

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta elektrotechnická

DISERTAČNÍ PRÁCE

**Metody pro analýzu vlastností speciálních typů vinutí
elektrických strojů točivých**



**FAKULTA
ELEKTROTECHNICKÁ
ZÁPADOČESKÉ
UNIVERZITY
V PLZNI**

Disertační práce

k získání akademického titulu doktor v oboru

Elektrotechnika

Ing. Jan Laksar

**Metody pro analýzu vlastností speciálních typů vinutí
elektrických strojů točivých**

Školitel: doc. Ing. Bohumil Skala, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem disertační práci vypracoval samostatně a použil jsem prameny, které cituji a uvádím v seznamu literatury. V předložené vědecké práci jsou použity obvyklé vědecké postupy.

V Plzni, 18.6.2019

.....
podpis

Poděkování

Rád bych poděkoval školiteli doc. Ing. Bohumilovi Skalovi, Ph.D. a školiteli specialistovi doc. Ing. Karlovi Hruškovi, Ph.D. za odbornou pomoc a cenné rady nejen při zpracování disertační práce, ale i během celého doktorského studia.

Abstrakt

Práce přináší ucelený pohled na problematiku interakce vinutí s magnetickým obvodem synchronních strojů s permanentními magnety. Kromě matematického popisu tvaru magnetického pole produkovaného vinutím je v práci popsán vývoj vlastních metod pro výpočet indukce ve vzduchové mezeře a rozptylové indukčnosti drážek. Tyto vlastní metody vedou k přesnějšímu určení parametrů náhradního schématu stroje, včetně jejich závislosti na poloze rotoru a voleném časovém okamžiku. Na základě vypočtených průběhů je vytvořen matematický model stroje respektující vyšší harmonické složky způsobené jeho geometrií.

Získané teoretické poznatky jsou použity při volbě a návrhu dvou synchronních generátorů s permanentními magnety. Jeden generátor má klasické průmyslové používané dvouvrstvé zubové vinutí, druhý generátor má upravené zubové vinutí třívrstvé. V práci je proveden elektromagnetický návrh obou strojů. Návrh je podpořený vlastními výpočty magnetického pole, které slouží k tvorbě matematického modelu obou generátorů. Návrh obou strojů je ověřen pomocí metody konečných prvků. Stroje následně byly sestaveny a vypočtené hodnoty a průběhy byly ověřeny experimentálně.

Klíčová slova

vinutí, drážka, indukčnost, synchronní stroj, permanentní magnet, generátor, matematický model, elektromagnetický návrh, zubové vinutí, třívrstvé vinutí, metoda konečných prvků

Abstract

The thesis brings a comprehensive view on the issue of winding interaction with magnetic circuit of permanent magnet synchronous machines. In addition to the mathematical description of the winding magnetomotive force, the thesis is focused on the development of own methods for the calculation of air gap flux density and slot leakage inductance. These methods can be used to more precise determination of equivalent circuit parameters including their rotor position and time dependency. The mathematical model of the machine is based on calculated waveforms; the model is respecting higher harmonic components caused by the geometry of the machine.

Acquired theoretical knowledge is applied to the selection and design of two synchronous generators with permanent magnets. First generator is using a typical double-layer tooth winding; the second generator has a modified three-layer tooth winding. The electromagnetic design of both machines is included in the thesis. The design is supported by own magnetic field calculations, which are used to create the mathematical model of both generators. The design is verified by the finite element method usage. The machines were then assembled and calculated values and waveforms were verified experimentally.

Keywords

winding, slot, inductance, synchronous machine, permanent magnet, generator, mathematical model, electromagnetic design, tooth winding, three-layer winding, finite element method

Obsah

POUŽITÁ SYMBOLIKA	8
1 ÚVOD.....	12
1.1 SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY	12
1.2 MOTIVACE A PŘÍSTUP K ŘEŠENÍ PROBLEMATIKY	19
1.3 ZÁKLADNÍ POJMY	21
1.3.1 <i>Návrh střídavého rozstříhaného vinutí.....</i>	<i>22</i>
1.3.2 <i>Prostředky analýzy vinutí.....</i>	<i>23</i>
2 MAGNETICKÉ POLE VE VZDUCHOVÉ MEZEŘE	26
2.1 ÚPRAVA ČINITELE ROZLOHY PRO JEDNOVRSTVÉ VINUTÍ.....	28
2.2 ZLOMKOVÉ VINUTÍ	29
2.2.1 <i>Zlomkové vinutí s $c = 2$.....</i>	<i>30</i>
2.3 MAGNETICKÁ INDUKCE A VLIV ŠÍŘKY DRÁŽKY	32
2.4 VLIV OTEVŘENÍ DRÁŽKY	35
2.4.1 <i>Carterův činitel.....</i>	<i>35</i>
2.4.2 <i>Schwarz-Christoffelova transformace.....</i>	<i>37</i>
2.4.3 <i>Porovnání výpočtu pulzace pomocí obou metod.....</i>	<i>39</i>
2.5 ZPLOŠTĚNÍ MAGNETICKÉ INDUKCE	41
2.6 VLIV ROTOROVÝCH PERMANENTNÍCH MAGNETŮ.....	44
2.7 VÝSLEDNÝ PRŮBĚH INDUKCE VE VZDUCHOVÉ MEZEŘE	46
2.7.1 <i>Radiální složka magnetické indukce</i>	<i>46</i>
2.7.2 <i>Tečná složka magnetické indukce</i>	<i>47</i>
2.7.3 <i>Porovnání výsledků s metodou konečných prvků.....</i>	<i>47</i>
2.8 APLIKACE ZNALOSTI ROZLOŽENÍ MAGNETICKÉ INDUKCE	48
2.8.1 <i>Spřažený tok.....</i>	<i>49</i>
2.8.2 <i>Indukované napětí.....</i>	<i>49</i>
2.8.3 <i>Indukčnost.....</i>	<i>49</i>
2.8.4 <i>Moment</i>	<i>50</i>
2.9 MATEMATICKÝ MODEL PMSM GENERÁTORU V USTÁLENÉM STAVU	51
2.9.1 <i>Stav naprázdno.....</i>	<i>53</i>
2.9.2 <i>Zatížený generátor</i>	<i>54</i>
3 ROZPTYLOVÁ INDUKČNOST DRÁŽKY	56
3.1 OBECNÉ ROVNICE	56
3.1.1 <i>Definice vodivostních parametrů.....</i>	<i>57</i>
3.1.2 <i>Příklad obdélníkové drážky typu „M“</i>	<i>58</i>
3.2 KRUHOVÁ DRÁŽKA TYPU „K“	58
3.2.1 <i>Verifikace pomocí metody konečných prvků.....</i>	<i>60</i>
3.2.2 <i>Přehled výrazů používaných v literatuře a porovnání výsledků.....</i>	<i>61</i>
3.3 DRÁŽKA TYPU „V“	62
3.3.1 <i>Přehled výrazů používaných v literatuře a porovnání výsledků.....</i>	<i>63</i>
3.4 OTEVŘENÁ LICHOBĚŽNÍKOVÁ DRÁŽKA.....	64
3.4.1 <i>Přehled výrazů používaných v literatuře a porovnání výsledků.....</i>	<i>65</i>
3.4.2 <i>Cívky obdélníkového průřezu.....</i>	<i>66</i>
3.4.3 <i>Drážka s rovným dnem.....</i>	<i>67</i>
3.5 POLOUZAVŘENÁ LICHOBĚŽNÍKOVÁ DRÁŽKA TYPU „L“	68
3.5.1 <i>Přehled výrazů používaných v literatuře a porovnání výsledků.....</i>	<i>70</i>
3.6 VLIV ZKRÁCENÍ KROKU DVOUVRSTVÉHO VINUTÍ.....	71
3.6.1 <i>Třífázové postupné vinutí.....</i>	<i>72</i>
3.6.2 <i>Dvouvrstvé zubové vinutí</i>	<i>75</i>
4 NÁVRH A STAVBA PMSM GENERÁTORU	77
4.1 VOLBA VINUTÍ	77

4.1.1	<i>Dvouvrstvé zubové vinutí</i>	77
4.1.2	<i>Jednovrstvé zubové vinutí</i>	80
4.1.3	<i>Čtyřvrstvé a třívrstvé vinutí</i>	82
4.1.4	<i>Výsledná volba a parametry vinutí</i>	87
4.2	MAGNETICKÝ OBVOD A HLAVNÍ ROZMĚRY STROJE.....	91
4.2.1	<i>Tvar pole permanentních magnetů</i>	94
4.2.2	<i>Výpočet magnetického obvodu</i>	96
4.3	PARAMETRY NÁHRADNÍHO SCHÉMATU.....	97
4.4	ZTRÁTY	101
4.5	KONSTRUKCE GENERÁTORŮ	104
5	POROVNÁNÍ VÝPOČTŮ A MĚŘENÍ	107
5.1	MAGNETICKÁ INDUKCE, SYCENÍ MAGNETICKÉHO OBVODU	107
5.2	PARAMETRY NÁHRADNÍHO SCHÉMATU, ZTRÁTY V ŽELEZE	109
5.3	STAV NAPRÁZDNO	119
5.3.1	<i>Pulzace momentu</i>	122
5.4	ZATÍŽENÝ GENERÁTOR	123
5.4.1	<i>Momentová charakteristika</i>	126
5.4.2	<i>Vypočtené průběhy a porovnání s měřením</i>	127
6	ZÁVĚR	132
	SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ	137
	SEZNAM PUBLIKACÍ A VÝSTUPŮ STUDENTA VZTAHUJÍCÍCH SE K PŘEDMĚTU DISERTAČNÍ PRÁCE	141
	OSTATNÍ PUBLIKACE A VÝSTUPY STUDENTA	143
	PŘÍLOHY	144

Použitá symbolika

$2u$	počet cívkových stran v drážce	[-]
A	lineární obvodová proudová hustota	[A m ⁻¹]
a	počet paralelních větví střídavého vinutí	[-]
$a_ =$	počet párů paralelních větví stejnosměrného vinutí	[-]
a_i	koeficient polynomu	[-]
B	magnetická indukce	[T]
B_r	remanentní indukce	[T]
b	šířka	[m]
c	jmenovatel zlomkového počtu drážek na pól a fázi v základním tvaru	[-]
D	průměr	[m]
F	síla	[N]
FEM	finitel element method	
F_m	magnetické napětí	[A]
f	plošná hustota síly	[N m ⁻²]
f	frekvence	[Hz]
H	intenzita magnetického pole	[A m ⁻¹]
H_c	magnetická koercivita	[A m ⁻¹]
h	výška	[m]
I	elektrický proud	[A]
J	magnetická polarizace	[T]
J	proudová hustota	[A m ⁻²]
J	moment setrvačnosti	[kg m ⁻²]
J_s	proudová hustota povrchového vázaného proudu PM	[A m ⁻¹]
J_v	proudová hustota objemového vázaného proudu PM	[A m ⁻²]
j	imaginární jednotka	[-]
K	počet cívek vinutí	[-]
K_1	počet cívek ve svazku	[-]
K_α	činitel zploštění magnetické indukce	[-]
k_B	činitel tvaru pole	[-]
k_C	Carterův činitel	[-]
k_{cor}	korekční činitel	[-]
k_{Cu}, k_{ke}	činitelé vlivu zkrácení kroku na indukčnost drážky	[-]
k_d	činitel plnění drážky	[-]
k_f	fázový činitel vinutí	[-]
k_F	činitel sycení	[-]
k_{Fe}	činitel plnění železa	[-]
k_p	činitel respektující zvětšení ztrát	[-]
k_r	činitel rozlohy	[-]
k_{sk}	poměr mezi počtem závitů středové cívky a krajní cívky	[-]
k_v	činitel vinutí	[-]
k_y	činitel kroku	[-]

k_z	činitel odlehčení	[-]
k_{zs}	činitel počtu závitů a posunu setů vinutí	[-]
$k_{\phi z}$	činitel toku zubu	[-]
L	indukčnost	[H]
l	délka	[m]
M	moment	[Nm]
M	magnetizace	[A m ⁻¹]
MKP	metoda konečných prvků	
m	hmotnost	[kg]
m	počet fází	[-]
N_c	počet závitů cívky	[-]
N_s	počet závitů v sérii	[-]
n	čitatel zlomkového počtu drážek na pól a fázi v základním tvaru	[-]
n_{cp}	počet cívek jedné fáze na pól	[-]
n_p	počet dílčích paralelních vodičů	[-]
n_s	synchronní rychlost	[ot min ⁻¹]
P	počet unikátních fázorů fázorové hvězdice	[-]
PMSM	permanent magnet synchronous machine	
p	počet pólpárů	[-]
Q	počet drážek	[-]
q	počet drážek na pól a fázi	[-]
R_{lg}	poloměr Görgesovy kružnice	[A]
R	elektrický odpor	[Ω]
R_g	střední vzdálenost vrcholů Görgesova obrazce od jeho těžiště	[A]
r	poloměr	[m]
S	průřez, obsah	[m ²]
S_c	počet cívkových svazků vinutí	[-]
SC	Schwarz-Christoffel	
S_f	počet cívkových svazků na jednu fázi	[-]
T	Maxwellův tenzor pnutí	[N m ⁻²]
t	čas	[s]
t_d	drážková rozteč	[m]
t_{pd}	pólová rozteč v počtu drážek	[-]
U	elektrické napětí	[V]
V	objem	[m ³]
V_d	počet vodičů v drážce	[-]
v_{rot}	obvodová rychlost rotoru	[m s ⁻¹]
w_m	hustota energie magnetického pole	[J m ⁻³]
W_m	energie magnetického pole	[J]
X	reaktance	[Ω]
y_l	krok vinutí v počtu cívkových stran	[-]
y_{ld}	krok vinutí v počtu drážek	[-]
y_k	krok na komutátoru	[-]
Z	impedance	[Ω]

α	středový úhel	[rad]; [°]
α_{rp}	úhlová pólová rozteč	[rad]; [°]
α_{δ}	činitel pólového krytí	[-]
β	činitel zkrácení kroku	[-]
β	zátěžný úhel	[rad]; [°]
γ_{Cu}	měrná vodivost mědi	[S m ⁻¹]
δ	vzduchová mezera	[m]
δ	relativní odchylka	[-]
Δp	ztrátové číslo	[W kg ⁻¹]
ΔP	ztráty	[W]
ε	činitel uspořádání vinutí	[-]
κ	pomocný činitel pro určení Carterova činitele	[-]
κ_1	počet ztotožnění fází	[-]
λ	činitel magnetické vodivosti	[-]
μ	permeabilita	[H m ⁻¹]
μ_r	relativní permeabilita	[-]
ξ	úhlová pozice po obvodu stroje	[rad]; [°]
ξ_0	mechanická úhlová pozice přední cívkové strany	[rad]; [°]
ξ_d	úhlová drážková rozteč	[rad]; [°]
ξ_v	úhel natočení vinutí	[rad]; [°]
ξ_y	středový úhel cívkvy	[rad]; [°]
ρ	hustota	[kg m ⁻³]
τ_{dif}	činitel diferenčního rozptylu	[-]
Φ	magnetický indukční tok	[Wb]
χ	magnetická susceptibilita	[-]
Ψ	spřažený tok	[Wb]
Ψ_{cc}	skalární magnetický potenciál	[A]
ω	úhlová rychlost	[rad s ⁻¹]
∇	diferenciální operátor nabla	[m ⁻¹]

Použité indexy

0	vakuum; otevření drážky; stejnosměrná složka; počáteční stav
1	drážkový klín; základní harmonická; stator
2	oblast pod drážkovým klínem; rotor
3	aktivní část drážky
A, B, C	fáze
a	kotva
av	střední
b	buzený
c	cívka
d	drážka; podélná osa
dif	diferenční rozptyl
e	ekvivalentní; vnější

<i>ef</i>	efektivní
<i>el</i>	elektrický
<i>Fe</i>	železo, paket
<i>f</i>	fázový
<i>i</i>	vnitřní; indukovaný
<i>j</i>	jho; Jouleův
<i>k</i>	krajní; kružnice
<i>L</i>	zátěž
<i>l</i>	spodní
<i>m</i>	amplituda; magnet
<i>max</i>	maximální
<i>me</i>	mechanický
<i>min</i>	minimální
<i>PM</i>	magnet
<i>q</i>	příčná složka
<i>r</i>	radiální směr
<i>ref</i>	referenční
<i>s</i>	středový
<i>t</i>	tečný směr
<i>u</i>	horní
<i>v</i>	vodič; vinutí
<i>z</i>	zub; závit
α	reálná složka statorového souřadného systému
β	imaginární složka statorového souřadného systému
δ	vzduchová mezera
ν	prostorová harmonická, harmonická vybuzená prostorovým uspořádáním
σ	rozptyl
'	zdánlivý; matematický

Speciální typy proměnných

<i>B</i>	vektor magnetické indukce
\bar{i}	komplexní fázor okamžité hodnoty proudu

1 Úvod

Historie používání vinutí v elektrických strojích se přímo pojí s jejich vývojem, sahá tedy do druhé poloviny 19. století. První stejnosměrné stroje se vyráběly s ručně navíjeným vinutím prstencovým, které se vyznačovalo především krátkou aktivní částí a velkou spotřebou mědi, což mělo za následek nárůst Jouleových ztrát a pokles účinnosti.

Proto se přešlo na vinutí bubnová uložená po obvodu stroje v drážkách, která mají aktivní dvě strany cívky ležící pod opačnými póly stroje, spojené čely vinutí. Tento princip uspořádání vinutí je používán dodnes výhradně jako vinutí induktu. Proto nelze očekávat, že by v tomto ohledu nastala nějaká revoluční změna.

Vinutí samotná však nejsou totožná jako na začátku minulého století. Vývojem prošla technologie výroby vodičů, tvarování a spojování cívek a materiály používané pro izolační systémy. Moderní izolační systém spolu se správným technologickým postupem impregnace izolace umožňuje provozovat stroje na vyšších teplotách, čímž lze dosáhnout vyšší výkonové hustoty, vyšších napětí a zejména zajišťují odolnost izolačního systému vůči degradačním procesům spojeným s napěťovými pulzy o vysoké frekvenci způsobenými napájením strojů pomocí prvků výkonové elektroniky.

Pro navíjení se používají výhradně dva typy vodičů – obdélníkové a s kruhovým průřezem. Vinutí strojů větších výkonů bývá většinou postupné s velkým počtem drážek na pól a fázi. U menších synchronních nebo spínaných strojů se často používá naopak zubové vinutí, které se vyznačuje počtem drážek na pól a fázi menším než 1. Důvody použití zubového vinutí jsou zejména technologické. Všechny výše popsané a mnoho dalších parametrů vinutí ovlivňují vlastnosti stroje, jako jsou rozptylové indukčnosti, pulzace magnetického pole ve vzduchové mezeře, nárůst ztrát, pulzace momentu, tvar indukovaného napětí, proudu atd.

1.1 Současný stav problematiky

Problematika vinutí, jejich druhy a základní výpočty byly již v minulosti důkladně popsány a shrnuty [36], zároveň jsou součástí každé rozsáhlejší publikace zabývající se teorií a návrhy elektrických strojů (např. [6], [35], [44], [48]). Vinutí jsou nedílnou součástí elektrického stroje, proto nelze pouze analyzovat vlastnosti a parametry vinutí samotného, ale je velmi důležité vzít ohled na druh stroje, ve kterém bude vinutí použito a jak ovlivní jeho chování.

U vinutí stejnosměrných strojů je možné nalézt asi největší variabilitu co do počtu

cívkových stran v drážce, paralelních větví, kombinace různých uspořádání a použití vyrovnávacích spojek prvního a druhého řádu a připojení na komutátor. Klasické stejnosměrné stroje jsou dnes však již na ústupu, proto jim již nebude v rámci této práce věnována pozornost. Nicméně na jejich vinutí jsou založena vinutí střídavých strojů, je tedy nutné teorii popsanou ve výše zmíněné literatuře znát.

Asynchronní stroje kladou na vinutí pouze jediný požadavek. Křivka produkovaného magnetického napětí by měla být co nejhladší a nejbližší harmonickému průběhu. Zároveň je důležité, aby průběh magnetického napětí a Görgesův diagram (viz kapitola 1.3.2) byly symetrické, jinak by vznikaly parazitní sudé harmonické, které nepříznivě ovlivňují chod stroje. Tím vzniká jednoduchý požadavek na co nejvyšší celočíselný počet drážek na pól a fázi q . Největší pozornost v oblasti vinutí asynchronních strojů je dnes věnována speciálním aplikacím, jako jsou stroje s dvěma statorovými vinutími navinutými na různý počet pólů [5], [31], [45], zlepšení provozních parametrů pomocí zešíkvení drážek [53], nebo možnost použití dvou setů vinutí [12].

U synchronních strojů je kladen především důraz na harmonický průběh indukovaného napětí. Generátory velkého výkonu mají dostatečný počet drážek, aby tato podmínka mohla být splněna. Menší stroje (elektricky buzené nebo s permanentními magnety) s malým počtem drážek na pól a fázi q mohou mít průběh indukovaného napětí značně odlišný, proto se často používají vinutí se zlomkovým q nebo vinutí zubová s pevným krokem vinutí $y_{1d} = 1$. Předmětem výzkumu jsou dnes převážně rotory strojů s permanentními magnety (PMSM z anglického permanent magnet synchronous machines): optimalizace uložení a tvaru magnetu, tvar samotného rotoru apod. s ohledem na co nejmenší ztráty v rotoru, průběhy momentu a indukovaného napětí. Největší vývoj v oblasti vinutí je tak zaměřen na možnost použití třívrstvého čtyřvrstvého a vinutí pro zlepšení výše zmiňovaných průběhů [2], [8], [16], [56].

Synchronní reluktanční stroje z principu funkce potřebují vinutí s co nejmenším rozptylem, tedy u nich platí stejná pravidla jako u strojů asynchronních se zvětšeným důrazem právě na potlačení rozptylových indukčností. Články zabývající se synchronními reluktančními stroji jsou většinou zaměřené na optimalizace tvaru rotoru.

Spínané reluktanční stroje, stejnosměrné stroje s elektronickou komutací (BLDC) nebo krokové motory již nepředpokládají harmonické rozložení pole nebo indukovaného napětí z důvodu obdélníkového nebo pulzního napájení. Vinutí se zde používají téměř výhradně zubová a nebudou v rámci této práce nijak významněji analyzována.

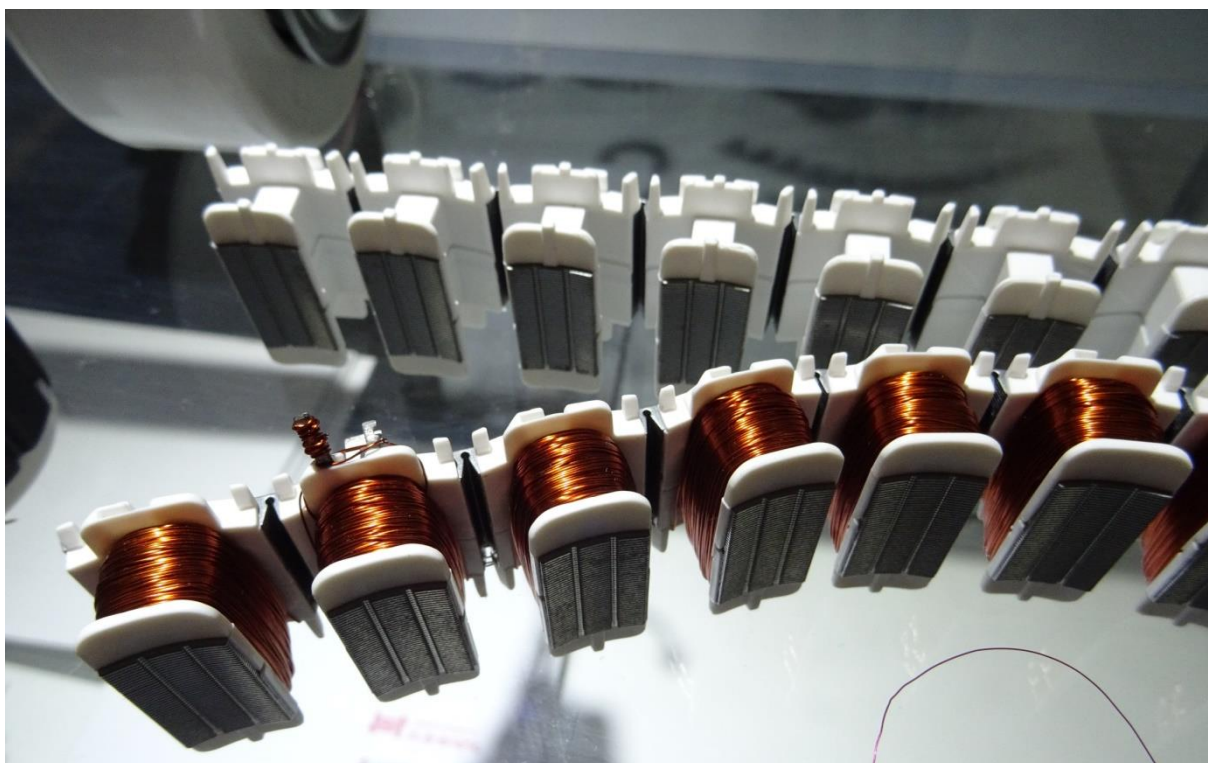
Z technologického hlediska lze dnes i z vodičů obdélníkového průřezu vyrobit téměř

jakýkoliv tvar cívek, záleží pouze na možnosti jeho uplatnění, viz Obr. 1.1. Zkušenosti a inspirace aktuální problematiky a nejdůležitějších témat současnosti v oblasti nejen vinutí elektrických strojů byly sbírány na výstavě CWIEME Berlin 2019 [17]. Na výstavu se každoročně sjíždějí výrobci vinutí, permanentních magnetů, elektrotechnických plechů, měřicí techniky, navíjecích strojů apod. předvést své výrobky a technologie. Většina fotografií v této kapitole tak pochází z této výstavy.



Obr. 1.1: Přehled tvarů cívek tvořených vodiči obdélníkového průřezu

Největším tématem dneška je bezesporu automatizace výroby. Možnost rychlého a levného navíjení a vkládání cívek do vinutí je hybnou silou společností zaměřených na výrobu mnohakových sérií většinou malých motorů sloužící jako různé pohony od zubního nářadí, přes počítačové komponenty jako ventilátory až po elektrické dopravní prostředky. Ve všech těchto aplikacích je s výhodou používáno zubové vinutí. Moderní navíječky umožňují navíjení cívek kruhového průřezu přímo na zuby statoru, popř. lze použít segmentovaný stator, kdy je cívka navinutá na segment zubu s příslušnou částí jha, které jsou pak skládány ve výsledný stator (viz Obr. 1.2).



Obr. 1.2: Segmenty statoru s navinutými cívkami zubového vinutí

I přes technologické možnosti je u těchto strojů preferováno navíjení vodičů kruhových průřezů. Díky nim je možné používat drážky rozličných tvarů (většinou lichoběžníkové zajišťující konstantní šířku zubu) a i při použití statoru z jednoho kusu mohou být drážky polouzavřené a vytvarované cívky lze díky malému průměru jednoho vodiče do drážky vložit (tzv. vsypávané vinutí).

Lze použít také vodič obdélníkového průřezu (Obr. 1.3), který však musí být vložen většinou do obdélníkové otevřené drážky a zajištěn drážkovým klínem. Tím je dosaženo lepšího činitele plnění drážky, avšak dojde k nárůstu pulzace indukce ve vzduchové mezeře a požadavků na zdroj magnetického pole.

Mnoho cílových aplikací elektrických strojů je napájeno malým napětím do 50 V, díky čemuž stroj obsahuje pouze několik závitů v sérii. Nejen pro tato napětí tak přichází v úvahu použití tzv. „hairpin winding“ (sponkového vinutí) [12]. Jeden lakovaný vodič obdélníkového průřezu je mimo stroj vytvarován včetně čela do tvaru písmene „U“ a konce takto vzniklého závitu jsou odizolovány, viz Obr. 1.4. Závit v tomto tvaru není do drážky vkládán, ale je do stroje zasouván v axiálním směru. Může tak být použito polouzavřených obdélníkových drážek, čímž dojde ke snížení negativních vlivů otevření drážky. Použití hairpin winding technologie tak kombinuje výhody vkládaných cívek obdélníkového průřezu – vyšší činitel

plnění a vsypávaného vinutí s vodiči kruhového průřezu – nižší vliv na průběh indukce ve vzduchové mezeře.

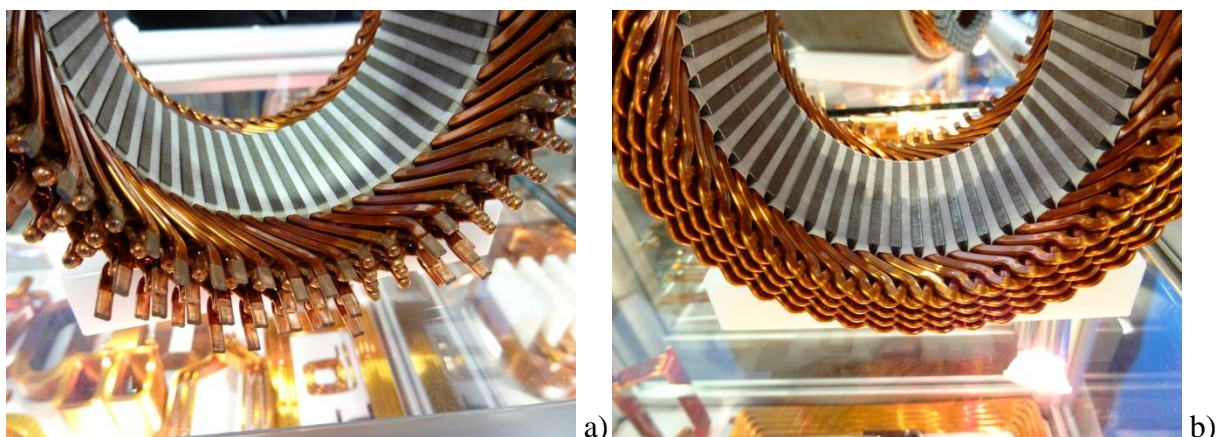


Obr. 1.3: Cívka zubového vinutí obdélníkového průřezu



Obr. 1.4: Cívka sponkového vinutí

Takto vytvarované cívky jsou následně vsunuté do statoru a volné konce jsou naohýbány a pospojovány do požadovaného vinutí (Obr. 1.5 a)), které je topologicky ekvivalentní k vlnovému vinutím. Tento proces může být plně automatizovaný, což přinese ušetření dalších výrobních nákladů. Každá cívka se tak skládá pouze z jednoho závitů. Pokud má být dosaženo většího indukovaného napětí, je nutné do drážek umístit více cívek a ty pospojovat. Stává se tak běžnou praxí, že se u těchto střídavých vinutí objevují vinutí čtyř a vícevrstvá, viz Obr. 1.5 b). To samozřejmě výrobní náklady naopak zvyšuje z důvodu většího počtu pájených spojů. Díky více vrstvám vinutí je však možné měnit zapojení cívek a rozložení jednotlivých fází za účelem např. potlačení drážkového rozptylu, pulzace momentu nebo pro vytvoření hladšího průběhu indukovaného napětí.



Obr. 1.5: Zадní strana pospojovaných cívek (a) a přední čela (b) čtyřvrstvého hairpin vinutí

Sponkovým vinutím je v poslední době věnována řada publikací řešící odlišné aspekty jejich nasazení v elektrických strojích. Jsou v nich řešeny jak technologické otázky svařování a pájení mnoha spojů na malém prostoru [24], porovnávány teplotní poměry, celkové parametry stroje a finanční náklady na výrobu ve srovnání se vsypávaným vinutím [20] nebo řešeny proudové poměry uvnitř drážky v závislosti na uspořádání hairpin vinutí [7].

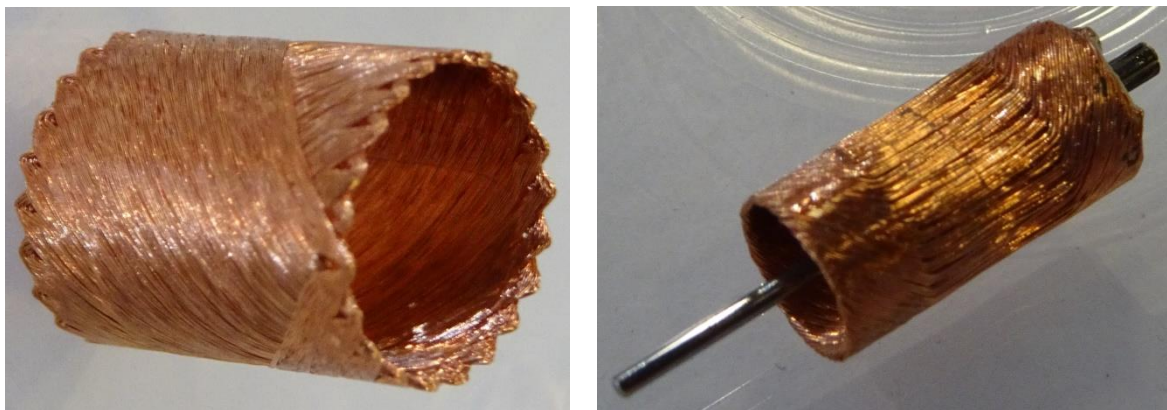
Nespornou výhodou tohoto druhu vinutí je široká variabilita použití nejen pro stroje s permanentními magnety, ale také i pro stroje asynchronní nebo synchronní reluktanční. Nevýhodnými se stávají ve strojích s velkým počtem závitů jedné cívky, kde nemohou nahradit vinutí vkládané nebo vsypávané a zubové vinutí zde bude u synchronních strojů stále tou lepší volbou.

S rostoucím důrazem na co nejvyšší výkonovou hustotu strojů se lze setkat zejména díky rozvíjející se elektromobilitě. Snížení hmotnosti motoru je diskutováno např. redukcí množství oceli ve stroji [60]. Pokud není kladen důraz zároveň i na minimální objem stroje, je stále aktuálním tématem možnost nahrazení měděného vinutí hliníkovým [58]. Hliník má sice o více než polovinu větší rezistivitu než měď, ale naopak je více než třikrát lehčí. To umožňuje použití hliníkového vinutí, které má méně než poloviční hmotnost oproti měděnému při zachování konstantního odporu. Dalšími výhodami hliníkového vinutí jsou obecně nižší pořizovací náklady a snazší recyklace na konci životnosti motoru.

Revolučním přístupem se zdá použití dutých vodičů kruhového průřezu protékáným chladicím olejem. Díky tomuto přímému chlazení lze zvýšit proudovou hustotu ve vodičích až na pětinasobek oproti tradičním způsobům chlazení [13].

Nepříznivé vlivy otevření drážek na hladký chod stroje lze vyřešit použitím bezdrážkového stroje (Obr. 1.6), kdy vinutí může být vytvořeno jako samonosné a pouze nalepeno na jeho statoru. Tím lze dosáhnout větší koncentrace výkonu, dojde však k prodloužení vzduchové

mezery z magnetického hlediska.



Obr. 1.6: Bezdrážková vinutí

Přímý vliv na uspořádání vinutí má také celý koncept elektrického stroje. Z hlediska funkčnosti elektrického motoru plní statorové vinutí jedinou funkci. Vytvořit magnetický tok v požadovaném směru, který bude vhodně interagovat s rotorem a vytvářet točivý moment. Tento směr byl historicky téměř vždy radiální, kolmý na hřídel stroje. V posledních letech získávají na trhu stále větší prostor stroje s axiálním směrem toku, většinou složené z více kusů statorů nebo rotorů [34], [57]. Axiální stroje disponují velkou hustotou výkonu, malou zástavbou a zajímavou možností je jejich modularita. Většinou je zde použito PMSM strojů se zubovým vinutím. Kvůli axiální orientaci magnetického toku mají cívky odlišný tvar přizpůsobený diskovému statoru, viz Obr. 1.7.



Obr. 1.7: Cívka stroje s axiálním tokem [27]

Všechna technologická řešení vinutí musí být vhodně implementována do návrhu celého stroje, aby bylo možné jejich výhody či nevýhody podpořit výpočty. Jedním z nejdůležitějších faktorů je pole ve vzduchové mezeře – jeho velikost, tvar, symetričnost apod. K jeho určení se v naprosté většině případů využívají numerické metody, zejména pak nejrozšířenější metoda konečných prvků.

Kromě modelování a analýz strojů pomocí metody konečných prvků se také množství autorů zabývá analytickými výpočty těch nejdůležitějších průběhů. Výpočet samotného

rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře B_δ různých strojů je popsán např. v [22], [30], [52]. Na základě průběhu magnetické indukce je pak možné určit tvar indukovaného napětí U_i [21], [51] nebo průběh a zvlnění moment M [11], [42], [59].

Velké množství publikací je zaměřeno na přímé analytické řešení diferenciálních rovnic druhého řádu popisujících magnetické pole. Zde samozřejmě platí, že čím složitější struktura stroje, tím náročnější je rovnici vyřešit. Proto se publikace zaměřují pouze na stav naprázdno a rozložení magnetické indukce asynchronních strojů [43] nebo na synchronní stroje s povrchově uloženými permanentními magnety [18], [37], [61]. Výsledky získané těmito metodami se velmi přesně shodují s výpočty pomocí metody konečných prvků.

Kromě zaměření na vícevrstvá vinutí popsané výše nebo na více setů jednovrstvých či dvouvrstevných vinutí se výzkum v oblasti speciálních nebo nových typů vinutí věnuje především vícefázovým uspořádání celého pohonu měnič plus motor [23], [33], [41].

1.2 Motivace a přístup k řešení problematiky

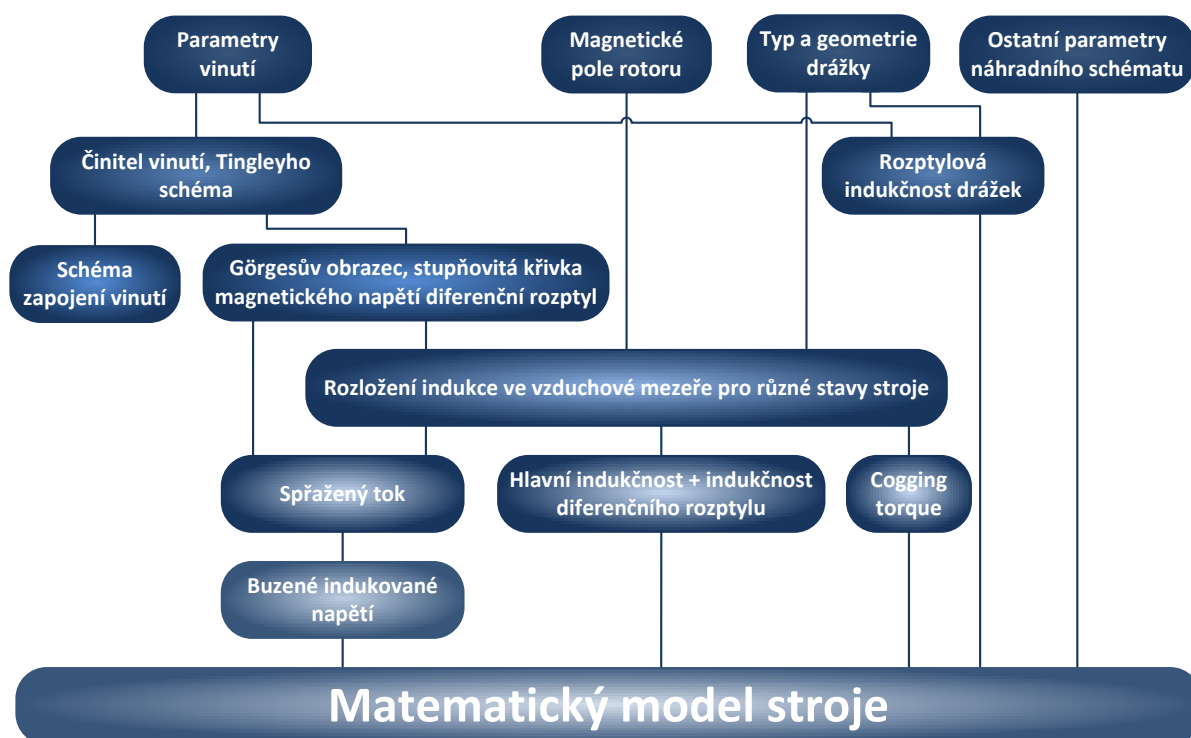
Na základě rešerše aktuálního stavu a směru výzkumu v oblasti vinutí byly nosným tématem doktorského studia a této disertační práce zvoleny synchronní stroje s permanentními magnety a jejich zubová vinutí. Většina autorů snažících se analyticky popsat magnetické pole ve vzduchové mezeře využívá metody jako přímě řešení diferenciálních rovnic nebo analyticko-numerické metody využívající konformní zobrazení magnetického pole v komplexní rovině apod. Jejich úkolem je co nejpřesněji popsat magnetické pole. Tyto metody tak lze použít pouze pro nejjednodušší geometrie; v opačném případě narůstá časová náročnost výpočtu a výhoda rychlosti oproti metodě konečných prvků se vytrácí.

Výchozí cíl této práce je podobný: co nejpřesněji popsat magnetické pole ve vzduchové mezeře, avšak s důrazem na rychlost, aby na základě jediného redukovaného výpočtu bylo možné odvodit chování stroje pro jakýkoliv jeho stav. To se samozřejmě neobejde bez podpory dobře zvládnutého analytického výpočtu a porozumění dějům uvnitř stroje. Práce je od začátků cílena na zubová vinutí synchronních strojů s permanentními magnety.

Na základě analytického návrhu jsou známé základní rozměry stroje, parametry vinutí, počet a rozměry drážek a uspořádání rotoru. Díky tomu může být vypočteno rozložení indukce ve vzduchové mezeře a to radiální i tečné složky včetně efektu otevření drážky apod. To společně se znalostí rozmístění cívek je základní kámen pro výpočet spráženého toku, magnetizační a diferenční indukčnosti, ale také pulzací momentu (cogging torque) pro různé pozice rotoru.

Samostatnou kapitolou je rozptylová indukčnost drážky, pro kterou byl vytvořen model respektující reálný průběh siločar v drážce, ale také analyzován vliv umístění cívkových stran zubového vinutí v drážce vertikálně vedle sebe, oproti postupnému vinutí, kde jsou cívkové strany v drážce umístěny nad sebou.

Všechny tyto výpočty pomohou k přesnějšímu určení parametrů náhradního schématu a především k získání jejich závislosti na poloze rotoru. S respektováním těchto poznatků je pak možné vytvořit matematický model stroje, ve kterém bude možné simulovat chování stroje pro jakýkoliv jeho stav a sledovat nejen velikost vstupních a výstupních veličin, ale také jejich parazitní harmonické složky ovlivněné právě geometrií stroje. Schématický diagram celého výpočtu je zobrazen na Obr. 1.8.



Obr. 1.8: Schématický popis uspořádání disertační práce

Ověření výpočtů je provedeno na reálných strojích sestavených pro účely této práce: jeden s nejpoužívanějším zubovým vinutím, druhý s optimalizovaným zubovým vinutím pro potlačení pulzací jednotlivých průběhů a vyšších harmonických složek. Porovnávány jsou vždy hodnoty vypočtené pomocí vlastních metod, pomocí metody konečných prvků a hodnoty změřené.

1.3 Základní pojmy

Vinutí elektrických strojů je jejich nedílnou součástí a lze jej popsat jako uspořádanou soustavu vodičů určených k transformaci elektrické energie na magnetickou nebo naopak.

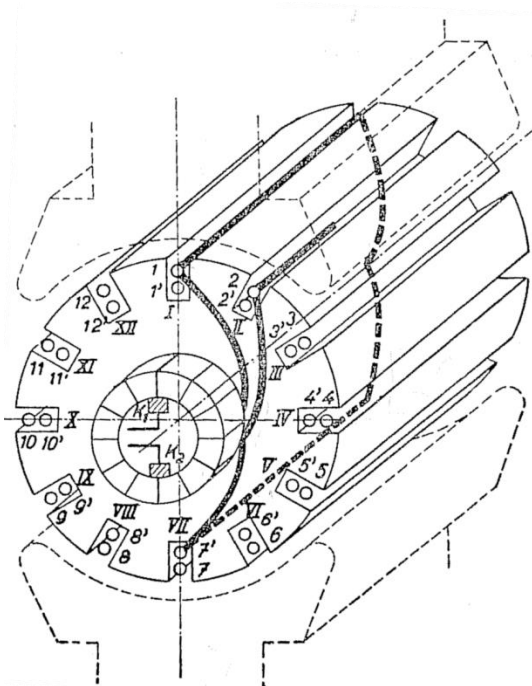
Uspořádání všech vinutí používaných v točivých elektrických strojích (kromě jádrových vinutí pólových cívek stejnosměrných a synchronních strojů) vychází z tzv. bubnových vinutí vynalezených v předminulém století. Bubnové vinutí kotvy stejnosměrných strojů je uloženo do drážek po obvodu stroje, viz Obr. 1.9.

Aktivní je celá drážková část a neaktivní jsou pouze čela cívek. Z těchto stejnosměrných vinutí jsou odvozena vinutí střídavých strojů, rozstříhaná nebo nerozstříhaná. Velmi detailní analýza všech druhů vinutí a jejich vlastností je popsána v [36].

V rámci této kapitoly budou vyňaty pouze potřebné partie a definice s ohledem na vinutí střídavých strojů.

Základní vinutí střídavých strojů lze dělit dle několika kritérií:

- Dle počtu cívkových stran v drážce $2u$ na jednovrstvá, dvouvrstvá a vícevrstvá (3, 4 a více)
- Dle tvaru cívek na smyčkové a vlnové vinutí
- Dle kroku vinutí na cívkách s plným krokem, zkráceným (prodlouženým) krokem a zubové s krokem vinutí v počtu drážek $y_{1d} = 1$
- Existuje řada dalších kritérií, např. podle způsobu připojení na komutátor u stejnosměrných strojů, dle počtu paralelních větví, dle uspořádání cívek na koncentrické a postupné vinutí apod.



Obr. 1.9: Kotva stejnosměrného stroje s bubnovým vinutím [36]

1.3.1 Návrh střídavého rozstříhaného vinutí

Vinutí stroje budiž definováno počtem fází m , počtem drážek Q , počtem pólů stroje $2p$, počtem cívkových stran v drážce $2u$ a krokem vinutí v počtu drážek y_{1d} . Pro porovnání vlastností strojů s různým počtem pólů a fází je vhodné počet drážek k této hodnotě vztáhnout, čímž obdržíme veličinu q definovanou jako

$$q = \frac{Q}{2pm} = \frac{n}{c} \quad (1.1)$$

Na základě počtu drážek na pól a fázi q lze vinutí dále dělit na vinutí celočíselná používaná vždy u asynchronních strojů a obecně u strojů velkých rozměrů s velkým počtem drážek na pól a fázi a vinutí zlomková, používaná převážně v synchronních strojích (z tohoto důvodu je zaveden obecně jako podíl dvou celých čísel n a c). Zubová vinutí jsou podmnožinou vinutí zlomkových, kdy q je téměř výhradně menší než 1. Každá cívka má dvě cívkové strany a celkový počet cívek K lze určit jako

$$K = \frac{Q \cdot 2u}{2} = Qu \quad (1.2)$$

Pro stejnosměrná vinutí, ze kterých jsou střídavá odvozená, je definovaný krok na komutátoru y_k jako

$$y_k = \frac{\varepsilon K \pm a_{\pm}}{p}, \quad (1.3)$$

kde $\varepsilon = 0$ pro smyčkové vinutí a $\varepsilon = 1$ pro vinutí vlnové a a_{\pm} je počet párů paralelních větví stejnosměrného vinutí. Dle poměru a_{\pm}/p lze tato vinutí dělit na sériová, sérioparalelní, paralelní a víceparalelní. Aby byl krok na komutátoru číslo celé, musí být v případě smyčkových vinutí a_{\pm} násobkem p ; u vlnových vinutí rozhoduje také počet cívek K . Pro návrh střídavého vinutí tedy bude zaveden předpoklad $a_{\pm} = p$.

Stejnosemné vinutí bude rozstříháno na určitý počet dílců a poté vhodným způsobem pospojováno. Pospojováním lze dosáhnout vinutí, jehož matematický počet fází m' je roven dvojnásobku počtu fází stroje $m' = 2m$. Celkový počet cívkových svazků je roven

$$S_c = m' a_{\pm} \quad (1.4)$$

Jedna fáze obsahuje $S_f = S_c/m$ cívkových svazků a v jednom svazku se nachází $K_1 = K/S_c$ cívek. Pro volbu kroku vinutí je důležité určit počet drážek připadající na jeden pól

$$t_{pd} = \frac{Q}{2p} = \frac{2pmq}{2p} = mq \quad (1.5)$$

Pro zlomková vinutí nemusí být pólová rozteč celé číslo. S ohledem na potlačení vyšších harmonických se volí krok vinutí tak, aby činitel zkrácení kroku β definovaný jako

$$\beta = \frac{y_{1d}}{t_{pd}} \quad (1.6)$$

byl co nejbližší hodnotě 5/6 (platí pro třífázové stroje). Toho lze dobře dosáhnout u strojů s velkým q , avšak u strojů se zubovým vinutím jsou pro dané uspořádání možnosti volby velmi omezené. Činitel zkrácení kroku by však neměl být menší než 2/3, z důvodu velikosti činitele vinutí základní harmonické.

Krok vinutí v počtu cívkových stran y_1 je závislý na počtu vrstev a pro standardní jednovrstvá a dvouvrstvá vinutí je definován jako

$$y_1 = \begin{cases} 2uy_{1d} & ; 2u = 1 \\ 2uy_{1d} + 1 & ; 2u = 2 \end{cases} \quad (1.7)$$

1.3.2 Prostředky analýzy vinutí

Pro znázornění velikostí a směrů indukovaných napětí do jednotlivých vodičů uložených v drážkách je vhodné použít fázorovou hvězdicu. Na jejím základě lze určit „využitelnost vinutí při daném zapojení cívek a dopočítat činitel vinutí k_v . Počet fázorů fázorové hvězdice je rovný počtu drážek Q ; avšak některé fázory se mohou ztotožnit do stejného směru, protože dané drážky mají stejnou elektrickou pozici vůči magnetickým pólům stroje. Počet ztotožnění fázorů do jednoho směru lze určit jako největší společný násobek počtu drážek a pólparů

$$\kappa_1 = D(Q; p) \quad (1.8)$$

Počet unikátních fázorů hvězdice je tedy

$$P = \frac{Q}{\kappa_1} \quad (1.9)$$

Mechanický středový úhel mezi dvěma po sobě jdoucími fázory je

$$\alpha_{me} = \frac{2\pi}{Q} \quad (1.10)$$

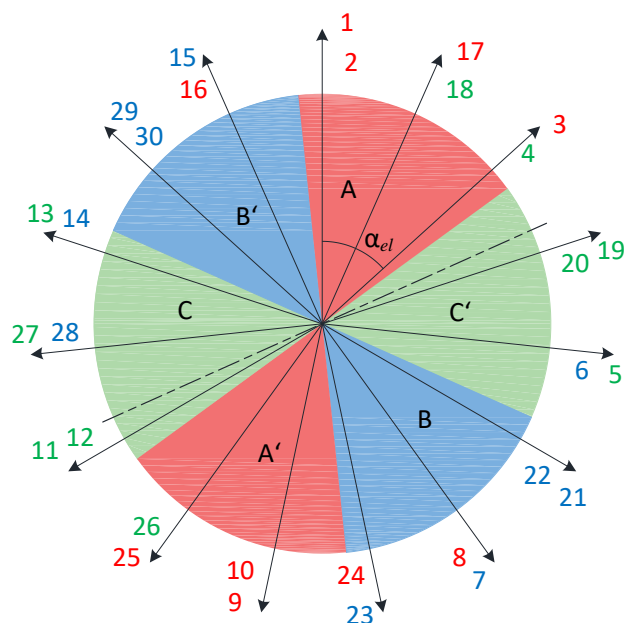
a elektrický středový úhel je roven

$$\alpha_{el} = p \cdot \alpha_{me} \quad (1.11)$$

V závislosti na poměru mezi počtem drážek a pólů nemusí být dva po sobě jdoucí fázory zároveň fázory sousedními. Počet oběhů fázorové hvězdice je přímo roven počtu pólparů stroje. Vytvoření fázorové hvězdice bude ukázáno na následujícím příkladu.

Mějme vinutí s parametry $m = 3$, $q = 1,25$, $2p = 4$, $2u = 2$ a $y_{1d} = 3$. Dle výše popsaných rovnic má stroj 15 drážek a krok vinutí $y_1 = 7$. V každém směru bude vždy jen jeden fázor a elektrický úhel mezi dvěma po sobě jdoucími fázory je $\alpha_{el} = 4\pi/15 = 48^\circ$. Výsledná fázorová

hvězdice včetně příslušnosti jednotlivým fázím je znázorněna na Obr. 1.10. Číslována je každá cívková strana a barevně je odlišena příslušnost daných cívkových stran k jednotlivým fázím. Barevné plochy označují rozdělení oblasti stroje pro $m' = 6$ matematických fází. Na základě tohoto rozdělení jsou přední cívkové strany v každé drážce (označeny lichým číslem) přiřazeny dané fázi a zadní cívková strana je dána krokem vinutí. Na obrázku je zároveň vyznačena osa fáze C. Je patrné, že výsledná osa fáze nemusí odpovídat umístění osy předních cívkových stran právě vlivem zkrácení kroku vinutí. K větší přehlednosti lze



Obr. 1.10: Fázorová hvězdice

použít tabelární formu fázorové hvězdice, tzv. Tingleyho schéma. Tingleyho schéma je plnohodnotným ekvivalentem fázorové hvězdice a lze jej vytvořit následovně. Jedná se o tabulku, která má $2p$ řádků a $m \cdot n$ sloupců. Vyplňuje se postupně každé c-té pole, které

Tab. 1: Tingleyho schéma s vyznačenou osou fáze C

	A A'				C' C				B B'			
p = 1	1			3				5			7	
	2			4				6			8	
p = 2		9			11			13			15	
		10			12			14			16	
p = 3			17			19			21			23
			18			20			22			24
p = 4				25			27			29		
				26			28			30		

představuje jednu drážku. Vyplněné schéma je zobrazeno v Tab. 1. Šířka Tingleyho schématu odpovídá 180° elektrickým a vzdálenosti mezi po sobě jdoucími vyplněnými poli je rovna elektrickému úhlu α_{el} . Na základě odchylek os jednotlivých cívkových stran dané fáze

od osy celé fáze lze přímo určit činitel vinutí k_v . Činitel vinutí lze také analyticky určit pomocí jeho rozdělení na činitel kroku k_y , rozlohy k_r , popř. další činitele spjaté s geometrií vinutí. Tyto činitele lze odvodit buď analyticko-geometrickým postupem popsaným např. v [36]

nebo na základě matematického popisu magnetického pole vinutí, který je analyzován v kapitole 2.

Ze znalosti rozložení vinutí po obvodu stroje lze odvodit průběh magnetického pole produkovaného vinutím. Toho lze dosáhnout buďto matematickým popisem pole vinutí (viz kapitola 2) nebo pomocí tzv. Görgesova diagramu. Görgesův diagram vznikne geometrickým skládáním jednotlivých proudových obsahů drážek a je to zobrazení rozložení magnetického pole vinutí v komplexní rovině. V ideálním případě je Görgesův diagram kružnice, jejíž poloměr R_{1g} je roven amplitudě základní harmonické magnetického napětí statoru a lze ji zapsat jako:

$$R_{1g} = \frac{m}{\pi} I_m V_d q k_{v1}, \quad (1.12)$$

kde I_m je amplituda proudu protékajícího vinutím, V_d je počet vodičů v drážce a k_{v1} je činitel vinutí základní harmonické. Ve skutečnosti jde o uzavřený polygon, jehož tvar dodává informaci o kvalitě vinutí a obsahu vyšších harmonických složek. Zavedením časové přímky pro zvolený časový okamžik t a průmětem vrcholů Görgesova obrazce do této přímky lze získat stupňovitou křivku magnetických napětí vinutí.

Obsah parazitních* harmonických je respektován tzv. činitelem diferenčního rozptylu τ_{dif} . Ten je definován jako součet energie všech parazitních harmonických složek vztažený k energii základní harmonické. Po úpravě jej lze vypočítat z Görgesova obrazce pomocí střední vzdálenosti jednotlivých vrcholů Görgesova obrazce od jeho těžiště R_g jako

$$\tau_{dif} = \frac{R_g^2 - R_{1g}^2}{R_{1g}^2} \quad (1.13)$$

nebo ze spektrální analýzy intenzity magnetického pole vinutí jako

$$\tau_{dif} = \frac{\sum_{v=0}^{\infty} H_v^2 - H_1^2}{H_1^2}, \quad (1.14)$$

kde v je řád prostorové harmonické. Diferenční rozptyl postupného vinutí s velkým počtem drážek na pól a fázi q dosahuje hodnot řádově jednotek procent a menších, naopak u zubových vinutí může být větší než 100 %.

* Kromě harmonických vyššího řádu se zejména u zubových vinutí mohou objevovat tzv. subharmonické. Z toho důvodu je vhodné tyto nežádoucí složky spektra nazvat obecně parazitními harmonickými

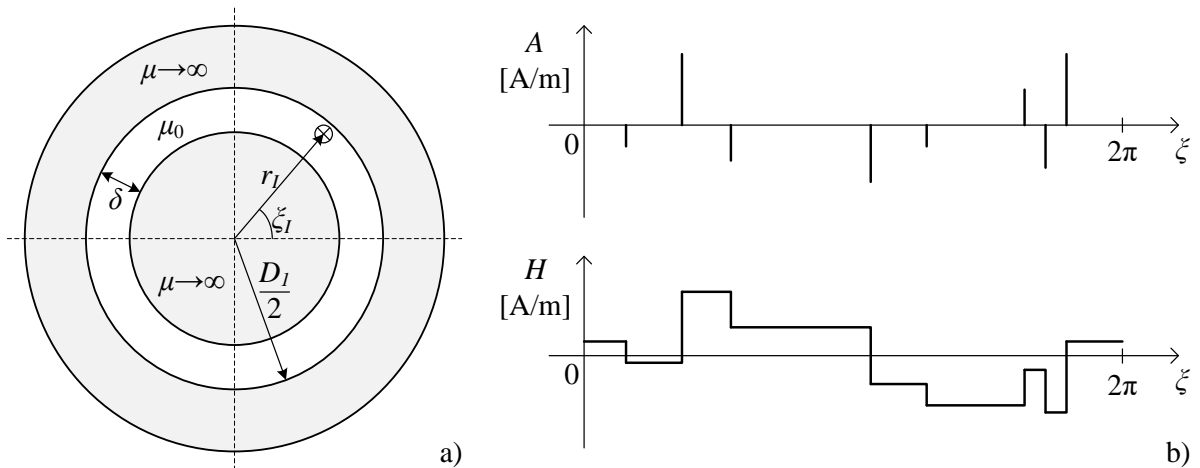
2 Magnetické pole ve vzduchové mezeře

Pro základní popis magnetického pole je zavedena zjednodušená geometrie elektrického stroje se soustředným rotorem a statorem válcového tvaru s hladkým povrchem, vyrobených z magneticky vodivého materiálu o permeabilitě $\mu \rightarrow \infty$ a konstantní vzduchovou mezerou δ (Obr. 2.1 a)). Z tohoto důvodu je vhodné definovat cylindrický souřadný systém (r, ξ, z) , ve kterém jednotkový vektor \mathbf{a} bude mít složky radiální, tečnou a axiální, neboli $\mathbf{a}[\mathbf{a}_r; \mathbf{a}_\xi; \mathbf{a}_z]$.

V případě znalosti rozložení lineární obvodové proudové hustoty $A(\xi)$ a pouze radiálního směru siločar magnetického pole lze vypočítat rozložení intenzity magnetického pole $H(\xi)$. Definováním těchto podmínek se představený problém stává 1D úlohou řešenou dle

$$\delta \cdot H(\xi) = \int_0^\xi A(\xi) r d\xi \quad (2.1)$$

a příklad obecného pole vzduchové mezery je na Obr. 2.1 b).



Obr. 2.1: Zjednodušená geometrie stroje s vyznačeným jedním vodičem (a) a příklad obecného pole ve vzduchové mezeře (b)

Vinutí elektrických strojů má jisté pravidelnosti, které matematický popis magnetického pole vzduchové mezery zjednodušují[†]. Je po obvodu umístěno v drážkách posunutých o konstantní úhel $\xi_d = 2\pi/Q$, který odpovídá mechanickému úhlu mezi po sobě jdoucími fázory fázorové hvězdice. Vinutí je rozdělené do fázových svazků, kdy každý svazek obsahuje q cívek uložených v po sobě jdoucích drážkách protékaných stejným proudem o amplitudě I_m . Proto lze dle [26] odvodit magnetické pole skupiny závitů dvouvrstvého vinutí $H_{1\delta}(\xi)$ ve tvaru

$$H_{1\delta}(\xi) = \frac{2qI_m}{\pi\delta} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \sin\left(pv \frac{\xi_y}{2}\right) \frac{\sin\left(qpv \frac{\xi_d}{2}\right)}{q \sin\left(pv \frac{\xi_d}{2}\right)} \cos(pv\xi) , \quad (2.2)$$

[†] Zatím je uvažováno dvouvrstvé postupné vinutí s celočíselným q

kde mechanický úhel ξ_y odpovídá kroku cívky a je definovaný pomocí činitele zkrácení kroku β a počtu pólpárů p jako

$$\xi_y = \frac{\beta\pi}{p} \quad (2.3)$$

Pro popis magnetického pole ve vzduchové mezeře se častěji používá magnetické napětí $F_{m\delta}$, definované jako

$$F_{m\delta}(\xi) = \delta \cdot H_\delta(\xi) \quad (2.4)$$

Symetrické m -fázové vinutí je rozstříhané na $m' = 2m$ matematických fází a rozdělené do pm' skupin, jejichž osy jsou po obvodu stroje posunuté o úhel $2\pi/(pm')$. Každá skupina je protékána proudy o amplitudě I_m , jejich fázový posun je $2\pi/m$. Dle [26] je možné následně odvodit průběh magnetického napětí ve vzduchové mezeře m -fázového vinutí a upravit jej obecně pro $2p$ -pólový stroj do tvaru

$$F_{m\delta}(\xi) = \frac{qI_m}{\pi} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \sin\left(pv \frac{\xi_y}{2}\right) \frac{\sin\left(qpv \frac{\xi_d}{2}\right)}{q \sin\left(pv \frac{\xi_d}{2}\right)} \frac{\sin((v \pm 1)\pi)}{\sin\left(\frac{(v \pm 1)}{m'}\pi\right)} \sin\left((\omega t \pm pv\xi) \mp (pv \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m}\right) \quad (2.5)$$

Na základě této rovnice lze definovat řadu vlastností a činitelů vinutí. Činitel kroku vinutí k_y je v (2.5) a dále upravený jako

$$k_{yv} = \sin\left(pv \frac{\xi_y}{2}\right) = \sin\left(pv \frac{\beta\pi}{2p}\right) = \sin\left(v\beta \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.6)$$

Na základě volby kroku vinutí mají nulový činitel kroku všechny harmonické, pro jejichž řád platí

$$v = \frac{2k}{\beta} = 2k \frac{mq}{y_{1d}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.7)$$

Při použití vinutí s plným krokem ($\beta = 1$) jsou nulové všechny sudé harmonické. Činitel rozlohy k_r je definovaný jako

$$k_{rv} = \frac{\sin\left(qpv \frac{\xi_d}{2}\right)}{q \sin\left(pv \frac{\xi_d}{2}\right)} = \frac{\sin\left(qpv \frac{2\pi}{2 \cdot 2pmq}\right)}{q \sin\left(pv \frac{2\pi}{2 \cdot 2pmq}\right)} = \frac{\sin\left(v \frac{\pi}{2m}\right)}{q \sin\left(v \frac{\pi}{2mq}\right)} \quad (2.8)$$

Výraz v čitateli je nulový pro všechny harmonické řádu $v = 2km$. Je však nutné provést také analýzu výrazu ve jmenovateli a zajistit podmínky řešitelnosti. Jmenovatel je roven nule pro harmonické řádu $v = 2kqm$ a tedy podmnožinou nulových výrazů pro činitel. Na tento případ lze nahlížet jako na limitu typu „0/0“ a s použitím L'Hospitalova pravidla získat tvar

$$\lim_{v \rightarrow 2kqm} \frac{\sin\left(v \frac{\pi}{2m}\right)}{q \sin\left(v \frac{\pi}{2mq}\right)} = \lim_{v \rightarrow 2kqm} \frac{\frac{\pi}{2m} \cos\left(v \frac{\pi}{2m}\right)}{\frac{\pi}{2mq} q \cos\left(v \frac{\pi}{2mq}\right)} = \frac{\cos(kq\pi)}{\cos(k\pi)}, \quad (2.9)$$

který může nabývat hodnot ± 1 . Poslední činitel nesouvisí s cívkami fázových svazků, ale se samotným m -fázovým elektrickým systémem; proto není v teorii činitelů vinutí vůbec zmiňován a pro účely této práce bude nazván fázovým činitelem vinutí k_f a definovaný jako

$$k_{fv} = \frac{\sin((v \pm 1)\pi)}{\sin\left(\frac{(v \pm 1)\pi}{m'}\right)} \quad (2.10)$$

Čítatel je nulový pro všechny řády harmonické a pro harmonické řádu $v = km' \mp 1$ je dosaženo i nulového jmenovatele a opět může být použito L'Hospitalovo pravidlo:

$$\begin{aligned} \lim_{v \rightarrow km' \mp 1} \frac{\sin((v \pm 1)\pi)}{\sin\left(\frac{(v \pm 1)\pi}{m'}\right)} &= \lim_{v \rightarrow km' \mp 1} \frac{\pi \cos((v \pm 1)\pi)}{\frac{\pi}{m'} \cos\left(\frac{(v \pm 1)\pi}{m'}\right)} = m' \frac{\cos(km'\pi)}{\cos(k\pi)} = \\ &= m' \cdot (-1)^k \end{aligned} \quad (2.11)$$

Činitel k_f dosahuje nenulových hodnot pouze pro harmonické řádu $km' \pm 1$ a vyšetřovaná hodnota činitele rozlohy v (2.9) se ve výsledku neprojeví. Amplitudy jednotlivých harmonických jsou

$$F_{m\delta v} = \begin{cases} \frac{qI_m}{\pi} \frac{1}{v} k_{yv} k_{rv} m' \cdot (-1)^k, & v = km' \mp 1 \\ 0, & v \in \mathbb{N} \setminus (km' \mp 1) \end{cases}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.12)$$

Popsaný přístup je poněkud odlišný od často používaných vztahů v literatuře a zahraničních publikacích, kdy je většinou jako pracovní harmonická uvažována vlna řádu p . To však neumožňuje přímo porovnávat vinutí o různém počtu pólů. Proto je upřednostňován přístup, kdy základní harmonická je vždy řádu $v = 1$, nezávisle na počtu pólů. Její vlnová délka odpovídá mechanickému úhlu $2\pi/p$. Ve spektru zlomkových vinutí se tak budou nacházet i tzv. subharmonické (např. vlna s periodou 2π je p -krát delší, než vlna základní, a proto je řádu $1/p$, atd.).

2.1 Úprava činitele rozlohy pro jednovrstvé vinutí

Vztahy (2.2), (2.5), (2.8) a (2.9) byly vytvořeny za předpokladu, že jednotlivé cívky jsou vůči sobě prostorově posunuty o úhel odpovídající drážkové rozteči ξ_d a na jeden svazek připadá q cívek. U jednovrstvého vinutí dochází však ke střídání předních a zadních cívkových stran v drážkách a cívky jsou posunuty o dvojnásobek drážkové rozteče a na jeden svazek připadá $q/2$ cívek. Proto je nutné do činitele rozlohy zavést počet cívkových stran v drážce $2u$, kdy pro dvouvrstvé vinutí platí $2u = 2$ a pro jednovrstvé $2u = 1$. Proto je správné přepsat rovnici (2.8) do tvaru

$$k_{rv} = \frac{\sin\left(qupv \frac{\xi_d}{2}\right)}{qu \sin\left(pv \frac{\xi_d}{2}\right)} = \frac{\sin\left(qpv \frac{2\pi}{2 \cdot 2pmq}\right)}{qu \sin\left(pv \frac{2\pi}{2u \cdot 2pmq}\right)} = \frac{\sin\left(v \frac{\pi}{2m}\right)}{qu \sin\left(v \frac{\pi}{u \cdot 2mq}\right)} \quad (2.13)$$

a rovnice (2.5) přejde to tvaru

$$F_{m\delta}(\xi) = \frac{quI_m}{\pi} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \sin\left(pv \frac{\xi_y}{2}\right) \frac{\sin\left(qpv \frac{\xi_d}{2}\right)}{qu \sin\left(pv \frac{\xi_d}{2u}\right)} \frac{\sin((v \pm 1)\pi)}{\sin\left(\frac{(v \pm 1)\pi}{m'}\right)} \sin\left((\omega t \pm pv\xi) \mp (pv \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m}\right) \quad (2.14)$$

Tvar v rovnici (2.14) je tak univerzálně použitelný pro jednovrstvá i dvouvrstvá vinutí.

2.2 Zlomkové vinutí

Použití zlomkové vinutí s $c > 1$ lze pouze pro stroje s počtem pólů rovným celistvému násobku c ($2p = kc$). Tím je zajištěno, že vinutí každé fáze projde všemi polohami vůči magnetickým pólům stroje, které dané fázi přísluší. Jednotlivé fázové svazky mohou mít v sérii buď počet cívek, který odpovídá počtu drážek na pól a fázi zaokrouhlenému nahoru q_u nebo dolů $q_l = q_u - 1$ (obecně q'). Svazky příslušné jedné fázi nejsou vůči sobě symetricky rozložené po obvodu stroje. Na zlomkové vinutí lze z pohledu rozložení magnetického pole ve vzduchové mezeře pohlížet jako na c nezávislých symetrických vinutí, z nich každé obsahuje $2p/c$ svazků jedné fáze, každý svazek má q' cívek a vinutí jsou vůči sobě otočena o úhel ξ_c . Magnetické pole takového vinutí se dá popsat jako

$$F_{m\delta}(\xi) = \frac{pI_m}{\pi} \sum_{v'=1}^{\infty} \frac{1}{v'} \sin\left(v' \frac{\xi_y}{2}\right) \frac{\sin\left(\left(\frac{v'}{p} \pm 1\right)\pi\right)}{\sin\left(\frac{(v' \pm 1)\pi}{m}\right)} \sum_{i=1}^c q'_i \frac{\sin\left(q'_i v' \frac{\xi_d}{2}\right)}{q'_i \sin\left(v' \frac{\xi_d}{2}\right)} \sin\left((\omega t \pm v'(\xi - \xi_{ci})) \mp (v' \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m}\right) \quad (2.15)$$

Řád prostorové harmonické v' je definován jako $v' = pv$ čistě z matematického hlediska, aby byla sumace prováděna pro celá čísla počínající 1. Za povšimnutí stojí fázový činitel vinutí, který obsahuje počet fází m (oproti m' v (2.10)) a je nenulový pro všechny harmonické řádu $km \pm 1$. Třífázové zlomkové vinutí má tak bohatší spektrum včetně sudých harmonických.

2.2.1 Zlomkové vinutí s $c = 2$

Pojďme nyní rozebrat velmi obecný vzorec (2.15) na příkladu zlomkového vinutí s $c = 2$ ($q = n/c = n/2$). Nejmenší nutný počet pólů je roven dvěma, není tudíž nutné používat substituovaný řád harmonických v' . Toto vinutí lze podle dřívějšího teorému rozložit na dvě vinutí, jejichž fázové svazky obsahují $q_u = q + 0,5$ a $q_l = q - 0,5$ cívek. Za předpokladu prvního vinutí s $q_l' = q_u$ a $\zeta_{c1} = 0$ bude úhlový posun druhého vinutí roven $\zeta_{c2} = -(\pi + \zeta_d/2)$. Rovnice (2.15) po několika matematických úpravách přejde do tvaru

$$F_{m\delta}(\xi) = \frac{I_m}{\pi} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \sin\left(pv \frac{\xi_y}{2}\right) \frac{1}{\sin\left(pv \frac{\xi_d}{2}\right)} \left[\sin\left(\left(\frac{n+1}{2}\right)pv \frac{\xi_d}{2}\right) - (-1)^v \cdot \sin\left(\left(\frac{n-1}{2}\right)pv \frac{\xi_d}{2}\right) \right] \frac{\sin((v \pm 1)\pi)}{\sin\left(\frac{(v \pm 1)\pi}{m}\right)} \sin\left((\omega t \pm pv\xi) \mp (pv \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m}\right) \quad (2.16)$$

Ve vzorci se nenachází činitel rozlohy ve své klasické podobě, ale lze obdobně jako pro celočíselné vinutí zjistit harmonické s nulovou hodnotou. Výraz v hranaté závorce může nabývat nuly za dvou podmínek, které se vzájemně prolínají. První podmínkou je, že součet (popř. rozdíl) výrazu ve hranaté závorce je roven nule, tedy pro argumenty obou funkcí sinus musí platit

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)pv \frac{\xi_d}{2} = (-1)^v \left(\frac{n-1}{2}\right)pv \frac{\xi_d}{2} + 2k\pi \quad (2.17)$$

Rovnice má řešení pouze pro sudé harmonické ve tvaru

$$v = 2kmn \quad (2.18)$$

Druhou možností, jak dosáhnout nuly, je nulová hodnota obou funkcí sinus zároveň. Té lze dosáhnout, pokud bude platit

$$v = kmn, \quad (2.19)$$

což je nadřazenou množinou výrazu (2.18). Hodnota ve jmenovateli činitele rozlohy opět dosahuje nulové hodnoty pro harmonické řádu $v = 2kqm = kmn$ a z (2.19) vyplývá, že i výraz v hranaté závorce je pro tyto harmonické roven nule. Lze opět použít L'Hospitalovo pravidlo a získat výraz

$$\lim_{v \rightarrow kmn} \frac{\sin\left(\left(\frac{n+1}{2}\right)pv \frac{\xi_d}{2}\right) - (-1)^v \sin\left(\left(\frac{n-1}{2}\right)pv \frac{\xi_d}{2}\right)}{\sin\left(pv \frac{\xi_d}{2}\right)} \quad (2.20)$$

$$= \cos\left(\frac{n+1}{2}k\pi\right) \frac{n+1}{2} - \cos\left(\frac{n-1}{2}k\pi\right) \frac{n-1}{2}$$

Na rozdíl od celočíselného vinutí tak výraz ekvivalentní činiteli rozlohy nikdy nemůže dosáhnout nulové hodnoty. Pro činitel kroku a fázový činitel platí relace popsané výše.

Pro porovnání vlastností vinutí bylo vybráno jedno celočíselné vinutí a dvě přibližně ekvivalentní zlomková vinutí. Parametry všech vinutí včetně nulových harmonických jsou popsány v Tab. 2.

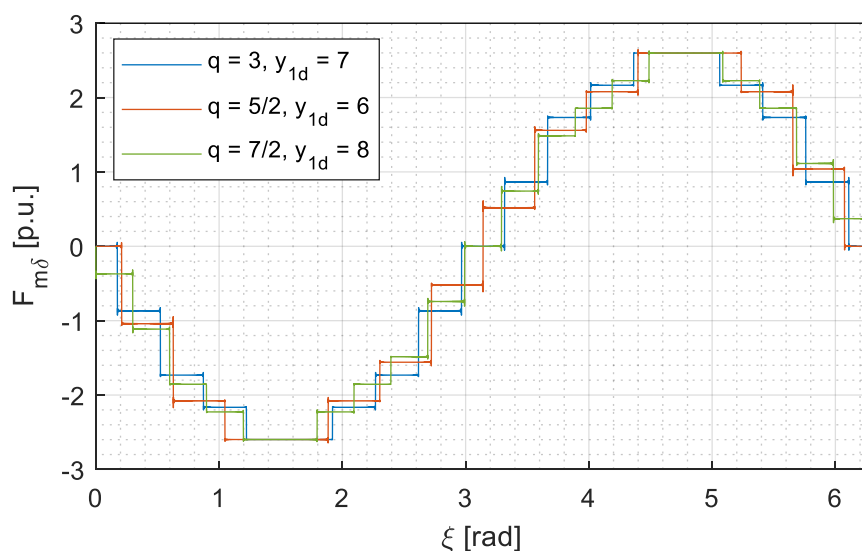
Tab. 2: Přehled analyzovaných vinutí a potlačených harmonických

q	y_{1d}	β	Nulové řády harmonických		
			Krok vinutí	Rozloha vinutí	Fázový činitel
3	7	0,78	18, 36, 54, ...	6, 12, 24, 30, 42, 48, ...	2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, ...
5/2	6	0,8	5, 10, 15, ...	-	3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...
7/2	8	0,76	21, 42, 63, ...	-	3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...

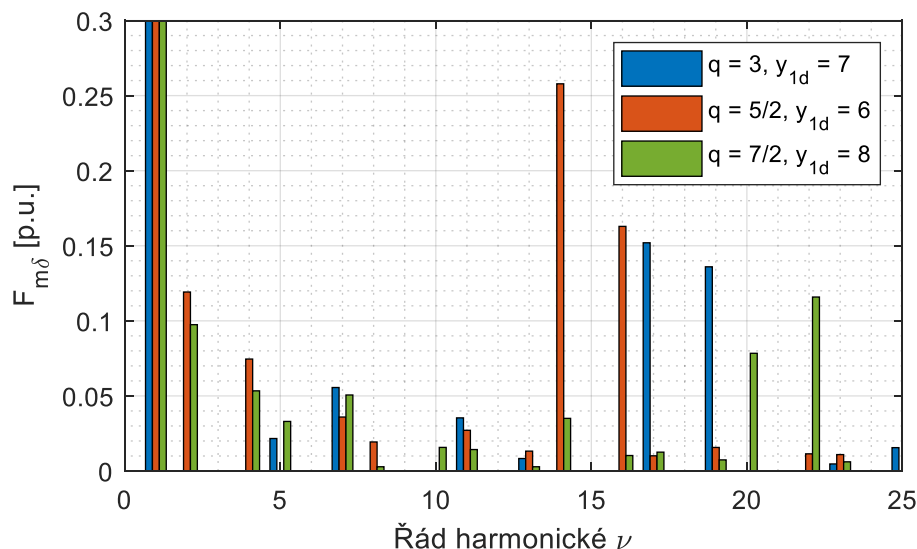
Porovnání průběhů magnetického napětí všech tří vinutí je na Obr. 2.2. a jejich spektrum na Obr. 2.3. K potlačení vlivu velikosti proudu je zavedena poměrná hodnota proudu, kdy amplituda proudového obsahu jedné drážky je rovna 1 pro stroj s $q = 3$. Amplituda proudu cívkou v poměrných jednotkách je

$$i_m = \frac{1}{2u} \text{ p. u.} \quad (2.21)$$

U ostatních dvou vinutí je amplituda proudového obsahu drážky upravena dle počtu drážek tak, aby celková obvodová proudová hustota byla konstantní pro všechna tři vinutí. Všechna uspořádání mají přibližně stejný činitel kroku vinutí první harmonické



Obr. 2.2: Porovnání průběhu magnetického napětí analyzovaných vinutí



Obr. 2.3: Porovnání spekter analyzovaných vinutí. První harmonické mají po řadě velikost $F_{m\delta(1)} = 2,58; 2,61; 2,55$ p.u.

Spektrum odpovídá předpokladům popsaným v Tab. 2. Nejvýraznější vyšší harmonické řádu 17 a 19, 14 a 16, 20 a 22 jsou drážkové harmonické, jejich řád je určen vztahem $kQ/p \pm 1$.

S rostoucím jmenovatelem c roste i počet vinutí, na které je nutné původní vinutí rozdělit a jejich kombinací. Proto nebudou v rámci této práce obecně vyšetřovány. Někdy není nutné znát matematický popis průběhu magnetického napětí vzduchové mezery, ale pouze průběh samotný a velikost jednotlivých harmonických. V tomto případě se s výhodou využívá Görgešova obrazce (viz kapitola 1.3.2).

2.3 Magnetická indukce a vliv šířky drážky

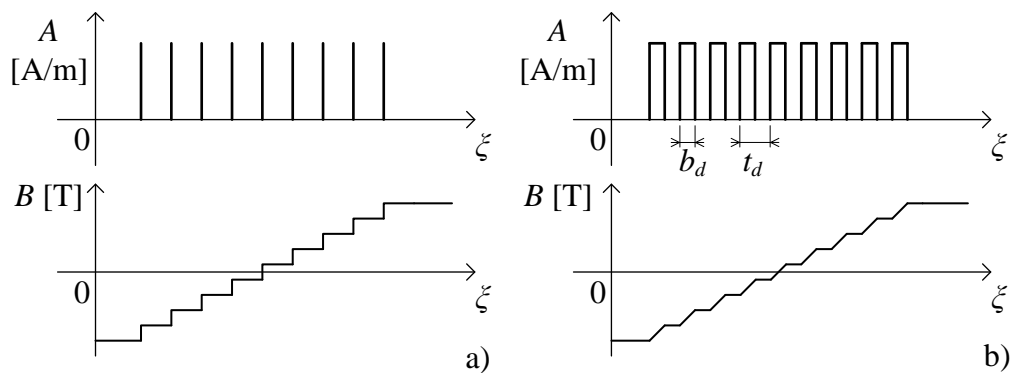
Magnetické napětí $F_m(\xi)$ dodané vinutím stroje náleží celému magnetickému obvodu, tedy včetně úbytku magnetického napětí vlivem sycení železa. Proto je vhodné definovat průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře $B_\delta(\xi)$, který je následně možno ověřit výpočtem nebo měřením. Velikost základní harmonické může být v závislosti na typu stroje definována na základě požadované hodnoty z návrhu stroje nebo její rozložení může být vypočteno přímo z průběhu magnetického napětí jako

$$B_\delta(\xi) = \mu_0 H_\delta(\xi) = \mu_0 \frac{F_{m\delta}(\xi)}{k_C \delta} = \mu_0 \frac{F_m(\xi)}{k_F k_C \delta} \quad (2.22)$$

Činitel k_F je definovaný sycením stroje jako

$$k_F = \frac{F_{mtot}}{2F_{m\delta}}, \quad (2.23)$$

kde F_{mtot} je součet magnetických napětí celého magnetického obvodu. Činitel k_F dosahuje hodnot blízkých 1 pro slabě sycené stroje a hodnot přesahujících 2,5 pro velmi silně sycené stroje. Carterův činitel k_C respektuje ekvivalentní prodloužení vzduchové mezery vlivem pulzace indukce způsobené otevřením drážky a je definován v 2.4.1. Doposud bylo uvažováno vinutí ve formě nekonečně tenkých proudových vrstev a Carterův činitel roven 1. Cívky jsou však uloženy v drážkách o šířce b_d , popř. v polozavřených drážkách o otevření b_0 . Dle (2.1) je tak tvar magnetické indukce na Obr. 2.4 b).



Obr. 2.4: Magnetické pole vinutí uloženého v nekonečně tenkých drážkách (a) a v drážkách reálné šířky b_d (b)

Dosud bylo rozložení magnetického pole definováno jako 1D úloha řešená podle (2.1). Díky tomu byl zanedbán vliv umístění vodiče ve vzduchové mezeře a poloměr, na kterém bylo rozložení pole určeno. Při dodržení geometrie a podmínek zobrazených na Obr. 2.1 a) definoval Hague v roce 1929 analytický výpočet rozložení skalárního magnetického potenciálu ψ_{cc} ve vzduchové mezeře jako funkci (r, ξ) , (upraveno dle [1])

$$\Psi_{cc} = \begin{cases} \frac{I_m}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(A_n - \frac{I_m}{2n\pi r_l^n} \right) r^n + B_n r^{-n} \right) \sin(n(\Delta\xi)), & r < r_l \\ \frac{I_m(\Delta\xi + \pi)}{4\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n r^n + B_n r^{-n}) \sin(n(\Delta\xi)), & r = r_l \\ \frac{I_m \Delta\xi}{2\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n r^n + \left(\frac{I_m r_l^n}{2n\pi} + B_n \right) r^{-n} \right) \sin(n(\Delta\xi)), & r > r_l \end{cases} \quad (2.24)$$

kde

$$A_n = \frac{-I_m \left(\left(\frac{D_1}{2} - \delta \right)^{2n} + r_I^{2n} \right)}{r_I^n \cdot 2n\pi \left(\left(\frac{D_1}{2} \right)^{2n} - \left(\frac{D_1}{2} - \delta \right)^{2n} \right)}$$

$$B_n = \frac{\left(\frac{D_1}{2} - \delta \right)^{2n} I_m \left(\left(\frac{D_1}{2} \right)^{2n} + r_I^{2n} \right)}{r_I^n \cdot 2n\pi \left(\left(\frac{D_1}{2} \right)^{2n} - \left(\frac{D_1}{2} - \delta \right)^{2n} \right)}$$

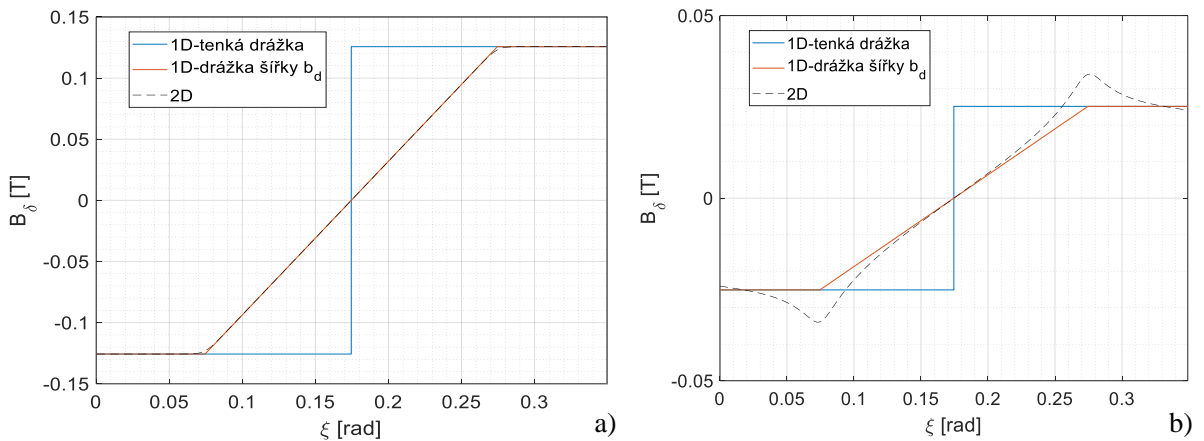
$$\Delta\xi = \xi - \xi_I$$

Indukce ve vzduchové mezeře je pak definována jako

$$\mathbf{B}_\delta = -\mu_0 \nabla \Psi_{cc} = -\mu_0 \left(\frac{\partial \Psi_{cc}}{\partial r} \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_{cc}}{\partial \xi} \mathbf{a}_t \right), \quad (2.26)$$

kde ∇ je diferenciální operátor nabra \mathbf{a}_r a \mathbf{a}_t jsou jednotkové vektory v radiálním a tečném směru. Indukce ve vzduchové mezeře se výhradně určuje na pomocné kružnici o průměru D_k , umístěné většinou v polovině vzduchové mezery. Díky řešení 2D úlohy je možné získat nejen radiální složku indukce $B_{r\delta}$ (doposud zmiňovanou pro 1D řešení), ale i její tečnou složku $B_{t\delta}$. Tečná složka je důležitá zejména pro výpočet momentu a sil, proto zatím nebude uvažována.[‡]

Vinutí statoru uložené v drážkách tak bude modelováno pomocí vodičů umístěných na vnitřním povrchu statoru o průměru D_I na šířce otevření drážky b_0 . Rozložení lineární proudové hustoty odpovídá Obr. 2.4 b). Na Obr. 2.5 je zobrazeno porovnání magnetické indukce pod nekonečně tenkou drážkou a drážkou konečné šířky řešené jako 1D a 2D úloha.



Obr. 2.5: Porovnání magnetické indukce pod drážkou ($I_m = 200$ A, $q = 3$, $t_d = 17,5$ mm, $\delta = 1$ mm, $b_d = 10$ mm) (a) a s uvažováním magnetu na povrchu rotoru, $h_m = 4$ mm (b)

Obr. 2.5 a) je typickým příkladem asynchronního stroje; obecně stroje s malou vzduchovou mezerou vzhledem k drážkové rozteči a otevření drážky. Zde se 1D a 2D přístup téměř neliší a je možné používat oba dva. Na grafu b) je navíc uvažováno umístění

[‡] Pokud nebude řečeno jinak, bude indukci ve vzduchové mezeře B_δ myšlena její radiální složka

permanentních magnetů o výšce h_m na povrchu rotoru, typické pro synchronní stroje s permanentními magnety (PMSM) nebo bezkartáčové stejnosměrné stroje (BLDC). Permanentní magnet má relativní permeabilitu μ_r blízkou 1, proto je z elektromagnetického hlediska vzduchová mezera prodloužena na celkovou délku $(\delta + h_m/\mu_r)$. Indukce je však stále určována v polovině fyzické vzduchové mezery a je patrný rozdíl mezi 1D a 2D přístupem a 2D řešení se stává nezbytné.

2.4 Vliv otevření drážky

S umístěním vinutí do drážek není spojeno pouze rozšíření oblasti přechodu mezi jednotlivými hladinami magnetického napětí a magnetické indukce, ale vlivem otevření drážek dochází k pulzacím magnetické indukce. Při návrhu stroje je vliv drážek respektován dvěma způsoby: pomocí činitele odlehčení a Carterova činitele.

Pokud by veškerý magnetický tok procházel zubem, bude zub nasycen takzvanou zdánlivou magnetickou indukcí B'_z , určenou jako

$$B'_z = B_\delta \frac{t_d}{b_z k_{Fe}}, \quad (2.27)$$

kde b_z je šířka zubu a k_{Fe} činitel plnění železa. Dochází však k sycení zubů, kdy část magnetického toku prochází drážkou a skutečnou hodnotu magnetické indukce a intenzity magnetického pole zubu B_z a H_z lze dopočítat dle [35] jako

$$B_z = B'_z - k_d \mu_0 H_z, \quad (2.28)$$

kde k_z je činitel odlehčení definovaný jako

$$k_z = \frac{S_d}{S_z} = \frac{b_d l_{Fe}}{b_z l_{Fe} k_{Fe}} = \frac{b_d}{b_z k_{Fe}}, \quad (2.29)$$

kde S_d je obsah drážky, S_z je obsah zubu a l_{Fe} je délka paketu.

2.4.1 Carterův činitel

Na přelomu 19. a 20. století zveřejnil F. W. Carter několik publikací zaměřených na popis magnetického pole ve vzduchové mezeře pod otevřením drážky (např. [14]). Tato analytická metoda je založená na konformním zobrazení fiktivní obdélníkové drážky o nekonečné hloubce a nekonečné drážkové rozteči s šířkou drážky $b_d \gg \delta$ v komplexní rovině. Polygon popisující prostor mezi rotorem a statorem je následně transformován pomocí vhodné analytické funkce na komplexní polorovinu a tato transformační funkce udává základ pro analytický popis magnetického pole (více viz [25]). Na základě této formulace byl

následně odvozen Carterův činitelem k_C , který respektuje vliv drážkování pomocí prodloužení vzduchové mezery z pohledu magnetické vodivosti a je definovaný jako [26], [48]:

$$k_C = \frac{t_d}{t_d - \kappa b_0}, \quad (2.30)$$

kde t_d je drážková rozteč a κ je činitel definovaný jako

$$\kappa = \frac{2}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{b_0}{2\delta} \right) - \frac{2\delta}{b_0} \cdot \ln \sqrt{1 + \left(\frac{b_0}{2\delta} \right)^2} \right]. \quad (2.31)$$

Pro určení vlivu otevření drážky na indukci ve vzduchové mezeře je důležité znát celý průběh pulzace pod otevřením drážky. Proto není vhodné pouze vypočítat indukci v zubu a drážce podle (2.28), ale je nutné zahrnout průběh poklesu indukce znázorněný na Obr. 2.6 a). Rovnice (2.32) – (2.35) vycházejí z výpočtů uvedených v [48]. Pulzace magnetické indukce a možnosti jejího potlačení změnou geometrie a použitím magnetických klínů jsou také řešeny v [32]. Ekvivalentní otevření drážky b_e lze vypočítat pomocí koeficientu definovaného v rovnici (2.31) jako

$$b_e = \kappa b_0. \quad (2.32)$$

Maximální magnetickou indukci B_{max} lze vypočítat z Carterova činitele jako

$$B_{max} = B_{av} k_C \quad (2.33)$$

a minimální indukce B_{min} je definovaná jako

$$B_{min} = B_{max} \frac{2u}{1 + u^2}, \quad (2.34)$$

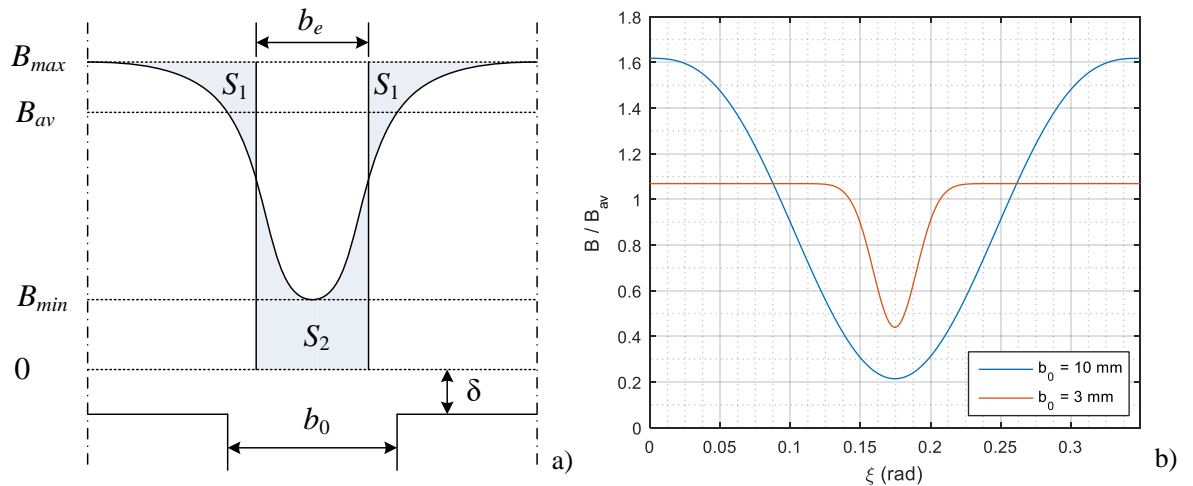
kde u je koeficient definovaný jako

$$u = \frac{b_0}{2\delta} + \sqrt{1 + \left(\frac{b_0}{2\delta} \right)^2}. \quad (2.35)$$

Všechny parametry nutné pro určení pulzu jsou známy, až na funkci samotnou. Definováním Carterova činitele může být reálné rozložení indukce nahrazeno obdélníkovým pulzem. Musí však být zachován stejný součet ploch $2S_1 = S_2$ na Obr. 2.6 a). Tvar samotné funkce velmi závisí na otevření drážky b_0 . Po zvážení několika možností se jako nejvhodnější jeví použití vyšší mocniny funkce sinus ve tvaru

$$f(x) = B_{max} - (B_{max} - B_{min}) \cdot \sin^{pow}(x), \quad (2.36)$$

kde pow je mocnina proložené funkce. Celá úloha tak přechází v iterativní proces hledání správné mocniny pow , aby byla dodržena rovnost ploch $2S_1 = S_2$. Příklad dvou vypočtených průběhů pulzace pro různá otevření drážek je zobrazen na Obr. 2.6 b).



Obr. 2.6: Pulzace magnetické indukce pod otevřením drážky [48] (a) a příklady vypočtené pulzace s parametry (b): $b_0 = 10 \text{ mm}$; $t_d = 17,5 \text{ mm}$; $\delta = 1 \text{ mm}$; $k_c = 1,60$; $pow = 2,742$
 $b_0 = 3 \text{ mm}$; $t_d = 17,5 \text{ mm}$; $\delta = 1 \text{ mm}$; $k_c = 1,07$; $pow = 51,913$

Ačkoliv byl Carterův činitel odvozen pro případ abstraktní drážky, s úspěchem se používá při návrhu elektrických strojů, kdy se mechanická délka vzduchové mezery nahrazuje elektromagnetickou o délce $\delta' = k_c \delta$. Z grafu je patrné, že střední hodnota indukce B_{av} je vypočtená s uvažováním vzduchové mezery δ' , zatímco maximální hodnota B_{max} je určena pro mechanickou vzduchovou mezeru δ ; poměr B_{max}/B_{av} odpovídá právě velikosti Carterova činitele. Vzhledem k podmínkám, za kterých byl Carterův činitel odvozen, lze předpokládat správný výpočet za podmínky $t_d \gg \delta$. Ta je z hlediska mechanické vzduchové mezery u strojů dodržena. Problém může nastat, pokud je nutné k mechanické vzduchové mezeře připočíst mezeru způsobenou permanentními magnety a jejich malou magnetickou vodivostí (relativní permeabilita NdFeB permanentních magnetů je v rozmezí $\mu_{rPM} = 1,03 - 1,15$). Není splněna základní podmínka a je nutné najít alternativní způsob výpočtu pulzace.

2.4.2 Schwarz-Christoffelova transformace

Schwarz-Christoffelova transformace (SC transformace) je druh konformního zobrazení, pomocí kterého lze zobrazit horní polorovinu komplexní roviny na vnitřek libovolného polygonu. Matematické pozadí transformace je popsáno v [25]. Úloha má celkem tři stupně volnosti, proto ji lze analyticky vyřešit maximálně pro tři vrcholy polynomu (z nich maximálně dva se mohou nacházet v nekonečnu). Pro vyšší počet vrcholů lze libovolně definovat transformaci tří vrcholů a zbývajících $n-3$ vrcholů musí být určeno pomocí řešení soustavy nelineárních rovnic.

Řešení uvedené úlohy lze zjednodušit použitím SC Toolboxu [19] pro MATLAB [38], který byl vytvořen v roce 1994 a díky verzi 2.3 představené v roce 2005 je možné řešit rozložení pole složitých geometrií, jakou vzduchová mezera elektrických strojů je. Běžně používaná a ověřená metoda je složena z několika kroků.

Postup transformace geometrie vzduchové mezery

A. Logaritmická transformace

Geometrie motoru je umístěna v komplexní rovině $S(r, \xi)$. Tato cylindrická geometrie v rovině S je transformována do kartézské komplexní roviny W pomocí komplexní operace

$$\omega = \ln(s), \quad (2.37)$$

kde $s = re^{j\xi}$ je bod roviny S a $\omega = u + jv$ je bod roviny W . Díky pravidlu pro přirozený logaritmus komplexního čísla platí

$$\begin{cases} u = \ln(r) \\ v = \xi \end{cases} \quad (2.38)$$

B. Numerická SC transformace

Pomocí SC toolboxu jsou body roviny W transformovány na obdélníkovou geometrii Z o délkách stran Δx a Δy . Na delší strany jsou namapovány povrchy statoru a rotoru, na kterých se nachází všechny body původní geometrie.

C. Exponenciální transformace

Obdobně jako byla geometrie motoru transformována pomocí logaritmické transformace do kartézského souřadného systému, bude obdélníková geometrie v rovině Z transformována pomocí exponenciální transformace, která je inverzní k funkci

$$z = \frac{\Delta x}{2} + j \left(\frac{\ln(\Psi)}{2\pi} + \frac{\Delta y}{2} \right) \quad (2.39)$$

převedená do roviny ψ ve formě mezikružší, viz Obr. 2.1 a). Zde může být magnetické pole vyřešeno analyticky podle (2.24) - (2.26).

D. Zpětná transformace do roviny S

Po vyřešení magnetického pole v rovině ψ a výpočtu rozložení magnetické indukce $B_{[\psi]}$ lze indukci v rovině S $B_{[S]}$ vypočítat pomocí

$$B_{[s]} = B_{[\Psi]} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial s} \right)^* = \frac{B_{[\Psi]}}{\left(\frac{\partial s}{\partial \Psi} \right)^*} = B_{[\Psi]} \left(\frac{1}{\frac{\partial z}{\partial \Psi}} \right)^* \left(\frac{1}{\frac{\partial \omega}{\partial z}} \right)^* \left(\frac{\partial \omega}{\partial s} \right)^* \quad (2.40)$$

kde

$$\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial \Psi} = j \frac{\Delta x}{2\pi \Psi} \\ \frac{\partial \omega}{\partial z} = \text{evaldiff}(f, z) \\ \frac{\partial \omega}{\partial s} = \frac{1}{s} \end{cases} \quad (2.41)$$

kde *evaldiff* je příkaz vytvořený v rámci SC toolboxu a je ekvivalentní parciální derivaci. Kompletní diagram výpočtu včetně zobrazené geometrie vzduchové mezery v jednotlivých rovinách je na Obr. 2.7.

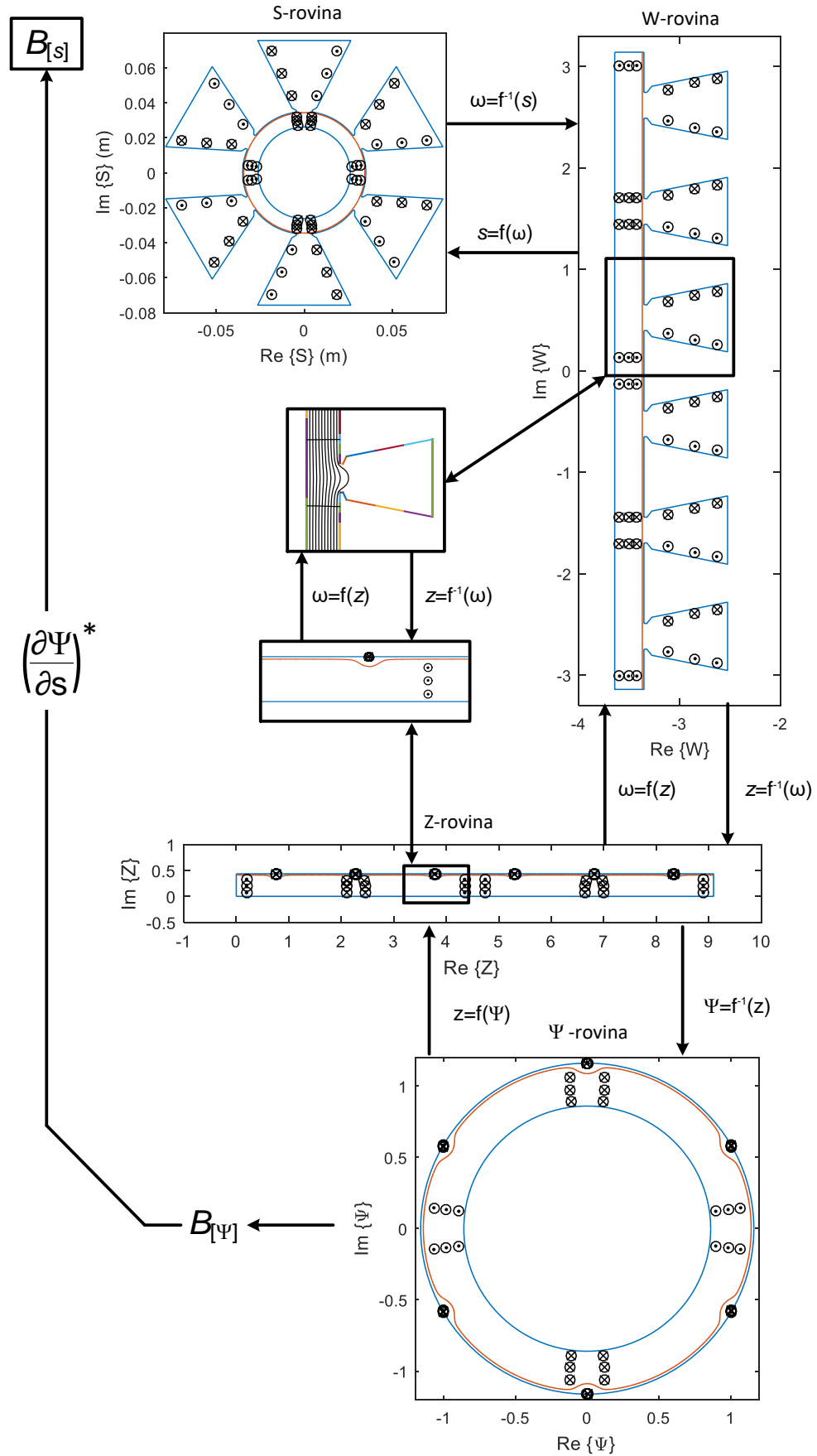
Geometrie kompletní vzduchové mezery (z magnetického hlediska, tudíž včetně povrchovým permanentních magnetů) je popsána pomocí krajních bodů v cylindrické *S*-rovině. Její obraz v kartézské rovině *W* je použit pro numerickou SC transformaci a výsledná obdélníková geometrie je transformována na mezikruží popsané na Obr. 2.1.

V jednotlivých rovinách je vždy geometrie vzduchové mezery vyznačena modrou barvou, cívkou zubového vinutí černou a pomocná kružnice, na které je počítáno rozložení magnetického pole, červenou barvou. Na té je nejlépe demonstrovatelná skutečná podstata SC transformace, jejímž důsledkem je deformovaný prostor uvnitř transformovaného polynomu.

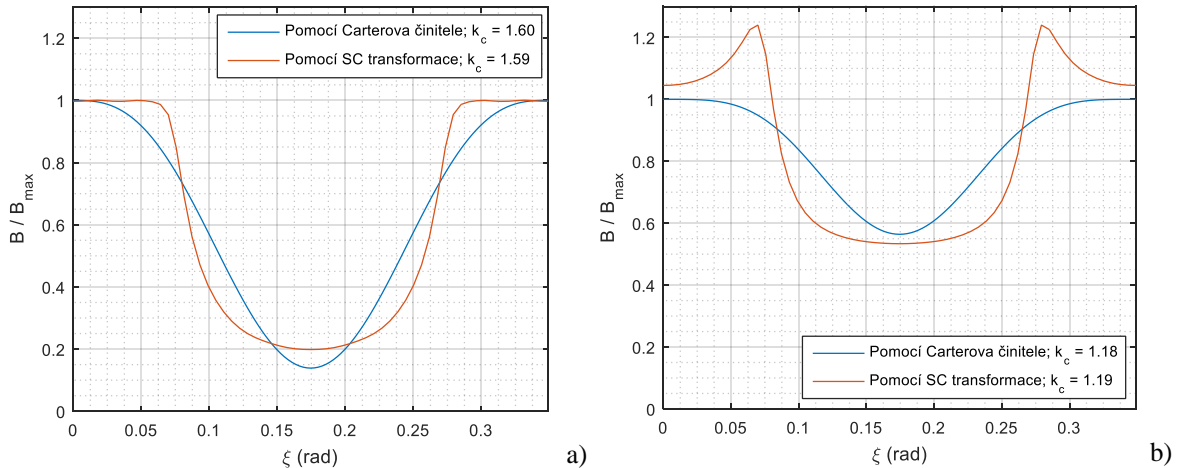
Permanentní magnety je možné modelovat pomocí cívek, jejichž proud musí vybudit pole ekvivalentní poli permanentního magnetu. Více o této náhradě je popsáno v kapitole 2.6.

2.4.3 Porovnání výpočtu pulzace pomocí obou metod

Stejně jako při uvažování šířky drážky (Obr. 2.5), i zde lze typově uvažovat dva případy. V případě, kdy z obou stran mechanické vzduchové mezery je umístěn feromagnetický materiál, platí $t_d \gg \delta$ (obecně platné pro všechny stroje s klasickou konstrukcí s výjimkou těch, které mají na povrchu permanentní magnety). Ve druhém případě je uvažován stroj s povrchovými permanentními magnety, kdy dojde k prodloužení vzduchové mezery z elektromagnetického hlediska. SC transformace neuvažuje střední hodnotu indukce $B_{stř}$, jako v případě samostatného výpočtu pomocí Carterova činitele, proto pro zachování poměrných jednotek a možnému porovnání budou průběhy vztaženy k hodnotě B_{max} , tedy bez uvažování prodloužení vzduchové mezery vlivem otevření drážek. Porovnání těchto průběhů je zobrazeno na Obr. 2.8.



Obr. 2.7: Schéma výpočtu magnetické indukce pomocí SC transformace



Obr. 2.8: Porovnání výpočtu pulzace magnetické indukce pomocí vztahů vytvořených na základě výpočtu Carterova činitele a pomocí numerické SC transformace ($t_d = 17,5$ mm, $\delta = 1$ mm, $b_d = 10$ mm) (a) a s uvažováním magnetu na povrchu rotoru, $h_m = 4$ mm (b)

Pro výpočet na Obr. 2.8 b) byla mechanická vzduchová mezera nahrazena celkovou elektromagnetickou vzduchovou mezerou ($\delta + h_m/\mu_{rPM}$). Z výsledků je patrné, že ačkoliv se průběhy značně liší, vypočtený Carterův činitel dosahuje stejných hodnot, a tedy celkový magnetický indukční tok vypočtený pomocí obou metod bude stejný. Pro určení správného průběhu indukce je jednoznačně upřednostňováno využití SC transformace, zejména pro stroje s permanentními magnety na povrchu. Za předpokladu, že tvar pulzace pod všemi drážkami zůstává neměnný lze opakovaně použít pulzaci vypočtenou pod jednou drážkou. Aby nebyla porušena symetrie rozložení drážek stroje a okrajové podmínky, je pro výpočet pomocí SC transformace použita geometrie s celkem šesti drážkami (dvě skupiny tří po sobě jdoucích drážek otočené o 180 stupňů), ale počítaná oblast (červená čára na Obr. 2.7) se nachází pouze pod jednou drážkou. Tím je značně redukován výpočetní čas.

2.5 Zploštění magnetické indukce

Za předpokladu ideálního magnetického obvodu je veškerá energie elektromechanického systému koncentrována ve vzduchové mezeře. Vzhledem k nelineární BH charakteristice elektrotechnických plechů dochází s rostoucí velikostí magnetické indukce k prudkému nárůstu intenzity magnetického pole v magnetickém obvodu. Část energie je uložena v plechách a může dojít v místě amplitudy magnetické indukce k saturaci. Efekt saturace je umocněn drážkováním statoru a rotoru, magnetická indukce je částečně vytlačována dál od osy magnetického pole a průběh magnetické indukce je pak zploštělý. Magnetický indukční tok Φ připadající na jeden pól se však nemění a lze jej vypočítat jako

$$\Phi = \int_0^{t_p} B_\delta(x) l_{Fe} dx , \quad (2.42)$$

kde t_p je pólová rozteč. Definováním střední hodnoty indukce ve vzduchové mezeře jako $B_{av} = \alpha_\delta B_\delta$, rovnice pro magnetický tok může být vyjádřena vztahem

$$\Phi = \alpha_\delta B_\delta l_{Fe} t_p , \quad (2.43)$$

kde α_δ je činitel pólového krytí. Koeficient α_δ je dán střední hodnotou magnetické indukce na jeden pól. Pro harmonické rozložení magnetické indukce je $\alpha_\delta = 2/\pi = 0,64$. Vlivem zploštění indukce roste hodnota koeficientu α_δ . Teoretické maximum je 1, v praxi nebývá překročena hodnota $\alpha_\delta = 0,82$ [48]. Zploštění indukce je důležité vzít v úvahu již při návrhu stroje a v literatuře je respektováno pomocí empirických vzorců na základě poměru úbytku magnetického napětí ve vzduchové mezeře a v železe.

Další možností je určení zploštění na základě vypočtené charakteristiky naprázdno pro konkrétní stroj a BH charakteristiku použitých plechů. Na základě zvolené velikosti indukce ve vzduchové mezeře a rozměrů magnetického obvodu je dopočtena magnetická indukce v zubech podle (2.27) - (2.29) a ve jhu dle

$$B_j = \frac{\Phi_\delta}{2h_j l_{Fe} k_{Fe}} , \quad (2.44)$$

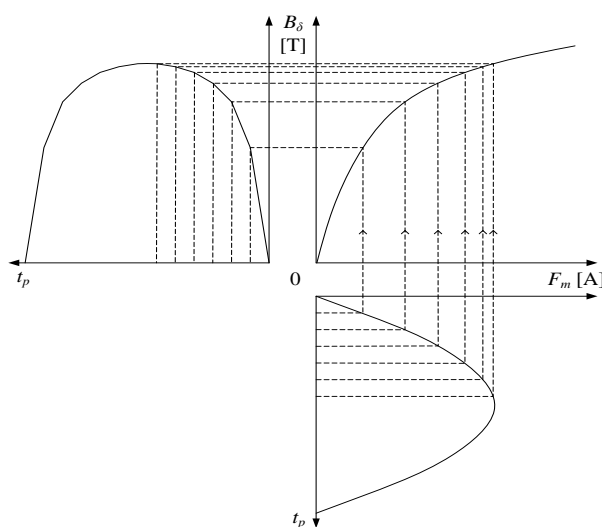
kde h_j je výška jha. Intenzita magnetického pole v jednotlivých částech je určena z BH charakteristiky a celkové magnetické napětí je rovno

$$F_m = \sum_{i=1}^n F_{mi} = \sum_{i=1}^n H_i l_i , \quad (2.45)$$

kde H_i je indukce v i -té části magnetického obvodu a l_i je délka siločáry v i -té části magnetického obvodu.

Takto vypočtené magnetické napětí je použito jako amplituda ideálního sinusového rozložení magnetického napětí po obvodu stroje a schéma výpočtu zploštěného průběhu indukce je znázorněno na Obr. 2.9.

BH charakteristika i charakteristika naprázdno jsou určeny pro konečný počet



Obr. 2.9: Převodu harmonického rozložení magnetického napětí na zploštěný průběh magnetické indukce

bodů a je nutné chybějící body vhodně doplnit. Při určování intenzity magnetického pole na základě indukce nebo naopak je důležitá přesnost a často se volí interpolace po částech hladkou funkcí. Pro určení zploštěného průběhu magnetické indukce je však nutné body aproximovat hladkou spojitou funkcí, procházející počátkem souřadného systému. Po zvážení několika variant se jako nejvhodnější jeví použití aproximace ve tvaru

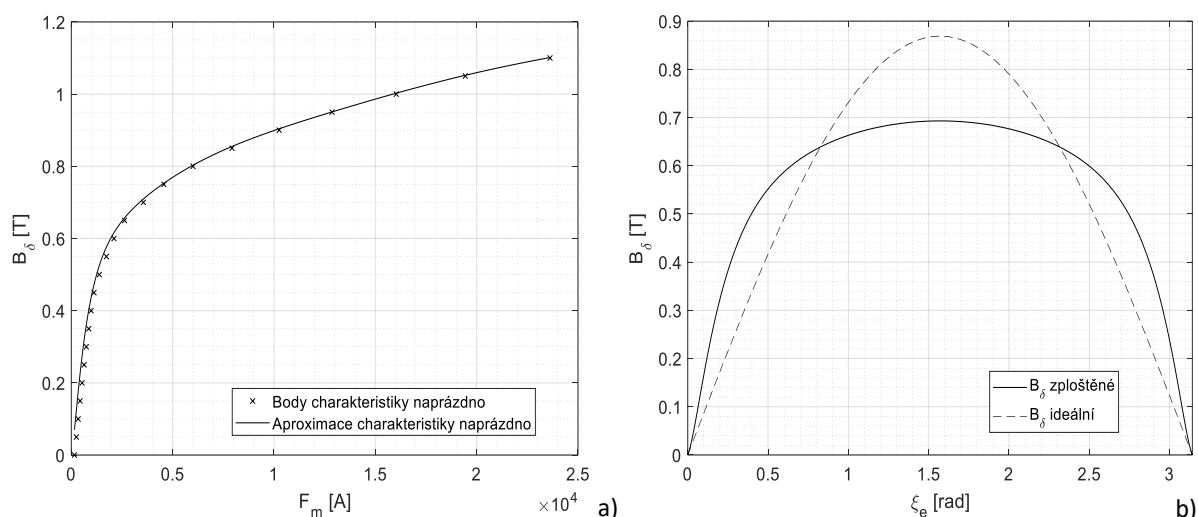
$$B_{\delta} = \sum_{i=0}^n a_i \cdot (\ln(F_m + F_{m0}))^i, \quad (2.46)$$

kde a_i jsou koeficienty proloženého polynomu a F_{m0} je průsečík aproximované charakteristiky naprázdno s osou x . Koeficienty proloženého polynomu jsou nalezeny pomocí metody nejmenších čtverců v programu MATLAB [38].

Stupeň polynomu je volen nejvyšší možný za dodržení podmínky, aby funkce byla rostoucí na celém intervalu, popř. aby byla rostoucí a zároveň konkávní na celém intervalu, neboli:

$$\frac{dB_{\delta}}{dF_m} > 0 \quad \vee \quad \frac{dB_{\delta}}{dF_m} > 0 \quad \wedge \quad \frac{d^2B_{\delta}}{dF_m^2} < 0. \quad (2.47)$$

Příklad charakteristiky naprázdno a vypočteného průběhu magnetické indukce pro konkrétní uspořádání stroje je zobrazeno na Obr. 2.10; činitel pólového krytí $\alpha_i = 0,8$.



Obr. 2.10: Aproximovaná charakteristika naprázdno (a) a zploštěný průběh indukce v porovnání se sinusovým průběhem pro $F_m = 3233$ A (b)

Zploštělý průběh indukce lze matematicky zapsat jako

$$B_{\delta}(\alpha_i, \xi_e) = K_{\alpha} \cdot B_{\delta m} \sin \xi_e, \quad (2.48)$$

kde K_{α} je činitel zploštění definovaný na základě charakteristiky naprázdno jako

$$K_{\alpha} = f(B_{\delta}(F_m), \xi_e). \quad (2.49)$$

Výpočet zploštělého průběhu magnetické indukce zároveň nahrazuje rovnice (2.22) a (2.23), které není nutné nadále používat.

2.6 Vliv rotorových permanentních magnetů

Hlavní zdroj magnetického toku synchronních strojů se nachází na jejich rotoru. Tato práce je primárně zaměřena na stroje s povrchovými permanentními magnety, tudíž je nutné také vyšetřit vliv magnetů na tvar pole ve vzduchové mezeře. Permanentní magnet může být modelován pomocí soustavy ekvivalentních proudů, které lze rozdělit do dvou skupin; objemové a povrchové.

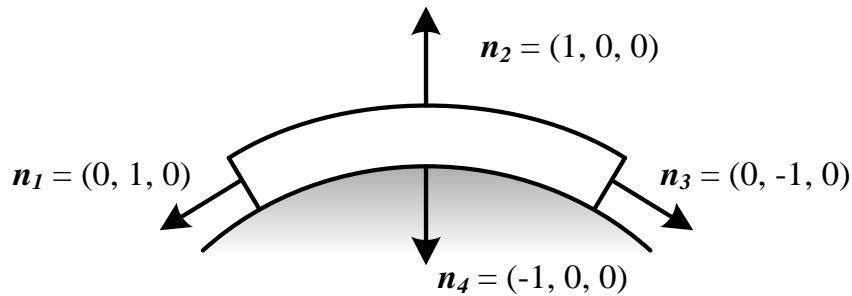
Vektor proudové hustoty objemového vázaného proudu \mathbf{J}_v je definován jako

$$\mathbf{J}_v = \nabla \times \mathbf{M}, \quad (2.50)$$

kde \mathbf{M} je vektor magnetizace permanentního magnetu. Vektor proudové hustoty povrchových vázaných proudů \mathbf{J}_s je

$$\mathbf{J}_s = \mathbf{M} \times \mathbf{n}, \quad (2.51)$$

kde \mathbf{n} je jednotkový vektor vnější normály kolmý na povrch magnetu. Jeho složky v závislosti na ploše magnetu jsou zobrazeny na Obr. 2.11.



Obr. 2.11: Smysl normálových vektorů plochy magnetu v cylindrickém souřadném systému r, ξ, z

Vektor magnetické indukce magneticky tvrdého materiálu je dán vztahem

$$\mathbf{B}_{PM} = \mu_0 \mathbf{H}_{PM} + \mathbf{J}, \quad (2.52)$$

kde \mathbf{J} je vektor magnetické polarizace a pracovní bod magnetu je dán velikostmi hodnot B_{PM} a H_{PM} . Tu lze v pracovním rozsahu považovat za konstantní a určenou dle

$$\mathbf{B}_{PM} = \mu_0 \mu_{rPM} \mathbf{H}_{PM} + \mathbf{B}_r \Rightarrow \mathbf{J} = (\mu_r - 1) \mu_0 \mathbf{H}_{PM} + \mathbf{B}_r = \chi \mu_0 \mathbf{H}_{PM} + \mathbf{B}_r, \quad (2.53)$$

kde $\chi = (\mu_r - 1)$ je magnetická susceptibilita a vektor magnetizace je určený jako

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{J}}{\mu_0} = \frac{\mathbf{B}_r}{\mu_0} + \chi_{PM} \mathbf{H}_{PM}, \quad (2.54)$$

Pracovní bod magnetu je dán velikostmi hodnot B_{PM} a H_{PM} ($H_{PM} < 0$), které lze určit z magnetického obvodu jako

$$\begin{aligned} B_{PM} &= B_r - \mu_0 \mu_{rPM} \frac{F_m}{h_m} \\ H_{PM} &= -\frac{F_m}{h_m}, \end{aligned} \quad (2.55)$$

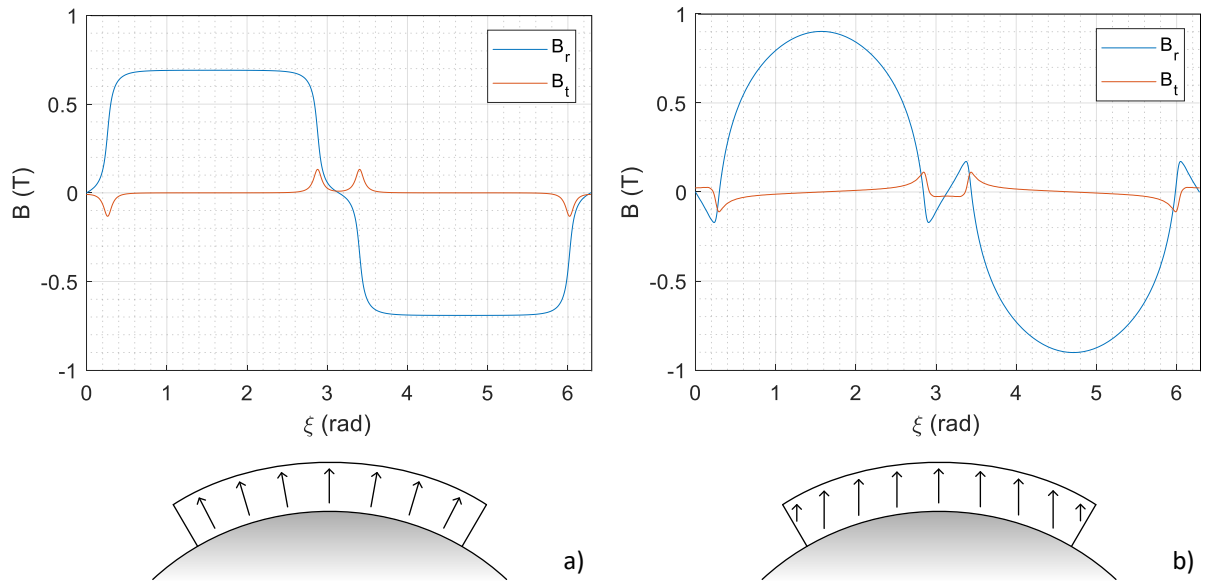
kde B_r je remanentní indukce magnetu. Při modelování 2D elektromagnetického pole jsou velikosti vektorových veličin v axiálním směru explicitně rovny nule. V cylindrickém souřadném systému (r, ξ, z) jsou tak jednotlivé proudové hustoty po úpravách rovny

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_v &= \nabla \times \mathbf{M} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r \cdot M_t)}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial \xi} \right) \mathbf{a}_z, \\ \mathbf{J}_s &= \mathbf{M} \times \mathbf{n} = (M_r n_t - M_t n_r) \mathbf{a}_z, \\ \mathbf{J}_{s1} &= \mathbf{M} \times \mathbf{n}_1 = M_r \mathbf{a}_z, \\ \mathbf{J}_{s2} &= \mathbf{M} \times \mathbf{n}_2 = -M_t \mathbf{a}_z, \\ \mathbf{J}_{s3} &= \mathbf{M} \times \mathbf{n}_3 = -M_r \mathbf{a}_z, \\ \mathbf{J}_{s4} &= \mathbf{M} \times \mathbf{n}_4 = M_t \mathbf{a}_z. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Jak bylo předpokládáno, vektory vázaných proudů jsou orientovány pouze ve směru osy z . Při uvažování radiálně magnetovaného permanentního magnetu je tangenciální složka magnetizace rovna nule a nenulové proudové hustoty jsou pouze

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{s1} &= \mathbf{M} \times \mathbf{n}_1 = M \mathbf{a}_z, \\ \mathbf{J}_{s3} &= \mathbf{M} \times \mathbf{n}_3 = -M \mathbf{a}_z, \end{aligned} \quad (2.57)$$

což odpovídá náhradě permanentního magnetu pomocí jednovrstvé cívky tvořené vodiči o nekonečně malé tloušťce. Na Obr. 2.12 je porovnán průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře vybuzené pomocí paralelně magnetovaného PM a radiálně magnetovaného PM.



Obr. 2.12: Tvar magnetického pole pod jedním pólpárem produkovaného radiálně (a) a paralelně magnetovanými PM (b)

2.7 Výsledný průběh indukce ve vzduchové mezeře

Všechny vlivy na rozložení indukce ve vzduchové mezeře jsou nyní definovány. Díky rozdělení na jednotlivé části je možné za použití pouze jednoho výpočtu určit výsledný tvar indukce ve vzduchové mezeře pro jakoukoliv pozici rotoru a jakýkoliv stav (naprázdno, jmenovité zatížení, atd.). Pro určení radiální i tečné složky byl vytvořen unifikovaný postup.

2.7.1 Radiální složka magnetické indukce

Výslednou radiální složku magnetické indukce $B_r(\xi)$ lze získat pomocí kombinace výše popsaných faktorů. Zejména u stroje s povrchově umístěnými magnety není možné použít pouhou superpozici průběhů vzniklých šířkou drážky a otevřením drážky. Proto je nutné použít následující postup:

- 1) *Výpočet stupňovité křivky magnetického napětí.* Na základě Görgesova diagramu nebo rovnic popisujících magnetické napětí vinutí (např. (2.5)) jsou určeny jednotlivé body definující úroveň magnetického napětí.
- 2) *Výpočet zploštění indukce.* Pro jednotlivé body stupňovité křivky jsou vypočítány jejich obrazy odpovídající hodnotě indukce ve vzduchové mezeře B_{step} .
- 3) *Pulzace způsobená otevřením drážky pod jednou drážkou B_{r-o}* dle odstavce 2.4.3.
- 4) *Indukce pod jednou drážkou s vodiči protékánými proudem B_{r-oI} .* Postup je stejný jako v bodě 3), avšak je uvažovaný nenulový proud v drážce a výsledný průběh je kombinací

- nárůstu indukce, šířky drážky a otevření drážky.
- 5) *Separace reálného průběhu stupňovité křivky pod jednou drážkou B_{r-s} .* Opravdový průběh je obdržen jako podíl $B_{r-s} = B_{r-ol}/B_{r-o}$. Tento tvar je použit k proložení bodů zploštěné magnetické indukce B_{step} a je vytvořena statorová křivka zahrnující vliv šířky drážky.
 - 6) *Výpočet indukce PM a výsledného základního tvaru.* Ke statorové křivce je přičtena rotorová křivka indukce s uvažováním příslušného zátěžného úhlu β a je vytvořeno prozatímní výsledné rozložení indukce bez uvažování geometrie statoru $B_{r-\delta o}$.
 - 7) *Superpozice pulzace vlivem otevření drážky a výpočet finálního rozdělení radiální složky magnetické indukce B_r .*

2.7.2 Tečná složka magnetické indukce

Výhodou 2D řešení pole pomocí SC transformace je možnost získání i tečné složky indukce. Tečná složka se obecně objeví v případech, kdy dochází ke změně velikosti té primární, radiální složky; vlivem proudu nebo tvarem magnetického obvodu. Stupňovitá křivka magnetického napětí je obdržena za předpokladu, že magnetické pole obsahuje pouze radiální složku (viz Obr. 2.2). Proto je základní tečná složka předpokládána rovná nule.

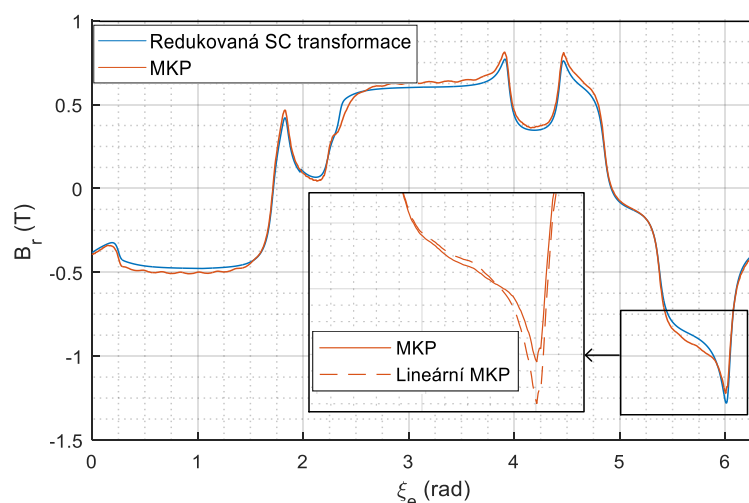
- 1) *Pulzace způsobená otevřením drážky pod jednou drážkou B_{t-o} .* Je vypočítána společně s radiální složkou v odstavci 2.4.3 a výstup je úměrný poměrnému průběhu na Obr. 2.8. Výsledná hodnota bude úměrná indukci B_{step} patřících radiální složce.
- 2) *Indukce pod jednou drážkou s vodiči protékajícími proudem B_{t-ol} .* Postup dle výpočtu radiální složky B_{r-ol} .
- 3) *Separace tečné složky způsobené reálným tvarem stupňovité křivky magnetického napětí B_{t-s} .* Složka B_{t-o} je definovaná jako přímo úměrná B_{r-o} . Proto separovaná $B_{t-s} = B_{t-ol} - B_{t-o} B_{r-s}$.
- 4) *Výsledná tečná složka indukce B_t .* Na rozdíl od radiální složky, výsledná tečná složka je dána součtem dílčích výpočtů. Složka způsobená reálným tvarem stupňovité křivky B_{t-s} má amplitudu úměrnou rozdílu úrovní funkce B_{step} . Složka způsobená otevřením drážky B_{t-o} je úměrná hodnotám funkce B_{step} . Na závěr je přičtena složka způsobená permanentními magnety.

2.7.3 Porovnání výsledků s metodou konečných prvků

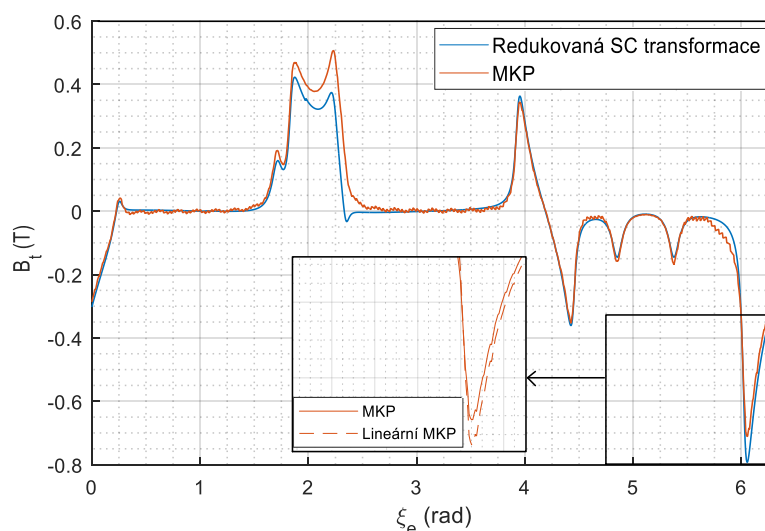
Výsledný průběh magnetické indukce je nutné ověřit pomocí metody konečných prvků (MKP). Pro výpočet zejména vlivu otevření drážky je nutné použít numerické metody, v tomto případě SC transformace. Proto lze celý postup nazvat jako redukovanou SC

transformaci. Na Obr. 2.13 a Obr. 2.14 jsou zobrazena porovnání průběhů radiální a tečné složky indukce vypočtené pomocí redukované SC transformace a software FEMM [40]. Kromě rozdílů způsobených odlišným přístupem výpočtu je nutné zdůraznit nemožnost zahrnutí lokálních sycení ve vlastním výpočtu. Přesto je výpočet pomocí numerické SC transformace porovnáván s metodou konečných prvků uvažující nelinearitu železa $\mu_{Fe} = f(H)$. V oblasti lokálních nasycení je proto zobrazen také detail porovnání průběhů obdržených pomocí lineární a nelineární MKP.

Z výsledků je patrné, že bylo dosaženo velmi dobré shody a výše odvozená metoda může být použita pro navazující výpočty.



Obr. 2.13: Radiální složka magnetické indukce B_r v porovnání s MKP výsledky a detailní pohled na vliv sycení nelineární MKP



Obr. 2.14: Tečná složka magnetické indukce B_t v porovnání s MKP výsledky a detailní pohled na vliv sycení nelineární MKP

2.8 Aplikace znalosti rozložení magnetické indukce

Prímým výstupem výpočtů je znalost rozložení normálové i tečné složky indukce po obvodu stroje pro danou pozici rotoru, daný časový okamžik a zátěž. Na základě indukce lze následně určit několik parametrů stroje.

2.8.1 Spřažený tok

Magnetická indukce ve vzduchové mezeře je obecně funkcí polohy (úhlové pozice) a času $B_\delta(\xi, t)$. Magnetický tok spřažený s jedním závitem cívky $\Phi_z(t)$ lze určit jako

$$\Phi_z(t) = l_{Fe} \frac{D_k}{2} \int_{\xi_0}^{\xi_0 + \frac{\beta\pi}{p}} B_\delta(\xi_m, t) d\xi_m, \quad (2.58)$$

kde ξ_0 je mechanická úhlová pozice přední cívkové strany.

Celkový spřažený tok jedné fáze Ψ je pak určen jako součet toků spřažených se všemi cívkami spojenými v sérii, kde i -tá cívka má obecně N_{ci} závitů v sérii. Je využito symetrie magnetického obvodu, kdy každému pólu přísluší n_{cp} cívek jedné fáze, kde n_{cp} je

$$n_{cp} = \frac{Q \cdot 2u}{4pm} = \frac{q \cdot 2u}{2} \quad (2.59)$$

Celkový spřažený tok jedné fáze je pak určen jako

$$\Psi(t) = \frac{2p}{a \cdot c} \sum_{i=1}^{n_{cp}c} N_{ci} \Phi_{zi}(t) \quad (2.60)$$

2.8.2 Indukované napětí

Na základě znalosti průběhu spřaženého toku lze indukované napětí určit pomocí Faradayova indukčního zákona jako

$$u_i(t) = - \frac{d\Psi(t)}{dt} \quad (2.61)$$

Sdružené napětí lze následně určit jako rozdíl dvou fázových, např.

$$u_{iAB}(t) = u_{iA}(t) - u_{iB}(t) \quad (2.62)$$

2.8.3 Indukčnost

Pohledem na magnetizační indukčnost stroje jako na míru vazby mezi statorovým vinutím a rotorem lze velikost indukčnosti určit při napájení statoru a zanedbání pole permanentních magnetů z normálové složky magnetického toku procházejícího vzduchovou mezerou. Hlavní indukčnost stroje L_{ad} a indukčnost diferenčního rozptylu L_{dif} nelze od sebe oddělit, protože obě složky jsou definované magnetickým polem ve vzduchové mezeře vybuzeným vinutím statoru.

Vinutí bude napájeno třífázovým symetrickým harmonickým proudem o amplitudě I_m a bude určen součet indukčností $L_{ad} + L_{dif}$ na základě radiální složky indukce ve vzduchové mezeře $B_\delta(\xi, t)$ ze vztahu

$$L_{ad}(t) + L_{dif}(t) = \frac{\Psi(t)}{I_m} = \frac{1}{I_m} \frac{D_k}{2} \frac{1}{2p} l_{Fe} \int_0^{2\pi} |B_r(\xi_m, t)| d\xi_m. \quad (2.63)$$

Indukčnost stroje je obecně uvažována jako konstanta nezávislá pro danou frekvenci na čase.

Díky vlivu geometrie stroje a umístění vinutí v drážkách má kromě konstantní složky také časové proměnnou.

Kromě těchto dvou složek obsahuje celková indukčnost stroje i rozptylové složky další, které však nelze určit na základě rozložení pole ve vzduchové mezeře. Lze je však určit analyticky nebo pomocí MKP, viz kapitoly 3, 4.3 a 5.

2.8.4 Moment

Pro výpočet momentu stroje pomocí metody konečných prvků je často používán Maxwellův tenzor pnutí \mathbf{T} , který lze v daném bodě magneticky izotropního prostředí o permeabilitě μ vystaveném dvojrozměrnému magnetickému poli o indukci $\mathbf{B} = (B_r, B_t, 0)$ vyjádřit jako

$$\mathbf{T} = \frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} \frac{B_r^2 - B_t^2}{2} & B_r B_t & 0 \\ B_r B_t & \frac{B_t^2 - B_r^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-B_r^2 - B_t^2}{2} \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

Dle [39] lze z Maxwellova tenzoru pnutí odvodit výraz pro plošnou hustotu síly \mathbf{f} , která bude v cylindrickém souřadném systému na povrchu válce soustředného podle osy z určena jako

$$\mathbf{f} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B}(\mathbf{B} \mathbf{a}_r) - \frac{1}{2\mu} B^2 \mathbf{a}_r = \frac{1}{\mu} (B_r^2 \mathbf{a}_r + B_r B_t \mathbf{a}_t) - \frac{1}{2\mu} B^2 \mathbf{a}_r \quad (2.65)$$

Velikost její tečné složky je

$$f_t = \frac{1}{\mu} B_r B_t \quad (2.66)$$

Celková tečná síla je určena jako

$$F_t = \oint_S f_{mt} dS = \frac{l_{Fe}}{\mu_0} r \int_0^{2\pi} B_r \cdot B_t d\xi_m \quad (2.67)$$

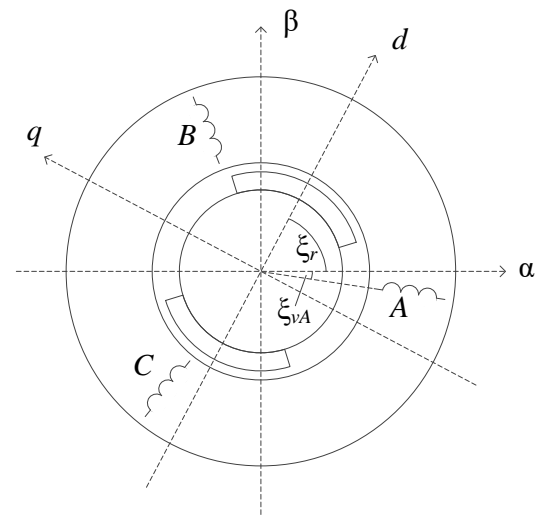
a moment stroje vypočtený pomocí pomocné kružnice ve vzduchové mezeře je

$$M(t) = F_t(t) \cdot r = \frac{l_{Fe}}{\mu_0} \left(\frac{D_k}{2}\right)^2 \int_0^{2\pi} B_r(\xi_m, t) \cdot B_t(\xi_m, t) d\xi_m \quad (2.68)$$

V závislosti na zdroji magnetického pole ve výpočtu lze určit druh vypočteného momentu. V případě uvažování pouze permanentních magnetů lze určit pulzaci momentu vlivem interakce s geometrií statoru, tzv. cogging torque. Uvažováním také statorového proudu lze dosáhnout výpočtu jmenovitého momentu, pouze však za předpokladu správného nastavení zátěžného úhlu. Pulzace momentu při zátěži stroje je však určena za předpokladu čistě harmonického proudu; toho však není obecně ve stroji dodrženo.

2.9 Matematický model PMSM generátoru v ustáleném stavu

Pro zjednodušení tvorby modelů, výpočtu některých veličin i měření na strojích byl zvolen generátorický chod jako hlavní směr výpočtů v rámci této práce, více viz kapitola 4. Úloha řešení rozložení magnetického pole ve vzduchové mezeře popsaná v kapitole 5 byla vždy definována jako statická, kdy byl předpokládán symetrický harmonický proud ve všech fázích, a rozložení pole bylo řešeno pro konkrétní časový okamžik. V reálném systému však budou vlivem uspořádání vinutí, konstrukce statoru a uspořádáním rotoru ovlivněny parametry náhradního schématu a tudíž i průběh proudu. Zároveň jsou všechny modely stroje napěťové, což lépe odpovídá poměrům v reálných strojích. Proud je pouze důsledkem chování stroje a jeho parametrů. Proto je nutné vytvořit matematický model stroje zahrnující vliv konkrétního konstrukčního uspořádání. Ve stroji lze zavést komplexní souřadný systém statoru α - β a souřadný systém rotoru d - q , viz Obr. 2.15.



Obr. 2.15 Schematické znázornění synchronního stroje s permanentními magnety a zavedení souřadných systémů

Symetrická třífázová harmonická napětí $u_A(t)$, $u_B(t)$, $u_C(t)$ díky prostorovému uspořádání fází vytvoří v komplexní rovině statoru α - β výsledné napětí \bar{u} , které bude mít konstantní amplitudu a je vyjádřené jako

$$\begin{aligned} \alpha\beta \bar{u}(t) &= k(u_A(t)e^{j\xi_{vA}} + u_B(t)e^{j\xi_{vA}\bar{a}} + u_C(t)e^{j\xi_{vA}\bar{a}^2}), \\ \bar{a} &= e^{j\frac{2\pi}{3}} = -0,5 + j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \bar{a}^2 &= \left(e^{j\frac{2\pi}{3}}\right)^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = -0,5 - j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \quad (2.69)$$

Časové průběhy fázových napětí lze vyjádřit jako $u_A(0) = U_{fm}\sin(\omega t)$, $u_B(0) = U_{fm}\sin(\omega t + 2\pi/3)$, $u_C(0) = U_{fm}\sin(\omega t + 4\pi/3)$. Dosazením do (2.69) a úpravou je získán tvar

$$\begin{aligned}
{}^{\alpha\beta}\bar{u}(t) &= kU_{fm}e^{j\xi_{vA}} \left(\sin \omega t + \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) e^{j\frac{2\pi}{3}} + \sin \left(\omega t + \frac{4\pi}{3} \right) e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \\
&= kU_{fm}e^{j\xi_{vA}} \cdot \left(\frac{3}{2} \sin \omega t + j \frac{3}{2} \cos \omega t \right) \\
&= kU_{fm}e^{j\xi_{vA}} \cdot \frac{3}{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - \omega t \right) + j \sin \left(\frac{\pi}{2} - \omega t \right) \right) \\
&= kU_{fm}e^{j\xi_{vA}} \cdot \frac{3}{2} \cdot j e^{-j\omega t}
\end{aligned} \tag{2.70}$$

Za podmínky, že amplituda výsledného napětí \bar{u}_s a fázových napětí má být shodná, musí mít činitel k hodnotu $k = 2/3$. Definováním souřadného systému α - β jako

$${}^{\alpha\beta}\bar{u}(t) = u_\alpha(t) + ju_\beta(t) \tag{2.71}$$

lze výsledné napětí rozložit do složek

$$\begin{aligned}
u_\alpha(t) &= \Re\{{}^{\alpha\beta}\bar{u}(t)\} = \Re\{jU_{fm}(\cos \xi_{vA} + j \sin \xi_{vA})(\cos(-\omega t) + j \sin(-\omega t))\} \\
&= U_{fm}(\sin(\omega t) \cos \xi_{vA} - \cos(\omega t) \sin \xi_{vA}) = U_{fm} \sin(\omega t - \xi_{vA})
\end{aligned} \tag{2.72}$$

$$\begin{aligned}
u_\beta(t) &= \Im\{{}^{\alpha\beta}\bar{u}(t)\} = \\
&= U_{fm}(\cos(\omega t) \cos \xi_{vA} + \sin(\omega t) \sin \xi_{vA}) = U_{fm} \cos(\omega t - \xi_{vA})
\end{aligned}$$

Ukotvením osy fáze A v ose α ($\xi_{vA} = 0$) lze rovnice (2.72) upravit do tvaru

$$\begin{aligned}
u_\alpha(t) &= u_A(t) \\
u_\beta(t) &= \frac{1}{\sqrt{3}}(u_B(t) - u_C(t)),
\end{aligned} \tag{2.73}$$

což odpovídá běžně používané Clarkově transformaci symetrického třífázového systému do souřadného systému statoru. Změnou zapojení vinutí dojde k natočení soustavy vinutí a ke změně velikosti úhlu ξ_{vA} ; proto musí být použit rozšířený tvar Clarkovy transformace (2.72).

Rotor se otáčí synchronní úhlovou rychlostí ω_{me} a pozice rotoru ξ_r je určena jako

$$\xi_r = \int \omega_{me} dt + \xi_{r0} \tag{2.74}$$

Do souřadného systému rotoru d - q lze napětí transformovat jako

$$\bar{u}(t) = u_d(t) + ju_q(t) = {}^{\alpha\beta}\bar{u}(t)e^{-j\xi_r} \tag{2.75}$$

a jednotlivé složky lze odvodit jako

$$\begin{aligned}
u_d(t) &= U_{fm} \sin(\omega t - \xi_{vA} + \xi_r) \\
u_q(t) &= U_{fm} \cos(\omega t - \xi_{vA} + \xi_r)
\end{aligned} \tag{2.76}$$

Pro zpětnou transformaci lze použít inverzní proces.

Synchronní stroj bude definován v rotorovém souřadném systému d - q a lze jej obecně popsat třemi rovnicemi (viz náhradní schéma na Obr. 2.16 a)):

$$\begin{aligned}\bar{u} &= R_a \bar{i} + \frac{d\bar{\Psi}}{dt} + j\omega\bar{\Psi} \\ M &= \frac{m}{2} p \cdot \Im\{\bar{\Psi}^* \cdot \bar{i}\} \\ (M - M_L) \cdot \frac{1}{J} &= \frac{d\omega_m}{dt},\end{aligned}\quad (2.77)$$

kde R_a je odpor statorového vinutí M_L je zátěžný moment, J je moment setrvačnosti a ω_m je mechanická úhlová rychlost. Spřažený tok se statorovým vinutím je možné rozdělit na spřažený tok vyvolaný permanentními magnety $\bar{\Psi}_{PM}$ a vinutím $\bar{\Psi}_v$, neboli

$$\bar{\Psi} = \bar{\Psi}_{PM} + \bar{\Psi}_v = \Psi_{PMd} + j\Psi_{PMq} + L_d i_d + jL_q i_q, \quad (2.78)$$

kde

$$\begin{aligned}\Psi_d &= \Psi_{PMd} + L_d i_d \\ \Psi_q &= \Psi_{PMq} + L_q i_q\end{aligned}\quad (2.79)$$

a L_d a L_q jsou podélná a příčná indukčnosti stroje. Pro výpočty budou uvažovány následující předpoklady:

- Protože jsou uvažovány pouze stroje s povrchovými permanentními magnety, indukčnosti L_d a L_q jsou shodné $L_d = L_q$.
- Poháněcí stroj bude považován za ideální, nebudou řešeny přechodové stavy (změna rychlosti, změna zatížení), a třetí rovnice v (2.77) nemusí být uvažována.
- Nebude uvažována změna sycení stroje vlivem změny velikosti proudu a zátěžného úhlu β .

Systematicky budou porovnány rovnice a průběhy bez a s uvažováním vlivu konstrukčního provedení pro stav naprázdno a zatížený synchronní generátor.

2.9.1 Stav naprázdno

Ve stavu naprázdno je velikost statorového proudu rovna nule a soustava rovnic (2.77) je zredukována na

$$\bar{u} = j\omega\bar{\Psi} \quad (2.80)$$

Celkový spřažený tok je ve stavu naprázdno vybuzen pouze permanentními magnety, jejichž pozice definuje orientaci souřadného systému, a nachází se pouze ve směru osy d . Zároveň je nezávislý na čase (za uvažování konstantní teploty permanentních magnetů) a má pouze stejnosměrnou složku Ψ_{PMd0} . Rozložením komplexní rovnice (2.80) na složky a oddělením reálné a imaginární složky je obdržena soustava rovnic

$$\begin{aligned} u_d &= 0 \\ u_q &= \omega \Psi_{PMd} = \sqrt{2} U_{ib} , \end{aligned} \quad (2.81)$$

kde U_{ib} je efektivní hodnota buzeného indukovaného napětí. Rozdílná situace nastane při uvažování vlivu konstrukčního uspořádání. Základní křivka magnetické indukce vybuzená permanentními magnety interaguje s geometrií statoru (drážkováním) a vytváří ke konstantní složce spřaženého toku Ψ_{PMd0} obecně proměnnou komplexní složku v ose d i v ose q . Řešená soustava rovnic je tak ve tvaru

$$\begin{aligned} u_d(t) &= \frac{d\Psi_{PMd}(t)}{dt} - \omega \Psi_{PMq} \\ u_q(t) &= \frac{d\Psi_{PMq}(t)}{dt} + \omega \Psi_{PMd} \end{aligned} \quad (2.82)$$

2.9.2 Zatížený generátor

Při zatížení stroje začne vinutím protékat proud a celkový tok stroje je určen dle (2.78). Moment nutný k pokrytí elektrického výkonu a Jouleových ztrát je roven

$$\begin{aligned} M &= \frac{m}{2} p \cdot \Im\{(\Psi_{PMd} - j\Psi_{PMq} + L_d i_d - jL_d i_q) \cdot (i_d + j i_q)\} = \\ &= \frac{m}{2} p \cdot (\Psi_{PMd} i_q - \Psi_{PMq} i_d + L_d i_d i_q - L_d i_d i_q) = \frac{m}{2} p \cdot (\Psi_{PMd} i_q - \Psi_{PMq} i_d) \end{aligned} \quad (2.83)$$

Pokud je zanedbán vliv geometrie stroje, je příčná složka spřaženého toku permanentních magnetů rovna nule $\Psi_{PMq} = 0$ a velikost spřaženého toku je časově nezávislá. Za těchto podmínek vypadá napěťová rovnice ve složkovém tvaru následovně:

$$\begin{aligned} u_d &= R_a i_d - \omega L_d i_q \\ u_q &= R_a i_q + \omega(\Psi_{PMd} + L_d i_d) \end{aligned} \quad (2.84)$$

Proud strojem lze určit z velikosti zátěže \bar{Z}_L a napětí na svorkách stroje jako

$$\begin{aligned} \bar{u} &= -\bar{Z}_L \bar{i} , \\ \bar{Z}_L &= R_L + jX_L \end{aligned} \quad (2.85)$$

Je tudíž nutné vyřešit soustavu dvou rovnic pro dvě neznámé složky proudu ve tvaru

$$\begin{aligned} (R_a + R_L) i_d - (\omega L_d + X_L) i_q &= 0 \\ (\omega L_d + X_L) i_d + (R_a + R_L) i_q &= -\omega \Psi_{PMd} , \end{aligned} \quad (2.86)$$

které odpovídá fázorový diagram na Obr. 2.16 b). Při zahrnutí vlivu geometrie bude celkový spřažený tok časově proměnný ve tvaru

$$\bar{\Psi}(t) = \bar{\Psi}_{PM}(t) + \bar{\Psi}_v(t) = \Psi_{PMd}(t) + j\Psi_{PMq}(t) + L_d(t) i_d(t) + jL_d(t) i_q(t) \quad (2.87)$$

Při uvažování konstantní R-L zátěže bude i na zátěži nutné uvažovat přechodovou složku napětí a výstupní napětí bude možné určit jako

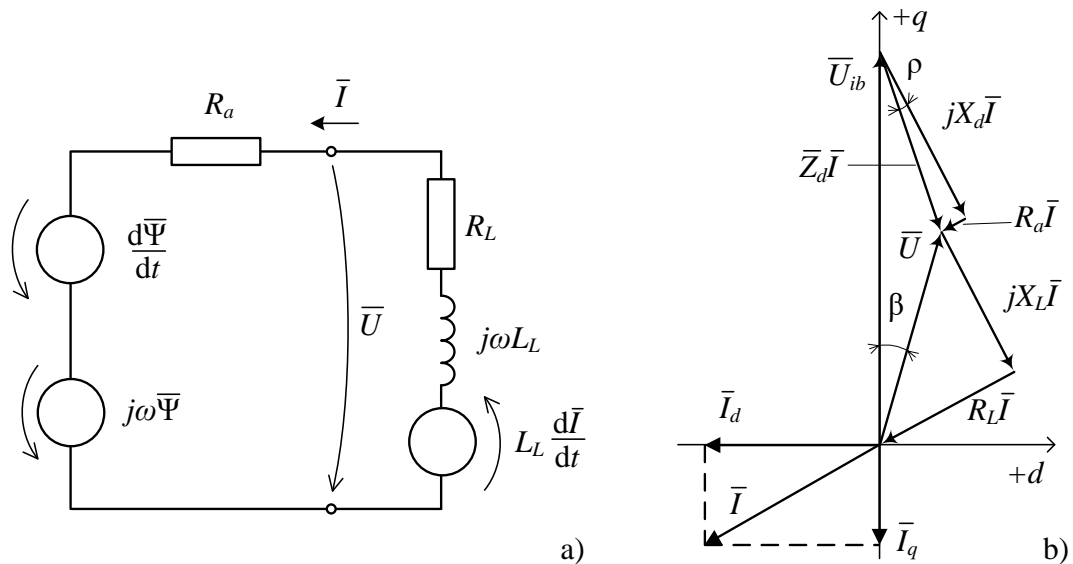
$$\bar{u}(t) = -\bar{Z}_L \bar{i}(t) = -(R_L + j\omega L_L) \bar{i}(t) - L_L \frac{d\bar{i}(t)}{dt} \quad (2.88)$$

Dosazením (2.87) a (2.88) do napěťové rovnice v (2.77), úpravou a rozdělením na reálnou a imaginární složku je získána výsledná soustava diferenciálních rovnic prvního řádu[§]

$$\begin{aligned} (L_d + L_L) \frac{di_d}{dt} + Z_1 i_d - Z_2 i_q + \frac{d\Psi_{PMd}}{dt} - \omega \Psi_{PMq} &= 0 \\ (L_d + L_L) \frac{di_q}{dt} + Z_2 i_d + Z_1 i_q + \frac{d\Psi_{PMq}}{dt} + \omega \Psi_{PMd} &= 0, \end{aligned} \quad (2.89)$$

kde

$$\begin{aligned} Z_1 &= \left(R_a + R_L + \frac{dL_d}{dt} \right) \\ Z_2 &= (\omega L_d + \omega L_L) \end{aligned} \quad (2.90)$$



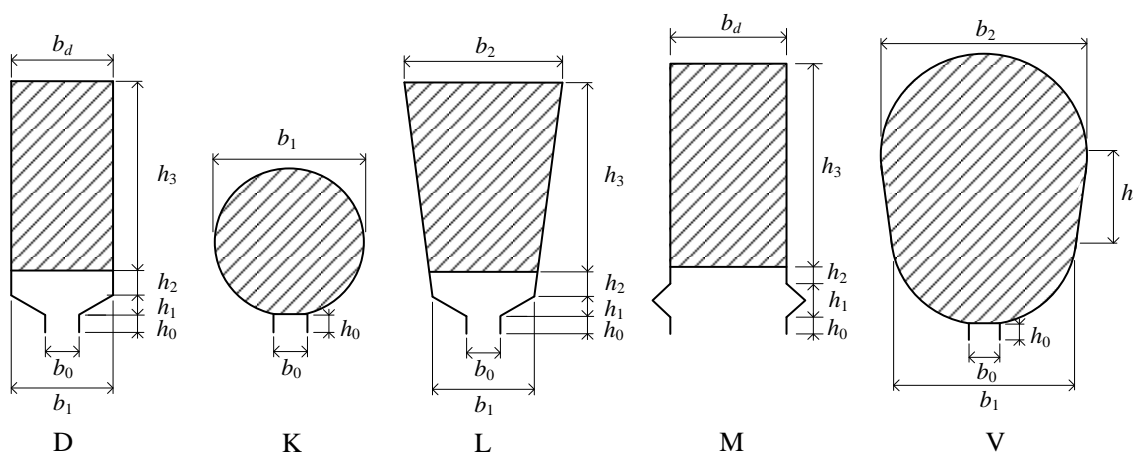
Obr. 2.16: Náhradní schéma generátoru zatíženého RL zátěží včetně uvažování časově proměnných parametrů stroje (a) a jeho fázorový diagram v ustáleném stavu (b)

Na základě výpočtu pole ve vzduchové mezeře je tudíž důležité odvodit průběhy spřažených toků, součet hlavní indukčnosti a indukčnosti diferenčního rozptylu a pulzaci momentu. Ostatní stavy stroje už mohou být odvozeny pomocí napěťového matematického modelu.

[§] Pro zvýšení přehlednosti rovnic nebude dále zdůrazňována časová závislost proměnných

3 Rozptylová indukčnost drážky

Na indukčnost obecně lze také nahlížet jako na dvojnásobek velikosti energie magnetického pole vybuzeného vodiči protékanými proudem jednotkové velikosti. Kromě uspořádání vinutí a počtu závitů bude mít největší vliv na rozptylovou indukčnost drážky také její druh, tvar a poměry mezi jednotlivými rozměry. Nejčastěji používané typy drážek včetně přiřazených rozměrů jsou shrnuty na Obr. 3.1.



Obr. 3.1: Přehled nejčastěji používaných drážek

Na základě těchto drážek je možné obecně definovat jednotlivé oblasti v drážce. Vyšrafovaná aktivní část drážky ponese v dalším textu označení číslem 3. Na ní navazuje oblast 2, do které může zasahovat drážkový klín, je zde ukončeno vyložení drážky, popř. se sem vkládá vložka pod klín apod. Následuje oblast drážkového klínu 1, která svým tvarem musí zajistit uchycení klínu a tudíž celého vinutí v drážce. Otevření drážky (oblast 0) určuje tvar drážky z pohledu pulzací pole ve vzduchové mezeře (otevřená vs. polouzavřená) a jeho velikost je závislá na druhu použitých vodičů a způsobu vkládání cívek do statoru. Zároveň však umožňuje alespoň částečné omezení rozptylové indukčnosti drážky.

Ne každá drážka musí bezpodmínečně obsahovat všechny popsání části. U drážek typu D, L nebo M může např. vinutí zasahovat až k oblasti drážkového klínu a oblast 2 tudíž bude zanedbatelná. Pokud jsou drážky použity pro klec rotoru asynchronního stroje (např. „K“ nebo „V“), není v drážce žádná izolace, klín atd. a rozlišujeme zde pouze oblasti 3 a 0, případně může být oblast 0 vyplněna vodičem a tedy zcela mizí.

3.1 Obecné rovnice

Fyzikální předpoklady a zjednodušení použité v publikacích pro výpočet rozptylové indukčnosti drážky mohou být shrnuty v následujících bodech [10], [15], [47]:

- a) Okrajový jev v axiálním směru je zanedbán.
- b) Okolní materiál magnetického obvodu má nekonečnou permeabilitu
- c) Oblast proudovodiče má rovnoměrně rozloženou proudovou hustotu
- d) Siločáry magnetického pole jsou v drážce rovnoměrně rozložené a kolmé na osu symetrie drážky

Předpoklad a) je obecně používán v oblasti modelování elektrických strojů a je nutnou podmínkou pro redukci modelu do 2D roviny.

Hypotéza b) je splněna v slabě sycených částech stroje. Vytvoření drážek a zubů má za následek zvýšení sycení magnetického obvodu právě ve vyšetřované oblasti a může způsobit nezanedbatelnou chybu výpočtu.

Při modelování elektrických strojů je běžnou praxí nahradit reálný průřez drážky s vodiči a jejich izolací, cívkovou izolací a vyložení drážky pomocí jednoho ekvivalentního vodiče dle předpokladu c). Zahrnutí jednotlivých vodičů do výpočtu by bylo možné pouze pro nejjednodušší tvar drážky (např. obdélníková drážka s obdélníkovými vodiči). Tento předpoklad tak limituje použití výpočtu pouze pro provozní stavy, kdy není vliv skin efektu příliš výrazný. V opačném případě lze použít metodu náhradního obvodu [48] pro výpočet rozložení magnetického pole v drážce.

Předpoklad d) je důsledkem předpokladu b) a podmínek na rozhraní magnetického pole. Symetrie siločar je ovlivněna pouze symetrií drážky. Proto jsou v této práci uvažovány pouze osově symetrické drážky.

3.1.1 Definice vodivostních parametrů

Intenzita magnetického pole \mathbf{H} je definována pomocí Ampérova zákona pro stacionární magnetické pole jako

$$\oint_c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} , \quad (3.1)$$

kde \mathbf{J} je proudová hustota. S přihlédnutím k souřadnicovému systému na Obr. 3.2 je problém redukován na 1D úlohu v závislosti na vertikální ose y a Ampérův zákon může být zjednodušen do tvaru

$$H(y) \cdot l(y) = J \cdot S(y) , \quad (3.2)$$

protože vektory \mathbf{H} a $d\mathbf{l}$ jsou vždy rovnoběžné. Aktivní drážková část $S(y)$ (oblast proudovodiče) uzavřená siločárou $l(y)$ nezávisí pouze na souřadnici y , ale také na tvaru

siločar. Bude předpokládáno, že tvar je jednoznačně určen pomocí souřadnice y a tvaru drážky. Hustota magnetické energie v oblasti drážky je definována jako

$$w_m(y) = \int_{B_1}^{B_2} \mathbf{H} \, d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{2} H^2(y) = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{J^2 S^2(y)}{l^2(y)} \quad (3.3)$$

a celkové množství energie v drážce je potom

$$W_m = \iiint_V w_m(y) \, dV = \int_0^{h_d} \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{J^2 S^2(y)}{l(y)} l_{Fe} \, dy \quad (3.4)$$

v kartézském souřadném systému. Rozptylová indukčnost jedné drážky je určena jako

$$L_{\sigma d1} = \frac{2W_m}{J^2 S^2(h_d)} = \mu_0 l_{Fe} \int_0^{h_d} \frac{S^2(y)}{S^2(h_d)l(y)} \, dy . \quad (3.5)$$

Pro možnost porovnání vlivu tvaru drážky na rozptylovou indukčnost se zavádí činitel magnetické vodivosti drážky λ_d definovaný jako

$$\lambda_d = \frac{L_{\sigma d1}}{\mu_0 l_{Fe}} = \int_0^{h_d} \frac{S^2(y)}{S^2(h_d)l(y)} \, dy . \quad (3.6)$$

3.1.2 Příklad obdélníkové drážky typu „M“

Použití odvozeného vztahu pro činitel magnetické vodivosti drážky (3.6) je ukázáno na příkladu obdélníkové drážky. Stěny drážky jsou rovnoběžné v celé oblasti (pokud nebude uvažováno rozšíření pro drážkový klín) a siločáry magnetického pole jsou rovné čáry o délce šířky drážky b_d . Plocha aktivní části drážky 3 je vyjádřena jako $S(y) = b_d y$ a činitel magnetické vodivosti λ_{d3} je

$$\lambda_{d3} = \int_0^{h_3} \frac{b_d^2 y^2}{b_d^2 h_3^2 b_d} \, dy = \left[\frac{y^3}{3h_3^2 b_d} \right]_0^{h_3} = \frac{h_3}{3b_d} . \quad (3.7)$$

Aktivní drážková část uzavřená siločarami v oblasti otevření drážky je rovna celkové aktivní části a rovnice (3.6) je vyjádřena jako

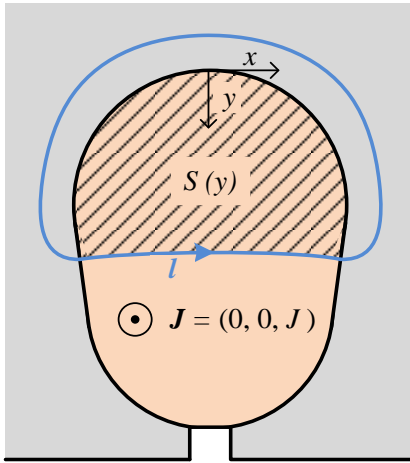
$$\lambda_{d0} = \int_0^{h_0} \frac{1}{b_0} \, dy = \left[\frac{y}{b_0} \right]_0^{h_0} = \frac{h_0}{b_0} . \quad (3.8)$$

Oba výsledné vztahy lze v literatuře najít v totožné formě jako vyjádření činitele magnetické vodivosti obdélníkové drážky pro aktivní oblast a oblast otevření drážky. Proto jsou tyto výsledky považovány za správné a nejsou dále cílem výzkumu v této práci.

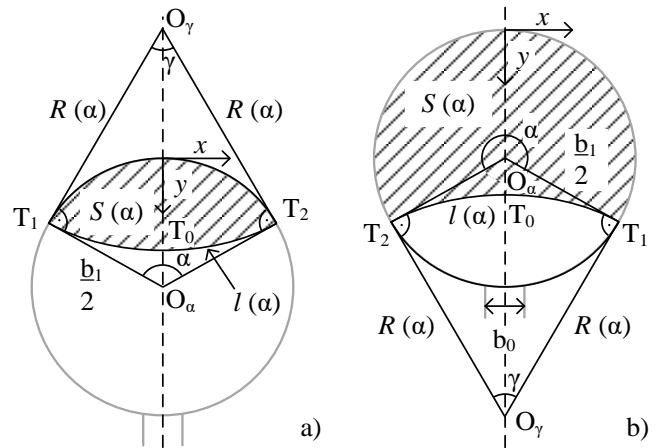
3.2 Kruhová drážka typu „K“

Vodiče kruhového průřezu uložené v polouzavřených drážkách se používají pro klece asynchronních strojů nakrátko nebo jako tlumící vinutí synchronních generátorů [10]. Proto je výhodné definovat rozptylovou indukčnost drážky tohoto typu. Tvar drážky je velmi

jednoduchý, a proto je zmíněn jako úvod pro výpočty drážek složitějších tvarů. Průřez drážky a pomocná geometrie jsou zobrazeny na Obr. 3.3.



Obr. 3.2: Definice parametrů spřažených s geometrií drážky



Obr. 3.3: Pomocná geometrie kruhové drážky pro
a) $\alpha \in \langle 0; \pi \rangle$
b) $\alpha \in \langle \pi; 2\pi \rangle$

Siločáry jsou kolmé na stěny drážky a bude předpokládáno, že mají tvar kružnicového oblouku s různým poloměrem, pozicí středu a délkou oblouku. K výpočtu délky siločar a rozložení magnetické indukce H je definován pomocný středový úhel α . Drážka může být rozdělena do dvou oblastí s různými okrajovými podmínkami v závislosti na velikosti úhlu α . Poloměr kružnicového oblouku siločáry R může být vyjádřen jako

$$R(\alpha) = \begin{cases} \frac{b_1}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2} & , \quad \alpha \in \langle 0; \pi \rangle \\ \frac{b_1}{2} \cdot \tan \frac{(2\pi - \alpha)}{2} & , \quad \alpha \in \langle \pi; 2\pi \rangle \end{cases} \quad (3.9)$$

a délku siločáry lze vypočítat jako

$$l(\alpha) = \begin{cases} (\pi - \alpha) \frac{b_1}{2} \tan \frac{\alpha}{2} & , \quad \alpha \in \langle 0; \pi \rangle \\ b_1 & , \quad \alpha = \pi \\ (\pi - \alpha) \frac{b_1}{2} \tan \frac{\alpha}{2} & , \quad \alpha \in \langle \pi; \alpha_0 \rangle \\ b_0 & , \quad \alpha \in \langle \alpha_0; 2\pi \rangle \end{cases} \quad (3.10)$$

kde maximální středový úhel α_0 je definovaný otevřením drážky pomocí rovnosti

$$l(\alpha_0) = (\pi - \alpha_0) \cdot \frac{b_1}{2} \cdot \tan \frac{\alpha_0}{2} = b_0 . \quad (3.11)$$

Souřadnice y bodu T_0 je určena jako

$$y_{T_0}(\alpha) = \frac{b_1}{2} \cdot \left(\tan \left(\frac{\alpha}{2} \right) - \frac{1}{\cos \left(\frac{\alpha}{2} \right)} + 1 \right) , \quad \alpha \in \langle 0; 2\pi \rangle \setminus \{\pi\}. \quad (3.12)$$

Plochu drážkové oblasti uzavřené siločárou lze vyjádřit matematicky pomocí kruhových výsečí $O_\alpha T_1 T_2$ a $O_\gamma T_2 T_1$ a deltoidem $O_\alpha T_1 O_\gamma T_2$ a nezávisle definované pro $\alpha = \pi$ jako

$$S(\alpha) = \begin{cases} k \cdot \left(\pi \frac{b_1^2}{4} \right) + (-1)^k \cdot (S_\alpha + S_\gamma - S_{delt}), & \alpha \in \langle 0; 2\pi \rangle \setminus \{\pi\} \\ k = \begin{cases} 0 & , \alpha \in \langle 0; \pi \rangle \\ 1 & , \alpha \in (\pi; 2\pi) \end{cases} \\ S_\alpha = \begin{cases} \frac{b_1^2}{8} \cdot \alpha & , \alpha \in \langle 0; \pi \rangle \\ \frac{b_1^2}{8} \cdot (2\pi - \alpha) & , \alpha \in (\pi; 2\pi) \end{cases} \\ S_\gamma = \begin{cases} \frac{b_1^2}{8} \cdot \tan^2 \frac{\alpha}{2} \cdot (\pi - \alpha), & \alpha \in \langle 0; \pi \rangle \\ \frac{b_1^2}{8} \cdot \tan^2 \frac{\alpha}{2} \cdot (\alpha - \pi), & \alpha \in (\pi; 2\pi) \end{cases} \\ S_{delt} = \begin{cases} \frac{b_1^2}{4} \cdot \tan \frac{\alpha}{2} & , \alpha \in \langle 0; \pi \rangle \\ \frac{b_1^2}{4} \cdot \tan \frac{(2\pi - \alpha)}{2} & , \alpha \in (\pi; 2\pi) \end{cases} \\ \pi \frac{b_1^2}{8} & , \alpha = \pi \end{cases} \quad (3.13)$$

Výsledný činitel magnetické vodivosti aktivní části drážky je vyjádřen jako integrál

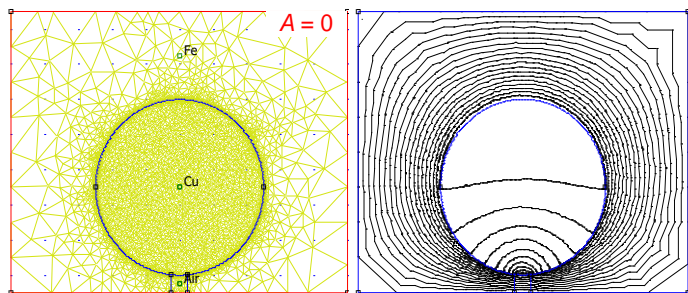
$$\lambda_{d3} = \frac{4}{\pi^2 b_1^3} \int_0^{2\pi} \frac{S^2(\alpha)}{l(\alpha)} \cdot \frac{1}{1 + \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} d\alpha. \quad (3.14)$$

Integrální vyjádření (3.14) lze vyřešit pouze numerickou integrací. Jeho výsledek je závislý na průměru drážky b_1 a na šířce otevření drážky b_0 . Na základě řešení integrálu pro různý poměr b_1/b_0 byl odvozen následující empirický vztah:

$$\lambda_{d3} = 0,39 + 0,32 \cdot \ln \frac{b_1}{b_0}. \quad (3.15)$$

3.2.1 Verifikace pomocí metody konečných prvků

Na Obr. 3.4 je zobrazen dvojrozměrný konečněprvkový model drážky vytvořený v software FEMM použitý k ověření výsledků získaných v předchozí kapitole. Model je upraven, aby splňoval předpoklady popsané v kapitole 3.1. Magnetické jádro obklopující drážku je definováno s konstantní relativní permeabilitou



Obr. 3.4: Nasíťovaný MKP model kruhové drážky a siločáry magnetického pole ($b_1/b_0 = 10$)

$\mu_r = 3000$. Efekt vytlačení rozptylového pole drážky do vzduchové mezery je potlačen a vzduchová mezera není v tomto modelu vůbec uvažována. Je použita Dirichletova okrajová podmínka a magnetický vektorový potenciál $A = 0 \text{ Wb m}^{-1}$ je definován na celé hranici počítané oblasti, aby byl zajištěn pouze výpočet rozptylového pole. Model má celkem 3800 uzlů koncentrovaných především v oblasti drážky.

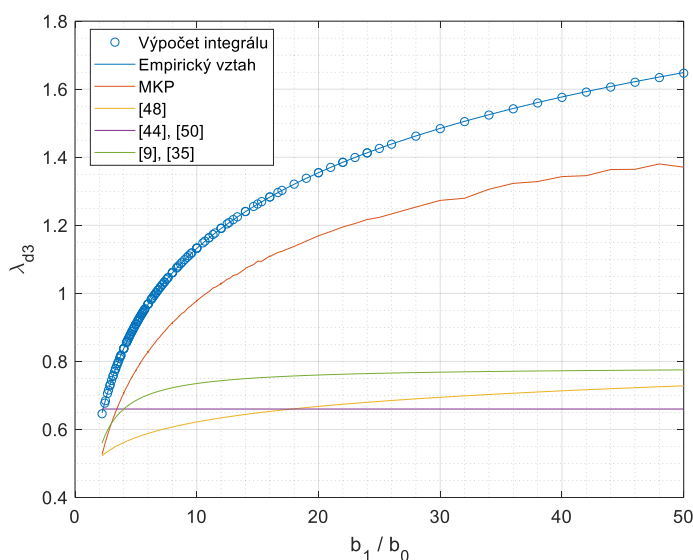
3.2.2 Přehled výrazů používaných v literatuře a porovnání výsledků

Téměř v každé knize zaměřené na návrh elektrických strojů jsou popsány empirické vztahy pro výpočet činitele magnetické vodivosti kruhové drážky; přehled těchto výrazů převzatých z několika nejvýznamnějších titulů je zobrazen v Tab. 3.

Tab. 3: Literární rešerše činitele magnetické vodivosti drážky kruhového průřezu

Činitel magnetické vodivosti aktivní části drážky λ_{d3}	Literatura
$0,47 + 0,066 \cdot \ln\left(\frac{b_1}{b_0}\right)$	[48], Richter (1967)
0,66	[44], [50]
$0,785 - \frac{b_0}{2b_1}$	[9], [35]

Celkové porovnání výpočtu činitele magnetické vodivosti drážky za pomoci všech popsaných rovnic a metod je na Obr. 3.5. Odvozený empirický vztah se nejvíce blíží výsledkům metody konečných prvků při zadaných podmínkách, přestože je absolutní rozdíl hodnot výrazný. Oba průběhy ale mají stejný trend, proto lze pouhým zavedením korekčního činitele na rovnici (3.15) získat řešení o mnohem větší přesnosti.



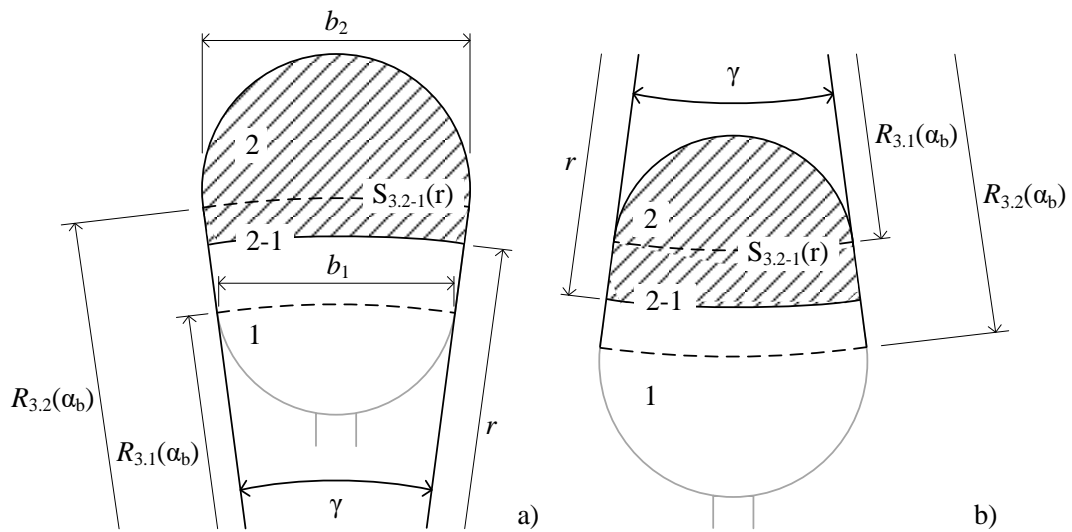
Obr. 3.5: Porovnání činitele magnetické vodivosti kruhové drážky

Činitel magnetické vodivosti drážky lze popsat jako funkci $\lambda_{d3} = f(b_1/b_0)$ a korekční činitel empirického vzorce byl určený jako $k_{cor} = 0,86$; ten zahrnuje rozdíl mezi předpokládaným a reálným tvarem siločar. Výsledný tvar činitele λ_{d3} je

$$\lambda_{d3} = 0,335 + 0,275 \cdot \ln \frac{b_1}{b_0}. \quad (3.16)$$

3.3 Drážka typu „V“

Polouzavřené drážky typu „V“ jsou často používány v asynchronních strojích jak pro statorové vinutí, tak pro drážky rotorové klece nakrátko. Model siločar jako kružnicových oblouků prezentovaný pro kruhovou drážku je použit i v tomto případě. Aktivní část drážky je rozdělena do tří částí (2, 2-1 a 1) dle Obr. 3.6.



Obr. 3.6: Pomocná geometrie drážky typu „V“ pro drážku a) statoru, b) rotoru

Oblast 2 je přímo odvozena z kruhové drážky a činitel magnetické vodivosti je

$$\lambda_{d3.2} = \frac{b_2}{4 \cdot S^2} \int_0^{\alpha_b} \frac{S_{3.2}^2(\alpha)}{l_{3.2}(\alpha)} \cdot \frac{1}{1 + \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} d\alpha, \quad (3.17)$$

kde plocha $S_{3.2}(\alpha)$ uzavřená siločárou o délce $l_{3.2}(\alpha)$ jsou definovány pomocí rovnic (3.13) a (3.11). Celková aktivní plocha drážky S může být vypočítána za pomoci kombinace (3.13) a lichoběžníkové drážky (viz odstavec 3.4). Mezní středový úhel α_b je určený pomocí rovnice

$$\cos \frac{\alpha_b}{2} = \frac{b_1 - b_2}{2h_3}. \quad (3.18)$$

Centrální oblast 2-1 tvoří přechod mezi oblastmi 2 a 1 z pohledu tvaru siločar. Středový úhel α_b je zde konstantní a ostatní parametry drážky závisí pouze na souřadnici y . Je výhodné definovat poloměr siločáry jako

$$r = R_{3.2}(\alpha_b) - (y - y(\alpha_b)), \quad (3.19)$$

kde hodnoty $R_{3.2}(\alpha_b)$ a $y(\alpha_b)$ jsou určeny rovnicemi (3.9) a (3.12). Délka siločar je pak

$$l(r) = \begin{cases} (2\pi - \alpha_b) \cdot r, & b_2 > b_1 \\ \alpha_b \cdot r, & b_2 < b_1 \end{cases} \quad (3.20)$$

Siločárou uzavřená plocha drážky je

$$S_{3.2-1}(r) = S_{3.2}(\alpha_b) + \frac{(R_{3.2}^2 - r^2)}{2} \cdot (\alpha_b - \pi). \quad (3.21)$$

Činitel magnetické vodivosti drážky je následně vypočítán pomocí obecných rovnic (3.2) – (3.6) jako

$$\lambda_{d3.2-1} = \int_{R_{3.2}}^{R_{3.1}} \frac{S^2(r)}{S^2 l(r)} dr. \quad (3.22)$$

Oblast 3.1 má opět kruhový tvar, pouze plocha uzavřená siločárou se změní na

$$S_{3.1}(\alpha) = S_{3.2-1}(R_{3.1}) - \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2 \cdot S_{3.2}(\alpha_b) + S(\alpha). \quad (3.23)$$

Délka siločáry je určena pomocí (3.10) a činitel magnetické vodivosti drážky je

$$\lambda_{d3.1} = \int_{\alpha_b}^{2\pi} \frac{S_{3.1}^2(\alpha)}{S^2 l(\alpha)} \cdot \frac{b_1}{4 \left(1 + \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)} d\alpha. \quad (3.24)$$

Analytické řešení integrálních tvarů (3.17), (3.22) a (3.24) nebo definování vhodného empirického vztahu by bylo velmi náročné, a proto jsou tyto integrály řešeny pouze numericky.

3.3.1 Přehled výrazů používaných v literatuře a porovnání výsledků

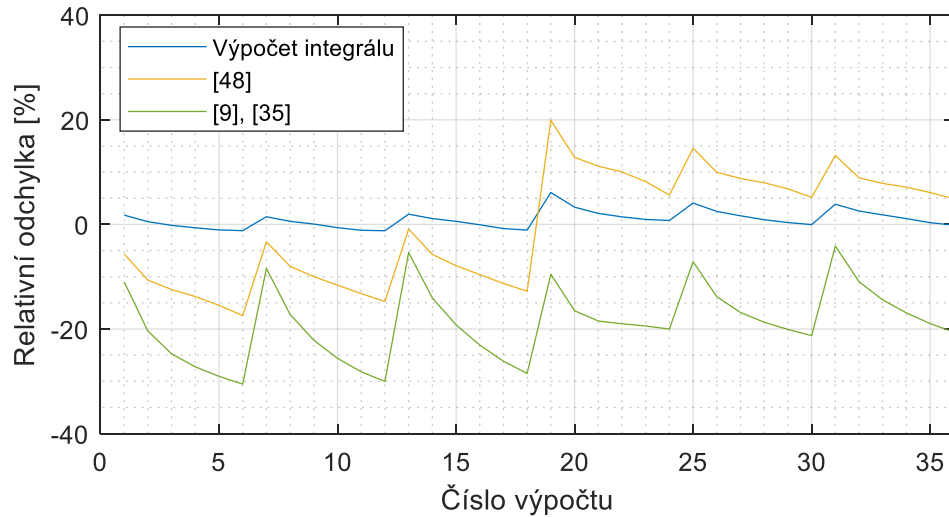
Postup tvorby 2D MKP modelu je identický s příkladem kruhové drážky. Přehled výrazů používaných v odborné literatuře je vytvořen v Tab. 4. Výrazy definované v [48] a [44], [50] jsou téměř identické, proto pouze vyjádření Pyrhönera a kol. [48] bude použito pro porovnání výsledků.

Tab. 4: Literární rešerše činitele magnetické vodivosti drážky typu „V“

Činitel magnetické vodivosti aktivní části drážky λ_{d3}	Literatura
$\frac{h_3}{3b_1} + 0,66$	[48]
$\frac{h_3}{3b_1} + 0,6$	[44], [50]
$\frac{h_3 + 0,4b_2}{3b_1} \left(1 - \frac{\pi b_1^2}{8S}\right)^2 + 0,66 - \frac{b_0}{2b_1}$	[9], [35]

Pro porovnání výsledků je analyzována soustava rozdílných velikostí hlavních rozměrů drážky a jejich kombinace jsou zpracovány v Příloze 1. Korekční činitel k_{cor} definovaný v kapitole 3.2.2 je aplikován na oblasti 2 a 1. Vzhledem k nesourodému trendu vypočítaných

hodnot je na Obr. 3.7 vyčíslena relativní odchylka přímého výpočtu integrálu a vztahů popsaných v literatuře vzhledem k výpočtu pomocí MKP pro jednotlivá čísla výpočtu. Je patrné, že přímým řešením integrálního tvaru lze získat mnohem přesnější výsledky, jejichž relativní odchylka nepřesahuje 7 %.



Obr. 3.7: Porovnání relativní odchylky drážky typu „V“ od MKP výpočtu

3.4 Otevřená lichoběžníková drážka

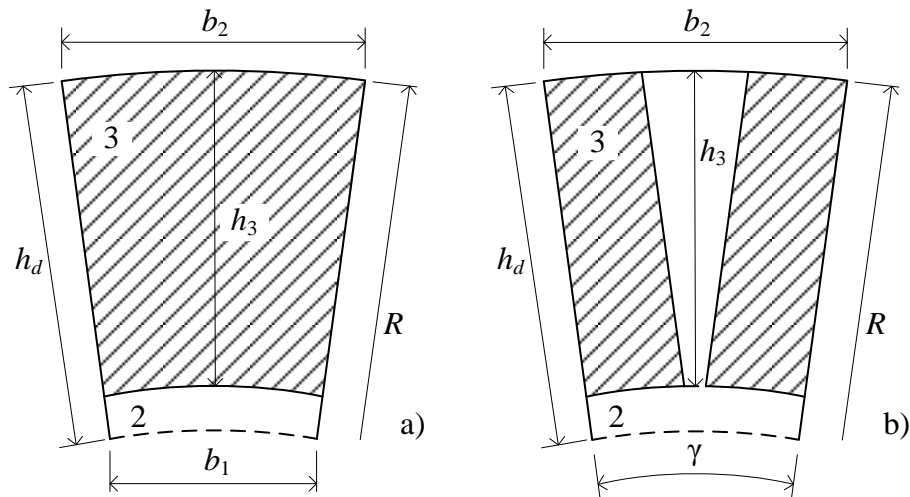
Otevřená lichoběžníková drážka zobrazená na Obr. 3.8 a) se často používá u strojů se zubovým vinutím, kdy cívka může být navinuta a vytvarována mimo stator a poté celá nasunuta na zub, popř. je celý stator složený ze segmentů, které odpovídají počtu zubů a příslušné části jha (viz Obr. 3.9 a)).

Drážka tohoto typu může být kompletně vyřešena v cylindrickém souřadném systému, kdy obecná rovnice (3.6) přejde do tvaru

$$\lambda_d = \gamma \int_{R-h_d}^R r \cdot \frac{S^2(r)}{S^2(R-h_d)l^2(r)} dr, \quad (3.25)$$

kde jsou jednotlivé proměnné definovány jako

$$\begin{aligned} \gamma &= 2 \cdot \arcsin\left(\frac{b_2 - b_1}{2h_d}\right) \\ R &= \frac{b_2}{b_2 - b_1} h_d \\ S(r) &= \begin{cases} (R^2 - r^2) \cdot \frac{\gamma}{2} & , r > R - h_3 \\ (R^2 - (R - h_3)^2) \cdot \frac{\gamma}{2} & , r < R - h_3 \end{cases} \\ l(r) &= \gamma \cdot r \end{aligned} \quad (3.26)$$



Obr. 3.8: Rozměry otevřené lichoběžníkové drážky se zakřiveným dnem: a) zjednodušený model; b) model uvažující cívkové strany koncentrických cívek



Obr. 3.9: Možnost navíjení zubového vinutí: a) segment statoru s navinutou cívkou [55]; b) cívka obdélníkového průřezu [46]

Integrál (3.25) lze vyřešit analyticky a výsledný tvar činitele magnetické vodivosti je

$$\lambda_{d3} = \frac{1}{\gamma(2Rh_3 - h_3^2)^2} \left(R^4 \ln \frac{R}{R - h_3} - \frac{3R^4}{4} + R^2(R - h_3)^2 - \frac{(R - h_3)^4}{4} \right) \quad (3.27)$$

$$\lambda_{d2} = \frac{1}{\gamma} \ln \frac{R - h_3}{R - h_d}$$

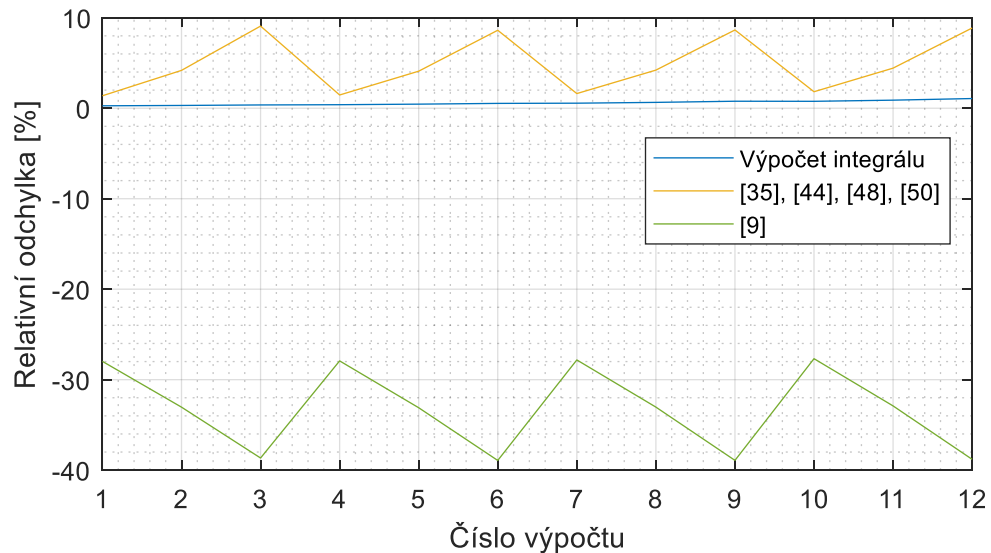
3.4.1 Přehled výrazů používaných v literatuře a porovnání výsledků

Na tento typ drážky lze nahlížet jako na klasickou lichoběžníkovou drážku typu L bez uvažování oblastí pro klín a otevření drážky 1 a 0. Přehled výrazů používaných v odborné literatuře je vytvořen v Tab. 5.

Tab. 5: Literární řešerše činitele magnetické vodivosti otevřené lichoběžníkové drážky

Činitel magnetické vodivosti λ_d	Literatura
$\frac{h_3}{3b_1} + \frac{h_d - h_3}{b_1}$	[35], [44], [48], [50]
$\frac{2h_3}{3(b_2 + b_1)} + \frac{h_d - h_3}{b_1}$	[9]

Opět byla vytvořena sada různých délek hlavních rozměrů drážky a jejich kombinací a výsledky jsou zpracovány v Příloze 1. Výška aktivní částí drážky h_3 je pevně definována jako $h_3 = 0,9h_d$, aby byl zredukován počet analyzovaných kombinací. Na Obr. 3.10 je porovnána relativní odchylka přímého výpočtu integrálu a vztahů popsaných v literatuře vzhledem k výpočtu pomocí MKP pro jednotlivá čísla výpočtu. Přímým řešením integrálního tvaru jsou získány mnohem přesnější výsledky, jejichž odchylka je menší než 1 %.



Obr. 3.10: Porovnání relativní odchylky otevřené lichoběžníkové drážky od MKP výpočtu

3.4.2 Cívky obdélníkového průřezu

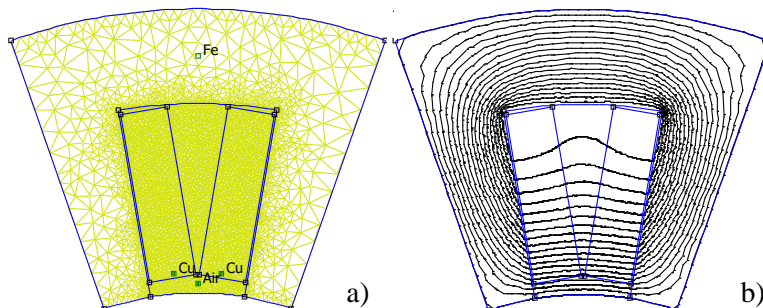
Pokud bude ve výpočtu uvažován celistvý stator a vytvarované cívky (Obr. 3.9 b)) dvouvrstvého vinutí nasouvané na zuby, proudový obsah drážky nebude rovnoměrně rozložen, ale bude mít tvar podobný vyšrafované oblasti na Obr. 3.8 b). V porovnání s (3.26) se aktivní plocha cívky změní na

$$S(r) = \begin{cases} 2b_c(R - r) & , r > R - h_3 \\ 2b_c h_3 & , r < R - h_3 \end{cases} \quad (3.28)$$

a činitel magnetické vodivosti aktivní částí drážky λ_{d3} je

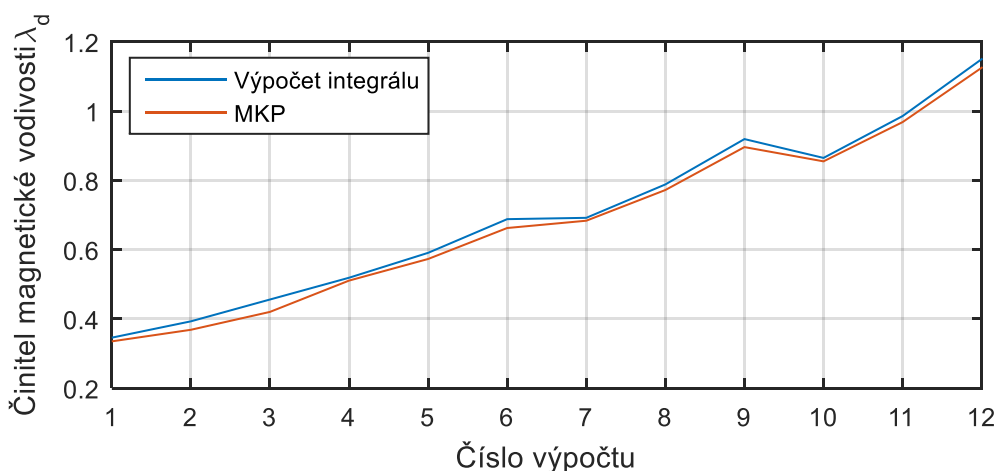
$$\lambda_{d3} = \frac{1}{\gamma h_3^2} \left(R^2 \ln \frac{R}{R-h_3} - 2Rh_3 + \frac{R^2}{2} - \frac{(R-h_3)^2}{4} \right) \quad (3.29)$$

a činitel λ_{d2} zůstává stejný. Sada vstupních rozměrů drážky je opět identická jako v Příloze 1. MKP model vytvořený k ověření výsledků obsahuje cívkové strany obdélníkového průřezu včetně mezery mezi zubem a cívkou pro kostru cívky (Obr. 3.11). V žádné literatuře není tato problematika popsána, proto bude porovnáno pouze integrální řešení a MKP model na



Obr. 3.11: Otevřená lichoběžníková drážka s uvažováním cívek obdélníkového průřezu: a) nasíťovaný MKP model; b) siločáry magnetického pole

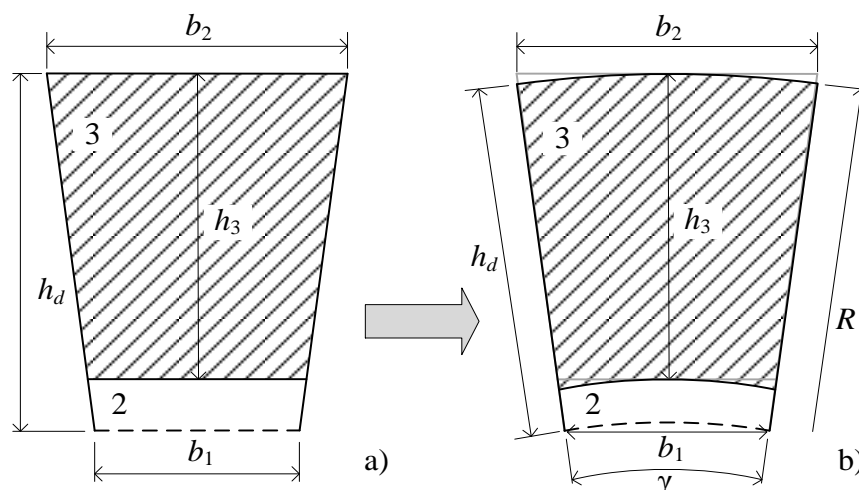
Obr. 3.12. Maximální relativní odchylka analytického řešení je 8,5 %, která je způsobena deformací siločar magnetického pole v mezicívkovém prostoru (Obr. 3.11 b)).



Obr. 3.12: Činitel magnetické vodivosti lichoběžníkové drážky s obdélníkovými cívkami

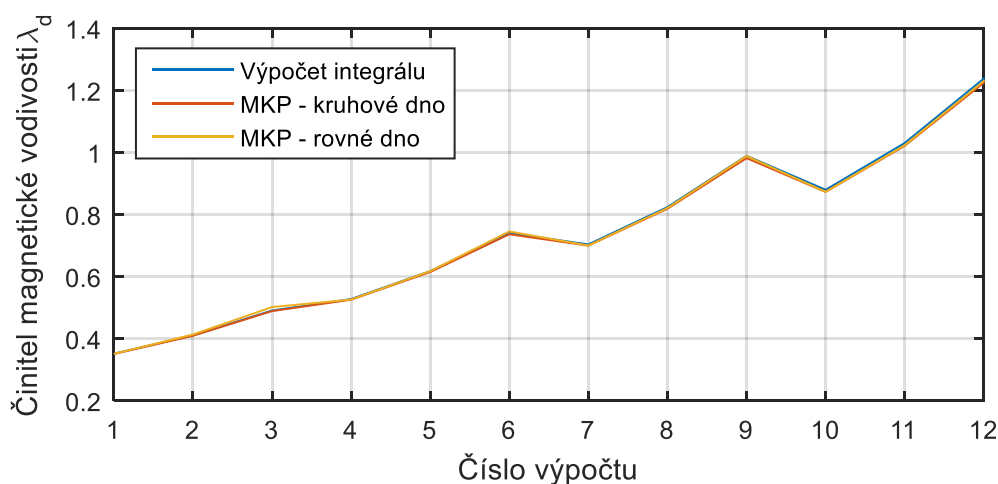
3.4.3 Drážka s rovným dnem

Tento „klasický“ typ lichoběžníkové drážky se užívá v mnoha aplikacích pro vsypávané vinutí v polouzavřené variantě a právě činitel magnetické vodivosti tohoto typu drážky je popsán v literatuře. Otevřená drážka je analyzována pouze za účelem vyhodnocení chyby prezentované metody, pokud dojde ke změně tvaru dna drážky. Reálný tvar drážky použitý v MKP modelu (Obr. 3.13 a)) je modifikován do Obr. 3.13 b) a výše popsaná metoda může být opět aplikována.



Obr. 3.13: Lichoběžníková drážka s rovným dnem (a)) a modifikace pro řešení integrálního tvaru činitele magnetické vodivosti (b))

Metoda přímého řešení integrálního tvaru ani výsledky na základě literatury se nezmění, proto jsou analyzovány rozměry drážky z Přílohy 1. Dle Obr. 3.14 je patrné, že změna tvaru dna drážky výsledný činitel magnetické vodivosti neovlivní a prezentovaná metoda může být použita pro všechny typy lichoběžníkových drážek.

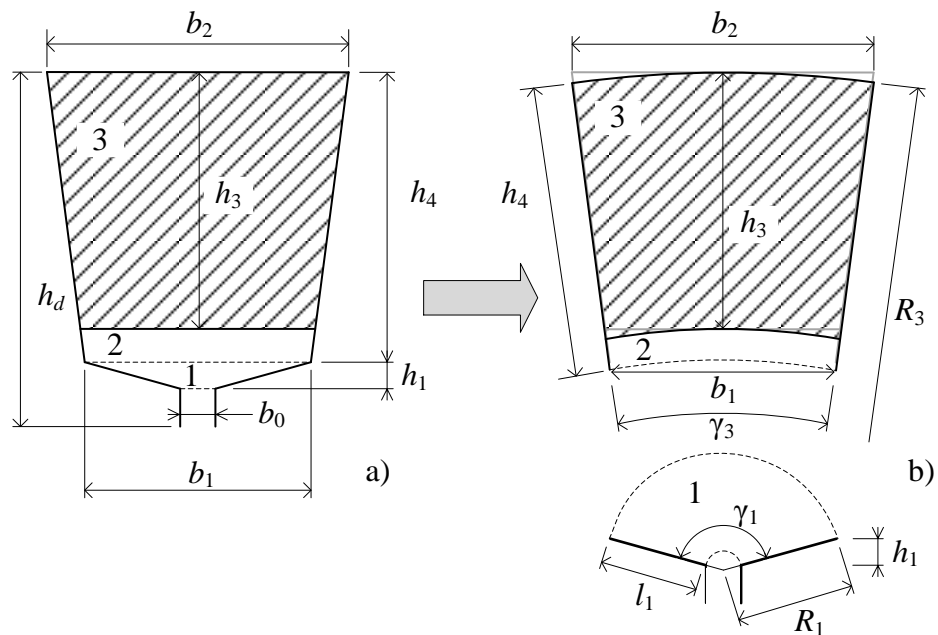


Obr. 3.14: Porovnání MKP výpočtu pro kruhové a rovné dno s výpočtem integrálního tvaru

3.5 Polouzavřená lichoběžníková drážka typu „L“

Polouzavřené drážky obecně jsou hojně využívány pro potlačení pulzace magnetického pole ve vzduchové mezeře, které má za následek mechanické namáhání zubů, pulzaci momentu a povrchové a pulzační ztráty. V případě kruhové oblasti drážkového klínu lze přímo postupovat podle drážky typu „V“. Proto budou v tomto odstavci analyzovány pouze

drážky, jejich průřez je na Obr. 3.15.



Obr. 3.15: Polouzavřená lichoběžníková drážka (a) a modifikace pro aplikaci integrální metody (b))

Dosud byly analyzovány pouze drážky s tečným přechodem mezi jednotlivými částmi, kde se tvar a délka siločar měnil spojitě. Výpočet drážky typu „L“ je nejnáročnější, protože stěny drážky skokově mění svůj směr mezi oblastmi 2 a 1. Pokud bude použita upravená drážka (Obr. 3.15 b)), budou porušena dvě fyzikální pravidla.

Středový úhel γ se skokově zvětší a siločáry oblasti 1 budou křížit siločáry oblastí 2 a 3. Tento předpoklad je chybný, protože siločáry magnetického pole se nesmí nikdy křížit a ve skutečnosti dojde k deformaci celého pole drážky.

Protože siločáry oblasti 1 také zasahují do oblasti proudovodiče, celkové magnetické napětí na siločáře může být menší, než je předpokládáno. Akceptováním těchto dvou nesprávností je do výpočtu zanesena chyba, která roste s rozdílem $b_1 - b_0$ a klesá s rozdílem $b_2 - b_1$ a výškou h_1 . Celková chyba je částečně kompenzována opačným efektem mezi oblastmi 1 a 0.

Činitel magnetické vodivosti oblastí 3 a 2 je určen dle (3.25) – (3.27). Délka l_1 je určena jako

$$l_1 = \sqrt{h_1^2 + \left(\frac{b_1 - b_0}{2}\right)^2} \quad (3.30)$$

a ostatní pomocné parametry jsou

$$\begin{aligned}
 \gamma_3 &= 2 \cdot \arcsin\left(\frac{b_2 - b_1}{2h_4}\right) \\
 R_3 &= \frac{b_2}{b_2 - b_1} h_4 \\
 \gamma_1 &= 2 \cdot \arcsin\left(\frac{b_1 - b_0}{2l_1}\right) \\
 R_1 &= \frac{b_1}{b_1 - b_0} l_1
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

S přihlédnutím k (3.27) jsou činitele magnetické vodivosti

$$\begin{aligned}
 \lambda_3 &= \frac{1}{\gamma_3(2R_3h_3 - h_3^2)^2} \left(R_3^4 \ln \frac{R_3}{R_3 - h_3} - \frac{3R_3^4}{4} + R_3^2(R_3 - h_3)^2 - \frac{(R_3 - h_3)^4}{4} \right) \\
 \lambda_2 &= \frac{1}{\gamma_3} \ln \frac{R_3 - h_3}{R_3 - h_4} \\
 \lambda_1 &= \frac{1}{\gamma_1} \ln \frac{R_1}{R_1 - l_1}
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

3.5.1 Přehled výrazů používaných v literatuře a porovnání výsledků

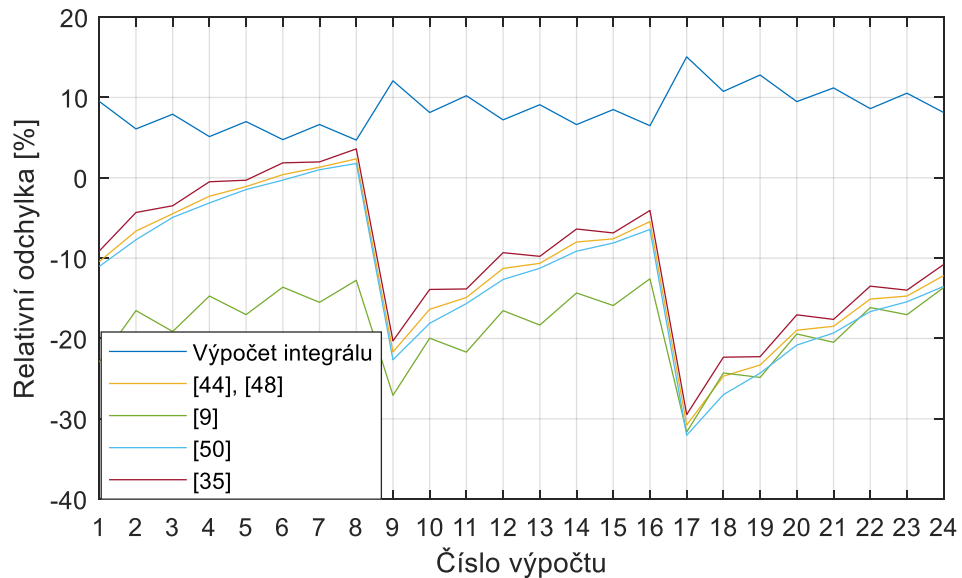
Tento typ drážky je typickým příkladem přímo zmiňovaným v literatuře s drobnými odchylkami dle jednotlivých autorů, jejichž přehled je zobrazen v Tab. 6.

Tab. 6: Literární rešerše činitele magnetické vodivosti polouzavřené lichoběžníkové drážky

Činitel magnetické vodivosti $\lambda_{d3} + \lambda_{d2} + \lambda_{d1}$	Literatura
$\frac{h_3}{3b_1} + \frac{h_4 - h_3}{b_1} + \frac{h_1}{b_1 - b_0} \ln \frac{b_1}{b_0}$	[44], [48],
$\frac{2h_3}{3(b_2 + b_1)} + \frac{h_4 - h_3}{b_1} + \frac{3h_1}{b_1 + 2b_0}$	[9]
$\frac{h_3}{3b_1} + \frac{h_4 - h_3}{b_1} + \frac{2h_1}{b_1 + b_0}$	[50]
$\frac{h_3}{3b_1} + \frac{h_4 - h_3}{b_1} + \frac{3h_1}{b_1 + 2b_0}$	[35]

Průřez drážky na Obr. 3.15 a) je použit pro MKP výpočty a porovnání výsledků sady rozměrů drážky a jejich kombinací, které jsou shrnuty v Příloze 1. Výška aktivní části drážky je pevně zvolena $h_3 = 0.9h_4$ a šířka otevření drážky je $b_0 = 30$ mm.

Relativní chyba všech výsledků je zobrazena na Obr. 3.16. Všechny výsledky založené na dostupné literatuře vykazují podobný trend chyby, která je obecně větší, než v případě integrálního řešení; zde dosahuje chyba maximální hodnoty 15 %, pro většinu konfigurací je však menší než 10 %.



Obr. 3.16: Porovnání relativní odchylky polouzavřené lichoběžníkové drážky

3.6 Vliv zkrácení kroku dvouvrstvého vinutí

Dosud byly uvažovány pouze drážky, jejich proudový obsah je v každé části stejný. Tento předpoklad je platný pro rotorové tyče klece nakrátko (při zanedbání skin efektu), vinutí tlumiče synchronních strojů, jednovrstvé vinutí a vícevrstvé vinutí s plným krokem. V naprosté většině elektrických strojů je však použito vinutí se zkráceným krokem k potlačení vyšších harmonických nebo z výrobních důvodů. Celková rozptylová indukčnost drážky je určena jako

$$L_{\sigma d} = 2\mu_0 \frac{l_{Fe}}{pq} N^2 \lambda_d(\beta) \quad (3.33)$$

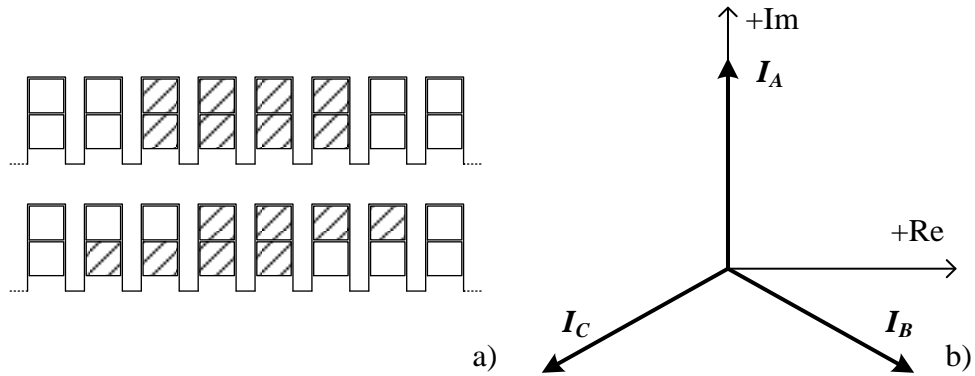
Činitel zkrácení kroku je definovaný jako

$$\beta = \frac{y_{1d}}{t_{pd}} = \frac{2py_{1d}}{Q}, \quad (3.34)$$

tedy jako zlomek pro celočíselná i zlomková vinutí. Za předpokladu dvouvrstvého vinutí s plným krokem připadá na každý pól q po sobě jdoucích drážek v jednom fázovém svazku (situace je odlišná pro zlomkové vinutí, ale obdržené výsledky jsou identické). Zkrácením kroku o d drážek klesne počet drážek protékajících v každém vodiči stejným proudem příslušných dané fázi o d , ale celkový počet drážek, ve kterých jsou vodiče dané fáze umístěny, o d vzroste (viz Obr. 3.17 a)).

3.6.1 Třífázové postupné vinutí



Využitím výhod třífázového systému a volbou vhodného časového okamžiku (Obr. 3.17b)) jsou definovány fázové proudy $i_A = 0$, $i_B = \sqrt{3}/2 I_m$ a $i_C = -\sqrt{3}/2 I_m$.



Obr. 3.17: Porovnání vinutí s plným a zkráceným krokem o $d = 2$ drážky (a) a volba časového okamžiku a definice fázových proudů (b)

Při použití systému s $m' = 6$ a daného časového okamžiku jsou 2/3 cívkových stran aktivní protékané proudem stejné velikosti i směru a 1/3 neaktivní. Činitel zkrácení kroku je definován dle (3.34) a pravidla o počtu drážek s daným uspořádáním aktivních cívkových stran jsou definována v Tab. 7. Pokud je činitel zkrácení kroku $\beta < 2/3$ nebo $\beta > 4/3$, obecně se začínají zadní strany cívkových stran podsouvat pod přední strany cívkových stran dalšího svazku; to má za následek pokles činitele vinutí pracovní harmonické, a proto nejsou tato vinutí vhodná k použití. Drážce s oběma cívkovými stranami aktivními odpovídá činitel magnetické vodivosti λ_{df} , drážce s pouze spodní drážkovou stranou aktivní činitel λ_{dl} a drážce s pouze horní cívkovou stranou aktivní činitel magnetické vodivosti λ_{du} .

Tab. 7: Počet drážek s různými aktivními cívkovými stranami na pól dvouvrstvého vinutí

Aktivní část	Drážek na pól	
	$\beta = 1$	$2/3 \leq \beta \leq 4/3$
 $\sim \lambda_{df}$	$\frac{2}{3} t_{pd} = \frac{2}{3} \frac{Q}{2p}$	$\frac{2}{3} t_{pd} - (t_{pd} - y_{1d}) = y_{1d} - \frac{Q}{3 \cdot 2p}$
 $\sim \lambda_{dl} + \lambda_{du}$	0	$t_{pd} - y_{1d} = \frac{Q}{2p} - y_{1d}$

Činitel k zahrnující vliv zkrácení kroku je definován jako poměr součtů činitelů magnetické vodivosti pro vinutí se zkráceným a plným krokem:

$$\begin{aligned}
k &= \frac{\left(y_{1d} - \frac{Q}{3 \cdot 2p}\right) \lambda_{df} + \left(\frac{Q}{2p} - y_{1d}\right) (\lambda_{du} + \lambda_{dl})}{\frac{2}{3} \frac{Q}{2p} \lambda_{df}} = \\
&= 1,5\beta - 0,5 + 1,5(1 - \beta) \frac{(\lambda_{du} + \lambda_{dl})}{\lambda_{df}}
\end{aligned} \tag{3.35}$$

3.6.1.1 Obdélníková drážka

Činitel magnetické vodivosti pro jednotlivá uspořádání aktivních cívkových stran je

$$\begin{aligned}
\lambda_{d3f} &= \int_0^{2h_c} \frac{b_d^2 y^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{\frac{8h_c^3}{3}}{4b_d h_c^2} = \frac{2h_c}{3b_d} \\
\lambda_{d2f} &= \int_0^{(h_d-2h_c)} \frac{4b_s^2 h_c^2}{4b_s^2 h_c^2 b_s} dy = \frac{h_s - 2h_c}{b_s} \\
\lambda_{d3u} &= \int_0^{h_c} \frac{b_d^2 y^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{\frac{h_c^3}{3}}{4b_d h_c^2} = \frac{h_c}{12b_d} \\
\lambda_{d3l} &= \int_0^{h_c} \frac{b_d^2 y^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy + \int_0^{h_c} \frac{b_d^2 h_c^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{\frac{h_c^3}{3}}{4b_d h_c^2} + \frac{h_c}{4b_d} = \frac{4h_c}{12b_d} \\
\lambda_{2u} = \lambda_{2l} &= \int_0^{(h_d-2h_c)} \frac{b_d^2 h_c^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{h_d - 2h_c}{4b_d}
\end{aligned} \tag{3.36}$$

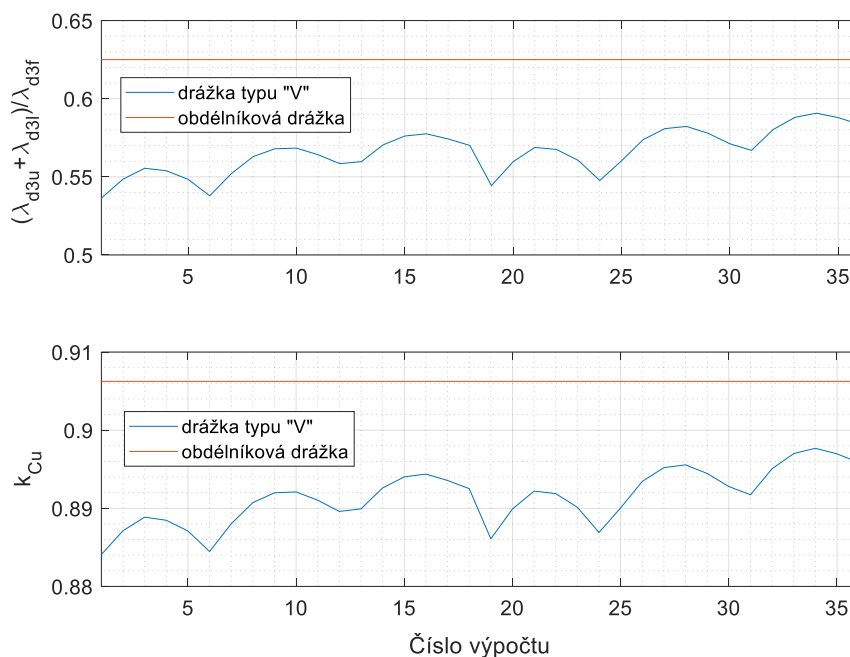
Činitel k je rozdělen na dvě části; činitel k_{ke} zahrnující oblast drážkového klínu a otevření drážky a činitel k_{Cu} zahrnující oblast vodičů. Za použití (3.35) jsou výsledné hodnoty obou činitelů

$$\begin{aligned}
k_{ke} &= 1,5\beta - 0,5 + 1,5(1 - \beta) \frac{\frac{2(h_d-2h_c)}{4b_d}}{\frac{5h_c}{3b_d}} = 0,25(1 + 3\beta) \\
k_{Cu} &= 1,5\beta - 0,5 + 1,5(1 - \beta) \frac{\frac{12b_d}{2h_c}}{3b_d} = 0,25(1 + 3k_{ke})
\end{aligned} \tag{3.37}$$

Oba výrazy jsou v této formě v literatuře používány obecně pro všechny typy drážek. Činitel k_{ke} je pro všechny drážky platný, protože poměr $(\lambda_{d2u} + \lambda_{d2b}) / \lambda_{d2f}$ závisí pouze na poměru ploch aktivních částí při daném kroku vinutí. Oproti drážce plně protékané proudem je energie a tudíž i příslušný činitel magnetické vodivosti roven 1/4 pro drážku s jednou aktivní cívkovou stranou. Činitel k_{Cu} je však ovlivněn přímo rozložením magnetického pole v oblasti proudovodičů, tudíž bude ovlivněn také tvarem drážky. Pro jednotlivé typy drážky je tak nutné velikost činitele k_{Cu} vyšetřit. Porovnání s obdélníkovou drážkou bude provedeno pouze pro drážky typu „V“ a „L“, které jsou běžně používány pro statorová vinutí.

3.6.1.2 Drážka typu „V“

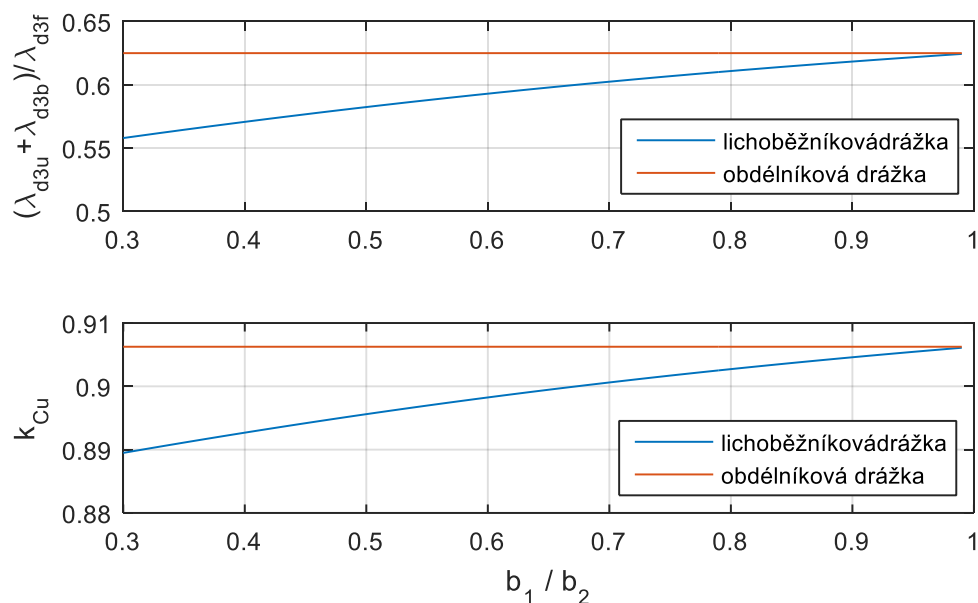
Rozdělení aktivní části na dvě plochy o stejném obsahu je čistě numerický problém, stejně jako výpočet činitele magnetické vodivosti. Grafická interpretace poměru $(\lambda_{d3u} + \lambda_{d3l}) / \lambda_{d3f}$ a její srovnání s obdélníkovou drážkou je na Obr. 3.18. Rozměry drážek jsou voleny podle Přílohy 1. Druhá část grafu reprezentuje velikost činitele k_{Cu} pro $\beta = 5/6$. Rozdíl ve výpočtu není větší než 2,5 % oproti výrazu pro obdélníkovou drážku.



Obr. 3.18: Porovnání vlivu zkrácení kroku na celkový činitel magnetické vodivosti drážek typu „V“ a obdélníkových drážek

3.6.1.3 Lichoběžníková drážka

Na rozdíl od drážky typu „V“ mohou být jednotliví činitelé vypočítáni analyticky. Lze dokázat, že největší rozdíl oproti obdélníkové drážce je při $h_3 = h_d$. Bude tedy uvažována pouze otevřená drážka plně vyplněna vodiči a výraz $(\lambda_{d3u} + \lambda_{d3l}) / \lambda_{d3f}$ je pak závislý pouze na poměru b_1/b_2 a jeho porovnání s obdélníkovou drážkou je na Obr. 3.19. I pro velmi malý poměr b_1/b_2 není odchylka oproti výrazu pro obdélníkovou drážku větší než 1,9 %.





Obr. 3.19: Porovnání vlivu zkrácení kroku na celkový činitel magnetické vodivosti lichoběžníkových a obdélníkových drážek

3.6.2 Dvouvrstvé zubové vinutí

Vztahy odvozené v Tab. 7 platí pouze pro vinutí s jedním fázovým svazkem na pól, tudíž pouze pro postupná celočíselná a zlomková vinutí.

Dvouvrstvá zubová vinutí s $q < 1$ ($n < c$) jsou vždy posunuta o $d = 1$ drážek a mohou mít různý počet fázových svazků na pól. Je výhodné rozšířit výpočet na c po sobě jdoucích pólů a počet fázových svazků jedné fáze pak bude $(mn - c)$. Podmínka pro činitel zkrácení kroku $2/3 \leq \beta \leq 4/3$ a počty drážek v Tab. 7 jsou aplikovány na příklad zubového vinutí ($y_{1d} = 1$). Tento přístup a přístup použitý pro rozložená vinutí jsou porovnány v Tab. 8 a obdržené výsledky jsou identické.

Tab. 8: Počet drážek s různými aktivními cívkovými stranami na pól dvouvrstvého vinutí

Aktivní část	$2n \leq c \leq 4n$
 $\sim \lambda_{df}$	$\frac{2}{3}ct_{pd} - 1 \cdot (mn - c) = c - n$ $c \left(\frac{2}{3}t_{pd} - (t_{pd} - y_{1d}) \right) = c - n$
 $\sim \lambda_{dl} + \lambda_{du}$	$\frac{mn - c}{c(t_{pd} - y_{1d})} = mn - c$

3.6.2.1 Dvouvrstvé vertikální zubové vinutí

Drážka je rozdělena symetricky na levou a pravou cívkovou stranu. Proto je shodná struktura drážky pro jednu i obě aktivní cívkové strany a pouze uzavřená plocha aktivní části drážky je poloviční. Poměr činitelů magnetické vodivosti $(\lambda_{d3p} + \lambda_{d3p})/\lambda_{d3f}$ může být vyjádřen obecně v kartézském souřadném systému pomocí (3.6) jako

$$\frac{2 \cdot \lambda_{d3p}}{\lambda_{d3f}} = \frac{2 \int_0^{h_3} \frac{\left(\frac{s}{2}\right)^2(y)}{s^2(h_3)l(y)} dy}{\int_0^{h_3} \frac{s^2(y)}{s^2(h_3)l(y)} dy} = \frac{1}{2} \quad (3.38)$$

a činitel k_{Cu} je

$$k_{Cu} = 1,5\beta - 0,5 + 1,5(1 - \beta) \cdot \frac{1}{2} = 0,25(1 + 3\beta) \quad (3.39)$$

a je odlišný od výrazu (3.37). Pro zubové vinutí tak není možné použít pro oblast vinutí klasický činitel k_{Cu} odvozený v (3.37), ale je nutné vliv kroku vinutí na rozptylovou indukčnost drážky zohlednit výrazem (3.39). Na oblast drážkového klínu nemá uspořádání v drážce vliv, a tak činitel k_{ke} je stejně jako u postupného vinutí roven

$$k_{ke} = 0,25(1 + 3\beta) \quad (3.40)$$

4 Návrh a stavba PMSM generátoru

Pro ověření vypočtených průběhů je nutné provést měření na stroji, u kterého jsou známy všechny jeho rozměry a základní parametry. Z tohoto důvodu byl navržen experimentální stroj, při čemž byl kladen důraz na následující požadavky:

- Je definováno vinutí, na jehož základě jsou dány požadavky na počet pólů a drážek stroje.
- Vinutí je dále optimalizováno z hlediska parazitních harmonických a porovnává se s „klasickým“ průmyslovým vinutím. Z toho důvodu budou sestaveny dva stroje.
- Stroj bude navržen jako generátor a budou měřeny výsledné průběhy napětí a proudů na výstupu.
- Stroj slouží především jako demonstrátor vlivu uspořádání vinutí na výstupní parametry. Není to průmyslový generátor, tudíž parametry jako účinnost či výkonová hustota nejsou stěžejní.
- Základní provozní parametry stroje budou odvozeny podle volby vinutí a rozměrů stroje. Jmenovitá rychlost generátoru je zvolena $n_s = 1000$ ot/min.

4.1 Volba vinutí

Výzkum posledních let v oblasti vinutí je velmi zaměřen na zubová vinutí, proto budou stěžejním bodem i v této práci. Pro svoje vlastnosti jsou často používána dvouvrstvá vinutí, pro jednoduchost a snížení výrobních nákladů naopak mohou být preferována vinutí jednovrstvá. Jako speciální vinutí je možné použít vinutí vícevrstvá, která mohou zredukovat nepříznivé vlastnosti vinutí. Jednotlivé typy budou postupně analyzovány a na příkladu konkrétního vinutí zdůrazněny důležité vlastnosti pro další postup.

4.1.1 Dvouvrstvé zubové vinutí

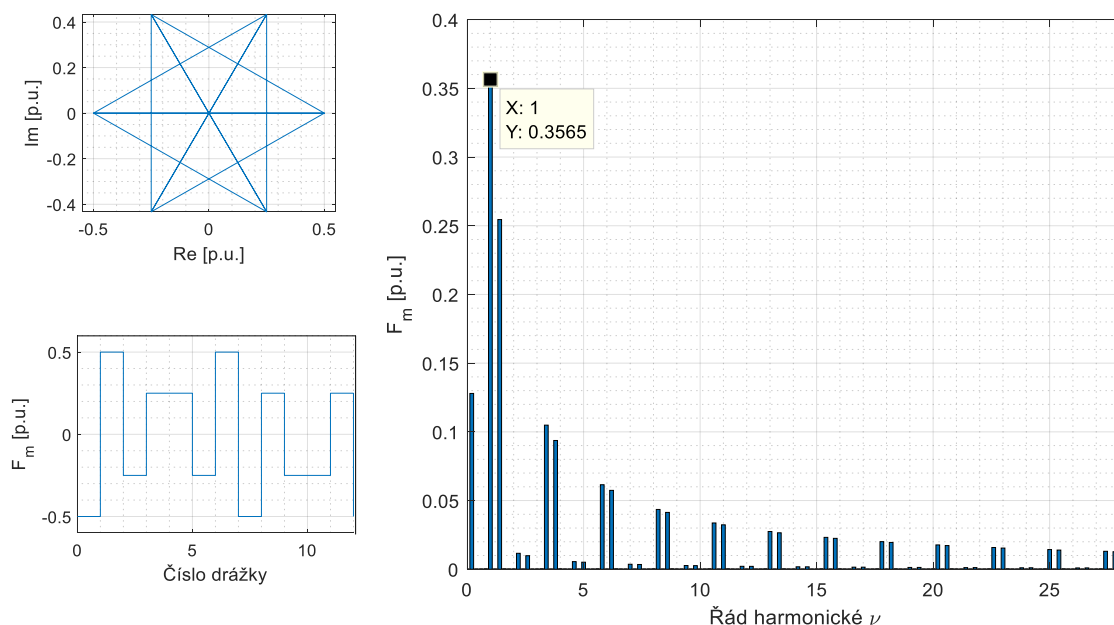
Dvouvrstvá zubová vinutí dosahují obecně nižších hodnot energií parazitních harmonických ve srovnání s jednovrstvými vinutími se stejnými parametry, což je dáno tvarem Görgesova obrazce.

V Tab. 9 je zobrazen přehled teoreticky realizovatelných dvouvrstvých zubových vinutí s počtem pólů $2p \leq 14$, které splňují požadovanou velikost činitele zkrácení kroku. Z těchto možných uspořádání vykazuje podstatná část energií parazitních harmonických na stejné úrovni nebo vyšší, než je energie základní harmonické, což má za následek vysokou hodnotu rozptylové indukčnosti (v Tab. 9 vyznačeno oranžově). Pro stroje s $2p < 8$ je jediným řešením použít vinutí s $q = 1/2$, které je tak v průmyslu nejpoužívanějším zubovým vinutím.

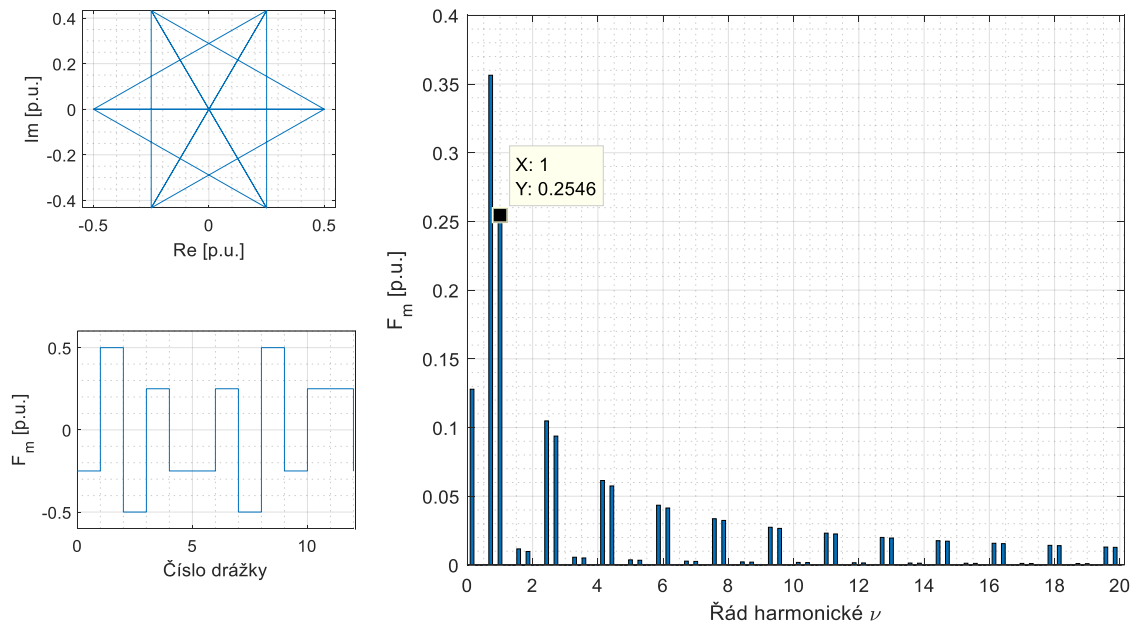
Tab. 9: Přehled možných zubových vinutí pro $2p \leq 14$

n	1	1	2	2	3	3	3	5
c	2	4	5	7	7	8	10	14
q	0,5	0,25	0,4	0,285	0,429	0,375	0,3	0,357
$2p_{min}$	2	4	10	14	14	8	10	14
Q_{min}	3	3	12	12	18	9	9	15
t_{pd}	1,5	0,75	1,2	0,857	9/7	1,125	0,9	15/14
β	0,67	1,33	0,83	1,167	0,778	0,89	1,11	0,933
k_{vI}	0,866	0,866	0,933	0,933	0,902	0,95	0,945	0,951
τ_{dif}	0,46	4,84	0,97	2,86	0,83	1,18	2,41	1,37

Na následujících obrázcích jsou zobrazeny Görgešovy diagramy, stupňovitá křivka magnetického napětí a spektrum jednotlivých harmonických pro dvě vybraná uspořádání vinutí z Tab. 9.



Obr. 4.1: Görgešův diagram, křivka magnetického napětí a její spektrum s vyznačenou pracovní harmonickou pro vinutí $2u = 2$, $q = 2/5$, $2p = 10$



Obr. 4.2: Görgesův diagram, křivka magnetického napětí a její spektrum s vyznačenou pracovní harmonickou pro vinutí $2u = 2$, $q = 2/7$, $2p = 14$

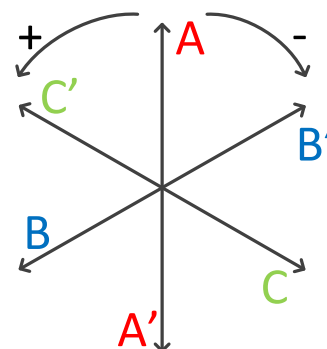
Vinutí byla vybrána ke zdůraznění jednoho významného jevu. Vinutí mající shodný Görgesův diagram mají shodnou stupňovitou křivku magnetického napětí a tudíž i stejný proudový obsah drážek ve shodný časový okamžik a stejné uspořádání cívek. To je patrné z Tingleyho schémat v Tab. 10. Zároveň je ale odlišný pohled na spektrum harmonických, kdy pracovní harmonická jednoho vinutí se zároveň stává parazitní harmonickou vinutí druhého.

Obě dvojice vinutí vykazují stejné uspořádání cívek po řadě, ovšem za podmínky, že je vzájemně prohozený směr otáčení celého systému. To má za následek, že v reálném stroji se tyto dvě významné harmonické otáčejí vždy proti sobě, což lze dokázat i teoretickým rozбором vinutí. Závěr pro následující úvahy je takový, že jedna topologie vinutí může být použita pro různé stroje s různým počtem pólů a ekvivalentně stroj s navrženým vinutím může teoreticky pracovat se dvěma různými rotory o různém počtu pólů.

Tab. 10: Tingleyho schémata dvouvrstvých vinutí z předchozích obrázků a naznačený směr otáčení magnetického pole

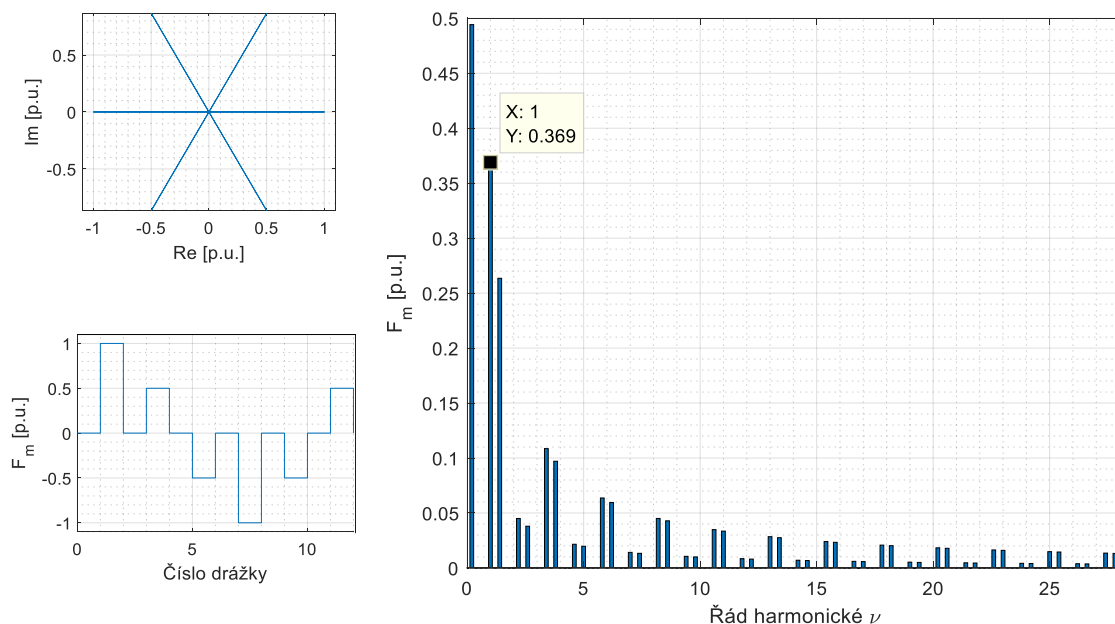
	A A'	C' C	B B'
p = 1	1 2		3 4
p = 2			5 6
p = 3		7 8	
p = 4		9 10	
p = 5	11 12		
p = 6	13 14		15 16
p = 7			17 18
p = 8		19 20	
p = 9		21 22	
p = 10	23 24		

	A A'	B B'	C' C
p = 1	1 2		
p = 2		3 4	
p = 3		5 6	
p = 4		7 8	
p = 5			9 10
p = 6			11 12
p = 7			
p = 8	13 14		
p = 9	15 16		
p = 10		17 18	
p = 11		19 20	
p = 12			21 22
p = 13			23 24
p = 14			



4.1.2 Jednovrstvé zubové vinutí

Použití jednovrstvého vinutí obecně vede ke snížení počtu cívek na polovinu a zhoršení tvaru křivky magnetického napětí. U zubových vinutí to vyplývá zejména z Görgešova diagramu, který má vždy tvar hvězdice ve směru jednotlivých fází, viz Obr. 4.3.



Obr. 4.3: Görgesův diagram, křivka magnetického napětí a její spektrum s vyznačenou pracovní harmonickou pro vinutí $2u = 1$, $q = 2/5$, $2p = 10$

Z křivky magnetického napětí je patrné, že velmi výraznou složkou je subharmonická odpovídající dvoupólovému stroji. Proto lze nalézt analogii mezi zmíněným zubovým vinutím a ekvivalentním celočíselným vinutím, viz Tab. 11.

Tab. 11: Tingleyho schéma zkoumaného jednovrstvého zlomkového vinutí a ekvivalentního postupného celočíselného vinutí

$q = 2/5; +$

	A A'	C' C	B B'
p = 1	1		2
p = 2			3
p = 3		4	
p = 4		5	
p = 5		6	
p = 6	7		8
p = 7			9
p = 8		10	
p = 9		11	
p = 10	12		

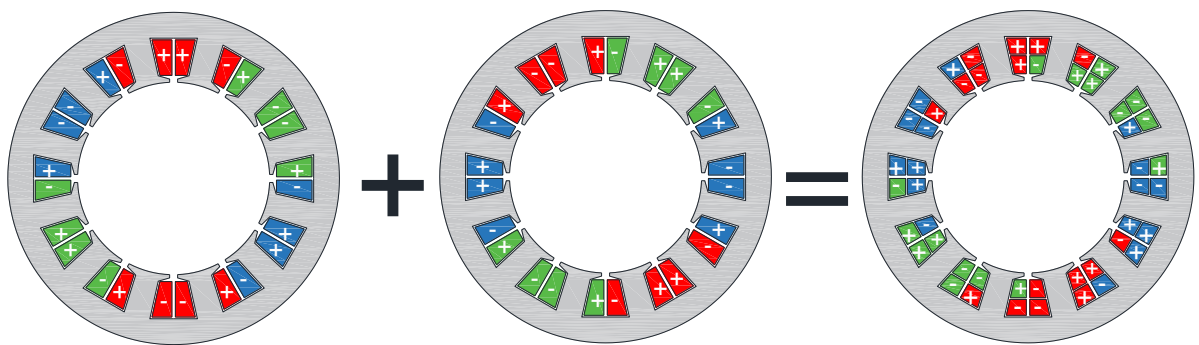
$q = 2; -$

	A A'	B B'	C' C
p = 1	1 2	3 4	5 6
p = 2	7 8	9 10	11 12

Největší výhodou této ekvivalence je možnost nahlížet na zubové zlomkové vinutí jako na zubové vinutí celočíselné a přímo používat rovnice (2.5) - (2.14) pro analytický popis magnetického pole zubového vinutí.

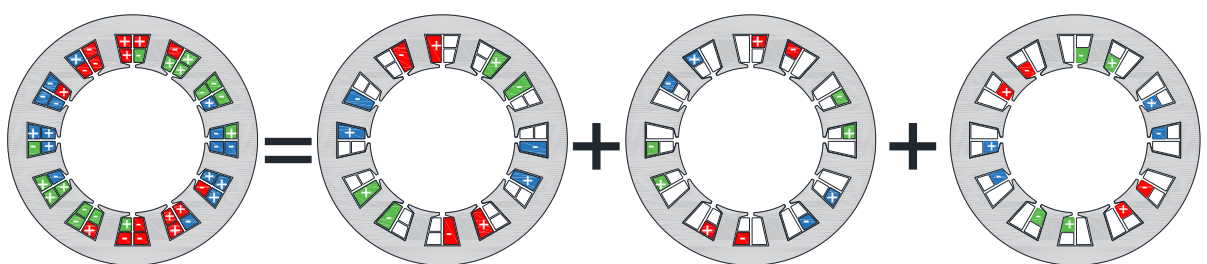
4.1.3 Čtyřvrstvé a třívrstvé vinutí

U vinutí střídavých strojů je použití vícevrstvných vinutí krokem k potlačení obsahu vyšších harmonických magnetického napětí vinutí a s tím dalších navazujících jevů jako např. potlačení pulzačního momentu a ztrát v rotoru a magnetech. Toho lze jednoduše dosáhnout použitím dvou setů dvouvrstvého vinutí a posunem obou setů většinou o jednu drážku [2], obecně o y_s drážek. Při posunu o lichý počet drážek je nutné obrátit smysl navíjení cívek druhého setu vinutí, aby byl v souladu s danou cívkovou stranou prvního vinutí. Pro aplikování tohoto mechanismu bylo zvoleno dvouvrstvé zubové vinutí s $q = 2/5$, které již bylo analyzováno ve dvouvrstvé i jednovrstvé variantě. Princip vzniku takového čtyřvrstvého vinutí je zobrazen na Obr. 4.4.



Obr. 4.4: Princip vzniku čtyřvrstvého zubového vinutí

V každé drážce se tak nachází tři cívkové strany jednoho vinutí a jedna cívková strana vinutí dalšího. Toto uspořádání lze dále rozdělit do tří jednovrstvných vinutí, jak je naznačeno na Obr. 4.5.



Obr. 4.5: Rozložení čtyřvrstvého vinutí na tři jednovrstvá

Všechna tři jednovrstvá vinutí mají shodné parametry $2u = 1$, $q = 2/5$, $2p = 10$, což lze dle Tab. 11 převést na jednovrstvá celočíselná vinutí s $2u = 1$, $q = 2$, $2p = 2$ posunutá vzájemně o jednu drážkovou rozteč. Aby byly zachovány stejné poměry jako u čtyřvrstvého vinutí, cívky obou krajních vinutí mají stejný počet závitů N_{ck} , zatímco středové vinutí má dvojnásobný

počet závitů $N_{cs} = 2N_{ck}$. Na základě rovnice (2.14) lze magnetické pole takového vinutí popsat jako (pro $v' = pv$):

$$F_{m\delta}(\xi) = \sum_{v'=1}^{\infty} F_{m1v'} \left[-N_{ck} \sin \left((\omega t \pm v'(\xi - \xi_d)) \mp (v' \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m} \right) + N_{cs} \sin \left((\omega t \pm v'\xi) \mp (v' \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m} \right) - N_{ck} \sin \left((\omega t \pm v'(\xi + \xi_d)) \mp (v' \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m} \right) \right], \quad (4.1)$$

kde

$$F_{m1v'} = \frac{quI_m}{\pi} \frac{1}{v'} \sin \left(v' \frac{\xi_y}{2} \right) \frac{\sin \left(qv' \frac{\xi_d}{2} \right) \sin((v' \pm 1)\pi)}{qu \sin \left(v' \frac{\xi_d}{2u} \right) \sin \left(\frac{(v' \pm 1)\pi}{m'} \right)}. \quad (4.2)$$

Výraz v hranaté závorce rovnice (4.1) lze pomocí vzorce pro součet argumentů goniometrických funkcí dále upravit na

$$\begin{aligned} & -N_{ck} \left[\sin \left((\omega t \pm v'\xi) \mp (v' \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m} \right) \cos(v'\xi_d) \right. \\ & \quad \left. \mp \cos \left((\omega t \pm v'\xi) \mp (v' \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m} \right) \sin(v'\xi_d) \right] \\ & + N_{cs} \sin \left((\omega t \pm v'\xi) \mp (v' \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m} \right) \\ & - N_{ck} \left[\sin \left((\omega t \pm v'\xi) \mp (v' \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m} \right) \cos(v'\xi_d) \right. \\ & \quad \left. \pm \cos \left((\omega t \pm v'\xi) \mp (v' \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m} \right) \sin(v'\xi_d) \right] \\ & = \sin \left((\omega t \pm v'\xi) \mp (v' \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m} \right) \cdot (N_{cs} - 2N_{ck} \cos(v'\xi_d)) \end{aligned} \quad (4.3)$$

a magnetické pole daného vinutí má tvar

$$F_{m\delta}(\xi) = \sum_{v'=1}^{\infty} F_{m1v'} (N_{cs} - 2N_{ck} \cos(v'\xi_d)) \sin \left((\omega t \pm v'\xi) \mp (v' \pm 1) \frac{(m-1)\pi}{m} \right), \quad (4.4)$$

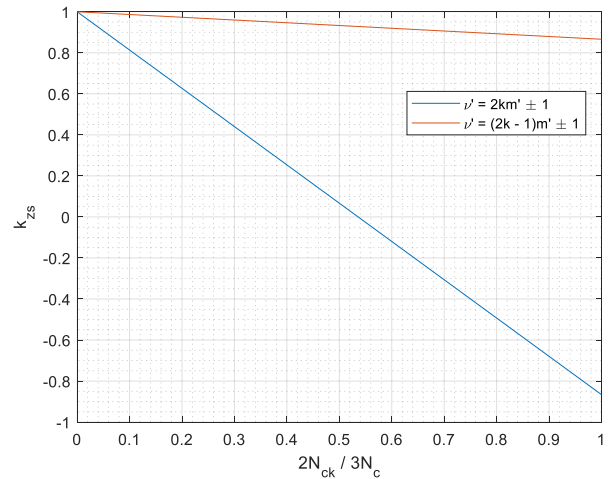
což je matematický popis třívrstvého vinutí odvozeného od tří jednovrstvých. Ve vzorci se nově objevil výraz respektující vzájemný posun krajních cívek $\cos(v'\xi_d)$, a zároveň poměr mezi počty závitů krajních a střední cívky. Při odvození třívrstvého vinutí jako zjednodušení čtyřvrstvého je pevně zvolený poměr mezi počty závitů $N_{cs} = 2N_{ck}$. Ten však může být obecně libovolný a tento výraz lze tak upravit do tvaru

$$\begin{aligned} N_{cs} - 2N_{ck} \cos(v'\xi_d) &= 3N_c - 2N_{ck}(\cos(v'\xi_d) + 1) \\ &= 3N_c \left[1 - \frac{2N_{ck}}{3N_c} (1 + \cos(v'\xi_d)) \right] = 3N_c k_{zsv'}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

kde $k_{zsv'}$ je činitel počtu závitů a posunu setů vinutí pro řád harmonické v' . Při pohledu na problematiku z hlediska součtu tří jednovrstvých vinutí je teoreticky možné počty závitů volit libovolně. Předpoklad symetrie bude zachován a obě krajní cívky budou mít každá N_{ck} závitů. Zároveň musí být z hlediska velikosti indukovaného napětí stroje a činitele plnění drážky dodržen konstantní součet $2N_{ck} + N_{cs} = 3N_c$, kde N_c bude průměrný počet závitů jedné cívky. Mohou nastat dva extrémní případy:

$$\begin{cases} N_{ck} = 0, & k_{zsv'} = 1 \\ N_{cs} = 0, & k_{zsv'} = -\cos(v'\xi_d) \end{cases} \quad (4.6)$$

Úhel ξ_d je pro dané vinutí konstantní a velikost činitele k_{zs} pro jednotlivé harmonické lze měnit pouze změnou poměru počtu závitů. Z (4.5) je patrná přímková závislost na počtu závitů daného typu cívek a pro vybrané harmonické, které se dle (2.12) mohou v magnetickém napětí vyskytovat, je zobrazena na Obr. 4.6. Modrá přímka značí velikost činitele k_{zs} pro harmonické řádu $v' = 1, 11, 13, 23, 25, \dots$ a červená přímka pro harmonické řádu $v' = 5, 7, 17, 19, 29, 31, \dots$ Rovnice třívrstvého vinutí je odvozena od dvou pólového celočíselného vinutí, ale pracovní



Obr. 4.6: Vliv počtu závitů krajních cívek na činitel k_{zs}

harmonická je řádu $v' = 5$, tedy odpovídající přímce modré na Obr. 4.6. Harmonické řádu $v' = (2k + 1)m' \pm 1$ lze potlačit, pokud

$$1 - \frac{2N_{ck}}{3N_c} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{Q}\right) \right) = 1 - \frac{2N_{ck}}{3N_c} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0, \quad (4.7)$$

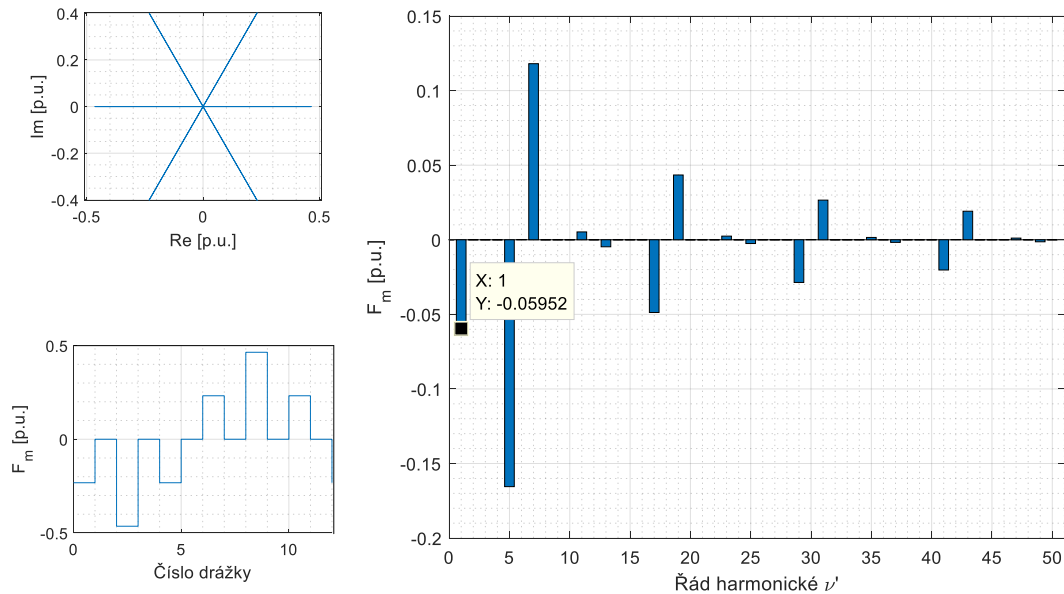
tedy pro

$$\frac{2N_{ck}}{3N_c} = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = 4 - 2\sqrt{3} \doteq 0,54, \quad (4.8)$$

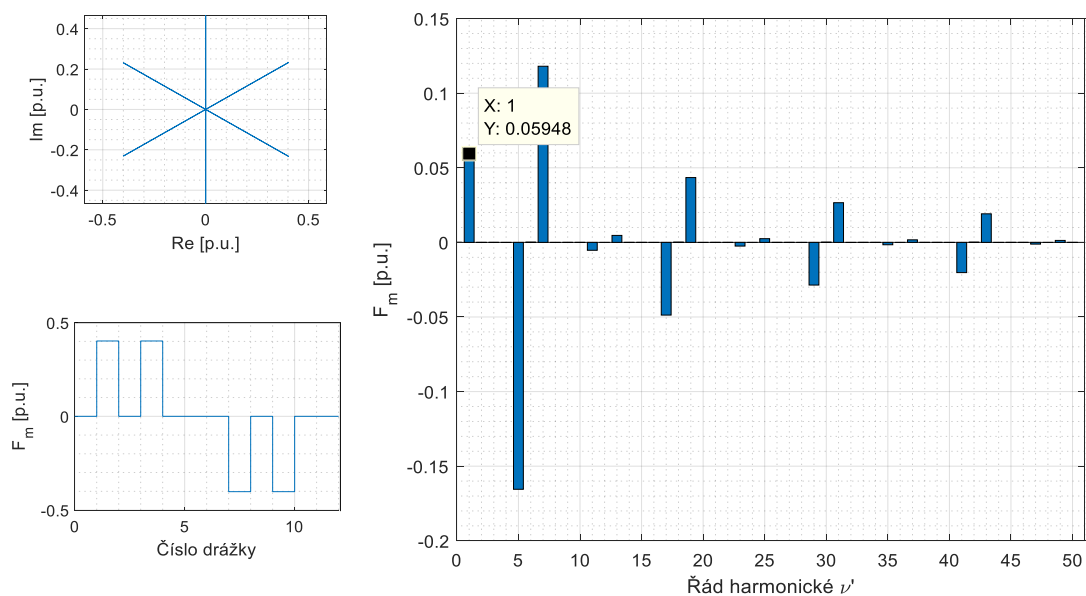
což odpovídá průběhu na Obr. 4.6. Poměr mezi počtem závitů středové cívky a krajní cívky k_{sk} pro potlačení harmonických řádu $v' = (2k + 1)m' \pm 1$ lze vyjádřit jako

$$k_{sk} = \frac{N_{cs}}{N_{ck}} = \frac{2N_{cs}}{2N_{ck}} = \frac{2\left(1 - \frac{2N_{ck}}{3N_c}\right)}{\frac{2N_{ck}}{3N_c}} = \frac{2 - (8 - 4\sqrt{3})}{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} \doteq 1,73 \quad (4.9)$$

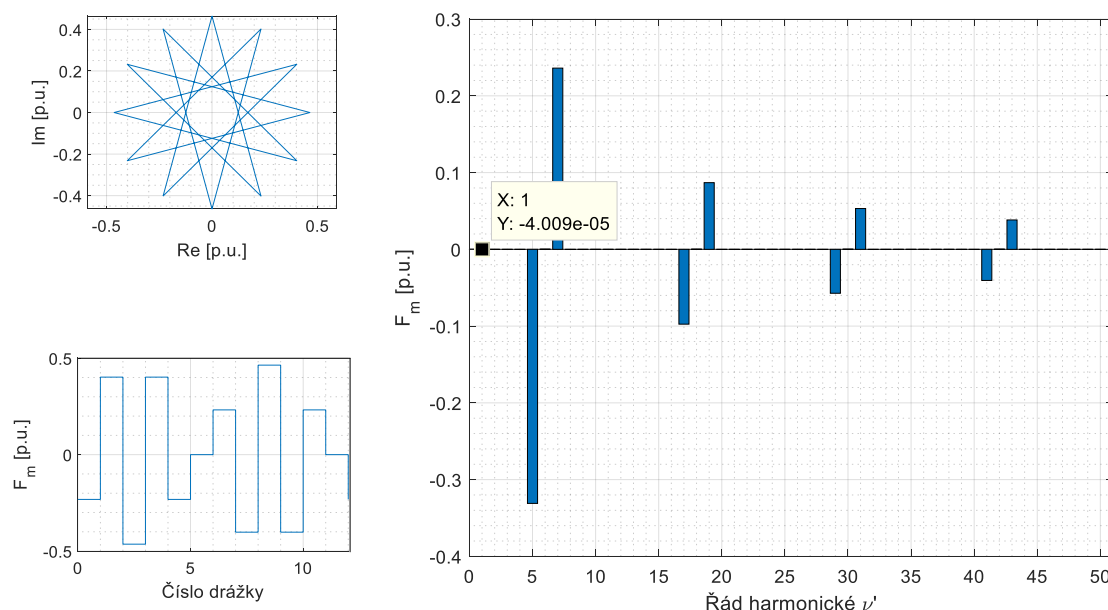
Pro porovnání jsou na Obr. 4.7 - Obr. 4.9 postupně zobrazeny vlastnosti vinutí s $N_{ck} = 0$, $N_{cs} = 0$ a ideálním poměrem $k_{sk} = \sqrt{3}$. Na rozdíl od předchozích grafů je zde vyznačena i polarita jednotlivých harmonických, aby byl patrný směr jejich otáčení, a tudíž zda se odečtou či sečtou.



Obr. 4.7: Görgesův diagram, křivka magnetického napětí a její spektrum včetně polarit s vyznačenou harmonickou řádů $\nu' = 1$ pro $N_{ck} = 0$



Obr. 4.8: Görgesův diagram, křivka magnetického napětí a její spektrum včetně polarit s vyznačenou harmonickou řádů $\nu' = 1$ pro $N_{cs} = 0$



Obr. 4.9: Görgesův diagram, křivka magnetického napětí a její spektrum včetně polarit y vyznačenou harmonickou řádu $\nu' = 1$ pro $k_{sk} = \sqrt{3}$

V Tab. 12 jsou porovnány parametry výsledného třívrstvého vinutí a původního dvouvstvého. Činitel vinutí původního dvouvstvého vinutí je určen jako

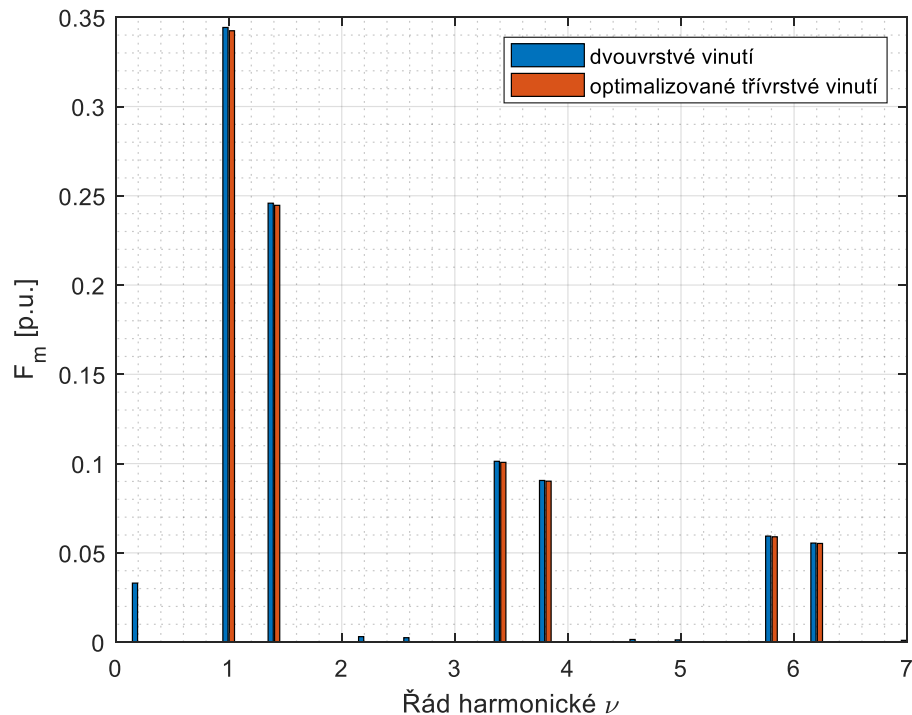
$$k_v = k_y k_r = \sin\left(\beta \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2m}}{n \sin \frac{\pi}{2mn}} = \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2 \cdot 3}}{2 \sin \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 2}} \doteq 0,933 \quad (4.10)$$

Činitel vinutí optimalizovaného třívrstvého vinutí je odvozen jak z Tingleyho schématu tak analyticky v rovnicích (4.25) a (4.26).

Je patrné, že při necelém čtyřprocentním poklesu základní harmonické došlo k více než 13 % poklesu diferenčního rozptylu. Z jeho definice je zřejmé, že reálný pokles parazitních harmonických je ještě výraznější, což je zdůrazněno v Obr. 4.10. Je patrné, že nejvýraznější rozdíl byl v potlačení subharmonické řádu $\nu = 0,2$, která odpovídá základní harmonické dvoupólového vinutí $\nu' = 1$.

Tab. 12: Porovnání základních parametrů navržených vinutí

Vinutí ($2p = 10, q = 2/5$)	k_v ($\nu = 1$)	Porovnání s dvouvstvěm	τ_{dif}	Porovnání s dvouvstvěm
Dvouvstvé	0,933	-	0,97	-
Optimalizované třívrstvé	0,897	96,1 %	0,84	86,6 %



Obr. 4.10: Porovnání spektra výchozího dvouvrstvého vinutí a optimalizovaného třívrstvého vinutí

4.1.4 Výsledná volba a parametry vinutí

Pro realizaci synchronního generátoru bude použito třívrstvé vinutí odvozené v předchozí kapitole. Zároveň bude realizován druhý, konvenční, generátor, využívající klasické dvouvrstvé vinutí s počtem drážek na pól a fázi $q = 1/2$. Proto bude výpočet parametrů stroje vždy rozdělen do dvou částí pro stroje s $q = 1/2$ a $q = 2/5$. Společné parametry pro oba stroje jsou $y_{1d} = 1$, $m = 3$ a $m' = 2m = 6$.

Vinutí stroje $q = 1/2$

Zadání vinutí:

Počet drážek na pól a fázi	$q = 1/2$
Počet pólů	$2p = 8$
Frekvence	$f = 66,7 \text{ Hz}$
Počet vrstev vinutí	$2u = 2$

Stroj se skládá z

$$Q = 2pmq = 8 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 12 \quad (4.11)$$

drážek a vinutí má celkem

$$K = Qu = 12 \cdot 1 = 12 \quad (4.12)$$

cívek, které jsou rozdělené do

$$S_c = m'a_{=} = 6 \cdot 4 = 24 \quad (4.13)$$

svazků. Každé fázi přísluší

$$S_f = \frac{S_c}{m} = \frac{24}{3} = 8 \quad (4.14)$$

svazků a v jednom svazku je

$$K_1 = \frac{K}{S_c} = \frac{12}{24} = 0,5 \quad (4.15)$$

cívek. Průměrná hodnota 0,5 znamená, že se ve stroji budou střídát svazky s jednou cívkou příslušné fyzickým fázím a prázdné svazky, které náleží doplňkovým matematickým fázím.

Pólová rozteč v počtu drážek vychází

$$t_{pd} = mq = 3 \cdot \frac{1}{2} = 1,5 \quad (4.16)$$

a činitel zkrácení kroku má hodnotu

$$\beta = \frac{y_{1d}}{t_{pd}} = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3} \quad (4.17)$$

Krok vinutí v počtu cívkových stran je

$$y_1 = 2uy_{1d} + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3 \quad (4.18)$$

Elektrický úhel mezi osami dvou sousedních polí Tingleyho schématu je

$$\alpha_{el} = \frac{\pi}{mn} = \frac{\pi}{3 \cdot 1} = \frac{\pi}{3} \quad (4.19)$$

a činitel vinutí základní harmonické vypočtený na základě Tingleyho schématu (Tab. 14) má hodnotu

$$k_v = \frac{8 \cdot \cos \frac{\pi}{6}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2} \doteq 0,866 \quad (4.20)$$

Hodnotu lze zkontrolovat pomocí činitele kroku a rozlohy

$$k_v = k_y k_r = \sin \left(\beta \frac{\pi}{2} \right) \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2m}}{n \sin \frac{\pi}{2mn}} = \sin \left(\frac{\pi}{3} \right) \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2 \cdot 3}}{\sin \frac{\pi}{2 \cdot 3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \doteq 0,866 \quad (4.21)$$

Činitel diferenčního rozptylu byl zmíněn už v Tab. 9 a má hodnotu $\tau_{dif} = 0,46$. Görgesův diagram, stupňovitá křivka magnetického napětí a její spektrum jsou součástí Přílohy 2.

Vinutí stroje $q = 2/5$

Počet pólů předchozího stroje byl zvolen cíleně, aby byla splněna podmínka realizovatelnosti vinutí s $q = 2/5$ a $2p = 10$. Základní dopočetné parametry vinutí jsou shrnuty v Tab. 13.

Tab. 13: Dupočetné parametry vinutí $q = 2/5$

Parametr	f [Hz]	$2u$	K	S_c	S_f	K_1	t_{pd}	β
Hodnota	83,3	1,5	18	30	10	0,6	1,2	0,833

Krok vinutí v počtu cívkových stran je vždy odvozen pro daný počet vrstev vinutí samostatně. Cívkové strany třívrstvého vinutí jsou číslovány dle Tab. 14. Je dodržována konvence předních cívkových stran v horním řádku a zadních cívkových stran ve spodním řádku používaná u dvouvrstvého vinutí. Je patrné, že se pravidelně střídají drážky s jednou přední cívkovou stranou a dvěma zadními a naopak. Z tohoto důvodu však nemůže být dodrženo pravidlo lichých předních a sudých zadních cívkových stran používané u dvouvrstvého vinutí. Mění se i krok cívky v počtu cívkových stran pro krajní (y_{1k}) a středovou (y_{1s}) cívku

$$\begin{aligned} y_{1k} &= 2u + 1 = 3 + 1 = 4 \\ y_{1s} &= 2u + 2 = 3 + 2 = 5 \end{aligned} \quad (4.22)$$

Elektrický úhel mezi osami dvou sousedních polí Tingleyho schématu je

$$\alpha_{el} = \frac{\pi}{mn} = \frac{\pi}{3 \cdot 2} = \frac{\pi}{6} \quad (4.23)$$

Pro výpočet činitele vinutí z Tingleyho schématu je kromě počtu a umístění cívkových stran nutné znát i poměry mezi počty závitů. Pokud jsou v drážce vyznačeny dvě přední nebo zadní cívkové strany, má každá cívka N_{ck} závitů; v opačném případě má N_{cs} závitů. Dle (4.8) a (4.9) budou poměry počtu závitů

$$\begin{aligned} \frac{N_{ck}}{N_c} &= 6 - 3\sqrt{3} \doteq 0,804 \\ \frac{N_{cs}}{N_c} &= 3 - 2\frac{N_{ck}}{N_c} = 3 - 2(6 - 3\sqrt{3}) = -9 + 6\sqrt{3} \doteq 1,392 \end{aligned} \quad (4.24)$$

a činitel vinutí

$$\begin{aligned}
 k_v &= \frac{4(N_{cs} + N_{ck}) \cos \frac{\pi}{12} + 4N_{ck} \cos \frac{\pi}{4}}{12N_c} \\
 &= \frac{(-9 + 6\sqrt{3} + 6 - 3\sqrt{3}) \cos \frac{\pi}{12} + (6 - 3\sqrt{3}) \cos \frac{\pi}{4}}{3} \\
 &= (-1 + \sqrt{3}) \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} + (2 - \sqrt{3}) \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} (3 - \sqrt{3}) \doteq 0,897
 \end{aligned}
 \tag{4.25}$$

Třívrstvé vinutí bylo odvozeno od vinutí jednovrstvého. Proto je nutné činitel rozlohy určit podle (2.13), kde $u = 0,5$. Rozložení do třívrstvého vinutí je respektováno činitelem počtu závitů a posunu setů vinutí k_{zs} , viz (4.5), kde pracovní harmonická může být řádu 1, pokud bude mechanická drážková úhlová rozteč nahrazena elektrickou:

$$\begin{aligned}
 k_v &= k_y k_r k_{zs} = \sin\left(\beta \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2m}}{0,5 \cdot n \sin \frac{\pi}{2mn \cdot 0,5}} \cdot \left[1 - \frac{2N_{ck}}{3N_c} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi p}{Q}\right)\right)\right] \\
 &= \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2 \cdot 3}}{\sin \frac{\pi}{3 \cdot 2}} \cdot \left[1 - (4 - 2\sqrt{3}) \left(1 + \cos \frac{5\pi}{6}\right)\right] \\
 &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \cdot (-6 + 4\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{2}}{2} (3 - \sqrt{3}) \doteq 0,897
 \end{aligned}
 \tag{4.26}$$

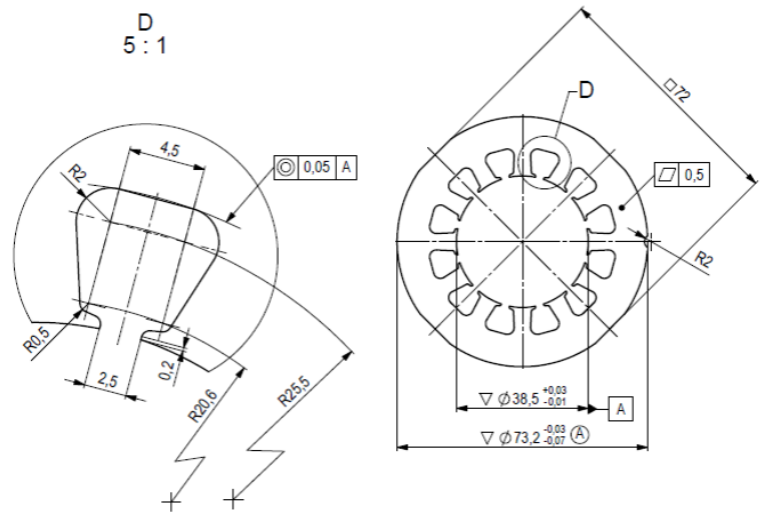
Obě hodnoty se přesně shodují s analýzou spektra magnetického napětí v Obr. 4.10. Činitel diferenčního rozptylu má na základě FFT magnetického napětí hodnotu $\tau_{dif} = 0,84$.

Tab. 14: Tingleyho schéma dvouvrstvého $q = 1/2$, $2p = 8$ a třívrstvého zubového vinutí $q = 2/5$, $2p = 10$ s vyznačenou osou fáze C

	A A'	C' C	B B'
p = 1	1 2		3 4
p = 2		5 6	
p = 3	7 8		9 10
p = 4		11 12	
p = 5	13 14		15 16
p = 6		17 18	
p = 7	19 20		21 22
p = 8		23 24	
p = 9		25 26	
p = 10		27 28	
		29 30	
		31 32	
		33	
		34 35 36	

4.2 Magnetický obvod a hlavní rozměry stroje

Pro zjednodušení výroby byl stator poptán u společnosti ATAS elektromotory Náchod a.s. [4], která je specializována na výrobu malých točivých strojů o výkonu desítek wattů až několik kW. Z nabízených statorových plechů byla zvolena varianta s 12 drážkami zobrazená v řezu na Obr. 4.11. Byly objednány dva kusy statorového balení podélně 4x svařené v ochranné atmosféře o axiální délce $l_{Fe} = 40$ mm.



Obr. 4.11: Rozměry statorového plechu

Pakety jsou složeny z plechů M800-50A s izolací Suralac 5012 (viz Příloha 3). Tím je definován vnější průměr statoru $D_e = 73,2$ mm a vnitřní průměr statoru $D_1 = 38,5$ mm.

Buzení magnetického obvodu bude realizováno pomocí rotorových povrchových permanentních magnetů ve tvaru kvádrů. Vzhledem k rozměrům stroje bude na každý pól použit vždy jen jeden magnet na šířku. Z toho důvodu je nutné stanovit mechanické limity rozměrů magnetů, aby je bylo možné do rotoru umístit, viz Obr. 4.12 a). Limitní šířka magnetu b_m je definována úhlovou pólovou roztečí

$$\alpha_{tp} = \frac{2\pi}{2p} \quad (4.27)$$

a minimální vzduchovou mezerou. Ta bude s ohledem na rozměry stroje a nutnost ručního ustavení rotoru do statoru zvolena $\delta_{min} = 1$ mm. Tečný poloměr vnitřní hrany magnetu r_{mi} lze určit jako

$$r_{mi} = \frac{b_m}{2 \tan \frac{\alpha_{tp}}{2}}, \quad (4.28)$$

tečný poloměr vnější hrany magnetu r_{me} je

$$r_{me} = \sqrt{\left(\frac{D_1}{2} - \delta_{min}\right)^2 - \left(\frac{b_m}{2}\right)^2} \quad (4.29)$$

a výška magnetu h_m je

$$h_m = r_{me} - r_{mi} \quad (4.30)$$

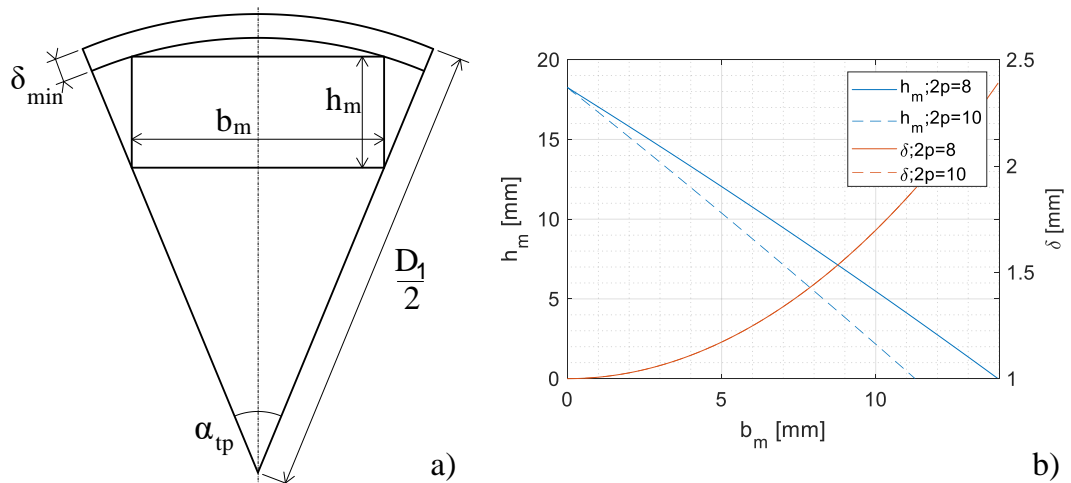
Maximální délka vzduchové mezery δ , která bude uvažována jako jmenovitá, se rovná

$$\delta = \frac{D_1}{2} - r_{me} \quad (4.31)$$

Teoretická maximální šířka magnetu b_{mmax} , které odpovídá jeho nulová výška, je určena jako

$$b_{mmax} = 2 \left(\frac{D_1}{2} - \delta_{min} \right) \sin \frac{\alpha_{tp}}{2} \quad (4.32)$$

Na Obr. 4.12 b) je zobrazena závislost maximální výšky magnetu a velikosti vzduchové mezery pro danou šířku magnetu pro obě varianty strojů. Při použití této maximální výšky magnetu by byla plně využita pólová rozteč a mohlo by dojít k navýšení mezipólového rozptylu magnetů; výsledné rozměry magnetu budou voleny menší i vzhledem k jejich dostupnosti.



Obr. 4.12: Definice rozměrů permanentního magnetu (a) a hranice výšky magnetu velikosti vzduchové mezery (b)

Drážková rozteč stroje je rovna

$$t_d = \frac{\pi D_1}{Q} = \frac{\pi \cdot 38,5}{12} = 10,08 \text{ mm} \quad (4.33)$$

a při volbě vzduchové mezery $\delta = 1,4$ mm je Carterův činitel dle (2.30), (2.31) roven $k_c = 1,07$. Při zanedbání sycení stroje ($k_F = 1$) a volbě indukce ve vzduchové mezeře $B_\delta = 0,9$ T je celkový úbytek magnetického napětí stroje roven

$$F_m = \frac{B_\delta}{\mu_0} k_c k_F \delta = \frac{0,9}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 1,07 \cdot 1 \cdot 1,4 \cdot 10^{-3} = 1070 \text{ A} \quad (4.34)$$

Pro prvotní výpočet je uvažováno použití NdFeB magnetu N45 s remanentní indukcí $B_r = 1,35$ T a koercivitou $H_c = -1042,5$ kA/m při 20°C. Pokud bude magnetická indukce pracovního bodu magnetu $B_{PM} = 0,95$ T, lze intenzitu jeho magnetického pole určit jako

$$H_{PM} = H_c \left(1 - \frac{B_{PM}}{B_r}\right) = -1042,5 \cdot 10^3 \cdot \left(1 - \frac{0,95}{1,35}\right) = -309 \text{ kA} \quad (4.35)$$

a výška permanentního magnetu je

$$h_m = -\frac{F_m}{H_{PM}} = -\frac{1070}{-309 \cdot 10^3} = 3,5 \text{ mm} \quad (4.36)$$

Pólová rozteč strojů je

$$t_p = \frac{\pi D_1}{2p} = \begin{cases} \frac{\pi \cdot 38,5}{8} = 15,12 \text{ mm} ; q = \frac{1}{2} \\ \frac{\pi \cdot 38,5}{10} = 12,10 \text{ mm} ; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.37)$$

Magnetický tok ve vzduchové mezeře (2.43) musí být roven toku produkovaného magnetem (při zanedbání rozptylu permanentního magnetu):

$$\alpha_\delta B_\delta l_{Fe} t_p = B_{PM} b_m l_{Fe} \quad (4.38)$$

a za předpokladu harmonického rozložení pole je požadovaná šířka magnetu

$$b_m = \alpha_\delta \frac{B_\delta}{B_{PM}} t_p = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \cdot \frac{0,9}{0,95} \cdot 15,12 \cdot 10^{-3} = 9,12 \text{ mm} ; q = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{\pi} \cdot \frac{0,9}{0,95} \cdot 12,10 \cdot 10^{-3} = 7,30 \text{ mm} ; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.39)$$

Pole permanentního magnetu bude mít zploštěný charakter a činitel pólového krytí α_δ bude větší, než $2/\pi$. Proto budou vypočtené šířky magnetů zaokrouhleny nahoru a výsledné hodnoty zvoleny $b_m = 10 \text{ mm}$ pro stroj s vinutím $q = 1/2$ a $b_m = 8 \text{ mm}$ pro $q = 2/5$. Tím je však ovlivněna minimální velikost vzduchové mezery a požadovaná výška magnetu pro danou indukci B_δ . Po několika iteracích byly definovány výsledné rozměry magnetů. Ty byly zaokrouhleny na celé milimetry s ohledem na možnost pořízení sériově vyráběných magnetů.

Magnety byly nakoupeny v internetovém obchodě Supermagnete [54]. Pro stroj $q = 1/2$ bude použito 16 magnetů typu N42 o rozměrech 20x10x5 mm, vždy dva na jeden pól; viz Příloha 4. Pro stroj $q = 2/5$ bude použito 50 magnetů typu N45 o rozměrech 8x8x4 mm, vždy pět na pól; viz Příloha 5. Velikost koercitivní síly H_c byla odvozena za předpokladu lineární demagnetizační charakteristiky v celém třetím kvadrantu. Pracovní bod elektrického stroje by se měl pohybovat blíže k bodu remanence B_r , tudíž díky tomuto přiblížení došlo k lepší aproximaci demagnetizační charakteristiky právě v okolí pracovního bodu. Na základě rovnic (4.34) - (4.36) a (4.38) lze odvodit velikost indukce ve vzduchové mezeře jako

$$B_\delta = \frac{H_c h_m}{\frac{k_c k_F \delta}{\mu_0} + H_c h_m \frac{\alpha_\delta t_p}{b_m B_r}} \quad (4.40)$$

a pracovní bod magnetu je dopočten na základě (4.38) a (4.35). Parametry magnetů a odvozené parametry stroje jsou shrnuty v Tab. 15. Prozatím je zde dodržen předpoklad harmonického rozložení pole a zanedbání sycení stroje.

Tab. 15. Parametry magnetického obvodu za předpokladu harmonického rozložení pole

Parametr Stroj	Typ PM	B_r [T]	H_c [kA/m]	b_m [mm]	h_m [mm]	δ [mm]	k_c [-]	B_δ [T]	B_{PM} [T]	H_{PM} [kA/m]
$q = 1/2$	N42	1,315	-1002,6	10	5	1,75	1,055	0,98	0,94	-286,7
$q = 2/5$	N45	1,35	-1042,5	8	4	1,45	1,065	0,99	0,95	-304,8

Z tabulky je patrné, že v obou případech je indukce magnetického pole pracovního bodu nižší, než vypočtená hodnota indukce ve vzduchové mezeře. To je způsobeno předpokladem harmonického rozložení pole. Toho většinou u strojů s povrchovými permanentními magnety není dosaženo a je nutné toto pole dále analyzovat.

4.2.1 Tvar pole permanentních magnetů

V kapitole 2.6 bylo analyzováno pole paralelně magnetovaného magnetu o průřezu ve tvaru výseče mezikruží. Při obdélníkovém průřezu magnetu je nutné v každém bodě definovat kromě složek směru magnetizace v cylindrickém souřadném systému (r, ξ, z) také složky jednotlivých vnějších normál, viz. Obr. 4.13 a). Proudová hustota objemového a povrchových vázaných proudů je

$$J_v = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r \cdot (-M \sin \xi_v))}{\partial r} - \frac{\partial(M \cos \xi_v)}{\partial \xi} \right) \mathbf{a}_z = \frac{-M \sin \xi_v + M \sin \xi_v}{r} \mathbf{a}_z = 0,$$

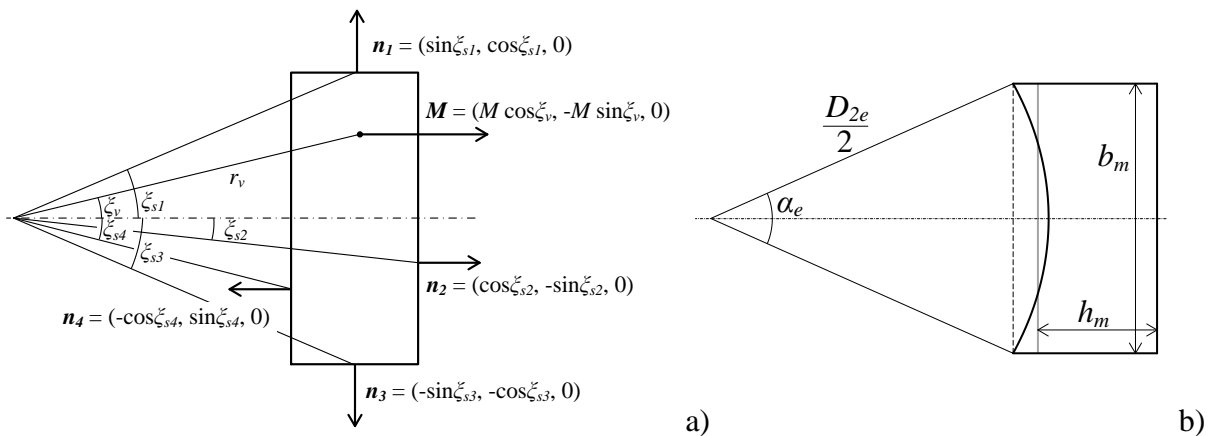
$$J_{s1} = M \cos^2 \xi_{s1} + M \sin^2 \xi_{s1} = M \mathbf{a}_z,$$

$$J_{s2} = -M \cos \xi_{s2} \sin \xi_{s2} + M \sin \xi_{s2} \cos \xi_{s2} = 0,$$

$$J_{s3} = -M \cos^2 \xi_{s1} - M \sin^2 \xi_{s1} = -M \mathbf{a}_z,$$

$$J_{s4} = M \cos \xi_{s2} \sin \xi_{s2} - M \sin \xi_{s2} \cos \xi_{s2} = 0.$$
(4.41)

Magnet se tedy chová jako radiálně magnetovaný magnet tvaru výseče mezikruží s proměnným středovým úhlem. Pro analytický výpočet indukce ve vzduchové mezeře je nutné použít hladký rotor i stator a tvar magnetu je nutno upravit, viz Obr. 4.13 b).



Obr. 4.13: Vektory magnetu tvaru kvádru v cylindrickém souřadném systému r, ξ, z (a) a pomocné rozměry ekvivalentního magnetu (b)

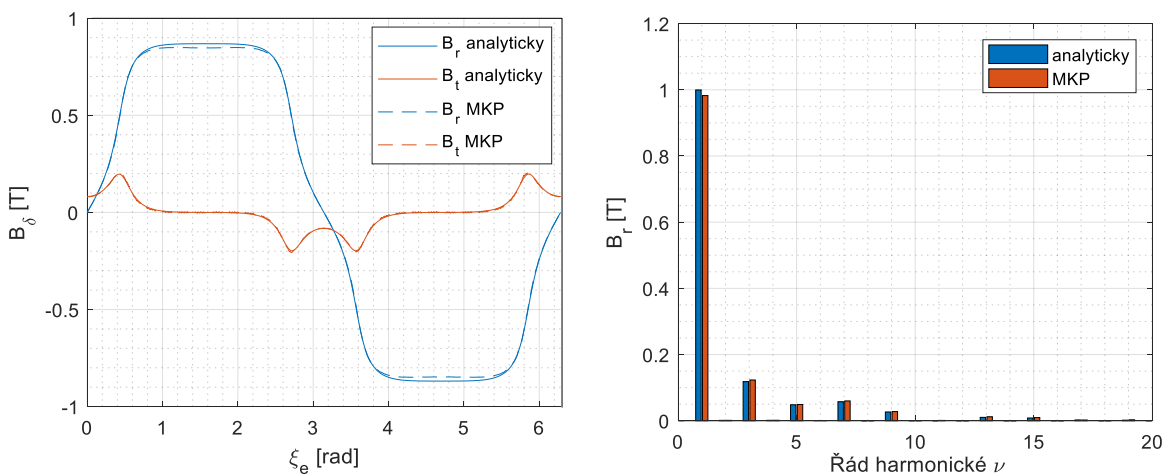
Z fyzikálního hlediska je pro celkovou energii magnetu důležitý jeho objem; proto bude vypočten ekvivalentní průměr rotoru D_{2e} tak, aby při dodržení velikosti vzduchové mezery byl objem magnetu neměnný. Objem ekvivalentního magnetu je určen jako

$$V_{PMe} = l_{Fe} \left[b_m \left(h_m + \frac{D_1}{2} - h_m - \delta - h \right) + \frac{b_m h}{2} - \frac{\alpha_e}{2} \left(\frac{D_{2e}}{2} \right)^2 \right],$$

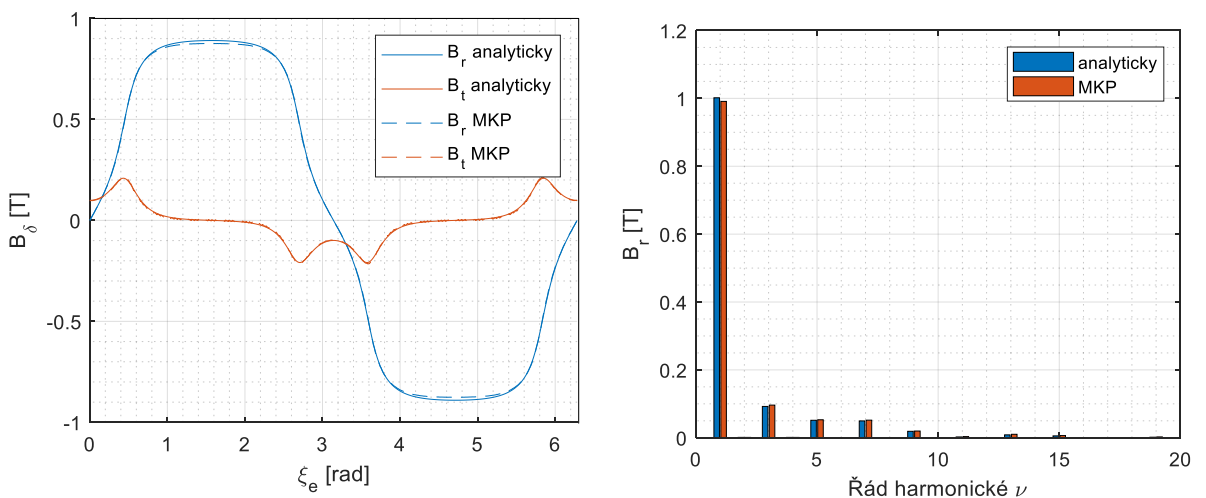
$$h = \sqrt{\left(\frac{D_{2e}}{2} \right)^2 - \left(\frac{b_m}{2} \right)^2},$$

$$\alpha_e = \arcsin \frac{b_m}{D_{2e}}$$
(4.42)

a musí být roven objemu reálného magnetu $V_{PM} = b_m h_m l_{Fe}$. Výsledný ekvivalentní průměr rotoru bude použit pro výpočet tvaru pole permanentních magnetů dle (2.24) - (2.26) a kapitoly 2.6. Výsledky jsou porovnány s výpočtem pomocí metody konečných prvků a průběh a jeho spektrum pro oba stroje jsou zobrazeny na Obr. 4.14 a Obr. 4.15.



Obr. 4.14: Průběh magnetické indukce a spektrum její radiální složky stroje $q = 1/2, 2p = 8$



Obr. 4.15: Průběh magnetické indukce a spektrum její radiální složky stroje $q = 2/5, 2p = 10$

Na základě průběhu magnetické indukce je možné určit její střední a efektivní hodnotu jako

$$B_{\delta av} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} B_r(\xi_e) d\xi_e$$

$$B_{\delta ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} B_r^2(\xi_e) d\xi_e}$$
(4.43)

a činitel pólového krytí α_δ a činitel tvaru pole k_B jsou definovány jako

$$\alpha_\delta = \frac{B_{\delta av}}{B_{\delta max}}$$

$$k_B = \frac{B_{\delta ef}}{B_{\delta av}}$$
(4.44)

Indukce ve vzduchové mezeře a pracovní bod magnetu jsou dopočteny pomocí (4.40), (4.38) a (4.35). V Tab. 16 jsou shrnuty obdržené výsledky pro oba stroje. Indukce ve vzduchové mezeře je určena jak z jejího průběhu, tak pomocí výpočtu magnetického obvodu v (4.40). Na základě dalších výpočtů bude používána hodnota z výpočtu magnetického obvodu, protože ještě dojde k započtení vlivu sycení stroje.

Tab. 16: Parametry magnetického obvodu pro reálný tvar magnetu a zanedbání sycení

Stroj \ Parametr	D_{e2} [mm]	α_δ [-]	k_B [-]	B_δ [T]		Φ_δ [Wb]	B_{PM} [T]	H_{PM} [kA/m]
				průběh	(4.40)			
$q = 1/2$	25,67	0,747	1,10	0,87	0,86	$3,78 \cdot 10^{-4}$	0,98	-253
$q = 2/5$	27,99	0,725	1,10	0,89	0,90	$3,07 \cdot 10^{-4}$	0,99	-278

4.2.2 Výpočet magnetického obvodu

Indukce v zubu statoru je historicky počítána dle (2.27). Tento vztah lze s velkou přesností použít u strojů s větším počtem drážek na pól a fázi ($q \geq 2$). U strojů se zubovým vnutím se však drážková rozteč blíží velikosti pólové rozteče a požadovaný tok zubem při použití (2.27) často dosahuje vyšších hodnot, než tok ve vzduchové mezeře.

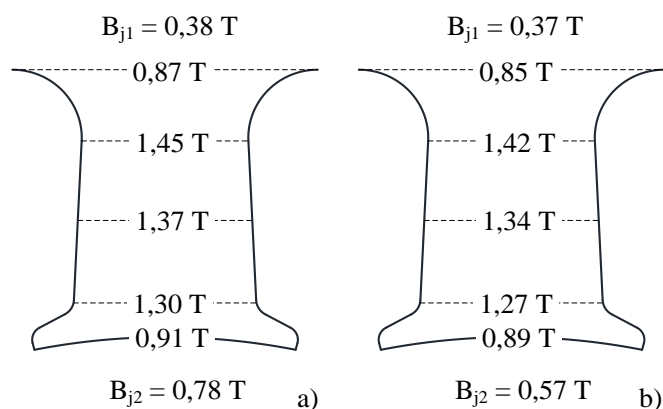
Proto je nutné nejprve určit magnetický tok připadající na jeden zub a na jeho základě dopočítat indukci v zubu. Výpočet je proveden pro stroj naprázdno včetně uvažování geometrie drážek (viz 2.4). Rotor je otočen tak, aby osa jednoho magnetu a osa jednoho zubu byly totožné. Na základě tohoto uspořádání je vypočten činitel toku zubu k_{Φ_z} jako podíl toků připadající na jeden zub a pólovou rozteč

$$k_{\Phi_z} = \frac{\Phi_{bz}}{\Phi_{tp}} = \frac{\Phi_{bz}}{\Phi_\delta} \begin{cases} 0,709; & q = \frac{1}{2} \\ 0,853; & q = \frac{2}{5} \end{cases}$$
(4.45)

Indukce v i -té části zubu je určena jako

$$B_{zi} = \frac{\Phi_{bz}}{b_{zi}l_{Fe}k_{Fe}} = \frac{k_{\Phi z}\Phi_{\delta}}{b_{zi}l_{Fe}k_{Fe}} \quad (4.46)$$

Indukce ve jhu statoru a rotoru je vypočtena dle (2.44) a celkové magnetické napětí stroje je určeno z magnetizační charakteristiky a (2.45). Činitel syčení stroje určený dle (2.23) je nutné dosadit do (2.22) a celý výpočet iterativně opakovat. Činitel však vychází velmi blízky 1 a výsledky shrnuté v Tab. 16 zůstávají téměř neměnné. Výsledné syčení jednotlivých částí obou strojů je shrnuto na Obr. 4.16. Je patrné zejména malé syčení jha statoru; stroj, pro který byly tyto plechy prvotně vyrobeny, měl pravděpodobně menší počet pólů.



Obr. 4.16: Porovnání syčení stroje s vinutím $q = 1/2$ (a) a stroje $q = 2/5$ (b)

4.3 Parametry náhradního schématu

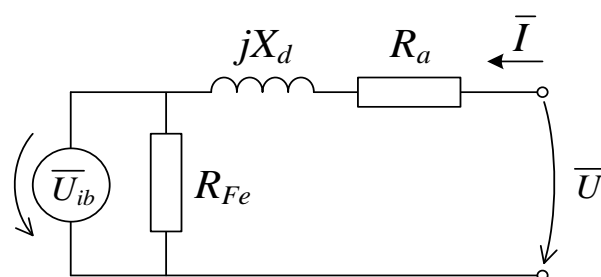
Z hlediska provozních parametrů stroje jsou důležité parametry náhradního schématu v ustáleném stavu (viz Obr. 4.17).

Průřez aktivní části drážky je roven $S_d = 51 \text{ mm}^2$ a při uvažování ručního navíjení a nutnosti vložit cívky do drážky bude činitel plnění drážky $k_d = 0,22$. Pro navíjení je zvolen vodič o průměru $D_v = 0,355 \text{ mm}$ (dle normy ČSN EN 60317) a průřezu vodiče $S_v = 0,099 \text{ mm}^2$. Při počtu dílčích paralelních vodičů $n_p = 1$ se v drážce nachází

$$V_d = \frac{k_d S_d}{S_v} = \frac{0,22 \cdot 51}{0,099} \quad (4.47) \\ = 112$$

vodičů. Počet závitů cívky pro stroj

$q = 1/2$ i střední počet závitů cívky pro stroj $q = 2/5$ je označen N_c a určí se jako



Obr. 4.17: Náhradní schéma synchronního stroje

$$N_c = \frac{V_d}{2u} = \begin{cases} \frac{112}{2} = 56; q = \frac{1}{2} \\ \frac{112}{3} = 37, \bar{3}; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.48)$$

Zlomkovému střednímu počtu závitů cívky pro stroj $q = 2/5$ odpovídá $N_{cs} = 52$ závitů středové cívky a $N_{ck} = 30$ závitů krajní cívky. Činitel k_{sk} je pak roven

$$k_{sk} = \frac{N_{cs}}{N_{ck}} = \frac{52}{30} = 1,73 \quad (4.49)$$

Tato hodnota se velmi blíží ideální hodnotě vypočtené v (4.9). Počet závitů v sérii při sériovém zapojení vinutí (počet paralelních větví $a = 1$) je

$$N_s = N_c \frac{Qu}{ma} = \begin{cases} 56 \cdot \frac{12 \cdot 1}{3 \cdot 1} = 224 & ; q = \frac{1}{2} \\ 37, \bar{3} \cdot \frac{12 \cdot 1,5}{3 \cdot 1} = 224; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.50)$$

Spražený tok permanentních magnetů je roven

$$\Psi_{PM} = \Phi_{\delta} N_s k_v = \begin{cases} 3,78 \cdot 10^{-4} \cdot N_s \cdot 0,866 = 7,33 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}; q = \frac{1}{2} \\ 3,07 \cdot 10^{-4} \cdot N_s \cdot 0,897 = 6,18 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.51)$$

Pro výpočet efektivní hodnoty buzeného indukovaného napětí je nutné znát oba činitele pólového krytí α_{δ} i tvaru pole k_B pro sprážený tok Ψ_{PM} . Ty mohou být obecně jiné než pro průběh indukce vlivem různé pozice drážek po obvodu stroje a kroku vinutí. Průběh spráženého toku je určen dle (2.58) - (2.60) a činitelé mají hodnotu $\alpha_{\delta\Psi} = 0,63$ a $k_B = 1,11$ pro stroj $q = 1/2$ a $\alpha_{\delta\Psi} = 0,62$ a $k_B = 1,12$ pro stroj $q = 2/5$. Buzené indukované napětí je pak rovno

$$U_{ib} = \omega \Psi_{PM} \alpha_{\delta\Psi} k_{B\Psi} = \begin{cases} 2 \cdot \pi \cdot 66,7 \cdot 7,33 \cdot 10^{-2} \cdot 0,63 \cdot 1,11 = 21,5 \text{ V}; q = \frac{1}{2} \\ 2 \cdot \pi \cdot 83,3 \cdot 6,18 \cdot 10^{-2} \cdot 0,62 \cdot 1,12 = 22,5 \text{ V}; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.52)$$

Střední šířka cívky je graficky určena jako $b_c = 9,0$ mm, střední délka čela cívky je rovna

$$l_{\zeta} = \pi \frac{b_c}{2} = \pi \cdot \frac{9,0}{2} = 14,1 \text{ mm}, \quad (4.53)$$

střední délka závitu je rovna

$$l_z = 2(l_{Fe} + l_{\zeta}) = 2 \cdot (40 + 14,1) = 108,3 \text{ mm} \quad (4.54)$$

a délka vodičů v sérii jedné fáze je

$$l_a = l_z N_s = 0,1083 \cdot 224 = 24,25 \text{ m} \quad (4.55)$$

Odpor statorového vinutí (při teplotě 20 °C je měrná vodivost mědi $\gamma_{Cu} = 58,5$ MS/m) je

$$R_a = \frac{1}{\gamma_{Cu} n_p S_{1v}} l_a = \frac{1}{58,5 \cdot 10^6} \cdot \frac{24,25}{1 \cdot 0,099 \cdot 10^{-6}} = 4,19 \Omega \quad (4.56)$$

Hlavní indukčnost stroje je určena jako

$$L_{ad} = m\alpha_{\delta} \frac{\mu_0 t_p}{\pi p \left(\delta k_c k_F + \frac{h_m}{\mu_{rPM}} \right)} l_{Fe} (N_s k_v)^2 =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \cdot 0,751 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 15,12 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 4 \left(1,75 \cdot 10^{-3} \cdot 1,055 \cdot 1,004 + \frac{5 \cdot 10^{-3}}{1,04} \right)} 0,04 \cdot (224 \cdot 0,866)^2 = \\ \quad = 7,68 \cdot 10^{-4} \text{ H}; q = \frac{1}{2} \\ 3 \cdot 0,725 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 12,10 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 5 \left(1,45 \cdot 10^{-3} \cdot 1,065 \cdot 1,003 + \frac{4 \cdot 10^{-3}}{1,03} \right)} 0,04 \cdot (224 \cdot 0,897)^2 = \\ \quad = 6,26 \cdot 10^{-4} \text{ H}; q = \frac{2}{5} \end{array} \right. \quad (4.57)$$

Rozptylová indukčnost statoru je definována jako

$$L_{1\sigma} = 2\mu_0 \frac{l_{Fe}}{pq} N_s^2 (\lambda_{\xi} + \lambda_d) + \tau_{diff} L_{ad} \quad (4.58)$$

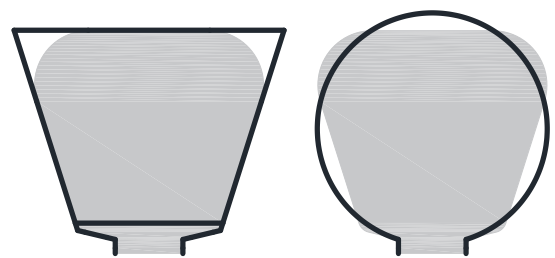
Činitel magnetické vodivosti rozptylu čel λ_{ξ} je určen empiricky jako

$$\lambda_{\xi} = 0,34 \frac{q}{l_{Fe}} (l_{\xi} - 0,64\beta t_p)$$

$$= \begin{cases} 0,34 \cdot \frac{0,5}{0,04} \left(14,1 - 0,64 \cdot \frac{2}{3} \cdot 15,12 \right) \cdot 10^{-3} = 0,033; q = \frac{1}{2} \\ 0,34 \cdot \frac{0,4}{0,04} \left(14,1 - 0,64 \cdot \frac{5}{6} \cdot 12,10 \right) \cdot 10^{-3} = 0,026; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.59)$$

Pro určení činitele magnetické vodivosti jedné drážky je nutné tvar drážky aproximovat jedním z analyzovaných tvarů v kapitole 3. Byly zvoleny dvě varianty. První odpovídá polouzavřené lichoběžníkové drážce, ze které skutečný tvar drážky vychází. Jako druhá aproximace byla zvolena jednoduchá kruhová drážka. Obě přibližné geometrie jsou zobrazeny na Obr. 4.18. Činitel magnetické vodivosti lichoběžníkové drážky je určen dle (3.8) a

(3.30) – (3.32) a má hodnotu pro aktivní část drážky $\lambda_{Cu1} = 0,458$ a pro klínovou část a otevření drážky $\lambda_{ke1} = 0,487$; pro ekvivalentní kruhovou drážku jsou použity vzorce (3.8) a (3.16) a činitelé mají hodnotu $\lambda_{Cu2} = 0,672$ a $\lambda_{ke2} = 0,208$. Pro dvouvrstvé zubové vinutí s paralelně



Obr. 4.18: Aproximace tvaru drážky lichoběžníkovou a kruhovou drážkou

umístěnými cívkami v drážce stroje $q = 1/2$ ($\beta = 2/3$) jsou koeficienty zahrnující krok vinutí určeny v (3.37) a (3.39) a výsledný činitel magnetické vodivosti drážek je

$$\lambda_d = k_{ke} \lambda_{ke} + k_{Cu} \lambda_{Cu} = 0,75 (\lambda_{ke} + \lambda_{Cu}) \quad (4.60)$$

Pro optimalizované třívrstvé vinutí založené na dvou dvouvrstevných zubových vinutích ($q = 2/5$; $\beta = 5/6$) s posunem setů vinutí $y_s = 1$ a poměr počtu závitů $k_{sk} = \sqrt{3}$ lze koeficienty k_{Cu} a k_{ke} odvozené v Příloze 6 upravit do tvaru

$$\begin{aligned} k_{ke} &= 6 - 3\sqrt{3} \\ k_{Cu} &= 7,75 - 4\sqrt{3} \end{aligned} \quad (4.61)$$

a činitel magnetické vodivosti drážek je

$$\lambda_d = k_{ke}\lambda_{ke} + k_{Cu}\lambda_{Cu} = (6 - 3\sqrt{3})\lambda_{ke} + (7,75 - 4\sqrt{3})\lambda_{Cu} \quad (4.62)$$

V Tab. 17 je zobrazen přehled výpočtu jednotlivých složek a celkového činitele magnetické vodivosti drážky pomocí náhradní lichoběžníkové a kruhové drážky pro oba stroje. Jako výsledná hodnota bude použit průměr z obou přibližných tvarů drážky.

Tab. 17: Činitel magnetické vodivosti drážky vypočtený pomocí obou náhradních drážek

Stroj	Lichoběžníková drážka			Kruhová drážka			Průměrná hodnota		
	λ_{Cu}	λ_{ke}	λ_d	λ_{Cu}	λ_{ke}	λ_d	λ_{Cu}	λ_{ke}	λ_d
$q = 1/2$	0,435	0,486	0,691	0,672	0,206	0,659	0,553	0,346	0,675
$q = 2/5$			0,749			0,709			0,729

Činitel diferenčního rozptylu byl určen dříve a má hodnotu $\tau_{dif} = 0,46$ pro vinutí $q = 1/2$ a $\tau_{dif} = 0,84$ pro vinutí $q = 2/5$. Výsledná rozptylová indukčnost statoru tak má hodnotu

$$\begin{aligned} L_\sigma &= 2\mu_0 \frac{l_{Fe}}{pq} N_s^2 (\lambda_c + \lambda_d) + \tau_{dif} L_{ad} = \\ &= \begin{cases} 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{0,04}{4 \cdot \frac{1}{2}} 224^2 (0,033 + 0,675) + 0,46 \cdot 7,68 \cdot 10^{-4} = \\ \quad = 2,14 \cdot 10^{-3} \text{ H}; q = \frac{1}{2} \\ 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{0,04}{5 \cdot \frac{2}{5}} 224^2 (0,026 + 0,729) + 0,84 \cdot 6,26 \cdot 10^{-4} = \\ \quad = 2,47 \cdot 10^{-3} \text{ H}; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.63) \end{aligned}$$

Celková podélná indukčnost je pak rovna

$$L_d = L_{ad} + L_\sigma = \begin{cases} 7,68 \cdot 10^{-4} + 2,14 \cdot 10^{-3} = 2,91 \cdot 10^{-3} \text{ H}; q = \frac{1}{2} \\ 6,26 \cdot 10^{-4} + 2,47 \cdot 10^{-3} = 3,09 \cdot 10^{-3} \text{ H}; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.64)$$

a podélná reaktance

$$X_d = \omega L_d = \begin{cases} 2 \cdot \pi \cdot 66,7 \cdot 2,91 \cdot 10^{-3} = 1,22 \Omega; q = \frac{1}{2} \\ 2 \cdot \pi \cdot 83,3 \cdot 3,04 \cdot 10^{-3} = 1,62 \Omega; q = \frac{2}{5} \end{cases}, \quad (4.65)$$

kde ω je elektrická úhlová rychlost definována jako

$$\omega = 2\pi f \quad (4.66)$$

Stroj má povrchové permanentní magnety, proto bude uvažována příčná indukčnost $L_q = L_d$. Ve skutečnosti není rotor homogenní, a tak může být mírně rozdílná indukčnost v osách d a q ; to však lze ověřit až pomocí metody konečných prvků. Celková impedance je pak rovna

$$Z_d = \sqrt{R_a^2 + X_d^2} = \begin{cases} \sqrt{4,19^2 + 1,22^2} = 4,36 \, \Omega ; q = \frac{1}{2} \\ \sqrt{4,19^2 + 1,62^2} = 4,49 \, \Omega ; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.67)$$

4.4 Ztráty

Ztráty elektrického stroje lze obecně rozdělit na ztráty závislé a nezávislé na zátěži. Na zátěži jsou závislé především Jouleovy ztráty určené jako

$$\Delta P_j = m R_a I^2 \quad (4.68)$$

a ty je nutné určit pro daný pracovní bod. Ztráty v železe jsou obecně definovány pomocí Steinmetzovy rovnice jako

$$\Delta P_{Fe} = k_p \Delta p_{B_{ref}, f_{ref}} m_{Fe} \left(\frac{B}{B_{ref}} \right)^2 \left(\frac{f}{f_{ref}} \right)^{1,5}, \quad (4.69)$$

kde k_p je činitel respektující zvětšení ztrát vlivem vyšších harmonických v průběhu indukce, nerovnoměrnosti rozložení indukce apod. Činitel $\Delta p_{B_{ref}, f_{ref}}$ je ztrátové číslo použitých elektrotechnických plechů při zvolené referenční indukci B_{ref} a frekvenci f_{ref} vztažené na jednotku hmotnosti a m_{Fe} je hmotnost dané části magnetického obvodu. Ztráty se zpravidla určují pro amplitudu indukce a jmenovitou frekvenci; tudíž za uvažování harmonického průběhu indukce. Tento předpoklad však není dodržen již vlivem tvaru magnetické indukce ve vzduchové mezeře.

Za předpokladu, že časový průběh indukce v zubech a ve jhu bude mít stejný tvar, jako indukce ve vzduchové mezeře, bude spektrum indukce totožné, pouze s odlišnou velikostí amplitud. Ztráty lze určit jako součet ztrát vytvořených jednotlivými harmonickými. Tento přístup není fyzikálně zcela korektní, ale běžně se používá pro určení ztrát spínaných reluktančních strojů [49]. Vzorec pro výpočet ztrát tak přechází do tvaru

$$\begin{aligned} \Delta P_{Fe} &= \Delta p_{B_{ref}, f_{ref}} m_{Fe} \frac{1}{B_{ref}^2} \frac{1}{f_{ref}^{1,5}} \sum_{v=1}^{\infty} B_v^2 f_v^{1,5} \\ &= \Delta p_{B_{ref}, f_{ref}} m_{Fe} \left(\frac{B_{(1)}}{B_{ref}} \right)^2 \left(\frac{f_{(1)}}{f_{ref}} \right)^{1,5} \sum_{v=2}^{\infty} 1 + \left(\frac{B_v}{B_{(1)}} \right)^2 \left(\frac{f_v}{f_{(1)}} \right)^{1,5}, \end{aligned} \quad (4.70)$$

a v porovnání s rovnicí (4.69) je činitel k_p roven

$$k_p = \sum_{v=2}^{\infty} 1 + \left(\frac{B_v}{B_{(1)}} \right)^2 \left(\frac{f_v}{f_{(1)}} \right)^{1,5}, \quad (4.71)$$

pokud jako základní velikosti indukce není zvolena amplituda průběhu, ale amplituda její první harmonické. Vzhledem k nelinearitě závislosti ztrát na frekvenci by bylo nutné určit pro každou rychlost stroje činitel k_p zvlášť.

Za předpokladu stejného tvaru průběhu indukce v zubu a ve jhu, jako je tvar indukce ve vzduchové mezeře, je možné činitel k_p určit přímo ze spektrální analýzy tvaru pole indukce ve vzduchové mezeře. Jeho hodnota je $k_p = 1,19$ pro $q = 1/2$ a $k_p = 1,14$ pro $q = 2/5$ pro zvolenou rychlost 1000 ot/min. Zároveň lze využít zachování poměru mezi amplitudou průběhu indukce a amplitudou základní harmonické. Hodnoty potřebné pro výpočet ztrát jsou shrnuty v Tab. 18. Bude použita pouze indukce ve střední části zubu.

Tab. 18: Parametry magnetického obvodu pro reálný tvar magnetu a zanedbání sycení

Parametr Stroj	k_p	$f_{(1)}$ [Hz]	B_{δ} [T]	$B_{\delta(1)}$ [T]	B_z [T]	$B_{z(1)}$ [T]	B_j [T]	$B_{j(1)}$ [T]
$q = 1/2$	1,19	66,7	0,86	1,00	1,37	1,58	0,38	0,44
$q = 2/5$	1,14	83,3	0,90	1,00	1,34	1,51	0,37	0,42

Celkový objem zubů statoru je $V_z = 2,18 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ a jho statoru má objem $V_j = 7,35 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$. Při hustotě plechů $\rho_{Fe} = 7650 \text{ kg/m}^3$ bude hmotnost zubů a jha statoru

$$\begin{aligned} m_z &= \rho_{Fe} V_z = 7650 \cdot 2,18 \cdot 10^{-5} = 0,167 \text{ kg} \\ m_j &= \rho_{Fe} V_j = 7650 \cdot 7,35 \cdot 10^{-5} = 0,562 \text{ kg} \end{aligned} \quad (4.72)$$

Ztrátová čísla plechů M800-51A jsou dle datasheetu $\Delta p_{1T,50\text{Hz}} = 3,05 \text{ W/kg}$ a $\Delta p_{1,5T,50\text{Hz}} = 6,60 \text{ W/kg}$. Pro výpočet ztrát ve jhu bude použito ztrátové číslo pro indukci 1T, pro zuby indukce 1,5 T a ztráty v zubech statoru jsou

$$\begin{aligned} \Delta P_{Fez} &= \Delta p_{1,5T,50\text{Hz}} m_z \left(\frac{B_{z(1)}}{1,5 \text{ T}} \right)^2 \left(\frac{f_{(1)}}{50 \text{ Hz}} \right)^{1,5} k_p = \\ &= \begin{cases} 6,60 \cdot 0,167 \cdot \left(\frac{1,58}{1,5} \right)^2 \cdot \left(\frac{66,7}{50} \right)^{1,5} \cdot 1,19 = 2,24 \text{ W}; & q = \frac{1}{2} \\ 6,60 \cdot 0,167 \cdot \left(\frac{1,51}{1,5} \right)^2 \cdot \left(\frac{83,3}{50} \right)^{1,5} \cdot 1,14 = 2,73 \text{ W}; & q = \frac{2}{5} \end{cases}, \end{aligned} \quad (4.73)$$

ztráty ve jhu statoru jsou

$$\Delta P_{Fej} = \Delta p_{1T,50Hz} m_j \left(\frac{B_{j(1)}}{1 \text{ T}} \right)^2 \left(\frac{f_{(1)}}{50 \text{ Hz}} \right)^{1,5} k_p =$$

$$= \begin{cases} 3,05 \cdot 0,562 \cdot \left(\frac{0,44}{1} \right)^2 \cdot \left(\frac{66,7}{50} \right)^{1,5} \cdot 1,19 = 0,61 \text{ W}; q = \frac{1}{2} \\ 3,05 \cdot 0,562 \cdot \left(\frac{0,42}{1,5} \right)^2 \cdot \left(\frac{83,3}{50} \right)^{1,5} \cdot 1,14 = 0,74 \text{ W}; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.74)$$

a celkové ztráty v železe jsou

$$\Delta P_{Fe} = \Delta P_{Fez} + \Delta P_{Fej} = \begin{cases} 2,24 + 0,61 = 2,85 \text{ W}; q = \frac{1}{2} \\ 2,73 + 0,74 = 3,47 \text{ W}; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.75)$$

K vytvoření ztrát v permanentních magnetech dochází převážně vlivem napájení stroje z PWM. To nebude případ tohoto generátoru, proto nebudou ztráty v magnetech uvažovány. Pro výpočet mechanických ztrát existuje řada empirických vzorců, nicméně výpočty jsou vždy pouze orientační; skutečnou hodnotu ztrát lze určit až na základě měření. Významná pro výpočet je obvodová rychlost rotoru určená jako

$$v_{rot} = \frac{D_1 \pi n_s}{2 \cdot 30} = \frac{38,5 \cdot 10^{-3} \pi \cdot 1000}{2 \cdot 30} = 2,02 \text{ m/s} \quad (4.76)$$

Dle vybraného empirického vztahu jsou mechanické ztráty určené jako

$$\Delta P_{me} = 1840 \cdot p \cdot \left(\frac{v_{rot}}{40} \right)^3 \cdot \sqrt{l_{fe}} =$$

$$= \begin{cases} 1840 \cdot 4 \cdot \left(\frac{2,02}{40} \right)^3 \cdot \sqrt{0,04} = 0,19 \text{ W}; q = \frac{1}{2} \\ 1840 \cdot 5 \cdot \left(\frac{2,02}{40} \right)^3 \cdot \sqrt{0,04} = 0,24 \text{ W}; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.77)$$

V náhradním schématu představuje odpor R_{Fe} ekvivalent ztrátám v železe, ke kterým se přičítají ztráty v permanentních magnetech a mechanické, označené jako $\Delta P_{Fe,me}$. Tyto ztráty jsou nezávislé na zátěži a jejich hodnota je

$$\Delta P_{Fe,me} = \Delta P_{Fe} + \Delta P_{me} = \begin{cases} 2,85 + 0,19 = 3,04 \text{ W}; q = \frac{1}{2} \\ 3,47 + 0,24 = 3,70 \text{ W}; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.78)$$

Odpor R_{Fe} má dle náhradního schématu hodnotu

$$R_{Fe} = \frac{3U_{ib}^2}{\Delta P_{Fe,m}} = \begin{cases} \frac{3 \cdot 21,5^2}{3,04} = 458 \Omega; q = \frac{1}{2} \\ \frac{3 \cdot 22,5^2}{3,70} = 412 \Omega; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (4.79)$$

Kontrola návrhu stroje byla provedena pomocí analytického nástroje Ansys RMxprt [3]. Možnosti provedení strojů jsou zde omezené, avšak s výhodou je tento nástroj použitelný pro rychlé ověření vlastního návrhu a generování 2D nebo 3D MKP modelu, který se pak snáze

modifikuje do výsledného designu. Oba stroje byly v ANSYS RMxprt modelovány jako stroje s povrchovými radiálně magnetovanými magnety ve tvaru výseče mezikružích a konstantní vzduchovou mezerou. Z toho důvodu nejsou zde obdržené hodnoty vhodné k interpretaci, kromě jednotlivých dílčích výsledků, které budou použity pro základní porovnání.

4.5 Konstrukce generátorů

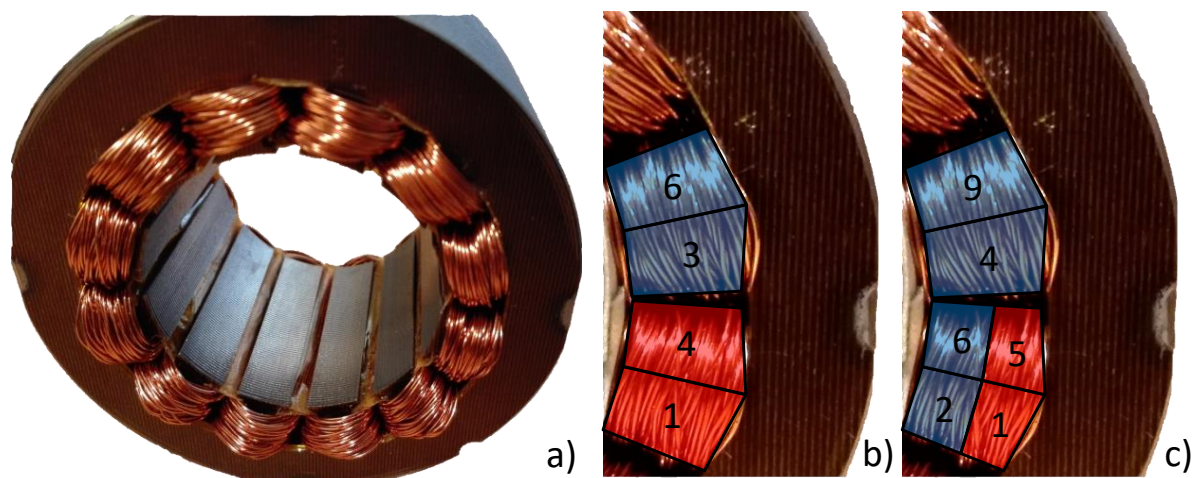
Dodané statorové svazky o axiální délce $l_{Fe} = 40$ mm byly podélně svařené na čtyřech místech, čímž byla zajištěna mechanická pevnost celého statoru. Pro zajištění zubů a omezení vibrací stroje by bylo nutné použít čelní stahovací desky. Vzhledem k rozměrům a čistě experimentálnímu účelu strojů nebyly stahovací desky použity, čímž nedošlo ke zvýšení rozptylové indukčnosti čel.

Jako vyložení drážek byla použita kaptonová fólie, která spíše než funkci izolační (amplituda fázového indukovaného napětí je vypočtena menší než 30 V) plní funkci ochrany vodičů proti mechanickému poškození izolace při jejich vkládání do drážek. Fólie byla vlepena do drážky s přesahem až do vrtání stroje. Po vložení všech cívek byl tento přesah zasunut do drážky a plní zároveň funkci mechanického uchycení vinutí v drážce.

Jednotlivé cívky byly navíjeny mimo stator a následně vkládány do drážek. Vzhledem k obtížnosti ručního vkládání více cívkových stran do drážky bylo nakonec nutné při stejném počtu vodičů v drážce $V_d = 112$ použít kruhový vodič o menším průměru, než bylo původně zamýšleno $D_v = 0,355$ mm (tento vodič je již zahrnut ve výpočtech při návrhu stroje). To mělo za následek menší činitel plnění drážky a menší proudovou zatížitelnost generátorů. Stroj s dvouvrstevným vinutím $q = 1/2$ má cívky s konstantním počtem závitů $N_c = 56$. Oproti tomu ve stroji s třívrstevným vinutím $q = 2/5$ se střídají jedna středová cívka s $N_{cs} = 52$ závitů a dvě krajní s $N_{ck} = 30$ závitů. Cívky byly vkládány a následně spojovány dle Tingleyho schématu v Tab. 14 a dle schématu vinutí v Příloze 7 a 8. Na Obr. 4.19 a) je zobrazen celý navinutý stator. Na první pohled není zřejmé, o které vinutí se jedná. Proto je na části b) a c) zobrazen detail první, druhé a třetí drážky s barevně vyznačenými a očíslovanými cívkovými stranami dle Tingleyho schématu. Vzhledem k nízkým napětím stroje nebylo nutné používat žádnou další cívkovou izolaci.

Pro rotor bylo z plechů z konstrukční oceli o tloušťce 3 mm vypáleno 14 osmiúhelníků pro stroj $q = 1/2$ a desetiúhelníků pro stroj $q = 2/5$. Délka rotoru je tudíž 42 mm; dva milimetry délky navíc slouží jako rezerva pro případné nepřesné lepení magnetů na plochy rotoru. Do plechů byl vypálen středový kruhový otvor o průměru 10 mm pro hřídel a 4 otvory

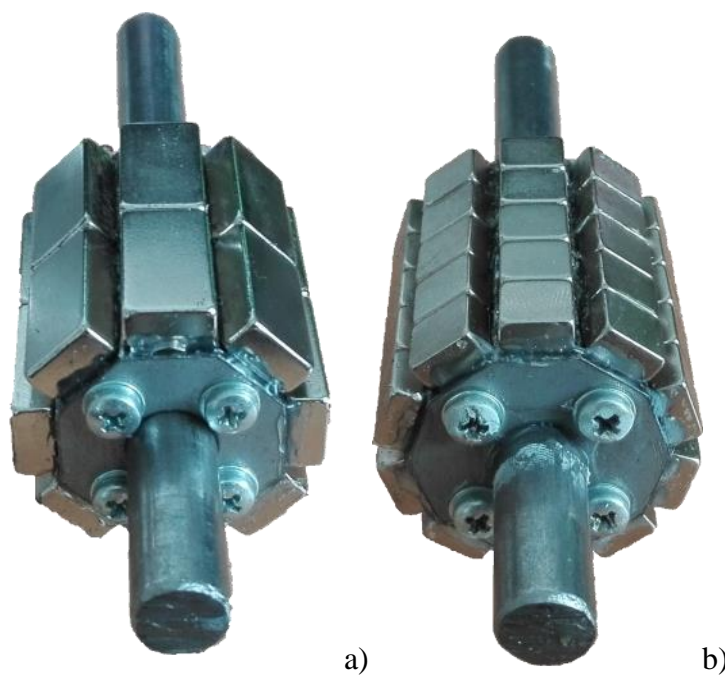
o průměru 3 mm pro šrouby sloužící jako stahovací svorníky a pro přesnější ustavení pozice jednotlivých plechů. Výkresy obou druhů plechu jsou v Přílohách 9 a 10.



Obr. 4.19: Navinutý stator (a), detailní pohled na cívky včetně naznačeného dvouvrstvého vinutí $q = 1/2$ (b) a třívrstvého vinutí $q = 2/5$ (c)

Pro hřídel byla použita ocelová tyč kruhového průřezu o průměru 10 mm zkrácená na délku 125 mm. Otvory v plechách byly vypáleny s přesahem, a následně upraveny pilníkem, aby je bylo možné na hřídel nasunout, avšak s co nejmenší vůlí. Kromě toho byl k hřídeli přilepen každý plech a posléze i celý sestavený rotor. Tím je zabráněno prokluzu rotoru na hřídeli. Nakonec byly otvory provlečeny šrouby, které jednak drží rotor v axiálním směru a jednak slouží jako dodatečná zábrana proti prokluzu některého z plechů.

Jednotlivé obvodové roviny plechů rotoru tvoří dosedací plochy povrchových permanentních magnetů. Ty byly lepeny postupně: pro každý pól byl najednou nalepen jeden magnet a po úplném zaschnutí lepidla byla nalepena další řada magnetů. Vzhledem k tomu, že dva sousední magnety tvořící jeden pól se z principu odpuzují, bylo vždy nutné na oba magnety



Obr. 4.20: Hotový rotor stroje $q = 1/2$ (a) a stroje $q = 2/5$ (b)

(původní již uchycený a nový, který byl právě lepený) nasadit dočasně magnet třetí (popř. více), který pomohl usměrnit tok obou magnetů a zabránil tak jejich odpuzování až do doby, než zaschlo lepidlo. Bylo tak nutné dodržovat přesný proces lepení, aby mezi magnety nevznikaly mezery, a zároveň bylo nutné každý magnet umístit přesně doprostřed dosedací plochy, aby mohly být měřené a vypočtené hodnoty porovnávány. K tomu byly na 3D tiskárně vytvořeny plastové přípravky, které tomuto ustavení dopomohly.

Hotový rotor stroje s $q = 1/2$ se skládá ze dvou magnetů v axiálním směru, stroj s $q = 2/5$ jich má pět. Tento počet vznikl v návaznosti na skladem dostupné magnety, kde stěžejními rozměry byla jejich výška a šířka. Fotografie výsledných rotorů jsou zobrazeny na Obr. 4.20.

Statorové stojany (Příloha 11) byly vytvořeny s ohledem na osovou výšku předpokládaného poháněcího motoru. Vnitřní otvor je přizpůsoben tvaru statoru a jeho ustavení je dosaženo pomocí silového spojení s přesahem a utaženo pomocí pojistného šroubu a matky. Oba statorové stojany byly staženy pomocí šroubů a vzdálenost mezi nimi byla vymezena pomocí matek a podložek.

Ložiskový štít slouží k uchycení rotoru a jeho centrálnímu ustavení vůči vnitřnímu průměru statoru. K tomu slouží čtyři otvory pro šrouby vypálené přesně dle statorových stojanů. Středový otvor v ložiskovém štítu je připravený pro ložisko, okolo kterého bude plastový izolační kroužek (Příloha 12) pro zabránění průchodu ložiskovým proudům. Na závěr byl tvar ložiskového stojanu upraven dle Přílohy 13, aby došlo k jeho odlehčení a byl umožněn alespoň částečný přístup k vinutí a magnetům sestaveného stroje.

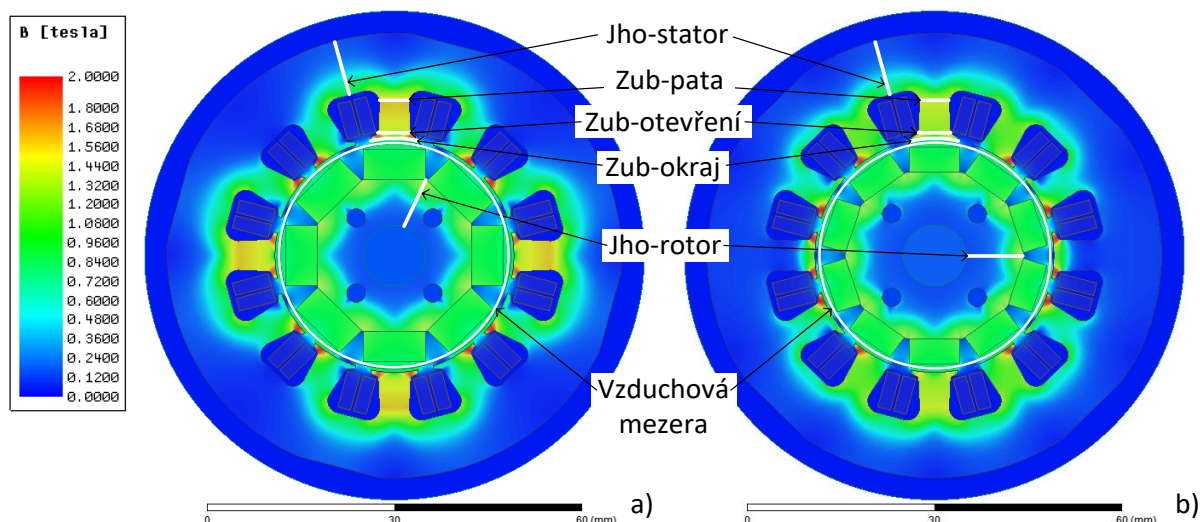
Na závěr byl celý stroj sestaven a vyrobena svorkovnice, na kterou bylo vyvedeno všech šest konců vinutí pro snazší možnost zapojení jak do hvězdy, tak do trojúhelníku. Celá fotogalerie popisující stavbu generátorů je součástí Přílohy 14.

5 Porovnání výpočtů a měření

5.1 Magnetická indukce, sycení magnetického obvodu

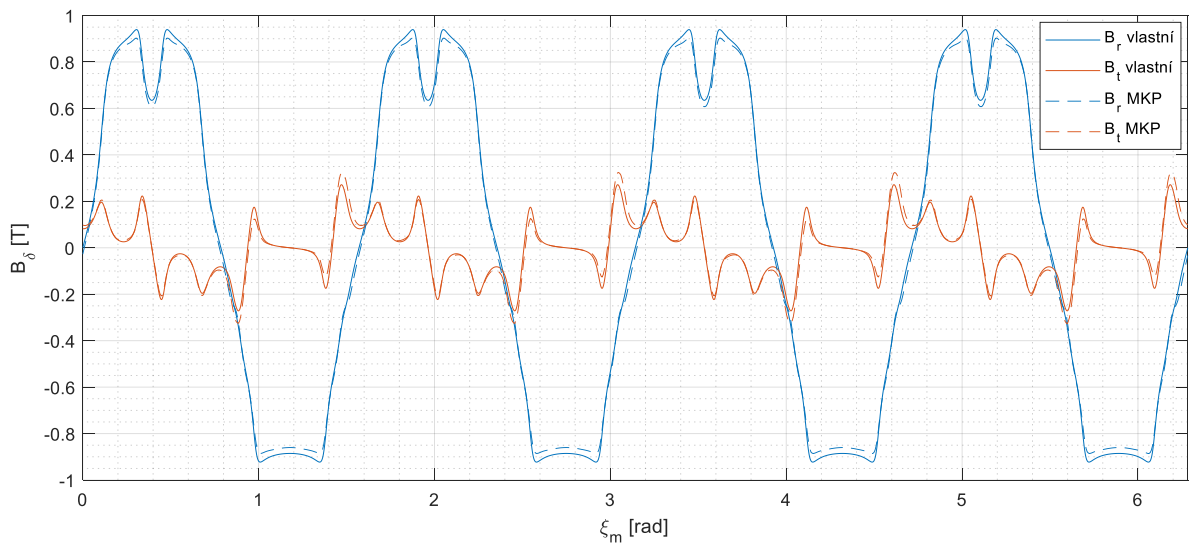
Z analytického návrhu stroje je známa amplituda indukce ve vzduchové mezeře B_δ a indukce v jednotlivých částech obou strojů. Velikost i průběh indukce ve vzduchové mezeře bez uvažování geometrie statoru byly ověřeny pomocí vlastního analytického výpočtu rozložení pole v kapitole 4.2.1 a výsledky jsou zobrazeny na Obr. 4.14 a Obr. 4.15 a shrnuty v Tab. 16. Nyní bude porovnán průběh indukce ve vzduchové mezeře určený vlastním výpočtem a pomocí metody konečných prvků.

Bude použita statická analýza magnetického pole v software ANSYS Electronics Desktop [3] ve stavu naprázdno, kdy jediným zdrojem magnetického pole jsou permanentní magnety. Výsledné rozložení magnetického pole je zobrazeno na Obr. 5.1.

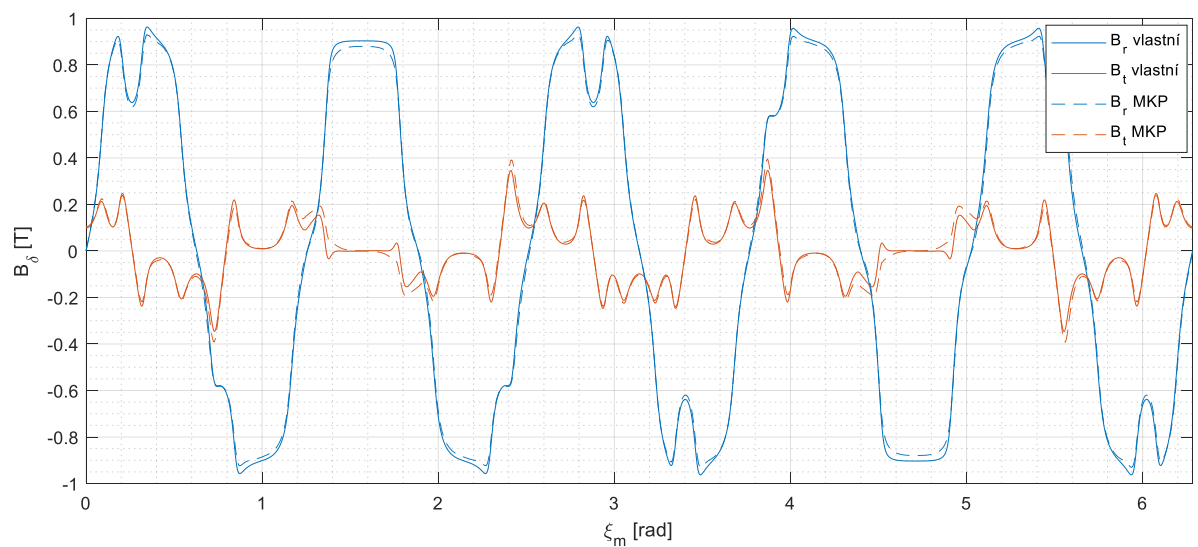


Obr. 5.1: Rozložení magnetického pole ve stavu naprázdno stroje $q = 1/2$ (a) a $q = 2/5$ (b). Bíle jsou vyznačeny pomocné geometrie pro výpočet velikosti magnetické indukce v dané oblasti

Nejprve je porovnán průběh obou složek indukce ve vzduchové mezeře určený pomocí vlastního výpočtu s výsledky metody konečných prvků, viz Obr. 5.2 a Obr. 5.3. Tvary průběhů včetně velikosti hodnot si jsou velmi blízké, použitá metoda se tudíž jeví jako vhodný nástroj pro další výpočty.



Obr. 5.2: Rozložení indukce ve vzduchové mezeře stroje $q = 1/2$



Obr. 5.3: Rozložení indukce ve vzduchové mezeře stroje $q = 2/5$

V Tab. 19 je zobrazeno porovnání vypočtených hodnot magnetické indukce v jednotlivých částech stroje z analytického návrhu a pomocí metody konečných prvků.

Tab. 19: Porovnání střední hodnoty indukce v jednotlivých částech strojů a relativní odchylka analyticky vypočtené hodnoty od MKP

B [T]	$q = 1/2$				$q = 2/5$			
	analyticky	RMxprt	MKP	δ [%]	analyticky	RMxprt	MKP	δ [%]
Jho-stator	0,38	0,42	0,42	-9,5	0,37	0,35	0,38	-2,6
Jho-rotor	0,78	0,53	0,64	21,9	0,57	0,38	0,47	21,3
Zub-páta	1,45	1,6	1,60	-9,4	1,42	1,69	1,45	-2,1
Zub-otevření	1,3		1,42	-8,5	1,27		1,30	-2,3
Zub-okraj	0,91		0,89	2,2	0,89		0,85	4,7

5.2 Parametry náhradního schématu, ztráty v železe

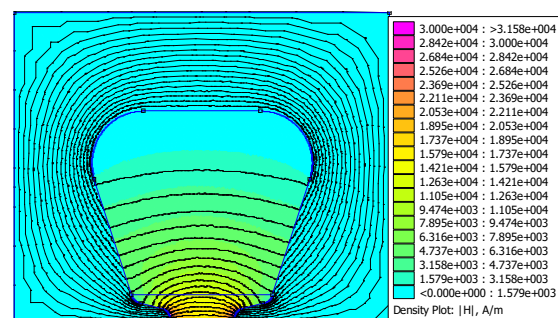
Elektrický odpor jednotlivých fází byl vypočten analyticky na základě délky, průřezu a počtu vodičů, obdržen jako výstup nástroje ANSYS RMxprt a následně změřen na navinutých strojích. Vzhledem ke stejné geometrii statoru a počtu závitů v sérii jsou vypočtené hodnoty obou strojů totožné. Orientační měření odporu pomocí multimetru probíhalo v průběhu navíjení a spojování jednotlivých cívek. Po navinutí celého statoru bylo provedeno měření odporu pomocí Ohmovy metody a digitálním RLC metrem Keysight U1733C na frekvenci 100 Hz při teplotě okolí 20 °C. Měření Ohmovou metodou bylo opakováno po zapojení vinutí na svorkovnici pro ověření, zda na ní nedochází k nezanedbatelným úbytkům napětí. Díky vyvedení obou konců vinutí na svorkovnici bylo možné změřit přímo hodnotu odporu všech tří fází. Porovnání vypočtených a změřených hodnot je v Tab. 20.

Tab. 20: Porovnání vypočtených a změřených hodnot odporů

R_a [Ω]	$q = 1/2$				$q = 2/5$			
	analyticky	RMxprt	Měření		analyticky	RMxprt	MKP	
			Ohmova metoda	RLC metr			Ohmova metoda	RLC metr
A	-	-	4,18	4,14	-	-	4,19	4,12
B	-	-	4,21	4,15	-	-	4,22	4,11
C	-	-	4,17	4,14	-	-	4,16	4,12
Střední hodnota	4,19	3,98	4,19	4,14	4,19	3,98	4,19	4,12

Odchylka analyticky vypočtené hodnoty a změřené pomocí RLC metru je menší než 2 % a odchylka jednotlivých změřených fázových hodnot od střední hodnoty je menší než 0,8 %.

Všechny složky indukčnosti představují míru magnetické energie spřažené se statorovým vinutím. Z toho důvodu je vhodné provádět analýzu magnetického pole bez uvažování permanentních magnetů. Statorový proud by měl být volen s ohledem na dodržení sycení v jednotlivých částech stroje. V tomto případě je vliv sycení zanedbatelný a sycená i nesycená indukčnost budou téměř identické. Rozptylovou indukčnost jedné drážky lze ověřit za pomoci postupu z kapitoly 3 a výpočtu činitele magnetické vodivosti drážky. Úloha je výpočetně i geometricky velmi jednoduchá, proto byl vytvořen model v programu FEMM, viz



Obr. 5.4: Intenzita rozptylového magnetického pole jedné drážky

Obr. 5.4. Okolní prostředí drážky je zvoleno lineární, proud v drážce $I_d = 50$ A a axiální délka

úlohy $l_{Fe} = 1$ m. Energie magnetického pole v drážce je vypočtena zvlášť pro oblast vodiče a otevření drážky a má hodnotu $W_{mCu} = 7,04 \cdot 10^{-4}$ J a $W_{mke} = 6,63 \cdot 10^{-4}$ J. Činitel magnetické vodivosti je v daných částech určen dle (3.5) a (3.6) jako

$$\lambda_{CuMKP} = \frac{2W_{mCu}}{\mu_0 l_{Fe} I_d^2} = \frac{2 \cdot 7,04 \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 50^2} = 0,448 \quad (5.1)$$

$$\lambda_{keMKP} = \frac{2W_{mke}}{\mu_0 l_{Fe} I_d^2} = \frac{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 50^2} = 0,422$$

a činitel magnetické vodivosti jedné drážky určený pomocí metody konečných prvků je

$$\lambda_{d1MKP} = \lambda_{dCuMKP} + \lambda_{dkeMKP} = 0,448 + 0,422 = 0,870, \quad (5.2)$$

oproti které má hodnota vypočtená analyticky relativní odchylku

$$\delta_{\lambda d1} = \frac{\lambda_{Cu} + \lambda_{ke} - \lambda_{d1MKP}}{\lambda_{d1MKP}} \cdot 100\% = \frac{0,553 + 0,346 - 0,870}{0,870} \cdot 100\% = 3,4\% \quad (5.3)$$

Pro určení jednotlivých indukčností je nutné vytvořit model celého stroje, avšak permanentní magnety budou pouze nahrazeny pasivním materiálem o dané relativní permeabilitě μ_{rPM} . Pro výpočet je opět použita statická konečněprvková analýza; statorové proudy odpovídají zvolenému časovému okamžiku třífázové symetrické soustavy harmonických proudů a je analyzována jedna časová perioda. Pro určení rozptylové indukčnosti drážky je počítána energie v drážkové oblasti všech tří fází (viz Obr. 5.5) a dle vztahu pro výpočet indukčnosti třífázového systému odvozeného v [29]

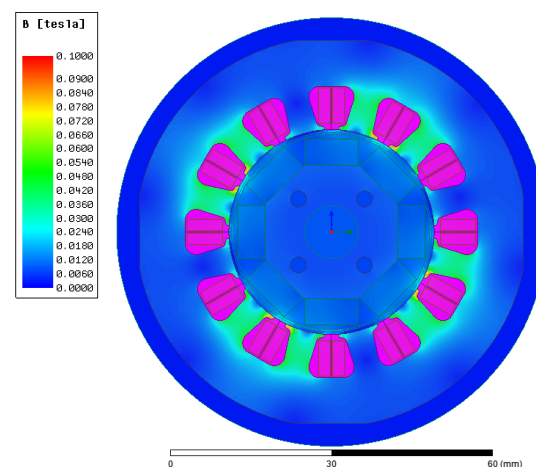
$$L_{3f} = \frac{4 W_m}{3 I_m^2} \quad (5.4)$$

Pro stroj $q = 1/2$ vychází rozptylová indukčnost drážky $L_{1\sigma d} = 1,55 \cdot 10^{-3}$ H a pro stroj s vinutím $q = 2/5$ je $L_{1\sigma d} = 1,65 \cdot 10^{-3}$ H.

Součet hlavní indukčnosti a indukčnosti diferenčního rozptylu $L_{ad} + L_{dif}$ bude určen

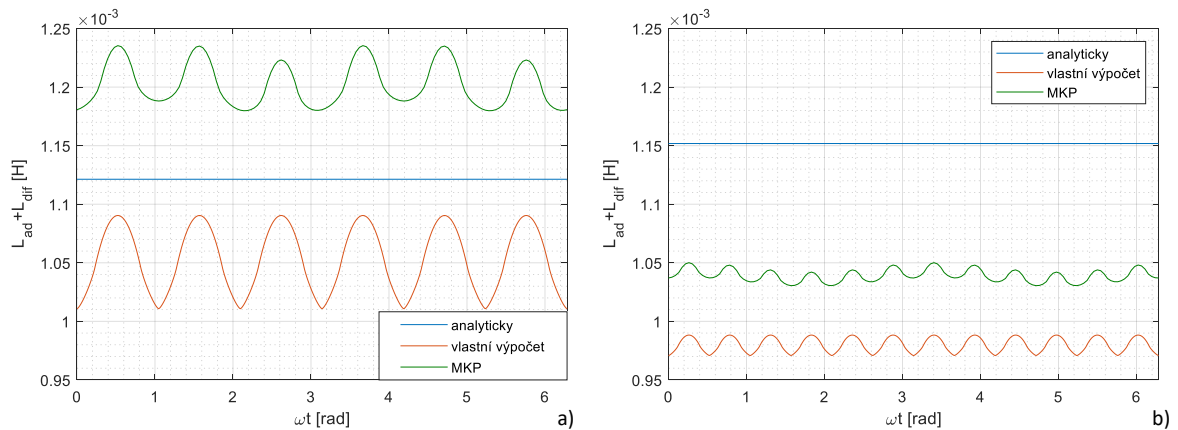
dle (2.63). Časově proměnná indukčnost nemůže být určena na základě prostého analytického výpočtu; proto je nutné použít vlastní výpočet rozložení pole a bude porovnána s výsledky metody konečných prvků. Tato indukčnost je obecně proměnná vlivem geometrie statoru a uspořádání vinutí. Vliv má také geometrie rotorového železa, ale ta může být zahrnuta pouze v konečněprvkovém modelu.

Na Obr. 5.6 je porovnaný součet obou indukčností včetně závislosti na čase pro jednu



Obr. 5.5: Zvýraznění oblasti pro výpočet rozptylové indukčnosti drážky

periodu pro oba analyzované stroje. Odchyly mezi jednotlivými hodnotami jsou v řádu procent. Je patrné, že vypočtená pulzace indukčnosti odpovídá reálnému rozložení pole určeného metodou konečných prvků. V konečněprvkovém průběhu je také promítnuta geometrie rotoru a odlišná indukčnost v podélném a příčném směru; zanedbáním tohoto rozdílu však nedojde k velké chybě. Pulzace indukčnosti pro stroj s vinutím $q = 2/5$ je výrazně menší, než u stroje $q = 1/2$.



Obr. 5.6: Výpočet indukčnosti pomocí toku ve vzduchové mezeře stroje $q = 1/2$ (a) a stroje $q = 2/5$ (b)

Celkovou indukčnost stroje lze opět určit dle vztahu (5.4), když vypočtená energie bude rovna energii v celém objemu stroje. Pro stroj $q = 1/2$ vychází střední hodnota celkové indukčnosti z výpočtu metodou konečných prvků $L_d = 3,22 \cdot 10^{-3}$ H a pro stroj s vinutím $q = 2/5$ je $L_d = 3,30 \cdot 10^{-3}$ H^{**}. Rozptylovou indukčnost statoru lze tudíž také určit jako rozdíl $L_d - (L_{ad} + L_{dif})$. Přehled všech vypočtených středních hodnot indukčností pomocí rozdílných metod je shrnut v Tab. 21.

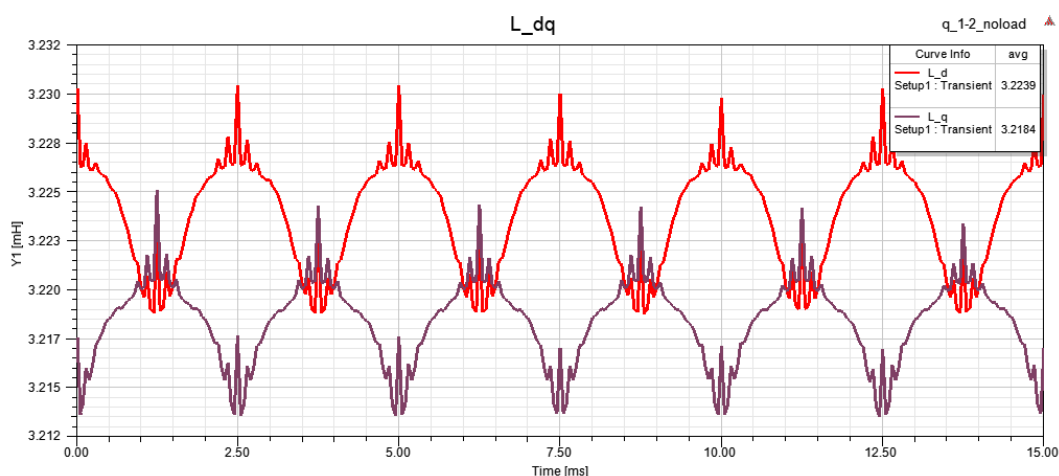
Z tabulky je patrné, že celková indukčnost vypočtená pomocí metody konečných prvků je větší, než součet vypočtené hlavní a rozptylové indukčnosti. Příčinou bude odlišnost principů výpočtu z magnetického toku a z energie magnetického pole a zanedbání té části rozptylového toku, která prochází oblastí vzduchové mezery. Odchylka většiny výpočtů se pohybuje pod hranicí 10 %, což je přijatelná hodnota.

Jak bylo řečeno při analytickém výpočtu indukčností, nehomogenita rotoru způsobí odlišnou velikost podélné a příčné indukčnosti. Obě složky jsou vypočteny pomocí ANSYS Electronics Desktop na základě vlastních a vzájemných indukčností jednotlivých fází a polohy rotoru. Na Obr. 5.7 a Obr. 5.8 jsou porovnány výsledky obou strojů.

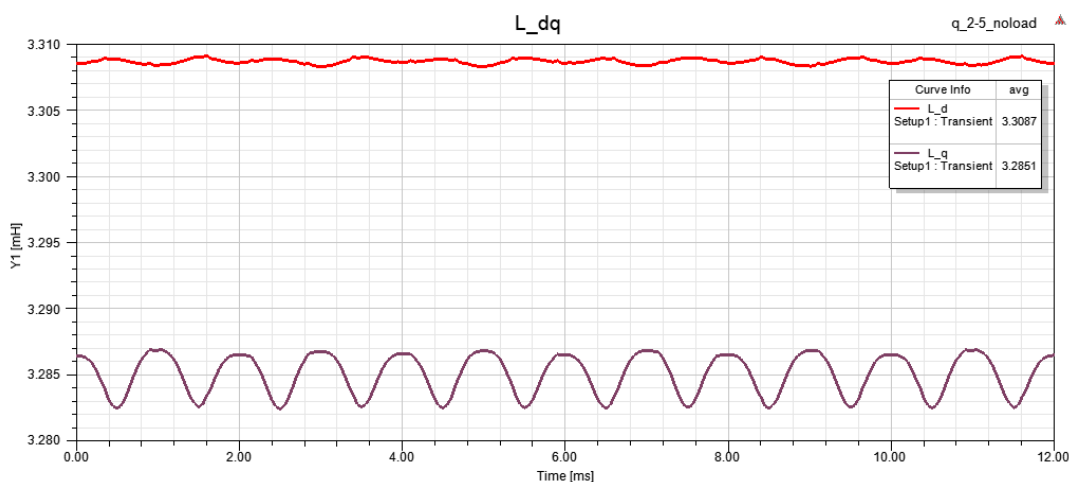
** Jelikož se jedná o 2D úlohu, není ve výpočtu zahrnuta rozptylová indukčnost čel vinutí. Formálně se tak jedná o rozdíl $L_d - L_{1\sigma c}$ a rozptylovou indukčnost čel je nutné přičíst

Tab. 21: Porovnání vypočtených hodnot indukčnosti

L [mH]	$q = 1/2$				$q = 2/5$			
	analyticky	vlastní výpočet pole	RMxpert	MKP	analyticky	vlastní výpočet pole	RMxpert	MKP
L_{ad}	0,77	–	0,45	–	0,63	–	0,45	–
$L_{1\sigma\check{c}}$	0,082	–	0,052	–	0,066	–	0,043	–
$L_{1\sigma d}$	2,14	–	2,07	1,55	1,87	–	2,34	1,65
L_{dif}	0,35	–	0,12	–	0,53	–	0,32	–
$L_{1\sigma}$	2,14	–	2,25	–	2,47	–	2,70	–
$L_{ad} + L_{dif}$	1,12	1,05	0,57	1,20	1,15	0,98		1,04
L_d	2,91	–	2,71	3,22	3,09	–	3,15	3,30
$L_d - (L_{ad} + L_{dif} + L_{1\sigma\check{c}})$	1,70	–	2,07	2,02	1,87	–	2,34	2,19



Obr. 5.7: Podélná a příčná složka indukčnosti stroje $q = 1/2$



Obr. 5.8: Podélná a příčná složka indukčnosti stroje $q = 2/5$

Pro výpočet je použita transientní analýza, kde analyzovaná časová oblast odpovídá jedné elektrické periodě. Rozdíl ve velikosti obou složek indukčnosti je téměř zanedbatelný, a tak lze opravdu na stroj nahlížet jako na stroj s povrchovými magnety se zanedbáním reluktanční složky momentu.

Měření indukčnosti bylo opět provedeno pomocí RLC metru Keysight U1733C. Nejprve byl měřen samostatný stator před umístěním do stojanů s vloženým rotorovým paketem bez nalepených magnetů. Měření bylo následně opakováno pro kompletní sestavený stroj. Pro získání frekvenční závislosti indukčnosti bylo měření provedeno po dekádách ve frekvenčním rozsahu 100 Hz – 100 kHz. Tabelární zpracování indukčností pro obě měření je shrnuto v Tab. 22 a Tab. 23, jejich závislost na frekvenci je pak zobrazena na Obr. 5.9.

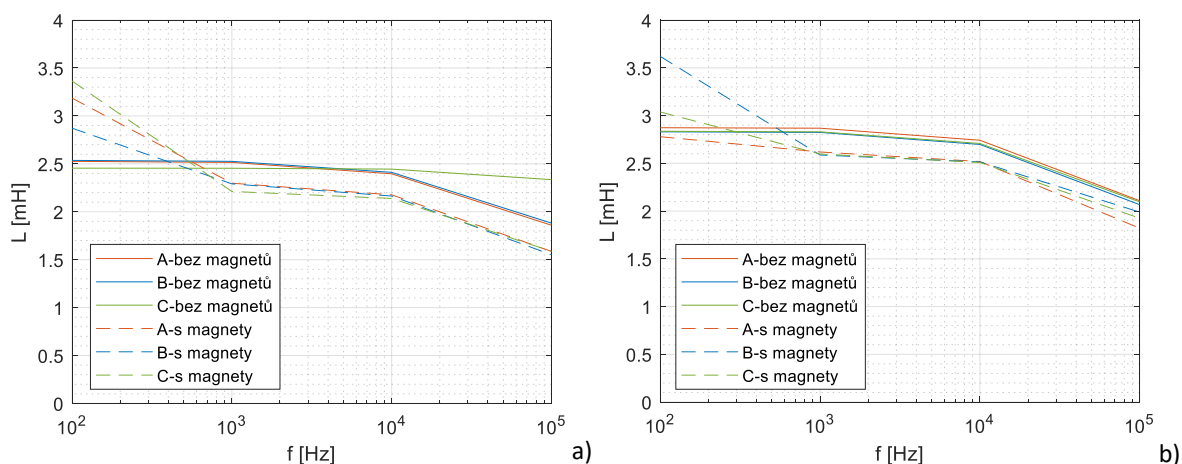
Je patrné, že pro rotor bez magnetů jsou indukčnosti všech fází téměř identické pro všechny frekvence u stroje s $q = 2/5$. Stroj s $q = 1/2$ vykazuje odlišnou charakteristiku fáze C, což je zřejmě zapříčiněno aktuální pozicí rotoru. Při měření stroje s permanentními magnety při frekvenci 100 Hz došlo k nárůstu indukčnosti, avšak velmi se lišily změřené hodnoty pro jednotlivé fáze. To lze opět vysvětlit aktuální pozicí rotoru, kdy po jeho pootočení došlo ke změně zobrazené hodnoty. Permanentní magnety tak mají zásadní vliv na měřenou velikost indukčnosti. Naopak pro vyšší frekvence indukčnost klesla, ale jednotlivé hodnoty jsou si velmi blízké. To je pravděpodobně zapříčiněno indukováním vířivých proudů v magnetech, které vytvářejí dodatečné magnetické pole.

Tab. 22: Změřené indukčnosti stroje $q = 1/2$

L [mH]	fáze	f [Hz]			
		100	1 000	10 000	100 000
Bez magnetů	A	2,526	2,515	2,396	1,859
	B	2,536	2,526	2,411	1,881
	C	2,455	2,454	2,445	2,335
	Střední hodnota	2,506	2,498	2,417	2,025
S magnety	A	3,186	2,298	2,177	1,586
	B	2,872	2,291	2,164	1,551
	C	3,364	2,212	2,139	1,587
	Střední hodnota	3,141	2,267	2,160	1,575

Tab. 23: Změřené indukčnosti stroje $q = 2/5$

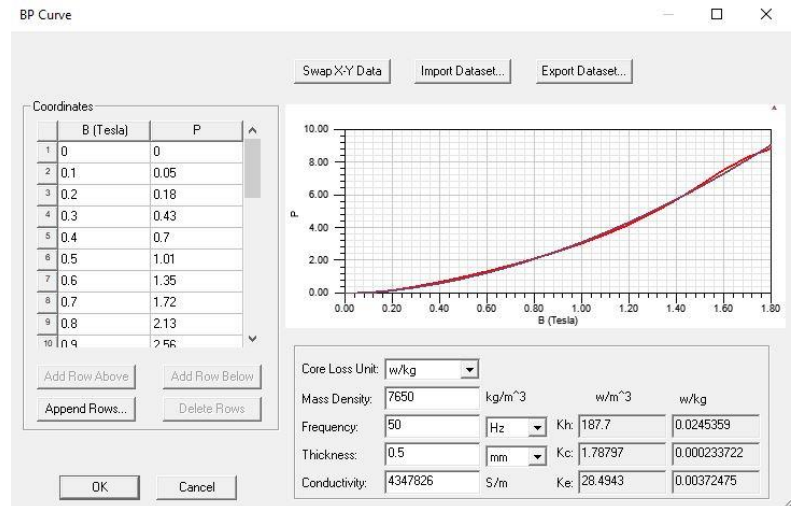
L [mH]	fáze	f [Hz]			
		100	1 000	10 000	100 000
Bez magnetů	A	2,873	2,868	2,742	2,108
	B	2,830	2,824	2,698	2,067
	C	2,836	2,830	2,708	2,096
	Střední hodnota	2,846	2,841	2,716	2,090
S magnety	A	2,779	2,619	2,519	1,820
	B	3,620	2,587	2,515	1,989
	C	3,038	2,598	2,509	1,925
	Střední hodnota	3,146	2,601	2,514	1,911

Obr. 5.9: Změřená frekvenční závislost indukčnosti jednotlivých fází stroje s $q = 1/2$ (a) a stroje s $q = 2/5$ (b) pro stroj bez magnetů a s magnety

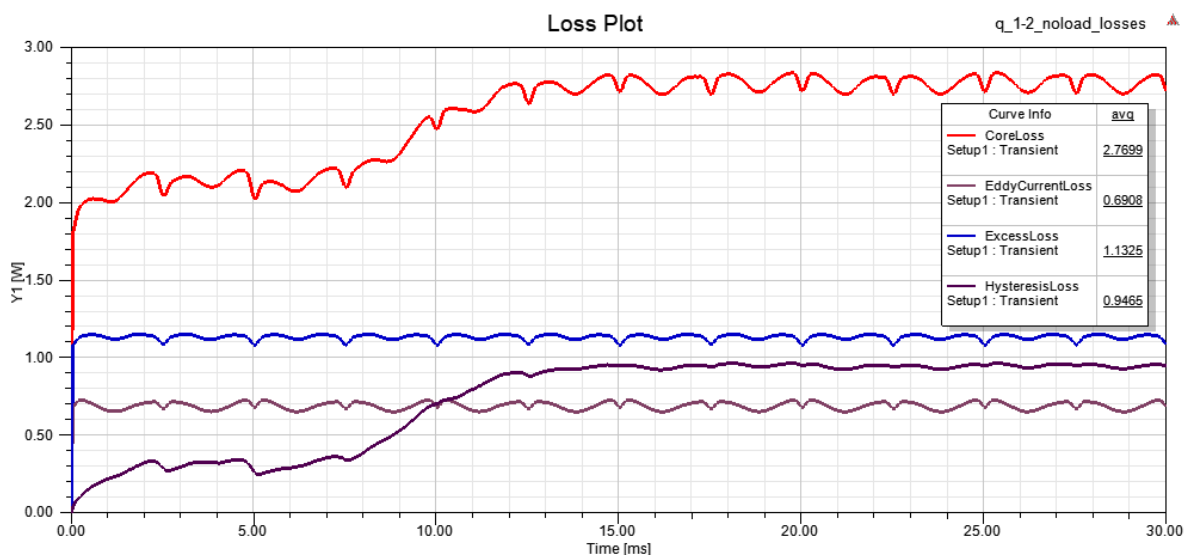
Střední změřené hodnoty indukčností strojů s umístěnými permanentními magnety jsou o 7,4 %, resp. 1,8 % větší oproti analyticky vypočteným hodnotám a naopak o 2,5 %, resp. 4,9 % menší oproti hodnotám získaných metodou konečných prvků pro stroje s $q = 1/2$ a s $q = 2/5$.

Pro výpočet ztrát v železe pomocí metody konečných prvků je použita tranzientní analýza ve stavu naprázdno, kdy magneticky vodivým plechům a permanentním magnetům je přiřazena elektrická vodivost a plechy mají na základě datasheetu definována ztrátová čísla v závislosti na velikosti magnetické indukce (Obr. 5.10) Na základě toho jsou následně odvozeny i charakteristiky pro ostatní frekvence. Tranzientní analýza je vždy provedena pro dvě elektrické periody, kdy během první periody dojde k ustálení výsledků. Výsledné ztráty jsou pak průměrnou hodnotou pro poslední periodu výpočtu Průběh ztrát ve stavu naprázdno

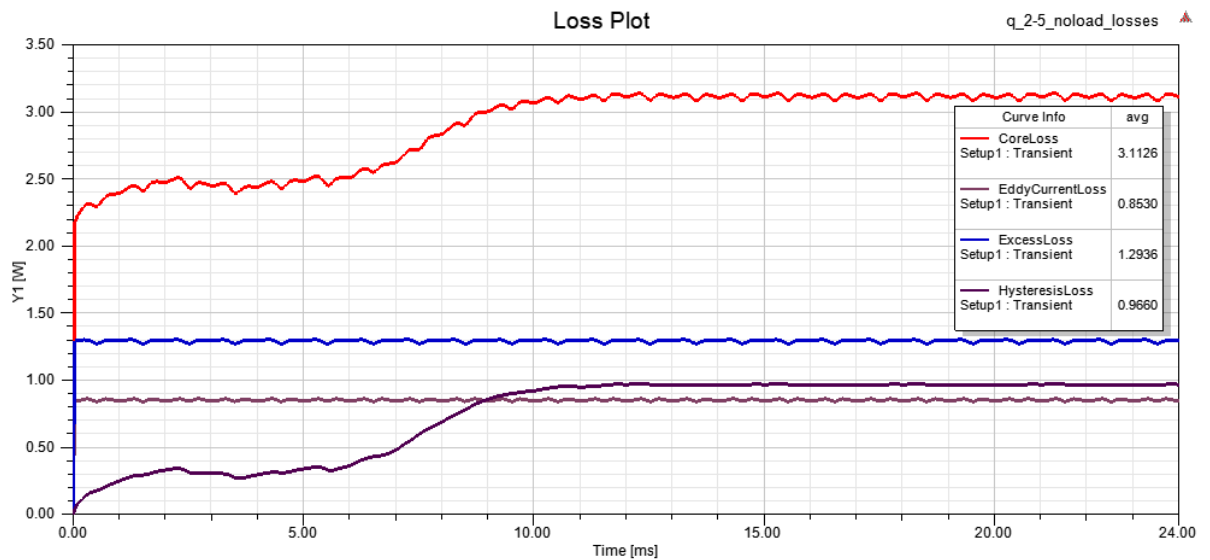
obou strojů je zobrazen na Obr. 5.11 a Obr. 5.12. Celkové ztráty označené jako „CoreLoss“ se skládají z jednotlivých složek, které jsou v grafech také zakreslené. Analyticky vypočtené hodnoty ztrát v železe jsou určeny $\Delta P_{Fe} = 2,85 \text{ W}$ pro stroj s $q = 1/2$ a $\Delta P_{Fe} = 3,47 \text{ W}$ pro stroj s $q = 2/5$, což znamená relativní odchylku 2,8 %, resp. 11,4 % od hodnoty určené pomocí metody konečných prvků.



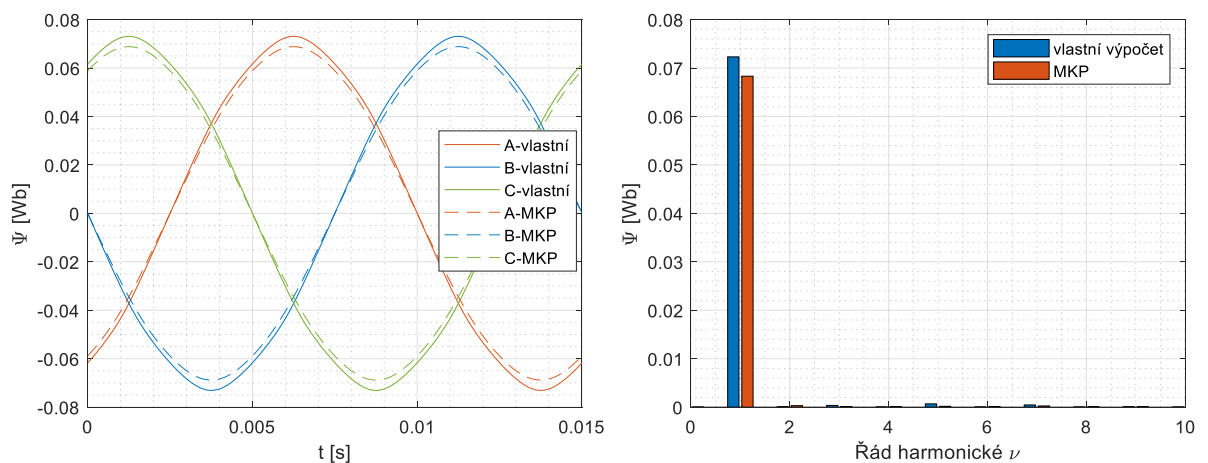
Obr. 5.10: Definování ztrát v železe v programu ANSYS Maxwell

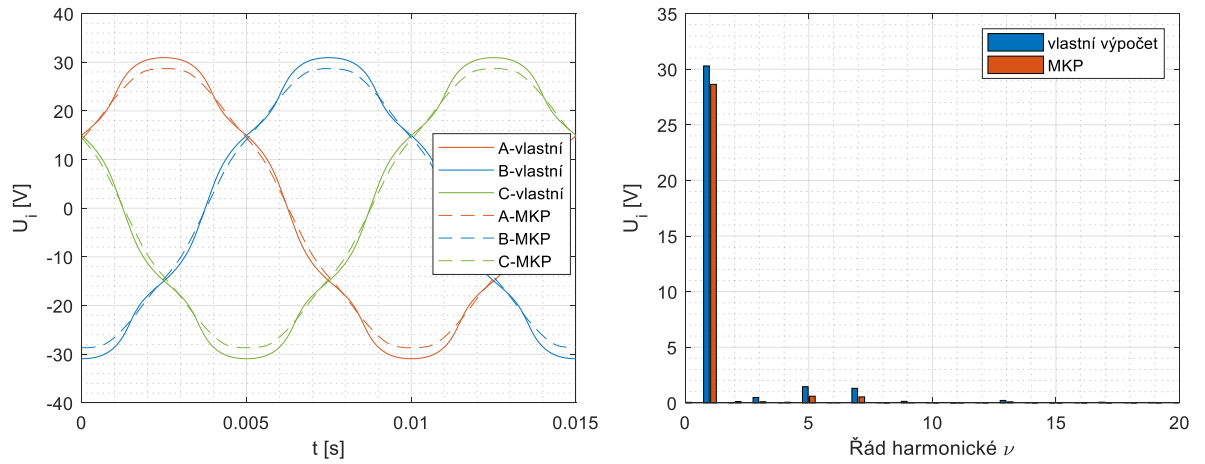


Obr. 5.11: Průběh ztrát naprázdno pro stroj s $q = 1/2$

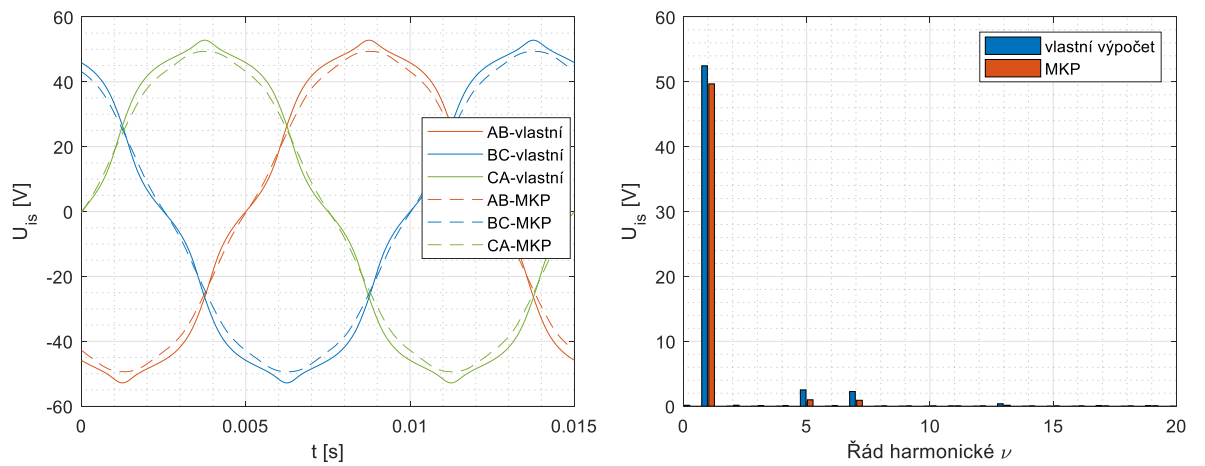
Obr. 5.12: Průběh ztrát naprázdno pro stroj s $q = 2/5$

Stejná analýza je použita i pro vyhodnocení průběhu spřaženého toku a indukovaného napětí. Nezávisle na zapojení vinutí jsou přímo vypočtené fázové hodnoty indukovaných napětí pomocí MKP a nepřímo odvozeny průběhy sdružených napětí. Výsledky získané pomocí MKP jsou porovnány s analytickým návrhem a vlastními výpočty dle rovnic (2.58) - (2.62). Porovnání vypočtených průběhů a jejich spektrum je zobrazeno na Obr. 5.13 - Obr. 5.18.

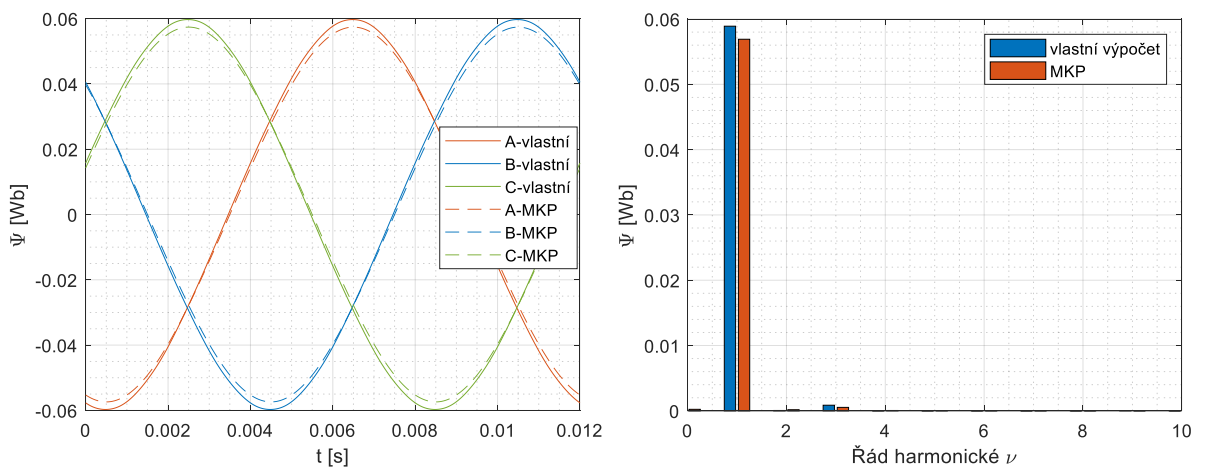
Obr. 5.13: Porovnání průběhů spřažených toků a jejich spektrum pro stroj s $q = 1/2$



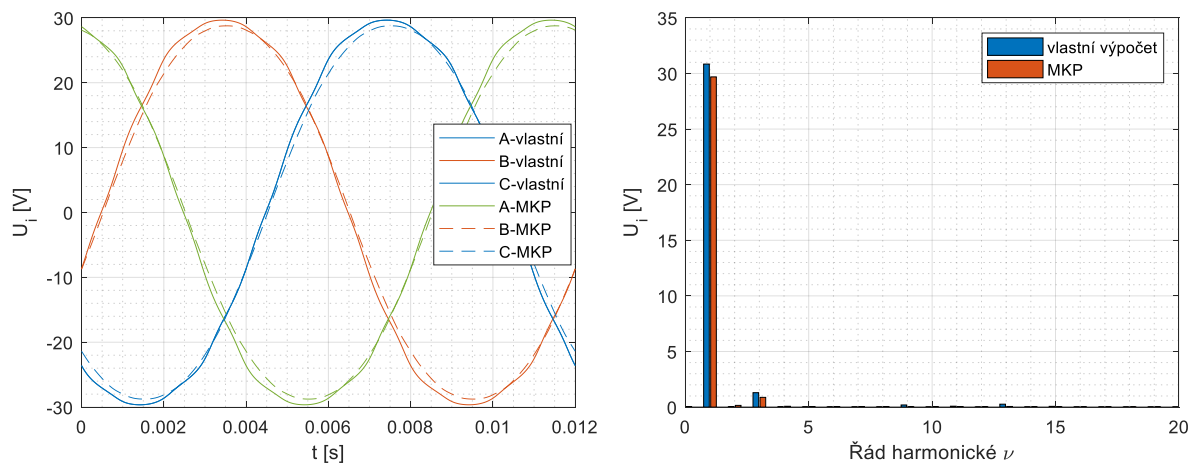
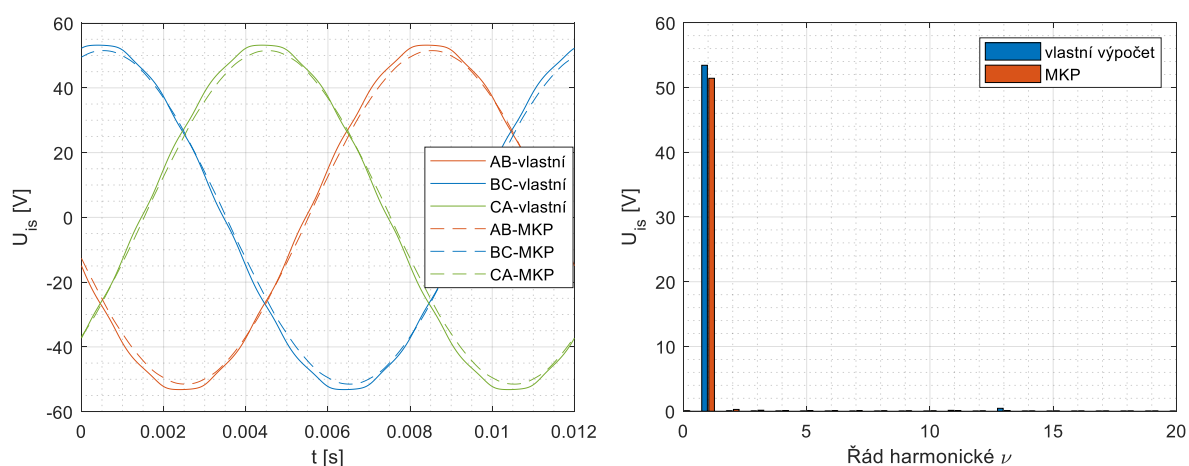
Obr. 5.14: Porovnání průběhů fázových indukovaných napětí a jejich spektrum stroje $q = 1/2$



Obr. 5.15: Porovnání průběhů sdužených indukovaných napětí a jejich spektrum stroje $q = 1/2$



Obr. 5.16: Porovnání průběhů sprážených toků a jejich spektrum pro stroj s $q = 2/5$

Obr. 5.17: Porovnání průběhů fázových indukovaných napětí a jejich spektrum stroje $q = 2/5$ Obr. 5.18: Porovnání průběhů sružených indukovaných napětí a jejich spektrum pro stroj s $q = 2/5$

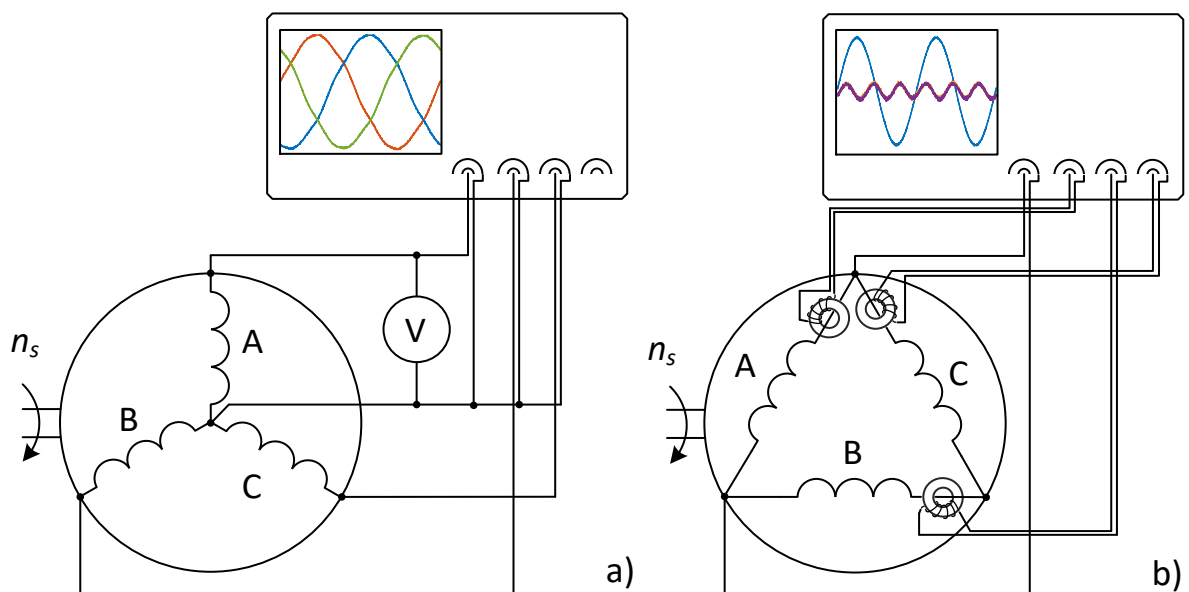
Z průběhů je patrná vyšší hodnota spráženého toku určeného pomocí vlastního výpočtu, která následně ovlivní i indukované napětí. Dobrá shoda však nastala ve složení spektra jednotlivých průběhů. U stroje s $q = 1/2$ jsou patrné 5. a 7. harmonická, které ovlivňují fázové i sružené indukované napětí. Naopak fázové hodnoty stroje s $q = 2/5$ mají výraznější třetí harmonickou, která je však eliminována v případě sruženého napětí.

Velikost indukovaného napětí v náhradním schématu U_{ib} je rovna právě fázové hodnotě indukovaného napětí. Nyní lze provést kontrolu odporu respektujícího ztráty v železe z výsledků metody konečných prvků a porovnat ji s analyticky určenou hodnotou:

$$R_{FeMKP} = \frac{3U_{iMKP}^2}{\Delta P_{FeMKP}} = \begin{cases} \frac{3 \cdot 20,3^2}{2,85} = 434 \Omega ; q = \frac{1}{2} \\ \frac{3 \cdot 21,0^2}{3,47} = 381 \Omega ; q = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (5.5)$$

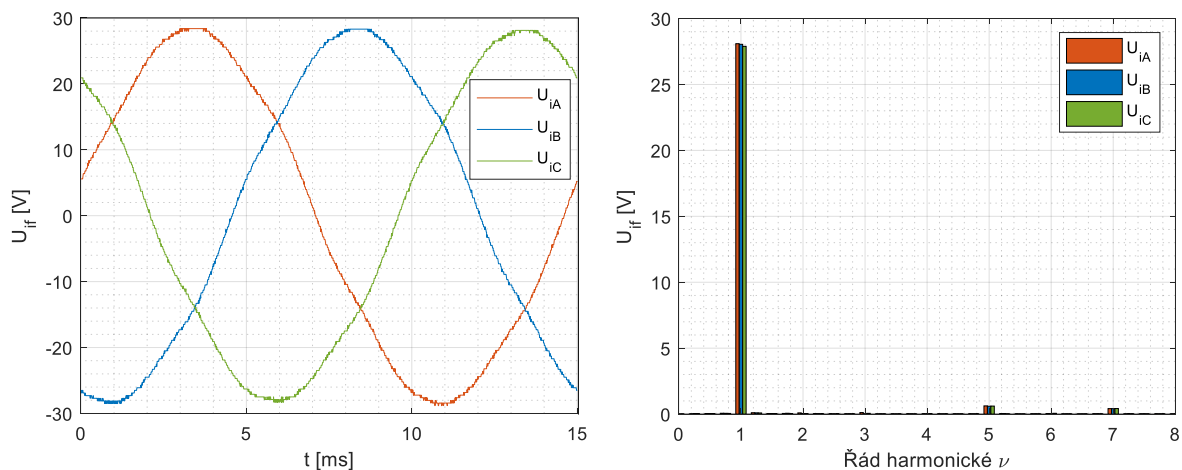
5.3 Stav naprázdno

Vypočtené i změřené průběhy indukovaných napětí do jednotlivých vinutí ve stavu naprázdno jsou shodné jak pro rozpojená vinutí, tak pro zapojení vinutí do hvězdy nebo do trojúhelníku. Liší se pouze v pohledu na fázové a sdružené hodnoty napětí pro jednotlivá zapojení. Při měření naprázdno byl vždy generátor roztočen na synchronní rychlost n_s a pomocí osciloskopu RIGOL DS 1074B byly zaznamenávány přímo fázové hodnoty napětí. Zároveň byla pro kontrolu pomocí voltmetru měřena velikost indukovaného napětí. Schéma měření je zobrazeno na Obr. 5.19 a).

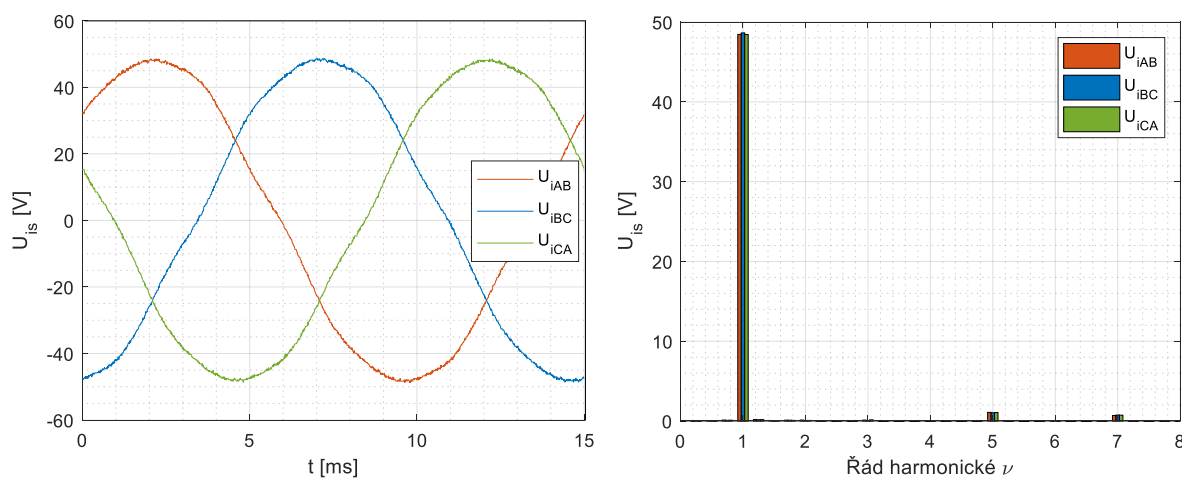


Obr. 5.19: Schématické znázornění měření fázových indukovaných napětí v zapojení do hvězdy (a) a měření proudu vinutím v zapojení do trojúhelníku (b)

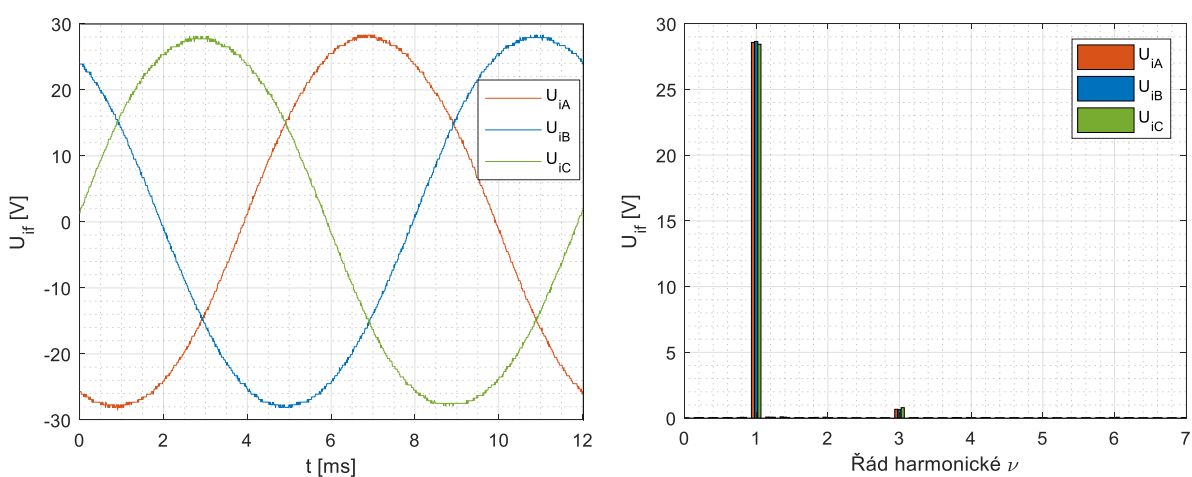
Analyzovaná data z osciloskopu vždy obsahovala celou mechanickou periodu (60 ms), aby bylo možné zachytit případné oscilace vlivem např. excentricky usazeného rotoru. Na základě celé mechanické periody byla provedena frekvenční analýza. Průběhy jedné elektrické periody a spektra fázových indukovaných napětí a sdružených indukovaných napětí pro zapojení do hvězdy obou strojů jsou zobrazeny na Obr. 5.20 - Obr. 5.23.



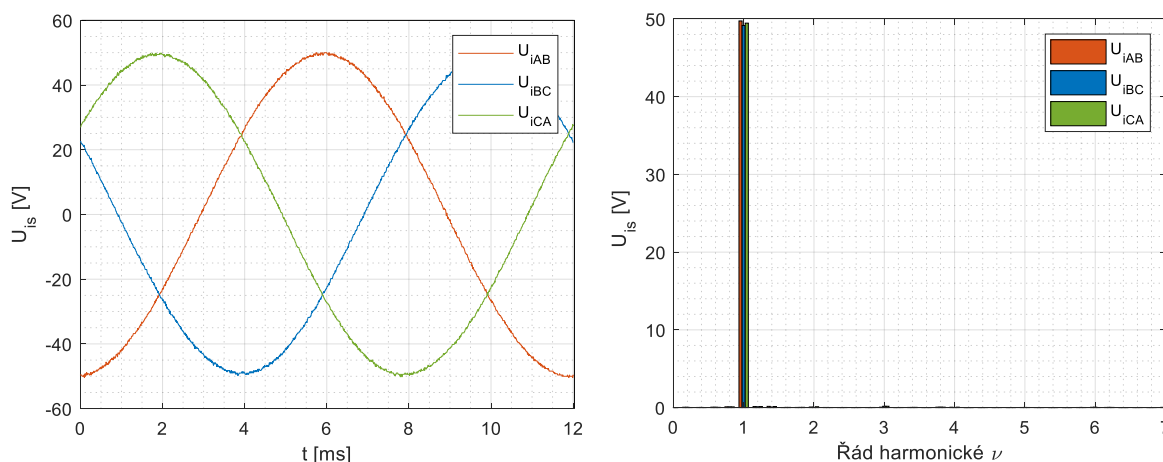
Obr. 5.20: Změřené průběhy fázových indukovaných napětí a jejich spektrum stroje s $q = 1/2$



Obr. 5.21: Změřené průběhy sdužených indukovaných napětí a jejich spektrum stroje $q = 1/2$



Obr. 5.22: Změřené průběhy fázových indukovaných napětí a jejich spektrum stroje s $q = 2/5$

Obr. 5.23: Změřené průběhy sružených indukovaných napětí a jejich spektrum stroje $q = 2/5$

Rozložení spektra průběhů indukovaných napětí přesně odpovídá předpokládaným vypočteným hodnotám. Rozdíl jednotlivých amplitud základní harmonické oproti střední hodnotě je menší než 2 %. Vinutí je tedy dobře navinuté, symetrické a vhodné pro další analýzy.

V Tab. 24 je shrnuto porovnání vypočtených a změřených hodnot spráženého toku a indukovaných napětí z této a předchozí kapitoly; u toku je určena maximální hodnota, u napětí efektivní průměrná hodnota všech tří fází. Rozdíl mezi hodnotami indukovaného napětí obdrženy pomocí MKP a z měření je menší než 4 %.

Tab. 24: Porovnání vypočtených a změřených hodnot spráženého toku a indukovaných napětí

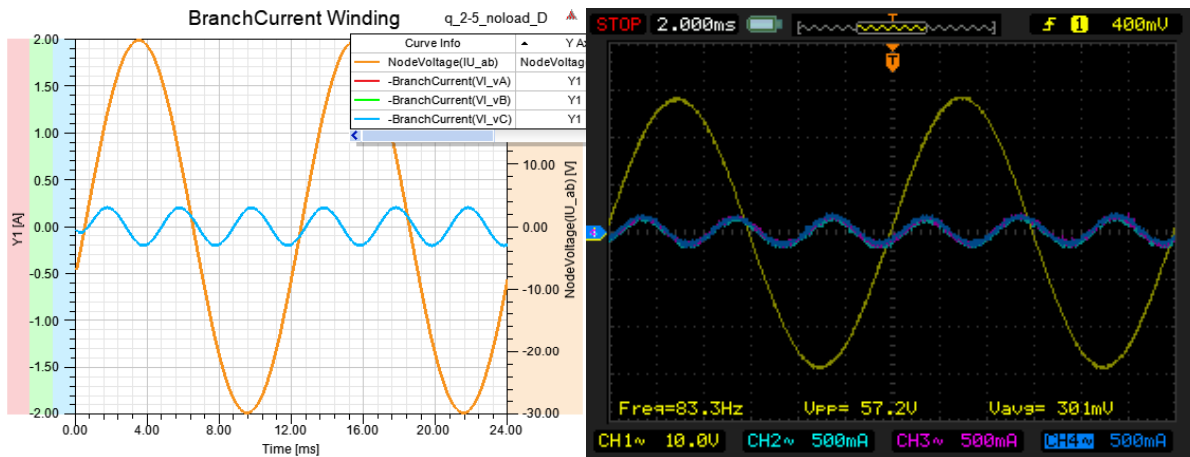
	$q = 1/2$					$q = 2/5$				
	analyticky	vlastní výpočet	RMxprt	MKP	měření	analyticky	vlastní výpočet	RMxprt	MKP	měření
Ψ [Wb]	0,073	0,073	–	0,069	–	0,062	0,060	–	0,057	–
U_i [V]	21,5	21,5	–	20,3	19,8	22,5	21,8	–	21,0	20,2
U_{is} [V]	37,2	37,2	30,4	35,1	34,3	39,0	37,8	34,2	36,4	35,0

Symetričnost vinutí zajišťuje, že ani v zapojení do trojúhelníku nepotečou ve vinutí vyrovnávací proudy naprázdno. Výjimkou jsou proudy vybuzené třetí harmonickou složkou indukovaného napětí. Proudů vybuzené všemi třemi fázemi mají shodný fázový posun, a tudíž se mohou v zapojení do trojúhelníku uzavírat. Zubové vinutí s $q = 1/2$ má činitel zkrácení kroku roven $\beta = 2/3$; činitel kroku třetí harmonické k_{y3} je dle (2.6) roven nule a tudíž i činitel

vinutí k_{v3} je roven nule. Tomu také odpovídá spektrum fázového indukovaného napětí na Obr. 5.17 a Obr. 5.22. Optimalizované třívrstvé vinutí s $q = 2/5$ má činitel vinutí třetí harmonické dle (4.26) roven

$$k_{v3} = \sin\left(3 \cdot \frac{5\pi}{12}\right) \cdot \frac{\sin\frac{3\cdot\pi}{2\cdot 3}}{\sin\frac{3\cdot\pi}{3\cdot 2}} \cdot \left[1 - (4 - 2\sqrt{3}) \left(1 + \cos\frac{3 \cdot 5\pi}{6}\right)\right] \doteq 0,328, \quad (5.6)$$

a tudíž lze očekávat uzavírání proudů třetí harmonické ve vinutí. Pro ověření správnosti této hypotézy byly pomocí osciloskopu změřeny proudy protékající samotným vinutím v zapojení do trojúhelníku (viz Obr. 5.19 b). Zde bylo využito faktu, že stroj má vyvedené oba konce vinutí a je možné měřit přímo vnitřní průběhy proudu. Porovnání průběhu proudu vypočteného v ANSYS Electronics Desktop a z měření je zobrazeno na Obr. 5.24. Efektivní hodnota vypočteného proudu je 142 mA, zatímco změřená hodnota je 100 mA. Tato velikost proudu se blíží dolní hranici rozlišitelnosti použitých proudových sond, proto nemůže být z velikosti změřeného proudu vyvozován žádný podrobnější závěr. Hlavním shrnutím je, že bylo i měřením potvrzeno, že se ve vinutí zapojeném v trojúhelníku uzavírají proudy třetí harmonické, pokud je to díky zapojení vinutí možné.

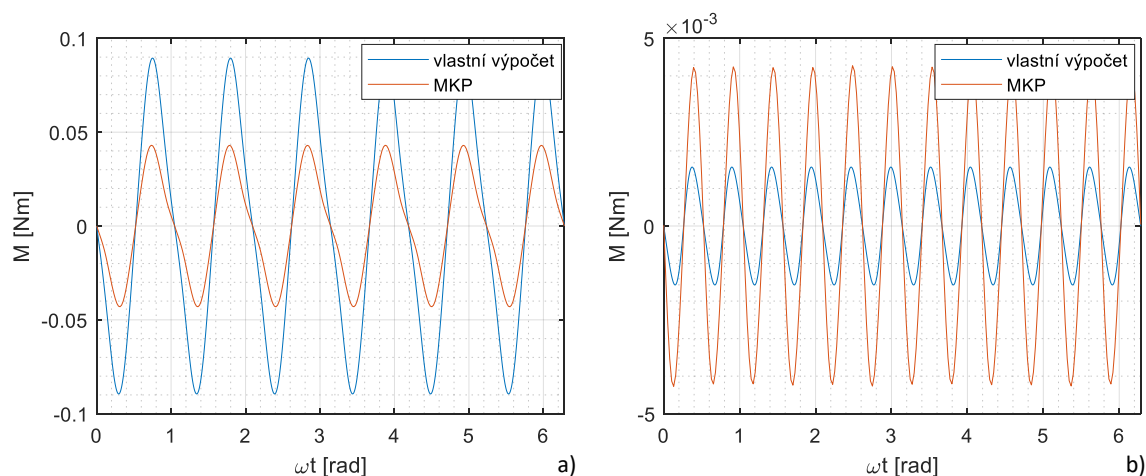


Obr. 5.24: Porovnání vypočteného a změřeného průběhu proudu naprázdno uzavřeného ve vinutí stroje $q = 2/5$ zapojeném do trojúhelníku (včetně indukovaného napětí jedné fáze)

5.3.1 Pulzace momentu

Pulzace momentu jsou určeny z vlastního výpočtu rozložení pole dle rovnice (2.68) pro chod naprázdno stroje a ověřena metodou konečných prvků. Tento moment je dán výslednou interakcí zubů a permanentních magnetů, kdy jednotlivé síly působí proti sobě a částečně nebo úplně se kompenzují. Výpočet je proto velmi citlivý na sebemenší odchylku, zejména ve výpočtu tečné složky indukce, která dosud nebyla použita. Na Obr. 5.25 je porovnán výpočet

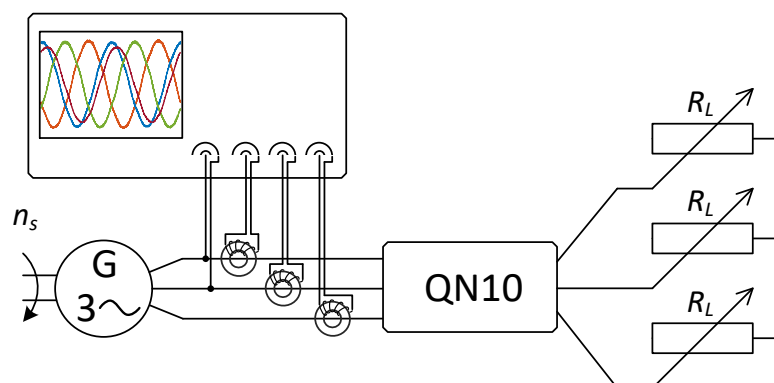
pro oba dva stroje. Z průběhů je patrné, že odchylka hodnot určených pomocí obou přístupů je výrazná, což koresponduje s citlivostí výpočtu. Vypočtené hodnoty jsou řádově shodné, což v tento okamžik znamená dobrý směr a základ pro budoucí vývoj.



Obr. 5.25: Porovnání výpočtu „cogging torque“ pomocí rozložení pole ve vzduchové mezeře a pomocí metody konečných prvků pro stroj $q = 1/2$ (a) a $q = 2/5$ (b)

5.4 Zatížený generátor

Oba generátory byly zatíženy jak v zapojení do hvězdy, tak v zapojení do trojúhelníku. Na výstupní svorky byla vždy připojena odporová zátěž zapojená do hvězdy. Byly vždy měřeny všechny hodnoty sdružených výstupních napětí generátoru, výstupní proudy a v zapojení do trojúhelníku navíc proudy ve vinutí. Osciloskop má však pouze čtyři vstupní kanály a rozdílové měřicí napěťové sondy se společným zemním potenciálem. Proto muselo být provedeno více měření, kdy vždy minimálně jedna hodnota byla zvolena jako referenční a měřena pokaždé. Velikost proudu byla také kontrolována analogovým analyzátozem sítě QN10. Schéma měření proudů je znázorněno na Obr. 5.26.



Obr. 5.26: Schéma měření proudů zatíženého generátoru

Vzhledem k rozlišení proudových sond byla velikost zátěžných odporů R_L volena tak, aby amplituda proudu byla větší než 1 A. Při amplitudě proudu vinutím I_v 1 A bude proudová hustota ve vodiči

$$J = \frac{I_v}{S_v} = \frac{1}{0,099} = 7,14 \text{ Amm}^{-2} \quad (5.7)$$

Pro stroj, který není aktivně chlazený, je tato hodnota příliš velká. Proto byly stroje takto zatěžovány jen po dobu nezbytnou pro uskutečnění měření. I přesto mohlo dojít k určitému nárůstu teploty vinutí a zvýšení odporu. Vzhledem k tomu, že součástí této práce není tepelný výpočet stroje (stále se jedná pouze o demonstrátor, který není určený k trvalému chodu pod zatížením ani průmyslové aplikaci), bylo zvýšení odporu vyhodnoceno zpětně až na základě měření. Nejprve je tedy nutné analyzovat změřené hodnoty a až na jejich základě a skutečné hodnoty odporu možné porovnat měření s výpočty.

Při zatížení generátoru čistě odporovou zátěží přichází v platnost fázorový diagram na Obr. 5.27. Na základě jednotlivých měření jsou známé hodnoty buzeného indukovaného napětí \bar{U}_{ib} , výstupní napětí U a proud I a reaktance X_d . Může tak být provedena kontrola velikosti odporu vinutí. Velikost zátěžného odporu (zahrnující nejen odpor použitých rezistorů, ale také vnitřní odpor použitého analyzátoru sítě) lze kontrolně vypočítat jako

$$R_L = \frac{U}{I} \quad (5.8)$$

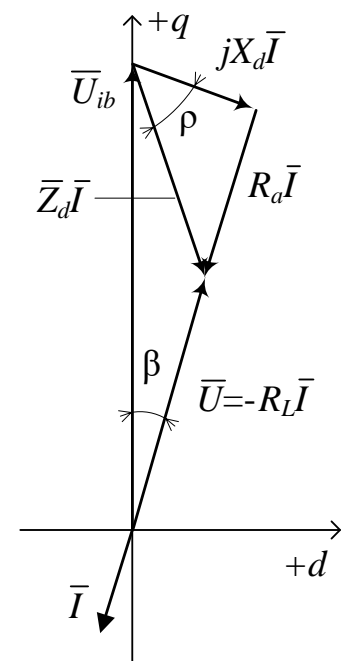
Součet velikosti napětí na obou odporech ve fázorovém diagramu U_R lze určit jako

$$U_R = \sqrt{U_{ib}^2 - (X_d I)^2} \quad (5.9)$$

Úbytek napětí na odporu vinutí lze určit jako rozdíl napětí U_R a výstupního napětí U a odpor vinutí lze tedy vypočítat jako

$$R_a = \frac{U_R - U}{I} \quad (5.10)$$

Při tvorbě fázorového diagramu se zásadně používají fázové hodnoty proudů, napětí, ale také impedancí. Zátěž byla zapojená do hvězdy, tudíž měřený proud i zátěžný odpor jsou fázové hodnoty. To samé platí při zapojení generátoru do hvězdy. Při zapojení do trojúhelníku se napětí změřená na jednotlivých vinutích stávají hodnotami



Obr. 5.27: Fázorový diagram generátoru s odporovou zátěží

sduženými, je tudíž nutné je převést na fázové. To samé platí pro vypočtené a změřené hodnoty impedancí. Pro přepočítání impedancí z trojúhelníku na hvězdu platí vztah

$$Z_Y = \frac{Z_{DA} \cdot Z_{DC}}{Z_{DA} + Z_{DB} + Z_{DC}} = |Z_{DA} = Z_{DB} = Z_{DC} = Z_D| = \frac{Z_D}{3} \quad (5.11)$$

Výstupem rovnice (5.10) tak bude „fázová“ hodnota odporu, kterou bude pro zapojení do trojúhelníku nutné zpět převést na „sduženou“ – ta bude odpovídat odporu jednoho vinutí R_a . Shrnutí všech změřených a dopočtených hodnot zatížených generátorů v obou zapojeních je v Tab. 25. Hodnota U_{is} představuje sdužené indukované napětí, U_s potom sdužené výstupní napětí a hodnoty L_d a R_a jsou fázové hodnoty určené tak, aby hodnoty v tabulce byly platné pro fázorový diagram v daném zapojení. Pro názornější porovnání s vypočtenými a změřenými hodnotami odporu vinutí je R_a u zapojení do trojúhelníku zapsáno ve formě zlomku.

Tab. 25: Shrnutí měření zatížených generátorů

Veličina	$q = 1/2$		$q = 2/5$	
	hvězda	trojúhelník	hvězda	trojúhelník
U_{ib} [V]	19,8	11,4	20,2	11,7
U_{is} [V]	34,3	19,8	35,0	20,2
U_s [V]	28,6	16,5	29,0	16,6
U [V]	16,3	9,4	16,7	9,6
I [A]	0,75	1,4	0,77	1,45
R_L [Ω]	21,9	6,6	21,9	6,6
L_d [mH]	3,14	1,05	3,15	1,05
X_d [Ω]	1,32	0,44	1,65	0,55
R_a [Ω]	4,35	4,23/3	4,45	4,31/3

Největší odchylka odporu vinutí odečteného z fázorového diagramu a změřeného pomocí RLC metru je 8 %. Tato odchylka mohla být způsobena mírným nárůstem teploty vinutí; mohla ale být zapříčiněna přesností měřicích přístrojů a faktem, že hodnoty byly obdrženy pomocí zcela odlišných měřicích metod.

Oba generátory jsou atypické tím, že díky malému průřezu vodičů mají odpor vinutí více než třikrát větší než jeho reaktanci. Celková impedance stroje a tudíž i fázorový diagram se tak stává méně citlivý na velikost reaktance (indukčnosti) a naopak více citlivý na velikost odporu. Důkaz je proveden pro dva případy.

Pokud by byla zanedbána indukčnost L_d , hodnota odporu R_a vypočtená pomocí rovnic (5.9) a (5.10) má odchylku méně než 1 % od hodnot vypočtených v Tab. 25. Pokud by naopak

byla použita některá z vypočtených nebo změřených hodnot odporu v Tab. 20, celkový součet jednotlivých úbytků napětí by byl tak malý, že by nedošlo k uzavření fázorového diagramu.

Došlo tak k opačné situaci, než u běžně používaných strojů, kdy odpor zde nemůže být pro svoji velikost rozhodně zanedbán. Samozřejmě nemůže být zanedbána ani reaktance vinutí, ta má však minoritní podíl na celkové impedanci stroje. Zároveň je zbytečné provádět měření nakrátko, protože to by nám opět podalo informaci převážně o odporu vinutí, nikoli o jeho reaktanci.

5.4.1 Momentová charakteristika

Díky tomu, že je uvažován pouze generátor s odporovou zátěží, je možné momentovou charakteristiku zjednodušit a modifikovat. V generátorickém stavu synchronního stroje je jeho moment úměrný činnému příkonu. Odpor vinutí R_a i zátěžný odpor R_L jsou tak prvky, na kterých vzniká činný výkon, který je nutné pokrýt. Na stroj lze tudíž také pohlížet jako na generátor o nulovém vnitřním odporu, který je zatížený součtem odporů ($R_a + R_L$). Výstupní napětí takového generátoru je U_R (viz (5.9)) a lze použít momentovou charakteristiku pro nulový odpor ve tvaru

$$M(\beta) = -\frac{mU_{ib}}{\omega_s X_d} U_R \sin \beta \quad (5.12)$$

Na základě fázorového diagramu pro odporovou zátěž lze zátěžný úhel β vyjádřit pomocí

$$\cos \beta = \frac{U_R}{U_{ib}} \quad (5.13)$$

a momentovou charakteristiku dále upravit do tvaru

$$M(\beta) = -\frac{mU_{ib}}{\omega_s X_d} U_{ib} \cos \beta \sin \beta = -\frac{mU_{ib}^2}{2\omega_s X_d} \sin 2\beta, \quad \beta \in \langle 0; \beta_{max} \rangle, \quad (5.14)$$

což připomíná momentovou charakteristiku reluktančního stroje. Charakteristika však byla upravena na základě předpokladu, že svorkové napětí není konstantní a mění se společně se zátěží. Proto nemůže být použita pro motorický režim stroje a je platná pro kladný zátěžný úhel. Maximální aplikovatelný zátěžný úhel je naopak definovaný platností fázorového diagramu. Největšího zátěžného úhlu lze dosáhnout ve stavu nakrátko, kdy je úhel β roven

$$\beta_{max} = \text{atan} \frac{X_d}{R_a} \quad (5.15)$$

Porovnání maximálních a změřených zátěžných úhlů a odpovídajícího momentu je shrnuto v Tab. 26.

Tab. 26: Porovnání zátěžných úhlů a momentu určených na základě měření

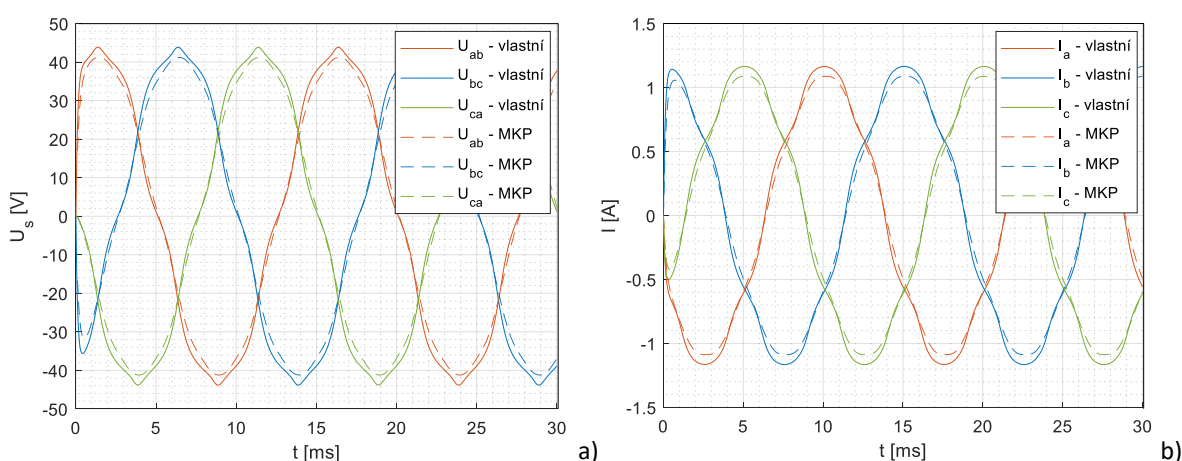
Veličina	$q = 1/2$		$q = 2/5$	
	hvězda	trojúhelník	hvězda	trojúhelník
β [°]	2,87	3,14	3,59	3,90
M [Nm]	-0,43	-0,47	-0,44	-0,48
β_{max} [°]	16,82	17,28	20,32	20,93

5.4.2 Vypočtené průběhy a porovnání s měřením

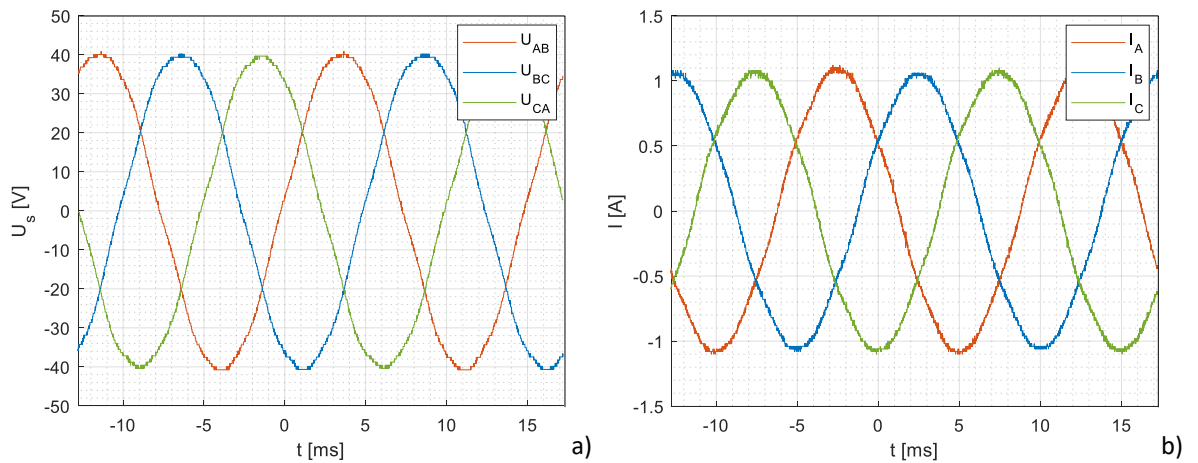
Na základě měření byly zpřesněny zejména hodnoty zatěžovacích odporů a nyní je možné porovnat měření s výpočty. Tvar průběhů proudů a napětí je dán tvarem indukovaného napětí, proto nebude dále vyhodnocován jejich harmonický obsah. Měření zatížených generátorů bylo provedeno s ohledem na výstupní veličiny: nezávisle na zapojení uvnitř stroje tak bylo měřeno výstupní sdružené napětí U_s a výstupní proud. Pro informaci byl navíc měřen proud ve vinutí v zapojení do trojúhelníku.

Matematický model je od počátku vytvářen s předpokladem zapojení vinutí do hvězdy. Proto pro zapojení do trojúhelníku budou porovnávány pouze hodnoty změřené a určené pomocí MKP.

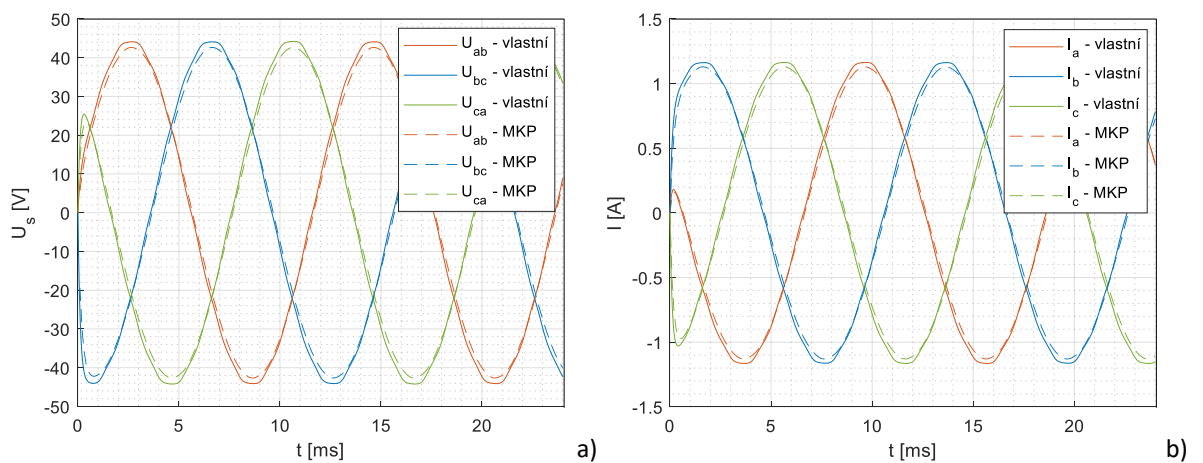
Na Obr. 5.28 - Obr. 5.31 je znázorněno porovnání výstupních napětí a proudů obou strojů v zapojení do hvězdy. Ve stroji s $q = 1/2$ je změřené napětí o 2,1 % a proud o 2,6 % menší, než hodnoty vypočtené pomocí MKP. Obdobné výsledky jsou obdrženy pro stroj s $q = 2/5$, kdy napětí je menší o 4,3 % a proud o 3,8 %.



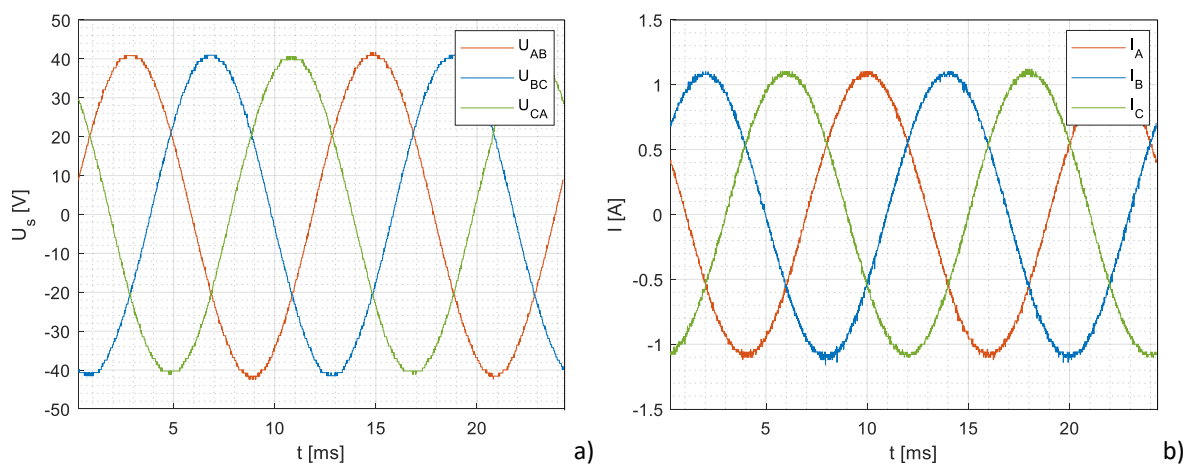
Obr. 5.28: Vypočtený průběh sdruženého napětí (a) a výstupního proudu (b) stroje s $q = 1/2$ v zapojení do hvězdy. Efektivní hodnoty vlastní/MKP: $U_s = 31,0/29,2$ V; $I = 0,82/0,77$ A



Obr. 5.29: Změřený průběh sruženého napětí (a) a výstupního proudu (b) stroje s $q = 1/2$ v zapojení do hvězdy.

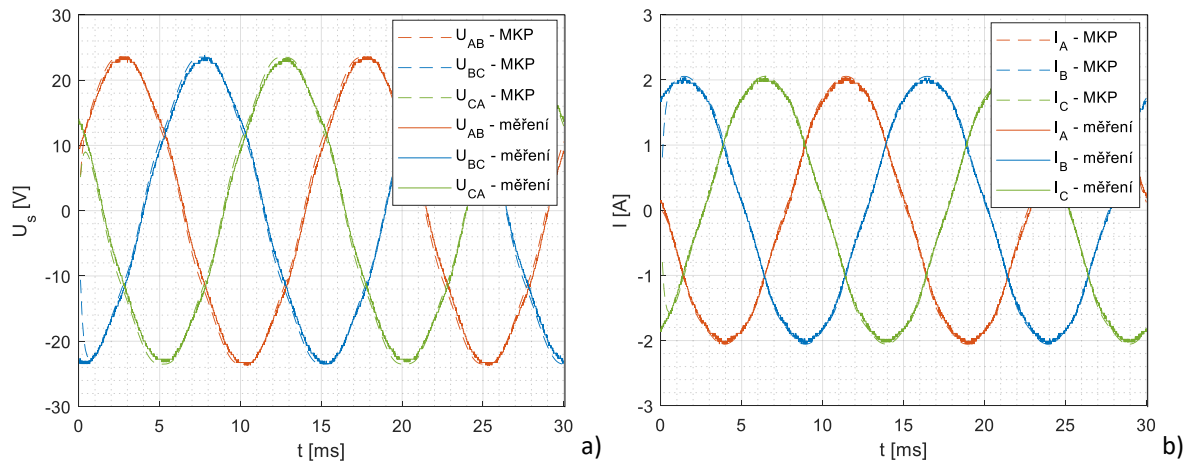


Obr. 5.30: Vypočtený průběh sruženého napětí (a) a výstupního proudu (b) stroje s $q = 2/5$ v zapojení do hvězdy. Efektivní hodnoty vlastní/MKP: $U_s = 31,3/30,3$ V; $I = 0,83/0,80$ A

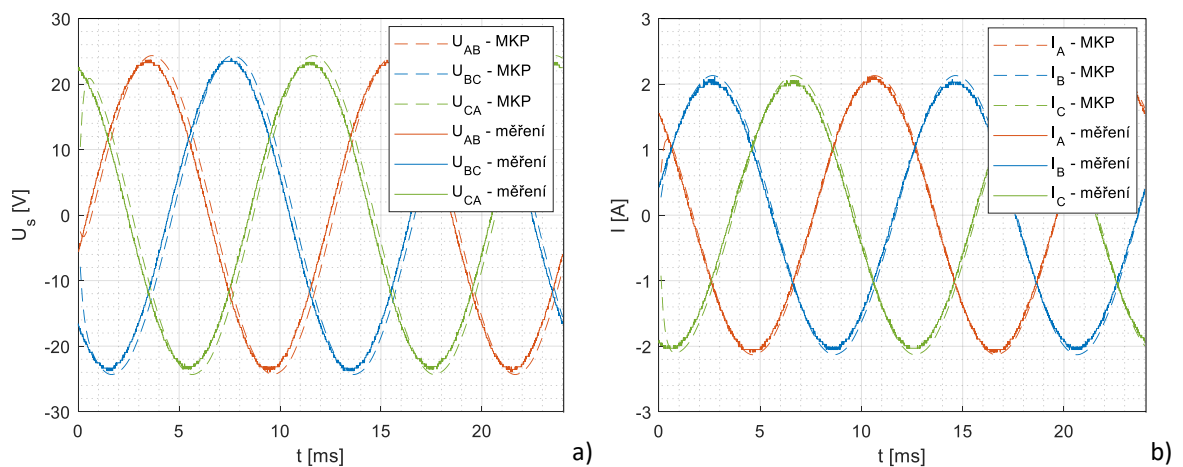


Obr. 5.31: Změřený průběh sruženého napětí (a) a výstupního proudu (b) stroje s $q = 2/5$ v zapojení do hvězdy.

V zapojení do trojúhelníku je porovnáváno pouze měření a MKP výpočet, proto mohly být vloženy vždy do jednoho grafu pro přímé porovnání, viz Obr. 5.32 - Obr. 5.33. Ve stroji $q = 1/2$ je změřené napětí o 1,2 % a proud o 4,1 % menší, než hodnoty vypočtené pomocí MKP. Obdobně pro stroj $q = 2/5$ je napětí menší o 3,5 % a proud o 3,3 %.

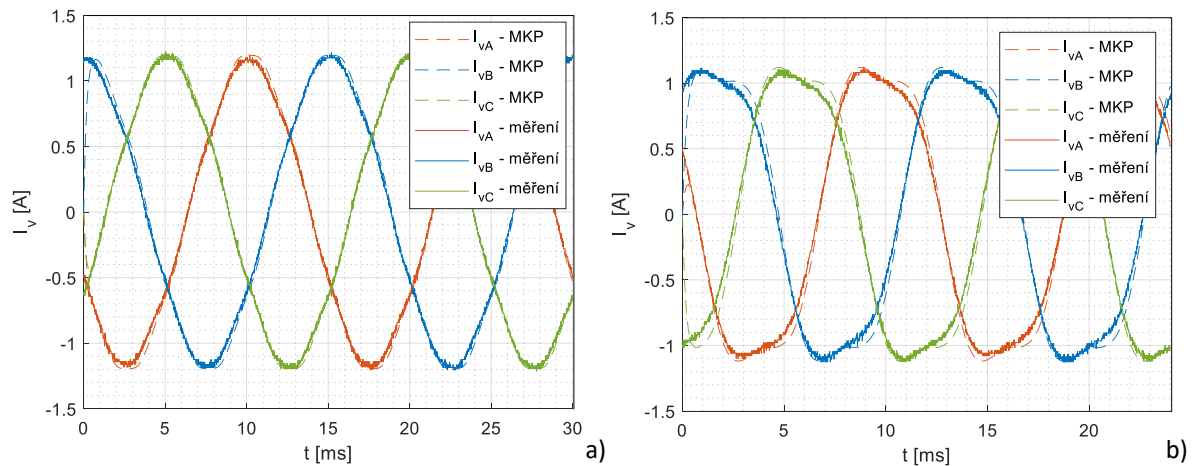


Obr. 5.32: Vypočtený a změřený průběh sdruženého napětí (a) a výstupního proudu (b) stroje $q = 1/2$ v zapojení do trojúhelníku. Efektivní hodnoty MKP: $U_s = 16,7$ V; $I = 1,46$ A



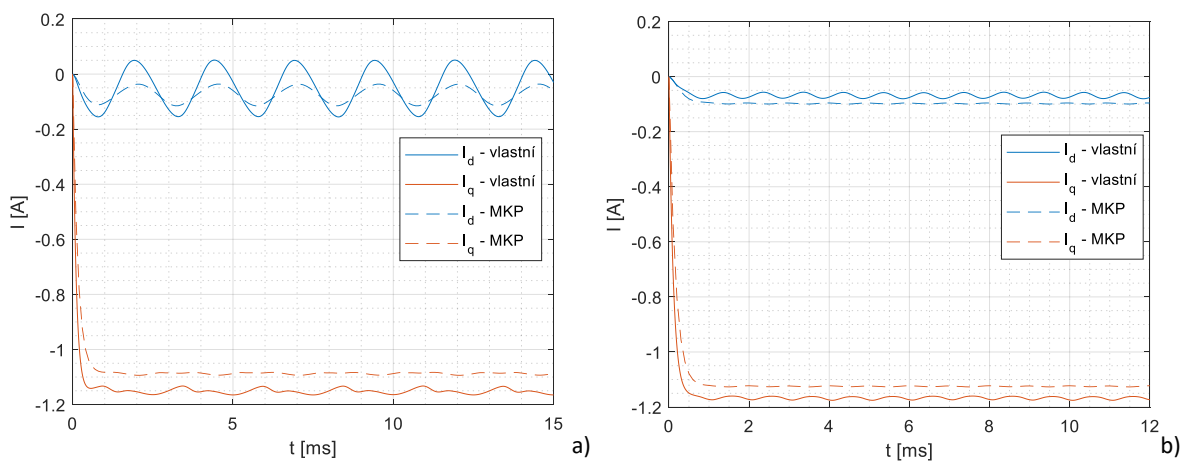
Obr. 5.33: Vypočtený a změřený průběh sdruženého napětí (a) a výstupního proudu (b) stroje $q = 2/5$ v zapojení do trojúhelníku. Efektivní hodnoty MKP: $U_s = 17,2$ V; $I = 1,50$ A

Proudy ve vinutí I_v zapojených do trojúhelníku jsou $\sqrt{3}$ krát menší, než proudy výstupní. Jejich tvar je přímo ovlivněn tvarem indukovaných napětí do samostatných fázových vinutí (viz Obr. 5.34 a)). Kromě nich však má nezanedbatelný vliv možnost výskytu proudů třetí harmonické, které již byly analyzovány ve stavu naprázdno. Ten je patrný pro stroj $q = 2/5$ na Obr. 5.34 b), kdy průběh proudů je touto třetí harmonickou výrazně deformovaný. Dochází tak k nárůstu Jouleových ztrát ve vinutí generátoru, ve výstupním proudu se tato třetí harmonická složka neprojeví.



Obr. 5.34: Vypočtený a změřený průběh proudů vinutím stroje s $q = 1/2$ (a) a s $q = 2/5$ (b) v zapojení do trojúhelníku. Efektivní hodnoty MKP: $q = 1/2$: $I_v = 0,84$ A; $q = 2/5$: $I_v = 0,88$ A

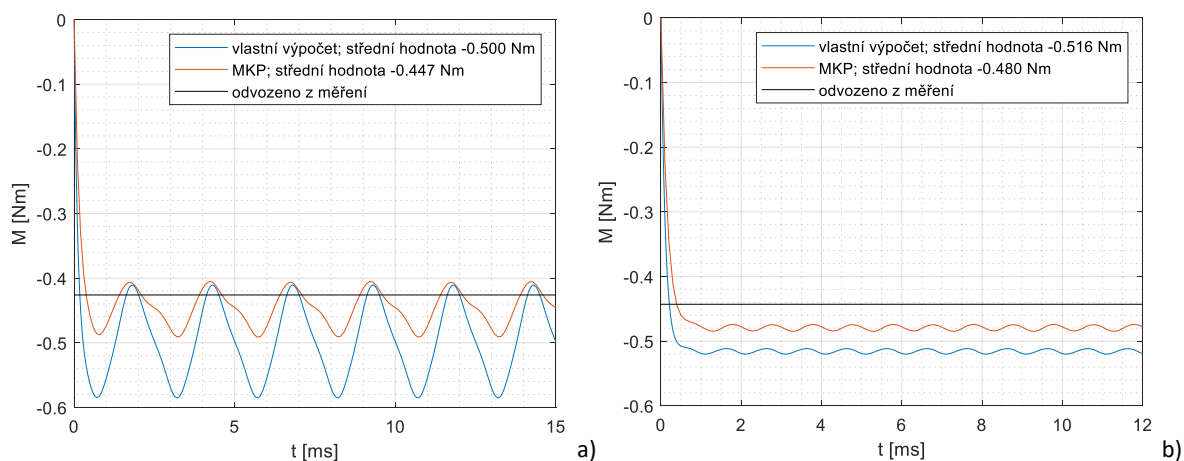
Matematický model stroje byl řešen v souřadném systému rotoru d-q. Stejně tak je možné v rámci ANSYS Electronics Desktop převést fázové hodnoty proudů na příčnou a podélnou složku. Jejich porovnání pro oba stroje je zobrazeno na Obr. 5.35. Je zde patrná dobrá shoda obou složek vypočtených oběma způsoby. Zvětšená pulzace zejména podélné složky proudu je způsobená již výraznějšími vyššími harmonickými spráženého toku, který postupně ovlivní indukované i výstupní napětí a výstupní proud.



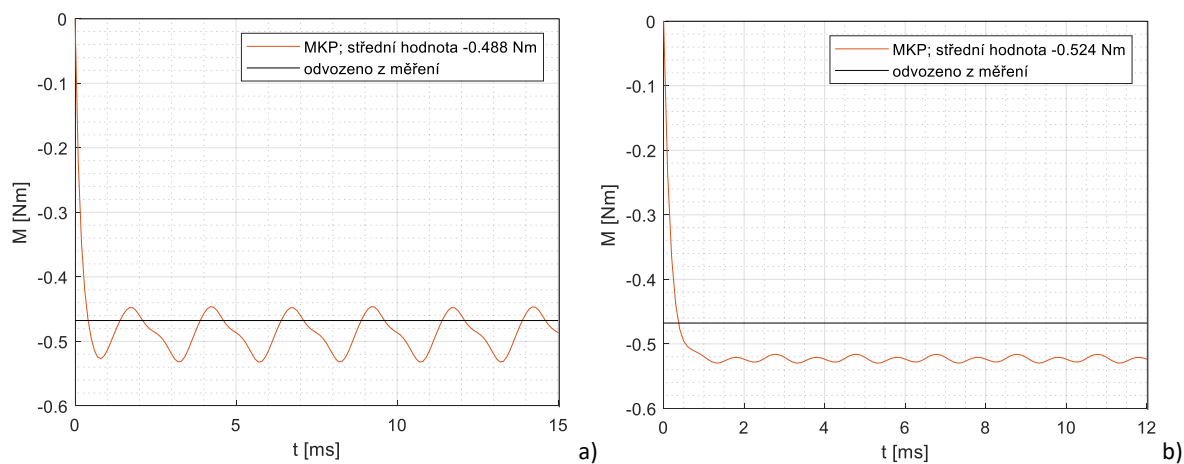
Obr. 5.35: Porovnání příčné a podélné složky výstupního proudu v zapojení do hvězdy stroje s $q = 1/2$ (a) a stroje s $q = 2/5$ (b)

Na závěr celé práce je nutné porovnat také hodnotu a průběh momentu. Vzhledem k jeho velikosti nemohl být moment změřen, byl tudíž na základě měření a momentové charakteristiky odvozen. Je porovnán s momentem obdrženým pomocí MKP a pro zapojení do hvězdy i z matematického modelu. K vypočtenému momentu je v matematickém modelu přičtena pulzace momentu určená pro stroje naprázdno, která výrazně ovlivní jeho výsledný

průběh (zejména pro stroj $q = 1/2$ na Obr. 5.36 a)). Jedná se o moment odebíraný z poháněcího motoru, který slouží k pokrytí všech ztrát a výstupního výkonu. Výstupní hodnoty proudů a napětí z vlastních výpočtů byly vždy větší v porovnání s ostatními výpočty a měřeními – proto lze očekávat větší odebíraný výkon a moment.



Obr. 5.36: Výpočet momentu (1 elektrická perioda) a porovnání s hodnotou získanou na základě měření pro zapojení do hvězdy stroje $q = 1/2$ (a) a $q = 2/5$ (b)



Obr. 5.37: Výpočet momentu (1 elektrická perioda) a porovnání s hodnotou získanou na základě měření pro zapojení do trojúhelníku stroje $q = 1/2$ (a) a $q = 2/5$ (b)

6 Závěr

Teorie elektromagnetického návrhu elektrických strojů je velmi dobře popsána v řadě publikací. Pro analytický návrh je důležitá jeho určitá jednoduchost a přehlednost. Z tohoto důvodu jsou v literatuře často otištěny výsledné vzorce odvozené matematicky nebo na základě měření. S příchodem nových technologických postupů, odlišných uspořádání strojů nebo odlišného chlazení stroje (např. zubová vinutí, sponková vinutí, vícefázové stroje, stroje s permanentními magnety, stroje s axiálním tokem, duté vodiče kruhového průřezu protékané chladivem apod.) musí být návrhář elektrických strojů schopen posoudit nová kritická místa návrhu a podle potřeby používané vzorce modifikovat. K tomu je dnes možné kromě klasických analytických metod použít i velmi pokročilé metody numerické.

Předmětem zkoumání byla zvolena zubová vinutí synchronních strojů s permanentními magnety. Prvním cílem práce bylo vytvořit komplexní přehled problematiky s vinutím spojené a ověřit platnost používaných vztahů i pro zubová vinutí, popř. je modifikovat. Bylo objeveno několik oblastí přímo nebo nepřímo souvisejících se zubovým vinutím, ve kterých dostupná literatura používá neúplně nebo nesprávně formulované vztahy. Jejich přehled je shrnut v poslední části této kapitoly.

Pro vytvoření co nejpřesnějšího popisu magnetického pole ve vzduchové mezeře bylo použito analytických metod výpočtu magnetického napětí vinutí a tvaru magnetického pole generovaného permanentními magnety. Numerická Schwarz-Christoffelova transformace byla využita pro detailní výpočet vlivu otevření drážky na výsledný průběh. Schwarz-Christoffelova transformace byla redukována pro zmenšení nároků kladených na výpočet. Pole ve vzduchové mezeře je řešeno jako 2D úloha a výsledkem je radiální i tečná složka průběhu indukce použitelná pro výpočet spřaženého toku, indukovaného napětí, indukčnosti nebo pulzace momentu.

Přístup založený na rozložení magnetického pole využívá proudového modelu stroje, který však neodpovídá reálnému napájení. Proto bylo přikročeno k tvorbě matematického modelu, prozatím v ustáleném stavu, který je napájen napětím a lépe vystihuje situaci v reálném stroji. Analyticko-numerický výpočet rozložení pole ve vzduchové mezeře je použit k určení parametrů náhradního schématu, zejména pak jejich závislosti na poloze rotoru.

Pro ověření předložených výpočtů bylo vybráno zubové vinutí s počtem drážek na pól a fázi $q = 2/5$. Toto vinutí bylo dále upraveno a vznikla jeho třívrstvá varianta, se dvěma druhy cívek a volitelným počtem jejich závitů. Tím je možné optimalizovat toto vinutí z hlediska

obsahu parazitních harmonických složek. Jako referenční vinutí pro srovnání je použito zubové dvouvrstvé vinutí s $q = 1/2$, které je téměř jediným použitelným zubovým vinutím pro stroje s malým počtem pólů.

Pro daná vinutí byla vybrána konstrukce jejich statoru (společného pro obě vinutí) a byl proveden kompletní elektromagnetický návrh, jeho ověření pomocí metody konečných prvků a byly sestaveny prototypy pro ověření vypočtených hodnot.

Jedná se o stroje malých rozměrů a výkonu s průměrem vrtání statoru $D_1 = 38,5$ mm a délkou paketu $l_{Fe} = 40$ mm. Oba stroje jsou navrženy jako synchronní generátory s povrchovými permanentními magnety a zvolená synchronní rychlost je $n_s = 1000$ ot/min. Stroje mají na svorkovnici vyvedeny oba konce vinutí, mohly být tak měřeny v zapojení vinutí do hvězdy i do trojúhelníku. V Tab. 27 a Tab. 28 je shrnuto porovnání hodnot získaných pomocí analytického návrhu, na základě vlastního výpočtu rozložení pole ve vzduchové mezeře a vytvořeného matematického modelu, pomocí analytického nástroje RMxprt, metody konečných prvků a měření. Generátory vždy byly zatěžovány odpory zapojenými do hvězdy o velikosti $R_L = 21,9 \Omega$ pro zapojení vinutí do hvězdy a $R_L = 6,6 \Omega$ pro zapojení vinutí do trojúhelníku.

Analytický výpočet pomocí RMXprtu byl primárně použit pro tvorbu základního MKP modelu a neuvvažoval reálný tvar permanentních magnetů; obdržené hodnoty indukčnosti a indukovaného napětí jsou tak pouze orientační. Měření odporu probíhalo pomocí Ohmovy metody a digitálním RLC metrem Keysight U1733C; v tabulkách jsou zobrazeny po řadě obě změřené hodnoty. Matematický model je z principu vytvořený pro zapojení vinutí do hvězdy, proto nejsou dostupné hodnoty pro výpočet zapojení do trojúhelníku.

Tab. 27: Porovnání nejdůležitějších parametrů stroje $q = 1/2$

$q = 1/2$	Analytický návrh	Vlastní výpočet pole / matematický model	RMxprt	MKP	Měření	
R_a [Ω]	4,19	-	3,98	-	4,19/4,14	
L_d [mH]	2,91	2,84	2,71	3,22	3,141	
U_{ib} [V]	21,5	21,5	17,8	20,3	19,8	
U_s [V]	Y	31,3	31,0	-	29,2	28,6
	D	-	-	-	16,7	16,5
I [A]	Y	0,82	0,82	-	0,77	0,75
	D	-	-	-	1,46	1,40
M [Nm]	Y	-0,507	-0,500	-	-0,447	-0,430
	D	-	-	-	-0,488	-0,470

Tab. 28: Porovnání nejdůležitějších parametrů stroje $q = 2/5$

$q = 2/5$	Analytický návrh	Vlastní výpočet pole / matematický model	RMxpřt	MKP	Měření	
R_a [Ω]	4,19	-	3,98	-	4,19/4,12	
L_d [mH]	3,09	2,92	3,15	3,30	3,146	
U_{ib} [V]	22,5	21,8	18,0	21,0	20,2	
U_s [V]	Y	32,7	31,3	-	30,3	29,0
	D	-	-	-	17,2	16,6
I [A]	Y	0,86	0,83	-	0,80	0,77
	D	-	-	-	1,50	1,45
M [Nm]	Y	-0,556	-0,516	-	-0,480	-0,440
	D	-	-	-	-0,524	-0,480

Odchylna vypočtených hodnot od kontroly pomocí MKP a výsledků měření je menší než 10 %; u velikosti momentu je vypočtená hodnota větší přibližně o 17 % v obou případech. To svědčí o dobře provedeném návrhu obou strojů i úspěšné realizaci jejich konstrukce. Průběh indukovaného napětí během jedné otáčky je symetrický, při vkládání rotoru se tudíž podařilo minimalizovat excentricitu jeho uložení. Druhým způsobem, jak bylo možné porovnat výsledky, bylo pomocí zátěžného odporu nastavit stejný výstupní výkon a sledovat vstupní moment.

Kromě velikosti jednotlivých parametrů je důležité vyhodnotit i jejich průběh a harmonické složení. Spektrum vypočtených průběhů přesně odpovídá spektru změřenému, včetně amplitud; amplitudy vyšších harmonických vypočtené pomocí vlastních metod jsou však vždy vyšší, než pomocí MKP nebo měření. I přes tuto odchylku lze vlastní metody použít k analýze vlivu vinutí a permanentních magnetů na vyšší harmonické složky jednotlivých průběhů. U vinutí $q = 1/2$ je přítomná výraznější harmonická složka definovaná poměrem počtu drážek a pólů, která ovlivňuje indukované i svorkové napětí, proudy i indukčnost a zejména má nepříznivý vliv na momentové pulzace. Naopak optimalizované vinutí $q = 2/5$ vykazuje téměř čistý harmonický průběh napětí a proudů a umožňuje výraznou redukci momentových pulzací. Jeho nevýhody se projeví zejména v zapojení do trojúhelníku; díky nenulovému činiteli třetí harmonické se vinutím uzavírají proudy vybuzené právě napětím o trojnásobné frekvenci oproti základní.

Zásadní přínos a výstupy disertační práce lze shrnout v následujících bodech:

- *Modifikace činitele rozlohy pro jednovrstvá vinutí:* Při odvození matematického popisu stupňovité křivky magnetického napětí generované vinutím byl v literatuře [26] použit

předpoklad dvouvrstvého vinutí a odvozený činitel rozlohy pro v -tou harmonickou má tvar

$$k_{rv} = \frac{\sin\left(v \frac{\pi}{2m}\right)}{q \sin\left(v \frac{\pi}{2mq}\right)} \quad (6.1)$$

Tato hodnota činitele rozlohy se vyskytuje v literatuře zaměřené na návrh strojů jako obecný tvar pro všechny druhy vinutí. Při odvození matematického popisu vinutí však autor dospěl k zobecněnému vztahu

$$k_{rv} = \frac{\sin\left(v \frac{\pi}{2m}\right)}{qu \sin\left(v \frac{\pi}{u \cdot 2mq}\right)} \quad (6.2)$$

platnému pro jednovrstvá i dvouvrstvá vinutí s celočíselným součinem $q \cdot u$. Uvedený vztah a z něj odvozené hodnoty tak lze vzít jako důkaz platnosti zobecněného činitele rozlohy pro jednovrstvá a dvouvrstvá vinutí, který byl v nedávné době prezentován v [28].

- *Zpřesněný činitel vlivu zkrácení kroku na indukčnost drážky zubového vinutí.* Kromě výpočtu rozptylové indukčnosti jedné drážky včetně respektování předpokládaného tvaru siločar byla část práce zaměřena také na vliv uspořádání cívkových stran v drážce na indukčnost všech drážek dané fáze. Pro oblast proudovodiče je používán činitel k_{Cu} respektující zkrácení kroku jako

$$k_{Cu} = 0,25(1 + 3k_{ke}) = \frac{7}{16} + \frac{9}{16}\beta \quad (6.3)$$

Tento vztah je odvozen pro postupné vinutí s cívkovými stranami umístěnými v drážce nad sebou a je opět používán univerzálně v literatuře. Při umístění cívkových stran vedle sebe (časté uspořádání zubových vinutí) však tento vztah přechází ve tvar

$$k_{Cu} = 0,25(1 + 3\beta) \quad (6.4)$$

Zároveň byl popsán princip odvození obou činitelů k_{Cu} a k_{ke} a ten lze aplikovat na čtyřvrstvé nebo třívrstvé vinutí (Příloha 6).

- *Matematický model generátoru s uvažováním geometrie stroje.* Veškeré výpočty v této práci vedly k vytvoření matematického modelu, který dokáže respektovat vliv geometrie na průběhy výstupních i vstupních veličin. Tato informace o vyšších harmonických vyskytujících se ve stroji není užitečná pouze při návrhu stroje, ale mohla by být použita jako součást sofistikovanějších řízení elektrických strojů.

Získané poznatky a informace a odvozené metody budou použity při dalším studiu a detailnějším návrhu elektrických strojů. Vyrobené prototypy budou použity k prezentaci a

dalším měřením a byly registrovány jako funkční vzorky. Zpřesněné postupy budou implementovány do výuky předmětů Teorie elektrických strojů, Stavba elektrických strojů a Vinutí elektrických strojů, kde budou tyto informace předány studentům, kteří je budou moci využít nejen ve svém studiu, ale případně i ve své technické praxi.

Druhým odvětvím, kam mohou prezentované metody zasáhnout, je oblast řízení elektrických strojů. Pro moderní prediktivní nebo bezsensorové řízení je nejdůležitějším faktorem velmi přesný model stroje. K tomu lze využít model s uvažováním geometrie stroje, který může pomoci s lepší regulací stroje nebo s určením polohy rotoru.

Další kroky vývoje v oblasti vinutí mohou být zaměřeny na sponková vinutí a vliv jejich uspořádání na činitel vinutí a rozptylovou indukčnost drážky, stejně tak jako na pětifázová vinutí, která se dostávají minimálně v rámci naší fakulty stále více do středu zájmu.

Další odnoží práce a otevřených témat je výpočet momentu a vliv odporu statorového vinutí na vzorec (2.83), což je prvním předpokladem pro vytvoření matematického modelu stroje v motorickém režimu.

Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] ABBASZADEH, Karim, REZAEI ALAM, Farhad. On-Load Field Component Separation in Surface-Mounted Permanent-Magnet Motors Using an Improved Conformal Mapping Method In: *IEEE Transactions on Magnetics*, 2016 vol. 52, no. 2, s. 1-12. doi: 10.1109/TMAG.2015.2493150
- [2] ALBERTI, Luigi and BIANCHI, Nicola. Theory and Design of Fractional-Slot Multilayer Windings. In: *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2013, vol. 49, no. 2, s. 841-849, doi: 10.1109/TIA.2013.2242031.
- [3] Ansys, Inc.: ANSYS Electronics Desktop, Version 19.2. [online]. [cit. 4.6.2019]. Dostupné z: <https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-electronics-desktop>.
- [4] ATAS elektromotory Náchod a.s. [online]. [cit. 8.2.2019]. Dostupné z: <http://www.atas.cz/>
- [5] BARRADO RODRIGO, J. A., MUNTÉ, X., VALDERRAMA-BLAVI, H., GONZÁLES-MOLINA, F. Design and testing of a dual stator winding induction generator. In: *10th International Multi-Conferences on Systems, Signals & Devices 2013 (SSD13)*, Hammamet, 2013, s. 1-6. doi: 10.1109/SSD.2013.6564062.
- [6] BARTOŠ, Václav. *Teorie elektrických strojů*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2009. ISBN 978-80-7043-509-0.
- [7] BERARDI, Grazia a BIANCHI, Nicola. Design Guideline of an AC Hairpin Winding. In: *2018 XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Alexandroupoli, 2018, pp. 2444-2450. doi: 10.1109/ICELMACH.2018.8506785
- [8] BIANCHI, Nicola, ALBERTI, Luigi, BARCARO, Massimo. Design and Tests of a Four-Layer Fractional-Slot Interior Permanent-Magnet Motor. In: *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2016, vol. 52, no. 3, s. 2234-2240. doi: 10.1109/TIA.2016.2530715.
- [9] BOLDEA, Ion, NASAR, Syed A. *The Induction Machine Handbook*, Boca Raton, FL, USA, CRC Press, 2002. ISBN 0-8493-004-5.
- [10] BORTOLOZZI, Mauro, BRANZ, Lorenzo, TESSAROLO, Alberto BRUZZESE, Claudio. An improved analytical expression for computing the leakage inductance of a circular bar in a semi-closed slot. In: *2015 International Conference on Sustainable Mobility Applications, Renewables and Technology (SMART)*, Kuwait City, 2015, s. 1-5. doi: 10.1109/SMART.2015.7399265
- [11] BRAMERDORFER, Gerd, SILBER, Siegfried, MARTH, Edmund, JUNGMEYER, Gerald, AMRHEIN, Wolfgang. Analytic determination of cogging torque harmonics of brushless permanent magnet machines. In: *International Symposium on Power Electronics Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion*, Sorrento, 2012, s. 60-65. doi: 10.1109/SPEEDAM.2012.6264408.
- [12] CAI, Wei, FULTON, David, CONGDON, Christopher L. Multi-set rectangular copper hairpin windings for electric machines. [online] U.S. Patent US7034428 B2, 25.5.2006. [cit. 4.6.2019]. Dostupné z: <https://www.google.com/patents/US7034428>
- [13] Capcooltech technology [online]. [cit. 10.6.2019]. Dostupné z: <https://www.dynamiceflow.com/capcooltech>
- [14] CARTER, F.W. Note on air-gap and interpolar induction. In: *Electrical Engineers, Journal of the Institution of*, 1900, vol. 29, no. 146, s. 925-933. doi: 10.1049/jiee-1.1900.0095
- [15] CAVAGNINO, Andrea. Accuracy-Enhanced Algorithms for the Slot Leakage Inductance Computation of Double-Layer Windings. In: *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2017, vol. 53, no. 5, s. 4422-4430. doi: 10.1109/TIA.2017.2712687
- [16] CISTELECAN, Mihail V, FERREIRA, Fernando J. T. E., POPESCU, Mihail. Three phase tooth-concentrated multiple-layer fractional windings with low space harmonic content. In: *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, Atlanta, GA, 2010, s. 1399-1405. doi: 10.1109/ECCE.2010.5618267

- [17] CWIEME Berlin. [online]. [cit. 4.6.2019]. Dostupné z: <https://www.coilwindingexpo.com/BERLIN>
- [18] DALAL, Ankit, NEKKALAPU, Sameer, KUMAR, Praveen, 2-D Analytical Subdomain Model for Hybrid Dual-Rotor Motor. In: *IEEE Transactions on Magnetics*, 2016, vol. 52, no. 6, pp. 1-9. doi: 10.1109/TMAG.2016.2521601.
- [19] DRISCOLL, Tobi A., *Schwarz-Christoffel Toolbox User's Guide: Version 2.3*. Newark, DE: Dep. Math. Sci., Univ. Delaware, 2005.
- [20] DU-BAR, Christian, MANN, Alexander, WALLMARK, Oskar, WERKE Mats. Comparison of Performance and Manufacturing Aspects of an Insert Winding and a Hairpin Winding for an Automotive Machine Application. In: *2018 8th International Electric Drives Production Conference (EDPC)*, Schweinfurt, Germany, 2018, pp. 1-8. doi: 10.1109/EDPC.2018.8658331
- [21] DUBOIS, Maxime R. and TROVÃO, João. EMF waveform optimization using the permanent magnet volume-integration method. In: *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 1, no. 2, s. 189-198, 2017. doi: 10.23919/TEMS.2017.7961341.
- [22] EDHAH, Saleh O. a ALSAWALHI, Jamal Y. Air Gap Flux Density Analytical Model for a Fractional-Slot Concentrated-Winding SM-PMSM. In: *2018 IEEE International Conference on Electrical Systems for Aircraft, Railway, Ship Propulsion and Road Vehicles & International Transportation Electrification Conference (ESARS-ITEC)*, Nottingham, 2018, s. 1-6. doi: 10.1109/ESARS-ITEC.2018.8607653
- [23] ELMALHY, Noha A., AHMED, Mohamed M., AHMED, Shehab, ELARABAWY, Ibrahim. Performance of a five-phase induction machine with single-tooth winding under open-phase conditions. In: *2015 4th International Conference on Electric Power and Energy Conversion Systems (EPECS)*, Sharjah, 2015, s. 1-6. doi: 10.1109/EPECS.2015.7368542.
- [24] GLAESSEL, Tobias, SEEFRIED, Johannes a FRANKE, Joerg, Challenges in the manufacturing of hairpin windings and application opportunities of infrared lasers for the contacting process. In: *2017 7th International Electric Drives Production Conference (EDPC)*, Würzburg, 2017, pp. 1-7. doi: 10.1109/EDPC.2017.8328150
- [25] HAMÁČEK, Martin. *Konformní zobrazení a zobecněná Schwarzova-Christoffelova transformace*. Plzeň, 2015. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni. Fakulta aplikovaných věd. Katedra matematiky.
- [26] HELLER, Bedřich a HAMATA, Václav. *Přídavná pole, síly a ztráty v asynchronním stroji*. Praha, ČSSR: ČSAV, 1961.
- [27] HLAING, Toe, Toe. Design and Construction of Low Speed Axial Flux Generator with Stationary Bike. In: *International Journal of Scientific and Research Publications (IJSRP)*. 2018, vol. 8, no. 9. doi: 10.29322/IJSRP.8.9.2018.p8135
- [28] HRUŠKA, Karel. *Zobecnění vztahu pro činitel rozlohy pro jednovrstvá a dvouvrstvá vinutí*. Západočeská univerzita v Plzni, 2019.
- [29] HRUŠKA, Karel, JANOUŠ, Štěpán. *Určení velikosti ztrát v permanentních magnetech vlivem pulzně-šířkové modulace*. Západočeská univerzita v Plzni, 2018.
- [30] HRUŠKA, Karel, KINDL, Vladimír. A comprehensive approach to calculation of the air gap magnetic flux density in induction machines with eccentrically placed rotor. In: *Proceedings of the 16th International Conference on Mechatronics - Mechatronika 2014*, Brno, 2014, s. 52-59. doi: 10.1109/MECHATRONIKA.2014.7018235.
- [31] HUANG, Wenxin, HU Yuwen, BU, Feifei, SHI, Kai. The magneto motive force of a novel dual stator-winding induction generator. In: *2010 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, Atlanta, GA, 2010, s. 3582-3587. doi: 10.1109/ECCE.2010.5617708.
- [32] HUPPUNEN, Jussi. *High-Speed Solid-Rotor Induction Machine - Electromagnetic Calculation and Design*. Lappeenranta, Finland, 2004. Ph.D. dissertation, Laboratory of Electrical Engineering, Lappeenranta University of Technology.
- [33] JORDAN, H.E., ZOWARKA, R.C., PRATAP S.B. Nine-phase armature windings design,

- test, and harmonic analysis. In: *IEEE Transactions on Magnetics*, 2005, vol. 41, no. 1, s. 299-302 doi: 10.1109/TMAG.2004.839288.
- [34] KHATAB, Mohammed F. H., ZHU, Z. Q., LI, H. Y., LIU, Y. Comparative study of novel axial flux magnetically geared and conventional axial flux permanent magnet machines. In: *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 2, no. 4, pp. 392-398, 2018. doi: 10.30941/CESTEMS.2018.00050
- [35] KOPYLOV, Igor Petrovič. *Stavba elektrických strojů*. 1. vyd. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1988. ISBN 04-532-88.
- [36] KUČERA, Jaroslav a HAPL, Josef. *Vinutí elektrických strojů točivých*. 1. vyd. Praha: ČSAV, 1959.
- [37] LUBIN, Thierry, MEZANI, Smail, REZZOUG, Abderrezak. 2-D Exact Analytical Model for Surface-Mounted Permanent-Magnet Motors With Semi-Closed Slots. In: *IEEE Transactions on Magnetics*, 2011, vol. 47, no. 2, pp. 479-492. doi: 10.1109/TMAG.2010.2095874.
- [38] MATLAB and Simulink Documentation – MathWorks [online]. [cit 6.6.2019]. Dostupné z: <http://www.mathworks.com/help/matlab/>
- [39] MAYER, Daniel. *Aplikovaný elektromagnetismus: úvod do makroskopické teorie elektromagnetického pole pro elektrotechnické inženýry*. 2. vyd. České Budějovice: Kopp, 2012. 538 s. ISBN 978-80-7232-436-1.
- [40] Meeker, David. Finite Element Method Magnetics, Version 4.2. User's Manual. [online]. [cit. 4.6.2019]. Dostupné z: <http://www.femm.info/wiki/Documentation/>
- [41] MIHAI, Anna-Maria, BENELGHALI, Seifeddine, SIMION, Alecsandru, OUTBIB, Rachid, LIVADARU, Leonard, *Design and FEM analysis of five-phase permanent magnet generators for gearless small-scale wind turbines*. 2012 XXth International Conference on Electrical Machines, Marseille, 2012, s. 150-156. doi: 10.1109/ICEIMach.2012.6349856.
- [42] MOHAMMADI, Sajjad and MIRSALIM, Mojtaba. *Analytical Design Framework for Torque and Back-EMF Optimization, and Inductance Calculation in Double-Rotor Radial-Flux Air-Cored Permanent-Magnet Synchronous Machines*. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2014, vol. 50, no. 1, s. 1-16. doi: 10.1109/TMAG.2013.2279129.
- [43] MOLLAEIAN, Aida, GHOSH, Eshaan, DHULIPATI, Himavarsha, TJONG, Jimi, KAR, Narayan C. *3-D Sub-Domain Analytical Model to Calculate Magnetic Flux Density in Induction Machines With Semiclosed Slots Under No-Load Condition*. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2017, vol. 53, no. 6, pp. 1-5. doi: 10.1109/TMAG.2017.2658543.
- [44] MÜLLER, Germar, VOGT, Karl, PONICK, Bernd. *Berechnung elektrischer Maschinen*. Weinheim: Wiley-VCH, 2008. ISBN 978-3-527-40525-1.
- [45] MUNOZ, Alfredo R., and LIPO, Thomas A. *Dual stator winding induction machine drive*. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2000, vol. 36, s. 1369-1379. doi 10.1109/28.871286.
- [46] Photo Gallery. *Windtech Inc.* [online]. [Cit. 10.7.2018]. Dostupné z: <http://www.windtech.com/photo-gallery.html>
- [47] PRIETO, Borja, MARTÍNEZ-ITURRALDE, Miguel, FONTÁN, Luis, ELOSEGUI, Ibon. *Analytical Calculation of the Slot Leakage Inductance in Fractional-Slot Concentrated-Winding Machines*. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, vol. 62, no. 5, s. 2742-2752. doi: 10.1109/TIE.2014.2362094
- [48] PYRHÖNEN, Juha, JOKINEN, Tapani, HRABOVCOVÁ, Valéria. *Design of Rotating Electrical Machines*. 2. vyd. John Wiley & Sons Ltd, 2014. ISBN 978-1-118-58157-5.
- [49] RAFAJDUS, Pavol. *Spínaný reluktančný motor*. Žilina: Žilinská univerzita v Žilíně, 2014. 189 s. ISBN 978-80-554-0836-1.
- [50] RIGGERT, Johann, Heinrich, VASKE, Paul. *Elektrische Maschinen und Umformer, Teil 2: Berechnung elektrischer Maschinen*, 7th ed., Stuttgart, Germany, 1967.
- [51] SCHUMANN, Christian, MÜLLER, Tobias, STEIN, Edgar, PACAS, Mario. *Analytical*

- calculation of the induced EMF in PM-machines with arbitrary arranged surface mounted magnets using the winding function theory.* 2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM), Berlin, 2014, s. 994-1000.
doi: 10.1109/ICELMACH.2014.6960302.
- [52] SHI, Hyoseok, NIGUCHI, Noboru, HIRATA, Katsuhiko. Analytical Calculation of Air Gap Magnetic Flux Density Distribution in Magnetic Geared Motor. In: *TENCON 2018 - 2018 IEEE Region 10 Conference*, Jeju, Korea (South), 2018, ss. 0767-0771.
doi: 10.1109/TENCON.2018.8650272
- [53] ŠTRBAC, Dejan and GOTTKEHASKAMP, Raimund. *Improvement of the operating behavior of small induction motors by finding an optimal rotor skewing angle and a harmonic distribution of the number of turns*, IKMT 2015; 10. ETG/GMM-Symposium Innovative small Drives and Micro-Motor Systems, Cologne, Germany, 2015, s. 1-7.
- [54] Supermagnete. [online]. [cit. 4.4.2019]. Dostupné z: <https://www.supermagnete.de/>
- [55] UZHEGOV, Nikita, NERG, Janne, PYRHÖNEN, Juha. *Design of 6-slot 2-pole high-speed permanent magnet synchronous machines with Tooth-Coil windings*, 2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM), Berlin, 2014, s. 2537-2542. doi: 10.1109/ICELMACH.2014.6960544
- [56] WANG, Yawei, QU, Ronghai, LI, Jian. Multi-layer windings effect on interior PM machines for EV applications. In: *2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Berlin, 2014, s. 2038-2044.
doi: 10.1109/ICELMACH.2014.6960465.
- [57] WANJIKU, J., KHAN, M. A., BARENDSE, P. S., Pillay, P. Influence of Slot Openings and Tooth Profile on Cogging Torque in Axial-Flux PM Machines, In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, vol. 62, no. 12, s. 7578-7589.
doi: 10.1109/TIE.2015.2458959
- [58] WIDMER, James D., MARTIN, Richard a MECROW, Barrie C. Precompressed and Stranded Aluminum Motor Windings for Traction Motors. In: *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 52, no. 3, ss. 2215-2223, 2016.
doi: 10.1109/TIA.2016.2528226
- [59] XU, Dingwang, WANG, Xiuhe, XING, Zezhi. Research on fast and accurate calculation method of cogging torque. In: *2017 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo, Asia-Pacific (ITEC Asia-Pacific)*, Harbin, 2017, s. 1-6.
doi: 10.1109/ITEC-AP.2017.8080976
- [60] ZHANG, Zhuoran, GENG, Weiwei, LIU, Ye, WANG, Chen. Feasibility of a new ironless-stator axial flux permanent magnet machine for aircraft electric propulsion application. In: *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 3, no. 1, ss. 30-38, 2019. doi: 10.30941/CESTEMS.2019.00005
- [61] ZHOU, Yu, LI, Huaishu, MENG, Guangwei, ZHOU, Shi, CAO, Qing. Analytical Calculation of Magnetic Field and Cogging Torque in Surface-Mounted Permanent-Magnet Machines Accounting for Any Eccentric Rotor Shape. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, vol. 62, no. 6, s. 3438-3447.
doi: 10.1109/TIE.2014.2369458.

Seznam publikací a výstupů studenta vztahujících se k předmětu disertační práce

- [A1] LAKSAR, Jan. Numerický výpočet zploštění magnetické indukce ve vzduchové mezeře. In *Elektrotechnika a informatika 2016. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2016. s. 51-54. ISBN: 978-80-261-0516-9
- [A2] LAKSAR, Jan. *Třífázová vinutí a jejich vlastnosti*. Západočeská univerzita v Plzni, 2016.
- [A3] LAKSAR, Jan, VEG, Lukáš. Numerical calculation of the air gap flux density distribution in rotary electrical machines. In *Proceedings of the 2016 17th International Conference on Mechatronics - Mechatronika (ME) 2016*. Piscataway: IEEE, 2016. s. 151-158. ISBN: 978-80-01-05883-1
- [A4] VEG, Lukáš, LAKSAR, Jan, PECHÁNEK, Roman. Overview of different concepts of traction drives with regard to high-speed PMSM. In *Proceedings of the 2017 18th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE)*. Piscataway: IEEE, 2017. s. 102-106. ISBN: 978-1-5090-6405-2
- [A5] LAKSAR, Jan, ŠOBRA, Jan, VEG, Lukáš. Numerical calculation of the effect of the induction machine load on the air gap magnetic flux density distribution. In *Proceedings of the 2017 18th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE)*. Piscataway: IEEE, 2017. s. 119-124. ISBN: 978-1-5090-6405-2
- [A6] VEG, Lukáš, SVĚTLÍK, Pavel., LAKSAR, Jan. High-speed electrical machines : review of concepts and currently used solutions with synchronous machines with permanent magnets. In *Mechatronics 2017 : Recent Technological and Scientific Advances (Advances in Intelligent Systems and Computing; Vol. 644)*. Cham: Springer, 2018. s. 265-272. ISBN: 978-3-319-65959-6 , ISSN: 2194-5357
- [A7] LAKSAR, Jan, HRUŠKA, Karel. The aspects of usage of four-layer windings in open-slot induction machines. *Electrical Engineering. Archiv für Elektrotechnik*, 2018, roč. 100, č. 3, s. 1719-1728. ISSN: 0948-7921
- [A8] LAKSAR, Jan. Vliv zátěže na magnetickou indukci asynchronního motoru. In *Elektrotechnika a informatika 2017. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2017. s. 39-42. ISBN: 978-80-261-0712-5
- [A9] LAKSAR, Jan. *Postprocessing v MKP výpočtech elektrických strojů*. Západočeská univerzita v Plzni, 2017.
- [A10] LAKSAR, Jan, VEG, Lukáš. Influence of the machine winding and PM configuration on the back-EMF waveform of PMSM. In *Proceedings : 2018 XXIII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*. Piscataway: IEEE, 2018. s. 2483-2489. ISBN: 978-1-5386-2477-7
- [A11] LAKSAR, Jan, VEG, Lukáš. Fast numerical calculation of the back-emf of permanent magnet synchronous machine. In *20th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'18 ECCE Europe) : /proceedings/*. Piscataway: IEEE, 2018. s. P.1-P.10. ISBN: 978-90-75815-28-3
- [A12] LAKSAR, Jan. Použití Schwarz-Christoffelovy transformace ve výpočtech elektrických strojů. In *Elektrotechnika a informatika 2018. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2018. s. 77-80. ISBN: 978-80-261-0785-9
- [A13] LAKSAR, Jan. *Návrh třívrstvého zubového vinutí se sníženým obsahem parazitních harmonických pro PMSM*. Západočeská univerzita v Plzni, 2018.
- [A14] LAKSAR, Jan, VEG, Lukáš. Reduced Schwarz-Christoffel conformal mapping in surface-mounted PMSM. In *Proceedings of the 2018 18th International Conference on*

- Mechatronics - Mechatronika (ME)*. Piscataway: IEEE, 2018. s. 179-186. ISBN: 978-80-214-5542-9
- [A15] LAKSAR, Jan. *Elektromagnetický návrh dvojice PMSM generátorů pro ověření parametrů vinutí*. Západočeská univerzita v Plzni, 2019.
- [A16] LAKSAR, Jan. *PMSM generátor pro ověření parametrů dvouvrstvého zubového vinutí s 12 drážkami a 8 póly*. 2019.
- [A17] LAKSAR, Jan. *PMSM generátor pro ověření parametrů třívrstvého zubového vinutí s 12 drážkami a 10 póly*. 2019.
- [A18] LAKSAR, Jan. *Ověření elektromagnetického návrhu dvojice PMSM generátorů*. Západočeská univerzita v Plzni, 2019.
- [A19] LAKSAR, Jan. Experimentální ověření návrhu vinutí PMSM. In *Elektrické pohony: XXXVI. konference (ELPO 2019)*. Plzeň: Česká elektrotechnická společnost ČSVTS, 2019

Ostatní publikace a výstupy studenta

- [B1] LAKSAR, Jan. Koncept trakčního motoru pro MHD: modulární řešení. In *Elektrotechnika a informatika 2015. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2015. s. 83-86. ISBN: 978-80-261-0514-5
- [B2] VEG, Lukáš, HRUŠKA, Karel, LAKSAR, Jan, HORNÍKOVÁ, Lucie. The effect of different rated voltages on the properties of a synchronous generator. In *11th International Conference Elektro 2016 : proceedings*. Piscataway: IEEE, 2016. s. 391-394. ISBN: 978-1-4673-8698-2
- [B3] LAKSAR, Jan, HORNÍKOVÁ, L., VEG, Lukáš. Design of the power series based on traction induction motor. In *Proceedings of the 18th European Conference on Power Electronics and Application (EPE ECCE Europe 2016)*. Piscataway: IEEE, 2016. s. 1-6. ISBN: 978-9-0758-1524-5
- [B4] VEG, Lukáš, LAKSAR, Jan, PECHÁNEK, Roman., HRUŠKA, Karel. Simplified thermal model of traction transformer for commercial use. In *Proceedings of the 2016 17th International Conference on Mechatronics - Mechatronika (ME) 2016*. Piscataway: IEEE, 2016. s. 246-250. ISBN: 978-80-01-05883-1
- [B5] LAKSAR, Jan. Návrhové metody reluktančních strojů. In *Elektrické pohony: XXXV. konference (ELPO 2017)*. Plzeň: Česká elektrotechnická společnost ČSVTS, 2017. s. 1-6. ISBN: 978-80-02-02724-9
- [B6] LAKSAR, Jan, SVĚTLÍK, Pavel., VEG, Lukáš. Equivalent magnetic circuit method usage in the synchronous reluctance machine rotor design. In *Mechatronics 2017 : Recent Technological and Scientific Advances (Advances in Intelligent Systems and Computing; Vol. 644)*. Cham: Springer, 2018. s. 248-256. ISBN: 978-3-319-65959-6, ISSN: 2194-5357
- [B7] VEG, Lukáš, LAKSAR, Jan, ŠOBRA, Jan. Verification of actual mechanical losses on the rotor of induction machine. In *2017 IEEE Conference on Energy Conversion (CENCON): /proceedings/*. Piscataway: IEEE, 2017. s. 236-240. ISBN: 978-1-5386-3935-1
- [B8] LAKSAR, Jan. *FE model of HV transformer*. Haefely Hipotronics, Haefely Test AG, Basel, Switzerland, 2017.
- [B9] VEG, Lukáš, LAKSAR, Jan. Overview of technology, problems and comparison of high speed synchronous reluctance machines. In *12th International Conference Elektro 2018 : conference proceedings*. Piscataway: IEEE, 2018. s. 1-4. ISBN: 978-1-5386-4759-2
- [B10] VEG, Lukáš, LAKSAR, Jan. Impact of thermal conductivity in axial direction on the overall thermal model of high-speed synchronous motor. In *Proceedings : 2018 XXIII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*. Piscataway: IEEE, 2018. s. 1234-1239. ISBN: 978-1-5386-2477-7
- [B11] HRUŠKA, Karel, LAKSAR, Jan, ŠOBRA, Jan. The determination of iron core loss characteristics of special electrical steel types. In *Proceedings of the 2018 18th International Conference on Mechatronics - Mechatronika (ME)*. Piscataway: IEEE, 2018. s. 465-470. ISBN: 978-80-214-5542-9
- [B12] VEG, Lukáš, LAKSAR, Jan. Thermal model of high-speed synchronous motor created in MATLAB for fast temperature check. In *Proceedings of the 2018 18th International Conference on Mechatronics - Mechatronika (ME)*. Piscataway: IEEE, 2018. s. 377-381. ISBN: 978-80-214-5542-9

Přílohy

Příloha 1 - Přehled počítaných tvarů drážek

Tab. P-1: Drážka typu „V“

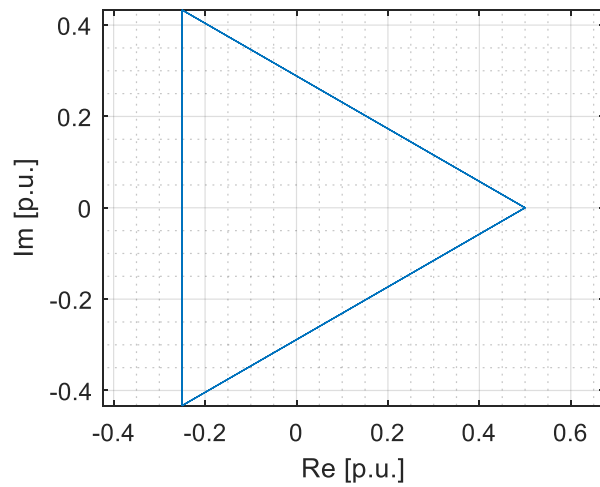
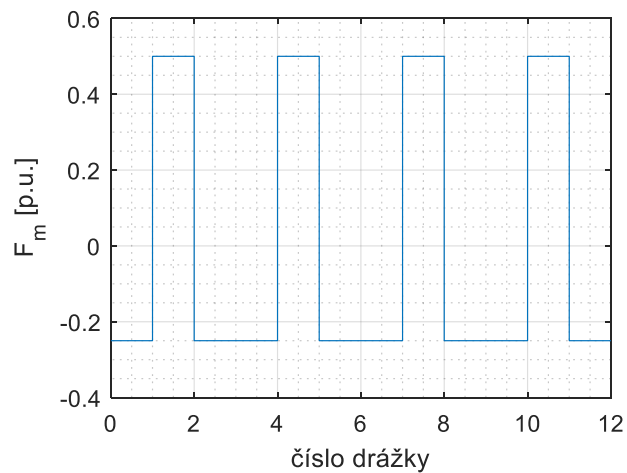
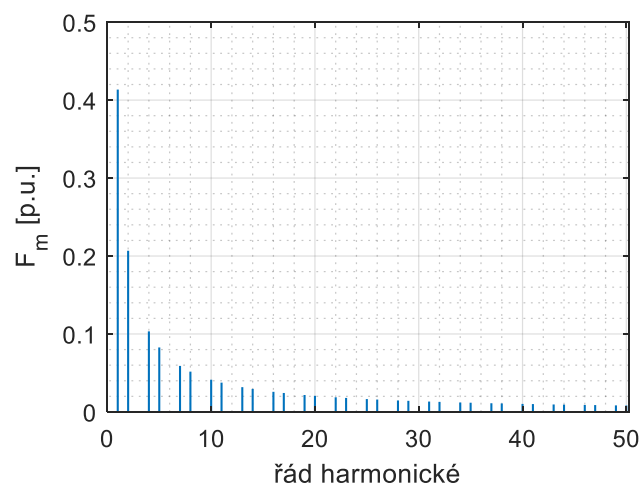
Číslo výpočtu	b_2 (mm)	b_1 (mm)	h_3 (mm)	b_0 (mm)	λ_3 MKP	λ_3 výpočet integrálu
1	100	50	60	20	1,124	1,144
2	100	70	60	20	1,058	1,064
3	100	90	60	20	1,008	1,006
4	100	110	60	20	0,976	0,970
5	100	130	60	20	0,963	0,953
6	100	150	60	20	0,961	0,949
7	100	50	120	20	1,510	1,532
8	100	70	120	20	1,339	1,346
9	100	90	120	20	1,227	1,228
10	100	110	120	20	1,158	1,151
11	100	130	120	20	1,115	1,103
12	100	150	120	20	1,087	1,074
13	100	50	180	20	1,877	1,913
14	100	70	180	20	1,609	1,628
15	100	90	180	20	1,440	1,449
16	100	110	180	20	1,333	1,332
17	100	130	180	20	1,264	1,254
18	100	150	180	20	1,215	1,202
19	100	50	60	40	0,884	0,938
20	100	70	60	40	0,838	0,866
21	100	90	60	40	0,794	0,811
22	100	110	60	40	0,765	0,776
23	100	130	60	40	0,752	0,759
24	100	150	60	40	0,751	0,757
25	100	50	120	40	1,274	1,326
26	100	70	120	40	1,120	1,148
27	100	90	120	40	1,015	1,032
28	100	110	120	40	0,948	0,957
29	100	130	120	40	0,906	0,909
30	100	150	120	40	0,881	0,881
31	100	50	180	40	1,643	1,707
32	100	70	180	40	1,393	1,429
33	100	90	180	40	1,230	1,253
34	100	110	180	40	1,125	1,138
35	100	130	180	40	1,057	1,061
36	100	150	180	40	1,010	1,009

Tab. P-2: Lichoběžníková otevřená drážka

Číslo výpočtu	b_2 (mm)	b_1 (mm)	h_d (mm)	λ MKP	λ výpočet integrálu
1	100	90	80	0.351	0.352
2	100	75	80	0.410	0.411
3	100	60	80	0.489	0.491
4	100	90	120	0.526	0.528
5	100	75	120	0.615	0.618
6	100	60	120	0.737	0.740
7	100	90	160	0.700	0.704
8	100	75	160	0.819	0.824
9	100	60	160	0.982	0.989
10	100	90	200	0.873	0.880
11	100	75	200	1.021	1.031
12	100	60	200	1.225	1.238

Tab. P-3: Lichoběžníková polouzavřená drážka

Číslo výpočtu	b_2 (mm)	b_1 (mm)	h_4 (mm)	h_1 (mm)	b_0 (mm)	$\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1$ MKP	$\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1$ výpočet integrálu
1	100	60	80	5	30	0.724	0.793
2	100	60	80	10	30	0.819	0.868
3	100	60	120	5	30	0.958	1.034
4	100	60	120	10	30	1.055	1.109
5	100	60	160	5	30	1.195	1.279
6	100	60	160	10	30	1.293	1.354
7	100	60	200	5	30	1.430	1.525
8	100	60	200	10	30	1.528	1.600
9	100	75	80	5	30	0.675	0.756
10	100	75	80	10	30	0.754	0.815
11	100	75	120	5	30	0.872	0.961
12	100	75	120	10	30	0.951	1.019
13	100	75	160	5	30	1.069	1.166
14	100	75	160	10	30	1.149	1.225
15	100	75	200	5	30	1.265	1.372
16	100	75	200	10	30	1.344	1.431
17	100	90	80	5	30	0.646	0.743
18	100	90	80	10	30	0.715	0.792
19	100	90	120	5	30	0.815	0.919
20	100	90	120	10	30	0.884	0.968
21	100	90	160	5	30	0.985	1.095
22	100	90	160	10	30	1.053	1.144
23	100	90	200	5	30	1.150	1.271
24	100	90	200	10	30	1.221	1.320

Příloha 2 – Görgesův diagram, křivka magnetického napětí a její spektrum dvouvrstvého vinutí $q = 1/2$ Obr. P-2.1: Görgesův diagram stroje $q = 1/2$ Obr. P-2.2: Křivka magnetického napětí stroje $q = 1/2$ Obr. P-2.3: Spektrum magnetického napětí stroje $q = 1/2$

Příloha 3 – M800-50A

Typical data for SURA® M800-50A

T	W/kg at 50 Hz	VA/kg at 50 Hz	A/m at 50 Hz
0,1	0,05	0,17	84,5
0,2	0,18	0,44	107
0,3	0,43	0,76	121
0,4	0,70	1,12	133
0,5	1,01	1,52	145
0,6	1,35	1,97	156
0,7	1,72	2,46	168
0,8	2,13	3,00	180
0,9	2,56	3,60	194
1,0	3,05	4,27	209
1,1	3,59	5,04	228
1,2	4,20	5,96	254
1,3	4,91	6,95	304
1,4	5,70	8,49	402
1,5	6,60	11,9	660
1,6	7,54	25,2	1480
1,7	8,30	67,4	3710
1,8	8,83	151	7300

Loss at 1.5 T , 50 Hz, W/kg	6,60
Loss at 1.0 T , 50 Hz, W/kg	3,05
Anisotropy of loss, %	5

Magnetic polarization at 50 Hz

H = 2500 A/m, T	1,65
H = 5000 A/m, T	1,74
H = 10000 A/m, T	1,85

Coercivity (DC), A/m	100
Relative permeability at 1.5 T	1810
Resistivity, $\mu\Omega\text{cm}$	23

Yield strength, N/mm ²	300
Tensile strength, N/mm ²	415
Young's modulus, RD, N/mm ²	210 000
Young's modulus, TD, N/mm ²	220 000
Hardness HV5 (VPN)	130

RD represents the rolling direction
 TD represents the transverse direction
 Values for yield strength (0.2 % proof strength)
 and tensile strength are given for the rolling direction
 Values for the transverse direction are approximately 5% higher



Příloha 4 - Permanentní magnet stroje $q = 1/2$



Data sheet article Q-20-10-05-N

Technical data and application safety

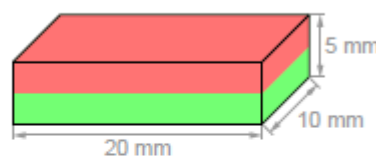
Webcraft GmbH
Industriepark 206
78244 Gottmadingen, Germany

Phone: +49 7731 939 839 2
Fax: +49 7731 939 839 9

www.supermagnete.de
support@supermagnete.de

1. Technical Information

Article ID	Q-20-10-05-N
EAN	7640155436298
Material	NdFeB
Shape	Block
Size	20 x 10 x 5 mm
Side 1	20 mm
Side 2	10 mm
Side 3	5 mm
Pole faces	20 x 10 mm
Tolerance	+/- 0,1 mm
Direction of magnetisation	Axis 5 mm
Coating	Nickel-plated (Ni-Cu-Ni)
Manufacturing method	sintered
Magnetisation	N42
Strength	approx. 3,8 kg (approx. 37,3 N)
Max. working temperature	80°C
Weight	7,6000 g
Curie temperature	310 °C
Residual magnetism Br	12900-13200 G, 1.29-1.32 T
Coercive field strength bHc	10.8-12.0 kOe, 860-955 kA/m
Coercive field strength iHc	≥12 kOe, ≥955 kA/m
Energy product (BxH)max	40-42 MGOe, 318-334 kJ/m³



Pollutant-free according to RoHS Directive 2011/65/EU.



N42

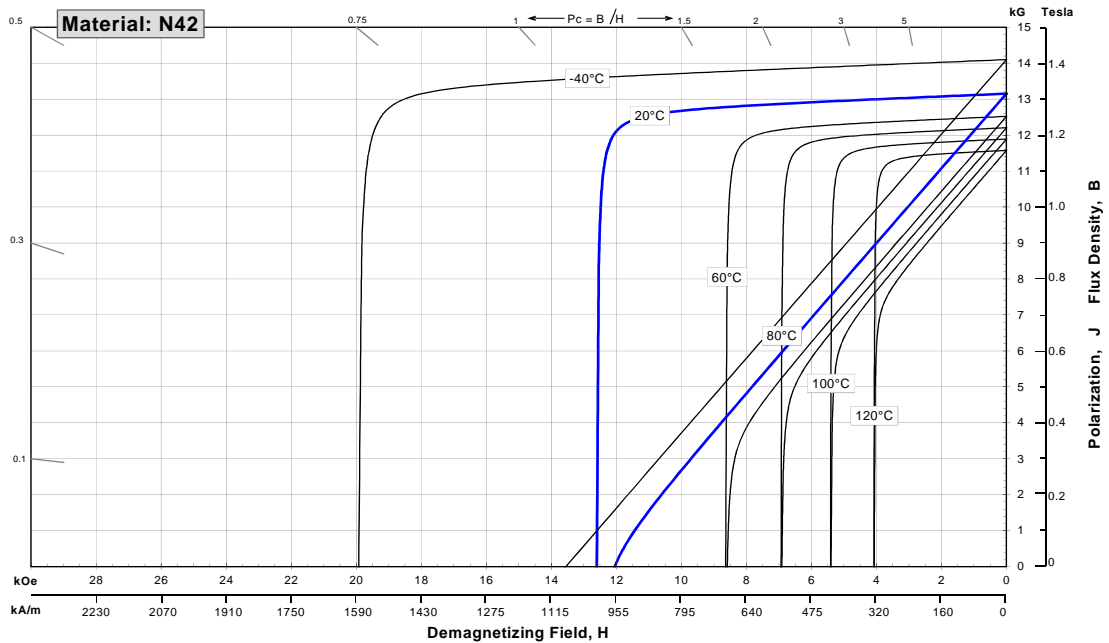
Sintered Neodymium-Iron-Boron Magnets

These are also referred to as "Neo" or NdFeB magnets. They offer a combination of high magnetic output at moderate cost. Please contact Arnold for additional grade information and recommendations for protective coating. Assemblies using these magnets can also be provided.

Characteristic	Units	Magnetic Properties		
		min.	nominal	max.
Br_r , Residual Induction	Gauss	12,800	13,150	13,500
	mT	1280	1315	1350
H_{cB} , Coercivity	Oersteds	10,800	11,850	12,900
	kA/m	860	943	1027
H_{cJ} , Intrinsic Coercivity	Oersteds	12,000		
	kA/m	955		
BH_{max} , Maximum Energy Product	MGOe	40	42	44
	kJ/m ³	318	334	350

Characteristic	Units	C // C ⊥	
		C //	C ⊥
Thermal Properties	Reversible Temperature Coefficients ⁽¹⁾		
	of Induction, α(Br)	%/°C	-0.120
	of Coercivity, α(HcJ)	%/°C	-0.750
	Coefficient of Thermal Expansion ⁽²⁾	ΔL/L per °C × 10 ⁻⁶	7.5 -0.1
	Thermal Conductivity	W / (m · K)	7.6
	Specific Heat ⁽³⁾	J / (kg · K)	460
	Curie Temperature, T _c	°C	310
Other Properties	Flexural Strength	psi	41,300
		MPa	285
	Density	g/cm ³	7.5
	Hardness, Vickers	Hv	620
	Electrical Resistivity, ρ	μΩ · cm	180

Notes: (1) Coefficients measured between 20 and 80 °C
 (2) Between 20 and 200 °C
 (3) Between 20 and 140 °C



1 kA/m = 12.566 Oe 1 kOe = 79.577 kA/m

Notes The material data and demagnetization curves shown above represent typical properties that may vary due to product shape and size. Magnets can be supplied thermally stabilized or magnetically calibrated to customer specifications. Additional grades are available. Please contact the factory for information.

Příloha 5 - Permanentní magnet stroje $q = 2/5$ **Data sheet article Q-08-08-04-N**

Technical data and application safety

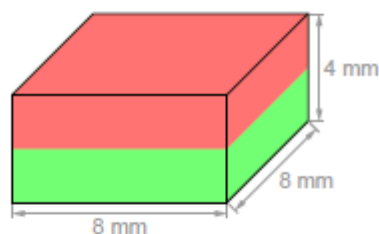
Webcraft GmbH
Industriepark 206
78244 Gottmadingen, Germany

Phone: +49 7731 939 839 2
Fax: +49 7731 939 839 9

www.supermagnete.de
support@supermagnete.de

1. Technical Information

Article ID	Q-08-08-04-N
EAN	7640155435871
Material	NdFeB
Shape	Block
Size	8 x 8 x 4 mm
Side 1	8 mm
Side 2	8 mm
Side 3	4 mm
Pole faces	8 x 8 mm
Tolerance	+/- 0,1 mm
Direction of magnetisation	Axis 4 mm
Coating	Nickel-plated (Ni-Cu-Ni)
Manufacturing method	sintered
Magnetisation	N45
Strength	approx. 1,5 kg (approx. 14,7 N)
Max. working temperature	80°C
Weight	1,9456 g
Curie temperature	310 °C
Residual magnetism Br	13200-13700 G, 1.32-1.37 T
Coercive field strength bHc	10.8-12.5 kOe, 860-995 kA/m
Coercive field strength iHc	≥12 kOe, ≥955 kA/m
Energy product (BxH)max	43-45 MGOe, 342-358 kJ/m³



Pollutant-free according to RoHS Directive 2011/65/EU.



N45

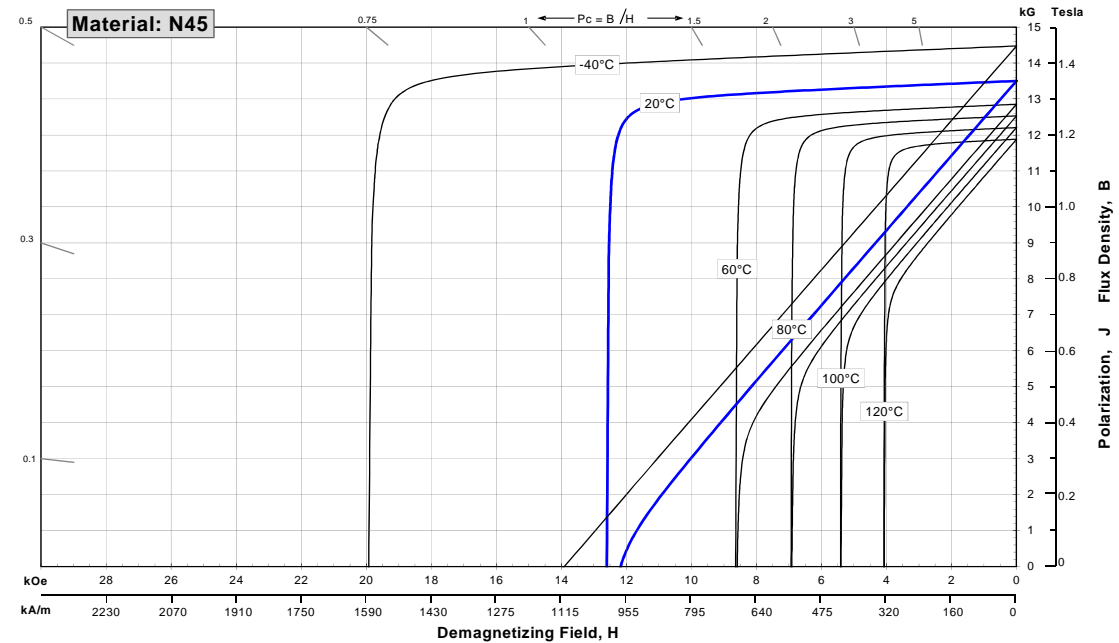
Sintered Neodymium-Iron-Boron Magnets

These are also referred to as "Neo" or NdFeB magnets. They offer a combination of high magnetic output at moderate cost. Please contact Arnold for additional grade information and recommendations for protective coating. Assemblies using these magnets can also be provided.

Characteristic	Units	Magnetic Properties		
		min.	nominal	max.
Br , Residual Induction	Gauss	13,200	13,500	13,800
	mT	1320	1350	1380
H_{cB} , Coercivity	Oersteds	10,800	12,000	13,200
	kA/m	860	955	1050
H_{cJ} , Intrinsic Coercivity	Oersteds	12,000		
	kA/m	955		
BH_{max} , Maximum Energy Product	MGOe	42	44	46
	kJ/m ³	334	350	366

Characteristic	Units	Thermal Properties	
		C //	C ⊥
Reversible Temperature Coefficients ⁽¹⁾	of Induction, α(Br)	%/°C	-0.120
	of Coercivity, α(H _{cJ})	%/°C	-0.750
	Coefficient of Thermal Expansion ⁽²⁾	ΔL/L per °Cx10 ⁻⁶	7.5
Thermal Conductivity	W / (m · K)		7.6
Specific Heat ⁽³⁾	J / (kg · K)		460
Curie Temperature, T _c	°C		310
Other Properties	Flexural Strength	psi	41,300
		MPa	285
	Density	g/cm ³	7.5
	Hardness, Vickers	Hv	620
Electrical Resistivity, ρ	μΩ · cm		180

Notes: (1) Coefficients measured between 20 and 80 °C
 (2) Between 20 and 200 °C
 (3) Between 20 and 140 °C

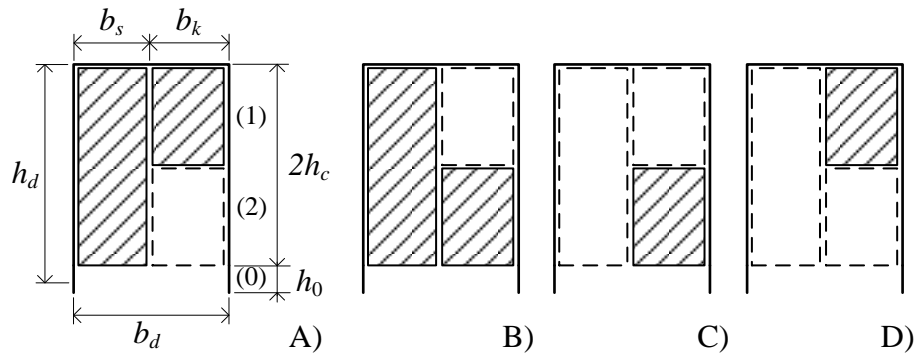


1 kA/m = 12.566 Oe 1 kOe = 79.577 kA/m

Notes The material data and demagnetization curves shown above represent typical properties that may vary due to product shape and size. Magnets can be supplied thermally stabilized or magnetically calibrated to customer specifications. Additional grades are available. Please contact the factory for information.

Příloha 6 - Určení činitelů k_{ke} a k_{Cu} optimalizovaného třívrstvého vinutí

Výpočet vychází z časového okamžiku popsaného v 3.6.1 a ze závěru, že tvar drážky má na určení činitelů k_{ke} a k_{Cu} minimální vliv; proto je možné výpočty provést pro nejjednodušší obdélníkovou drážku. Je nutné analyzovat všechny dosažitelné stavy proudového obsahu drážky (viz Obr. P-6.1) a na základě velikosti aktivní plochy v jednotlivých částech drážky určit činitel magnetické vodivosti rozptylu drážky λ_d .



Obr. P-6.1: Přehled jednotlivých dosažitelných stavů (A-D) aktivních cívkových stran pro zvolený časový okamžik, definování rozměrů a oblastí drážky

Jako určující pro počet závitů jednotlivých cívek bude zvolen poměr mezi počtem závitů středové a krajní cívky $k_{sk} = N_{cs}/N_{ck}$. Ve stejném poměru jsou i průřezy cívek, a pokud je celková velikost aktivní části drážky rovna $2h_c$, musí platit rovnost

$$2h_c b_s = k_{sk} h_c b_k \quad (\text{P6.1})$$

kde b_s a b_k jsou šířky střední a krajní cívky. Jejich součet je zároveň roven šířce drážky b_d a tak lze obě dílčí šířky vyjádřit jako

$$b_s = \frac{k_{sk}}{2 + k_{sk}} b_d \quad (\text{P6.2})$$

$$b_k = \frac{2}{2 + k_{sk}} b_d$$

V každé části cívky je nutné vypočítat integrál (3.6), kde celková aktivní plocha drážky je rovna $S(h_d) = 2b_d h_c$ a délka siločáry je $l = b_d$.

Stav A):

$$\lambda_1 = \int_0^{h_c} \frac{S_1(y) = b_d y}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{h_c}{12b_d} \quad (\text{P6.3})$$

$$S_2(y) = b_d h_c + b_s y = b_d \left(h_c + \frac{k_{sk}}{2 + k_{sk}} y \right)$$

$$\lambda_2 = \int_0^{h_c} \frac{b_d^2 \left(h_c + \frac{k_{sk}}{2 + k_{sk}} y \right)^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{h_c}{4b_d} \left[1 + \frac{k_{sk}}{2 + k_{sk}} + \frac{1}{3} \left(\frac{k_{sk}}{2 + k_{sk}} \right)^2 \right] \quad (\text{P6.4})$$

$$S_0(y) = b_d h_c + b_s h_c = b_d h_c \frac{2 + 2k_{sk}}{2 + k_{sk}}$$

$$\lambda_0 = \int_0^{h_0} \frac{b_d^2 h_c^2 \left(\frac{2 + 2k_{sk}}{2 + k_{sk}} \right)^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{h_0}{4b_d} \left(\frac{2 + 2k_{sk}}{2 + k_{sk}} \right)^2 \quad (\text{P6.5})$$

Stav B):

$$S_1(y) = b_s y = \frac{k_{sk}}{2 + k_{sk}} b_d y$$

$$\lambda_1 = \int_0^{h_c} \frac{b_d^2 y^2 \left(\frac{k_{sk}}{2 + k_{sk}} \right)^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{h_c}{12b_d} \left(\frac{k_{sk}}{2 + k_{sk}} \right)^2 \quad (\text{P6.6})$$

$$S_2(y) = b_s h_c + b_d y = b_d \left(\frac{k_{sk}}{2 + k_{sk}} h_c + y \right)$$

$$\lambda_2 = \int_0^{h_c} \frac{b_d^2 \left(\frac{k_{sk}}{2 + k_{sk}} h_c + y \right)^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{h_c}{4b_d} \left[\left(\frac{k_{sk}}{2 + k_{sk}} \right)^2 + \frac{k_{sk}}{2 + k_{sk}} + \frac{1}{3} \right] \quad (\text{P6.7})$$

$$S_0(y) = b_d h_c + b_s h_c = b_d h_c \frac{2 + 2k_{sk}}{2 + k_{sk}}$$

$$\lambda_0 = \frac{h_0}{4b_d} \left(\frac{2 + 2k_{sk}}{2 + k_{sk}} \right)^2 \quad (\text{P6.8})$$

Stav C):

$$S_1(y) = 0$$

$$\lambda_1 = 0 \quad (\text{P6.9})$$

$$S_2(y) = b_k y = \frac{2}{2 + k_{sk}} b_d y$$

$$\lambda_2 = \int_0^{h_c} \frac{b_d^2 y^2 \left(\frac{2}{2 + k_{sk}} \right)^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{h_c}{12b_d} \left(\frac{2}{2 + k_{sk}} \right)^2 \quad (\text{P6.10})$$

$$S_0(y) = b_k h_c = \frac{2}{2 + k_{sk}} b_d h_c$$

$$\lambda_0 = \int_0^{h_0} \frac{b_d^2 h_c^2 \left(\frac{2}{2+k_{sk}}\right)^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{h_0}{4b_d} \left(\frac{2}{2+k_{sk}}\right)^2 \quad (\text{P6.11})$$

Stav D):

$$S_1(y) = b_k y = \frac{2}{2 + k_{sk}} b_d y$$

$$\lambda_1 = \int_0^{h_c} \frac{b_d^2 y^2 \left(\frac{2}{2+k_{sk}}\right)^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{h_c}{12b_d} \left(\frac{2}{2+k_{sk}}\right)^2 \quad (\text{P6.12})$$

$$S_2(y) = b_k h_c = \frac{2}{2 + k_{sk}} b_d h_c$$

$$\lambda_2 = \int_0^{h_c} \frac{b_d^2 h_c^2 \left(\frac{2}{2+k_{sk}}\right)^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{h_c}{4b_d} \left(\frac{2}{2+k_{sk}}\right)^2 \quad (\text{P6.13})$$

$$S_0(y) = b_k h_c = \frac{2}{2 + k_{sk}} b_d h_c$$

$$\lambda_0 = \int_0^{h_0} \frac{b_d^2 h_c^2 \left(\frac{2}{2+k_{sk}}\right)^2}{4b_d^2 h_c^2 b_d} dy = \frac{h_0}{4b_d} \left(\frac{2}{2+k_{sk}}\right)^2 \quad (\text{P6.14})$$

Počet drážek plně protékaným proudem připadajících na c po sobě jdoucích pólů je $c - n - y_s(mn - c)$ a počet drážek částečně protékaných proudem je $mn - c$ (objeví se najednou všechny druhy A - D). Pokud by nedošlo ke zkrácení kroku ani k posuvu setů vinutí, připadá na c po sobě jdoucích pólů

$$c \cdot \frac{2}{3} t_{pd} = \frac{2}{3} mn \quad (\text{P6.15})$$

drážek plně protékaných proudem. Činitel k_{ke} souvisí pouze s otevřením drážky, tedy s hodnotami λ_0 a je určen jako

$$k_{ke} = \frac{[c - n - y_s(mn - c)] \frac{h_0}{b_d} + (mn - c) \frac{h_0}{4b_d} \left[2 \left(\frac{2+2k_{sk}}{2+k_{sk}}\right)^2 + 2 \left(\frac{2}{2+k_{sk}}\right)^2 \right]}{c \cdot \frac{2}{3} t_{pd} \frac{h_0}{b_d}}, \quad (\text{P6.16})$$

což po úpravách a substituci činitele zkrácení kroku $\beta = 1/t_{pd}$ vede na tvar

$$k_{ke} = \frac{1}{2} \left[-1 + 3\beta + (1 - \beta) \left(6 \frac{1 + (1 + k_{sk})^2}{(2 + k_{sk})^2} - 3y_s \right) \right], \quad (\text{P6.17})$$

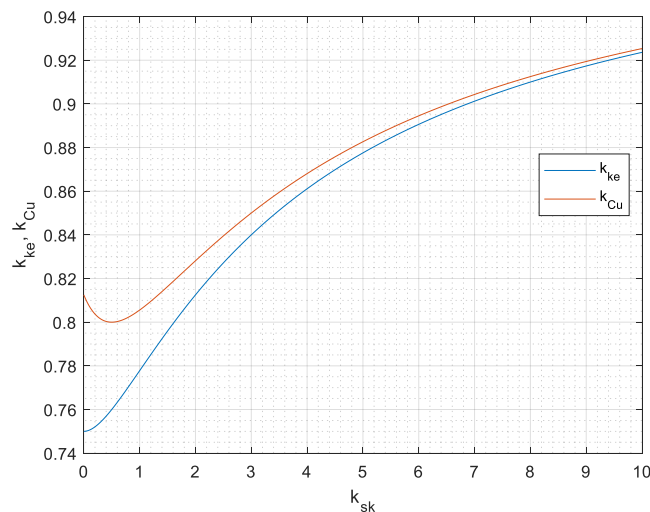
Činitel k_{Cu} je na základě hodnot λ_1 a λ_2 určen obdobně jako k_{ke}

$$k_{Cu} = \frac{[c - n - y_s(mn - c)] \frac{2h_c}{3b_d} + (mn - c) \frac{h_c}{12b_d} \left[5 + 6 \frac{k_{sk}}{2+k_{sk}} + 5 \left(\frac{k_{sk}}{2+k_{sk}} \right)^2 + 5 \left(\frac{2}{2+k_{sk}} \right)^2 \right]}{c \cdot \frac{2}{3} t_{pd} \frac{2h_c}{3b_d}} \quad (\text{P6.18})$$

To opět po úpravách přejde ve vztah

$$k_{Cu} = \frac{1}{16} \left[7 + 9\beta + (1 - \beta) \left(18 \frac{k_{sk}}{2 + k_{sk}} + 15 \frac{4 + k_{sk}^2}{(2 + k_{sk})^2} - 24y_s \right) \right] \quad (\text{P6.19})$$

Činitel posunu setů dvou dvouvrstvých vinutí, ze kterého je třívrstvé vinutí odvozeno, je zvolen $y_s = 1$. Na Obr. P-6.2 je zobrazena závislost obou činitelů na poměru k_{sk} .



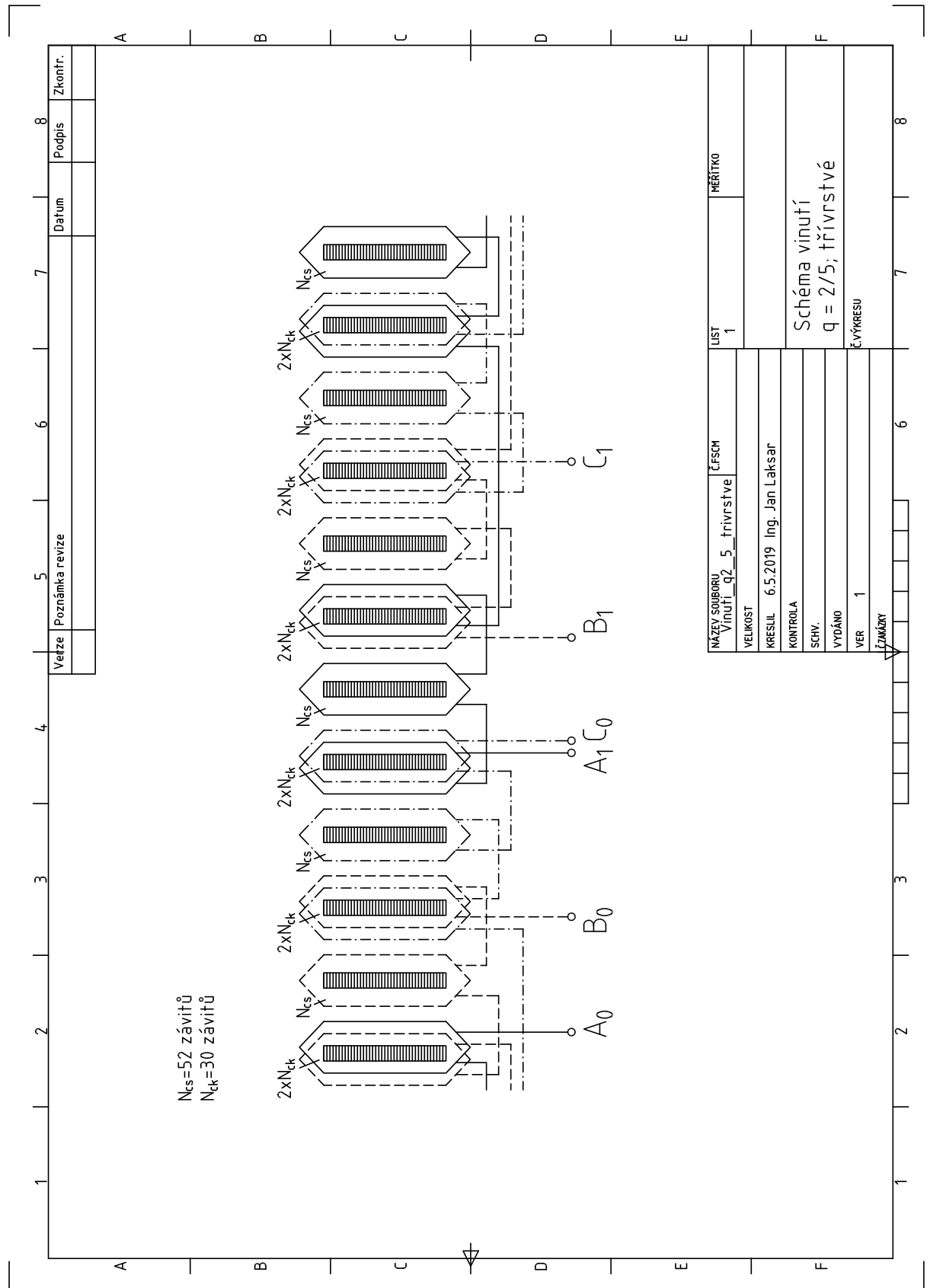
Obr. P-6.2: Závislost činitelů k_{ke} a k_{Cu} na poměru k_{sk}

Rozptylová indukčnost je nejvíce potlačena pro vinutí s k_{sk} blízkým 0, tedy pro vinutí, které neobsahuje centrální cívkou. Naopak s rostoucím poměrem k_{sk} se vinutí více blíží jednovrstvému, kdy celý drážkový obsah přísluší jedné cívce a pro $k_{sk} \rightarrow \infty$ (jednovrstvé vinutí) jsou koeficienty ($y_s = 1$):

$$k_{ke} = |k_{sk} \rightarrow \infty| = \frac{1}{2} [-1 + 3\beta + (1 - \beta)(6 - 3y_s)] = 1$$

$$k_{Cu} = |k_{sk} \rightarrow \infty| = \frac{1}{16} [7 + 9\beta + (1 - \beta)(18 + 15 - 24y_s)] = 1 \quad (\text{P6.20})$$

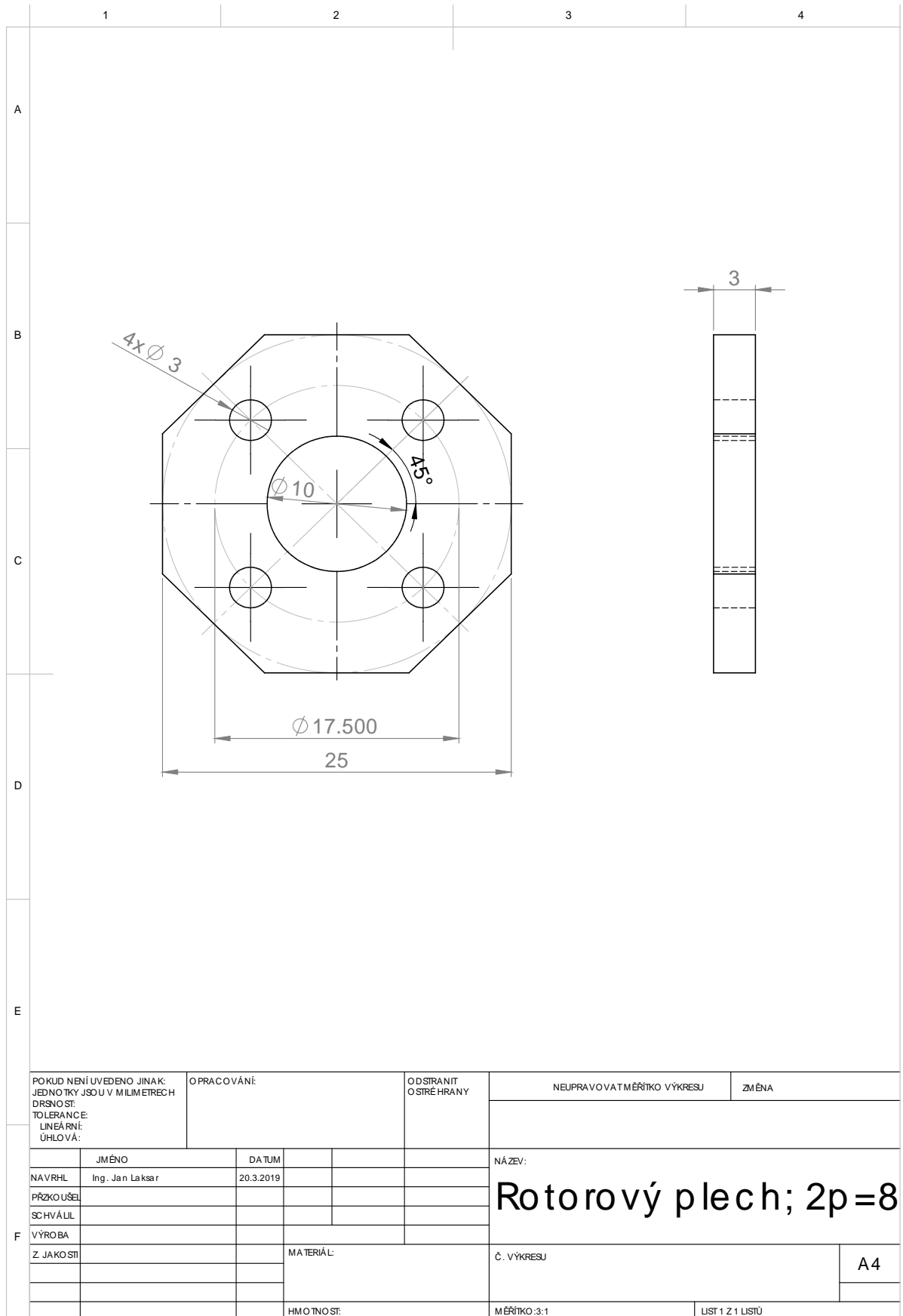
Příloha 8 – Schéma třívrstvého vinutí stroje $q = 2/5$



Verze	Poznámka revize	Datum	Podpis	Zkontr.

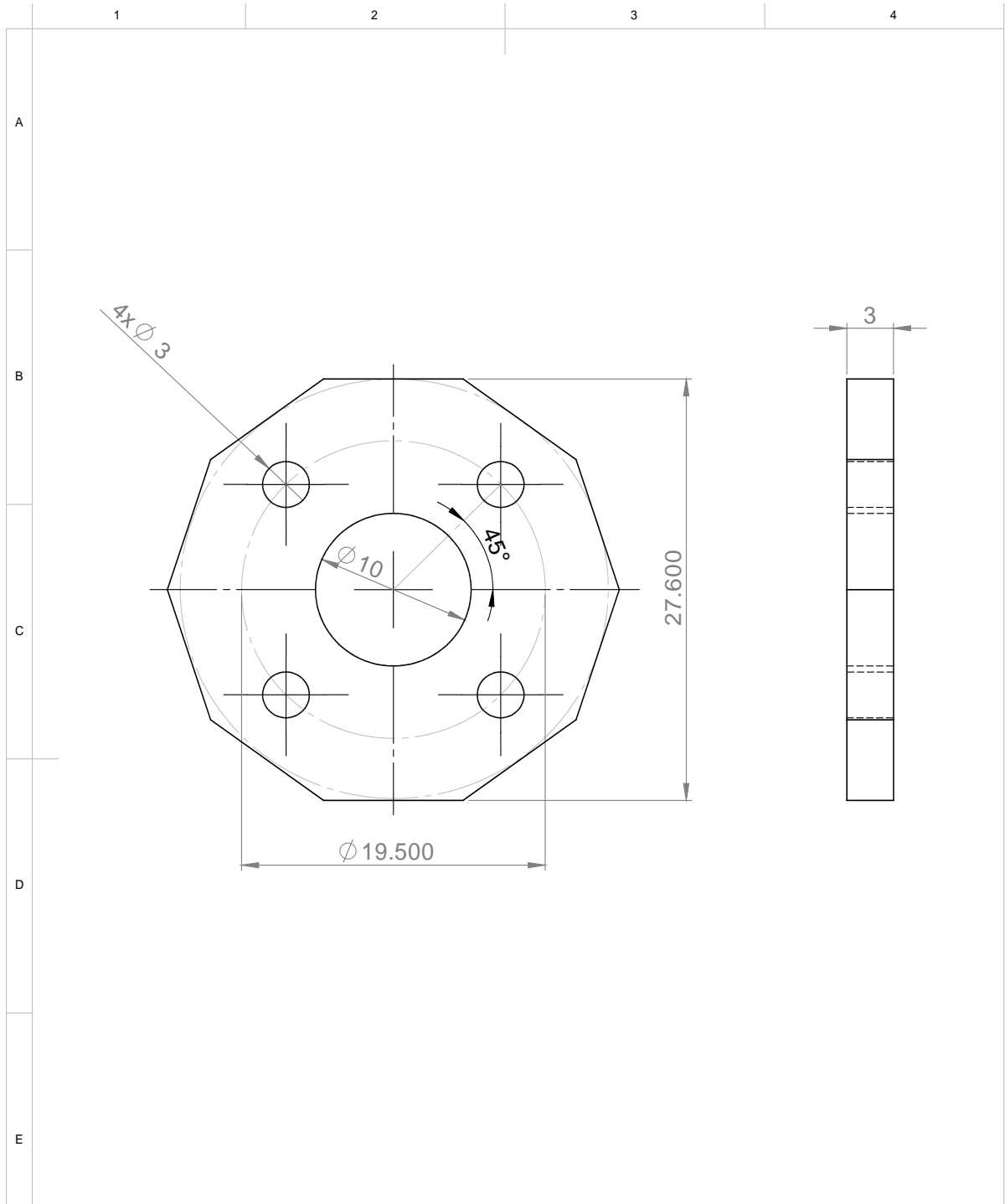
NAZEV SOUBORU	ČÍSLO	MEŘÍTKO
VINUTÍ q_2 5 třívrstve	1	
VELIKOST		
KRESLIL	6.5.2019	Ing. Jan Laksar
KONTROLA		
SCHV.		
VYDÁNO		
VER	1	
Č. VÝKRESU		
Č. ZÁKAZY		

Příloha 9 – Rotorový plech stroje $q = 1/2$



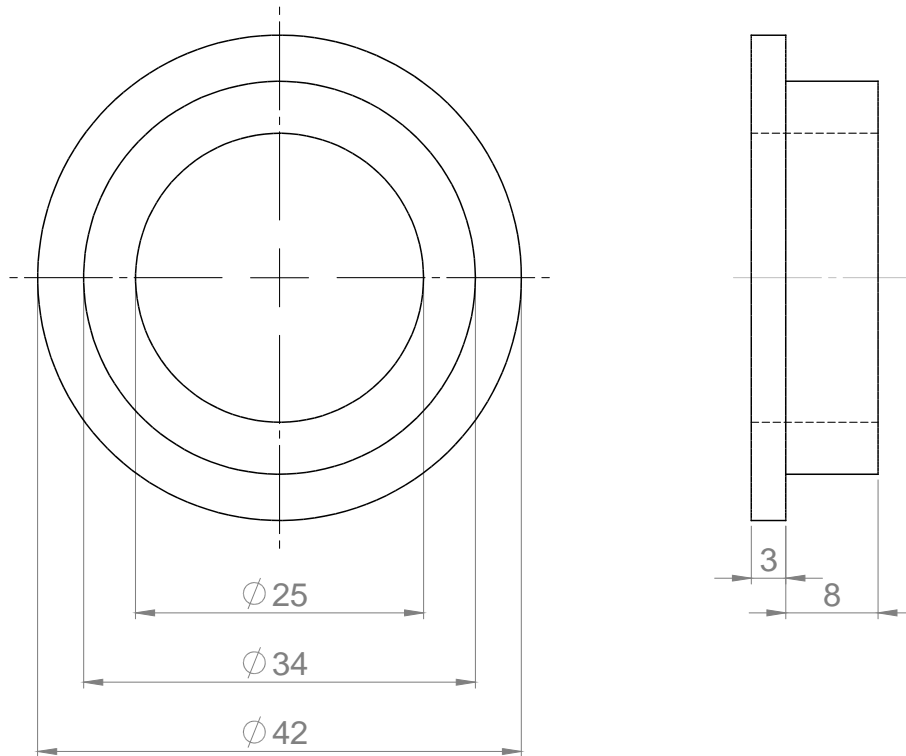
PO KUD NENÍ UVEDENO JINAK: JEDNOTKY JSOU V MILIMETRECH DRSNOST: TOLERANCE: LINEÁRNÍ: ÚHLOVÁ:		OPRACOVÁNÍ:		ODSTRANIT OSTŘÍ HRANY	NEUPRAVOVAT MĚŘÍTKO VÝKRESU	ZMĚNA
NAVRHL	JMÉNO Ing. Jan Laksar	DATAUM	20.3.2019		NÁZEV: Rotorový plech; 2p=8	
PŘÍZKO UŠEL						
SCHVÁLIL						
VÝROBA						
Z JAKOSTI				MATERIÁL:	Č. VÝKRESU	A4
				HMOTNOST:	MĚŘÍTKO:3:1	LIST 1 Z 1 LISTŮ

Příloha 10 – Rotorový plech stroje $q = 2/5$



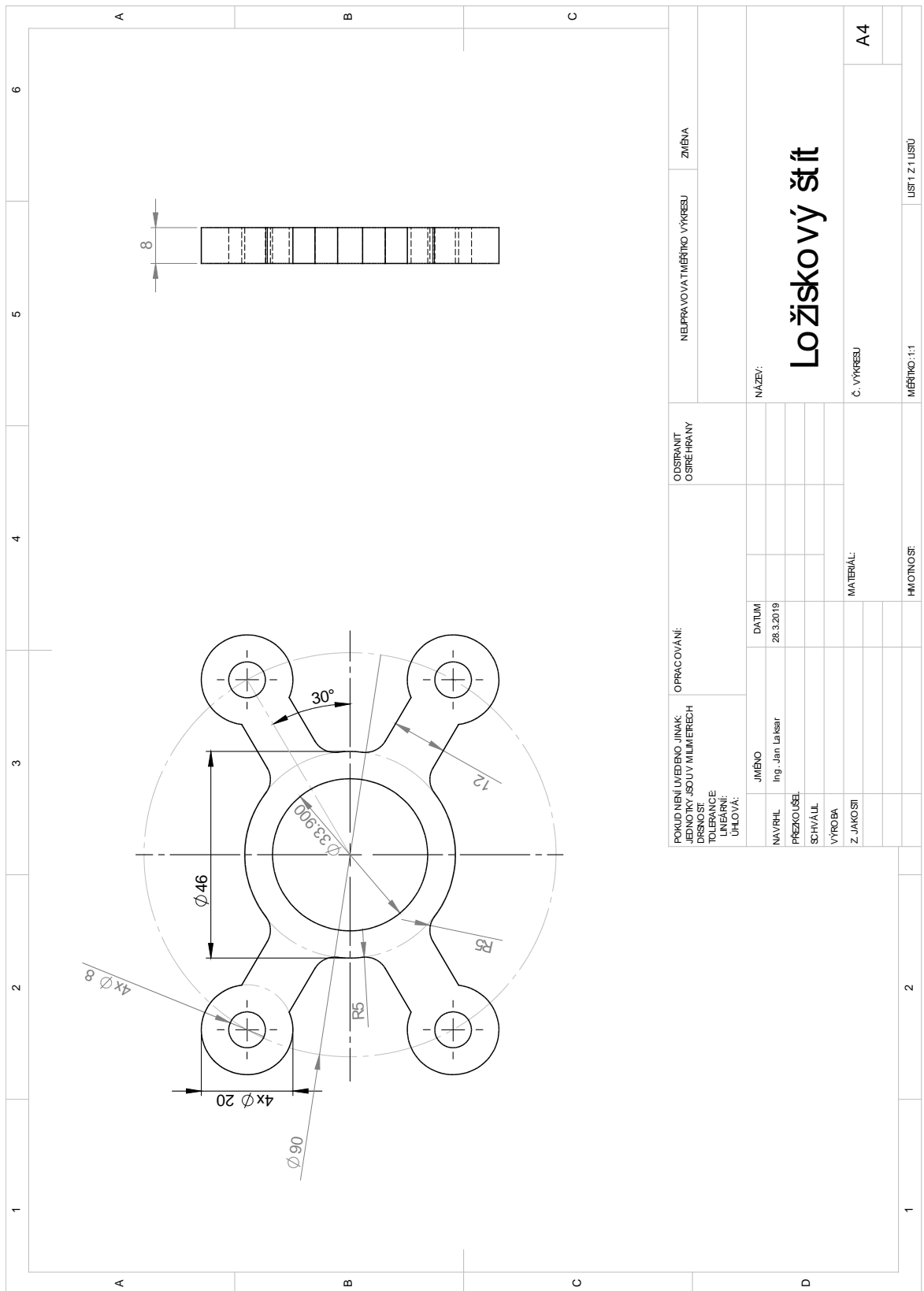
POKUD NENÍ UVEDENO JINAK: JEDNOTKY JSOU V MILIMETRECH DRSNOST: TOLERANCE: LINEÁRNÍ: UHLOVÁ:		OPRACOVÁNÍ:		ODSTRANIT OSTŘÍ HRANY	NEUPRAVOVAT MĚŘÍTKO VÝKRESU	ZMĚNA
JMÉNO		DATUM		NÁZEV:		
NAVRHL	Ing. Jan Laksar	20.3.2019		Rotorový plech; 2p=10		
PŘÍZKO UŠEL						
SCHVÁLIL						
VÝROBA				Č. VÝKRESU		A4
Z JAKOSTI				MATERIÁL:		
				HMOTNOST:		
				MĚŘÍTKO: 1:1		LIST 1 Z 1 LISTŮ

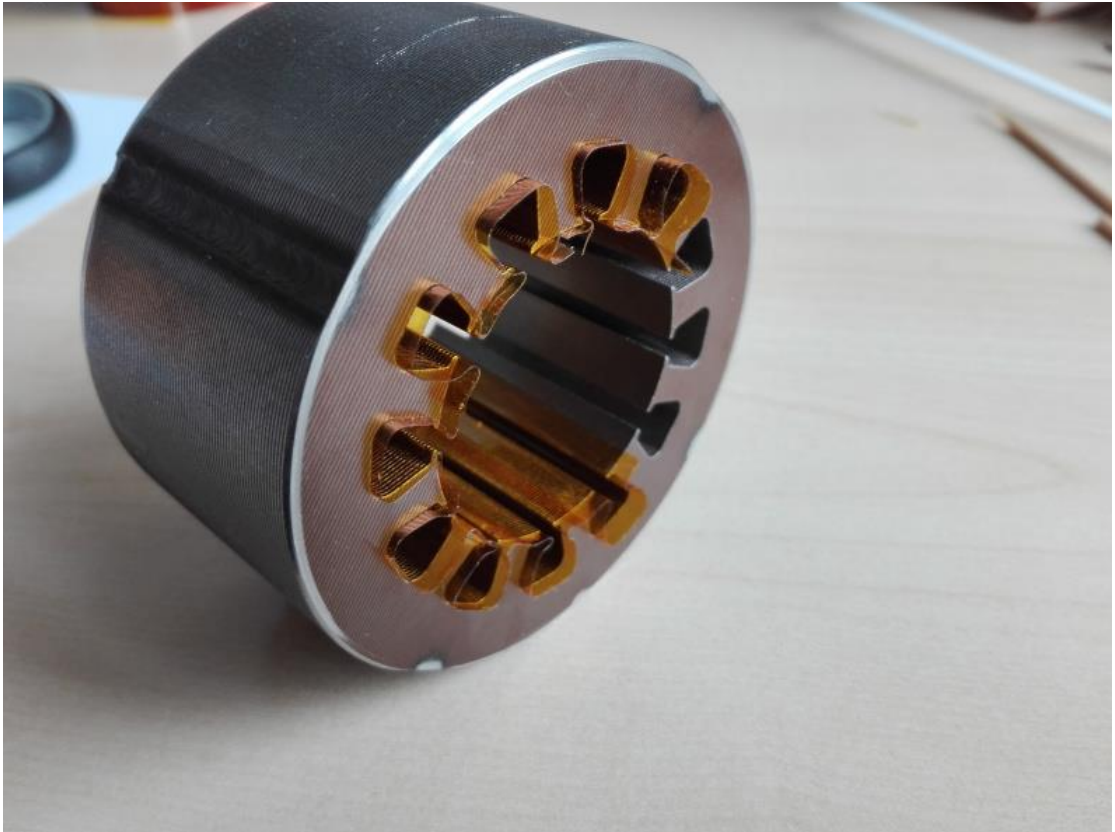
Příloha 12 – Izolační kroužek ložiska



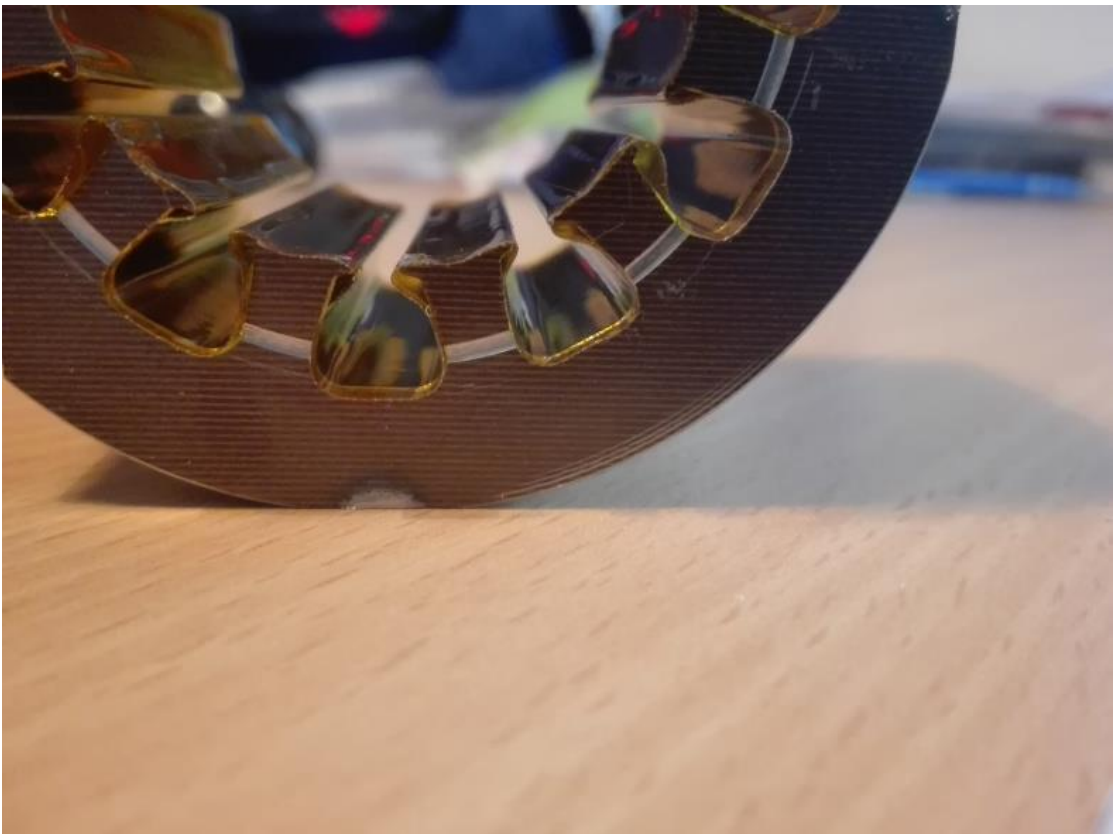
POKUD NEJÍ UVEDENO JINAK: JEDNOTKY JSOU V MILIMETRECH DRSNOST: TOLERANCE: LINEÁRNÍ: ÚHLOVÁ:		OPRACOVÁNÍ:		ODSTRANIT OSTŘÉ HRANY		NEJPRÁVOVAT MĚŘÍTKO VÝKRESU		ZMĚNA	
NÁZEV		DATUM		NÁZEV:					
NAVRHL	Ing. Jan Laksar	28.3.2019		Izolační kroužek ložiska					
PŘEZKOŮŠEL									
SCHVÁLIL									
VÝROBA									
Z. JAKOSTI			MATERIÁL:	Č. VÝKRESU				A4	
				MĚŘÍTKO: 2:1				LIST 1 Z 1 LISTŮ	
			HMOTNOST:						

Příloha 13 – Ložiskový štít



Příloha 14 – Fotodokumentace stavby generátoru

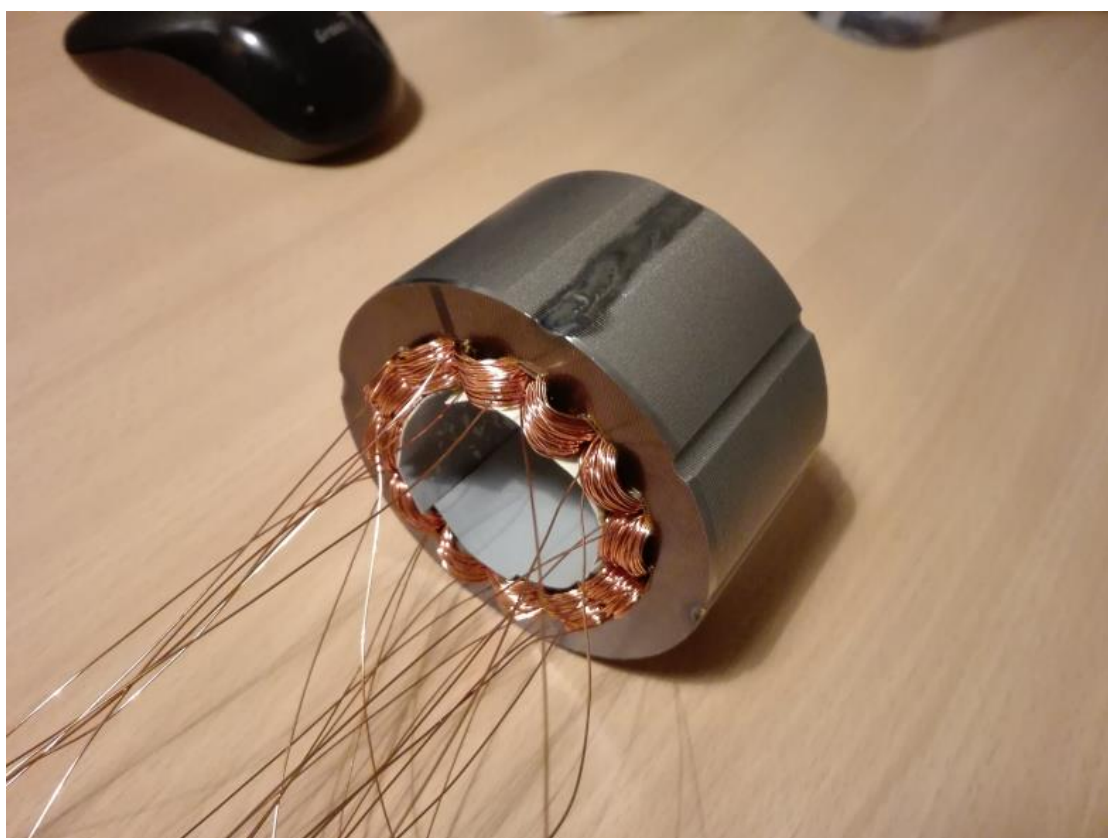
Obr. P-14.1: Statorové drážky částečně vyložené kaptonovou páskou



Obr. P-14.2: Detailní pohled na vyložení drážky

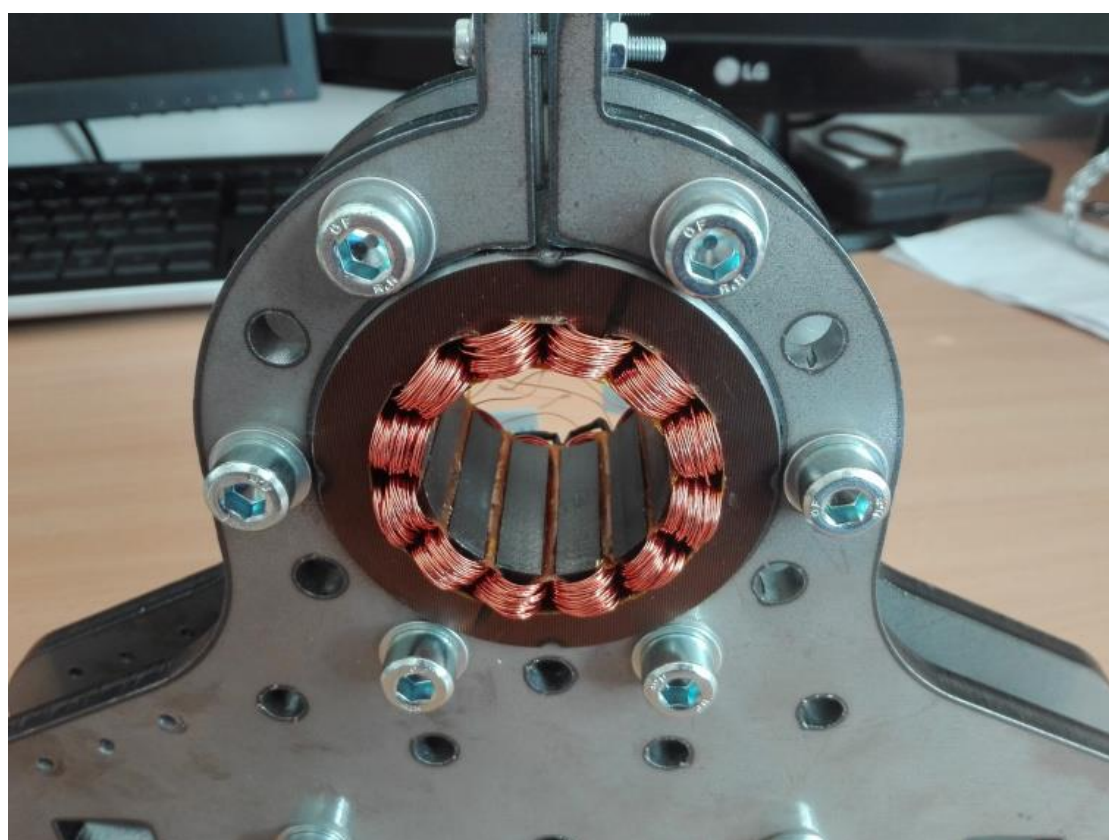


Obr. P-14.3: Statorová cívka

Obr. P-14.4: Stator stroje $q = 1/2$ s vloženými cívkami dvouvrstvého zubového vinutí



Obr. P-14.5: Spojené cívky jedné fáze třívrstvého vinutí stroje $q = 2/5$



Obr. P-14.6: Stator ve statorovém stojanu



Obr. P-14.7: Sestavené plechy rotoru na hřídeli



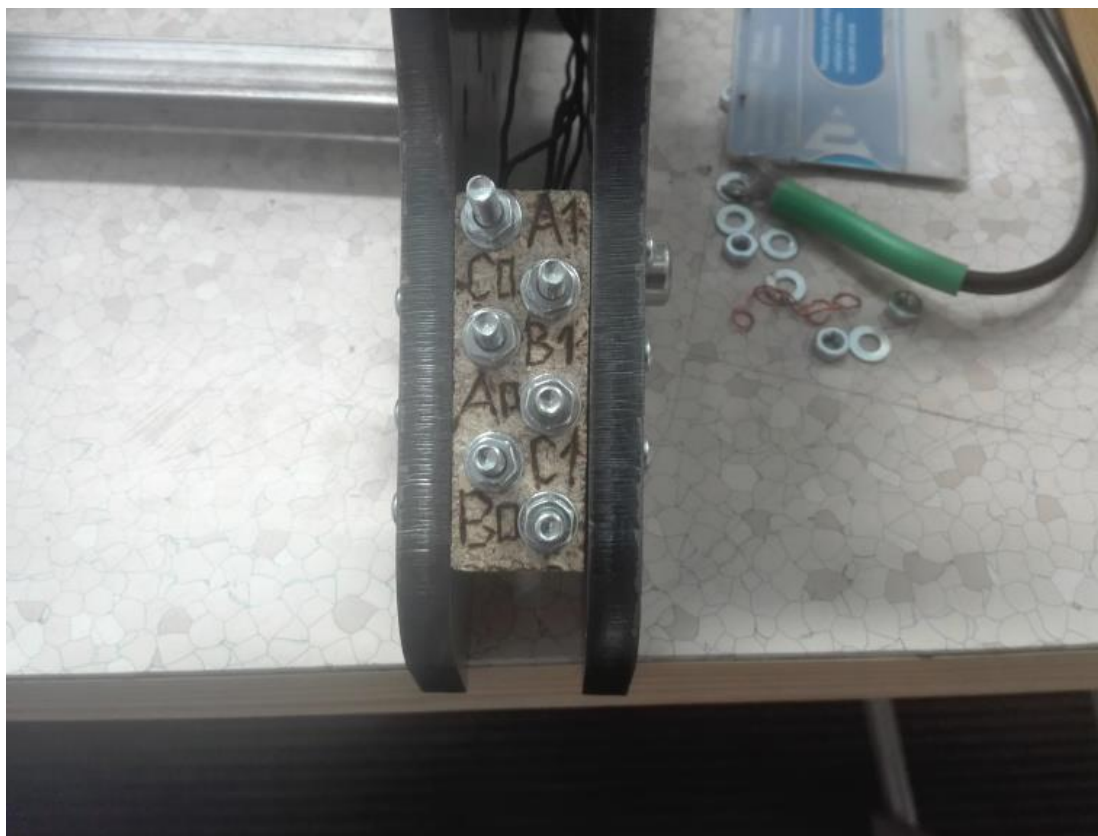
Obr. P-14.8: Proces lepení magnetů osmipólového rotoru



Obr. P-14.9: Hotový osmipólový rotor



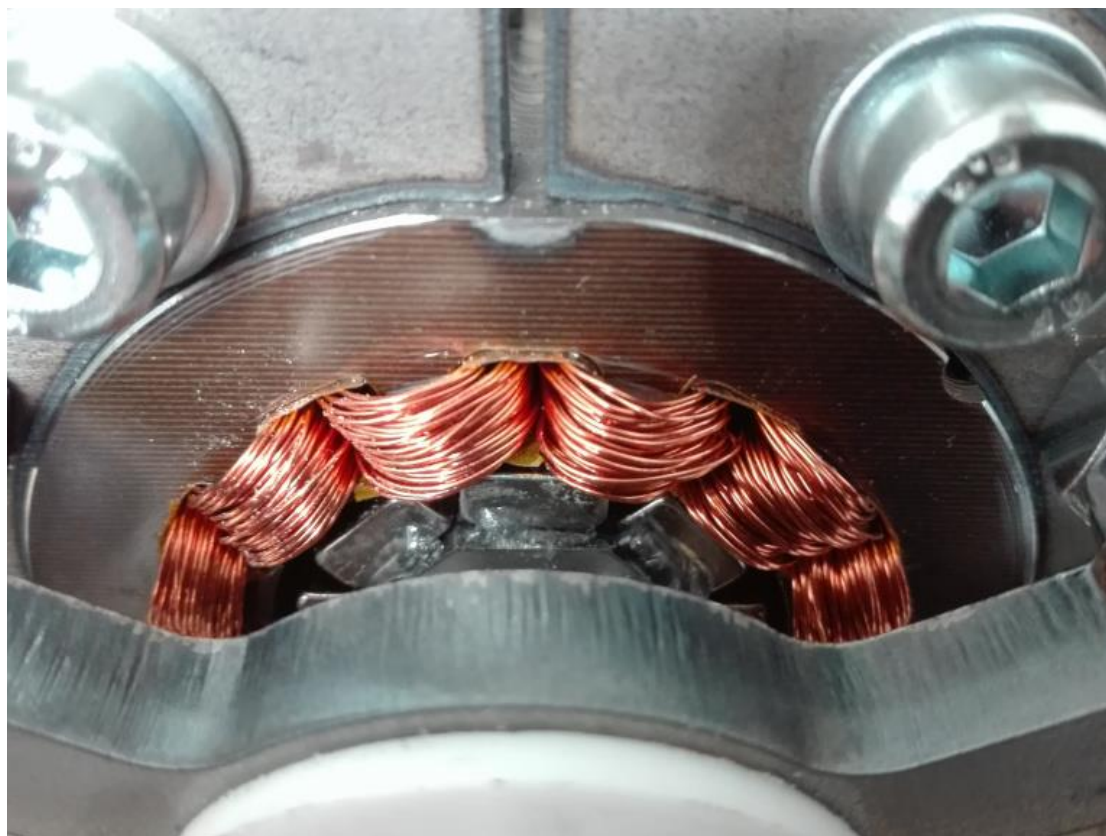
Obr. P-14.10: Hotový desetipólový rotor



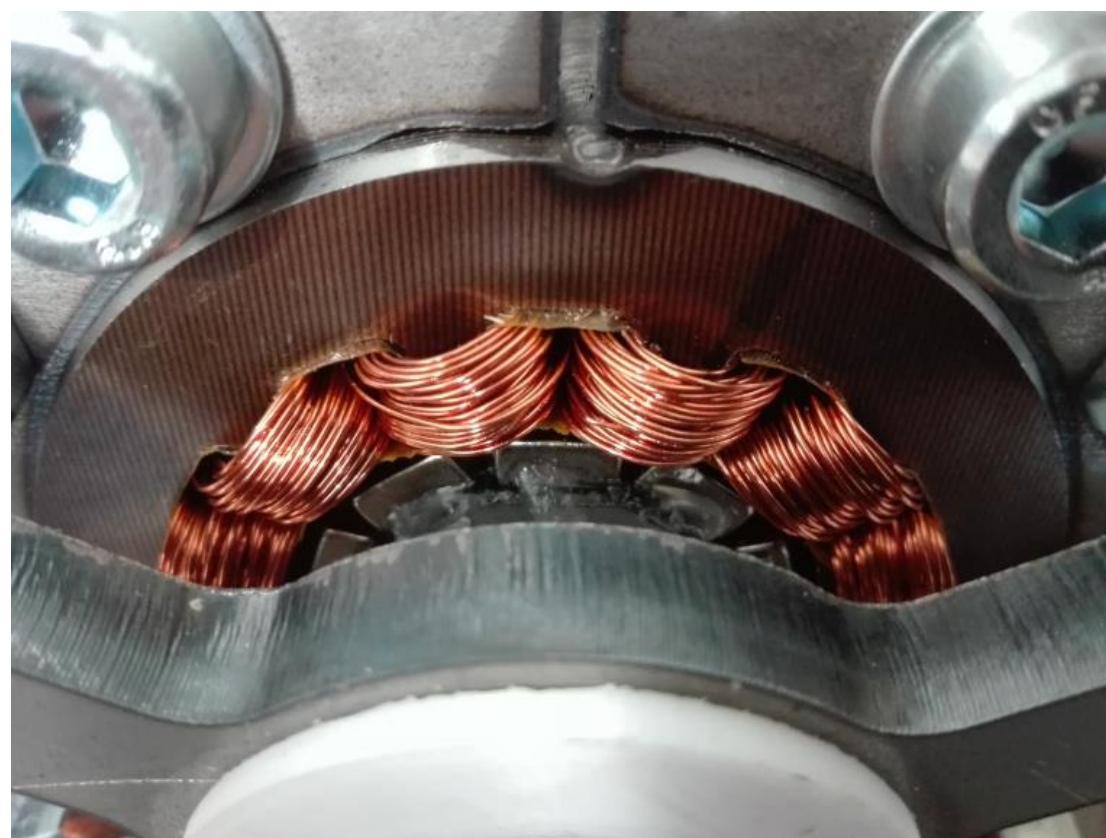
Obr. P-14.11: Svorkovnice



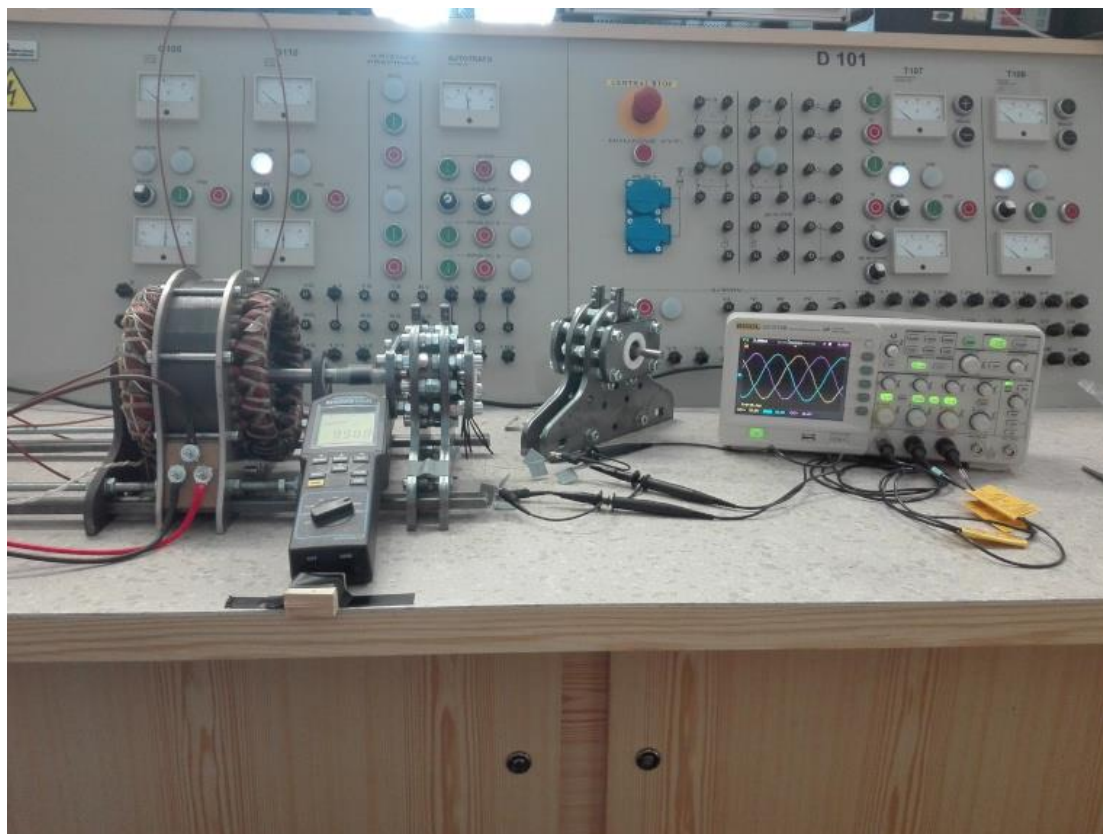
Obr. P-14.12: Pohled na hotový generátor



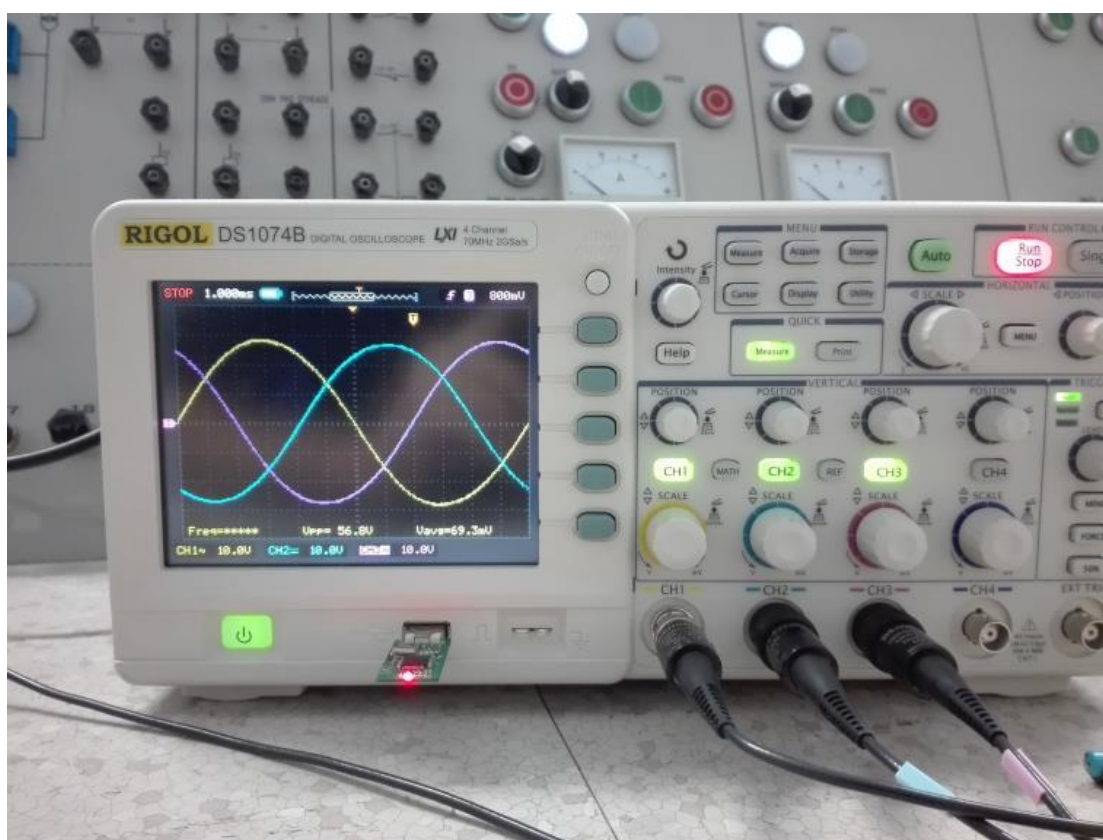
Obr. P-14.13: Detailní pohled na cívky a magnety stroje $q = 1/2$



Obr. P-14.14: Detailní pohled na cívky a magnety stroje $q = 2/5$



Obr. P-14.15: Zkušební měření indukovaného napětí

Obr. P-14.16: Indukované napětí stroje $q = 2/5$