

Modální analýza kostry satelitu Pilsen CUBE

Jakub Linhart¹

1 Úvod

Pilsen CUBE je projekt studentského satelitu typu CubeSat, jehož cílem je nasměrovat mladé lidi k vesmírnému programu. Studenti ve spolupráci se ZČU sestrojí funkční pikosatelit a navrhnu experimenty, které se na oběžné dráze zrealizují. Projekt také podpořilo město Plzeň.

Tato práce se zabývá prováděním modální analýzy kostry za pomoci MKP softwaru Abaqus. Předpokládá se provedení experimentu pro určení modálních charakteristik. Data budou sloužit k ověření numerického modelu. Nyní je materiál kostry hliník, do budoucna je plán návrhu kostry z kompozitního materiálu.

2 Modální analýza

Modální analýza je metoda pro identifikaci modálních vlastností zkoumaného objektu. U lineárních systémů nejsou modální veličiny ovlivněny vstupní veličinou (buzením) a v případě slabě tlumených systémů ani tlumením. Modální analýza na netlumeném a nebuzeném systému je popsána rovnicí:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{0}, \quad (1)$$

kde \mathbf{M} je matice hmotnosti, \mathbf{K} je matice tuhosti. Po dosazení předpokládaného řešení:

$$-\mathbf{q}(t) = \mathbf{v} \sin(\Omega t), \quad (2)$$

vykrácení časovou funkcí dostaneme:

$$(\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M})\mathbf{v} = \mathbf{0}. \quad (3)$$

Modální a spektrální matice jsou nadefinovány:

$$\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n] \in \mathbf{R}^{n,n}, \quad (4)$$

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\Omega_i^2\}, \quad (5)$$

kde \mathbf{V} je modální matice, $\mathbf{\Lambda}$ je spektrální matice a Ω_i je vlastní úhlová frekvence [rad/s]=[s⁻¹] pro i -tý vlastní tvar kmitu. Výsledek modální analýzy diskrétních matematických modelů se slabým tlumením a se symetrickými maticemi \mathbf{M} , \mathbf{K} jsou modální a spektrální matice splňující podmínky:

$$\mathbf{V}^T \mathbf{M} \mathbf{V} = \mathbf{I}, \quad (6)$$

$$\mathbf{V}^T \mathbf{K} \mathbf{V} = \mathbf{\Lambda}, \quad (7)$$

kde \mathbf{I} je jednotková matice.

¹ student bakalářského studijního programu Počítačové modelování v technice, obor Výpočty a design, e-mail: jlinhart@students.zcu.cz

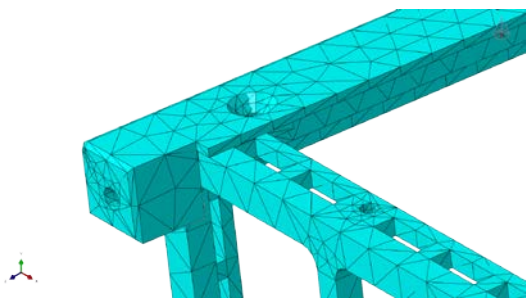
3 Výsledky

Pomocí MKP programu Abaqus je provedena modální analýza kostry o tvaru krychle o hraně 10 cm. Výpočet proběhl pro frekvence mezi 1-2000 Hz. Materiál kostry je hliník s konstantami: hustota $\rho = 2700 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, modul pružnosti $E = 71 \text{ GPa}$ a Poissonova konstanta $\nu = 0,34$. CAD model byl převzatý. Jelikož je model zadaný v centimetrech, materiálové konstanty jsou převedeny na: $\rho = 2700 \times 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{cm}^{-3}$, $E = 71 \times 10^7 \text{ kg}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$. Typ prvků při síťování, které lze vidět na Obrázku 1, je tetrahedron. Počet těchto prvků na modelu je 125 428. Jejich přibližná globální velikost je 0,4 cm. Kostra je složena z 9 částí a 4 šroubů s matkami, které lze vidět na Obrázku 2. Spodní část je určena pro baterie, v horní části se budou nacházet plošné spoje. V reálu jsou tyto části spojeny šrouby. Pro výpočet jsou jednotlivé části spojeny pomocí vazeb typu Tie Constraints. Výsledné vlastní frekvence jsou zahrnuty v Tabulce 1 a tvary kmitu lze vidět na Obrázku 3 resp. Obrázku 4. Frekvence f je odvozena ze vztahu:

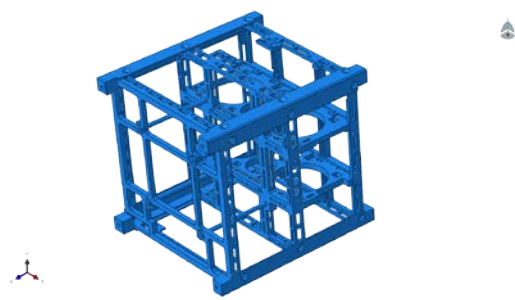
$$\Omega = 2 * \pi * f, \quad (8)$$

i	1	2	3	4	5	6	7
f [Hz]	928,93	986,68	1085,8	1233,5	1320,5	1719,2	1905

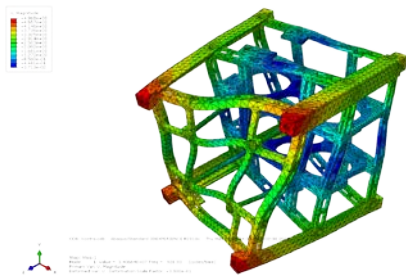
Tabulka 1: Výsledné vlastní frekvence.



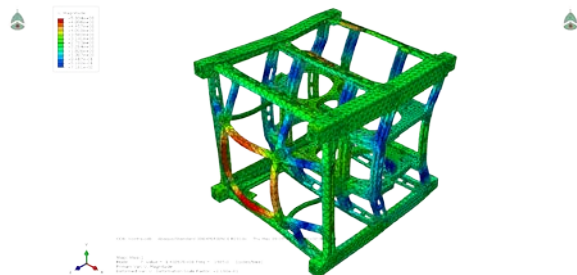
Obrázek 1: Detail sítě modelu.



Obrázek 2: Sjednocený model.



Obrázek 3: Vlastní tvar pro $i = 1$.



Obrázek 4: Vlastní tvar pro $i = 7$.

4 Závěr

Podarilo se navrhnout a zrealizovat převod z CAD modelu do numerického modelu a určit modální charakteristiky. Věrohodnost numerického modelu bude dále ověřena na problému jednostranně vetknutého nosníku, kde je známo analytické řešení vlastních frekvencí pomocí Euler-Bernoulliho teorie.

Literatura

Dupal, J. (2012) *Mechanika 3*, Plzeň.