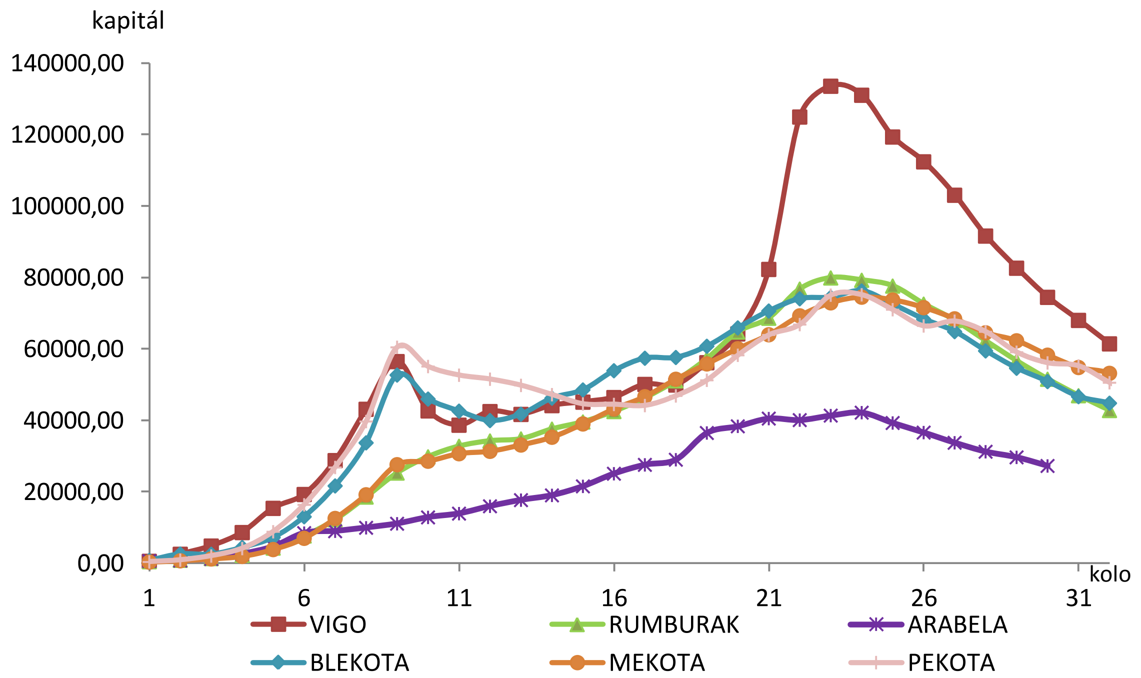
Přesto je i díky měřítku na obr. 13 a obr. 14 vidět podobný průběh kapitálu jako na obr. 10 a obr. 11.



Obrázek 13 Kapitál průměrného aktivního reprezentanta dané ekonomiky v porovnání s optimem

Také průměrný aktivní reprezentant nedosahuje ani desetinových hodnot optima. Proto i pro případ průměrných aktivních reprezentantů každé ekonomiky je přidán obr. 14 znázorňující stav jejich kapitálu v každém kole, v tomto grafu nechávám osu y s normálním měřítkem a nezanáším optimum.

Tyto údaje poukazují na alespoň podobný průběh dvojitého maxima na sledovaném období pro ekonomiky Vigo, Blekota a Pekota. Průběh vývoje stavu kapitálu v těchto ekonomikách koresponduje se zadanou produkční funkcí, která se v průběhu hry měnila. Došlo k exogennímu technologickému pokroku, který byl zpodobněn ve změně koeficientů produkční funkce. Proto jsou v grafu patrné dvě maxima pro tyto ekonomiky.



Obrázek 14 Kapitál průměrného aktivního reprezentanta dané ekonomky v porovnání s optimem

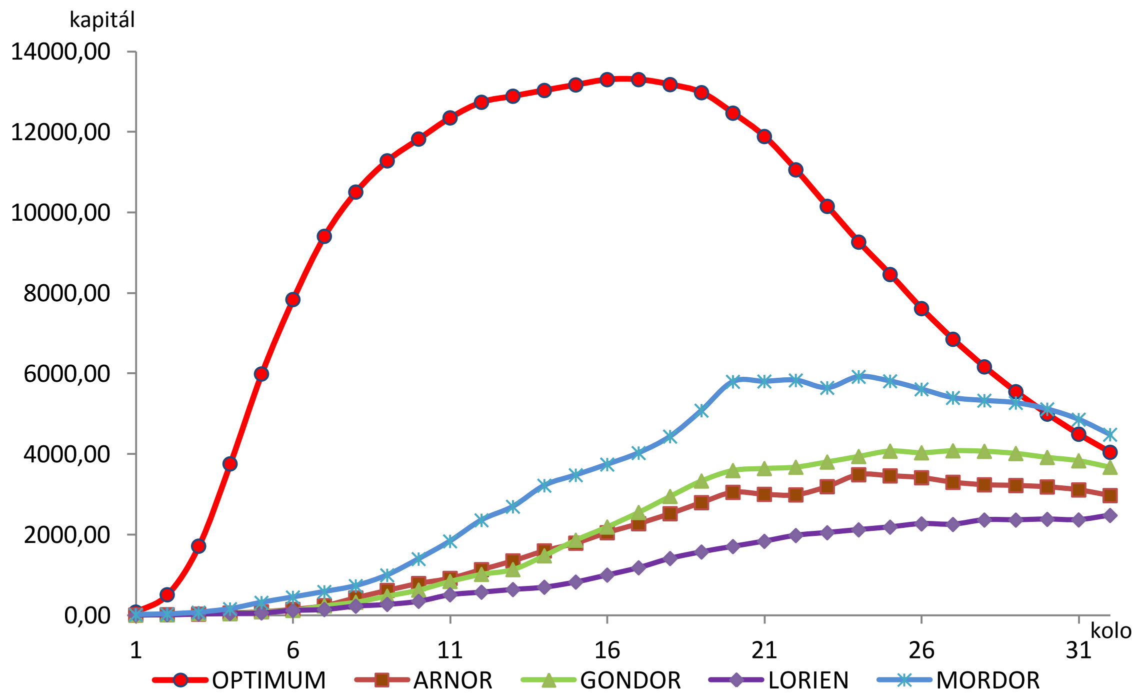
4.4.2 Skupina ekonomik ze zimního semestru 2010/2011

Podobná analýza byla provedena také pro druhou skupinu zahrnující čtyři ekonomiky fungující v DSGEgame v ZS 2010/2011. V tomto semestru bylo realizováno 32 kol v každé ekonomice a počet hráčů v jednotlivých ekonomikách je uveden v Tabulce 4. Pro zimní semestr 2010/2011 má optimální trajektorie hladký průběh, také optimu neodpovídal takový významný počáteční nárůst kapitálu jako v zimním semestru 2011/2012. To je hlavním důvodem, proč se hráči nachází k optimu blíže a dosahují lepších výsledků.

Tabulka 4 Počet hráčů ve vybraných ekonomikách

ekonomika	**Arnor**	**Gondor**	**Lorien**	**Mordor**
počet hráčů	62	154	94	162

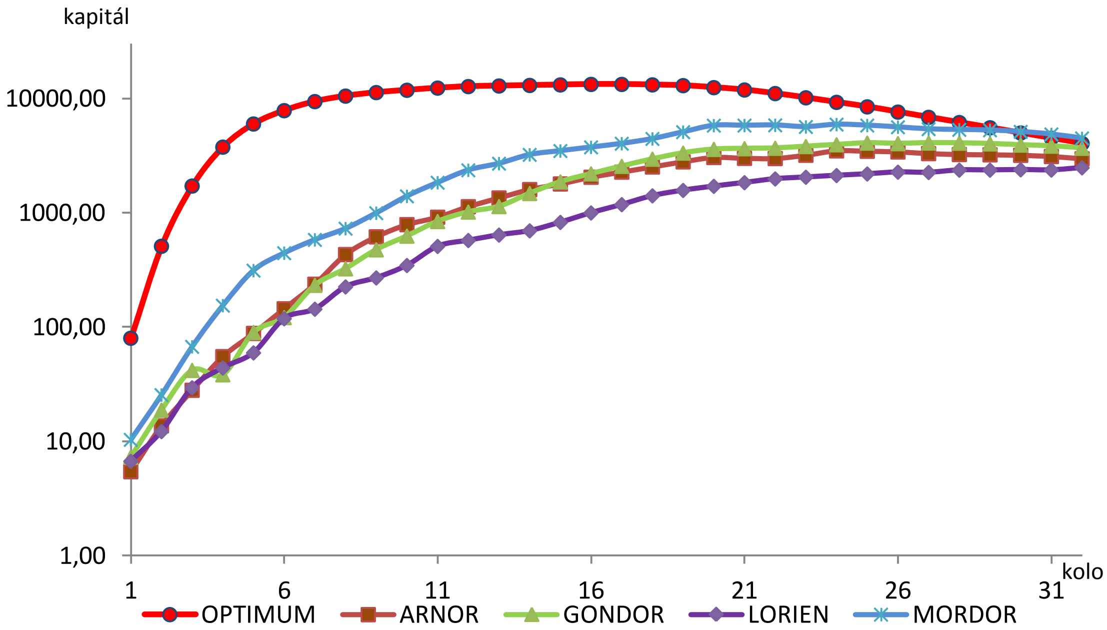
Tato skupina ekonomik dopadla mnohem lépe a trajektorie reprezentantů každé ekonomiky na Obr. 15 směřuje viditelně od osy x, na rozdíl od ekonomik ze zimního semestru 2011/2012, a blíží se k optimální trajektorii kapitálu. Na obr. 15 jsou stavy kapitálu průměrných reprezentantů každé ekonomiky v jednotlivých kolech hry s normálním měřítkem na ose y. Na obr. 16 uvádím ještě jednou ten samý graf, pro srovnání s obr. 11 také s nastaveným logaritmickým měřítko na ose y.



Obrázek 15 Kapitál průměrného reprezentanta dané ekonomiky vzhledem k optimu

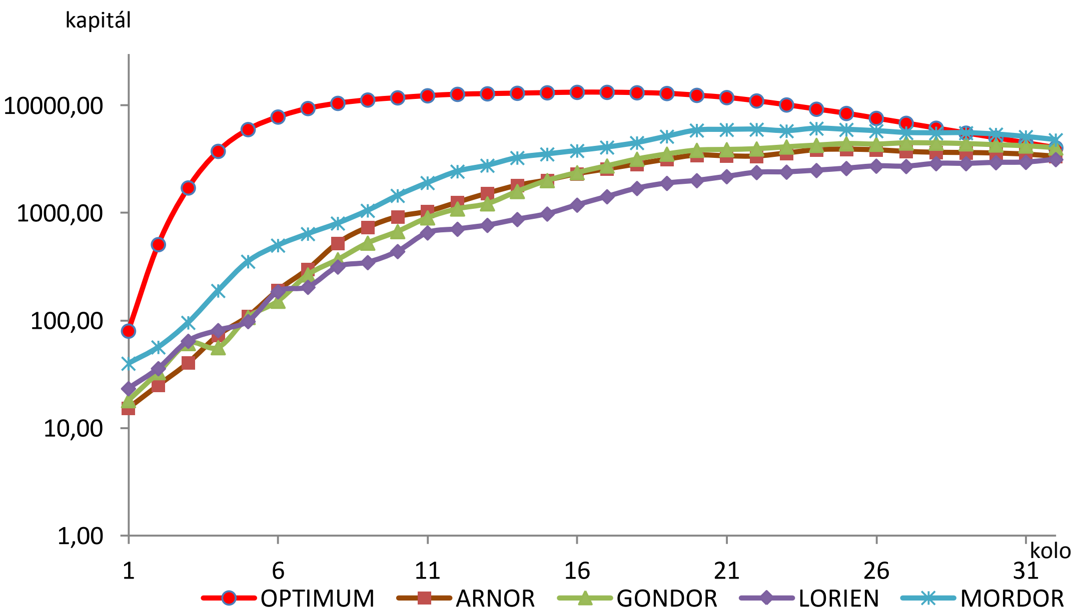
Optimální trajektorii znázorňuje červená křivka. Pokud se zaměříme pouze na aktivní hráče a vytvoříme si vzorek průměrných aktivních reprezentantů daných ekonomik, dostaneme obr. 17, kde je ještě lépe vidět že ekonomiky Mordor, Arnor a Gondor svým průběhem částečně kopírují průběh optima. Tím je myšleno, že po nárůstu kapitálu dochází s blížícím se koncem hry k jeho poklesu, protože v závěru už se nevyplatí z hlediska užitkové funkce držet takové zásoby kapitálu. Naopak ekonomika Lorien dosahuje nízkých hodnot kapitálu průměrného aktivního reprezentanta.

Na obr. 17 s logaritmickým měřítkem osy y je vidět, že jsou ekonomiky blíže k optimu než na obr. 16.

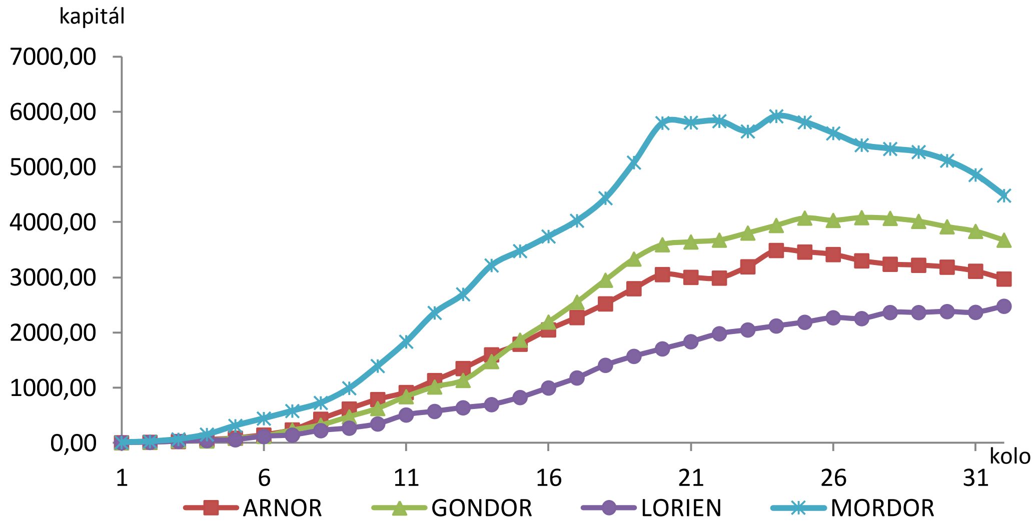


Obrázek 16 Kapitál průměrného reprezentanta dané ekonomiky vzhledem k optimu

Pro průměrného aktivního reprezentanta uvádím na již jen graf s logaritmickým měřítkem, viz obr. 17. Pro průměrného aktivního reprezentanta by graf s normálním měřítkem měl podobným průběh jako na obr. 18.

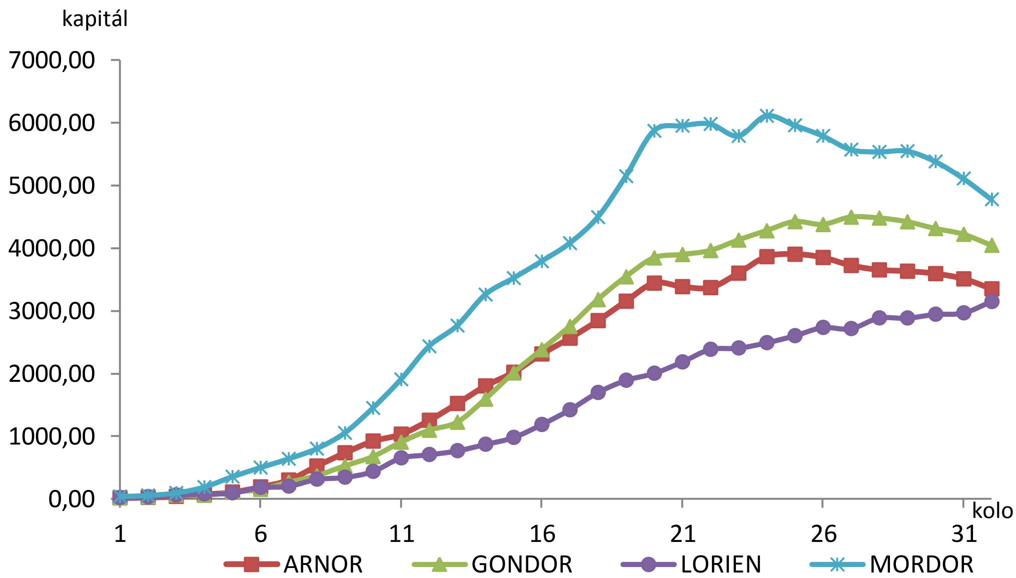


Obrázek 17 Kapitál průměrného aktivního reprezentanta v ekonomikách vzhledem k optimu



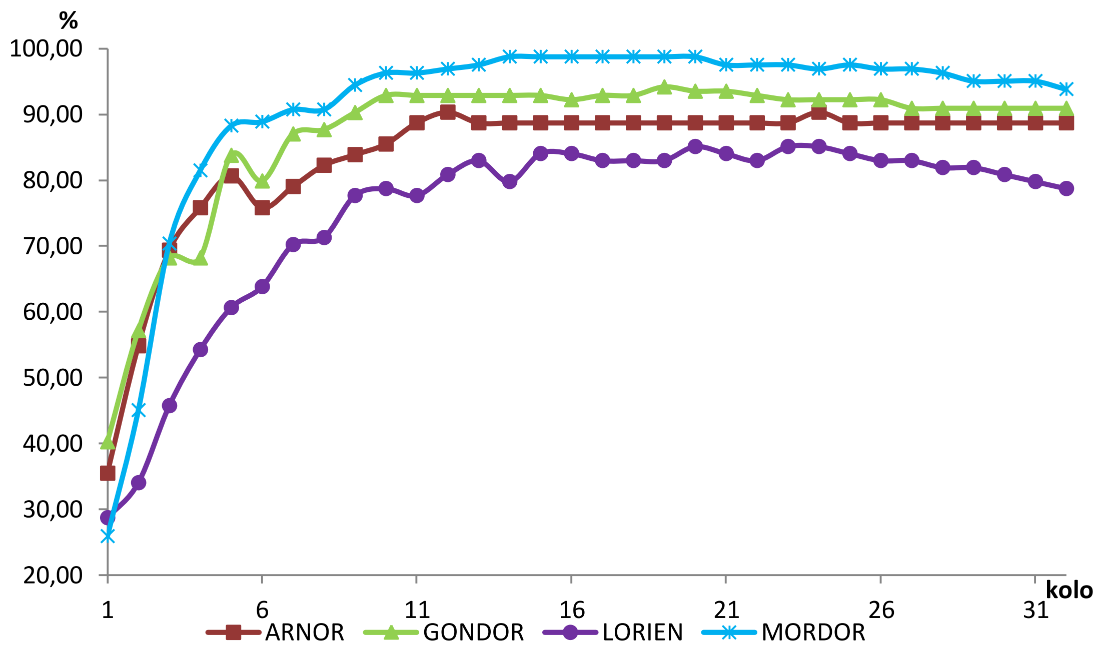
Obrázek 18 Vývoj kapitálu průměrného reprezentanta v jednotlivých ekonomikách

Pokud se podíváme výhradně na vývoj kapitálu průměrných reprezentantů a průměrných aktivních reprezentantů, srovnáním obr. 18 a obr. 19 zjistíme, že neaktivní hráči v tomto případě příliš neovlivnili průběh vývoje kapitálu, pouze ho logicky posouvají níže a zabraňují mu se dostat blíže k optimu.



Obrázek 19 Vývoj kapitálu průměrného aktivního reprezentanta v jednotlivých ekonomikách

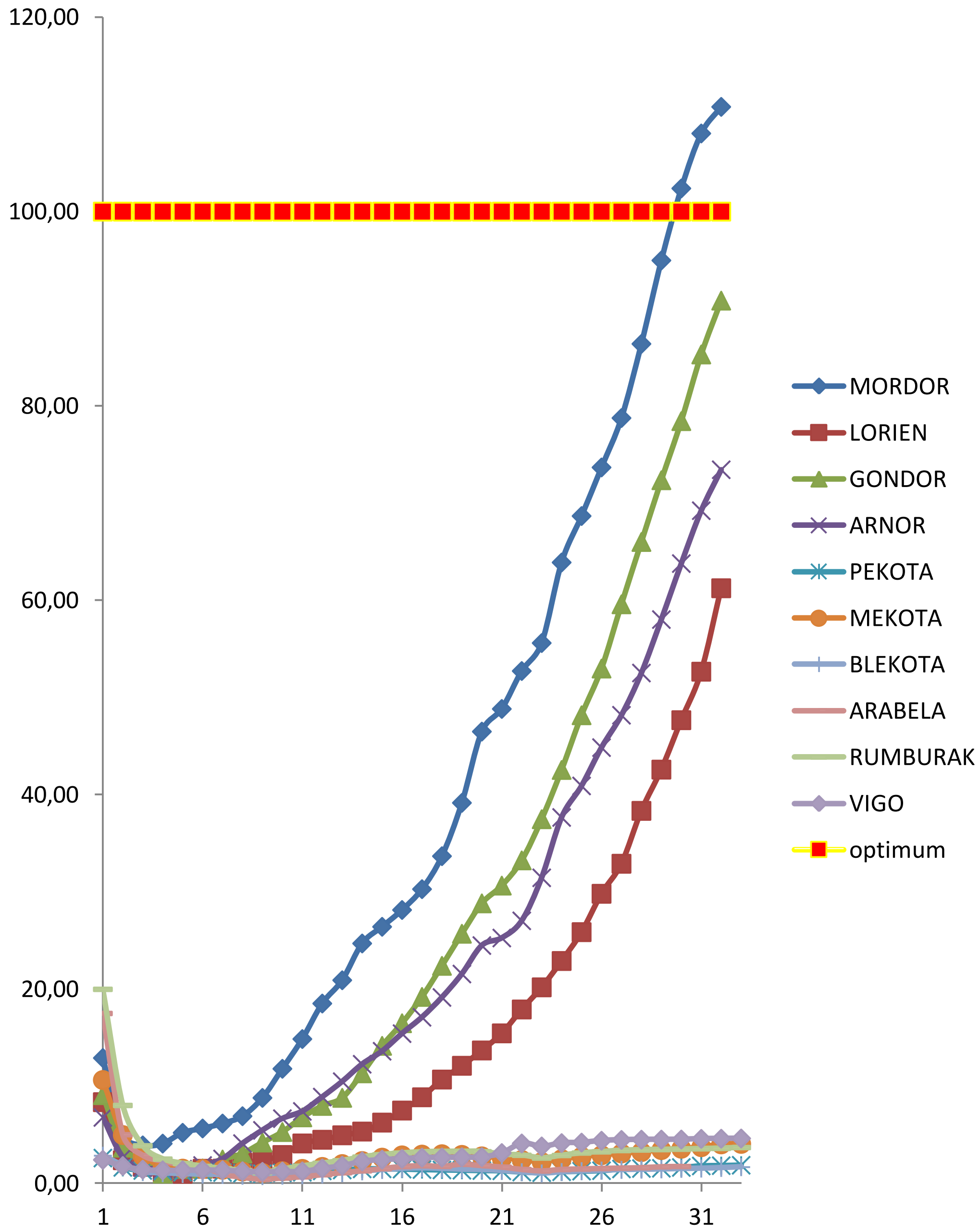
Pro představu i pro druhou skupinu ekonomik uvádím na obr. 20 procentuální vývoj počtu aktivních hráčů v jednotlivých kolech pro zkoumané ekonomiky. Je vidět, že ekonomiky Mordor a Gondor dosahují po ustálení vyšších hodnot, než ekonomiky ze semestru 2011/2012. Naopak v ekonomice Lorien se podíl aktivních hráčů v ekonomice pohybuje maximálně na úrovni 80 %. I proto tato ekonomika dosahovala nejhorších výsledků.



Obrázek 20 Podíl aktivních hráčů mezi populací jednotlivých ekonomik v daném kole

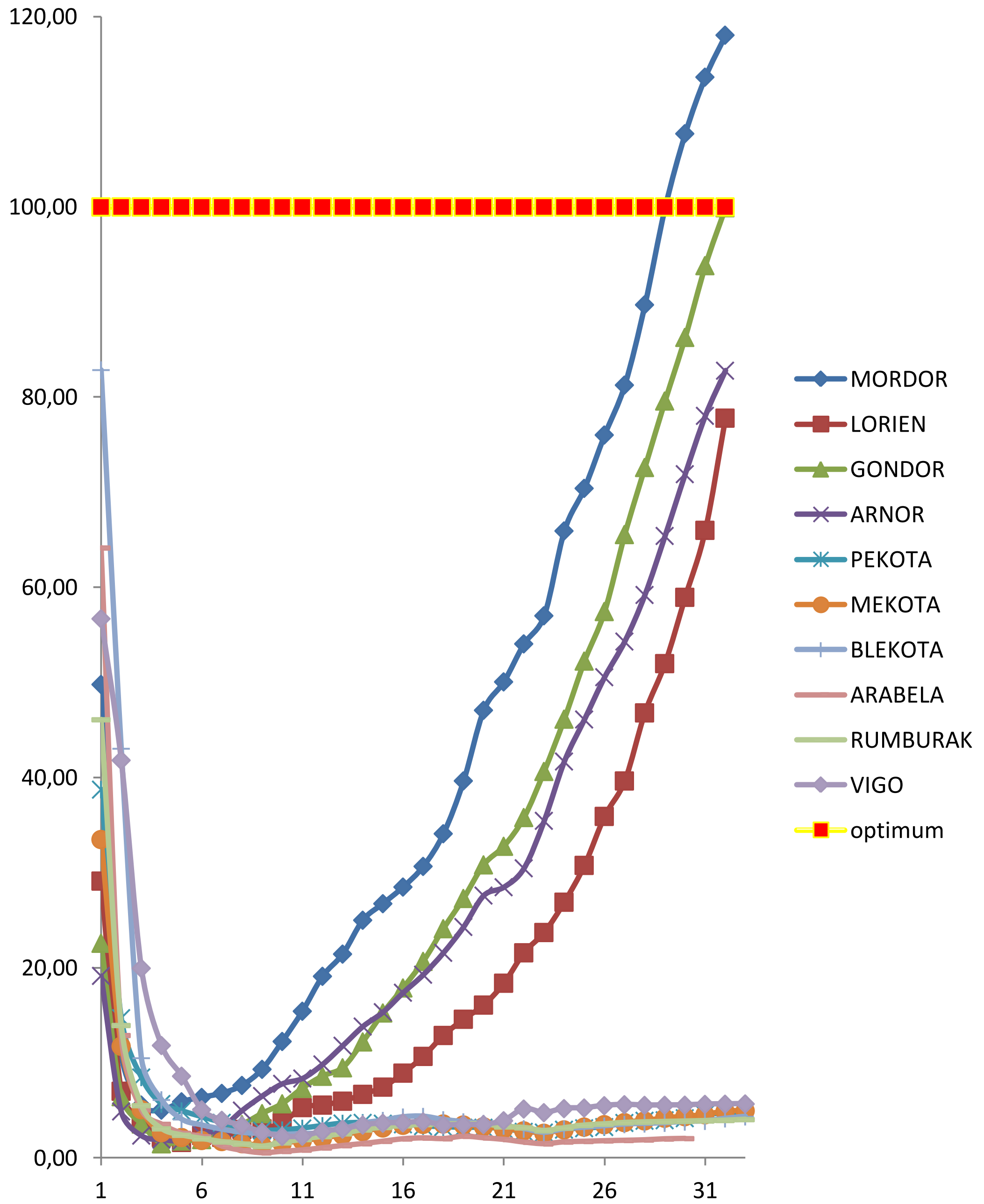
Poslední grafy výzkumu jsou věnovány porovnání jednotlivých ekonomik mezi oběma skupinami. Srovnávacím nástrojem bude procentuální hodnota vyjadřující dosažení optimální hranice kapitálu v jednotlivých kolech. Tak lze do jednoho grafu zanést hodnoty pro všech deset ekonomik z obou skupin. Opět budu porovnávat dvakrát, nejprve pro průměrné reprezentanty a následně pro průměrné aktivní reprezentanty. Optimum má ve všech kolech stejnou hodnotu na úrovni sta procent. Obecně platí, že ve skupině ze zimního semestru 2010/2011 byl vyšší podíl aktivních hráčů.

Na obr. 21 je zachyceno procento úrovně optimálního kapitálu dosažené průměrným reprezentantem každé ekonomiky.



Obrázek 21 Dosažení optimální hranice kapitálu průměrným reprezentantem

Vyšší hodnoty procenta dosahuje průměrný aktivní reprezentant, jak je vidět na obr. 22.



Obrázek 22 Dosažení optimální hranice kapitálu průměrným aktivním reprezentantem

Obr. 21 a 22 shrnují výsledky porovnání optimálních hodnot kapitálu s empiricky získanými údaji.

4.4.3 Porovnání výsledků s optimální trajektorií

Z grafů uvedených v předchozí kapitel je vidět, že se naměřené výsledky liší od optimální trajektorie. Skupina ze zimního semestru 2011/2012 dosahovala úrovně pouze několika procent optimálního stavu kapitálu. Tyto nízké hodnoty jsou důsledkem zadané funkce pro kapitál. Optimum totiž vyšlo tak, že by hráči v prvních kolech hry měli zaměřit pouze na zvyšování kapitálu a omezit spotřebu. Dalším důvodem je také dvojitý technologický pokrok zavedený exogenně do těchto ekonomik. Proto bylo dosaženo u ekonomik Vigo, Arabela, Rumburak, Blekota, Mekota a Pekota nízkých hodnot kapitálu, řádově na úrovni 5 %.

Také je u těchto ekonomik dobře patrné, jak zde zafungoval princip motivace, neboť například v ekonomice Vigo narůstal počet aktivních hráčů velmi pozvolna, protože hráči (studenti) zjistili, že jim lepší výsledky přinesou vyšší bonus k zápočtu. U ekonomik Blekota a Pekota naopak tento prvek motivace byl zřejmě výrazně zanedbán, protože se aktivně zapojilo pouze 40 % hráčů. Nejlepších a nejstabilnějších výsledků bylo dosaženo v ekonomice Rumburak, která byla v závěru prováděného experimentu předehnána ekonomikou Vigo, kde se projevil pravděpodobně prvek motivace hráčů, kteří se hře s postupem času začali více věnovat.

Ze zimního semestru 2010/2011 vyšly hodnotnější závěry. Nejlépe ze všech zkoumaných ekonomik dopadla ekonomika Mordor, která se jako jediná dostala během hry přes optimální úroveň kapitálu a to v posledních třech kolech. Také se v této ekonomice zapojilo nejvíce hráčů a je zde vidět i klesající úroveň kapitálu průměrných (aktivních) reprezentantů. Podobný průběh s nižší úrovní kapitálu průměrných (aktivních) reprezentantů byl prokázán také v ekonomice Arnor a Gondor. V ekonomice Lorien dopadly výsledky nejhůře.

4.5 Zhodnocení praktické části diplomové práce

V první části praktického výzkumu jsem se zaměřil na prokázání, že v nejmajetnější skupině ekonomiky platí pro rozdělení kapitálu mocninné rozdělení. Tento předpoklad byl potvrzen pro všechny ekonomiky v jednotlivých kolech hry.

Zároveň byly sestrojeny grafy uceleně uvedené v Příloze, které ukazují, od jaké úrovně kapitálu se v daném kole nejlépe projevuje mocninné rozdělení kapitálu pro nejmajetnější vrstvu populace v ekonomice. Tato nejmajetnější vrstva vyšla v každém kole jinak rozsáhlá. Podíl nejmajetnější vrstvy v ekonomikách se pohyboval nejčastěji mezi 20 – 29 %, koeficient mocninného rozdělení v rozmezí 1,8 – 2,4.

Předpoklad, že se rozdělení kapitálu chová pro chudší část populace dle Boltzmann-Gibbsova rozdělení, nemohl být prozkoumán. Hlavním důvodem je, že hráči s nižším stavem kapitálu de facto nehráli, ale pouze hrou proplouvali a stavem kapitálu se nezabývali, takže ho měli na nule nebo hodnotách blízkých nule. Testování nízkých hodnot kapitálu by nemělo velkou vypovídací schopnost.

Důvodem, že zde byla znatelná skupina hráčů dosahující těchto nízkých hodnot kapitálu, může být skutečnost, že hráči neměli motivaci se do hry více zapojit a tak ji hráli pouze pasivně a nesnažili se v ní dosáhnout dobrých výsledků. Možné je, že se často ani důkladně neseznámili s návodem a hráli ji vyloženě na náhodu bez teoretických znalostí a vztahů v DSGEgame. Důsledkem je, že bylo dosahováno v oblasti nižších hodnot kapitálu často náhodných výsledků.

Mnohem zajímavější proto bylo zkoumání vyšších hodnot kapitálu, kde bylo skutečně prokázáno mocninné rozdělení. Tento výsledek považuji za stěžejní přínos této práce.

V budoucnu by mohlo být užitečné zajistit velkou ekonomiku s velkým počtem hráčů, zajistit dostatečnou motivaci hráčů tak, aby se každý snažil hrát co nejlépe a chtěl dosáhnout nejlepších výsledků. Pak by byl k dispozici reprezentativní vzorek dat, který by umožnil zkoumat rozdělení kapitálu i u relativně chudší skupiny populace a otestovat na této skupině Boltzmann-Gibbsovo rozdělení.

Z druhé části výzkumu vyplývá, že průměrný reprezentant každé ekonomiky se dlouhodobě nacházel pod optimální úrovní kapitálu. Pouze jeden průměrný reprezentant se v posledních třech kolech hry dokázal přes tuto úroveň dostat.

Hráči dosahovali takto nízkých hodnot, protože model předpokládal v úvodu hry enormní nárůst kapitálu na úkor spotřeby, tento trend ale hráči na začátku hry nezachytili a pak již pro ně bylo těžké se dostat z nízkých hodnot kapitálu. Jejich stav vzhledem k optimu se jim dařilo zlepšovat až v samém konci hry, kdy se ale optimální úroveň snižovala, protože vzhledem k očekávanému konci hry se již nevyplácelo držet větší množství kapitálu.

Jelikož DSGEgame je novým instrumentem zaváděným do výuky, pro studenty je to často nový nástroj, o kterém poprvé slyší až ve výuce. Proto pomalý nárůst kapitálu také souvisí s tím, že v úvodních kolech hry se hráči s DSGEgame pouze seznamovali a v další fázi již nabyli jistou ztrátu, kterou se ne všem podařilo dohnat. Část hráčů to po počátečním neúspěchu dokonce vzdala a nebyla dále aktivní. Velká část hráčů tedy zůstává pod průměrem a tlačí ho dolů, protože neznají principy, na kterých je hra postavena. Neseznámení s návodem, nízká motivace hru aktivně hrát, nedostatek času jsou dle mého názoru hlavními důvody, proč se ne všichni hry aktivně zúčastnili.

Otázkou dalšího zkoumání do budoucna by mohlo být vytvoření modelu, kde by byl iniciován enormní růst kapitálu až v pozdějších kolech hry, tedy v době, kdy se již všichni hráči s hlavními principy seznámí.

I přes uvedené problémy s testovanou skupinou hráčů se domnívám, že se podařilo podrobně prozkoumat rozdělení kapitálu v DSGEgame, najít podobnost s ekonofyzikou a ověřit mocninný zákon pro nejbohatší skupinu ekonomiky. Pro další výzkum empirických dat a ověření Boltzmann-Gibbsova rozdělení by bylo vhodné provést experiment s vyšším počtem hráčů motivovaných se podílet na kvalitních výstupních datech.

Závěr

Hlavním záměrem této diplomové práce bylo seznámit se s pojmem ekonofyzika a studiem odborných článků zabývajících se uvedenou tematikou vytvořit ucelený pohled na tento nový obor na pomezí fyziky a ekonomie. V praktické části diplomové práce jsem se snažil aplikovat poznatky ekonofyziky do oblasti DSGEgame a provést vyhodnocení uskutečněného šetření s uvedením možností dalšího výzkumu.

Již při studiu ekonofyziky jsem narazil na velký počet článků zabývajících se aplikací fyzikálních zákonů na ekonomické teorie. Asi nejznámější je použití statistické mechaniky na finanční trhy. Dalšími aplikacemi je využití různých modifikací mocninných funkcí k popisu rozdělení příjmu, bohatství nebo peněz ve společnosti. Často zkoumanou oblastí je také Boltzmann-Gibbsovo rozdělení a jeho použití na popis rozdělení kapitálu v ekonomických systémech. Zajímavé je také rozšiřování teorie Brownova pohybu pro popis výnosu na finančních trzích.

Při podrobnějším studiu problematiky jsem zjistil, že již publikované teorie jsou často založené jen na uzavřených konkrétních oblastech a platí jen pro určitou část problematiky (rozdělení při počítačových simulacích, analýza dostupných dat ekonomiky USA za osmdesátá léta 20. století). Nikde jsem nenalezl např. ucelený popis tržního mechanismu z pohledu termodynamiky, vždy se jednalo jen o jeho blíže specifikovanou oblast fungování (entropie pro trh o jednom zboží). Očekával jsem, že oblasti výzkumu ekonofyziky budou více propojené. Domnívám se, že by bylo velmi zajímavé se v dalším výzkumu zaměřit hlouběji na studium problematiky jedné oblasti ekonomie a pokusit se najít souvislosti v rámci fungování celé skupiny navzájem ovlivňujících se faktorů se zapojením fyzikálních zákonů. Podobné zaměření výzkumu by vyústilo v práci podstatně přesahující rozsah diplomové práce.

V praktické části diplomové práci jsem se zaměřil na analýzu získaných výsledků z experimentu prováděném v DSGEgame. Provedl jsem podrobné vyhodnocení pro rozdělení kapitálu v jednotlivých ekonomikách vytvořených v DSGEgame. Jedním ze závěrů byl poznatek, že průměrný reprezentant každé ekonomiky se nacházel hluboko pod optimální úrovní kapitálu. Důležitým faktorem, který se podílel na úspěchu průměrného reprezentanta, byla motivace hráčů/studentů se do výzkumu zapojit. Tou mohl být například bonusový bod pro udělení zápočtu.

Na základě teoretických znalostí z úvodní části diplomové práce jsem se rozhodl otestovat, zda pro nejmajetnější vrstvu ekonomiky platí mocninné rozdělení. Některé články zabývající se Boltzmann-Gibbsovým rozdělením pro kapitál ve společnosti dospěly k závěrům, že toto rozdělení platí pro populaci, která nezahrnuje nejmajetnější vrstvu společnosti. Provedený výzkum přinesl podobné závěry – pro přibližně pětinu až třetinu nejmajetnější části populace bylo potvrzeno mocninné rozdělení. Z přiložených grafů je na první pohled patrné, že rozdělení, které popisuje zbývající část populace, je jiné. Je možné, že to je i v případě DSGEgame Boltzmann-Gibbsova rozdělení. Výzkum tímto směrem ale zaměřen nebyl, protože údaje od skupiny populace s nižšími hodnotami kapitálu byly silně ovlivněny jejich neznalostí hry a neaktivitou. Dosažený výsledek potvrzeného mocninného rozdělení odpovídá posledním výzkumům v ekonofyzice. DSGEgame je simultánní hrou, ve které se dosahuje podobných výsledků jako v realitě.

Data získaná z DSGEgame vycházela z předem zadaného ekonomického modelu. Jednou dalších oblastí výzkumu je pokusit se zformulovat model s přihlédnutím k fyzikálním zákonitostem a tento model pak vyhodnotit. Pak by bylo možné porovnat, zda se ekonomika řídí opravdu těmito zákonitostmi a zda získané rozdělení odpovídá rozdělením používaných ve fyzice.

V závěru musím ještě poznamenat, že se vlastně jednalo o pilotní testování softwaru DSGEgame v tak širokém měřítku. Ekonomický model nebyl pro testování zkoumaných semestrů zvolen ideálně, protože počítal s prudkým nárůstem kapitálu v úvodu hry. V letním semestru 2011/2012 bylo plánováno zaměřit se v DSGEgame na zkoumání Bellmanova principu optimality. V Příloze S je uveden graf popisující vypočtenou trajektorie s různými počátečními úrovněmi kapitálu. Dle uvažovaných výpočtů se tyto trajektorie se v průběhu hry spojí v jednu. Výsledkem experimentu mělo být potvrzení, že nezávisí na počáteční úrovni. Bohužel CIV nepovolilo další experiment z kapacitních důvodů kvůli obavám o univerzitní server. V příštím akademickém roce bude upraven ekonomický model ve hře a v budoucnu se opět plánuje spustit experiment a následné provést vyhodnocení získaných dat.

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam použité literatury

1. Novinky.CZ. *Ekonofyzika nabízí přesnější předpovídaní hospodářských krizí.*[online] Datum vydání 5. 6. 2010. [cit. 2011-09-18] Dostupné na www: <http://www.novinky.cz/veda-skoly/200058-ekonofyzika-nabizi-presnejsi-predpovidani-hospodarskych-krizi.html>
2. SLANINA, F. Když vítězí menšina. *Vesmír,* 2000, roč. 79, č. 7, s. 369-371, ISSN 0042-4544
3. BRANIK, M. *Vybrané problémy ekonofyziky*. Diplomová práce. UK Bratislava, 2004
4. ESPOSITO, S. Ettore Majorana and his heritage seventy years later. [online*]* *Annalen der Physik.* 1997, č. 17., s. 302-318. DOI: 10.1002/andp.200810296 [cit. 2012-02-12] Dostupné na www: <http://arxiv.org/abs/0803.3602v1>
5. HATALOVÁ, K. *Mocninové zákony v ekonómii a financiach*. Diplomová práce. UK Bratislava, 2004
6. BIKAS, K., CHAKRABORTI A., CHATTERJEE A. *Econophysics ad Sociophisics*. Strauss GmbH, Mùorlenbach, 2008. ISSN-13: 978-3-527-40670-8
7. BOUCHAUD, J. P. An introduction to statistical finance. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2002, vol. 313, is. 1-2, p.238 – 251, ISSN 0378-4371. [cit. 2012-03-10] Dostupné na www: <http://dx.doi.org/10.1016/S0378-4371(02)01039-7>
8. Čím se zabývá ekonofyzika? [online] [cit. 2011-10-11] *Dostupné na www:* <http://fyzmatik.pise.cz/41038-cim-se-zabyva-ekonofyzika.html>
9. CANNING, D., AMARAL, L. A. N., LEE, Y., MEYER, N., STANLEY, H. E. *Scaling the volatility of GDP growth rates*. E*conomics Letters 60,* 1998, p. 335-341
10. GUEVARA, E. *EGT through Quantum Mechanics& from Statistical Physics to Economics,* [online] Cornell University Library 2007, arXiv:0705.0029v1. [cit. 2012-02-10] Dostupné na www: <http://arxiv.org/pdf/0705.0029v1.pdf>
11. VOLNÁ, E. Studijní materiály pro distanční kurz *Neuronové sítě 2.* Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě, 2008, 83 s.

12. PATANARAPEELERT, K., FRANK, T. D., FRIEDRICH, R., BEEK, P. J., TANG, I.M. A data analysis method for identifying deterministic components of stable and unstable time-delayed systems with colored noise, Physics Letters A, vol. 360, p. 190-198, 2006. ISSN: 0375-9601.
13. DASARI, S., BISWAS, A. K. *An Economic analogy to Electrodynamics*. [online] Cornell University Library 2010, arXiv:1001.1847v4. [cit. 2012-03-10] Dostupné na www: <http://arxiv.org/pdf/1001.1847v4.pdf>
14. LÍŠKOVÁ, M. *Studium možnosti aplikácie niektorých fyzikálnych princípov v ekonomickej teórii.* Diplomová práce. UK Bratislava, 2003
15. KUCHTA, R. Přednášky k předmětu *Fyzika pro aplikované vědy 3.* Západočeská univerzita v Plzni, 2008.
16. NEWMAN, M. E. J. Power laws, Pareto distributions and Zipf's law. *Contemporary Physics*, 2005, 46, p.323-351. [cit. 2012-02-28] *Dostupné na www:*<http://intersci.ss.uci.edu/wiki/index.php/Power-law_distributions>
17. DEFILLA, S. A. Natural Value Unit - Econophysics as Arbiter between Finance and Economics. *Physica A*: *Statistical Mechanics and its Applications*, 2007, vol.382, is.1, p. 42–51. [online] Cornell University Library 2006, arXiv: physics/0608087v3. [cit. 2012-03-10] Dostupné na www: <http://arxiv.org/abs/physics/0608087v3>
18. LUO, A. C. J, AFRAIMOVICH, V. *Long –Range Interactions, Stochasticity and Fractional Dynamics. Beijing, 2010. ISBN 978-3-642-12342-9*
19. SLANINA, F. Chudí a bohatí: triky a pověry. *Vesmír,* 2001, roč. 80, č. 9, s. 490-493, ISSN 0042-4544
20. GIL-BAZO, J., MORENO, D., TAPIA, M. Price dynamics, informational efficiency and wealth distribution in continuous double auction markets. *Working Papers*, 05-78, Business Economics Series 19, Madrid:2005. [cit. 2012-04-11] Dostupné na www: <http://www.javiergilbazo.es/resources/COMPINT.pdf>
21. YAKOVENKO, V. M. Econophysics, Statistical Mechanics Approach to.in: *Encyclopedia of Complexity and System Science*, edited by R. A. Meyers, Springer 2009, ISBN 978-0-387-75888-6, [online] Cornell University Library

2008, arXiv:0709.3662v4. *[cit. 2012-03-10]* Dostupné na www: <http://arxiv.org/pdf/0709.3662v4.pdf>

22. DRAGULESCU, A. A., YAKOVENKO, V. M. Statistical mechanics of money. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, 2000, vol. 17, is. 4, p. 723-729, DOI: 10.1007/s100510070114 [online] Cornell University Library 2000, arXiv:cond-mat/0001432v4. *[cit. 2012-03-10]* Dostupné na www: <http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0001432v4.pdf>
23. COCKSHOTT, W. P. *Jak fyzika potvrzuje pracovní teorii hodnoty.* [online] *Svaz mladých komunistů Československa. University of Glasgow 2010. [cit. 2012-02-28] Dostupné na www:* <http://eprints.gla.ac.uk/49375>
24. BRAUN, D. Nonequilibrium Thermodynamics of Wealth Condensation. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2006, vol. 369, is. 2, p. 714-722, ISSN 0378-4371. *[cit. 2012-03-10]* Dostupné na www: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2006.01.085>
25. SERGEEV, V. *The thermodynamic approach to market*. [online] Cornell University Library 2008, arXiv:0803.3432v1. *[cit. 2012-03-10]* Dostupné na www: <http://arxiv.org/pdf/0803.3432v1.pdf>
26. ŠESTÁK, J. Thermodynamics, econophysics, ecosystems and societal behavior. Science of Heat and Thermophysical Studies: A Generalized Approach to Thermal Analysis, 2005. ISBN: 9780444519542.
27. CHANG, C. L., CHEN, S. H. Interactions in DSGE Models: The Boltzmann–Gibbs Machine and Social Networks Approach. [online] *Economics Discussion Papers*, No 2011-25, Kiel: Institute for the World Ekonomy, 2011. *[cit. 2012-03-10]* Dostupné na www: <http://www.economics-ejournal.org/economics/discussionpapers/2011-25>
28. DRAGULESCU, A. A. *Applications of physics to economics and finance: Money, income, wealth, and the stock market.* [online] Cornell University Library 2003. [cit. 2012-02-28] Dostupné na *www:* <http://arxiv.org/PS_cache/cond-mat/pdf/0307/0307341v2.pdf>
29. COTTRELL, A. F., COCKSHOTT, P., MICHAELSON, G. J., WRIGHT, I. P., YAKOVENKO, V. M. *Classical Econophysics*. Routledge, 2009, ISBN 978-0-451-47848-9

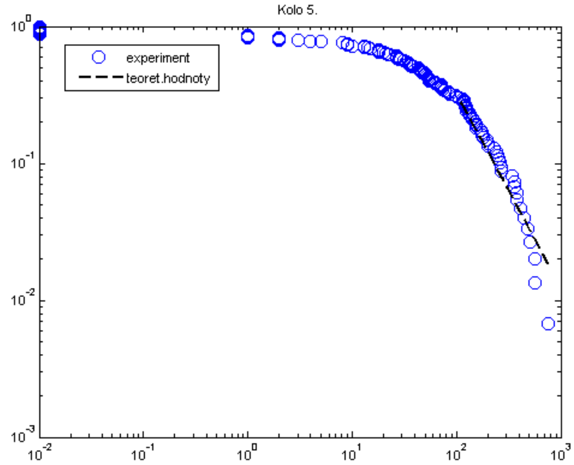
30. GOSWAMI, S., CHATERJEE, A., SEN, P. Antipersistent dynamics in kinetic models of wealth exchange. *Phys. Rev. E 84*, 051118 (2011) [online] Cornell University Library 2011, arXiv:1108.4646v2. [cit. 2012-03-10] Dostupné na www: <http://arxiv.org/pdf/1108.4646v2.pdf>
31. CLAUSET, A., SHALIZI, C. R., NEWMAN, M. E. J. Power-law distributions in empirical data *SIAM Review*, 2009, vol. **51**(4), p.661-703. [online] (arXiv:0706.1062, doi:10.1137/070710111) [cit. 2012-02-19] Dostupné na www: <http://arxiv.org/pdf/0706.1062v2.pdf>
32. RICHARDS, G. R. Reconciling econophysics with macroeconomic theory. *Physica A*: *Statistical Mechanics and its Applications*, 2000, vol. 282, p. 325-335, ISSN 0378-4371. *[cit. 2012-03-10]* Dostupné na www: <http://dx.doi.org/10.1016/S0378-4371(00)00112-6>
33. KIM, Y. J. Přednášky k předmětu *Knowledge Management and Service Innovation.* Sogang University, 2011.
34. PEŠÍK, J. *Simulační hra pro podporu výuky základů finanční gramotnosti pro střední školy.* Bakalářská práce. Fakulta ekonomická ZČU v Plzni, 2010.
35. *DSGE Game* [online] Západočeská univerzita v Plzni, 2011. [cit..2012-03-04] Dostupné na www: <http://www.dsgegame.zcu.cz/index.php?id_stranky=info>
36. MANDELMAN, F. S., ZANETTI, F. *Estimating general equilibrium models: an application with labour market frictions*, Technical Books, Centre for Central Banking Studies, Bank of England. 2008, edition 1, number 1. ISBN: 1756-7297
37. TVRZ, S. *Labour market frictions in global economic crisis:RBC model of Czech ekonomy*. Diplomová práce. MU Brno 2011. [cit. 2012-02-28] *Dostupné na www:* <http://is.muni.cz/th/207212/esf_m/dp.pdf>
38. MCCANDLES, G. The ABCs of RBC: *An Introduction to Dynamic Macroeconomic Models.* Harvard University Press, 2008. ISBN-10: 0674028147
39. BARRO, R. J., SALA-I-MARTIN, X. M. *Economic growth..* London: MIT Press, 1999, 529 p. ISBN 0-262-02459-4
40. SARGENT, T. J. Dynamic Macroeconomic Theory, Harvard University Press, 1997. ISBN: 0-674-21877-9

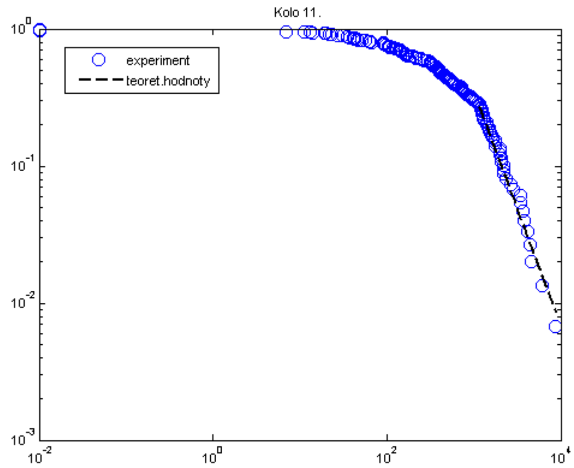
41. NIU, D., WANG, H., CAI, C. Application of Neural Network-based Combining Forecasting Model Optimized by Ant Colony In Power Load Forecasting. [online databáze IEEE Xplore] *Power and Energy Engineering Conference (APPEEC), 2010 Asia-Pacific*, p.1-4, 28-31, March 2010 DOI: 10.1109/APPEEC.2010.5448646 [cit. 2012-03-12] Dostupné na www: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=5448646&isnumber=5448125>

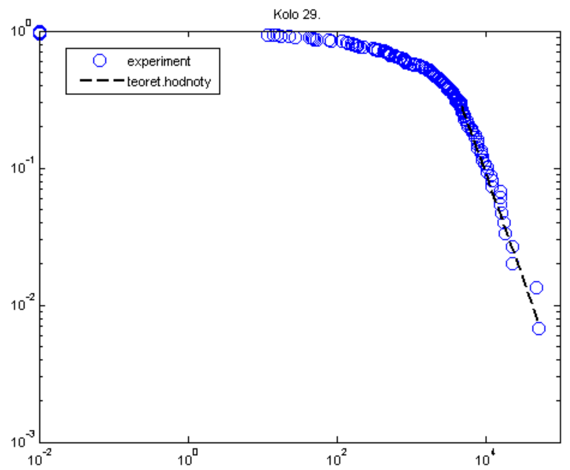
42. GRANIK, V., GRANIK, A. *Economics from a Physicist's point of view: Stochastic Dynamics of Supply and Demand in a Single Market. Part I*. eprint arXiv:physics/0207118, 2002.

Seznam příloh

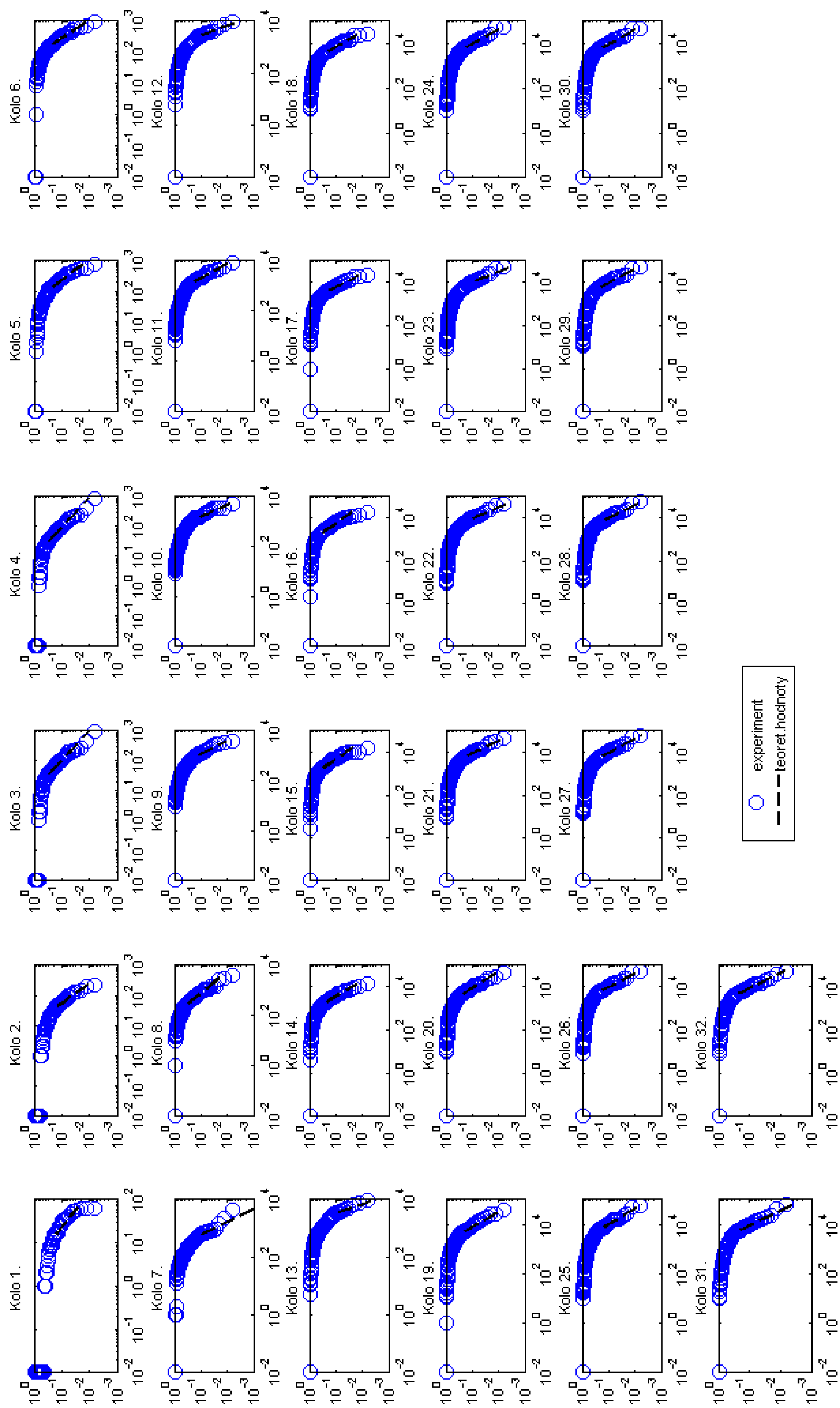
Příloha A: Ekonomika Gondor v 5., 11. a 29. kole



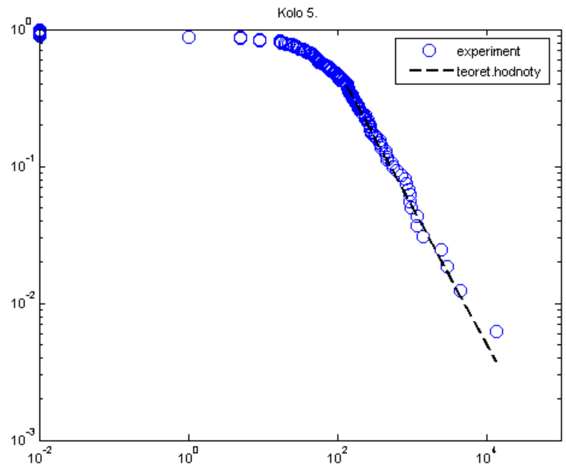


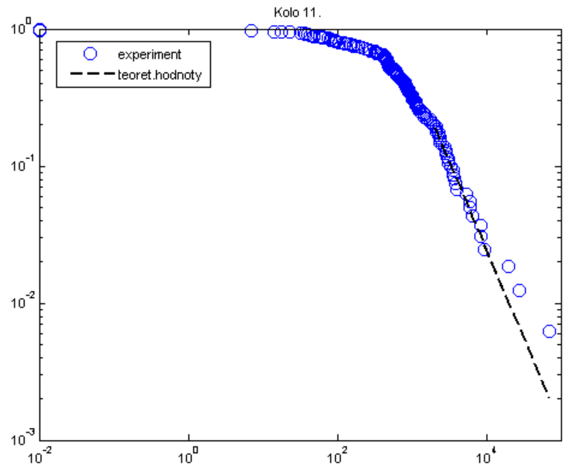


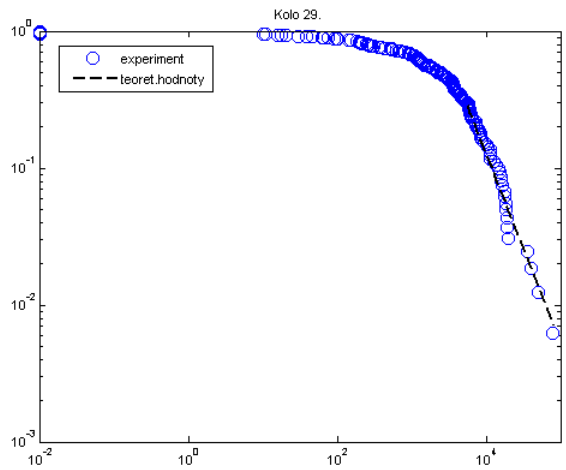
Příloha B: Ekonomika Gondor v jednotlivých kolech



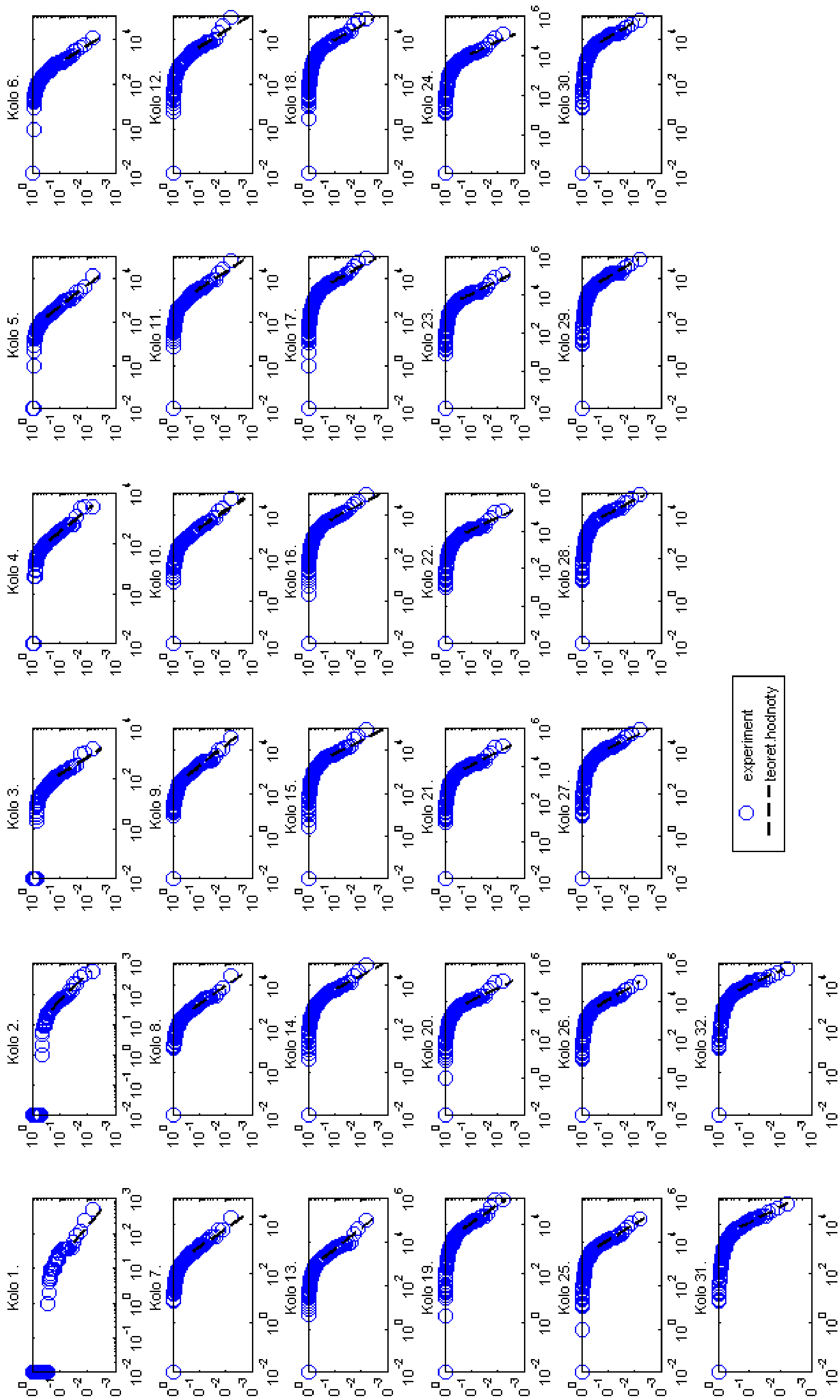
Příloha C: Ekonomika Mordor v 5., 11. a 29. kole



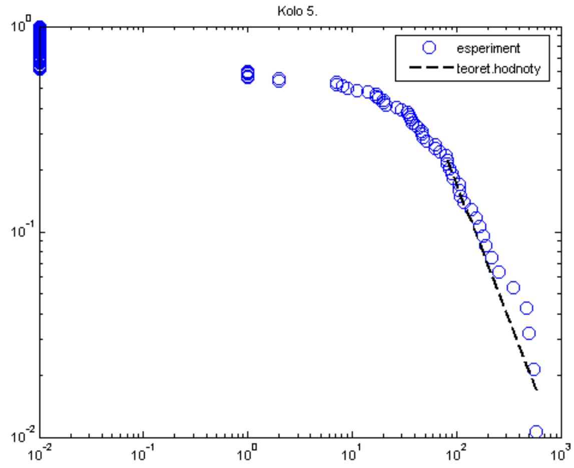


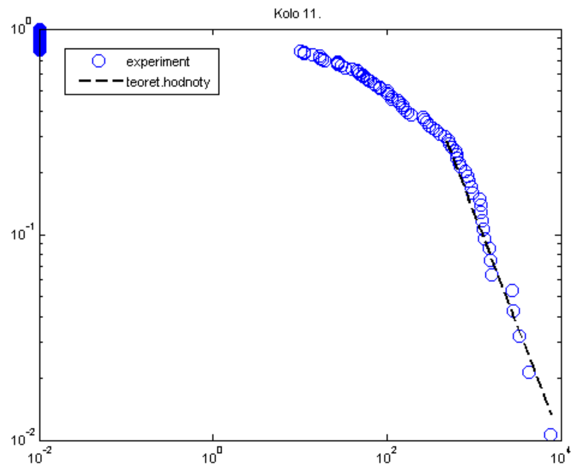


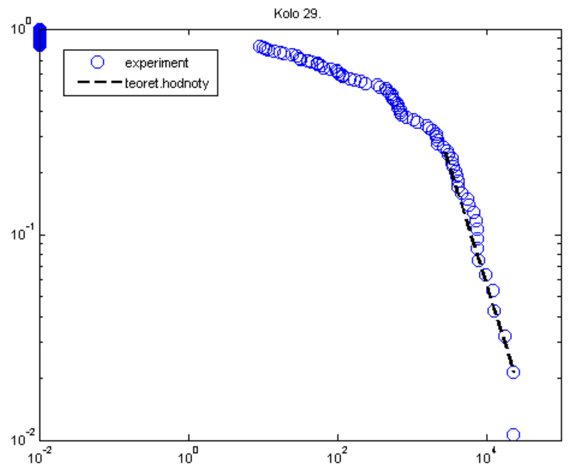
Příloha D: Ekonomika Mordor v jednotlivých kolech



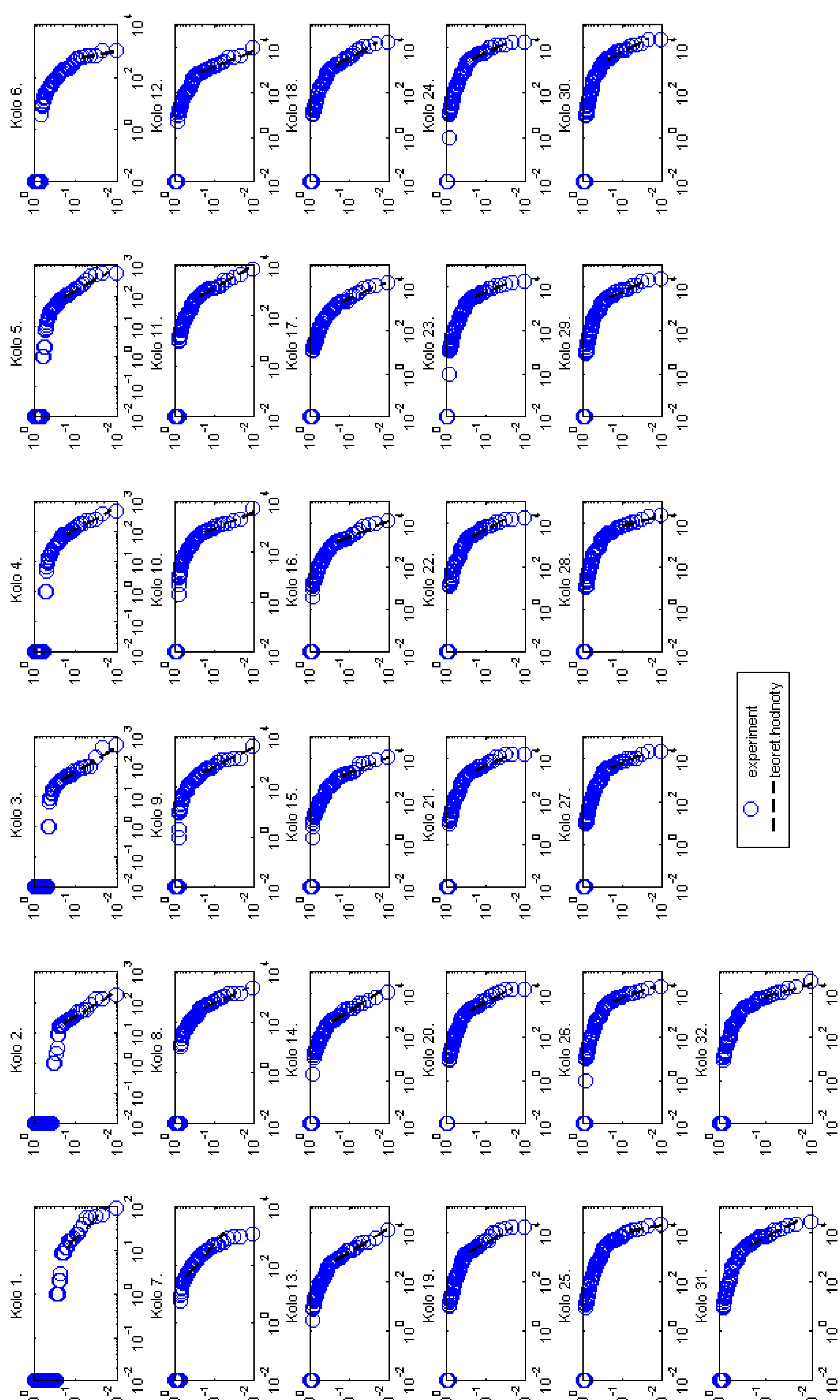
Příloha E: Ekonomika Lorien v 5., 11. a 29. kole



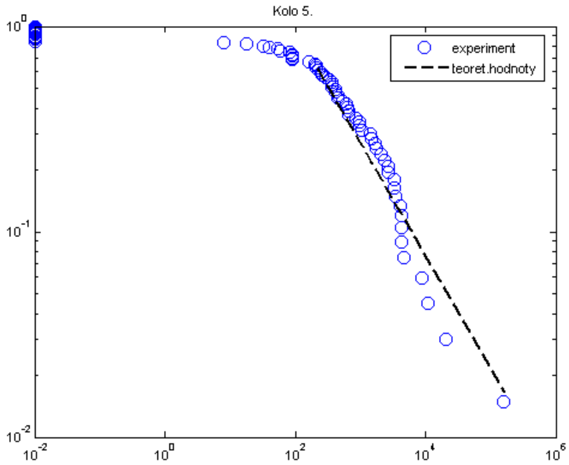


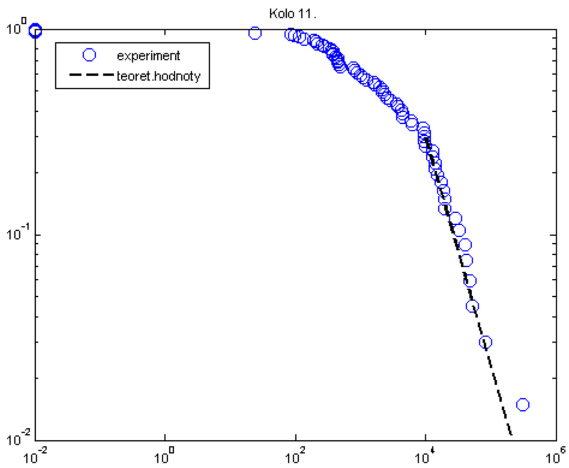


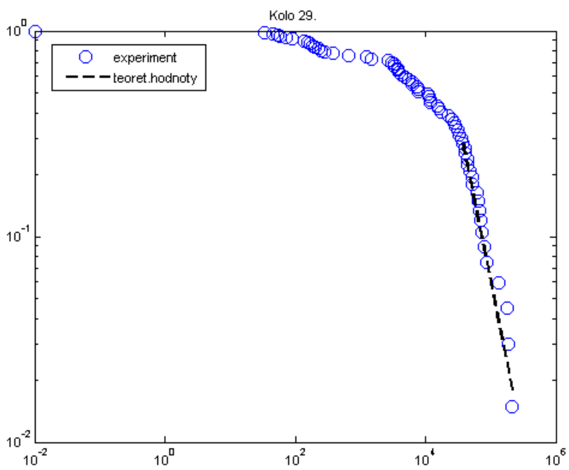
Příloha F: Ekonomika Lorien v jednotlivých kolech



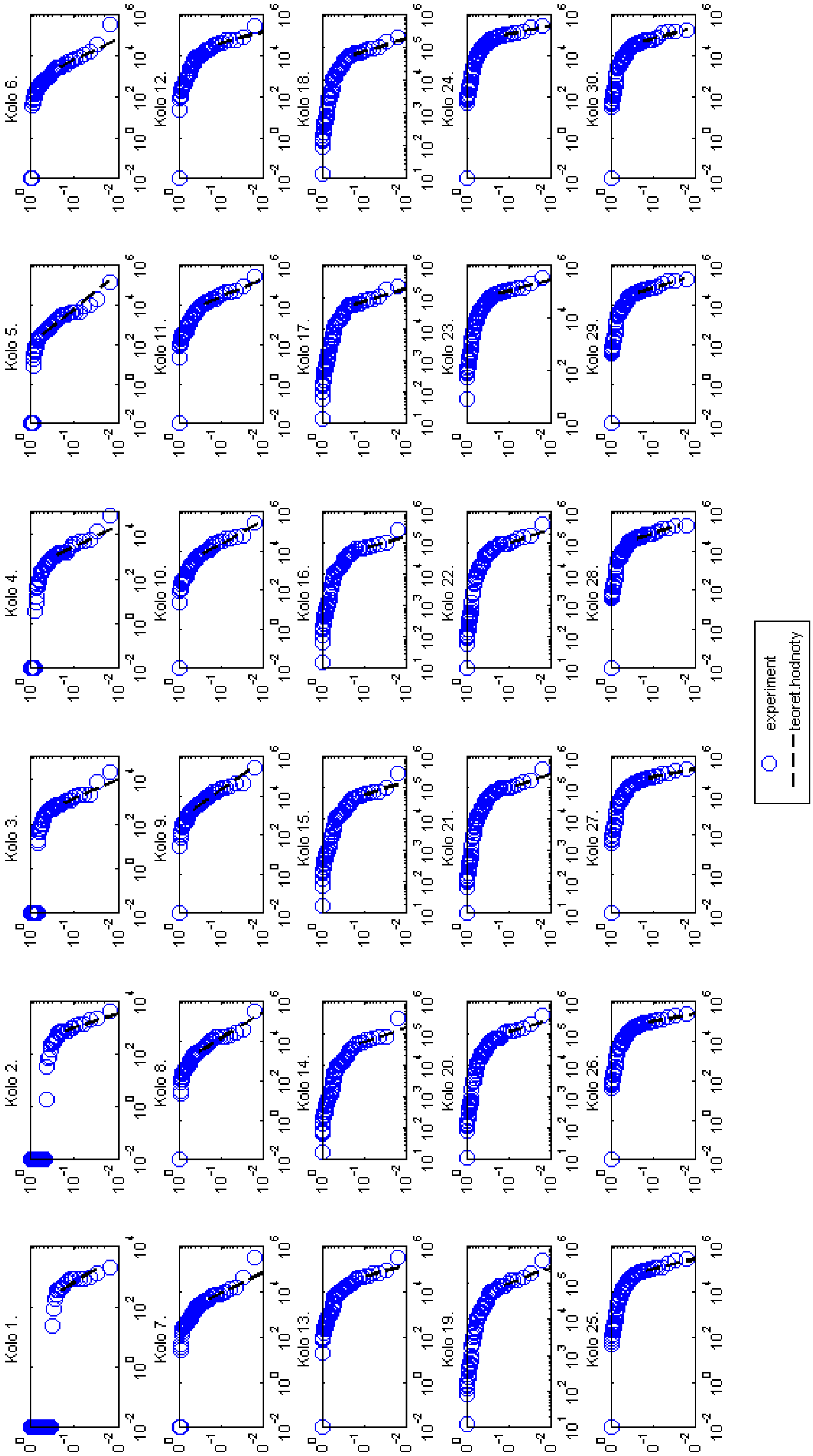
Příloha G: Ekonomika Arabela v 5., 11. a 29. kole



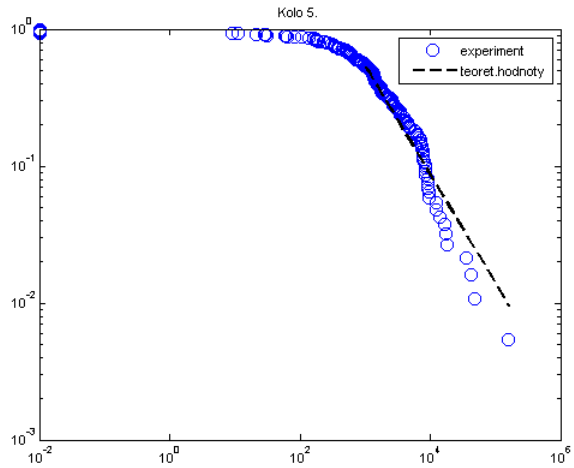


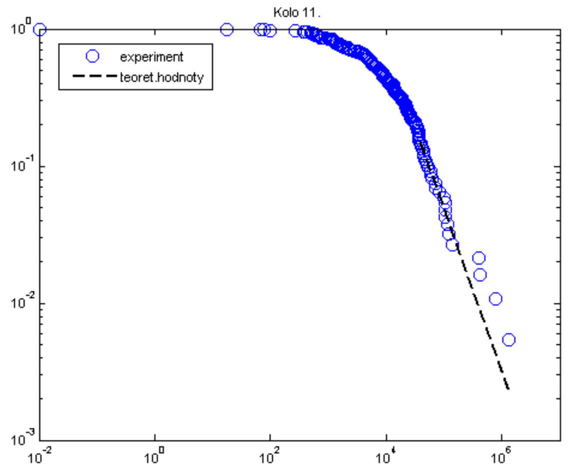


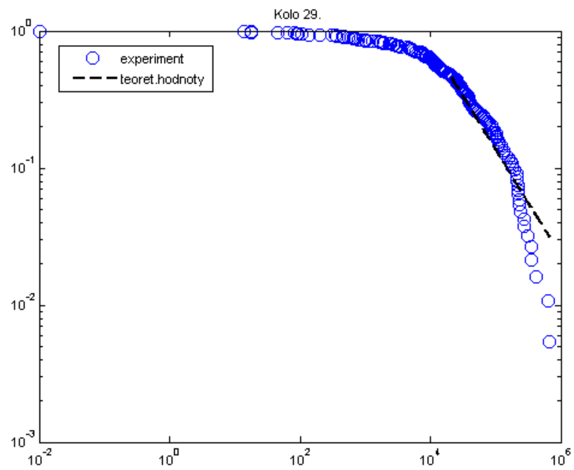
Příloha H: Ekonomika Arabela v jednotlivých kolech



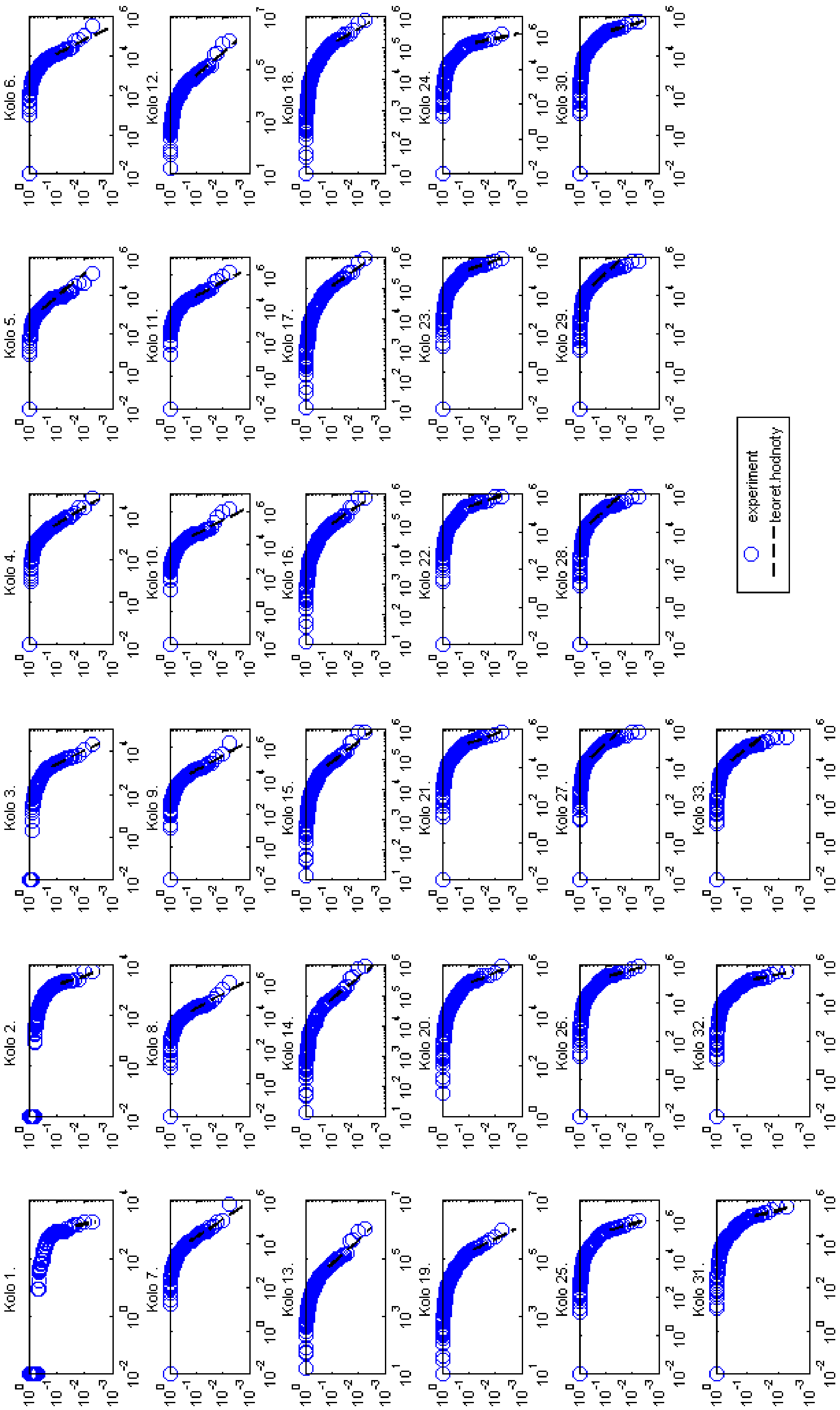
Příloha I: Ekonomika Rumburak v 5., 11. a 29. kole



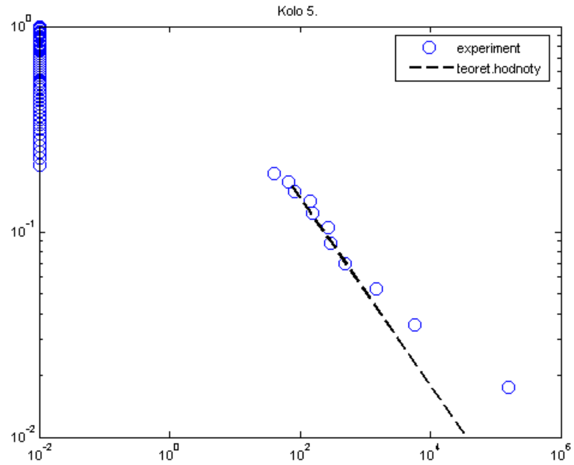


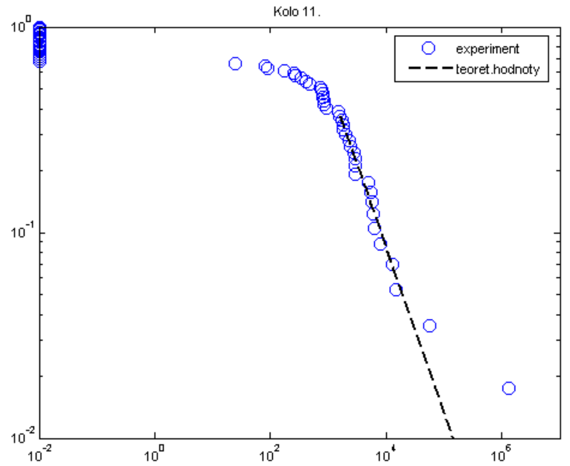


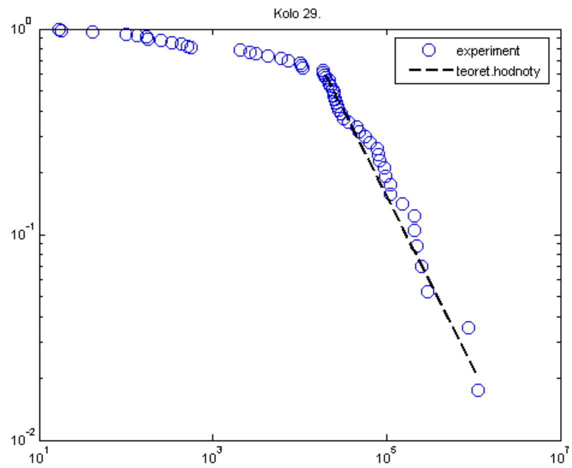
Příloha J: Ekonomika Rumburak v jednotlivých kolech



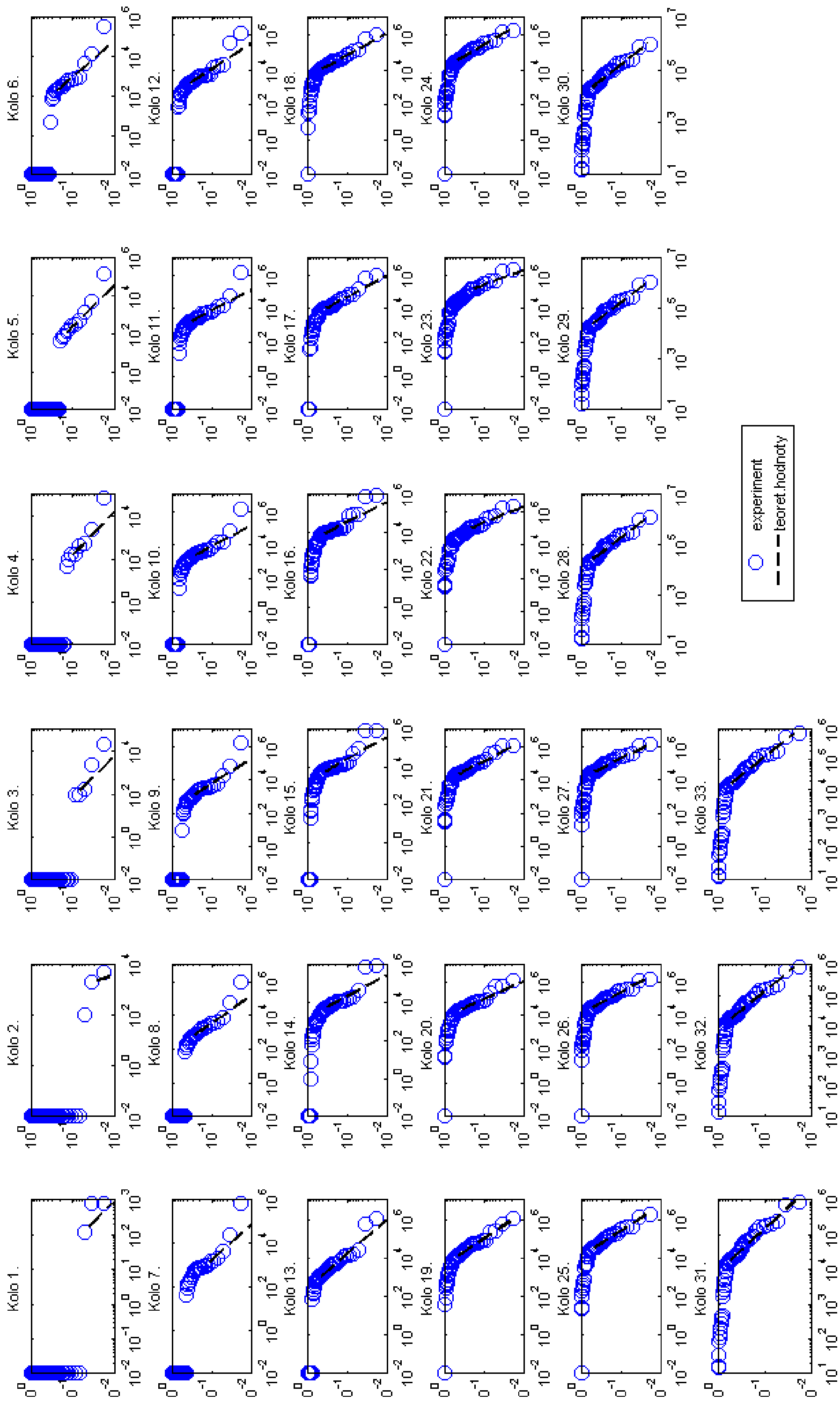
Příloha K: Ekonomika Vigo v 5., 11. a 29. kole



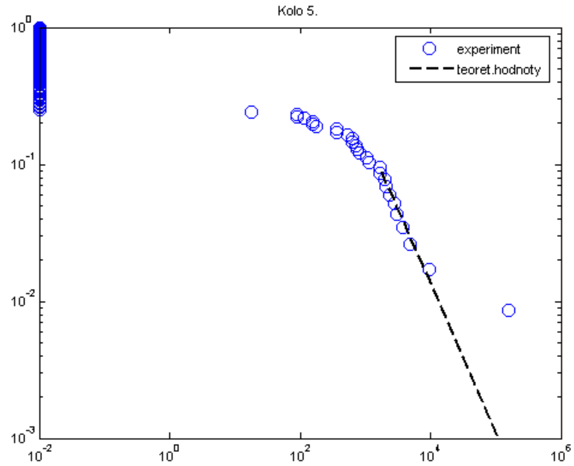


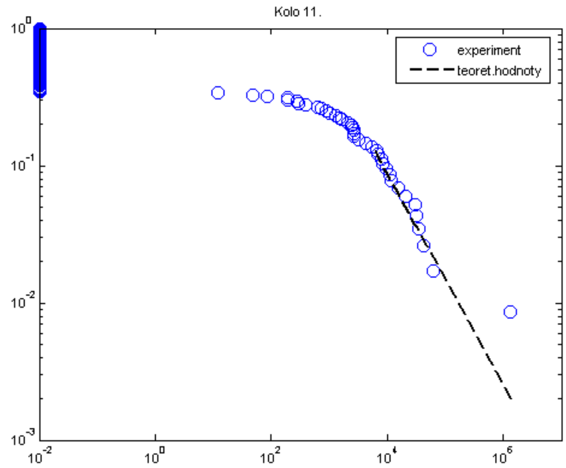


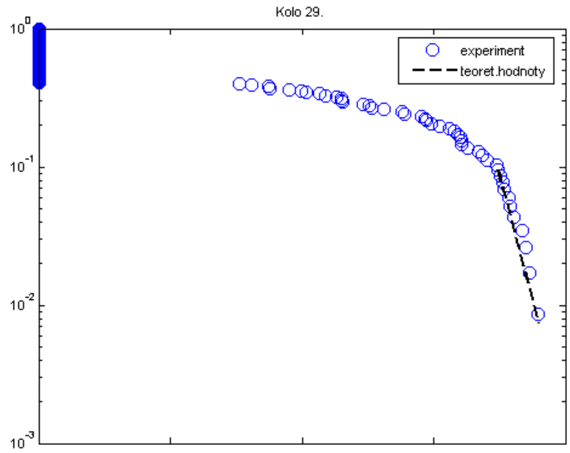
Příloha L: Ekonomika Vigo v jednotlivých kolech



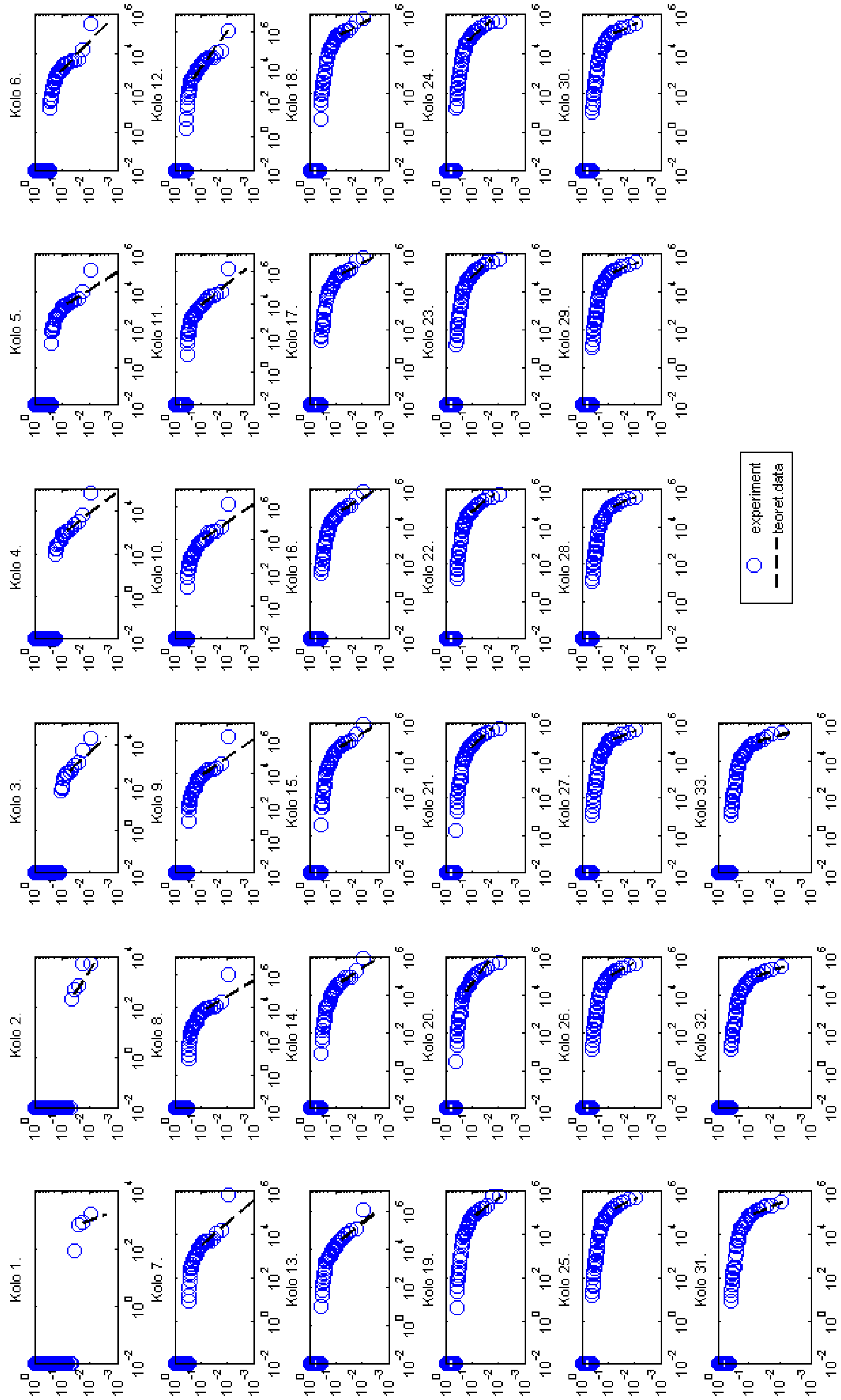
Příloha M: Ekonomika Blekota v 5., 11. a 29. kole



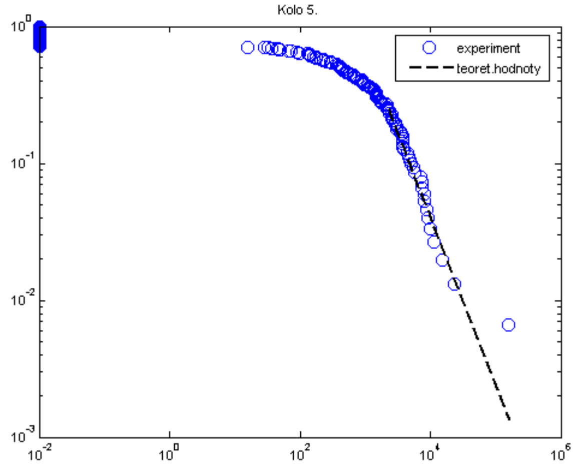


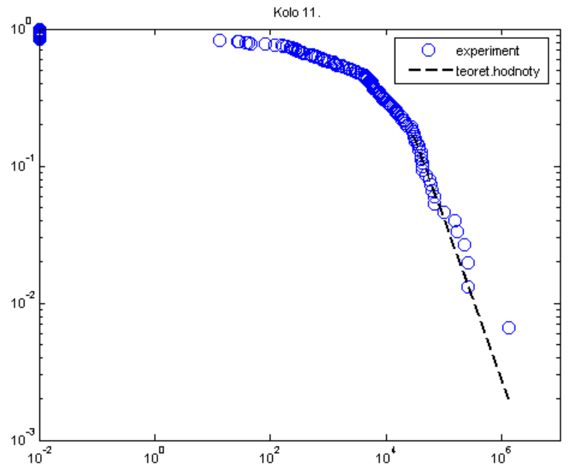


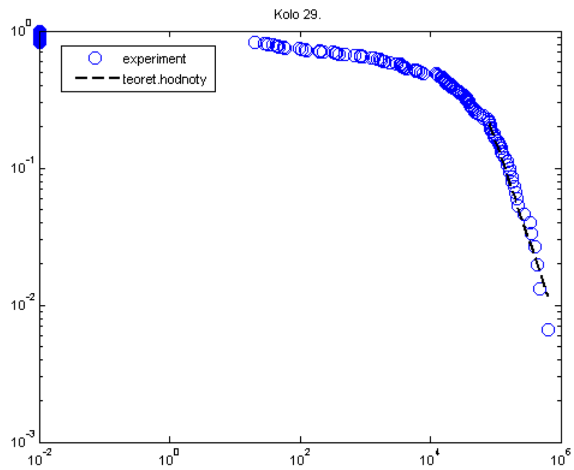
Příloha N: Ekonomika Blekota v jednotlivých kolech



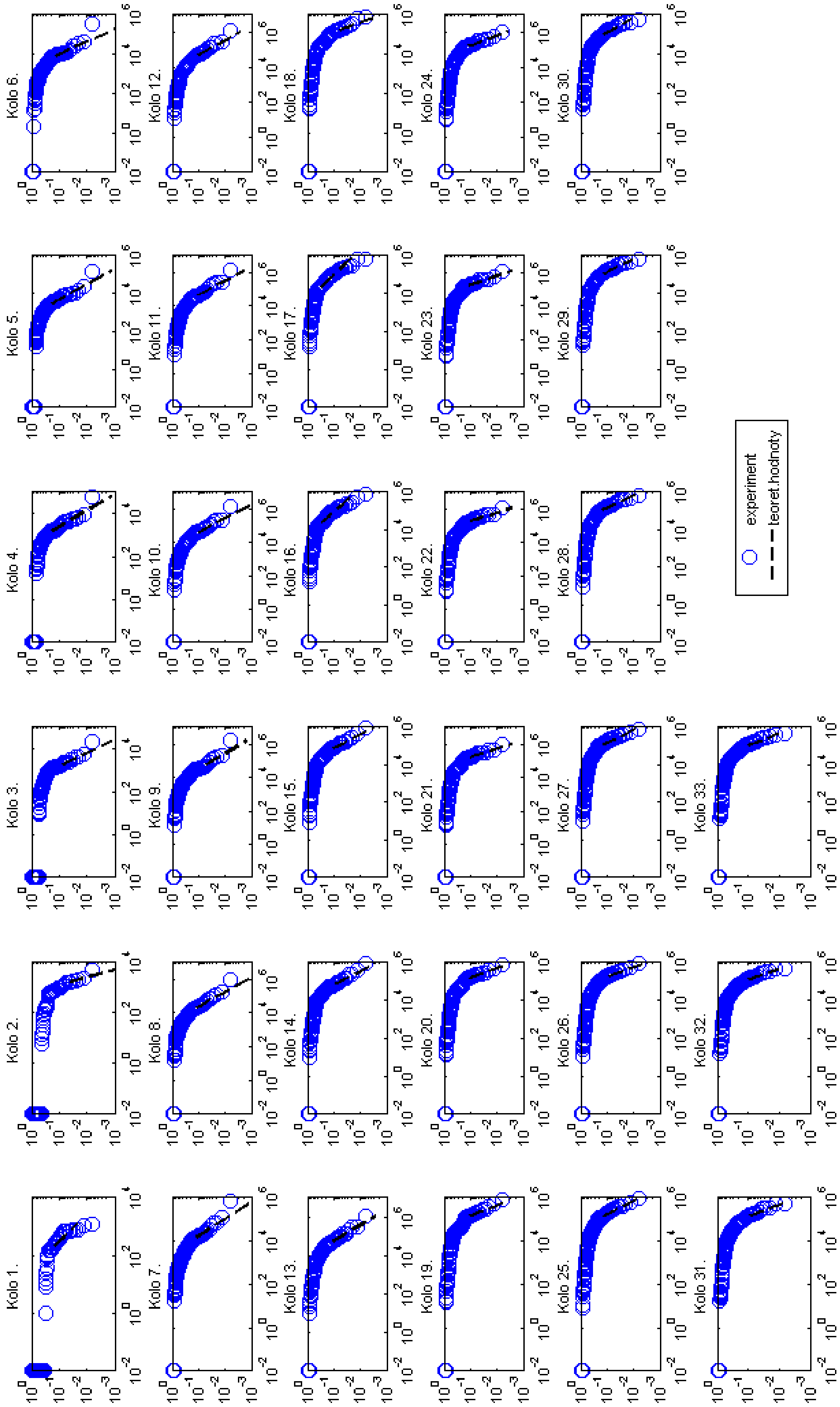
Příloha O: Ekonomika Mekota v 5., 11. a 29. kole



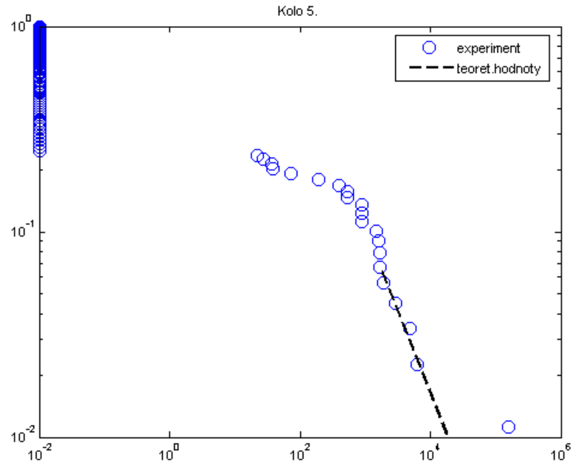


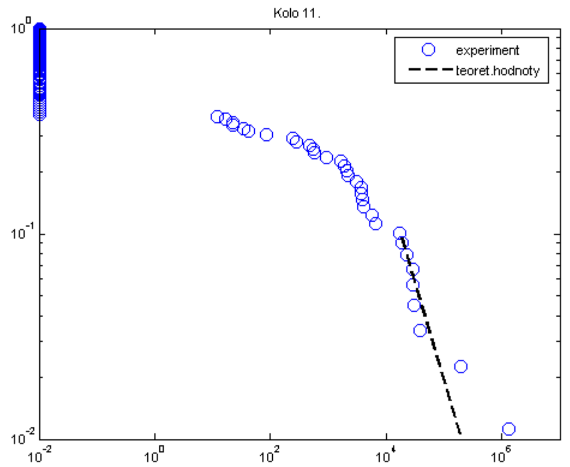


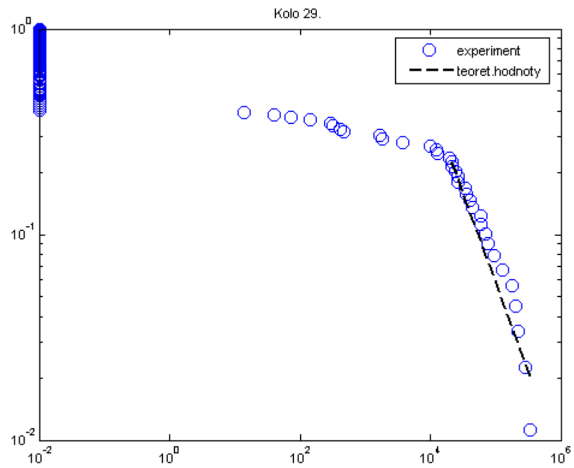
Příloha P: Ekonomika Mekota v jednotlivých kolech



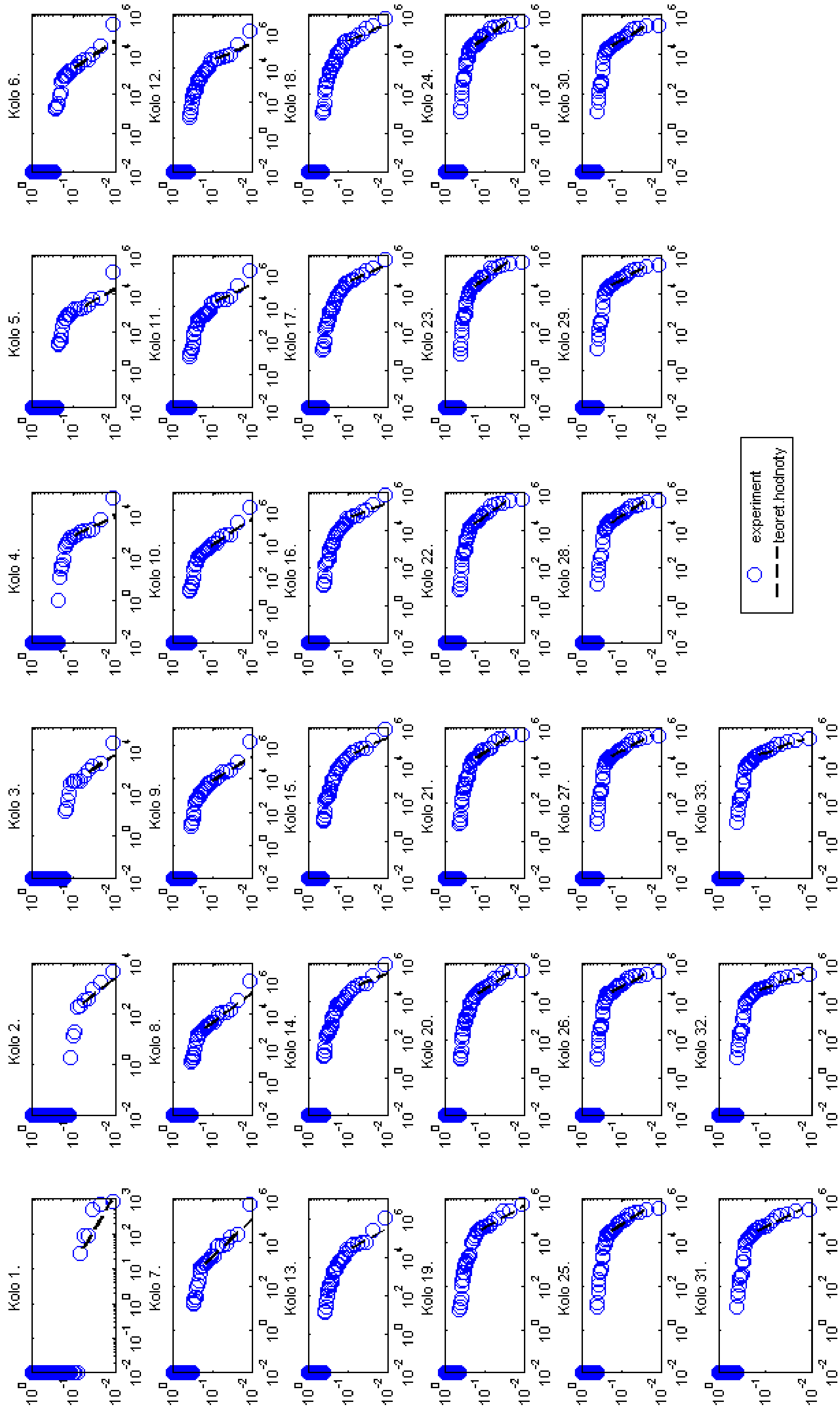
Příloha Q: Ekonomika Pekota v 5., 11. a 29. kole



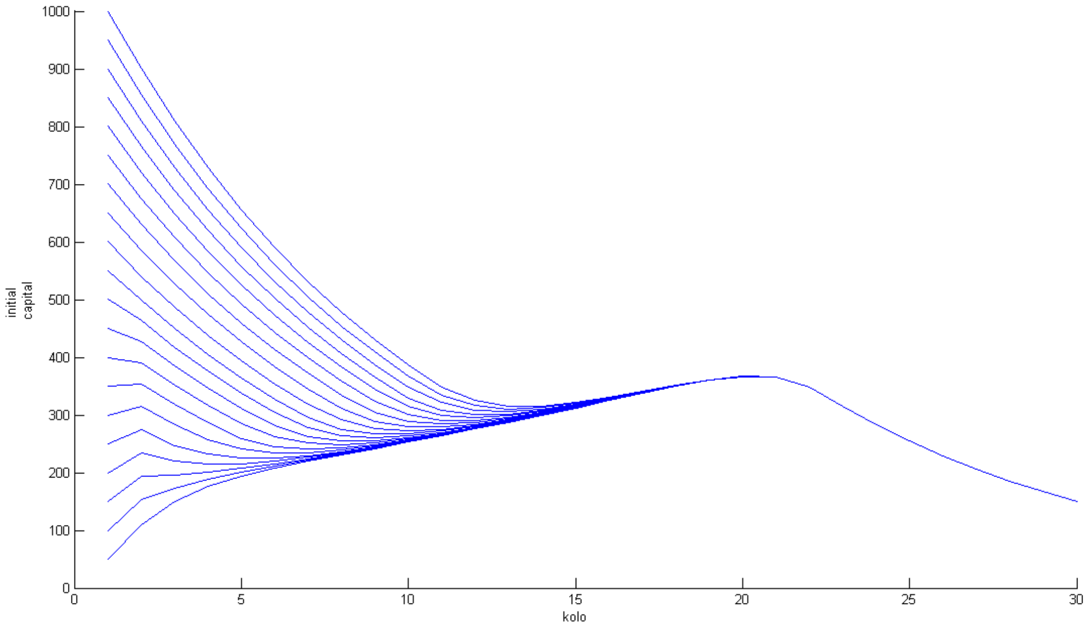




Příloha R: Ekonomika Pekota v jednotlivých kolech



Příloha S: Bellmanův princip optimality



ABSTRAKT

SIROTEK, V. *Specifikace makroekonomického modelu z pohledu ekonofyziky*. Diplomová práce, Plzeň: Fakulta ekonomická ZČU v Plzni, 93 s., 2012.

Klíčová slova: Ekonofyzika, DSGE modely, Mocninné rozdělení, Boltzmann-Gibbsovo rozdělení, DSGEgame

Tato diplomová práce je zaměřena na prozkoumání současných směrů výzkumu v relativně novém oboru ekonofyzika. V úvodu práce je uveden přehled možných aplikací fyzikálních zákonitostí na ekonomické prostředí a jsou prezentovány některé výsledky již provedených výzkumů. V další části je charakterizován popis DSGE modelů. Následně je představen software DSGEgame jako produkt vyvinutý na Fakultě ekonomické ZČU v Plzni a popsán použitý ekonomický model. V praktické části je vyhodnocena analýza vývoje kapitálu u průměrných reprezentantů jednotlivých ekonomik vzhledem k optimální trajektorii a na základě teoretické části bylo potvrzeno mocninné rozdělení kapitálu nejmajetnější vrstvy populace v dané ekonomice.

ABSTRACT

SIROTEK, V. *The Specification of Macroeconomic Model from Econophysics Point of View.* Diploma thesis., Pilsen: The Faculty of Economics, University of West Bohemia in Pilsen, 93 p., 2012.

Key words: Econophysics, DSGE Models, Power-law Distribution, Boltzmann-Gibbs Distribution, DSGEgame

This diploma thesis is focused on the topic of Econophysics as a new science with a certain potential in many areas. At the beginning there is mentioned an overview about the possible application of physical theory into economic science and there are introduced several researches published recently. In the next charter there are described DSGE models. The following part introduced DSGEgame – a software developed at The Faculty of Economics at West Bohemia University in Pilsen. The practical part evaluates the course of capital by average representative of considered economic systems relative to optimal trajectory. In the last part there was confirmed the fitting of power-law distribution for the population with the highest level of capital in each round.