FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD ZÁPADOČESKÉ UNIVERZITY V PLZNI

STUDENTSKÁ VĚDECKÁ KONFERENCE 2019

RBF aproximace s respektováním významných rysů dat

Jakub Vašta[1], Václav Skala[2]

1 Úvod

Aproximace pomocí radiálních bázových funkcí (RBF) je technika používaná pro aproximaci roztroušených obecně n-dimenzionálních dat, o které se často hovoří jako o technice bezsíťové (Meshless, Meshfree). Metodu RBF s použitím funkce multiquadratic představil Hardy (1971). Tato metoda aproximace povrchů z roztroušených dat je založena na výpočtu sumy jednotlivých kvadratických povrchů vážených příslušnými váhami, jejichž hodnoty je nutné určit. Již v této první práci je uvedena důležitost umístění radiálních bázových funkcí, které by se měly nacházet ve významných bodech aproximovaného povrchu. Tato práce si klade za cíl nalezení právě takových významných bodů pro funkce dvou proměnných, jelikož nalezení a zachování takových bodů výrazně ovlivní výslednou přesnost aproximace.

2 RBF aproximace

RBF aproximace je založena na vzdálenosti bodů v n-dimenzionálním prostoru (1)

$$f(x) = \sum_{j=1}^{M} \lambda_j \phi\left(\left\|x - \xi_j\right\|\right) \tag{1}$$

Při aproximaci volíme počet referenčních bodů ξ_j výrazně menší, než počet bodů zadaných x_i, v kterých je dána funkční hodnota h_i. Dostáváme tedy přeurčený systém lineárních rovnic (2), který lze vyřešit metodou LSE nebo QR dekompozicí.

$$h_i = f(x_i) = \sum_{j=1}^{M} \lambda_j \phi\left(\left\|x_i - \xi_j\right\|\right) \quad i = 1, \cdots, N \tag{2}$$

3 Detekce významných bodů

Pro samotnou detekci významných bodů, nad libovolně nakloněnými plochami, byly navrženy čtyři metody. Jako referenční body jsou použity také body získané vzorkováním povrchu pomocí haltonovy sekvence, přičemž je zvláštní důraz kladen na hranici. Po nalezení významných bodů je jejich počet redukován. Jako experimentální funkce byla zvolena (3) a pro jednoduchost jsou funkce vzorkovány na pravidelnou mřížku.

$$f(x, y) = \frac{2}{11}\left(\sin(4x^2 + 4y^2) - (x + y) + \frac{5}{2}\right) \tag{3}$$

Detekce stacionárních bodů: Vyhledávání probíhá za využití masek velikosti 3x3, které postihují lokální extrémy, sedlové body, údolí a hřbety.

---

[1] student navazujícího studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Inženýrská informatika, specializace Počítačová grafika, e-mail: vastja@students.zcu.cz

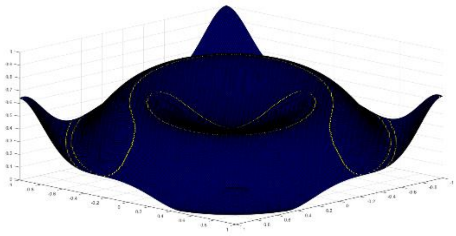
[2] Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra informatiky, e-mail: skala@kiv.zcu.cz

Detekce inflexních bodů: Inflexní body jsou body, v kterých se mění znaménko křivosti. Z rovnice (4) vyplývá, že znaménko křivosti je stejné jako znaménko čitatele.

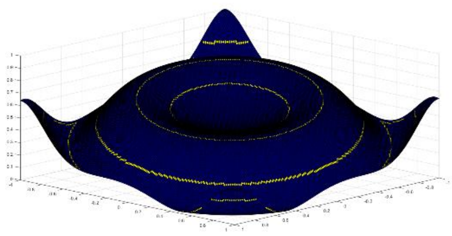
$$\kappa_{gauss} = \frac{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}\right)^2}{\left(\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + 1\right)^2} \tag{4}$$

Detekce hran: Při pravidelném vzorkování lze na funkci dvou proměnných nahlížet jako na snímek. Následně je možné v tomto snímku vyhledat hrany využitím hranového detektoru např. Canny, Sobel a další. Hrany jsou hledány jak nad samotným snímkem, tak nad polem velikostí gradientu daného snímku. Gradient nad snímkem lze vypočítat pomocí diferenčních schémat nebo užitím operátorů např. Sobel, Prewitt a další.

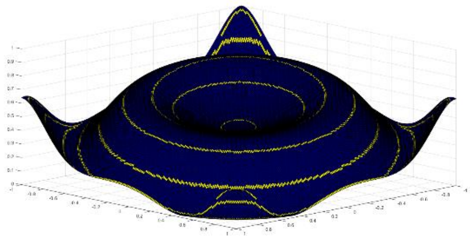
Detekce stacionárních bodů křivosti: Nejprve je vypočtena křivost povrchu (4) a poté jsou nad ní vyhledány stacionární body, opět s využitím masek.



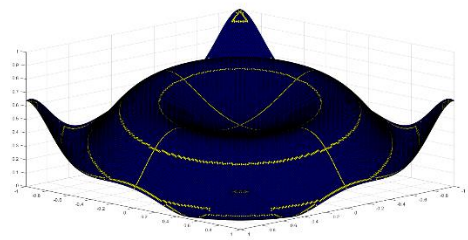
Obrázek 1: Stacionární body



Obrázek 2: Inflexní body



Obrázek 3: Detekce hran



Obrázek 4: Stacionární body křivosti

4 Závěr

Navržené metody byly testovány na standardních testovacích funkcích. Jednotlivé metody podávají velmi dobré výsledky, přesto jsou některé speciální typy funkcí (např. rychlý zlom), které dělají většině metodám obecně potíže. Experimenty prokázaly vhodnost navržených metod pro RBF aproximaci, zejména s ohledem na přesnost při značném snížení počtu referenčních bodů.

Literatura

Cervenka Martin, Michal Smolik, Vaclav Skala. (2019) Scattered Data Approximation using Radial Basis Functions Respecting Points of Inflection, (accepted) ICCSA, Springer

L. Hardy, Rolland. (1971). Multiquadric Equations of Topography and Other Irregular Surfaces. Journal of Geophysical Research. 76. 1905-1915.