

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA EKONOMICKÁ

Diplomová práce

**Uplatňování metod teorie front při řízení vybraných
podnikových procesů**

**Application of theory of queues for some corporate
processes control**

Bc. Tomáš Pražský

Plzeň 2012

ZADÁNÍ !!!

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma

„Uplatňování metod teorie front při řízení vybraných podnikových procesů“

vypracoval samostatně pod odborným dohledem vedoucího diplomové práce za použití pramenů uvedených v příložené bibliografii.

V Plzni, dne 8.prosince 2011

.....

podpis autora

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval doc. RNDr. Ing. Ladislavu Lukášovi, CSc. za ochotné vedení a podnětné rady při vzniku této diplomové práce. Zároveň bych chtěl poděkovat Ing. Vladislavě Korbelové, vedoucí odbytu společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o., za vstřícné poskytnutí potřebných informací týkajících se výrobního podniku.

Obsah

1. Úvod	7
2. Představení podniku ze sektoru automobilového průmyslu	9
2.1 Poptávka – nabídka	10
3. Některé obecné modely teorie front	18
3.1. Uvedení do problematiky systémů hromadné obsluhy	18
3.1.1. Charakteristiky systémů hromadné obsluhy.....	19
3.1.2. Klasifikace modelů hromadné obsluhy	26
3.1.3. Analýza systémů hromadné obsluhy	26
3.2. Obecný model systému hromadné obsluhy	27
3.2.1. Odvození modelu	27
3.2.2. Obecné formulace některých nepoužívanějších charakteristik	36
3.3 Stručný přehled základních modelů SHO	37
3.3.1 Exponenciální model jednoduché obsluhy M/M/1.....	37
3.3.2 Exponenciální model vícenásobné obsluhy M/M/m	40
4. Aplikace modelů SHO ve vybraném podniku	43
4.1 Představení obslužných procesů.....	43
4.2 Analýza výroby z hlediska teoretických modelů	44
4.2.1 Rozbor z hlediska obsluhy	44
4.2.2 Zdroj požadavků	46
4.2.3 Režim fronty	46
4.3 Kvantitativní analýza	47
4.3.1 Výroba	47
4.3.2 Expedice	50
4.3.3 Navržené přípustné údržbové režimy ve výrobě	53
4.4 Modely – numerická realizace	56
4.4.1 Výpočty alternativ	56
4.4.2 Kalkulace jednotlivých variant	57
5. Závěr.....	58
6. Abstrakt.....	60
7. Seznam obrázků	62
8. Seznam tabulek	63

9. Seznam grafů.....	64
10. Seznam použitých zdrojů	65
11. Seznam příloh.....	67

1. Úvod

Cílem mojí diplomové práce je provedení analýzy výrobních procesů ve vybraném podniku z oblasti automobilového průmyslu a ilustrování jejich propojenosti s teoretickými modely systémů hromadné obsluhy (dále SHO).

Stěžejními partiemi předkládané diplomové práce jsou kapitoly 2, 3 a 4. Ve 2. kapitole se zaměřím na představení podniku EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o., se kterým jsem spolupracoval při vytváření této práce. Následující kapitola bude věnována teoretickému rozboru problematiky systémů hromadné obsluhy s důrazem na nejčastěji se vyskytující modely M/M/1 a M/M/m. Poté bude v rámci 4. kapitoly ilustrována propojenost teoretických modelů SHO s praktickým využitím ve zvoleném podniku. Kromě analýzy výrobního procesu budou vytvořeny alternativní návrhy pro údržbové režimy. Cílem tohoto návrhu je ilustrovat možnost zavedení současného průběhu výroby a údržby vstřikovacích lisů. Součástí této kapitoly bude také vytvoření matematické kalkulace v programu Mathematica Wolfram Research Inc., jejímž cílem bude výpočet požadovaných charakteristik modelu SHO pro zadané parametry.

Systémy hromadné obsluhy, resp. teorii hromadné obsluhy, můžeme charakterizovat jako disciplínu, která analyzuje a řeší procesy, ve kterých se vyskytují přicházející požadavky, s respektováním stochastických vlivů. Ty procházejí zařízeními, od kterých vyžadují obsluhu. Typickým rysem SHO je vytvoření fronty a čekání požadavků na obsluhu, která závisí právě na těchto náhodných vlivech. [6]

Analýza SHO je prováděna především pomocí deskriptivních modelů a následně případně i optimalizačních modelů. Při nastavení SHO jde vždy o určitý kompromis mezi dvěma cíli – velikostí fronty požadavků na straně jedné a časovými prostoji obslužných míst na straně druhé. Nalezení ideálního uspořádání SHO tak může být velmi náročné a nákladné. Z ekonomického hlediska jde o to, nastavit tento systém tak, aby docházelo k maximalizaci zisku, resp. minimalizaci nákladů a maximalizaci příjmů.

Reálné systémy hromadné obsluhy se vyskytují v praxi v různých alternativách. Řada z nich neaplikuje žádné modelové prostředky či analýzy pro svoje správné nastavení. Pro zjištění takových hodnot systému se využívá teoretických modelů SHO, které jsou rozděleny podle různých kritérií – např. podle počtu obslužných míst, uzavřenost/otevřenosti systému, režimu fronty, apod.

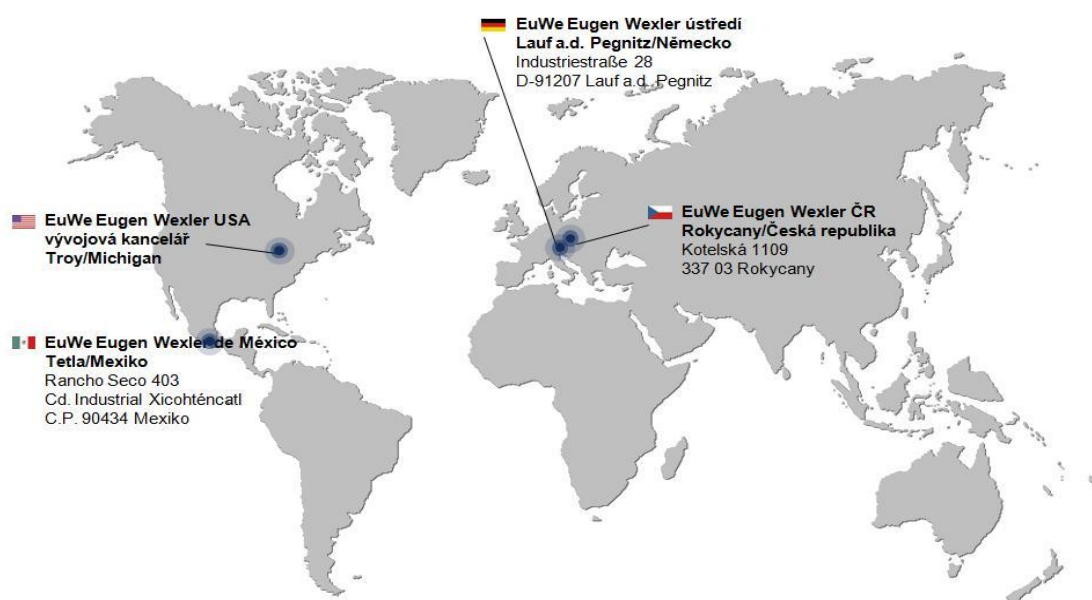
1. Úvod

Při vytváření diplomové práce budou využita data a poznatky, získané ve společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech, která se specializuje na výrobu plastových dílů v oblasti automobilového průmyslu.

2. Představení podniku ze sektoru automobilového průmyslu

Společnost EuWe Eugen Wexler se specializuje na výrobu plastových interiérových dílů pro automobily. Mezi sortiment podniku patří například středová konzole, obložení sloupků, obložení zavazadlového prostoru, odkládací skříňka, obložení sedaček, nástupní lišty, okenní rámy, plnicí hrdla, apod.

Firma byla založena asi před 40 lety v německém Röthenbachu a její výroba byla z počátku zaměřena na kovové produkty. Po roce 1970 se výroba rozšířila na díly z plastů a firma se přesunula do Lauf an der Pegnitz nedaleko Norimberku. Neustále se zvyšující poptávka v automobilovém průmyslu byla příčinou nutného rozšíření firmy i do dalších lokalit.



Obr. 2.1: Mapa závodů společnosti EuWe

Pramen: Prezentace společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech (2008)

První mezinárodní kroky vedly v roce 1993 do Mexika, kde byl ve spolkovém státě Tlaxcala založen joint-venture EuWe de México, který má za úkol zásobovat severoamerický trh. V roce 1994 začíná skupina EuWe ovládat i východoevropský trh díky založení dceřiného podniku EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech, v České republice. Závod v Rokycanech byl postaven v roce 1993 s původním počtem 28 zaměstnanců, který postupem času narostl až na současných 560. Byly vystavěny

3 výrobní haly a logistický areál. Firma vlastnila do roku 2009 38 lisovacích strojů, z nichž 34 bylo vybaveno roboty, 3 lasery pro ořez přebytečných látek z dílů, 380 forem, ze kterých bylo možné vyrobit 500 druhů různých dílů. V roce 2009 došlo k výstavbě čtvrté výrobní haly a rozšíření výroby. Bylo dokoupeno 14 vstřikovacích lisů, 1 laser, 7 svařovacích strojů na plasty a přibylo 45 forem na výrobu plastových dílů. Společnost zahájila výrobu nových dílů pro automobily BMW F20, BMW F30, Opel Astra, Opel Zafira, VW 120. Odbyt dílů na tyto automobily je předpokládán v horizontu 5-6 let.

Zavedení třísměnného provozu bylo ještě do roku 2008 nedostačující. Vysoká poptávka nutila firmu vyrábět i ve víkendových dnech na 30% provoz ve třech směnách. Teprve prohlubující se odbytová krize v automobilovém průmyslu, která společnost citelně ovlivnila na přelomu let 2008 a 2009, měla za následek pokles zisků a byla příčinou zrušení těchto víkendových směn. Důsledky hospodářské krize budou mít dopad ještě na produkci v roce 2011. V roce 2012 se očekává zlepšení situace a pro rok 2013 má již firma uzavřené dlouhodobé kontrakty s automobilkami na dodávku dílů pro nově vytvářené modely osobních vozidel. Z toho důvodu jsou roky 2013 až 2016 pro firmu předpovídány jako velmi příznivé.

V současnosti probíhá výroba ve třísměnném provozu, ve zcela výjimečných případech i o víkendech.

V prvopočátcích nového rozvíjejícího se podniku patřila k hlavním a nejdůležitějším odběratelům společnost Škoda Auto a.s., která jím zůstává i nadále. Dalšími stálými významnými odběrateli jsou automobilky Opel, Suzuki a BMW.

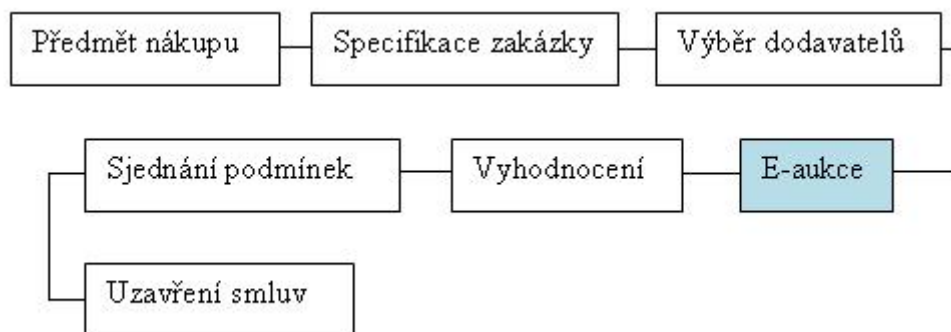
2.1 Poptávka – nabídka

Poptávky a případné následné objednávky se dějí převážně elektronickou cestou. Pracovníci projekčního oddělení firmy EuWe mají přístup na webové stránky zákaznických firem, kde mohou sledovat nové možné poptávky. Zde také probíhá následná e-aukce, jejíž celkový průběh se skládá z několika fází:

2. Představení podniku ze sektoru automobilového průmyslu

- 1) vytipovaným dodavatelům je odeslán detailní popis poptávaných položek (množství, specifikace,...)
- 2) oslovený dodavatel se přihlašuje k účasti v aukci a připravuje svoji nabídku (výrobu dílů, přípravků, nástrojů, kalkulaci,...) a odesílá ji do požadovaného termínu zpět
- 3) vlastní aukce – z pohledu firmy EuWe není známo, kolik dalších firem se účastní aukce. Na portálu se objeví pouze její původní zasláná cena nabídky. Pokud je příliš vysoká, je zákazník – budoucí dodavatel – označen červenou barvou, z čehož lze usoudit, že konkurenční nabídky jsou nižší. Přes oranžové označení je možné se dostat až na barvu zelenou, a to tehdy, jsou-li podmínky a cena pro odběratele akceptovatelné. Toho lze dosáhnout snižováním ceny v průběhu aukce.
- 4) Osobní jednání s odběratelem – i zde ještě může dojít k úpravě ceny, upřesnění detailů a podmínek spolupráce.

Zjednodušené schéma e-aukce



Obr. 2.2: Zjednodušené schéma e-aukce

Pramen: vlastní zpracování, 2011

Výše uvedeným způsobem řeší svoji poptávku firma VW (Škoda).

Firma SUZUKI zasílá svoji poptávku na požadované automobilové díly také elektronickou cestou. Společnost EuWe pak vypracuje a odesílá zpět nabídku – výrobu

dílů, přípravků, obalů, nebo pouze jejich pronájem, včetně kalkulace. I v tomto případě probíhají další kola jednání hlavně ohledně snížení cen z pohledu odběratele.

Objednávka výrobku – zakázky

Objednávání výrobků (elektronickou cestou) probíhá tak, že zákazník zašle dodavateli denní, týdenní, popřípadě i dlouhodobější výhledy svých požadavků.

GM/Opel, Suzuki vystavují například tzv. Pick-up sheet na jednotlivé dodávky. Takovou objednávku posílají současně i dopravci. Tento dokument pak slouží jako ložní list, který obsahuje vše potřebné o dodávce jako je označení dílů, jejich množství, typ, počet obalů, rozměry, ale i místo a čas nakládky.

BMW posílá denní výhledy a společnost EuWe si pak sama sestavuje dodávky a avizuje množství potřebných obalů k odvozu sjednané spediční firmě.

Firma Škoda Auto posílá z jednotlivých závodů tzv. kanbanové objednávky (s předstihem jedné směny) a pravidelně si odvoz dílů zajišťuje sama, a to i několikrát denně.

Kanban [10]

Jde o bezzásobovou technologii, která byla vyvinuta japonskou firmou Toyota Motors. Nejčastější použití je ve strojírenské výrobě, zvláště pak v automobilovém průmyslu.

Principy:

- dodavatel ručí za kvalitu, odběratel je povinen objednávku vždy převzít
- spotřeba materiálu je rovnoměrná bez velkých výkyvů a sortimentních změn
- dodavatel ani odběratel nevytvářejí žádné zásoby
- fungují zde tzv. samořídící regulační okruhy, které tvoří dvojice článků (dodávající a odebírající) vzájemně propojené na základě tzv. pull principu
- objednacím množstvím zde je obsah jednoho nebo více přepravních prostředků, plně naplněných vždy konstantním množstvím materiálu

Posloupnost kroků v systému kanban

- 1) odběratel odešle dodavateli prázdný přepravní prostředek opatřený výrobní průvodkou (štítkem, kartou – jap. kanban), plnící funkci standardní objednávky
- 2) příchod prázdného přepravního prostředku k dodavateli je impulsem k zahájení výroby dané dávky
- 3) vyrobenou dávkou je naplněn přepravní prostředek, je opatřen přepravní průvodkou, která má opět formu štítku (jap. kanban), a odeslán odběrateli
- 4) odběratel převezme došlou dávku a zkontroluje počet a druh dodaných kusů

Hlavní cíle:

- minimalizace zásob ve výrobě a skladu
- zjednodušení řízení a plánování, lepší přehled výroby i zásob
- plnění termínů

Dodavatelé výrobních komponentů

Hlavním komponentem pro produkci plastových automobilových dílů firmy EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. je polypropylen (mezinárodní zkratka PP). Výchozí surovinou pro výrobu PP jsou odpady, vzniklé při zpracování ropy. Polypropylen vyniká velmi dobrou mechanickou i chemickou odolností, při hoření neprodukuje tolik kouře, odolává vodě, zásadám i solím. Je dodáván ve formě granulátu firmami Sabic (Saudská Arábie), DOW (Nizozemí), Silon s.r.o. (Česká republika – Planá nad Lužnicí).

Firma Biesterfeld – Interowa (Rakousko) dodává termoplastický elastomer, materiál vhodný k použití v prostředí s dlouhodobě vysokými teplotami, odolný proti olejům, pohonným směsím a rozpouštědlům. Je pružný a ohebný i při velmi nízkých teplotách (až -40°C), stejně dobře zpracovatelný jako PP.

Credum spol. s.r.o. - dovozce a dodavatel termoplastů PC/ABS v podobě granulátu a prášku.

Výroba dílů

Výrobní proces je založen na typické sériové výrobě, kdy je stanovena výrobní dávka podle požadavku zákazníka (zhruba na 5 denní požadavek). Důvodem jsou minimální skladovací zásoby hotových výrobků, odpadá častá výměna lisovacích forem ve strojích a předchází se neefektivním prostojům ve výrobě.



Obr. 2.3: Přehled výrobků

Pramen: Prezentace společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech (2008)

Požadované komponenty se vyrábějí vstřikováním, to je způsob tváření plastických hmot, při kterém se zpracováváný materiál v roztaveném stavu vstřikuje do forem, kde se pod tlakem ochladí a nechá ztuhnout. K tomuto procesu dochází ve vstřikovacím stroji, který umožní roztavení plastické hmoty (převážně granulátu). Velkou rychlostí a tlakem dopraví takto vzniklou taveninu do uzavřené tvarové dutiny (formy) lisovacího zařízení. Tato dutina musí přesně odpovídat požadovanému tvaru vylisku, musí zajistit co nejrychlejší temperaci vylisku na požadovanou teplotu podle použité technologie zpracování daného plastu a umožnit správné a rychlé vyjmutí vylisku z dutiny formy. Po vychladnutí se forma otevírá, výrobek se „vyhazuje“ a celý cyklus se opakuje. Tato technologie – vstřikování – je nejrozšířenější metodou zpracování plastů, vyžaduje však velké série vyrobených produktů.



Obr. 2.4: Forma na výrobu plastového dílu

Pramen: vlastní zpracování, 2011

Vstřikovací lis má maximální (teoretickou) výrobní kapacitu 450ks výlisků za osmihodinovou směnu. Při zapojení 52 lisů a tří-směnném provozu (5 dní v týdnu) je roční maximální (teoretická) kapacita přibližně 18 252 000 výrobků. Skutečná roční vytiženost stroje ale nedosahuje těchto čísel, neboť se pohybuje na úrovni necelých 80% maximální kapacity – přibližně 350ks výlisků za směnu. Zbývajících zhruba 20% připadá na časové prodlevy spojené s údržbou lisu a výměnou forem. Reálná kapacita produkce je tedy zhruba 14 196 000 výlisků ročně.

Další specifickou metodou je dvoukomponentní vstřikování, které spočívá v tom, že se vstřikují do jedné formy dva druhy materiálu, například plast a guma nebo plast a textilní materiál. Některé výlisky se dále opracovávají laserem nebo tepelně či vibračně svařují. Poslední uvedená metoda se využívá nejen pro všechny známé termoplasty, ale dokonce i pro ty, které obsahují až 45% zcela jiného materiálu, nebo části s několikvrstvými povrchovými nástřiky.

Pro každý výrobek existuje technologický postup ve formě tzv. vstřikovací karty, což je disketa, která nese veškeré technologické informace, potřebné ke správnému nastavení lisu. Například jsou na ní uloženy informace o teplotě, času a tlaku.

Hlavní surovinou pro výrobu je polypropylen (PP) ve formě granulátu, který je nakupovaný v cisternách a pak skladovaný v síle v areálu společnosti, nebo v pytlích na paletách, které je nutné dále před použitím skladovat. Výhodou skladování v síle je přímá doprava granulátu potrubím do sušících zařízení, umístěných ve výrobních halách. Odpadají zbytečné náklady se skladováním, dopravou a manipulací granulátu v pytlích. Po usušení je granulát opět potrubím dopraven k jednotlivým vstřikovacím lisům. Tady se plní do násypky, kam je možné podle požadavků zákazníka přidávat i barvivo, dále je sypán do komory, kde je plastifikačním šnekem tlačěn do vstřikovacího válce, ve kterém se ohřívá a ve formě taveniny vstupuje do trysky, kterou je vstřikována do formy. Vstřikovací forma svou velikostí a počtem otisků (počet dílů, které „vypadávají“ při jednom zdvihu formy) odpovídá požadavkům na budoucí výrobek a požadované kapacitě výroby. Zvyšováním počtu otisků roste kapacita výroby a klesá cena výrobku. Současně je ale nákladnější výroba formy.

Vstřikovací lis ve výrobě firmy EuWe obsluhují jeden až dva pracovníci. Po opracování a kontrole dílu provádějí zabalení, uložení do přepravek a paletizaci. Paleta s hotovými výrobky je převezena na kontrolní pracoviště, kde probíhá namátková kontrola dílů a jejich zaúčtování. Dále se paleta převáží do logistického centra, kde se skladují prázdné obaly, palety k expedici i nakupovaný materiál, a odtud se provádí expedice výrobků k odběrateli.

Logistické centrum se nachází ve vzdálenosti 400 metrů od hlavního areálu a přeprava výrobků je zde zajišťována outsourcingovou firmou. Vzdálenost skladovacích prostor a jejich poměrně malá, prostorově omezená kapacita nutí firmu k velmi podrobnému sledování a řízení stavu všech zásob a optimalizaci výrobního procesu.

2. Představení podniku ze sektoru automobilového průmyslu



Obr. 2.5: Prostory společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech - 2008

Pramen: Prezentace společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech (2008)



Obr. 2.6: Prostory společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech – 2011

Pramen: Internetový vyhledávač Mapy.cz

3. Některé obecné modely teorie front

3.1. Uvedení do problematiky systémů hromadné obsluhy

Modely teorie front můžeme ekvivalentně nazývat jako modely pro popis systémů hromadné obsluhy (SHO).

Systémy hromadné obsluhy jsou součástí každodenního reálného života. Jde o systémy realizující obsluhu požadavků, které do nich přicházejí, aby byly obslouženy.

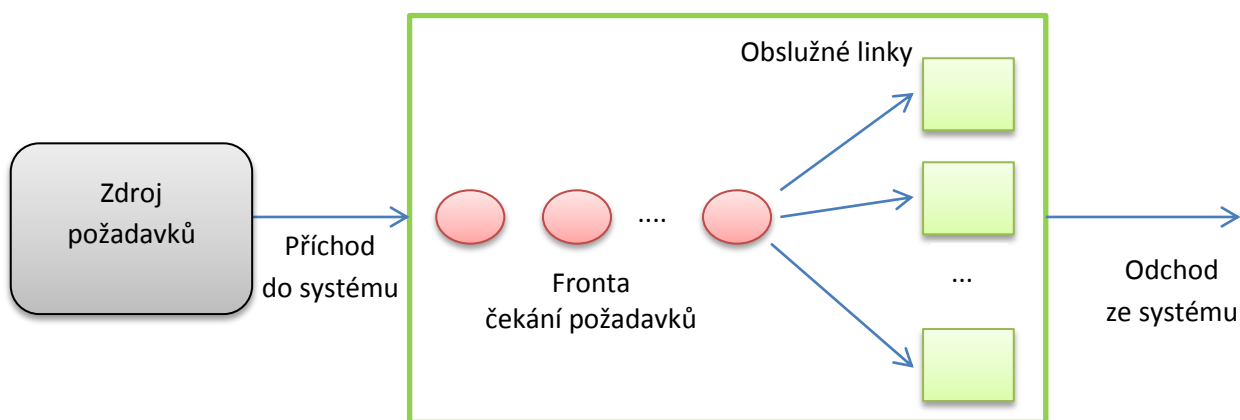
V systémech hromadné obsluhy se standardně vyskytují následující dvě složky:

- požadavky – přicházejí do systému za účelem realizace obsluhy
- obslužná zařízení (obslužné linky) – jejich úkolem je obsloužit přicházející požadavky

Kapacita obslužných linek je omezená, požadavky vstupují do systému s různou intenzitou.

V závislosti na kapacitě obslužných linek a intenzitě příchodu požadavků do systému může dojít ke hromadění čekajících požadavků. Taková skupina požadavků je nazývána frontou. Právě proto jsou modely systémů hromadné obsluhy někdy nazývány též jako modely teorie front.

Systémy hromadné obsluhy jsou analyzovány z důvodu zvolení jejich efektivního fungování – aby před obslužnými zařízeními nevznikaly příliš velké fronty čekajících požadavků, na druhé straně, aby nevznikaly prostoje při práci těchto zařízení.



Obr. 3.1: Obecné schéma systému hromadné obsluhy

Z obrázku (3.1) je vidět, že systémem hromadné obsluhy je vše, co je mezi příchodem požadavku do systému a jeho odchodem ze systému. Zejména pak fronta, v některých případech fronty, požadavků, čekajících na obsloužení, a obslužné linky, které obsluhu zajišťují.

Reálné systémy hromadné obsluhy se v praxi vyskytují skutečně všude okolo nás. Řada takových systémů nevyužívá žádné modelové prostředky pro svoji optimalizaci. Pro ilustraci „běžnosti“ SHO je v následující tabulce uvedeno několik příkladů:

SYSTÉM	OBSLUŽNÉ LINKY	POŽADAVKY
Školní jídelna	Výdejny obědů	Studenti/strávníci
Ordinace lékaře	Lékař	Pacienti
Myčka vozidel	Mycí linka	Automobily
Výrobní linka	Stanoviště na lince	Výrobky
Pobočka banky	Úředníci	Klienti
Lyžařský areál	Lyžařské vleky	Lyžaři

Tab. 3.1: Příklady SHO z reálného života

3.1.1. Charakteristiky systémů hromadné obsluhy

Systémy hromadné obsluhy mají různou strukturu – od systémů s jednou obslužnou linkou až po systémy s velmi složitou strukturou.

SHO můžeme rozdělovat podle několika kritérií, kterými jsou:

- a) zdroj požadavků
 - a. nekonečný – zdroj požadavků může být sice konečný (počet registrovaných pacientů u lékaře, počet strávníků přihlášených k odběru obědů ve školní jídelně), ale z důvodu toho, že jde o stovky až tisíce požadavků, lze jej považovat za nekonečný. SHO s nekonečným zdrojem požadavků nazýváme otevřený systém hromadné obsluhy.
 - b. konečný – zdroj požadavků je omezený. V tomto případě se jedná o uzavřený systém hromadné obsluhy

b) příchod požadavků do systému – lze popsat dvěma ukazateli:

- a. intenzitou příchodů = počet požadavků, které přijdou do systému za jednotku času
- b. intervaly mezi příchody = čas mezi dvěma po sobě následujícími příchody

Oba ukazatele mají úzkou souvislost, kterou je možné velice snadno dokázat. Pokud za hodinu do systému vstoupí průměrně 20 požadavků, potom průměrný interval mezi příchody je $1/20$ hodiny = 3 minuty.

Intenzita příchodů i intervaly mezi příchody mohou být dvojího druhu

- deterministické - intervaly mezi příchody jsou fixní (stále stejné). Klasickým příkladem takové situace je automatická linka.
- pravděpodobnostní – intervaly mezi příchody jsou proměnlivé a jsou popisovány pomocí některého z pravděpodobnostních rozdělení, jsou charakterizovány typem rozdělení a hodnotami jeho parametrů.

c) doba trvání obsluhy

Doba trvání obsluhy na obslužné lince může být buď deterministická, nebo pravděpodobnostní. Nejčastěji bývá v SHO využíváno exponenciální rozdělení náhodné veličiny X , která vyjadřuje dobu trvání obsluhy. Označíme-li parametr exponenciálního rozdělení μ , potom střední doba trvání obsluhy je

$$E(X) = \frac{1}{\mu}, \quad (3.1)$$

kde μ označuje intenzitu obsluhy – průměrný počet obslužených požadavků za časovou jednotku.

„Exponenciální rozdělení má značné uplatnění v teorii spolehlivosti a teorii hromadné obsluhy, zejména při výpočtu pravděpodobnosti životnosti výrobků a zařízení. Typickým příkladem spojitě náhodné veličiny mající exponenciální rozdělení je doba mezi realizacemi dvou po sobě následujících náhodných jevů.“

[1, str.91]

d) síť obslužných linek

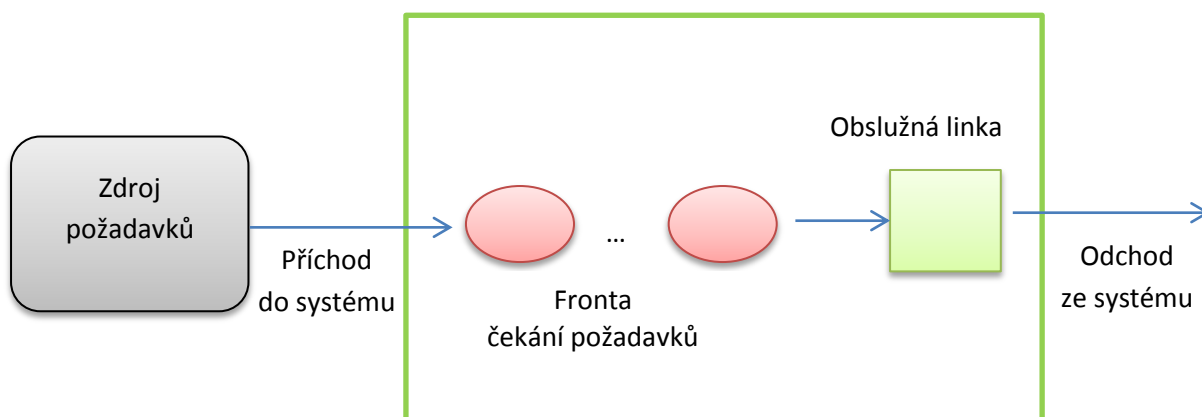
Množství obslužných linek ovlivňuje fungování celého systému. Cílem modelů hromadné obsluhy může být právě nalezení optimálního počtu obslužných zařízení. Vždy jde ale o vytvoření kompromisu mezi stupněm vytíženosti linek a délkou fronty, případně dobou čekání v systému.

Uspořádání obslužných linek:

1) jedna obslužná linka – nejjednodušší typ systému

V systému se vyskytuje pouze jedno obslužné místo, ke kterému přistupují požadavky, vyžadující obsluhu. Je-li obslužné místo obsazené, řadí se požadavky do fronty a čekají na obsluhu.

Příkladem tohoto uspořádání systému hromadné obsluhy může být lékařská ordinace, mycí linka, ale i studijní oddělení na VŠ, kde požadavky studentů vyřizuje jim přidělená studijní referentka.



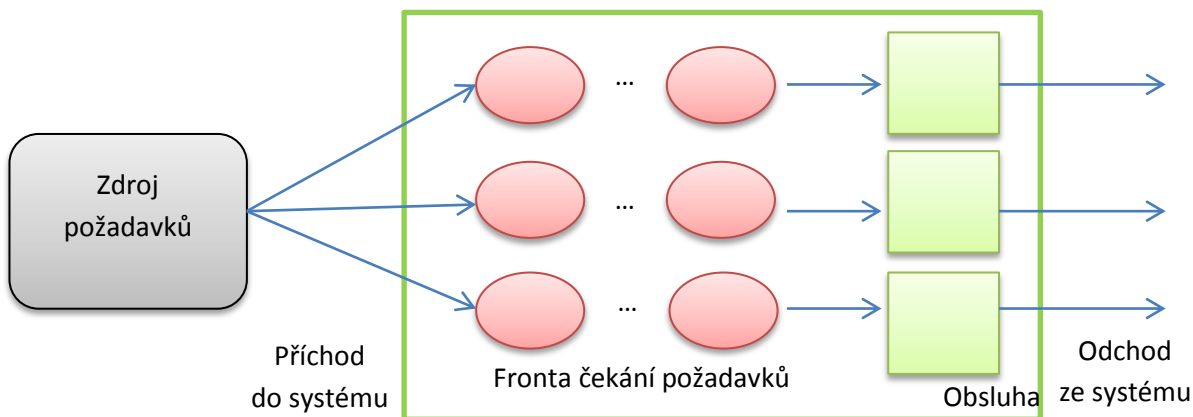
Obr. 3.2: SHO – jedna obslužná linka

2) paralelně uspořádané obslužné linky

Obslužné linky jsou uspořádané „vedle sebe“ a nabízejí stejnou obsluhu. Požadavek je obsloužen u jakékoliv linky stejným způsobem. Typickým příkladem mohou být stojany u benzinové pumpy, pokladny v supermarketu, atd.

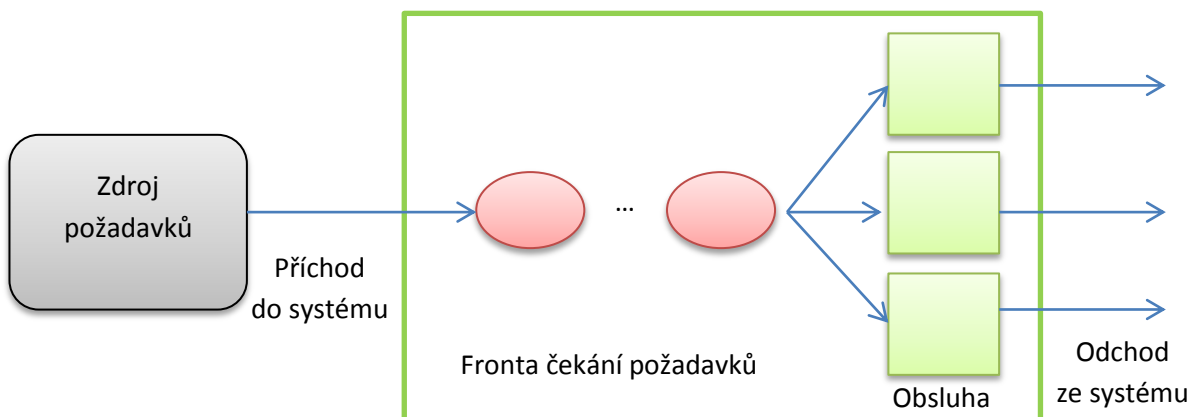
U paralelně uspořádaných linek může docházet ke dvěma různým způsobům uspořádání fronty:

- před každou linkou se tvoří samostatná fronta



Obr. 3.3: SHO – paralelně uspořádané obslužné linky se samostatnou frontou

- v systému je pouze jedna fronta, ze které přechází do obsluhy první požadavek po uvolnění kterékoliv linky

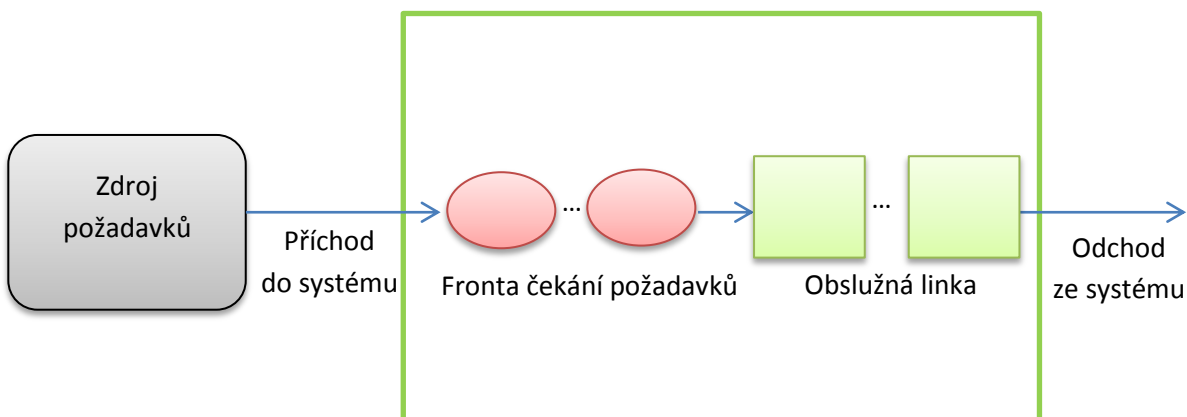


Obr. 3.4: SHO – paralelně uspořádané obslužné linky se společnou frontou

Z toho důvodu můžeme dělit systémy s jednou frontou nebo systémy s více frontami.

3) sériově uspořádání obslužných linek (více linek „za sebou“)

V takto uspořádaných systémech musí požadavek projít všemi linkami. Typické je takové uspořádání pro výrobu na výrobních linkách.



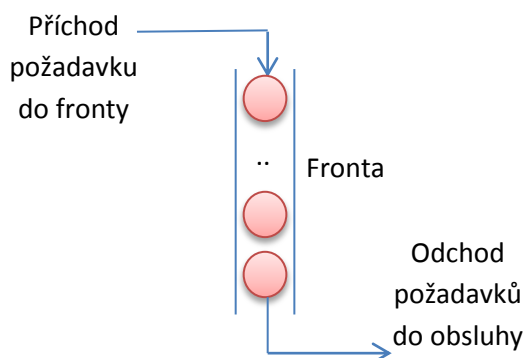
Obr. 3.5: SHO – sériově uspořádané obslužné linky

e) režim fronty

Režim fronty určuje, jakým způsobem dochází k přechodu požadavků z fronty do obsluhy.

1) FIFO – First In, First Out

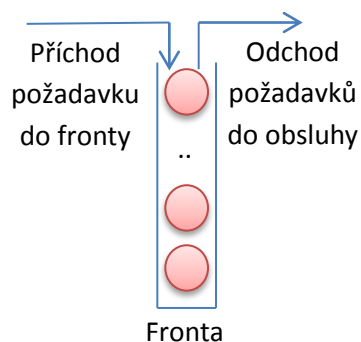
Jde o nejčastější případ uspořádání fronty, který se vyskytuje v SHO. V tomto režimu přecházejí požadavky z fronty do obsluhy přesně v tom pořadí, ve kterém přišly do systému. Alternativně je možné tento režim také označit FCFS – First Come, First Served.



Obr. 3.6: Uspořádání fronty FIFO

2) LIFO – Last In, First Out

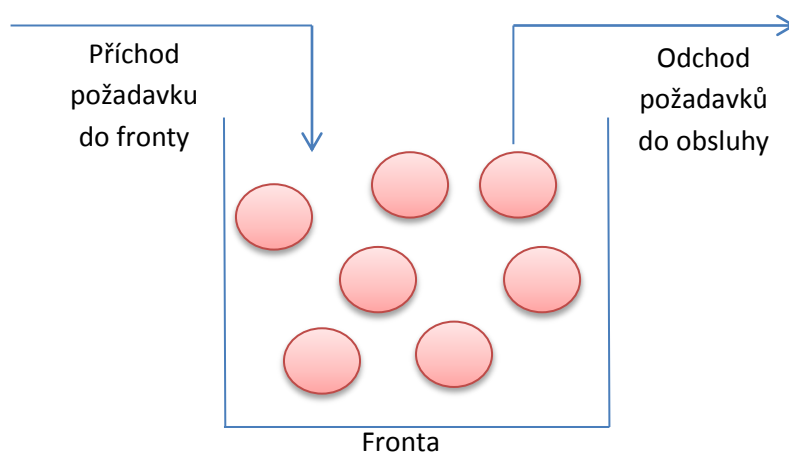
Obsluha požadavků probíhá v obráceném pořadí, než ve kterém do systému vstoupily. Alternativně můžeme tento režim označit LCFS – Last Come, First Served.



Obr. 3.7: Uspořádání fronty LIFO

3) SIRO – Select In Random Order

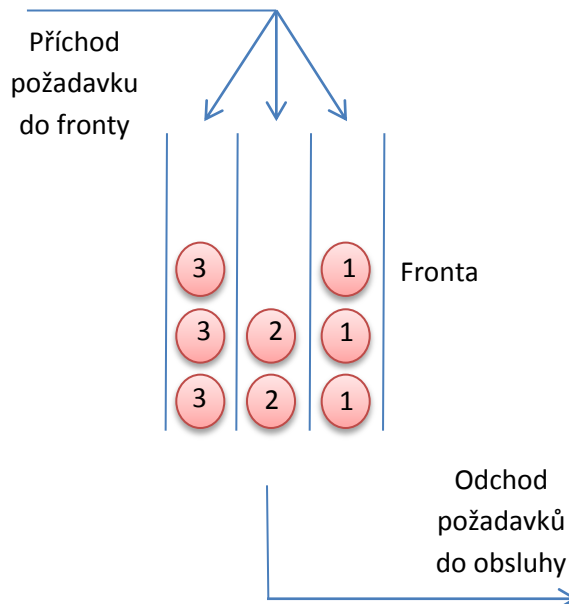
Požadavky přechází do obsluhy náhodně, bez ohledu na pořadí, ve kterém vstoupily do systému.



Obr. 3.8: Uspořádání fronty SIRO

4) PRI – Priority

Přechod požadavků do obsluhy probíhá podle nastavených priorit. Pokud je ve frontě větší množství požadavků se stejnou prioritou, jsou obsluhovány podle dalšího zvoleného režimu – např. FIFO.



Obr. 3.9: Uspořádání fronty PRI

f) speciální charakteristiky SHO

1) omezení na kapacitu systému

Omezení, které udává, kolik požadavků může být maximálně v jeden okamžik v systému přítomno. Při naplnění nemůže další požadavek vstoupit a odchází.

2) systémy s omezenou nebo neomezenou trpělivostí požadavků

- neomezená trpělivost – požadavky čekají tak dlouho, dokud není obsluha realizována
- omezená trpělivost – pravděpodobnost zařazení do fronty například závisí na počtu požadavků ve frontě. Při velkém množství požadavků ve frontě si v mnohých případech další požadavek vstup do systému rozmyslí.

3.1.2. Klasifikace modelů hromadné obsluhy

Ke klasifikaci modelů hromadné obsluhy je využívána posloupnost šesti symbolů:

$$A/B/C/D/E/F,$$

kde:

A – udává typ pravděpodobnostního rozdělení, které popisuje intervaly mezi příchody požadavků do systému.

M – exponenciální rozdělení

D – konstantní intervaly mezi příchody

G – nespecifikované rozdělení s nějakou směrodatnou odchylkou a střední hodnotou

B – typ rozdělení pravděpodobnosti, které popisuje dobu trvání obsluhy

C – počet paralelně uspořádaných obslužných zařízení

D – číslo, které udává kapacity SHO. V případě neomezené kapacity je označení ∞

E – číslo, které udává, jak početný je zdroj požadavků. Pokud se jedná o nekonečný zdroj požadavků, je používán symbol ∞

F – udává režim fronty (FIFO, LIFO, PRI, SIRO)

Pokud zapíšeme systém pouze pomocí prvních tří symbolů (*A/B/C*), říkáme tím, že režim fronty je FIFO a kapacita systému i zdroj požadavků nejsou omezené.

3.1.3. Analýza systémů hromadné obsluhy

Analýzou systémů hromadné obsluhy se řešitelé snaží zjistit charakteristiky, které popisují jejich fungování a které lze rozdělit do několika skupin:

- a) časové charakteristiky týkající se požadavků
 - průměrná doba čekání požadavků ve frontě před obslužením $E(T_f)$
 - průměrná doba strávená v celém systému $E(T)$
- b) charakteristiky týkající se počtu požadavků
 - průměrná délka fronty $E(N_f)$
 - průměrný počet požadavků v systému $E(N)$

c) pravděpodobnostní charakteristiky

Důležitými otázkami jsou, jaká je pravděpodobnost, že:

- linka nepracuje (není využita)?
- linka pracuje?
- požadavek, který vstoupí do systému, bude muset čekat ve frontě?
- v systému je celkem n požadavků?
- požadavek se nebude moci připojit do systému (v systémech s omezenou kapacitou)?

d) nákladové charakteristiky

Pokud je uživatel schopný určit náklady vzniklé čekáním požadavků, prostožů a provozu obslužných linek, je možné systém optimalizovat s ohledem na jeho nákladovou efektivnost. Například je možné určit

- minimální náklady spojené s fungováním celého systému za jednotku času
- optimální množství aktivních obslužných linek vedoucí k minimálním nákladům

Jednotlivé charakteristiky jsou podrobněji rozebrány v kapitole (3.2).

Analýza výše uvedených charakteristik je důležitá například v době, kdy je rozhodováno o budování nebo rekonstrukci systémů hromadné obsluhy. Pomáhá najít odpověď na to, kolik obslužných linek je optimální zahrnout do výstavby (rekonstrukce) tak, aby nedocházelo ke zbytečným prostožům obsluhy, ani ke vzniku nadměrných front požadavků. Tyto skutečnosti by ve svém důsledku vedly ke ztrátám zákazníků, následně ke ztrátám na zisku.

3.2. Obecný model systému hromadné obsluhy

3.2.1. Odvození modelu

Vhodným obecným předpokladem pro analýzu systémů hromadné obsluhy je, že pravděpodobnosti výskytu požadavků v SHO v čase t budou vyjádřeny funkcemi $p_n(t)$.

Stochastický proces „zrození a úmrtí požadavků“ („birth and death proces“) je dán spolupůsobením dvou Poissonových procesů – vstupu požadavků (λ) a obslužení požadavků (μ).

Předpoklady obecného modelu:

- a) v okamžiku t (po uplynutí doby t od počátku) se SHO nachází ve stavu S_n – v systému je právě n požadavků
- b) chování SHO můžeme popsat speciálním Markovovým procesem – je možné přecházet jen do sousedních stavů

Analýza přechodů do sousedních stavů:

při $n \geq 1$		Stavy v čase		při $n=0$		Stavy v čase	
Proces		t	$t+h$	Proces		t	$t+h$
beze změny		S_n	S_n	beze změny		S_0	S_0
vstup 1 požadavku		S_{n-1}	S_n	obsluha 1 požadavku		S_1	S_0
obslužení 1 požadavku		S_{n+1}	S_n				

Tab. 3.2: Přechody SHO do sousedních stavů

- c) λ_n = intenzita vstupu požadavků
Udává počet požadavků, které vstoupí do systému za jednotku času.
- d) μ_n = intenzita obslužení požadavků
Udává, kolik požadavků je obslužených za jednotku času. Pokud je SHO prázdný, potom $\mu_n = 0$.
- e) pro dostatečně malý časový interval ($t, t+h$) platí:
 - pravděpodobnost vstupu právě jednoho požadavku do systému je rovna $\lambda_n h$
 - pravděpodobnost ukončení obsluhy právě jednoho požadavku v systému je rovna $\mu_n h$
 - pravděpodobnost, že nevstoupí do systému právě jeden požadavek je rovna $1 - \lambda_n h$
 - pravděpodobnost, že neukončí obsluhu v systému právě jeden požadavek je rovna $1 - \mu_n h$

Hodnoty pravděpodobnosti jsou přímo úměrné délce h příslušného časového intervalu.

V obecných modelech SHO $p_n(t)$ označuje pravděpodobnost, že systém hromadné obsluhy je v čase t ve stavu S_n – je v něm právě n požadavků.

Pokud $p_{k,n}(h)$ označíme jako přechodové pravděpodobnosti ze stavu k do stavu n za časový interval h , může stav S_n nastat v čase $t+h$ pouze takto:

$$p_n(t+h) = p_n(t) * p_{n,n}(h) + p_{n-1}(t) * p_{n-1,n}(h) + p_{n+1}(t) * p_{n+1,n}(h),$$

pro $n \geq 1$ (3.2)

$$p_0(t+h) = p_0(t) * p_{0,0}(h) + p_1(t) * p_{1,0}(h),$$

pro $n = 0$ (3.3)

Pro kterékoliv t musí platit:

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n(t) = 1 \tag{3.4}$$

Obyčejné diferenciální rovnice vypočítáváme za předpokladu obecného modelu systému hromadné obsluhy. Z rovnice (3.2) dostaneme:

$$p_n(t+h) = p_n(t) * (1 - \mu_n h) * (1 - \lambda_n h) + p_{n-1}(t) * (\lambda_{n-1} h) + p_{n+1}(t) * (\mu_{n+1} h),$$

pro $n \geq 1$, (3.5)

kde:

$p_{n,n}(h)$ znamená, že žádný požadavek do SHO nevstoupil, ani žádný nebyl obslužen během doby $(t, t+h)$, což vyjadřuje $(1 - \mu_n h) * (1 - \lambda_n h)$.

$p_{n-1,n}(h)$ udává, že žádný požadavek nebude obslužen a jeden do systému vstoupí - $(\lambda_{n-1} h)$

$p_{n+1,n}(h)$ udává, že žádný požadavek do systému nevstoupí a jeden bude obslužen - $(\mu_{n+1} h)$

$p_n(t)$ pravděpodobnost stavu n v čase t

$(1 - \mu_n h)$ pravděpodobnost, že neukončí obsluhu v systému právě 1 požadavek

$(1 - \lambda_n h)$ pravděpodobnost, že nevstoupí do systému právě 1 požadavek

$(\lambda_{n-1} h)$ pravděpodobnost vstupu právě 1 požadavku

$(\mu_{n+1} h)$ pravděpodobnost ukončení obsluhy právě 1 požadavku

a z rovnice (3.3):

$$p_0(t+h) = p_0(t) * (1 - \mu_0 h) * (1 - \lambda_0 h) + p_1(t) * (\mu_1 h), \quad (3.6)$$

pro $n = 0$,

kde:

$(1 - \mu_0 h) = 1$, po úpravě tedy dostaneme:

$$p_0(t+h) = p_0(t) * (1 - \lambda_0 h) + p_1(t) * (\mu_1 h), \quad (3.7)$$

pro $n = 0$,

kde:

$p_0(t+h)$ pravděpodobnost, že nastane stav S_0 v čase $(t+h)$. Stav S_0 může v čase $(t+h)$ nastat pouze způsobem popsáním rovnicí (3.7).

Provedením úprav podle literatury [5, str. 82] (roznásobením závorek, vydělením krátkým časovým intervalem h a limitováním pro $h \rightarrow 0$) dostaneme z rovnice (3.5) (pro $n \geq 1$) výslednou soustavu obyčejných diferenciálních rovnic

$$\frac{dp_n(t)}{dt} = -(\lambda_n + \mu_n) * p_n(t) + \lambda_{n-1} * p_{n-1}(t) + \mu_{n+1} * p_{n+1}(t) \quad (3.12)$$

Obdobný je postup i pro nalezení obyčejných diferenciálních rovnic pro $n = 0$. Z výchozí rovnice (3.7) po úpravách dostaneme soustavu obyčejných diferenciálních rovnic:

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda_0 * p_0(t) + \mu_1 * p_1(t) \quad (3.13)$$

V obou případech se jedná o nekonečnou soustavu obyčejných diferenciálních rovnic. K té je třeba doplnit počáteční podmínky, které mají obvykle tvar:

$$p_0(0) = 1, p_n(0) = 0, n = 1, 2, \dots \quad (3.14)$$

Počáteční podmínky (3.14) ukazují, že v systému hromadné obsluhy není na počátku s jistotou žádný požadavek.

Rovnice (3.12), resp. (3.13), s podmínkami (3.14) definují počáteční úlohy pro nekonečně velkou soustavu obyčejných diferenciálních rovnic, jejímž řešením bychom dostali $p_n(t)$ pro jakýkoliv čas $t > 0$.

Tím je dokončen model pro výpočty funkcí $p_n(t)$. Ten však z praktického hlediska není ve své obecnosti řešitelný.

V praxi je obvykle hledáno řešení pro stabilizovaný systém hromadné obsluhy, tzv. stacionární případ, o němž předpokládáme, že nastane po odeznění všech možných přechodových fází, tj. pro $t \rightarrow \infty$.

Označíme $p_n = \lim_{t \rightarrow \infty} p_n(t)$ při $t \rightarrow \infty$, pokud tato limita existuje. Hodnota p_n udává limitní (stacionární) pravděpodobnost. Ta udává, že ve stabilizovaném SHO se vyskytuje právě n požadavků. V takové situaci už p_n není závislé na počátečních podmínkách (3.14) a směrnice soustavy obyčejných diferenciálních rovnic (3.12) jsou nulové.

$$\frac{dp_n(t)}{dt} = 0, n = 0, 1, \dots \quad (3.15)$$

Z rovnice (3.12) tak získáme homogenní soustavu lineárních algebraických rovnic:

$$0 = -(\lambda_n + \mu_n) * p_n + \lambda_{n-1} * p_{n-1} + \mu_{n+1} * p_{n+1}, \text{ pro } n \geq 1 \quad (3.16)$$

$$0 = \lambda_0 * p_0 + \mu_1 * p_1, \text{ pro } n = 0 \quad (3.17)$$

Pokud řešíme tyto homogenní soustavy lineárních algebraických rovnic, je nejvhodnější využít postupné dosazování pomocí rekurentních vztahů z rovnic (3.16) a (3.17). Po úpravě dostaneme:

$$p_1 = \frac{\lambda_0}{\mu_1} * p_0, \quad (3.18)$$

dále pro p_2 :

$$p_2 = \frac{\lambda_0 \lambda_1}{\mu_1 \mu_2} * p_0 \quad (3.19)$$

V obecném tvaru je možné rekurentnost zapsat následovně:

$$p_n = \frac{\lambda_0 \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \dots \mu_n} * p_0 = p_0 * \prod_{i=0}^{n-1} \frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}}, n = 1, 2, \dots \quad (3.20)$$

I v případě stacionárních pravděpodobností musí platit podmínka (3.4), tj.:

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1, \quad (3.21)$$

po úpravě pak:

$$p_0 + \sum_{n=1}^{\infty} p_n = 1 \quad (3.22)$$

Podmínka stabilizace SHO:

$$\frac{\lambda_k}{\mu_k} < 1, \forall k > n \quad (3.23)$$

Musí platit, že intenzita příchodů λ je nižší než intenzita obsluhy μ . Kdyby tomu tak nebylo, docházelo by k neomezenému růstu fronty před obslužnou linkou.

Během konzultací s vedoucím diplomové práce byl vytvořen model, který ukazuje vzájemné spolupůsobení dvou Poissonových procesů – vstupu požadavků λ a obslužení požadavků μ .

Vytvořený model:

```
(* Poisson. process trajectory - simulation
=====
T..time between two
successive arrivals (RV ~ exponential distribution)
CDF: P{T<t} = 1-P{T>=t} = 1-p0(t) = 1-Exp[-λ*t],
simulation algorithm: i) generate u.e.U(0,1), set n=0
ii)! solve u=1-Exp[-λ*t] <=> Exp[-λ*t]=1-u |Log,
t=-Log[1-u]/λ , set n=n+1 ! *)
Clear[λ, μ, n, t, trajPPλ, trajPPμ, nstep, tscale];
n = 0; λ = 3; μ = 4;
Tmax = 200; nstep = 5(*10*); tscale = 1; (*t=0;*)
tRV[ncurr_, intensity_] := Module[{nn = ncurr, ξ = intensity, u, tcurr},
  If[n == 0, t = 0,
    u = Random[]; tcurr = -Log[1 - u] / ξ; t = t + tcurr(*; n=n+nstep;*)]
  t
]; (*eoModule tRV[] *)
trajPPλ = Table[{tRV[n, λ] * tscale, n * nstep}, {n, 0, 30}]
trλ = ListPlot[trajPPλ, Filling → Axis
  (*,Joined→True*), PlotStyle → {Red, Thick}]
trajPPμ = Table[{tRV[n, μ] * tscale, n * nstep}, {n, 0, 30}]
trμ = ListPlot[trajPPμ, Filling → Axis(*,Joined→True*)]
Show[{trλ, trμ}]

Clear[pathPP];
pathPP[tt_, tablePP_] :=
Module[{τ = tt, tbl = tablePP, ltbl, τ1, τmax, nt, n1, nmax, wlist, i},
  ltbl = Length[tbl];
  τmax = tbl[[ltbl, 1]];
  nmax = tbl[[ltbl, 2]];
  (*dbg> Print["τmax,nmax= ", τmax, ", ", nmax]; *)
  i = 1; wlist = {tbl[[i, 1]]};
  For[i = 2, i ≤ ltbl, i++,
    AppendTo[wlist, tbl[[i, 1]]];
    (*dbg> Print["wlist= ", wlist];*)
  If[τ >= τmax, nt = nmax,
    (* find τ .e. [τ1, τ2[ => nt:=nτ1 *)
    n1 = LengthWhile[wlist, # < τ &];
    nt = tbl[[n1, 2]]
    (*dbg> Print["LengthWhile> τ,n1,nt= ", τ, ", ", n1, ", ", nt];*)
  ]; (*eoIf *)
  nt
]; (*eoModule pathPP[] *)
```



```

Print["=== pathPP algorithm:"];
(*dbg> workL={1,3,5,7,7,8,10,12,14,16};
LengthWhile[{1,2,2,3,4,5,6,8,13,15},#<=2&]
  LengthWhile[workL,#<=10&]
  pathPPa1[0.001, trajPPλ]
  pathPPa1[1, trajPPλ]
  pathPPa1[2.5, trajPPλ]
  pathPPa1[40, trajPPλ]
  pathPPa1[41, trajPPλ]

  pathPPa1[41.5, trajPPλ]
  pathPPa1[42, trajPPλ]
  pathPPa1[45, trajPPλ] *)
p1PPλ = Plot[pathPP[t, trajPPλ], {t, 0, 140}, PlotStyle -> {Red, Thick}]
p1PPμ = Plot[pathPP[t, trajPPμ], {t, 0, 140}]
Show[p1PPλ, p1PPμ]

(* cases: *)
Clear[λ, μ];
λ = 3; μ = 4;
Print["M/M/1 :: arrival intensity λ, service intensity μ: ", λ, ", ", μ,
  "\n      streams_(arrival-RED, service-BLUE)\n      system intensity: ",
  λ/μ, " => system is ", If[λ/μ < 1, "stationary", "not stationary!"]];
PPλ = Table[{tRV[n, λ], n}, {n, 0, 30}]
PPμ = Table[{tRV[n, μ], n}, {n, 0, 30}]
plotPPλ = Plot[pathPP[t, PPλ], {t, 0, 140}, PlotStyle -> {Red, Thick}]
plotPPμ = Plot[pathPP[t, PPμ], {t, 0, 140}]
Show[plotPPλ, plotPPμ]

```

Obr. 3.10: Model vzájemného působení dvou Poisson. procesů

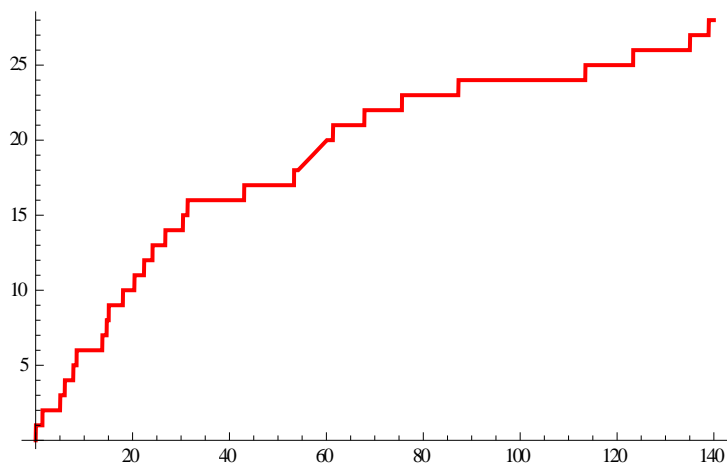
Řešení modelu bylo navrženo pro 4 alternativy, které jsou uvedeny v následující tabulce:

Alternativa	1	2	3	4
λ – intenzita vstupu	3	3	3	3
doba mezi vstupy	20 min.	20 min.	20 min.	20 min.
μ - intenzita obsluhy	4	3,1	3	1,5
průměrná doba obsluhy	15 min.	19,35 min.	20 min.	40 min.
ρ - intenzita provozu	0,75	0,97	1	2
stabilní systém	ANO	ANO	NE	NE

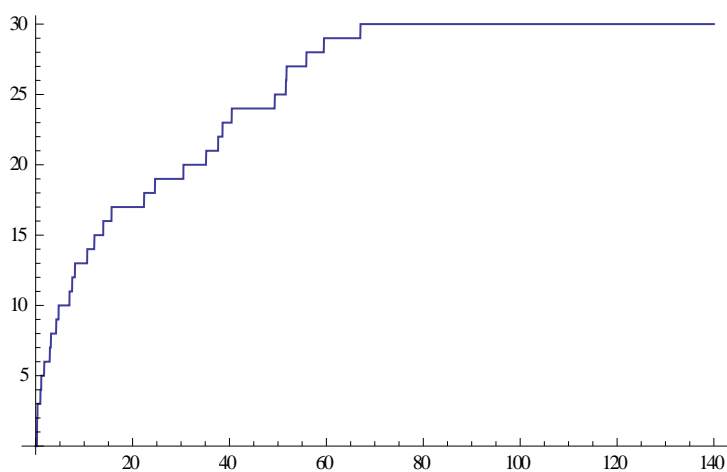
Tab. 3.3: Alternativy spolupůsobení dvou Poissonových procesů

Následující grafy jsou výstupem vytvořené počítačové simulace Poissonova proudu vstupu požadavků a Poissonova proudu obsluhy požadavků.

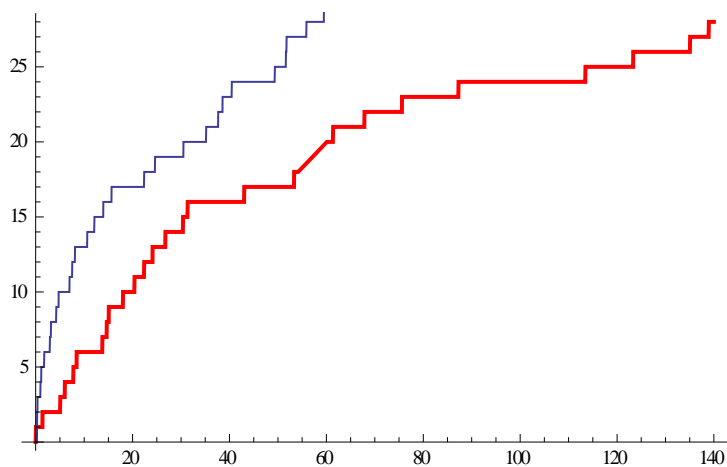
1) $\lambda = 3, \mu = 4$



Graf 3.1: Poissonův proud vstupu požadavků (při $\lambda=3, \mu = 4$)

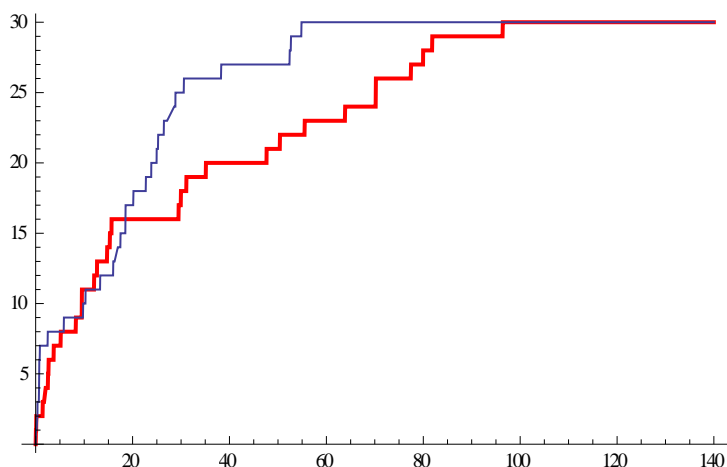


Graf 3.2: Poissonův proud obsluhy (při $\lambda=3, \mu = 4$)



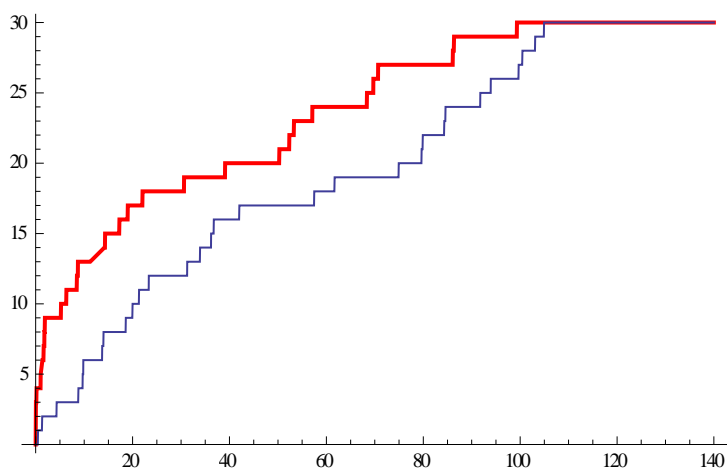
Graf 3.3: Poissonův proud vstupu a obsluhy požadavků (při $\lambda=3, \mu = 4$)

2) $\lambda = 3, \mu = 3,1$



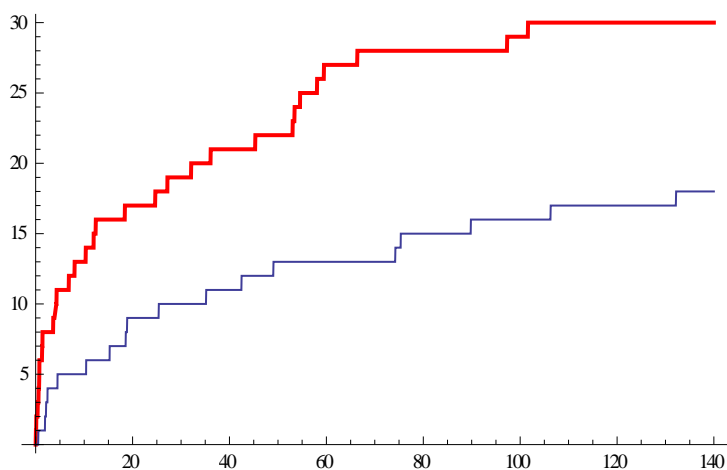
Graf 3.4: Poissonův proud vstupu a obsluhy požadavků (při $\lambda=3, \mu = 3,1$)

3) $\lambda = 3, \mu = 3$



Graf 3.5: Poissonův proud vstupu a obsluhy požadavků (při $\lambda=3, \mu = 3$)

4) $\lambda = 3, \mu = 1,5$



Graf 3.6: Poissonův proud vstupu a obsluhy požadavků (při $\lambda=3, \mu = 1,5$)

Z grafu 3.6 je patrné, že Poissonův proud vstupu požadavků je větší než Poissonův proud obsluhy. V tomto případě ($\lambda = 3$, $\mu = 1,5$) se tedy jedná o nestacionární systém hromadné obsluhy.

Ucelený model počítačové simulace Poissonova proudu vstupu požadavků a Poissonova proudu obsluhy požadavků je v příloze B.2.

3.2.2. Obecné formulace některých nejpoužívanějších charakteristik

Formulace těchto charakteristik jsou platné pro systémy hromadné obsluhy, ve kterých je počet obslužných míst větší nebo roven jedné, tj. $m \geq 1$.

a) průměrný celkový počet požadavků v systému

N je náhodná veličina, která nabývá různých hodnot n a představuje celkový počet požadavků v SHO (obsluhovaných i čekajících ve frontě). Střední hodnota této náhodné veličiny udává průměrný celkový počet požadavků v systému hromadné obsluhy.

$$E(N) = \sum_{n=0}^{\infty} (np_n) = 0p_0 + 1p_1 + 2p_2 + \dots + np_n = \sum_{n=1}^{\infty} (np_n) \quad (3.23)$$

b) průměrný počet požadavků ve frontě

N_f označuje náhodnou veličinu, která udává počet požadavků čekajících ve frontě. Tato náhodná veličina nabývá hodnot $0, \dots, 0$ pro m prvních požadavků, které vstupují do systému (za předpokladu, že v systému je m paralelně uspořádaných obslužných míst), pro další prvky $1, 2, \dots$, pakliže je v systému $m+1$, $m+2, \dots$ požadavků a dochází k vytváření fronty.

$$\begin{aligned} E(N_f) &= \sum_{n=0}^m 0p_n + \sum_{n=m+1}^{\infty} (n-m)p_n = 1p_{m+1} + 2p_{m+2} + \dots + (n-m)p_n = \\ &= \sum_{n=m+1}^{\infty} (n-m)p_n = \sum_{n=m}^{\infty} (n-m)p_n \end{aligned} \quad (3.24)$$

c) průměrný počet volných obslužných míst

Mezi volná obslužná místa jsou řazeny neobsazené či nepracující obslužné kanály. Průměrný počet volných obslužných míst vyjádříme jako střední hodnotu náhodné veličiny K , která udává počet volných obslužných míst v celém systému.

$$E(K) = \sum_{n=0}^{m-1} (m-n)p_n = \sum_{n=0}^m (m-n)p_n = mp_0 + \dots + p_{m-1} \quad (3.25)$$

S využitím jednoduché úpravy podle literatury [5, str. 86] lze dokázat, že platí vztah:

$$E(N) = E(N_f) + m - E(K) \quad (3.26)$$

- d) pravděpodobnost, že vstupující požadavek bude čekat na obsluhu
 Požadavek bude v systému čekat, pokud všechna obslužná místa jsou obsazena.

$$P(N \geq m) = 1 - \sum_{n=0}^{m-1} p_n = \sum_{n=m}^{\infty} p_n \quad (3.27)$$

- e) pravděpodobnost, že vstupující požadavek nebude na obsluhu čekat
 Jde o situaci, kdy alespoň jedno obslužné místo je volné.

$$P(N < m) = \sum_{n=0}^{m-1} p_n \quad (3.28)$$

- f) pravděpodobnost plně obsazeného SHO
 Systém hromadné obsluhy je plně obsazený, pokud všechna obslužná místa jsou vytižena obsluhou požadavků. Jinými slovy, pokud v SHO bude dohromady více než m požadavků (obsluhovaných i přicházejících).

$$P(N > m) = P(N \geq m + 1) = 1 - \sum_{n=0}^m p_n = \sum_{n=m+1}^{\infty} p_n \quad (3.29)$$

- g) celková doba strávená požadavkem v SHO
 Celková doba, kterou stráví požadavek v systému, je rovna součtu doby čekání ve frontě a doby v obsluze.

$$E(N) = \lambda^* E(T) \quad (3.30)$$

$$E(N_f) = \lambda^* E(T_f) \quad (3.31)$$

kde: $E(T)$... průměrná celková doba, kterou požadavek v systému stráví
 $E(T_f)$... průměrná doba, kterou požadavek stráví ve frontě
 λ^* ... průměrná (očekávaná) intenzita vstupu požadavků do SHO, kterou lze obecně vyjádřit:

$$\lambda^* = \sum_{n=0}^{\infty} (\lambda_n p_n) \quad (3.32)$$

3.3 Stručný přehled základních modelů SHO

3.3.1 Exponenciální model jednoduché obsluhy M/M/1

Tento model je nejjednodušším případem modelu systému hromadné obsluhy. Systém M/M/1 má dva vstupní parametry – intenzitu příchoďů λ a intenzitu obsluhy μ .

Z praktických využití můžeme zmínit například informační středisko s jednou pracovnící, do kterého vstupují návštěvníci se svými dotazy. Dalším typickým příkladem je myčka vozidel, kde na mycí linku přijíždějí automobily.

Vlastnosti modelu:

- jedno obslužné zařízení $\rightarrow m = 1$,
- neomezený zdroj požadavků \rightarrow jde o otevřený systém,
- neomezená velikost fronty,
- trpělivost požadavků \rightarrow čekají ve frontě na obsluhu, i když kapacita obslužného zařízení není dostatečná
- požadavky jsou obsluhovány v režimu FIFO, viz. Obr. 3.5,
- $\lambda_n = \lambda \rightarrow$ intenzita vstupu požadavků je konstantní pro všechna $n = 1, 2, \dots$
- $\mu_n = \mu \rightarrow$ intenzita obsluhy požadavků je konstantní pro všechna $n = 1, 2, \dots$

Podmínka stabilizace systému (3.23) má tvar:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1 \quad (3.33)$$

kde: ρ ... intenzita provozu, resp. průměrná intenzita provozu.

Musí platit, že intenzita příchodů λ je nižší než intenzita obsluhy μ . Kdyby tomu bylo naopak, docházelo by k zahlcení systému a k neomezenému růstu fronty před obslužnou linkou.

Postupným odvozením, s využitím postupu z literatury [5, str. 90], pomocí vzorce (3.20) a za podmínek $\lambda_n = \lambda$, $\mu_n = \mu$ dostaneme rovnice:

$$p_n = p_0 \rho^n, n = 1, 2, \dots \quad (3.34)$$

$$p_0 = 1 - \rho \quad (3.35)$$

Z uvedených rovnic vyplývá, že pro hodnoty $0 < \rho < 1$ je $p_n > 0$ pro libovolné $n = 0, 1, 2, \dots$. Po dosazení (3.35) do (3.34) dostaneme:

$$p_n = (1 - \rho) \rho^n \quad (3.36)$$

Přehled používaných charakteristik modelu

Pro podrobnější rozbor, včetně odvození je možné využít literaturu, viz. [5, str. 91].

a) průměrný celkový počet požadavků v systému

$$E(N) = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad (3.37)$$

b) průměrný počet požadavků ve frontě

$$E(N_f) = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (3.38)$$

c) průměrný počet volných obslužných míst

$$E(K) = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \quad (3.39)$$

d) pravděpodobnost, že bude požadavek čekat

$$P(N > 0) = \frac{\lambda}{\mu} \quad (3.40)$$

e) pravděpodobnost, že požadavek nebude čekat

$$P(N \leq 0) = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \quad (3.41)$$

f) pravděpodobnost vzniku fronty – plně obsazeného SHO

$$P(N > 1) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \quad (3.42)$$

g) časové charakteristiky

K výpočtu časových charakteristik potřebujeme znát λ^* (průměrnou intenzitu vstupů požadavku do SHO), která v případě modelu M/M/1 je rovna λ , tzn. $\lambda^* = \lambda$.

Vycházíme ze vzorce (3.32):

$$\lambda^* = \sum_{n=0}^{\infty} (\lambda_n p_n) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda p_n = \lambda \sum_{n=0}^{\infty} p_n = \lambda \quad (3.43)$$

- průměrná celková doba, kterou stráví požadavek v systému

$$E(T) = \frac{E(N)}{\lambda^*} = \frac{E(N)}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} * \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad (3.44)$$

- průměrná doba, kterou stráví požadavek ve frontě

$$E(T_f) = \frac{E(N_f)}{\lambda^*} = \frac{E(N_f)}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} * \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} \quad (3.45)$$

Mezi oběma časovými veličinami platí následující vztah:

$$E(T_f) = E(T) - \frac{1}{\mu} \quad (3.46)$$

kde: $\frac{1}{\mu}$... průměrná doba strávená požadavkem v obsluze

3.3.2 Exponenciální model vícenásobné obsluhy M/M/m

Tento model je v praktických aplikacích častější než model M/M/1.

Mezi typické praktické příklady můžeme zařadit uspořádání pokladen v supermarketu, ke kterým přistupují zákazníci (požadavky) k zaplacení (obsluze).

Vlastnosti modelu:

- více ($m > 1$) paralelně uspořádaných stejnorodých obslužných míst,
- neomezený zdroj požadavků → jde o otevřený systém,
- neomezená velikost fronty,
- trpělivost požadavků → čekají ve frontě na obsluhu, i když kapacita obslužného zařízení není dostatečná
- požadavky jsou obsluhovány v režimu FIFO, viz. Obr. 3.5,
- $\lambda_n = \lambda$ → intenzita vstupu požadavků je konstantní pro všechna $n = 1, 2, \dots$
- μ_n není konstantní pro všechna n . Jeli systém ve stavech S_0, \dots, S_m (je v něm $n = 0, 1, \dots, m$ požadavků), závisí μ_n přímo na tom, jaký je počet požadavků v systému. Pokud je v něm požadavků více než m , zůstává intenzita obsluhy konstantní.

$$\mu_n = n\mu, \quad \text{pro } n = 1, 2, \dots, m \quad (3.47)$$

$$\mu_n = m\mu, \quad \text{pro } n = m+1, m+2, \dots \quad (3.48)$$

Podmínka stabilizace systému (3.23) má tvar:

$$\rho = \frac{\lambda}{m\mu} < 1 \quad (3.49)$$

S využitím postupu odvození z literatury [5, str. 95] dostaneme výrazy pro pravděpodobnosti p_n při $n = 0, 1, 2, \dots, m$, následně také pro $n = m+1, m+2, \dots$

$$p_n = p_0 \frac{(m\rho)^n}{n!}, \quad n = 1, 2, \dots, m \quad (3.50)$$

$$p_n = p_0 \frac{m^m \rho^n}{m!}, \quad n = m+1, m+2, \dots \quad (3.51)$$

$$p_0 = \left(\sum_{n=0}^{m-1} \frac{(m\rho)^n}{n!} + \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)} \right)^{-1} \quad (3.52)$$

Přehled používaných charakteristik modelu

Podrobnější rozbor všech charakteristik, včetně jejich odvození, viz. [5, 95]

a) průměrný celkový počet požadavků v systému

$$E(N) = E(N_f) + m\rho \quad (3.53)$$

b) průměrný počet požadavků ve frontě

$$E(N_f) = \frac{p_0 \lambda \mu \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m}{(m-1)! (m\mu - \lambda)^2} \quad (3.54)$$

c) průměrný počet volných obslužných míst

$$E(K) = (1 - \rho)m \quad (3.55)$$

d) pravděpodobnost, že bude požadavek čekat

$$P(N > m - 1) = p_0 \mu \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m}{(m-1)! (m\mu - \lambda)} \quad (3.56)$$

e) pravděpodobnost, že požadavek nebude čekat

$$P(N \leq m - 1) = 1 - p_0 \mu \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m}{(m-1)! (m\mu - \lambda)} \quad (3.57)$$

f) časové charakteristiky

K výpočtu časových charakteristik potřebujeme znát λ^* (průměrnou intenzitu vstupů požadavku do SHO), která v případě modelu M/M/m je (stejně jako u modelu M/M/1) rovna λ , tzn. $\lambda^* = \lambda$. Vycházíme ze vzorce (3.32):

$$\lambda^* = \sum_{n=0}^{\infty} (\lambda_n p_n) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda p_n = \lambda \sum_{n=0}^{\infty} p_n = \lambda \quad (3.58)$$

- průměrná celková doba, kterou stráví požadavek v systému

$$E(T) = \frac{E(N)}{\lambda^*} = \frac{E(N)}{\lambda} = E(T_f) + \frac{1}{\mu} \quad (3.59)$$

- průměrná doba, kterou stráví požadavek ve frontě

$$E(T_f) = \frac{E(N_f)}{\lambda^*} = \frac{E(N_f)}{\lambda} = p_0 \mu \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m}{(m-1)! (m\mu - \lambda)^2} \quad (3.60)$$

4. Aplikace modelů SHO ve vybraném podniku

EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech je společnost, která se zaměřuje na výrobu plastových dílů pro automobilový průmysl. Takových dílů je velké množství, neboť sortiment automobilových závodů se rozšiřuje a tyto společnosti uvádějí na trh stále nové modely automobilů. Tyto skutečnosti kladou velké nároky na dodavatele komponentů pro jejich výrobu. Jednotlivé díly jsou vyráběny v různých úpravách podle typu automobilu a také v barevně rozdílných provedeních na základě požadavků zákazníků.

4.1 Představení obslužných procesů

Jak již bylo zmíněno, společnost EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. je výrobní společností. Jejím základním obslužným procesem je výroba plastového dílu, na který navazuje proces expedice hotových výrobků k odběratelům.

Obecně lze základní obslužné procesy ve společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech charakterizovat pomocí následující tabulky:

SYSTÉM	OBLUŽNÉ LINKY	POŽADAVKY
Výrobní linka	Vstřikovací lis	Požadované výlisky
Expedice	Zaměstnanci	Výrobky k expedici

Tab. 4.1: Základní obslužné procesy

U některých dílů nestačí pouze jejich vylisování, ale jsou nutné i další úpravy – např. potažení látkou, kompletace úchytů,... I tyto doplňkové procesy jsou nezbytnou součástí výroby.

SYSTÉM	OBLUŽNÉ LINKY	POŽADAVKY
Kompletační linka	Zaměstnanci	Výlisky ke kompletaci
Výrobní linka	Nažehlovací stroj	Výlisky k potažení látkou

Tab. 4.2: Doplňkové obslužné procesy

4.2 Analýza výroby z hlediska teoretických modelů

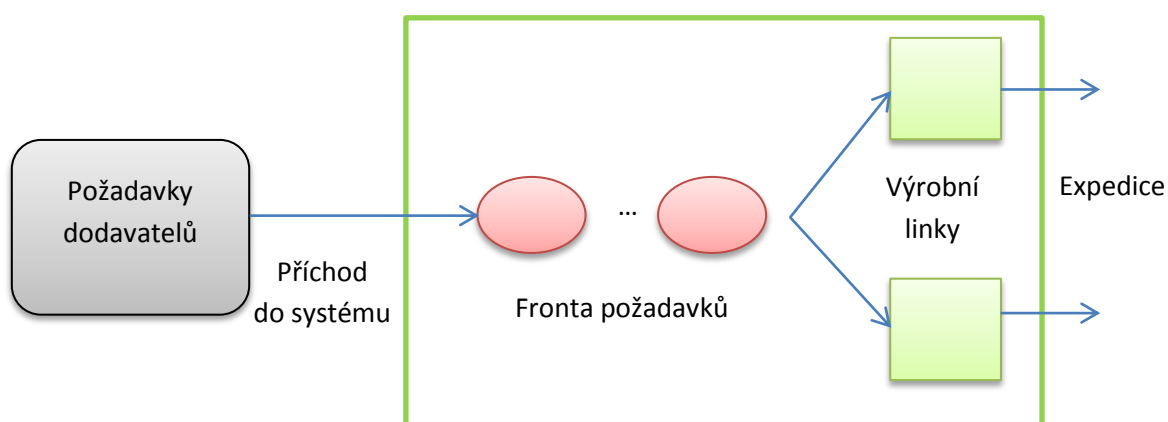
4.2.1 Rozbor z hlediska obsluhy

Obsluha požadavků je rozdílná podle toho, o jaký produkt se jedná.

a) nový díl

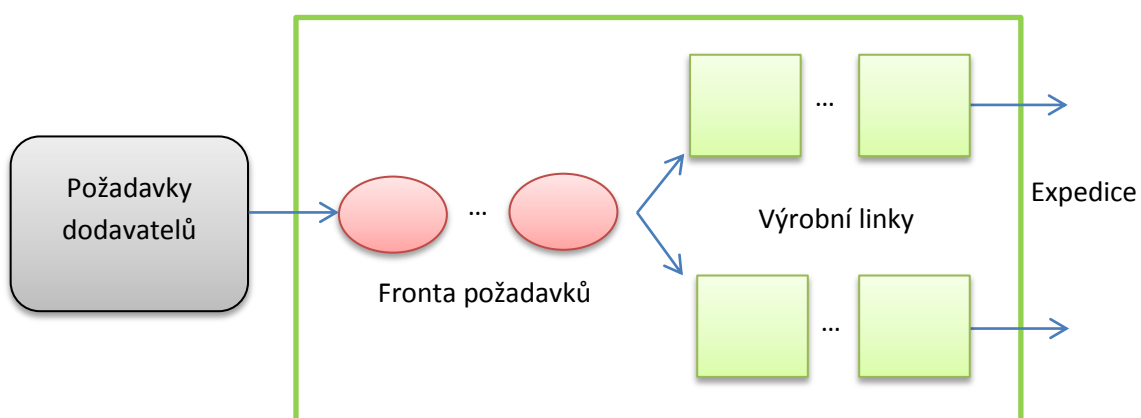
V případě, že se jedná o nový díl, velký počet kusů a urgentní vyřízení zakázky, je v některých případech společnost nucena nechat si vyrobit alespoň 2 formy, aby všechny požadavky mohla splnit.

1) nový díl bez dalších úprav



Obr. 4.1: Výroba nového dílu – bez dalších úprav

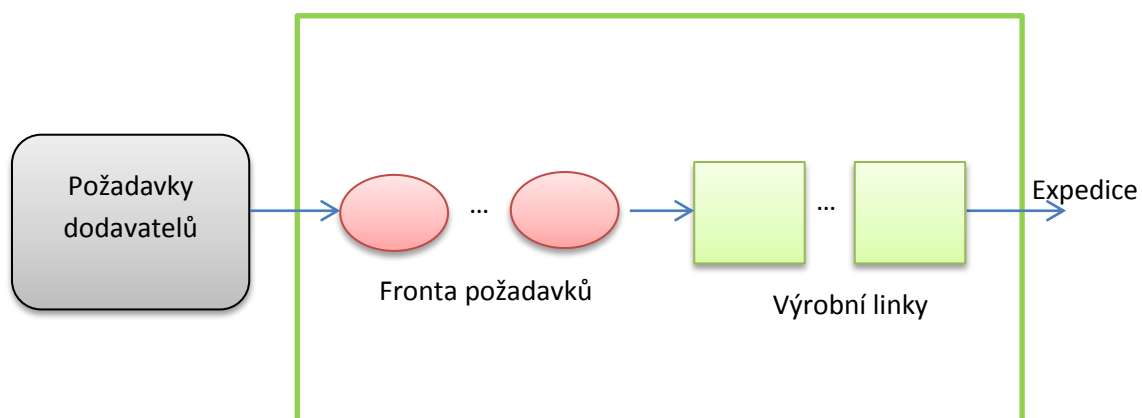
2) nový díl s dalšími úpravami



Obr. 4.2: Výroba nového dílu – s dalšími úpravami

b) díl s látkovou částí

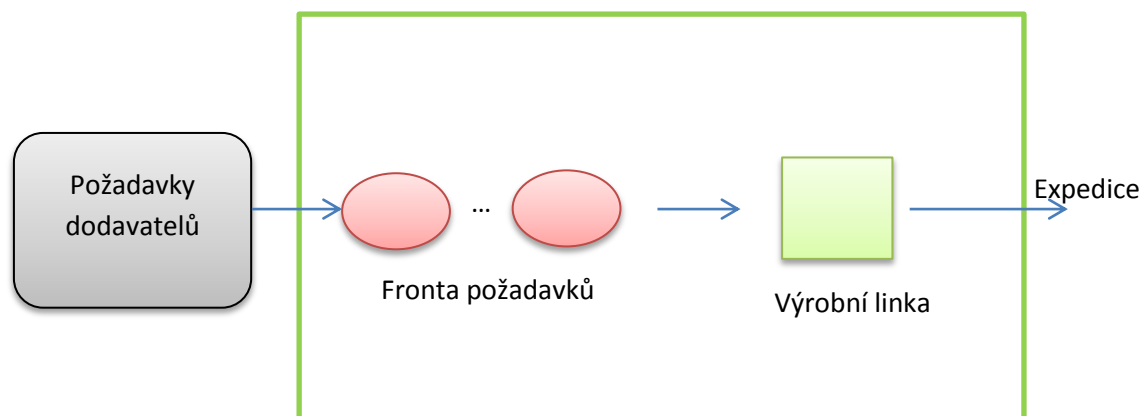
U některých dílů nestačí pouze jejich vylisování, jak již bylo zmíněno. Řada dílů je potažena látkou, která barevně odpovídá sérii vyráběných vozidel. Na následujícím obrázku je znázorněna výroba takového dílu, který není „nový“, tzn. není nutná výroba velkých objemů.



Obr. 4.3: Výroba dílu – s dalšími úpravami

c) „klasický“ plastový díl

Pokud nejde o nový díl, na který jsou kladeny velké požadavky, ani o díl, který vyžaduje další úpravy, je jeho výroba jednodušší. Není nutné tento produkt vyrábět ve velkých objemech, ani ho dále upravovat.



Obr. 4.4: Výroba dílu – bez dalších úprav

4.2.2 Zdroj požadavků

Velikost objednávek a jejich četnost závisí na plánované výrobě v automobilových závodech. Do jisté míry kopíruje výroba ve společnosti EuWe výrobu těchto závodů. Všichni se snaží o minimalizaci stavu zásob. To klade požadavky na společnost EuWe a její kontinuální dodávky dílů.

Zdroj požadavků nelze nijak omezit a můžeme ho považovat za nekonečný. V podmínkách společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. Rokycany se tedy pohybujeme v otevřeném systému hromadné obsluhy.

4.2.3 Režim fronty

a) příchozí objednávky

Příchozí objednávky jsou defaultně uspokojovány v režimu FIFO (First In, First Out). Výjimkou jsou neočekávané požadavky od odběratelů, které je nutné urgentně vyřídit. V takových případech je možné hovořit o režimu fronty PRI (Priority). Taková situace ale nastává velmi zřídka a není běžná.

b) upravované výrobky

V případě dílů, u kterých je nutné provádět v průběhu výrobního procesu úpravy (potažení látkou, kompletace úchytů,...), můžeme sledovat různé režimy vstupu do obsluhy.

1) LIFO

Plastové díly, určené k potažení látkou, jsou ukládány do speciálních obalů a ukládány na sebe. Následně jsou převezeny na linku, kde dochází k jejich potažení látkou. Na této lince jsou odebírány v obráceném pořadí – od posledního do krabice vloženého dílu.

2) SIRO

Rozměrově malé díly, ke kterým je nutné připevnit úchyty, jsou ukládány do velkých krabic. Poté jsou převezeny ke kompletaci. Jednotlivé díly jsou vybírány z krabic náhodně, bez ohledu na pořadí, ve kterém byly vloženy.

4.3 Kvantitativní analýza

V rámci kvantitativní analýzy provozu ve společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. byl prováděn rozbor dvou základních procesů – výroby a expedice – z hlediska kapacit. Oba procesy spolu úzce souvisejí, neboť vyrobené díly musí být kontinuálně expedovány k odběrateli.

Procesy byly analyzovány ve 3 režimech provozu – standardního zatížení, zvýšených požadavků odběratelů a nízkých požadavků odběratelů. Probíhá tak adaptivní řízení provozu v závislosti na přijatých zakázkách.

Součástí provedené analýzy je zároveň navržení přípustných údržbových režimů, jejichž součástí bude technologická příprava, průběžná péče a údržba vstřikovacích lisů.

4.3.1 Výroba

Při analýze výrobního procesu bylo vycházeno z historických dat příchodu objednávek na vyráběné díly a z kapacity výrobních hal, ve kterých jsou k dispozici 52 vstřikovací lisy. Výroba probíhá ve třisměnném provozu 5 dní v týdnu. Reálná výrobní kapacita jednoho vstřikovacího lisu je 350 výlisků za směnu, což odpovídá 43,75 výlisku za hodinu. Z těchto údajů byly vypočítány intenzity vstupu a obsluhy.

Největšími odběrateli dílů jsou v současné době automobilky Škoda (na vozy Fabia, Octavia, Yetti a Superb), BMW (vozy F20, E87 a Mini Cooper), Opel (vozy Zafira a Astra).

Požadavky odběratelů – historická data:

Odběratel	Model vozu	Počty vozů	Počet dílů
Škoda	Fabia	170 000 ks	1 700 000 ks
Škoda	Octavia	196 000 ks	2 744 000 ks
Škoda	Yetti	62 000 ks	930 000 ks
Škoda	Superb	78 000 ks	1 248 000 ks
BMW	F20	55 000 ks	880 000 ks
BMW	E87	60 000 ks	240 000 ks
BMW	Mini Cooper	95 000 ks	1 140 000 ks
Opel	Zafira I	77 000 ks	201 000 ks
Opel	Zafira II	13 500 ks	202 500 ks
Opel	Astra	194 000 ks	2 328 000 ks
Suzuki		59 000 ks	1 475 000 ks

Tab. 4.3: Požadavky odběratelů společnosti za 1 rok

Požadavky odběratelů jsou poměrově upravené na žádost spolupracující společnosti, aby nedošlo k úniku citlivých interních informací.

Pro účely této analýzy budeme uvažovat výrobu ve společnosti jako ucelený systém, k čemuž nás předurčuje technologické vybavení a nastavení výroby. Při výpočtech tedy vycházíme z teoretického modelu SHO M/M/1. Parametry modelu jsou intenzita vstupu (λ) a intenzita obsluhy (μ). V rámci mnou vytvořené analýzy jsou tyto hodnoty uváděny k časovému intervalu 1 hodiny. Charakteristiky jednotlivých variant modelu byly vypočítány dle vzorců (3.37), (3.38), (3.44), (3.45) a s pomocí programu MS Excel. Soubor s výpočty je přiložen v elektronické podobě k diplomové práci.

4.3.1.1 Standardní zatížení výroby

Za standardní zatížení je považován dlouhodobě stabilní vstup požadavků, ve kterém nejsou neočekávané výkyvy. V tomto režimu se výroba pohybuje po většinu času, vzhledem k dlouhodobě předjednaným kontraktům, které jsou s časovým předstihem několika dní upřesňovány. Výroba tak může být dlouhodobě plánovaná, vždy ale musí reagovat na aktuální požadavky.

a) požadavky vstupující do systému:

$$\lambda = 2097 \text{ [ks/hod]}$$

b) kapacita obsluhy:

$$\mu = 2275 \text{ [ks/hod]}$$

c) podmínka stabilizace systému:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2097}{2275} = 0,922 < 1$$

Podmínka stabilizace systému je splněná. Nedochozí tak k zahlcení systému a neomezeného růstu fronty před obsluhou.

Charakteristiky systému:

$E(N_f)$ - průměrný počet požadavků ve frontě [ks]	10,85914
$E(N)$ - průměrný celkový počet požadavků v systému [ks]	11,7809
$E(T_f)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek ve frontě [h]	0,005178
$E(T)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek v systému [h]	0,005618

Tab. 4.4: Charakteristiky systému při standardním zatížení – 52 lisů

4.3.1.2 Velké zatížení výroby

K velkému zatížení dochází v období, kdy je nutné uspokojit neočekávanou objednávku na plastové díly. Jedná se o méně častou záležitost.

- a) požadavky vstupující do systému:

$$\lambda = 2244 \text{ [ks/hod]}$$

- b) kapacita obsluhy:

$$\mu = 2275 \text{ [ks/hod]}$$

- c) podmínka stabilizace systému:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2244}{2275} = 0,986 < 1$$

Podmínka stabilizace systému je i v tomto případě splněná, ale už se výrazně přiblížila k hodnotě 1. I v této situaci ale dokáže společnost uspokojit veškeré požadavky odběratelů. Stále nedochází k zahlcení systému a neomezeného růstu fronty před obsluhou.

Charakteristiky systému:

$E(N_f)$ - průměrný počet požadavků ve frontě [ks]	71,40072
$E(N)$ - průměrný celkový počet požadavků v systému [ks]	72,3871
$E(T_f)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek ve frontě [h]	0,031819
$E(T)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek v systému [h]	0,032258

Tab. 4.5: Charakteristiky systému při velkém zatížení – 52 lisů

4.3.1.3 Malé zatížení výroby

K malému zatížení dochází v období, kdy jsou nízké požadavky ze strany zákazníků.

- a) požadavky vstupující do systému:

$$\lambda = 1888 \text{ [ks/hod]}$$

- b) kapacita výroby:

$$\mu = 2275 \text{ [ks/hod]}$$

c) podmínka stabilizace systému:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1888}{2275} = 0,82989 < 1$$

Podmínka stabilizace systému je i v tomto případě splněná, je výrazně nižší než 1. K zahlcení systému nedochází, naopak jsou v něm nevyužité kapacity výroby.

Charakteristiky systému:

$E(N_f)$ - průměrný počet požadavků ve frontě [ks]	4,048663
$E(N)$ - průměrný celkový počet požadavků v systému [ks]	4,878553
$E(T_f)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek ve frontě [h]	0,002144
$E(T)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek v systému [h]	0,002584

Tab. 4.6: Charakteristiky systému při malém zatížení – 52 lisů

4.3.2 Expedice

Expedice výrobků plynně navazuje na výrobní fázi. Odesílání výrobků probíhá 6 dní v týdnu (pondělí – sobota). Jak společnost EuWe, tak i její partneři kladou velký důraz na optimalizaci stavu zásob. Proto expedice probíhá kontinuálně, aby odběratelům na skladu nezůstávalo dlouhodobě velké množství výlisků.

Plastové díly jsou odesílány ve speciálních obalech, které jsou unikátní pro každý díl. V některých případech je proto expedice závislá na počtu obalů, které má společnost EuWe v té době k dispozici. Pokud tyto obaly k dispozici nejsou, dochází k pozdržení expedice, dokud nejsou opět dovezeny od odběratele.

Expedice ve společnosti EuWe odpovídá modelu SHO M/M/1. Parametry modelu jsou intenzita vstupu (λ) a intenzita obsluhy (μ). V rámci mnou vytvořené analýzy jsou tyto hodnoty uváděny, stejně jako v případě výroby, k časovému intervalu 1 hodiny. Charakteristiky jednotlivých variant modelu byly vypočítány dle vzorců (3.37), (3.38), (3.44), (3.45) a s pomocí programu MS Excel. Soubor s výpočty je přiložen v elektronické podobě k diplomové práci.

4.3.2.1 Standardní zatížení expediční linky

Expediční linka je v režimu standardního zatížení v době, kdy odesílání výrobků probíhá kontinuálně a nevyskytují se v něm výrazné výkyvy.

a) požadavky k expedici:

$$\lambda = 2622 \text{ [ks/hod]}$$

b) kapacita obsluhy:

$$\mu = 3315 \text{ [ks/hod]}$$

c) podmínka stabilizace systému:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2622}{3315} = 0,791 < 1$$

Podmínka stabilizace systému je i v případě expediční linky splněná. K zahlcení systému nedochází.

Charakteristiky systému:

$E(N_f)$ - průměrný počet požadavků ve frontě [ks]	2,9926
$E(N)$ - průměrný celkový počet požadavků v systému [ks]	3,78355
$E(T_f)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek ve frontě [h]	0,001141
$E(T)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek v systému [h]	0,001443

Tab. 4.7.: Charakteristiky systému expedice při standardním zatížení

4.3.2.2 Velké zatížení expediční linky

Expediční linka je více zatížena v době, kdy jsou odesílány výrobky, které byly neočekávaně objednány. Zvyšují se tak nároky na expedici a dochází ke krátkodobému nárůstu vstupujících požadavků.

a) požadavky k expedici:

$$\lambda = 2805 \text{ [ks/hod]}$$

b) kapacita obsluhy:

$$\mu = 3315 \text{ [ks/hod]}$$

c) podmínka stabilizace systému:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2805}{3315} = 0,846 < 1$$

Podmínka stabilizace systému je splněná. K zahlcení systému nedochází.

Charakteristiky systému:

$E(N_f)$ - průměrný počet požadavků ve frontě [ks]	4,653846
$E(N)$ - průměrný celkový počet požadavků v systému [ks]	5,5
$E(T_f)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek ve frontě [h]	0,001659
$E(T)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek v systému [h]	0,001961

Tab. 4.8.: Charakteristiky systému expedice při velkém zatížení

4.3.2.3 Malé zatížení expediční linky

Expediční linka je méně zatížena v době, kdy je z jakéhokoliv důvodu sníženo množství odesílaných výrobků. Taková situace může nastat, pokud dojde ke snížení požadavků na výrobu, případně pokud nedojde ke včasnému vrácení speciálních přepravních obalů od odběratele. Dochází tak k časovým prostojům.

a) požadavky k expedici:

$$\lambda = 2360 \text{ [ks/hod]}$$

b) kapacita obsluhy:

$$\mu = 3315 \text{ [ks/hod]}$$

c) podmínka stabilizace systému:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2360}{3315} = 0,712 < 1$$

Podmínka stabilizace systému je také splněná. K zahlcení systému nedochází.

Charakteristiky systému:

$E(N_f)$ - průměrný počet požadavků ve frontě [ks]	1,759289
$E(N)$ - průměrný celkový počet požadavků v systému [ks]	2,471204
$E(T_f)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek ve frontě [h]	0,000745
$E(T)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek v systému [h]	0,001047

Tab. 4.9.: Charakteristiky systému expedice při malém zatížení

4.3.3 Navržené přípustné údržbové režimy ve výrobě

4.3.3.1 Standardní zatížení výrobní linky

Jak již bylo uvedeno, hodinová výrobní kapacita jednoho vstřikovacího lisu je 43,75 výlisků. Při standardním zatížení výroby přichází 2097 požadavků za hodinu. Jednoduchým výpočtem ($2097 / 43,75 = 47,93$) zjistíme, že nutný počet lisů na uspokojení všech požadavků je 48.

1) výchozí situace – 52 lisů

a) požadavky vstupující do systému:

$$\lambda = 2097 \text{ [ks/hod]}$$

b) kapacita obsluhy:

$$\mu = 2275 \text{ [ks/hod]}$$

c) podmínka stabilizace systému:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2097}{2275} = 0,922 < 1$$

2) snížení počtu vstřikovacích lisů – 48 lisů

a) požadavky vstupující do systému:

$$\lambda = 2097 \text{ [ks/hod]}$$

b) kapacita obsluhy:

$$\mu = 43,75 * 48 = 2100 \text{ [ks/hod]}$$

c) podmínka stabilizace systému:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2097}{2100} = 0,998571 < 1$$

Podmínka stabilizace systému je i po snížení počtu vyrábějících lisů splněna, ale nebezpečně se přibližuje hranici stability. Podobnou hodnotu jsme získali při velkém vytížení výroby, která je však schopna v takové situaci bez problémů fungovat. Odstavením 4 lisů tak vzniká prostor na postupnou údržbu a technologickou přípravu pro další průběh výroby. Kompletní údržbu všech lisů, spojenou s jejich průběžnou

výměnou ve výrobě, je v tomto režimu možné provést za 13 dní. Předpokladem je, že 4 lisy projdou údržbou za 1 den a další den začnou opět vyrábět. Možný harmonogram výroby a údržby je uveden v příloze A.1. Znázorňuje lisy, které jsou v údržbě, a lisy, které vyrábějí.

Charakteristiky systému se 48 vstřikovacemi lisy:

$E(N_f)$ - průměrný počet požadavků ve frontě [ks]	698,0014
$E(N)$ - průměrný celkový počet požadavků v systému [ks]	699
$E(T_f)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek ve frontě [h]	0,332857
$E(T)$ - průměrný doba, kterou stráví požadavek v systému [h]	0,333333

Tab. 4.10: Charakteristiky systému při standardním zatížení – 48 lisů

4.3.3.2 Velké zatížení výroby

Při velkém zatížení výroby přichází 2244 požadavků za hodinu. Jednoduchým výpočtem určíme ($2244 / 43,75 = 51,29$), že nutný počet lisů ve výrobě je 52. V tomto režimu tedy není možné provádět jakoukoliv údržbu, neboť snížení počtu vyrábějících lisů by vedlo k nesplnění podmínky stabilizace systému. Docházelo by tak k neomezenému růstu fronty požadavků.

- nesplněná podmínka stabilizace systému – 51 lisů:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2244}{2231,25} = 1,00571 > 1$$

4.3.3.3 Malé zatížení výroby

Při malém zatížení výroby přichází do systému 1888 požadavků za hodinu. Opět snadno zjistíme ($1888 / 43,75 = 43,15$), že nutný počet lisů na uspokojení všech požadavků je 44. V tomto režimu je tedy možné provádět údržbu, neboť snížení počtu vyrábějících lisů nepovede k nesplnění podmínky stabilizace systému.

- 1) výchozí situace – 52 lisů
 - a) požadavky vstupující do systému:
 $\lambda = 1888$ [ks/hod]

b) kapacita výroby:

$$\mu = 2275 \text{ [ks/hod]}$$

c) podmínka stabilizace systému:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1888}{2275} = 0,82989 < 1$$

2) snížení počtu vstřikovacích lisů – 44 lisů

a) požadavky vstupující do systému:

$$\lambda = 1888 \text{ [ks/hod]}$$

b) kapacita výroby:

$$\mu = 43,75 * 44 = 1925 \text{ [ks/hod]}$$

c) podmínka stabilizace systému:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1888}{1925} = 0,98078 < 1$$

Podmínka stabilizace systému je i po snížení počtu vyrábějících lisů splněna. Jak bylo již uvedeno dříve, výroba je schopna bez problému fungovat i v případě, kdy se intenzita provozu blíží k hodnotě 1. Odstavením 8 lisů tak vzniká prostor na postupnou údržbu a technologickou přípravu pro další výrobu. Kompletní údržbu všech lisů, spojenou s jejich průběžnou výměnou ve výrobě, je v tomto režimu možné provést za 6,5 dne. Předpokladem je, že 8 lisů projdou údržbou za 1 den a další den začnou opět vyrábět. Možný harmonogram výroby a údržby je uveden v příloze A.2. Znázorňuje lisy, které jsou ve výrobě, a lisy, které nevyrábějí, tj. jsou v údržbě.

Charakteristiky systému se 44 vstřikovacemi lisy:

$E(N_f)$ - průměrný počet požadavků ve frontě [ks]	50,04625
$E(N)$ - průměrný celkový počet požadavků v systému [ks]	51,02703
$E(T_f)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek ve frontě [h]	0,026508
$E(T)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek v systému [h]	0,027027

Tab. 4.11: Charakteristiky systému při malém zatížení – 44 lisů

Snížením počtu aktivně pracujících lisů ve výrobě dochází ke zvýšení hodnot zkoumaných charakteristik – zvyšuje se počet požadavků ve frontě i v systému, zároveň dochází ke zvýšení průměrné doby, kterou požadavek stráví ve frontě, resp. v celém obslužném systému.

4.4 Modely – numerická realizace

Součástí diplomové práce bylo vytvoření kalkulace v programu Mathematica Wolfram Research Inc., která je ověřením výsledků dosažených analýzou podnikových procesů ve společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech. Vytvořená matematická kalkulace je sestavena tak, aby ve své obecnosti byla využitelná i pro další obdobné situace. Vstupními parametry jsou:

- $\lambda \rightarrow$ intenzita vstupu požadavků
- $\mu \rightarrow$ intenzita obsluhy požadavků

4.4.1 Výpočty alternativ

K vlastním výpočtům je nutné nadefinovat funkce $EN[\lambda_-, \mu_-]$, $ENf[\lambda_-, \mu_-]$, $ET[\lambda_-, \mu_-]$, $ETf[\lambda_-, \mu_-]$ a další, které jsou vyjádřeny pomocí vzorců z kapitoly 3.3.1. Jejich numerická realizace v softwaru Mathematica Wolfram Research Inc. je v příloze B.1.

$rho[\lambda_-, \mu_-] := N[\lambda/\mu]$... intenzita provozu

$EN[\lambda_-, \mu_-] := N[\lambda/(\mu - \lambda)]$... průměrný počet požadavků v systému

$ENf[\lambda_-, \mu_-] := N[\lambda^2/\mu/(\mu - \lambda)]$... průměrný počet požadavků ve frontě

$EK[\lambda_-, \mu_-] := N[1 - \lambda/\mu]$... průměrný počet volných obslužných míst

$ET[\lambda_-, \mu_-] := N[1/(\mu - \lambda)]$... průměrná celková doba strávená požadavkem v systému

$ETf[\lambda_-, \mu_-] := N[\lambda/\mu/(\mu - \lambda)]$... průměrná celková doba strávená požadavkem ve frontě

Numerická realizace výpočtů v softwaru Mathematica Wolfram Research Inc. je v příloze B.1.

4.4.2 Kalkulace jednotlivých variant

Pro každou z alternativ výroby a expedice byla nastavena kalkulace, díky které byly získány hodnoty jednotlivých charakteristik. Celkem bylo vypočítáno 8 variant. Výsledky zkoumání jsou uvedeny v následující tabulce:

	λ	μ	ρ	$E(N_f)$ [ks]	$E(N)$ [ks]	$E(T_f)$ [h]	$E(T)$ [h]
A	2097	2275	0,921758242	10,8591	11,7809	0,00517842	0,00561798
B	2244	2275	0,986373626	71,4007	72,3871	0,0318185	0,0322581
C	1888	2275	0,82989011	4,04866	4,87855	0,00214442	0,00258398
D	2097	2100	0,998571429	698,001	699	0,332857	0,333333
E	1888	1925	0,980779221	50,0462	51,027	0,0265075	0,027027
F	2622	3315	0,790950226	2,9926	3,78355	0,00114134	0,001443
G	2805	3315	0,846153846	4,65385	5,5	0,00165913	0,00196078
H	2360	3315	0,711915535	1,75929	2,4712	0,000745461	0,00104712

Tab. 4.12: Výsledky matematického modelu pro různé alternativy

kde:

$A \dots H$ – jednotlivé varianty výpočtu

λ – intenzita vstupu požadavků do systému

μ – intenzita obsluhy

ρ – intenzita provozu

$E(N_f)$ - průměrný počet požadavků ve frontě

$E(N)$ - průměrný celkový počet požadavků v systému

$E(T_f)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek ve frontě

$E(T)$ - průměrná doba, kterou stráví požadavek v systému

Kompletní přehled výpočtů, doprovodných komentářů a výsledků v softwaru Mathematica Wolfram Research Inc. je uvedený v příloze B.1.

5. Závěr

Cílem mojí diplomové práce bylo představení problematiky systémů hromadné obsluhy a provedení analýzy podnikových procesů ve společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech z pohledu teorie front. Stěžejní částí této práce jsou kapitoly 2, 3 a 4.

Obsahem druhé kapitoly jsou základní informace o podniku EuWe a principů jeho výroby, která je specializovaná na výrobu plastových dílů pro automobilový průmysl. Nastíněny jsou principy spolupráce s odběrateli, výrobní režim společnosti i technologické postupy.

Třetí kapitola je zaměřena na teoretický rozbor systémů hromadné obsluhy. V její první části, podkapitole 3.1, je představeno možné rozdělení teoretických modelů. V podkapitole 3.2 následuje obecný model systémů hromadné obsluhy, na který v podkapitole 3.3 navazují rozборы dvou nejzákladnějších modelů – M/M/1, M/M/m.

Čtvrtá kapitola je věnována výrobním procesům ve společnosti EuWe. Ilustruje propojenost teoretických modelů a reálné praxe. Obsahem této kapitoly je představení výrobních procesů, analýza jejich charakteristik při různých režimech zatížení z hlediska teoretických modelů a návržení přípustných údržbových režimů pro zajištění společného plynulého průběhu výroby a údržby vstřikovacích lisů. Tato problematika je značně široká, co se týče dalších alternativ údržbových režimů v případě rozšíření výroby do budoucna. V podkapitole 4.4 se podařilo, v rámci konzultací s vedoucím diplomové práce a na základě známých teoretických modelů, provést numerickou kalkulaci modelu M/M/1 v softwaru Mathematica Wolfram Research Inc. Vstupními parametry jsou λ a μ . Výsledky kalkulace jsou souhrnně uvedeny v tabulce na straně 57. Všechny výpočty jsou uvedeny v příloze B.1.

5. Závěr

Vytvořená kalkulace je ve své obecnosti aplikovatelná pro kteroukoliv alternativu modelu M/M/1.

Při tvorbě této diplomové práce bylo využito dat a poznatků získaných konzultacemi ve společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech.

6. Abstrakt

PRAŽSKÝ, T. Uplatňování metod teorie front při řízení vybraných podnikových procesů. Diplomová práce. Plzeň: Fakulta ekonomická ZČU v Plzni, 67 s., 2011

Klíčová slova: systémy hromadné obsluhy, teorie front, výroba, automobilový průmysl, Mathematica Wolfram Research Inc.

Cílem předložené diplomové práce bylo představení problematiky systémů hromadné obsluhy a provedení analýzy podnikových procesů ve zvoleném podniku a ukázat jejich propojenost s teoretickými modely systémů hromadné obsluhy. Vybraným podnikem byla společnost EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech, které se specializuje na výrobu plastových dílů pro automobilový průmysl.

Součástí analýzy průběhu výrobního procesu bylo určení teoretických charakteristik jednotlivých variant výroby a navržení údržbových režimů pro různé intenzity zatížení výrobního procesu. Průběh výroby byl analyzován ve 3 režimech – standardního, zvýšeného a sníženého zatížení. Při analýze bylo vycházeno z dat, získaných v průběhu konzultací ve společnosti EuWe.

V rámci konzultací s vedoucím diplomové práce byla vytvořena numerická kalkulace v programu Mathematica Wolfram Research Inc.. Jejím výstupem jsou charakteristiky modelu M/M/1 pro zadané parametry. Tato aplikace ověřuje výpočty, provedené v průběhu analýzy, a je ve své obecnosti použitelná pro obdobné modely.

PRAŽSKÝ, T. Application of theory of queues for some corporate processes control. Diploma thesis. Pilsen: Faculty of economics University of West Bohemia in Pilsen, 67 p., 2011

Key words: waiting line models, theory of queues, production, automotive industry, Mathematica Wolfram Research Inc.

The goal of presented diploma thesis was to performance properties of queuing systems and to analyse production processes in the chosen company and to show their interconnectedness with the theoretical models of queuing systems. The selected company was EuWe Eugen Wexler Czech Republic Inc. in Rokycany that specializes in the production of plastic parts for automotive industry.

The constituent part of the analysis was to define theoretical characteristics of particular options of production and design maintenance mode for different intensity of production. Production process was analysed in 3 modes – standard, increased and reduced load. Analysis is based on data obtained through consultations in the company EuWe.

As a part of consultations with diploma thesis tutor was created mathematical application in Mathematica Wolfram Research Inc. software. Characteristics of M/M/1 model for entered parameters are output of it. This application verifies the calculations made during the analysis and in its generality is applicable for similar models.

7. Seznam obrázků

Obr. 2.1: Mapa závodů společnosti EuWe.....	9
Obr. 2.2: Zjednodušené schéma e-aukce.....	11
Obr. 2.3: Přehled výrobků.....	14
Obr. 2.4: Forma na výrobu plastového dílu.....	15
Obr. 2.5: Prostory společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech – 2008.....	17
Obr. 2.6: Prostory společnosti EuWe Eugen Wexler ČR s.r.o. v Rokycanech – 2011.....	17
Obr. 3.1: Obecné schéma systému hromadné obsluhy.....	18
Obr. 3.2: SHO – jedna obslužná linka.....	21
Obr. 3.3: SHO – paralelně uspořádané obslužné linky.....	22
Obr. 3.4: SHO – paralelně uspořádané obslužné linky se společnou frontou.....	22
Obr. 3.5: SHO – sériově uspořádané obslužné linky.....	23
Obr. 3.6: Uspořádání fronty FIFO.....	23
Obr. 3.7: Uspořádání fronty LIFO.....	24
Obr. 3.8: Uspořádání fronty SIRO.....	24
Obr. 3.9: Uspořádání fronty PRI.....	25
Obr. 3.10: Model vzájemného působení dvou Poisson. procesů.....	33
Obr. 4.1: Výroba nového dílu – bez dalších úprav.....	44
Obr. 4.2: Výroba nového dílu – s dalšími úpravami.....	44
Obr. 4.3: Výroba dílu – s dalšími úpravami.....	45
Obr. 4.4: Výroba dílu – bez dalších úprav.....	45

8. Seznam tabulek

Tab. 3.1: Příklady SHO z reálného života.....	19
Tab. 3.2: Přejchody SHO do sousedních stavů.....	28
Tab. 3.3: Alternativy spolupůsobení dvou Poissonových procesů.....	33
Tab. 4.1: Základní obslužné procesy.....	43
Tab. 4.2: Doplnkové obslužné procesy.....	43
Tab. 4.3: Požadavky odběratelů společnosti za 1 rok.....	47
Tab. 4.4: Charakteristiky systému při standardním zatížení – 52 lisů.....	48
Tab. 4.5: Charakteristiky systému při velkém zatížení – 52 lisů.....	49
Tab. 4.6: Charakteristiky systému při malém zatížení – 52 lisů.....	50
Tab. 4.7: Charakteristiky systému expedice při standardním zatížení.....	51
Tab. 4.8: Charakteristiky systému expedice při velkém zatížení.....	52
Tab. 4.9: Charakteristiky systému expedice při malém zatížení.....	52
Tab. 4.10: Charakteristiky systému při standardním zatížení – 48 lisů.....	54
Tab. 4.11: Charakteristiky systému při malém zatížení – 44 lisů.....	55
Tab. 4.12: Výsledky matematického modelu pro různé alternativy.....	57

9. Seznam grafů

Graf 3.1: Poissonův proud vstupu požadavků (při $\lambda=3, \mu = 4$).....	34
Graf 3.2: Poissonův proud obsluhy (při $\lambda=3, \mu = 4$).....	34
Graf 3.3: Poissonův proud vstupu a obsluhy požadavků (při $\lambda=3, \mu = 4$).....	34
Graf 3.4: Poissonův proud vstupu a obsluhy požadavků (při $\lambda=3, \mu = 3,1$).....	35
Graf 3.5: Poissonův proud vstupu a obsluhy požadavků (při $\lambda=3, \mu = 3$).....	35
Graf 3.6: Poissonův proud vstupu a obsluhy požadavků (při $\lambda=3, \mu = 1,5$).....	35

10. Seznam použitých zdrojů

Knihy:

- [1] HINDLS, R. - HRONOVÁ, S. - SEGER, J. - FISCHER, J. Statistika pro ekonomy. Praha: Professional Publishing, 2006. ISBN: 80-86946-16-9
- [2] JABLONSKÝ, J. Operační výzkum. Praha: VŠE, 2001. ISBN: 80-245-0162-7
- [3] JABLONSKÝ, J. Operační výzkum. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN: 978-80-86946-44-3
- [4] LUKÁŠ, L. Pravděpodobnostní modely. Plzeň: ZČU, 2005. ISBN: 80-7043-388-4
- [5] LUKÁŠ, L. Pravděpodobnostní modely v managementu. Praha: Academia, 2011. ISBN: 978-80-200-1704-8
- [6] PLEVNÝ, M. - ŽIŽKA, M. Modelování a optimalizace v manažerském rozhodování. Plzeň: ZČU, 2005. ISBN: 80-7043-435-X

Elektronické zdroje:

- [7] *EuWe.com* [online], [cit. 2011-11-1]. Dostupné z < <http://euwe.com> >
- [8] *Mapy.cz* [online], [cit. 2011-11-1]. Dostupné z < <http://mapy.cz> >
- [9] *Wolfram.com* [online], [cit. 2011-10-28]. Dostupné z < <http://demonstrations.wolfram.com> >
- [10] *Logistika.cz* [online], [cit. 2011-11-18]. Dostupné z < <http://logistika-cz.blogspot.com/2008/11/kanban.html> >

Další vhodné zdroje:

- [11] ANDERSON, D.R. - SWEENEY, D.J. - WILLIAMS, T.A.: An Introduction to Management Science, Quantitative Approaches to Decision Making. 5e, West Publishing Co., St. Paul, Minnesota, USA, 1995, ISBN 0-314-62969-6

10. Seznam použitých zdrojů

- [12] HILLIER, F.S. - LIEBERMAN, G.J.: Introduction to Operation Research. 4-e, Holden-Day, Inc., Oakland, California, 1986, ISBN 0-8162-3871-5
- [13] RENDER, B. - STAIR, R.M. Jr. - HANNA, M.E.: Quantitative Analysis for management. Prentice Hall, Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, New Jersey 2003, ISBN 0-13-049543-3

11. Seznam příloh

Příloha A.1: Údržbový režim při standardním zatížení výrobní linky.....	69
Příloha A.2: Údržbový režim při malém zatížení výrobní linky.....	70
Příloha B.1: Přehled výpočtů a výsledků kalkulace.....	72
Příloha B.2: Ucelený model počítačové simulace Poissonova proudu vstupu požadavků a Poissonova proudu obsluhy požadavků	81

Příloha A.1: Údržbový režim při standardním zatížení výrobní linky

Příloha A.2: Údržbový režim při malém zatížení výrobní linky

Příloha B.1: Přehled výpočtů a výsledků kalkulace

Příloha B.2: Ucelený model počítačové simulace Poissonova proudu vstupu požadavků a Poissonova proudu obsluhy požadavků