

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

**KATEDRA ELEKTROMECHANIKY A VÝKONOVÉ ELEKTRONIKY**

# **DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**Software pro výpočet oteplení synchronních strojů s PM**

## ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta elektrotechnická

Akademický rok: 2019/2020

### ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení:	<b>Bc. Martin SKALICKÝ</b>
Osobní číslo:	<b>E18N0040P</b>
Studijní program:	<b>N2612 Elektrotechnika a informatika</b>
Studijní obor:	<b>Průmyslová elektronika a elektromechanika</b>
Téma práce:	<b>Software pro výpočet oteplení synchronních strojů s PM</b>
Zadávací katedra:	<b>Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky</b>

#### Zásady pro vypracování

1. Proveďte literární rešerši komerčních softwarů používaných k výpočtům oteplení elektrických strojů.
2. Sestavte modulární tepelně-ventilační model synchronních strojů s PM.
3. V programovacím jazyce Matlab vytvořte modulární program pro výpočet oteplení synchronních strojů s PM.
4. Program verifikujte metodou konečných prvků.

Rozsah diplomové práce: **40 – 60 stran**  
Rozsah grafických prací: **podle doporučení vedoucího**  
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

## Seznam doporučené literatury:

1. ROŠU, Marius et al. Multiphysics simulation by design for electrical machines, power electronics and drives. Hoboken: Wiley-IEEE Press, [2018], 2018. xv, 290 stran. IEEE Press series on power engineering; 66. ISBN 978-1-119-10344-8.
2. Hrabovcová, V.; Jokinen, T.; Pyrhönen, J.: Design of rotating electrical machines, Wiley, 2008. ISBN 978-0-470-69516.
3. List, Vladimír a Hak, Josef. Elektrotechnika II: elektrické stroje. Část 1. 3. přeprac. vyd. Praha: SNTL, 1969. 639 s. Technický průvodce; Sv. 12.
4. Vlach, R.: Tepelné procesy v mechatronických soustavách, VUT, 2007.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Roman Pechánek, Ph.D.**  
Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky

Datum zadání diplomové práce: **4. října 2019**  
Termín odevzdání diplomové práce: **28. května 2020**

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Ing. Zdeněk Peroutka, Ph.D.**  
děkan



  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Ing. Václav Kús, CSc.**  
vedoucí katedry

V Plzni dne 4. října 2019

## **Abstrakt**

Předkládaná diplomová práce je zaměřena na vytvoření tepelného modelu synchronního stroje s permanentními magnety a na jeho následnou realizaci v podobě softwaru v programovém prostředí MATLAB. Zavedením submodelů byl vytvořen univerzální model, respektující různá uložení permanentních magnetů, který pro řešení využívá analytické metody náhradních tepelných sítí. Získané výsledky submodelů a stejně tak i výsledky kompletního modelu jsou porovnávány s odpovídajícími modely řešenými metodou konečných prvků v softwaru ANSYS.

## **Klíčová slova**

Synchronní stroj, Permanentní magnety, Tepelný model, Metoda náhradní tepelné sítě, Metoda konečných prvků, Různá uložení PM, MATLAB, Software

## **Abstract**

The master thesis is focused on creation of thermal model of permanent magnet synchronous motor and its implementation as software in computing environment MATLAB. Due to introduction of submodels, universal model was created, which includes variety of permanent magnet topologies. Model is created by analytic method of equivalent thermal network. Results obtained from submodels as well as from complete model are verified with results of corresponding model based on finite element method created in software ANSYS.

## **Key words**

Synchronous machine, Permanent magnets, Thermal modeling, Equivalent thermal network method, Finite element method, Various topologies of PM, MATLAB, Software

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

.....

podpis

V Plzni dne 12.6.2020

Martin Skalický

## **Poděkování**

Tento příspěvek vznikl s podporou Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR v rámci projektu RICE – Nové technologie a koncepce pro inteligentní systémy, číslo projektu LO1607 a z podpory interního projektu SGS-2018-009.

Dále bych rád poděkoval vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Romanu Pechánkovi, Ph.D. za cenné profesionální rady, věcné připomínky a trpělivost při vedení práce.

# Obsah

ÚVOD .....	9
SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK .....	11
INDEXY .....	13
<b>1 ZÁKLADY TEPELNÉHO MODELOVÁNÍ .....</b>	<b>14</b>
1.1 OTEPLENÍ HOMOGENNÍHO TĚLESA.....	15
1.2 PŘESTUP TEPLA VEDENÍM (KONDUKCE).....	16
1.3 PŘESTUP TEPLA PROUDĚNÍM (KONVEKCE).....	17
1.4 PŘESTUP TEPLA SÁLÁNÍM (RADIACE) .....	20
<b>2 METODY TEPELNÉHO MODELOVÁNÍ.....</b>	<b>22</b>
2.1 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ .....	22
2.2 METODA CFD .....	23
2.3 METODA TEPELNÝCH SÍTÍ.....	24
2.3.1 Princip .....	24
2.3.2 Řešení .....	27
2.3.3 Tepelné odpory vedení v elementech se ztrátami.....	30
2.3.4 Tepelný odpor vedením tělesa s proměnným průřezem .....	33
2.4 TEPELNÉ MODELOVÁNÍ V PRAXI.....	34
2.4.1 Motor-CAD.....	36
<b>3 VÝPOČETNÍ SOFTWARE .....</b>	<b>39</b>
3.1 PRINCIP SUBMODELŮ A TEPELNÁ SÍŤ .....	39
3.2 POPIS SOFTWARE.....	41
3.2.1 Načítání .....	41
3.2.2 Indexování .....	42
3.2.3 Určení okrajových podmínek.....	43
3.2.4 Sestavení matic a výpočty .....	45
3.2.5 Výstup výsledků .....	46
<b>4 POPIS SUBMODELŮ A VÝSLEDKY VERIFIKACE .....</b>	<b>48</b>
4.1 HŘÍDEL.....	48
4.2 ROTOROVÉ JHO A PERMANENTNÍ MAGNETY .....	50
4.2.1 Povrchové a zapuštěné povrchové uložení .....	50
4.2.2 Pólové uložení .....	51
4.2.3 Jednovrstvé vnitřní uložení.....	52
4.2.4 Vnitřní uložení ve tvaru „V“.....	53
4.2.5 Paprskové vnitřní uložení .....	54
4.2.6 Vícevrstvé vnitřní uložení .....	55
4.3 OBLAST DRÁŽEK S ČELY .....	56
4.3.1 Submodel drážky typu „M“, „N“ .....	57
4.3.2 Čela statorového vinutí.....	59
4.3.3 Důpočty teplot vodičů.....	60
4.4 SUBMODELÝ STATOROVÉHO JHA, KOSTRY A LOŽISEK .....	61
<b>5 KONEČNÁ VERIFIKACE KOMPLETNÍHO MODELU .....</b>	<b>63</b>
ZÁVĚR.....	66
SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ.....	68
PŘÍLOHY .....	1



## Úvod

S rostoucím tlakem na konstruktéry elektrických strojů, který je nutí k návrhu strojů se stále vyšší účinností a větší hustotou výkonu nastává situace kde se tepelný návrh stává oproti klasickému elektromagnetickému neméně důležitým [1]. U strojů typu synchronních motorů s permanentními magnety (PMSM) to platí dvojnásob, jelikož je tento typ strojů konstruován především pro využití v moderních trakčních pohonech. Je snaha k dosažení co největších výkonů při relativně malých rozměrech, čehož je možné dosáhnout právě využitím moderních magnetů ze vzácných zemin, avšak s rostoucím výkonem přirozeně narůstají i ztráty které je nutné efektivně odvádět do chladicího média tak, aby bylo zabráněno přehřátí. A právě adekvátním tepelným návrhem je konstruktér schopen optimalizovat návrh tak, aby nedocházelo k nadměrnému zahřívání tepelně citlivých součástí, jako je například izolační systém a magnety, což vede k drastickému snižování životnosti celého stroje.

Cílem této práce je vytvoření modulárního tepelného modelu strojů typu PMSM, který je schopný co nejpřesněji a co nejrychleji z dat získaných z elektromagnetického návrhu určit oteplení jednotlivých částí stroje a přiblížit se možná co nejlíže k teplotám vznikajícím v kritických místech s maximální teplotou v tzv. hotspotech, které jsou pro izolační systém nejkritičtějšími místy. Tím bude dosaženo rychlejšího a efektivnějšího návrhu stroje. Modularita modelu je nutná k tomu, aby bylo možné co nejjednodušeji doplňovat různé geometrie a uspořádání, čímž by se model stával univerzálním a odpadala by nutnost vytvářet pro každý stroj nový model, již kvůli tomu, že vytvoření přesného tepelného modelu je mnohdy komplikovanější a časově náročnější, než samotný elektromagnetický návrh [2].

Pro vytvoření modelu byla použita analytická metoda ekvivalentní tepelné sítě s koncentrovanými parametry, model je realizován v prostředí MATLAB. Souběžně s analytickým model byl realizován i adekvátní numerický model využívající metody konečných prvků (MKP), realizovaný v softwaru ANSYS, na kterém byly získané výsledky verifikovány.

V první kapitola práce je věnována některým základům termodynamiky nezbytným pro pochopení základů tepelného modelování, jemuž je věnována druhá kapitola, v které jsou

zmíněny tři základní metody tepelného modelování, přičemž největší pozornost je věnována metodě tepelných sítí, a nakonec jsou komentovány některé způsoby použití těchto metod v praxi pro modelování elektrických strojů. Třetí kapitola se již věnuje samotnému softwaru, je zde popsán princip submodelů společně se zjednodušenou tepelnou sítí a nastíněním algoritmu výpočtu. V další kapitole jsou blíže popsány některé submodely společně s výsledky jejich verifikace. Nakonec jsou v poslední kapitole komentovány výsledky konečné verifikace kompletního tepelného modelu.

## Seznam symbolů a zkratk

$b$ .....	Šířka (m)
$C$ .....	Tepelná kapacita ( $J \cdot K^{-1}$ )
$\mathbf{C}$ .....	Matice tepelných kapacit
$c$ .....	Měrná tepelné kapacita ( $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ )
$c_p$ .....	Měrná tepelná kapacita oři konstantním tlaku ( $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ )
$d$ .....	Charakteristický rozměr (m)
$d$ .....	Průměr (m)
$d_h$ .....	Hydraulický průměr (m)
$dt$ .....	Element času (s)
$d_x, d_y, d_z$ .....	Element délky ve směru osy x, y, z (m)
$E$ .....	Výkon vyzářený sáláním ( $W \cdot m^{-2}$ )
$E_b$ .....	Výkon vyzářený dokonale černým tělesem ( $W \cdot m^{-2}$ )
$\mathbf{G}$ .....	Matice tepelných vodivostí
$h$ .....	Výška (m)
$l$ .....	Délka (m)
$m$ .....	Hmotnost (kg)
$Nu$ .....	Nusseltovo číslo
$Pr$ .....	Prandtlovo číslo
$Q$ .....	Tepelný tok (W)
$Q'$ .....	Generované teplo (W)
$q$ .....	Hustota tepelného toku ( $W \cdot m^{-2}$ )
$\mathbf{q}$ .....	Vektor hustoty tepelného toku ( $W \cdot m^{-2}$ )
$q'$ .....	Hustota generovaného tepla ( $W \cdot m^{-3}$ )
$q_a$ .....	Akumulované teplo ( $W \cdot m^{-3}$ )
$Re$ .....	Reynoldsovo číslo
$R_p$ .....	Tepelný odpor proudění ( $K \cdot W^{-1}$ )
$R_s$ .....	Tepelný odpor sálání ( $K \cdot W^{-1}$ )
$R_v$ .....	Tepelný odpor vedení ( $K \cdot W^{-1}$ )
$R_{x,y,z}$ .....	Tepelný odpor ve směru osy x, y, z ( $K \cdot W^{-1}$ )
$r$ .....	Poloměr (m)
$S$ .....	Plocha ( $m^2$ )
$T$ .....	Termodynamická teplota (K)

$Ta$ .....	Taylorovo číslo
$v$ .....	Rychlost ( $m \cdot s^{-1}$ )
$\alpha$ .....	Koeficient přestupu tepla ( $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ )
$\beta$ .....	Míra absorpce
$\Delta P$ .....	Vektor ztrát
$\Delta P$ .....	Generované ztráty (W)
$\Delta \vartheta$ .....	Oteplení ( $^{\circ}C$ )
$\Delta \vartheta_0$ .....	Počáteční oteplení ( $^{\circ}C$ )
$\Delta \vartheta_{\infty}$ .....	Ustálené oteplení ( $^{\circ}C$ )
$\delta$ .....	Velikost vzduchové mezery (m)
$\varepsilon$ .....	Emisivita
$\varepsilon_r$ .....	Relativní emisivita
$\eta$ .....	Míra odrazivost
$\vartheta$ .....	Teplota ( $^{\circ}C$ )
$\boldsymbol{\vartheta}$ .....	Vektor teplot
$\vartheta_{amb}$ .....	Teplota okolí ( $^{\circ}C$ )
$\kappa$ .....	Míra průsvitnost
$\lambda$ .....	Měrná tepelná vodivost ( $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ )
$\lambda_{x,y,z}$ .....	Měrná tepelná vodivost ve směru osy x, y, z ( $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ )
$\mu$ .....	Dynamická viskozita ( $Pa \cdot s$ )
$\nu$ .....	Kinematická viskozita ( $m^2 \cdot s^{-1}$ )
$\rho$ .....	Hustota ( $kg \cdot m^{-3}$ )
$\sigma$ .....	Stefan-Boltzmannova konstanta ( $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$ )
$\tau$ .....	Časová konstanta přechodového děje (s)
$\omega$ .....	Úhlová rychlost ( $rad \cdot s^{-1}$ )
WS .....	Work Space
CW .....	Command window
CAD .....	Computer aided design
PM .....	Permanentní magnet
AS .....	Asynchronní
MATLAB .....	Matrix laboratory

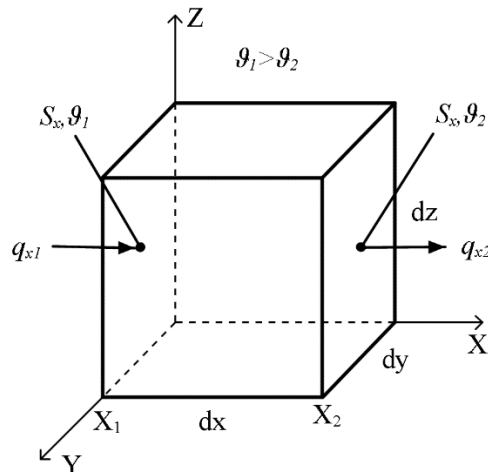
DE..... Drive end  
MKP ..... Metoda konečných prvků  
CFD ..... Computational fluid dynamics  
NDE..... Non drive end

**Indexy**

1,2, ... ..... Číslo uzlu, pořadí  
amb..... Okolí  
ax ..... Axiální směr  
ch ..... Chladivo  
i, j; m, n..... Pozice  
max..... Maximální  
rad ..... Radiální směr  
stř ..... Střední  
tan ..... Tangenciální směr

# 1 Základy tepelného modelování

Jak je obecně známo teplo se šíří z teplejšího místa s vyšší energií do místa chladnějšího, a právě šíření tepla probíhá třemi základními, naprosto rozdílnými fyzikálními principy, a to pomocí vedení, proudění a sálání tepla, které budou detailněji popsány v dalších kapitolách. Pro získání základní rovnice šíření tepla se teď omezím pouze na vedení a na těleso na s plochou strany  $S = 1 \text{ m}^2$ . [3]



Obrázek 1: Obecné těleso

Hustota tepelného toku procházejícího elementem ve směru  $x$  se určí pomocí vztahu:

$$q_x = \lambda_x \cdot \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{x_1 - x_2} = -\lambda_x \cdot \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{x_1 - x_2} \Rightarrow -\lambda_x \frac{d\vartheta}{dx} \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}), \quad (1.1)$$

kde  $\lambda_x$  ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ) je měrná tepelná vodivost ve směru  $x$ ,  $\vartheta_{1,2}$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) je teplota v místě  $x_1$  a  $x_2$ ,

V elementu se naakumuluje za čas  $dt$  velikost tepelného toku o hodnotě:

$$q_a = c \cdot \rho \cdot \frac{d\vartheta}{dt} \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-3}), \quad (1.2)$$

kde  $c$  ( $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ) je měrná tepelná kapacita,  $\rho$  ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) je hustota.

Pro element platí rovnováha tepelných toků, a sice změna tepelných toků v objemu elementu je rovna teplu vznikajícímu v objemu mínus teplo akumulované.

$$dq_x dy dz + dq_y dx dz + dq_z dx dy = q' dx dy dz - q_a dx dy dz \quad (1.3)$$

Kde  $q' dx dy dz$  je teplo generované v elementu.

Dosažením z rovnic (1.2) a (1.3) provedením derivace a vydělením součinem  $d_x d_y d_z$  získáme již výslednou rovnici která popisuje šíření tepla v obecném tělese:

$$\lambda_x \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \lambda_y \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \lambda_z \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} = -q' + c \cdot \rho \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t}. \quad (1.4)$$

Dalšími úpravami lze tuto základní rovnici zjednodušit, avšak aplikací na reálný model by bylo nutné vytvořit takovou rovnici pro každé těleso a následně definovat okrajové podmínky, tím by vznikla soustava parciálních diferenciálních rovnic druhého řádu, což vede sice na přesné, ale zároveň i na vcelku komplikované řešení. V dnešní době výkonné výpočetní techniky je výhodnější využít metody tepelných sítí, která bude podrobněji popsána dále. [3], [4]

## 1.1 Oteplení homogenního tělesa

Když se teď omezím na těleso, v jehož objemu rovnoměrně vzniká teplo a je ochlazováno vnější plochou, tak proces jeho oteplování lze popsat diferenciální rovnicí [4]:

$$Q \cdot dt = c \cdot m \cdot d\Delta\vartheta + \alpha \cdot S \cdot \Delta\vartheta \cdot dt, \quad (1.5)$$

kde:  $Q$  (W) – teplo vznikající uvnitř tělesa,  $m$  (kg) – hmotnost,  $\Delta\vartheta$  (°C) – oteplení tělesa,  $\alpha$  (W · m<sup>-2</sup> · K<sup>-1</sup>) – koeficient přestupu tepla,  $S$  (m<sup>2</sup>) – chladicí povrch tělesa.

Oteplení  $\Delta\vartheta$  je zavedeno z důvodu závislosti teploty tělesa na teplotě chladicího média a okolí a určí se ze vztahu [4]:

$$\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_{amb} \text{ (°C)}, \quad (1.6)$$

kde:  $\vartheta$  – teplota tělesa,  $\vartheta_{amb}$  – teplota okolí.

V rovnici (1.5) druhý člen reprezentuje odvod tepla z tělesa do okolí a první člen je teplo akumulované uvnitř tělesa, které je po ustálení teploty nulové a veškeré teplo je odváděno do okolí. Teplota se ustálí na hodnotě [5]:

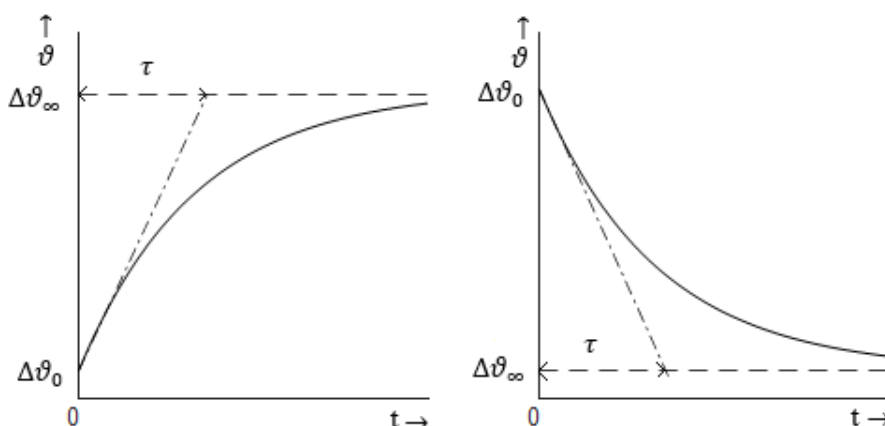
$$\Delta\vartheta_{\infty} = \frac{Q}{\alpha \cdot S} \text{ (°C)}. \quad (1.7)$$

Obecným řešením rovnice (1.5) popisujícím přechodový děj oteplování tělesa je vztah [4]:

$$\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_0 + (\Delta\vartheta_\infty - \Delta\vartheta_0) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \text{ (}^\circ\text{C)}, \quad (1.8)$$

kde:  $\Delta\vartheta_0$  ( $^\circ\text{C}$ ) – počáteční oteplení tělesa,  $\tau = \frac{c \cdot m}{\alpha \cdot S}$  (s) – časová konstanta oteplování tělesa.

V případě že teplota na počátku přechodového děje je nižší, než teplota konečná jedná se o proces oteplování (Obrázek 2a), v opačném případě jde o ochlazení (Obrázek 2b). [4]



Obrázek 2: a) křivka oteplování, b) křivka ochlazování [4]

## 1.2 Přestup tepla vedením (kondukce)

Vedení tepla probíhá na základě dvou odlišných dějů probíhajících v látkách. Prvním způsobem je předávání tepelné energie mezi molekulami látky pomocí vzájemných interakcí v molekulové struktuře, neboli molekula s větší pohybovou energií předává pomocí vazeb část své energie molekule s energií nižší a tím dochází k postupnému šíření tepla, takto je teplo vedeno jak v pevných látkách pomocí vibrací ve struktuře hmoty, tak i v kapalných a plynných látkách díky srážkám molekul, na druhou stranu druhý princip probíhající výhradně v některých kapalinách a především kovech využívá volných elektronů, a tento princip přímo závisí na počtu volných elektronů, čím je elektronů více, tím lepší tepelnou vodivost látka vykazuje, proto jsou všechny dobré elektrické vodiče zároveň výbornými vodiči tepelnými [2], [6]. Teplo je vedením přenášeno všemi směry, přičemž hustota tepelného toku je dána rovnicí [4]:

$$\mathbf{q} = -\lambda \cdot \text{grad } \vartheta \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2}\text{)}, \quad (1.9)$$

kde  $\text{grad } \vartheta$  je gradient teplotního pole.



Pro použití v tepelné síti se tento vektor rozděluje na jednotlivé složky, například pro směr  $x$  získáme po převedení na tepelný tok vztah [4]:

$$Q_x = -\lambda_x \cdot S \cdot \frac{d\vartheta}{dx} \approx \lambda_x \cdot S \cdot \frac{\Delta\vartheta}{l} = \frac{\Delta\vartheta}{R_v} \text{ (W)}, \quad (1.10)$$

kde:  $l$  (m) – délka zkoumaného prvku ve směru  $x$ ,  $\Delta\vartheta$  (°C) – teplotní spád na délce  $l$ ,  $R_v$  (K · W<sup>-1</sup>) – tepelný odpor vedení,  $S$  (m<sup>2</sup>) – je plocha kolmá na směr vedení tepla

Tedy tepelný odpor vedení se vypočte ze vztahu:

$$R_v = \frac{l}{\lambda \cdot S} \text{ (K · W}^{-1}\text{)}. \quad (1.11)$$

Materiály by obecně mohly být anizotropní co se týče tepelné vodivosti, tedy měrná tepelná vodivost je různá v odlišných směrech, ovšem pro účely tepelného modelování elektrických strojů se převážná většina materiálů uvažuje jako izotropní, výjimky tvoří například listěný materiál magnetických obvodů, který má vlivem vrstev izolace v axiálním směru výrazně nižší tepelnou vodivost [2], [5]. Dále reálná tepelná vodivost je funkce teploty  $\lambda = f(\vartheta)$ , přičemž v kovech s rostoucí teplotou vodivost klesá, především vlivem častějších srážek kmitajících atomů s volnými elektrony, a v izolantech, či plynech vodivost naopak roste [2], [6]. Avšak z důvodu zjednodušení modelu se závislost rovněž zanedbává, přičemž nevzniká příliš znatelná chyba, jelikož v použitelném rozsahu teplot není změna příliš výrazná, například v rozsahu 100 K klesne tepelná vodivost mědi o 2 % [7].

### 1.3 Přestup tepla prouděním (konvekce)

Přestupem prouděním se rozumí předání tepla z pevné plochy do kapalného, či plynného média, proudícího podél chladicí plochy [2], [6]. Reálně se uplatňují dva mechanismy šíření: klasické vedení tepla, kterým se šíří teplo mezi molekulami média s rozdílnou teplotou, tímto je teplo předáváno na mikroskopické úrovni, druhým způsobem je teplo šířeno vlivem makroskopického pohybu částic média, ke kterému dochází pohybem média [2], [5], [6]. Rozlišujeme jednak nucený pohyb média, vznikající vlivem působení mechanického zdroje tlaku, který nutí médium k pohybu, jako je například ventilátor či čerpadlo, a druhým typem je proudění přirozené, vznikající změnou hustoty média při ohřátí, což způsobí pohyb média v okolí ohřáté plochy tím, že je ohřáté médium opět nahrazeno chladnějším [5], [6]. Nucené

proudění vykazuje mnohem větší účinnost při ochlazování povrchu, jelikož přirozené proudění nedokáže vyvolat tak významný pohyb tekutiny.

Tepelný tok vystupuje z plochy vždy kolmo a jeho velikost lze stanovit ze vztahu:

$$Q_{pov} = \alpha \cdot S \cdot (\vartheta_{pov} - \vartheta_0) \quad (W), \quad (1.12)$$

kde:  $Q_{pov}$  (W) – tepelný tok procházející chladicí plochou,  $\alpha$  ( $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ ) – koeficient přestupu tepla,  $S$  ( $m^2$ ) – chladicí povrch,  $\vartheta_{pov}$  ( $^{\circ}C$ ) – teplota povrchu,  $\vartheta_0$  ( $^{\circ}C$ ) – teplota média.

Porovnáním rovnice (1.6) a (1.8) lze získat tepelný odpor pro přestup tepla konvekcí:

$$R_p = \frac{1}{\alpha \cdot S} \quad (K \cdot W^{-1}). \quad (1.13)$$

Korektní určení koeficientů přestupu tepla  $\alpha$  je velmi důležité pro výslednou přesnost modelu, avšak zároveň nejkomplikovanější oblastí tepelného modelování. Jeho velikost závisí na spouště faktoru mezi ně patří například geometrie a drsnost chladicího povrchu, dále viskozita, rychlost a tepelná vodivost chladiva, a další. Z důvodu velkého počtu parametrů se pro popsání chování tekutin zavedla bezrozměrná čísla a pomocí empirických závislostí mezi těmito čísly se určuje výsledný koeficient, v této oblasti se využívají čísla: Nusseltovo, Reynoldsovo, Taylorovo a Prandtlovo. [2], [5]

**Nusseltovo číslo** představuje poměr mezi teplem přenášeným konvekcí a kondukcí, tedy určuje efektivnost proudění vůči teple přenesenému vedením a platí pro něj vztah:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} \quad (-), \quad (1.14)$$

kde  $d$  (m) je charakteristický rozměr chladicí plochy.

Charakteristický rozměr je například u rovných ploch jejich délka, u rotujících částí je střední průměr okolo osy rotace, v případě kruhového chladicího kanálu je to jeho průměr a u obecných chladicího kanálu se používá tzv. hydraulický průměr, který se určí ze vztahu [2]:

$$d_h = \frac{4 \cdot S}{O} \text{ (m)}, \quad (1.15)$$

kde:  $S$  ( $\text{m}^2$ ) – průřez chladicího kanálu,  $O$  (m) – obvod chladicího kanálu.

Ze vztahu (1.14) se určuje přímo koeficient přestupu a samotné Nusseltovo číslo se určuje z Prandtlova a Reynoldsova pomocí empirických závislostí odvozených z předešlých zkušeností pro konkrétní geometrie vyskytující se v elektrických strojích [1], [5]. Závislosti použité v tomto konkrétním modelu se nacházejí v kapitole 3.2.3.

**Reynoldsovo číslo** popisuje charakter proudění a je to vztah mezi pohybem a viskózními silami v chladivu

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} \text{ (-)}, \quad (1.16)$$

kde:  $v$  ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) – rychlost proudění chladiva,  $\nu$  ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ) – kinematická viskozita.

V závislosti na velikosti Reynoldsova čísla lze usuzovat na charakter proudění, v případě nízké hodnoty se jedná o proudění laminární, ve kterém nepřekoná pohybem chladivo viskózní síly mezi jednotlivými vrstvami proudícího chladiva, tudíž vrstvy jsou k sobě rovnoběžné, přitom horké ohřáté chladivo se drží stále u povrchu a mezi ostatními vrstvami probíhá pouze difuze tepla. V případě, když Reynoldsovo číslo přesáhne kritickou hodnotu, začínají se vrstvy promíchávat mezi sebou a tím přispívají k lepšímu odvodu tepla od povrchu a rovnoměrnějšímu rozložení teploty v chladivu, tomuto charakteru proudění se říká proudění turbulentní. Hodnota kritického Reynoldsova čísla se udává pro rovnou plochu  $Re_{krit} = 5 \cdot 10^5$  a pro válcový kanál  $Re_{krit} = 2300$ . [2], [6]

**Taylorovo číslo** je svým významem shodné jako číslo Reynoldsovo ovšem s tím specifickým že popisuje proudění v mezeře mezi dvěma koncentrickými válci, přičemž jeden je pevný a druhý rotující, je tedy vhodné pro popis proudění ve vzduchové mezeře. Do poměru dává odstředivé síly s viskózními silami. V nízkých otáčkách vzniká laminární proudění ve směru rotace válce nazývané Couettovo proudění ( $Ta < 1700$ ), ale s rostoucími otáčkami vlivem tangenciální síly začnou vznikat malé víry, které se nazývají Taylorovy víry ( $1700 < Ta < 10^4$ ), s dalším nárůstem otáček již proudění přechází do turbulentního [2]. Taylorovo číslo se vypočítá ze vztahu:

$$Ta = \frac{\rho^2 \cdot \omega^2 \cdot r_{stř} \cdot \delta^3}{\mu^2} (-), \quad (1.17)$$

kde:  $\rho$  ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) – hustota chladicího média,  $\omega$  ( $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ) – úhlová rychlost rotoru,  $r_{stř}$  (m) – střední poloměr vzduchové mezery,  $\delta$  (m) – radiální délka vzduchové mezery,  $\mu$  ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ) – dynamická viskozita.

**Prandtlovo číslo** dává do poměru pohyb a tepelné vedení v médiu neboli určuje efektivnost přenosu tepla pomocí pohybu chladiva vůči difuzi tepla v chladivu [2], [6]

$$Pr = \frac{v \cdot \rho \cdot c_p}{\lambda} (-), \quad (1.18)$$

kde  $c_p$  ( $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ) je měrná tepelná kapacita chladiva při konstantním tlaku.

#### 1.4 Přestup tepla sáláním (radiace)

Radiace se od dalších dvou principů odlišuje především tím, že pro přenos energie nepotřebuje žádné médium, zatímco konvekce a kondukce ve vakuu neexistuje, radiace je ve vakuu nejefektivnější [6]. Radiace probíhá za pomoci elektromagnetického záření v infračerveném spektru, které vyzařuje každé těleso s  $T > 0$ , přičemž míra vyzářené energie je dána Stefan-Boltzmannovým zákonem [6]:

$$E_b = \sigma \cdot T^4 (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}), \quad (1.19)$$

kde:  $E_b$  ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ) – vyzařovaný výkon dokonale černého tělesa,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  – Stefan-Boltzmannova konstanta,  $T$  (K) – termodynamická teplota povrchu.

Předchozí vztah popisuje teplo vyzářené z dokonale černého povrchu, který ale reálně neexistuje, proto je definována emisivita  $\varepsilon$ , jejíž hodnota se pohybuje od 0 do 1, přičemž dokonale černá by měla  $\varepsilon = 1$ , reálná černá barva se pohybuje okolo  $\varepsilon = 0,9$  a šedá  $\varepsilon = 0,85$  [2]. Reálný vyzařovaný výkon se pak vypočte jako [6]:

$$E = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4 (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}). \quad (1.20)$$

Při dopadu záření na jiné těleso mohou nastat tři možnosti: záření tělesem pouze projde, vyjádřeno mírou průsvitnosti  $\kappa$ , nebo se odrazí charakterizováno odrazivostí  $\eta$ , anebo se část pohltí a těleso ohřeje, vyjádřeno pomocí absorpce  $\beta$ , ovšem vždy musí platit vztah [2]:

$$\kappa + \eta + \beta = 1 \quad (1.21)$$

Výsledný tepelný tok přenesený pomocí záření se určí ze vztahu [2]:

$$Q = S \cdot \varepsilon_r \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \text{ (W)}, \quad (1.22)$$

kde:  $Q$  (W) – tepelný tok přenášený zářením,  $\varepsilon_r$  – relativní emisivita,  $T_1$  (K) – termodynamická teplota vyzařujícího tělesa,  $T_2$  (K) – termodynamická teplota pohlcujícího tělesa.

Relativní emisivita se vypočte ze vztahu [2]:

$$\frac{1}{\varepsilon_r} = \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2} \cdot \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right), \quad (1.23)$$

kde  $\varepsilon_1$  a  $S_1$  (m<sup>2</sup>) je emisivita a plocha vyzařujícího tělesa a  $\varepsilon_2$  a  $S_2$  (m<sup>2</sup>) je emisivita a plocha ozařovaného tělesa.

Tepelný odpor se určí podobně jako v předchozích případech ze vztahu [2]:

$$R_s = \frac{T_1 - T_2}{Q} = \frac{T_1 - T_2}{S \cdot \varepsilon_r \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)} = \frac{1}{\alpha_s S} \text{ (K} \cdot \text{W}^{-1}\text{)}, \quad (1.24)$$

kde  $\alpha_s$  (W · m<sup>-2</sup> · K<sup>-1</sup>) je koeficient přestupu tepla sáláním.

Pro koeficient přestupu tepla sáláním platí [2]:

$$\alpha_s = \varepsilon_r \cdot \sigma \cdot \frac{T_1^4 - T_2^4}{T_1 - T_2} \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}. \quad (1.25)$$

Sálání se ve většině případů při výpočtech oteplení elektrických strojů zanedbává, načež ve většině případů není dosahováno podstatné chyby, jelikož v porovnání s konvekcí je radiace téměř nepodstatná. Jedinou výjimku tvoří záření do vnějšího prostoru u strojů bez ventilátoru a jiného nuceného chlazení, jelikož v tom případě je koeficient přestupu  $\alpha$  malý, a radiace se již nedá zanedbat, v tom případě se radiace uvažuje prostřednictvím společného koeficientu přestupu respektující jak konvekci, tak i radiaci. [2], [4], [8]

## 2 Metody tepelného modelování

V této kapitole budou popsány metody používané v oblasti tepelných analýz elektrických strojů jak v praxi, tak i v akademických kruzích, bude popsána jejich podstata a možnosti využití společně s jejich výhodami i nevýhodami. Metody tepelné analýzy lze rozdělit do dvou kategorií, a sice na metody numerické a analytické. Mezi numerické metody patří metoda konečných prvků (MKP) a metoda počítačového modelování proudění tekutin (computational fluid dynamics CFD), do metod analytických spadají metody náhradních sítí.

### 2.1 Metoda konečných prvků

Metody konečných prvků se hojně využívá pro elektromagnetickou analýzu stojů jak ve 2D, i 3D a s dostupností softwarů řešících tepelné pole se přirozeně začalo využívat této metody i pro modelování oteplení elektrických strojů jak v ustáleném, tak přechodném stavu. Pro řešení celých strojů je nutné využívat trojrozměrných analýz, protože na rozdíl od elektromagnetické analýzy nestačí pouze vyřešit pole v příčném řezu, ale na výsledné oteplení strojů mají oblasti čel zásadní vliv. 2D analýz lze využít například pro určení ekvivalentních tepelných vodivostí nehomogenních prostředí, jako jsou drážky. [9]

Největší výhodou této metody je schopnost řešení i velmi komplexních těles a geometrií. Je vhodná především pro analýzu tepelných poměrů v pevných tělesech, jelikož nedokáže počítat s prouděním kapalin. Nejprve je potřebné definovat řešenou geometrii, to je možné například pomocí zabudovaných CAD modelerů, nebo pomocí importování již vytvořené geometrie v jakémkoliv CAD softwaru, to je výhodné, jelikož při návrhu a konstrukci strojů v praxi jsou takové modely vytvářeny. Následně je nutné definovat materiály jednotlivých těles, společně se zatížením modelu a okrajovými podmínkami. Právě jednoduchost a přesnost umístění zatížení a okrajových podmínek je jednou z výhod metody konečných prvků. [9], [10] V oblasti tepelného pole se používají čtyři druhy okrajových podmínek: [8]

- I. typu: Dirichletova okrajová podmínka: jsou definovány teploty na okraji
$$\vartheta(t) = \vartheta_{amb}(x, y, z, t).$$
- II. typu: Neumannova okrajová podmínka: je dána hustota tepelného toku procházejícího plochou ve směru normály  $-\lambda_t \frac{\partial \vartheta}{\partial n} = \lambda_{ch} \frac{\partial \vartheta_{ch}}{\partial n}$ , kde  $\lambda_t$  je měrná tepelná vodivost tělesa a  $\lambda_{ch}$  je měrná tepelná vodivost chladiva.
- III. typu: smíšená podmínka definována teplotou a součinitelem přestupu, která je

nejběžnější okrajovou podmínkou popisující chladicí plochy.

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial n} = \alpha(\vartheta - \vartheta_{amb}).$$

- IV. typu: popisující přeměnu tepla na okraji v energii tepelného záření

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial n} = \varepsilon \sigma(\vartheta^4 - \vartheta_{amb}^4).$$

Dalším krokem je vytvoření sítě rozdělující geometrii na prvky, v kterých je následně řešena rovnice tepelného pole a výsledkem jsou teploty v rozlišení odpovídající rozlišení sítě, tedy počet elementů sítě má přímo vliv na konečnou přesnost výsledků, ale zároveň větší počet elementů znamená výrazně delší výpočetní čas. Rovnicí řešenou v tepelném poli je obecná rovnice šíření tepla ve tvaru:

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{d\vartheta}{dt} - \nabla(\lambda \nabla \vartheta) = Q' \quad (2.1)$$

I když se zdá MKP velice přesnou vzhledem k tomu, že dokáže vyřešit i komplexní tvary a předat velice podrobné rozložení teplot, tak její přesnost klesá vlivem stejných nejistot, které mají vliv i na analytické metody, a to je především přesné určení okrajových podmínek a některých nejistot vzniklých výrobou stroje, jako jsou například nedokonalé kontakty mezi tělesy a nejisté rozložení vodičů v drážce. Hlavní nevýhoda obecně numerických metod je velká spotřeba času. Ať už tvorba geometrie a příprava modelu, tak i samotný výpočet je velice náročný na čas i na výpočetní výkon, v praxi mohou výpočty přechodných stavů probíhat i mnoho hodin, což je v porovnání s krátkými výpočetními časy analytických metod podstatná nevýhoda. Tato metoda je tedy vhodná k analýze oteplení pevných těles složitých geometrií, v kterých by byly analytické metody velmi složitě aplikovatelné. [9], [10]

## 2.2 Metoda CFD

Metoda počítačového modelování proudění tekutin se v oblasti elektrických strojů využívá především pro určení chování chladiva v chladicím okruhu. CFD využívá metody konečných objemů v které stejně jako v případě MKP rozdělí objem chladiva na elementy a pro každý objem vyřeší Navier–Stokesovu rovnici popisující chování proudění tekutin. Výsledkem jsou hodnoty tlaků a rychlostí proudění v celém objemu chladiva, tudíž je to velmi platný nástroj pro určení rychlostí proudění ve složitých konfiguracích jako jsou například prostory čel, kde je takřka nemožné odhadnout chování chladiva čistě analyticky.

Z výsledných rychlostí proudění je možné posléze poměrně přesně určit okrajové podmínky tepelného výpočtu neboli koeficienty přestupu tepla z chladících ploch i právě pro oblasti čel, stejně tak jako pro chladící kanály i pro přestup z vnější kostry s respektováním přesné geometrie chladících žeber. [1], [9], [10]

Nevýhody této metody jsou obdobné jako v případě MKP. Pro přesné řešení je nutné provést dostatečně jemnou síť, která vede na značnou časovou a výpočetní náročnost, v tomto případě jsou navíc důležité zkušenosti výpočtáře pro správnou a efektivní konfiguraci sítě, protože pro přesné určení koeficientů přestupu tepla je důležité mít síť v bezprostřední blízkosti chladících ploch hustější a je nutné ji nastavit ručně. [10]

## 2.3 Metoda tepelných sítí

Metoda tepelných sítí s koncentrovanými parametry se stala v oblasti modelování elektrických strojů velmi oblíbenou, především díky tomu, že využívá podobnosti mezi elektrickým a tepelným polem, přičemž převádí problematiku tepelných dějů do podoby elektrických obvodů zvaných ekvivalentní(náhradní) sítě, které jsou řešeny klasickými obvodářskými metodami. Jelikož termodynamika spadá spíše do strojařského odvětví, elektrotechnici, kteří se zabývají konstruováním elektrických strojů nemají většinou dobré podklady pro řešení tepelných dějů, a proto se přiklánějí k této metodě, jelikož je jim bližší [10]. Hlavní výhodou této metody je především její jednoduchost a velmi krátké výpočetní časy [9].

### 2.3.1 Princip

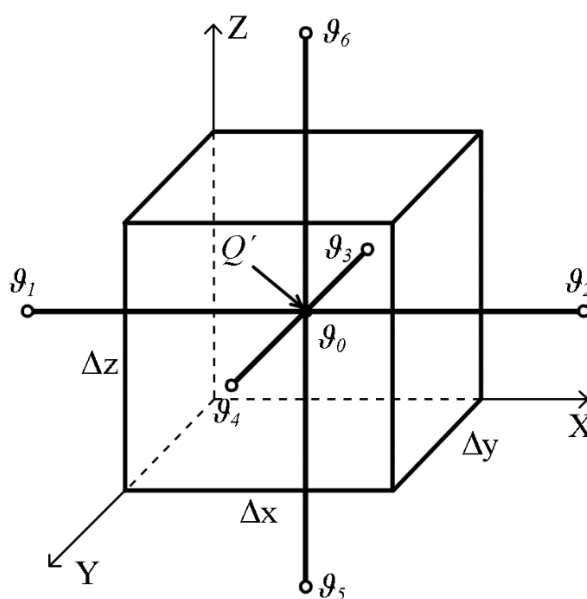
Jak jsem se zmínil již dříve, její princip spočívá v podobnosti mezi tepelným a elektrickým polem (*Tabulka 1*), pomocí níž je řešený problém převeden do podoby obvodu, který se skládá z uzlů respektující jednotlivé prvky stroje. Do těchto uzlů jsou proudovými zdroji přiváděny tepelné ztráty vznikající v objemu zmíněných částí geometrie. Dále jsou uzly mezi sebou pospojovány větvemi respektující směry tepelných toků nacházejících se ve stroji. Tyto větve jsou tvořeny tepelnými odpory, které popisují jednotlivé principy přenosu tepla společně s jejich charakteristikami. Zároveň jsou do uzlu připojeny kapacity, respektující tepelnou kapacitu těles. Nakonec lze v obvodu najít takzvané nory, což jsou místa označující odvod tepla do okolního prostředí. [2-6]



Tabulka 1: Srovnání veličin tepelného a elektrického pole [2]

Tepelné pole	Značka	Jednotka	Elektrické pole	Značka	Jednotka
Tepelný tok	$Q$	W	Elektrický proud	$I$	A
Hustota tepelného toku	$q$	W/m <sup>2</sup>	Hustota elektrického proudu	$J$	A/m <sup>2</sup>
Teplota	$\vartheta$	K	Elektrický potenciál	$\phi$	V
Teplotní spád	$\Delta\vartheta$	K	Elektrické napětí	$U$	V
Teplotní měrná vodivost	$\lambda$	W/m·K	Měrná elektrická vodivost	$\sigma$	S/m
Teplotní odpor	$R_t$	K/W	Elektrický odpor	$R$	$\Omega$
Teplotní vodivost	$G_t$	W/K	Elektrická vodivost	$G$	S
Tepelná kapacita	$C_t$	J/K	Kapacita	$C$	F

K odvození tepelné sítě se vychází z obecného tělesa o konečných rozměrech (Obrázek 3). Cílem je získání teploty  $\vartheta_0$ , respektující střední teplotu celého tělesa. Teploty  $\vartheta_{1-6}$  jsou okolní známé teploty. Tepelný tok  $Q'$  je teplo vznikající ve vymezeném objemu  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ . [4]



Obrázek 3 Obecné těleso konečných rozměrů

K odvození je nutné získat druhé diference ve všech směrech:

1. diference ve směru osy  $x$ :  $\Delta\vartheta_1 = \vartheta_0 - \vartheta_1$ ,  $\Delta\vartheta_2 = \vartheta_2 - \vartheta_0$ ,
2. diference ve směru osy  $x$ :  $\Delta^2\vartheta_0 = \Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1 = \vartheta_2 - 2\vartheta_0 - \vartheta_1$ .

Stejným způsobem se získají diference pro osy  $y$  a  $z$ :

2. diference ve směru osy  $y$ :  $\Delta^2\vartheta_0 = \vartheta_4 - 2\vartheta_0 - \vartheta_3$ ,
2. diference ve směru osy  $z$ :  $\Delta^2\vartheta_0 = \vartheta_6 - 2\vartheta_0 - \vartheta_5$ .

Dosazením diferencí do obecné rovnice šíření tepla (1.4) se získá rovnice:

$$\lambda_x \frac{\vartheta_2 - 2\vartheta_0 - \vartheta_1}{\Delta x^2} + \lambda_y \frac{\vartheta_4 - 2\vartheta_0 - \vartheta_3}{\Delta y^2} + \lambda_z \frac{\vartheta_6 - 2\vartheta_0 - \vartheta_5}{\Delta z^2} = -q' + c\rho \frac{\partial \vartheta}{\partial t}. \quad (2.2)$$

Vynásobením rovnice součinitelem  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$  a převedením měrných tepelných vodivostí do jmenovatele přejde rovnice do tvaru:

$$\begin{aligned} \frac{\vartheta_2 - 2\vartheta_0 - \vartheta_1}{\frac{\Delta x}{\lambda_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z}} + \frac{\vartheta_4 - 2\vartheta_0 - \vartheta_3}{\frac{\Delta y}{\lambda_y \cdot \Delta x \cdot \Delta z}} + \frac{\vartheta_6 - 2\vartheta_0 - \vartheta_5}{\frac{\Delta z}{\lambda_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y}} \\ = -q' \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z + c\rho \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \frac{\partial \vartheta_0}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

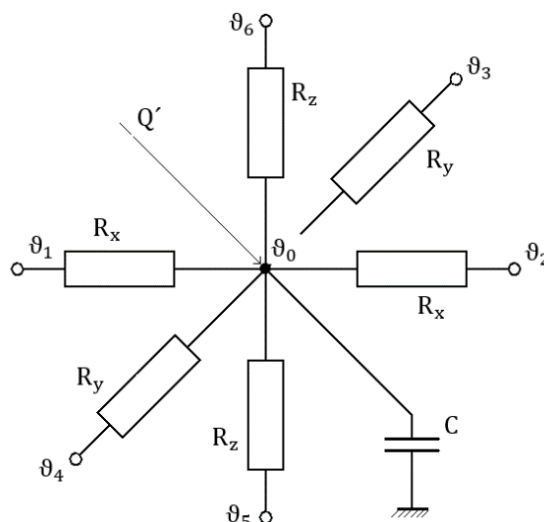
Přičemž výrazy ve jmenovateli na levé straně fyzikálně odpovídají vztahu pro tepelný odpor podle rovnice (1.11) lze je tedy označit jako:

$$R_x = \frac{\Delta x}{\lambda_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z}, R_y = \frac{\Delta y}{\lambda_y \cdot \Delta x \cdot \Delta z}, R_z = \frac{\Delta z}{\lambda_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y}. \quad (2.4)$$

V rovnici (2.3) člen  $-q' \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$  označuje celkové teplo vznikající v objemu tělesa  $Q'$ , člen  $c\rho \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$  představuje tepelnou kapacitu tělesa  $C$ . Dosazením do rovnice (2.3) a úpravami získáme rovnici:

$$\begin{aligned} \frac{\vartheta_0 - \vartheta_1}{R_x} + \frac{\vartheta_0 - \vartheta_2}{R_x} + \frac{\vartheta_0 - \vartheta_3}{R_y} + \frac{\vartheta_0 - \vartheta_4}{R_y} + \frac{\vartheta_0 - \vartheta_5}{R_z} + \frac{\vartheta_0 - \vartheta_6}{R_z} + C \frac{d\vartheta_0}{dt} \\ = Q'. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Tato rovnice popisuje takzvaný elementární šestipól (Obrázek 4) [3], který je náhradní sít' o sedmi uzlech tvořící základní prvek sítě popisující těleso, kterým prochází tepelný tok ve všech směrech.



Obrázek 4: Elementární šestipól [3]

### 2.3.2 Řešení

Pro řešení je tedy nejdříve nutné rozdělit vyšetřovanou geometrii na tělesa, přičemž každé těleso je v síti respektováno svým uzlem. Výsledný počet uzlů má nakonec podstatný vliv na konečnou přesnost celého modelu, s větším počtem uzlů, a tedy i větším počtem výsledných teplot roste i schopnost interpretace rozložení teplot ve stroji. Zároveň však s počtem uzlů významně narůstá i velikost konečné sítě a s tím i obtížnost a doba řešení celého modelu. Pro redukci rozměrů sítě lze efektivně využívat symetrií stroje, například pokud by byl vyšetřovaný stroj axiálně symetrický i s veškerými okrajovými podmínkami, lze řešit pouze polovinu, jelikož v druhé polovině je rozložení teplot naprosto shodné. Stejně tak lze využívat souměrností v radiálním směru rozdělením na čtvrtiny, nebo většinou dokonce jednu drážkovou rozteč. V oblasti modelování elektrických strojů se většinou využívá rozdělení na konstrukční prvky, jako je drážka, zuby, čela atd. Po vyřešení jsou získány teploty v uzlech, přičemž teplota uzlu odpovídá střední teplotě tělesa, které je uzlem respektováno. [2], [3], [4]

Obecně se může tepelná síť skládat z  $n$  uzlů, které by odpovídalo v případě řešení přechodového děje  $n$  diferenciálních rovnic prvního řádu. Vytknutím neznáme teploty v rovnici (2.5) a převedením konstant na pravou stranu získáme obecnou diferenciální rovnici pro řešení sítě o  $n$  uzlech:

$$C_i \frac{d\vartheta_i}{dt} + \vartheta_i \left( \frac{1}{R_{i,1}} + \frac{1}{R_{i,2}} + \dots + \frac{1}{R_{i,n}} + \frac{1}{R_{i,amb}} \right) - \frac{\vartheta_1}{R_{i,1}} - \frac{\vartheta_2}{R_{i,2}} - \dots - \frac{\vartheta_n}{R_{i,n}} = \Delta P_i + \frac{\vartheta_{amb_i}}{R_{i,amb}}, \quad (2.6)$$

kde  $i = 1, 2, \dots, n$ .

V rovnici (2.6) teplota  $\vartheta_i$  představuje neznámou teplotu uzlu, odpor  $R_{i,1}$  je odpor mezi uzlem  $i$  a 1 a stejně tak odpor  $R_{i,n}$  je odpor obecně mezi  $i$ -tým a  $n$ -tým uzlem. Teplota  $\vartheta_{amb_i}$  je teplota okolí, odpor  $R_{i,amb}$  je tepelný odpor cesty mezi  $i$ -tým uzlem a okolím, tepelný tok  $\Delta P_i$  jsou ztráty vznikající v  $i$ -tém tělese a  $C_i$  je tepelná kapacita  $i$ -tého tělesa vypočítaná podle vztahu:

$$C_i = m_i \cdot c_{pi} \text{ (J} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}, \quad (2.7)$$

kde  $m_i$  (kg) je hmotnost  $i$ -tého tělesa a  $c_{pi}$  (J · kg<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>) je specifická tepelná kapacita  $i$ -tého tělesa.

Popsáním všech uzlů rovnicí (2.6) vznikne soustava diferenciálních rovnic, která se řeší v maticovém tvaru:

$$\mathbf{C} \frac{d\boldsymbol{\vartheta}}{dt} + \mathbf{G} \times \boldsymbol{\vartheta} = \Delta \mathbf{P}. \quad (2.8)$$

Kde matice  $\mathbf{C}$  je diagonální matice tepelných kapacit:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & C_n \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

matice  $\mathbf{G}$  je matice tepelných vodivostí:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{1,i}} + \frac{1}{R_{1,amb}} & -\frac{1}{R_{1,2}} & \dots & -\frac{1}{R_{1,n}} \\ -\frac{1}{R_{2,1}} & \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{2,i}} + \frac{1}{R_{2,amb}} & \dots & -\frac{1}{R_{2,n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{1}{R_{n,1}} & -\frac{1}{R_{n,2}} & \dots & \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{n,i}} + \frac{1}{R_{n,amb}} \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

vektor  $\Delta \mathbf{P}$  je vektor zdrojů:

$$\Delta \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \Delta P_1 + \frac{\vartheta_{amb1}}{R_{1,amb}} \\ \Delta P_2 + \frac{\vartheta_{amb2}}{R_{2,amb}} \\ \vdots \\ \Delta P_n + \frac{\vartheta_{ambn}}{R_{n,amb}} \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

vektor  $\boldsymbol{\vartheta}$  je vektor neznámých teplot:

$$\boldsymbol{\vartheta} = \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \\ \vdots \\ \vartheta_n \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

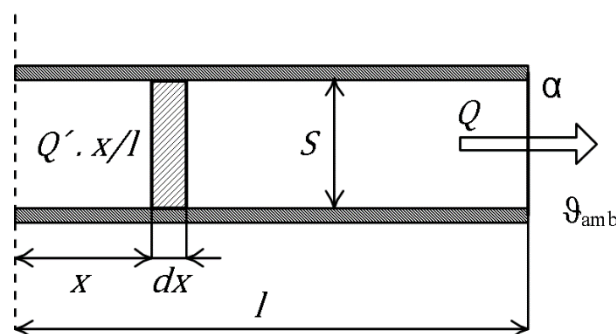
Metoda ve své podstatě odpovídá metodě uzlových napětí, používané pro řešení elektrických obvodů. Řešení přechodového děje dostaneme aplikováním některé z vhodných numerických metod k řešení rovnice (2.8), mezi takové metody patří například Eulerova metoda, či metoda Runge-Kutta a další metody pro řešení soustav obyčejných diferenciálních rovnic prvního řádu. V ustáleném stavu se již žádné teplo dále neakumuluje, tudíž se již nemění v čase teplota a první člen v rovnici (2.8) je nulový, což vede na řešení ustáleného stavu ve tvaru [4]:

$$\boldsymbol{\vartheta} = \mathbf{G}^{-1} \times \Delta \mathbf{P}. \quad (2.13)$$

### 2.3.3 Tepelné odpory vedení v elementech se ztrátami

Při stanovení tepelného odporu vedení použitím pouze vzorce (1.11) dochází k celkem podstatné chybě, a to nejen při dělení na dlouhé úseky. Jak již bylo zmíněno dříve, při předpokladu že teplo šířící se v různých směrech je na sobě nezávislé lze provést odvození v jednom směru a výsledky pak aplikovat i na ostatní směry. [3]

Pro odvození se vychází z tyče (Obrázek 5) v jejímž objemu je generováno teplo a plášť tohoto tělesa je izolován od okolí, tedy k chlazení dochází pouze z čelních ploch. Dále je zaveden zjednodušující předpoklad symetrických podmínek na obou stranách tyče, což nám dovoluje vyšetřovat pouze polovinu tyče a v tom případě tepelný tok vystupuje pouze z jednoho konce. [3]



Obrázek 5: Hranol s vnitřním vývinem tepla

Tyč má délku  $l$  na které má konstantní průřez  $S$  a měrnou tepelnou vodivost  $\lambda$ . V celé tyči vniká homogenně teplo  $Q'$  a na konci je odváděno do okolí o teplotě  $\vartheta_{amb}$  přes plochu, na které je součinitel přestupu tepla  $\alpha$ . Na délce  $x$  od osy symetrie se vyvine teplo o hodnotě  $Q' \cdot \frac{x}{l}$  a je celé odváděno skrze vyznačený element  $dx$ , pro který platí tepelná rovnováha:

$$Q' \cdot \frac{x}{l} = -\lambda \cdot S \cdot \frac{d\vartheta}{dx}. \quad (2.14)$$

Úpravou získáme:

$$d\vartheta = -\frac{Q'}{\lambda \cdot S \cdot l} \cdot x \cdot dx. \quad (2.15)$$

Integrací dostaneme vztah popisující průběh teploty podél tyče:

$$\vartheta = -\frac{Q'}{\lambda \cdot S \cdot l} \cdot \frac{x^2}{2} + C. \quad (2.16)$$

Kde  $C$  je integrační konstanta.

Dále se určí integrační konstanta  $C$  pomocí okrajové podmínky na konci tyče. Když teplota na konci v  $x = 1$  je rovna  $\vartheta_1$ , a dále je generované teplo odváděno plochou  $S$  do okolí s teplotou  $\vartheta_0$  pomocí přestupu tepla, lze napsat použitím rovnice (1.12) vztah:

$$\vartheta_1 - \vartheta_{amb} = \frac{1}{\alpha S} Q', \quad (2.17)$$

přičtením  $\vartheta_{amb}$  získáme vztah pro teplotu  $\vartheta_1$  a dosazením do rovnice (2.16) získáme:

$$\vartheta_1 = -\frac{Q'}{\lambda \cdot S \cdot l} \cdot \frac{l^2}{2} + C = \vartheta_{amb} + \frac{1}{\alpha S} Q', \quad (2.18)$$

a odtud již lze vyjádřit konstantu  $C$  jako:

$$C = \vartheta_{amb} + \frac{Q'}{\alpha \cdot S} + \frac{Q'}{\lambda \cdot S} \cdot \frac{l}{2}. \quad (2.19)$$

Zpětným dosazením do rovnice (2.16) a vytknutím generovaného tepla  $Q'$  vznikne konečný vztah popisující rozložení teploty:

$$\vartheta = \vartheta_{amb} + Q' \left( \frac{l}{2 \cdot \lambda \cdot S} + \frac{1}{\alpha S} - \frac{x^2}{2 \cdot \lambda \cdot S \cdot l} \right). \quad (2.20)$$

Jedná se o parabolický průběh s maximem teploty v místě nulové derivace  $\frac{d\vartheta}{dx} = 0$ , které se nachází v  $x = 0$ . To znamená, že maximální teplota se nachází v prostředku tyče v ose symetrie. Velikost maximální teploty se tedy určí derivováním vztahu (2.20) a dosazením  $x = 0$ :

$$\vartheta_{max} = \vartheta_{amb} + Q' \left( \frac{l}{2 \cdot \lambda \cdot S} + \frac{1}{\alpha \cdot S} \right). \quad (2.21)$$

Výsledný vztah odpovídá rovnici (1.10) z čehož vyplývá že výraz v závorce má význam tepelného odporu a celá rovnice odpovídá tepelnému obvodu (*Obrázek 6*), přičemž druhý člen je odpor přestupu tepla do okolí a první člen je hledaný vztah pro tepelný odpor vedením. Je vidět, že pro získání maximální teploty v případě vzniku ztrát je nutné dosadit poloviční délku než v případě, když tímto elementem tok pouze prochází. [3]



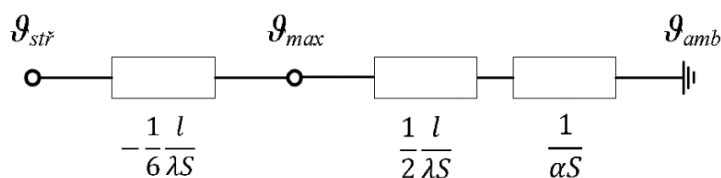
Obrázek 6: Tepelný obvod pro maximální teplotu

Častěji je ovšem vyžadována střední teplota, ta se získá integrací rovnice (2.20):

$$\vartheta_{stř} = \frac{1}{l} \int_0^l \vartheta_{amb} + Q' \left( \frac{l}{2 \cdot \lambda \cdot S} + \frac{1}{\alpha S} - \frac{x^2}{2 \cdot \lambda \cdot S \cdot l} \right) d\vartheta. \quad (2.22)$$

Výsledkem je vztah odpovídající obvodu na *obrázku 7*:

$$\vartheta_{stř} = \vartheta_{amb} + Q' \left( \frac{l}{2 \cdot \lambda \cdot S} + \frac{1}{\alpha \cdot S} - \frac{1}{6 \cdot \lambda \cdot S} \right). \quad (2.23)$$

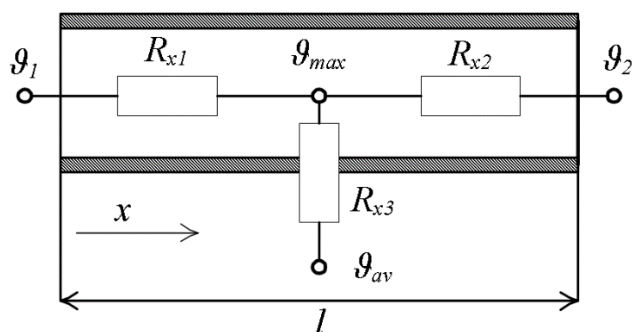


Obrázek 7: Tepelný obvod pro střední teplotu

V případě střední teploty se tedy do uzlu maximální teploty připojí ještě další odpor, na jehož konci získáme střední teplotu. [3]

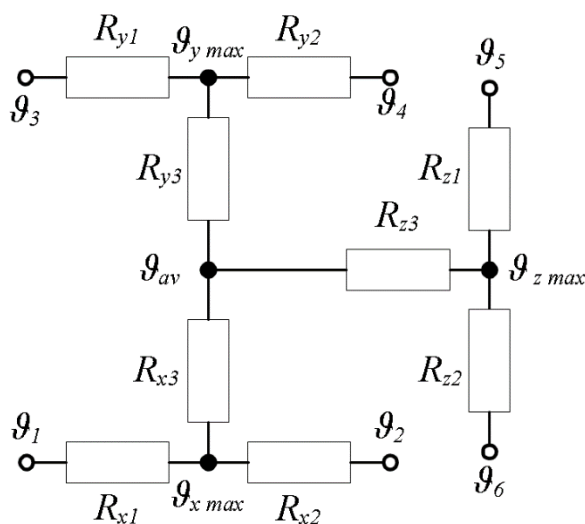
Zobecněním lze tento výsledek získat i pro úseky izolované tyče, odvození je provedeno v [2] a bylo dosaženo stejného výsledku, a to elementu sítě (*Obrázek 8*).





Obrázek 8: Úsek izolované tyče

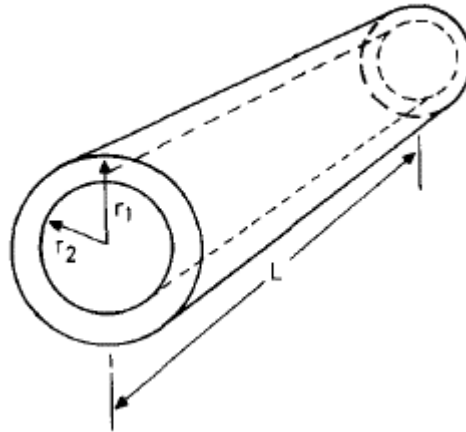
Odpor  $R_x$  se určí klasicky jako:  $R_x = k \frac{l}{\lambda S}$ , pro  $R_{x1,2}$  je koeficient  $k = \frac{1}{2}$  a pro  $R_{x3}$  je  $k = -\frac{1}{6}$ . Jak bylo zmíněno na začátku v případě nezávislosti tepelných toků v různých směrech platí tyto vztahy i pro ostatní směry a lze vytvořit síť, které se následně spojují přes uzly středních teplot (Obrázek 9), jelikož střední teplota jednoho tělesa musí být stejná, ať se řeší odvod tepla jakýmkoliv směrem [11].



Obrázek 9: Element sítě při uvažování toku do všech směrů

### 2.3.4 Tepelný odpor vedením tělesa s proměnným průřezem

Prozatím bylo ve vzorci pro výpočet tepelného odporu (1.11) uvažována plocha  $S$  po celé délce vedení  $l$  konstantní, to ale vždy nemusí platit. Jelikož pro modelování elektrických strojů se nejvíce hodí použití válcových souřadnic (Obrázek 10), nastává právě to, že při vedení v radiálním směru od vnitřku k vnějšímu povrchu je plocha závislá na poloměru  $r$ .



Obrázek 10: Element geometrie ve válcových souřadnicích [11]

Obecně pro tepelný odpor vedení s proměnnou plochou vedení platí vztah [12]:

$$R_v = \int_0^L \frac{1}{\lambda \cdot S(l)} \cdot dl. \quad (2.24)$$

Po dosazení pro případ vedení v radiálním směru ve válcových souřadnicích dostáváme vztah:

$$R_v = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{\lambda \cdot 2\pi l \cdot r} \cdot dr = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\lambda \cdot 2\pi l}. \quad (2.25)$$

## 2.4 Tepelné modelování v praxi

Z množství publikací věnujících se tomuto tématu je vidět, že v praxi je využíváno obou metod jak numerických, tak i analytických a jejich použití vychází z předpokladů pro použití. Metoda konečných prvků je výborná díky vlastnosti modelování jakýchkoliv geometrií a tvarů a jelikož se v praxi využívá této metody i pro modelování elektromagnetických a mechanických vlastností stroje, tak není nutné se zabývat konkrétní tvorbou geometrie pro analýzu, jelikož vzniká již během vývoje. To je výhodné především při výrobě strojů odlišných od předešlých, jelikož nastavení simulace metodou konečných prvků je mnohdy přijatelnější než tvorba nového analytického modelu odpovídajícího novému typu stroje. Používané softwary využívající analytické výpočty se dají rozdělit na tři typy: Univerzální řešiče sítí s databází komponentů využitelných pro tepelné analýzy, programy vytvořené

konstruktérem elektrických strojů zaměřené na konkrétní druh strojů a softwary zaměřené na analýzu elektrických strojů. [10]

Mezi takzvané univerzální řešiče patří například software PORTUNUS [13]. Tento typ softwaru je výhodný při tvorbě analytických modelů pro rychlé analýzy nových typů strojů. Takovéto programy mají většinou velmi jednoduché editory sítí fungujících na principu “chyť a pusť” a použitím knihoven pro tepelné analýzy, které pomáhají konstruktérovy s definováním použitých prvků. V [13] lze konkrétně použít dvou způsobů nastavení sítí. V prvním případě lze do prvků dosadit rovnou hodnoty tepelných odporů a Nusseltových čísel a v druhém případě jsou vstupem geometrie a materiálové vlastnosti. Například komplexní problém přestupů tepla je vyřešen pomocí několika modelů v knihovně tepelných výpočtů. Vstupem do těchto modelů jsou takzvané geometrické stavební bloky pomocí, kterých se vytvoří geometrie (rovná plocha, válec, ...) a rychlost proudění chladicího média. Při výpočtu jsou pak automaticky vybrány nejvhodnější analytické popisy konkrétních prvků [13]. Jednoduše řečeno v případě použití takovýchto softwarů uživatel nestráví spoustu času hledáním vhodných vztahů pro řešení tepelných problémů, ale spíše sestavuje analytický model z geometrického hlediska [9].

Na druhou stranu programy vytvořené pro konkrétní typy strojů mají uplatnění v podnicích vyrábějících stroje sériovou výrobou. V případě stejných geometrií vyráběných strojů je výhodné pro konstruktéra si vytvořit, nebo si nechat externě vytvořit odborníkem zabývajícím se tepelnými analýzami, parametrický model, pomocí kterého by bylo možné modelovat veškeré vyráběné stroje a ověřovat si na tomto modelu případné změny parametrů, či materiálů. Výhodou takovýchto modelů je především možnost odlaďování a zpřesňování modelu díky měření vyráběných strojů. Statistikou a zkušenostmi z porovnávání výsledků modelu a měření lze přesněji stanovit některé kritické parametry tepelného modelování (viz. [1]). Nevýhodou je nesnadná adaptace na případné změny geometrií a nutnost použití, či vytvoření jiného softwaru pro modelování strojů jiných než obvyklých konstrukcí. [10]

Třetím typem jsou softwary zaměřené obecně na modelování elektrických strojů, jde tedy o univerzálnější programy než v předchozím případě, jelikož umožňují řešit větší rozsah možných konstrukcí strojů. Základ je v implementování do modelu co možná nejvíce parametrizovaných různých typů a konstrukcí strojů, aby bylo možné software úspěšně a

s dostatečnou přesností využívat pro co nejširší škálu vyráběných typů strojů. Hlavní výhodou takovýchto programů je především snadná aplikace. Uživatel pouze definuje detaily týkající se geometrie, vinutí, zatížení, chlazení a použitých materiálů a následně samotný software automaticky sestaví tepelnou síť a vybere nejvhodnější analytické vztahy pro definování jednotlivých prvků sítě. Tedy uživatel nemusí být odborník v oblasti tepelného modelování, aby byl schopný úspěšně software používat. Největším omezením v použití takovýchto softwarů je fakt že jsou schopné řešit pouze omezenou sadu geometrií, které jsou v softwaru implementované, proto může nastat situace, kdy se uživatelova geometrie neshoduje s žádnou z již implementovaných a v tomto případě nebude možné software použít. V ideálním případě by program měl obsahovat nějaký druh editoru, v kterém by uživatel mohl provádět drobné změny v modelu, aby si mohl model pro své potřeby přizpůsobit, naštěstí převážná většina topologií elektrických strojů si je z tepelného hlediska velmi podobná. [9], [10]

Bohužel těchto univerzálních softwarů pro modelování elektrických strojů je na trhu velmi málo, jedním z nejvíce pokročilých a používaných je nástroj Motor-CAD. [10]

#### 2.4.1 Motor-CAD

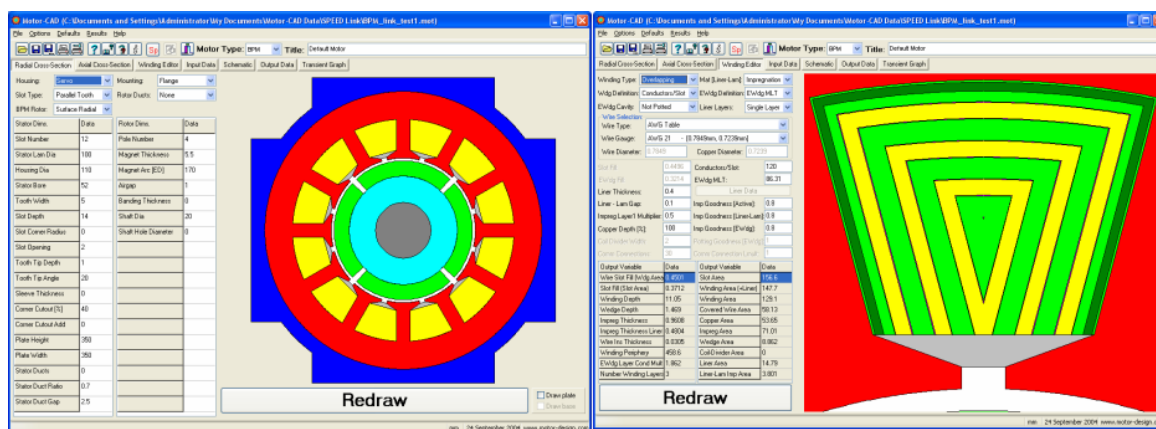
Motor-CAD je software zaměřený na projektování a optimalizaci elektrických strojů, který umožňuje multi-fyzikální analýzu jak v ustáleném, tak i v přechodném stavu v celém rozsahu zatížení. Skládá se ze čtyřech modulů, a to pro analýzu: elektromagnetických vlastností, mechanických vlastností, oteplení a mapování účinnosti. [14]

Samotný balíček určený pro tepelné analýzy je velice pokročilý nástroj, který prochází vývojem po více než 20 let. Je založen na analytických metodách, díky čemuž dosahuje velmi krátkých výpočetních časů a je proto výhodný pro optimalizace návrhu, jelikož je možné v krátkém čase vyzkoušet různé možnosti, a to pro celkem širokou škálu již implementovaných typů strojů a metod chlazení (*Tabulka 2*) [14]. Přesnosti výpočtů je dosahováno především díky dlouholetým zkušenostem a optimalizaci založené na prováděných měřeních, díky kterým byly do výpočtů zahrnuty i složité problémy z oblasti tepelného modelování elektrických strojů, stejně tak jako vliv výrobních operací. O některých řešeních aplikovaných v tomto softwaru je pojednáváno v [1].

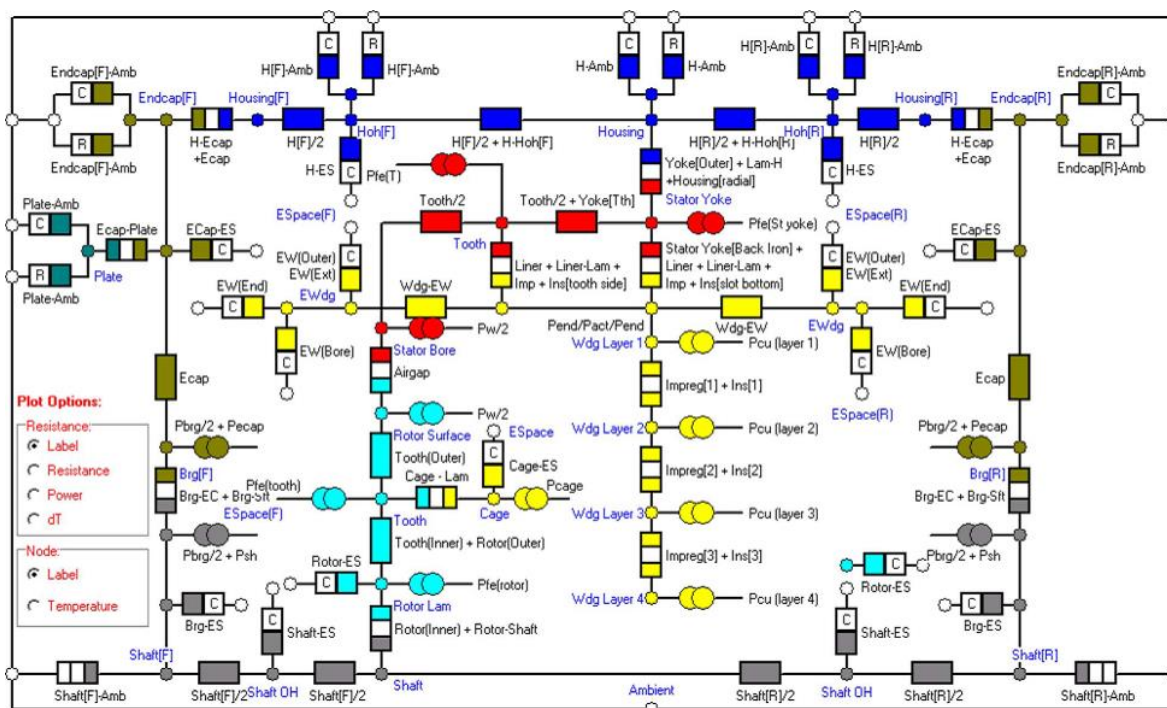
Tabulka 2: Rozsah softwaru Motor-CAD [14]

Typ stroje	Způsob chlazení
<ul style="list-style-type: none"> <li>Asynchronní motory</li> <li>Spínané reluktanční motory</li> <li>Synchronní reluktanční motory</li> <li>Synchronní stroje</li> <li>Stejnoseměrné stroje s PM</li> <li>Jednofázové AS motory</li> <li>„Claw-pole“ stroje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Přírodní/nucené vnější chlazení</li> <li>Vnitřní nucené chlazení</li> <li>Vodní chlazení</li> <li>Potopené stroje</li> <li>Přímo-chlazený stator/rotor</li> <li>Vstříkávání chladiva</li> <li>Radiací/Kondukcí</li> </ul>

Jednou z dalších výhod je schopnost interoperability s ostatními softwary využívanými pro konstrukci elektrických strojů, například celý balíček modulů je možné používat jako doplněk do softwaru ANSYS obsahující moduly pro analýzy založené na metodách konečných prvků, mezi kterými lze přenášet vytvořené geometrie a výsledná data, čímž lze následně velice efektivně optimalizovat a analyzovat výsledné návrhy. Stejně tak lze program propojit s dalšími softwary pro analýzu strojů jakými jsou například: SPEED, FLUX, PORTUNUS a další [15]. Motor-CAD je z uživatelského hlediska velice snadno použitelný, základní geometrie a definování analýzy je vytvářeno parametricky pomocí přehledných editorů (Obrázek 11) a samotná síť (Obrázek 12) je následně vytvořena automaticky, přičemž prvky sítě jsou definovány pomocí nejvhodnějších analytických vztahů, které jsou automaticky vybrány z databáze. [14]



Obrázek 11: Ukázka editorů geometrie Motor-CAD [14]



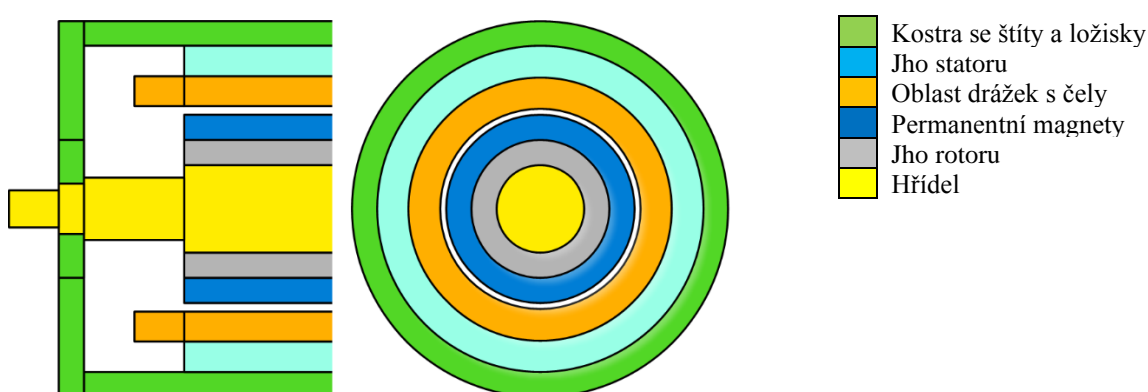
Obrázek 12: Ukázka tepelné sítě Motor-CAD [14]

### 3 Výpočetní software

V této kapitole bude popsán algoritmus tepelného výpočtu vytvořený v rámci diplomové práce. Princip výpočtu je založen na analytické metodě náhradní tepelné sítě a je vytvořen v počítačovém prostředí MATLAB. Od ostatních modelů podobného typu se odlišuje především způsobem tvorby tepelné sítě, jelikož cílem je vytvoření přesného univerzálního tepelného modelu obecně všech točivých elektrických strojů, musel být sestaven algoritmus, který by dokázal efektivním způsobem skloubit různé geometrie do výpočetní sítě, a právě v této práci je sestaven tepelný model pro výpočet ustáleného oteplení, který může sloužit jako základ takovému univerzálnímu modelu.

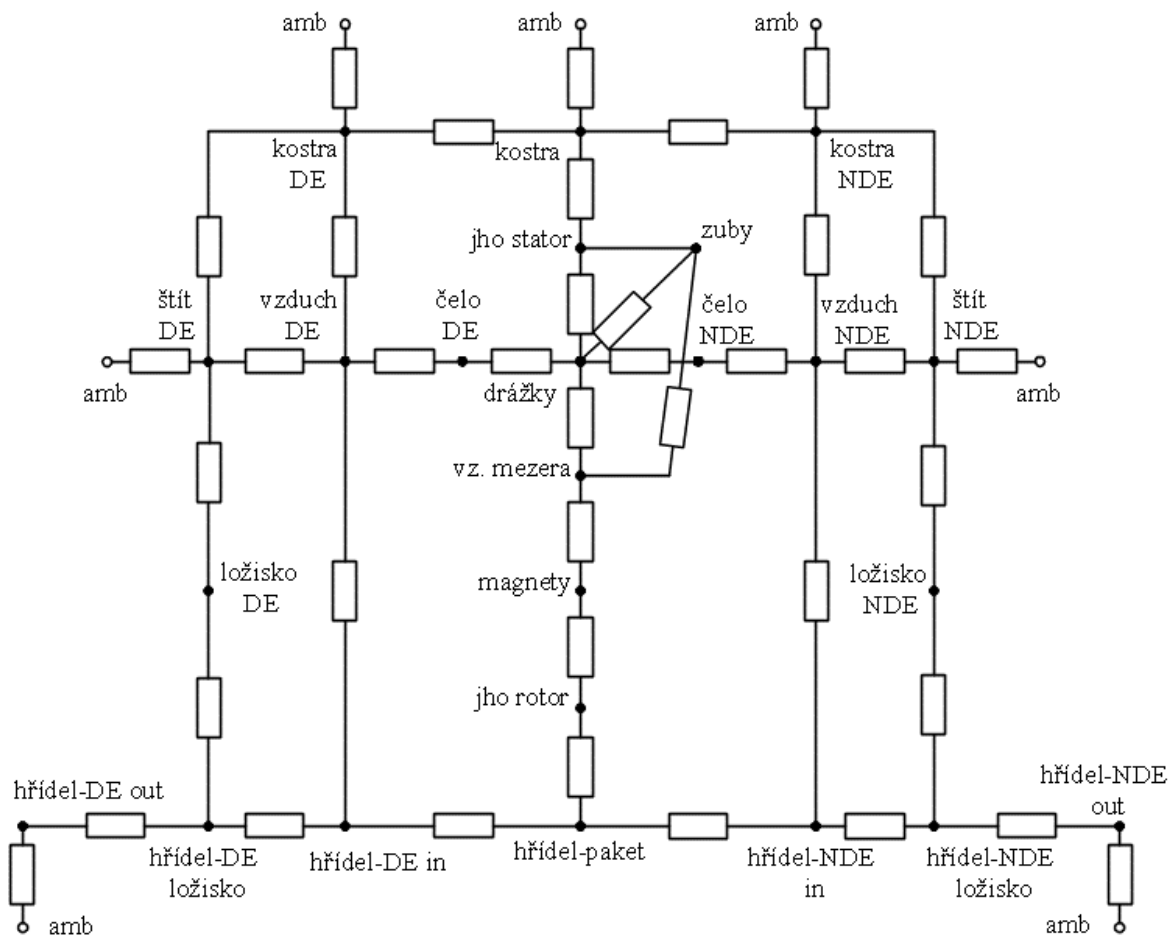
#### 3.1 Princip submodelů a tepelná síť

Za účelem dosažení modularity je model rozdělen na submodely. Pro takové dělení se osvědčil princip soustředných vrstev, kde je stroj rozdělen v příčném řezu na vrstvy od hřídele po kostru, přičemž jednotlivé vrstvy a tím i submodely jsou mezi sebou propojeny předem definovaným počtem spojů. Všechny uvažované vrstvy, a tedy i submodely jsou na *obrázku 13*. Tento přístup umožňuje řešit širokou škálu možných geometrií v rámci jednoho submodelu, bez nutnosti zásahů do celé tepelné sítě, což i později umožňuje snadný způsob rozšíření o další geometrie. Jako příklad by mohla sloužit vrstva permanentních magnetů, která momentálně umožňuje řešení sedmi různých uložení permanentních magnetů na rotoru, mezi kterými lze velmi snadno přepínat a tím ověřovat, které je z tepelného hlediska nejvýhodnější. Při vyvíjení softwaru se postupovalo z vnitra od hřídele ven ke kostře, ve stejné posloupnosti budou později představeny všechny submodely v samostatných kapitolách.



Obrázek 13: Rozdělení stroje na submodely principem soustředných vrstev.

Na obrázku 14 je zobrazena zjednodušená tepelná síť používaná v tomto modelu. Zjednodušená v tom smyslu, že zobrazuje pouze části stroje, v kterých je počítáno oteplení, a uvažované cesty tepelného toku mezi těmito uzly. Prakticky je model proveden tak, že za pomoci vstupních parametrů je možné řídit míru diskretizace jednotlivých prvků geometrie neboli lze nastavit na kolik uzlů jsou jednotlivé části děleny a s tím i kolik teplot výsledkem získáme. Vyjma ložiskových štítů je rozdělení provedeno v axiálním směru, štíty jsou děleny radiálně. Dále z důvodu možného respektování rozdílných chladících podmínek na různých stranách kostry je model statorového jha a kostry rozdělen na čtvrtiny respektující odlišné strany, tedy radiálním směru je uzel jha statoru i uzel kostry ve skutečnosti tvořen čtyřmi uzly. Při sestavení sítě nebyla uvažována žádná symetrie a jedná se tedy o plný model v kterém je odlišena strana volného konce hřídele DE (Drive end) a nehnací strana stroje NDE (Non drive end).



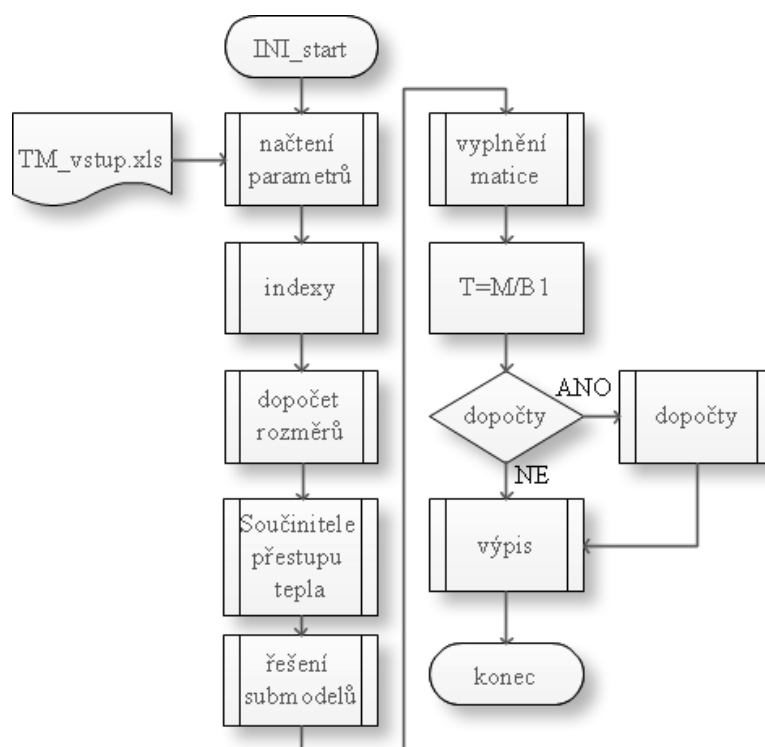
Obrázek 14: Zjednodušená tepelná síť



## 3.2 Popis softwaru

Software byl dle požadavku vytvořen pomocí skriptů ve výpočetním prostředí MATLAB, skládá se ze iniciační funkce, “INI\_start“, kterou je celý výpočet spouštěn, dále obsahuje 9 hlavních částí neboli podprogramů v kterých jsou realizovány potřebné operace.

Na začátku iniciační funkce je možné předefinovat některé parametry, řídící určité části výpočtu. Parametrem “*tep0*“ je nastavena teplota okolního chladiva, dále parametrem “*delka\_elementu*“ je řízena již dříve zmíněná diskretizace v podélném směru. Jeho hodnotou zadávanou v metrech je řízeno na jak dlouhé elementy budou části stoje rozděleny. To následně ovlivňuje výsledný počet uzlů a s tím i přesnost a rychlost modelu. Posledním je parametrem “*dopocet\_vodiče*“ je možné řídit, zda mají proběhnout detailní dopočty teplot v jednotlivých vodičích v případě hodnoty 1 dopočet proběhne, v případě 0 nikoliv. Dále již pokračuje posloupnost podprogramů podle diagramu (Obrázek 15).



Obrázek 15: Diagram postupu výpočtu

### 3.2.1 Načítání

Vstup potřebných dat, rozměrů a parametrů do výpočtu je realizováno načtením ze vstupního souboru “*TM\_vstup.xls*“. Motivací k tomuto způsobu byla především rychlost a přehlednost na rozdíl od zadávání dat ručně, nebo přes grafické rozraní, vzhledem ke

skutečnosti, že data z elektromagnetických výpočtů, pro které je tento model zamýšlen, jsou výhradně získávána formou obdobných tabulek, bude možné tento soubor později s takovými tabulkami propojit a data vycházející z elektromagnetického návrhu včetně parametrů zatížení mohou být do modelu načtena automaticky a pak bude nutné již pouze dodefinovat pár parametrů z oblasti tepelných analýz.

Samotné načtení je realizováno za pomoci příkazu `“xlsread“` jehož vstupem je název souboru, název listu a oblast buněk v kterých se potřebná data nacházejí. Načtení je vždy realizováno pro určitou sadu dat, například zvlášť jsou načteny rozměry hřídele či drážek, parametry materiálů, či zatížení. To je provedeno z důvodu minimalizace načtené oblasti dokumentu a tím i zrychlení procesu. Je vytvořena matice dat, z kterých je následně z určitých pozic v matici, odpovídající pozicím v dokumentu vybírána data a přiřazena patřičným proměnným a následně je matice smazána. Celý proces načítání dat trvá 5 až 10 sekund a na celkové délce výpočtu má největší podíl.

Ve vstupním souboru jsou momentálně využívány 3 listy. List `“Parametry teplo“` slouží pro vstup rozměrů nutných pro tepelný výpočet. Je přehledně graficky rozdělen podle submodelů (*Obrázek 13*) nejprve jsou definovány délky a průměry částí hřídele, v další části jsou parametry rotorového jha a ložisek, následují parametry permanentních magnetů, dále hrubé rozměry kostry, následované rozměry statorového jha a čel vinutí, a nakonec parametry vinutí oblasti drážek. V druhém listu jsou definovány parametry zatížení modelu neboli ztráty vznikající v jednotlivých částech stroje. Posledním listem jsou materiálové vlastnosti, kde jsou definovány měrné tepelné vodivosti a parametry chladiva.

### 3.2.2 Indexování

Další v pořadí je funkce nazvaná `“indexy“`, jejímž účelem je určení rozsahu sítě a rozdělení indexů do vektorů podle částí stroje v tepelné síti (*Obrázek 14*). V softwaru je využito indexování pozic v maticích za pomoci proměnných, a to především z důvodu přehlednosti. Vzhledem k proměnným rozměrům matic v závislosti na délce elementu se pozice uzlů v maticích stále mění, což by vedlo ke složitým výrazům pro vyjádření pozice určitého uzlu, tímto zvoleným způsobem jsou do indexů pozice v matici dosazovány názvy vektoru, přičemž každý vektor odpovídá určité části stroje, v které je počítána teplota. Dále vektor obsahuje tolik prvků na kolik je část podélně dělena, čísla narůstají ve směru od volného konce hřídele v případě, v kterém by nedocházelo k podélnému dělení na elementy

by každý vektor obsahoval pouze jeden prvek. Příklad zápisu indexů je patrný z výňatku (Příloha A). Na první pohled vidět jaká část tepelné sítě je konkrétním výrazem určována. Zároveň tento způsob umožňuje další rozšiřování modelu, jelikož zavedením nového vektoru není nutné upravovat vztahy v dalších výpočtech, jelikož jsou vázány pouze na názvy vektorů, a nikoliv na jejich pozici v celkovém počtu uzlů.

Tento podprogram lze rozdělit na 4 části, nejdříve jsou určeny počty elementů, z kterých se skládají prvky sítě pomocí dělení délky prvku a parametru *“delka\_elementu“* zadaného ve spouštěcí funkci. V další části jsou již vytvořeny samotné vektory. Jsou řazené v posloupnosti od hřídele po uzel okolí, který zároveň tvoří poslední uzel celé sítě, jehož index odpovídá počtu uzlů v síti. Vektory jsou vytvořeny způsobem: první prvek je roven poslednímu prvku předchozího vektoru navýšeného o jedničku a poslední prvek je poslední prvek předchozího navýšený o počet elementů části. V další části jsou určeny přechody mezi vzdálenými vektory, které jsou potřebné pro sestavení matice tepelných odporů. Určují kolik je uzlů mezi konkrétními pozicemi, které mají mezi sebou vazbu. Na konci jsou vytvořené prázdné matice nutné pro výpočet, které jsou naplněny během následujících operací.

Následuje podprogram *“dopocet\_rozmary“*, v kterém jsou z načtených základních dat dopočítané některé rozměry, které budou následně nutné v některých submodelech.

### 3.2.3 Určení okrajových podmínek

Dalším krokem je určení okrajových podmínek neboli výpočet koeficientů přestupu tepla  $\alpha$ . Pro účely tohoto modelu je nezbytné učit pět základních druhů koeficientů přestupu tepla, a to pro přestup ve vzduchové mezeře, přestup z povrchu čel, přestup z vnitřního povrchu kostry a ložiskových štítů, přestup z rotujících částí hřídele, a nakonec přestup z vnějšího povrchu kostry. Jak již bylo zmíněno v kapitole 1.3, určení koeficientů přestupu tepla je značně komplikovaná záležitost, a proto se pro jejich určení využívají bezrozměrná čísla a empirických závislostí mezi nimi, které vycházejí ze zkušeností získaných během mnoha měření a zkoumání proudění chladiva v elektrických strojích. Koeficient přestupu tepla se určuje ze vztahu pro Nusseltovo číslo (1.14) jako:

$$\alpha = Nu \cdot \frac{\lambda}{d} \quad (3.1)$$

Nusseltovo číslo se určuje z empirických závislostí odvozených pro typické geometrie vyskytující se v elektrických strojích. [5]

### 3.2.3.1 Přestup do vzduchové mezery

Pro výpočet koeficientu přestupu tepla do vzduchové mezery se používá Taylorovo číslo vhodné pro určení charakteru proudění mezi koncentrickými válci, určí se ze vztahu (1.17). Podle jeho velikosti je určen charakter proudění ve vzduchové mezeře načež je následně použit empirický vztah pro výpočet Nusseltova čísla [2], [5]:

$$\begin{aligned} Nu &= 2 & Ta < 1700, \\ Nu &= 0,128 \cdot Ta^{0,367} & 1700 < Ta < 10^4, \\ Nu &= 0,409 \cdot Ta^{0,241} & 10^4 < Ta < 10^7. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Za charakteristický rozměr  $d$  v rovnici (3.1) se pro vzduchovou mezeru používá její radiální délka  $\delta$ . [2]

### 3.2.3.2 Přestup z povrchu čel vinutí

Přesné určení koeficientu přestupu tepla v oblasti čel je vzhledem k nerovnoměrnému rozložení chladiva jedna z nejkomplicovanějších problémů modelování elektrických strojů, jelikož se koeficienty na různých plochách mohlo lišit. Často se určuje jako střední hodnota, která se následně použije na celou chladicí plochu čel. Nusseltovo číslo se pomocí Reynoldsova čísla ze vztahu [5]:

$$Nu = 0,294 \cdot Re^{0,6}. \quad (3.3)$$

Reynoldsovo číslo se určí ze vztahu (1.16), přičemž za rychlost proudění chladiva  $v$  se dosadí střední rychlost proudění v okolí čel a za charakteristický rozměr  $d$  se dosadí hydraulický průměr tyče, který se určí ze vztahu:

$$d_h = \frac{2 \cdot (h - b)}{\pi}, \quad (3.4)$$

kde  $h$  je výška čela a  $b$  je šířka čela. [5]

### 3.2.3.3 Přestup z vnitřních ploch kostry, štítů a rotujících částí hřídele

Využívá se opět rovnice (3.1) a empirického vztahu mezi Nusseltovým a Reynoldsovým číslem:

$$Nu = 0,21 \cdot Re^{0,677}. \quad (3.5)$$

V případě kostry a štítů byly za charakteristické rozměry použity délky ochlazované plochy, pro kostry to byla axiální délka chladicí plochy a pro štíty byla dosazena výška ložiskového štítu. V případě hřídele je za charakteristický rozměr dosazován průměr každé části hřídele. [5]

Pro výpočet okrajových podmínek zůstávají jedinou neznámou rychlosti proudění chladiva potřebné pro určení Reynoldsova čísla. V případě uzavřeného chladicího okruhu tvořeného ventilátorem a chladicími kanály se pro určení rychlostí proudění využívá ventilačního výpočtu pomocí ekvivalentní sítě, ovšem tento výpočet nebyl zatím do tohoto modelu implementován, jelikož je zatím omezen na uzavřené stroje chlazené vnějším povrchem. Přesně je možné rychlosti proudění určit za pomoci CFD modelu, ovšem pro účely verifikace tepelné sítě byly rychlosti chladiva odhadnuty v závislosti na obvodové rychlosti rotoru. Pro rychlosti proudění okolo rotujících částí hřídele byly dosazeny obvodové rychlosti korespondující části hřídele, pro oblasti čel bylo za střední rychlost dosazeno 30 % obvodové rychlosti rotoru, pro rychlost proudění okolo vnitřního povrchu štítu 25 %, a v případě kostry 20 %.

Veškeré výpočty popsané v této kapitole byly uplatněny v softwaru v podprogramu "alfy", v kterém byly dosazeny do symetrické matice na pozice odpovídající indexům uzlů, mezi kterými se tyto konkrétní koeficienty přestupu tepla uplatní. To opět zjednodušuje orientaci v zápisech vztahů pro výpočet tepelných odporů.

### 3.2.4 Sestavení matic a výpočty

Dalším nezbytným krokem je již samotné sestavení matic pro výpočet, jedná se o matice tepelných vodivostí (2.10) a vektoru zdrojů (2.11), sestavení je provedeno přeskládáním matice tepelných odporů  $\mathbf{R}$ , jedná se o matici, která je jakousi náhradou sítě tepelných odporů. Pozice v této matici odpovídá spojení mezi uzli v tepelné síti a hodnota prvku se

rovná tepelnému odporu mezi zmíněnými uzly. Jedná se tedy o symetrickou matici, jejichž rozměry se rovnají počtu uzlů v tepelné síti. Vyplnění matice odporů je provedeno v rámci submodelů, v kterých jsou definovány vztahy pro tepelné odpory.

Po vykonání všech podprogramů odpovídající jednotlivým submodelům přijde na řadu podprogram „*vyplneni\_matice*“. Prvním krokem v tomto podprogramu je převedení matice odporů  $\mathbf{R}$  na symetrickou, což je realizováno projitím prvků matice a v případě, že je prvek nenulový je převeden na druhou stranu diagonály. V dalším kroku je proveden algoritmus, který zajistí sestavení matice vodivosti (2.10) z prvků matice odporů, tato matice je v softwaru nazvána maticí  $\mathbf{M}$ . Poslední částí tohoto podprogramu je vytvoření vektoru zdrojů (2.11). nejprve je za prvky vektoru dosazen člen respektující spojení uzlu s okolím, čímž je vytvořen vektor  $\mathbf{B}$  a následně je k tomuto vektoru přičten vektor  $\mathbf{P}$  v kterém, pro každou pozici odpovídající číslu uzlu, je zaznamenáno množství tepla (ztrát) dodávaného do uzlu. Tím vznikne vektor  $\mathbf{B1}$  a nyní už je možné provést výpočet podle rovnice (2.13), jejímž výsledkem je vektor výsledných teplot uzlů  $\mathbf{T}$ .

Jak je naznačeno v postupu výpočtu (Obrázek 15) je možné provést některé dopočty, které mají za úkol získat přesnější rozložení teplot. Momentálně jsou aplikovány dopočty dvojího druhu, a to dopočet konkrétních teplot v okolí magnetů a přímo magnetů v některých složitějších uložení a druhým dopočtem je určení teplot každého konkrétního vodiče uloženého v drážce statorového vinutí. Zatímco dopočet teplot magnetů je proveden vždy, když je zvoleno některé z těchto složitějších uložení, pro které je dopočet implementován, dopočet teplot vodičů vinutí je proveden na základě hodnoty parametru „*dopocet\_vodiče*“ nastaveného ve spouštěcí funkci. O těchto dopočtech bude nadále pojednáváno v dalších kapitolách věnujících se konkrétním submodelům.

### 3.2.5 Výstup výsledků

Poslední nezbytnou částí je výstup výsledků, ten je realizován podprogramem „*vypis*“. Výstupy z výpočtu jsou realizovány dvěma způsoby: Výpisem výsledků do okna „*Command window*“ (CW) v prostředí MATLAB a výstupem proměnných do „*Work space*“ (WS), z kterého je následně možné výsledky exportovat do požadovaného formátu.

Výsledky jsou prezentovány formou tabulky. Počet řádků odpovídá konstrukčním částem, v kterých je určována teplota naznačené v tepelné síti (*Obrázek 14*). Pořadí jednotlivých řádků je dáno pevně a případné změny v pořadí vektorů indexů stanovené v počátku výpočtu se neprojeví na pořadí řádků výsledků, ovšem data, která jsou do tabulky dosazována jsou již řízena indexy čímž je zaručeno dosažení správných teplot pro příslušné části stroje. Tabulka se skládá z šesti sloupců: první sloupec udává název části stroje, další dva sloupce jsou samotné teploty. První sloupec udává maximální teploty a druhý teploty střední. Tyto teploty jsou dopočítány ze všech teplot získaných podélným rozdělením částí stroje neboli získané maximum je odhad maxima každé části v podélném směru, z toho vyplývá že přesnost určení zmíněného maxima závisí na četnosti dělení, v extrému, kdyby byla každá část respektována pouze jedním uzlem dosáhly bychom dvou stejných teplot. V tom případě se jedná spíše o střední teploty, ovšem určené s menší přesností. S výjimkou teplot statorového vinutí, v kterém je určena střední a maximální teplota dvěma rozdílnými uzly. Přesné hodnoty teplot v jednotlivých uzlech je možné získat z vektoru  $\mathbf{T}$ , který je rovněž vytvořen společně s tabulkou. K identifikaci jednotlivých prvků vektoru slouží poslední tři sloupce tabulky. Čtvrtý sloupec udává kolika uzly je každá část stroje respektována. Pátý a Šestý sloupec zobrazuje rozsah uzlů, v kterém se zmíněné uzly nacházejí

V případě že je zvoleno některé z uložení permanentních magnetů, jejichž součástí jsou i dopočty je tabulka výsledků rozšířena o další řádky odpovídající dopočteným teplotám, zároveň jsou ve WS vytvořeny další vektory s dopočtenými teplotami. Stejně tak v případě dopočtu teplot vodičů statorového vinutí jsou výstupem další data a zároveň se v CW vytvoří matice zobrazující maximální a střední dopočítané teploty na pozicích vodičů, přičemž prvky umístěné v horním řádku jsou vodiče uložené na straně vzduchové mezery (*Obrázek 26*).

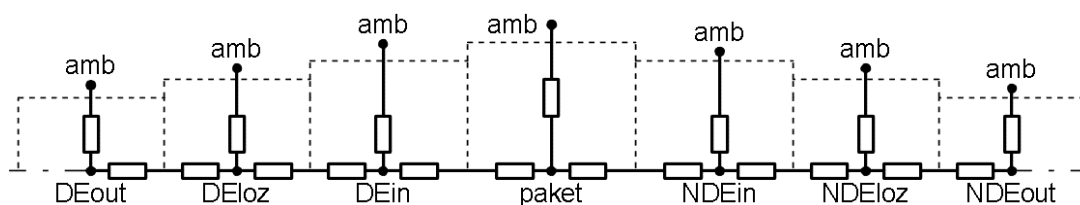
Nevýhoda takto vytvořených výstupů vyvstává především při nutnosti jakýchkoliv úprav výsledkových tabulek. Ať už pro potřeby rozšíření o další řádky, či v případě úprav názvů řádků je nutné veškeré úpravy provádět ručně přímo v definici jednotlivých sloupců tabulky.

## 4 Popis submodelů a výsledky verifikace

V této kapitole budou blíže popsány jednotlivé submodely společně s prezentací několika výsledků získaných verifikací s metodou konečných prvků a závěry, které byly z této verifikace vyvozeny.

### 4.1 Hřídel

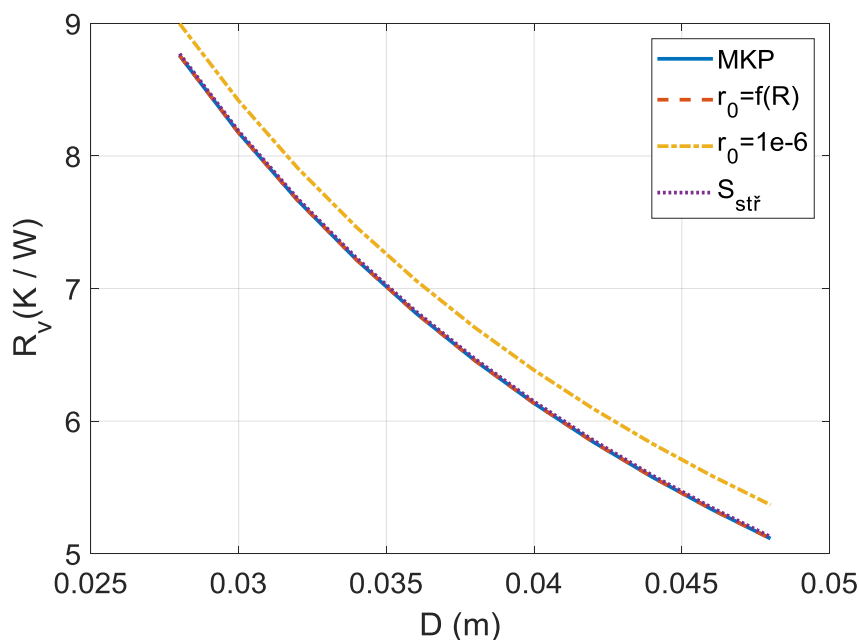
Hřídel je nejnižší vrstvou a zároveň první řešenou součástí v rámci tohoto modelu. V modelu je předpokládáno, že se skládá ze sedmi částí (*Obrázek 16*), přičemž vstupem je vždy délka a vnější průměr každé části, zároveň je na obrázku naznačena odporová síť pro příklad, v kterém by byla každá část respektována pouze jedním uzlem.



Obrázek 16: Hřídel s odporovou sítí

V odporové síti jsou využity dva typy odporů: pro odpory v axiálním směru mezi jednotlivými uzly hřídele jsou použity odpory vypočítané podle vztahu (1.11), druhý typ odporů v radiálním směru je definován vztahem pro proměnnou plochu vedení (2.25), zde ovšem vyvstal problém v dosazení vnitřního poloměru. Jelikož se jedná o hřídel, teoreticky by měl být vnitřní poloměr roven nule, ovšem to by znamenalo nulu v argumentu logaritmu. Z tohoto důvodu bylo řešeno, jakým způsobem toto ošetřit a zároveň dosáhnout co největší přesnosti. Bylo uvažováno nad dosazením hodnoty blízké nule i použitím střední plochy pro vedení, ovšem při analýze pomocí metody konečných prvků, bylo rozhodnuto že nejlepší variantou je dosazovat hodnotu vnitřního poloměru v závislosti na poloměru vnějším. Tato závislost byla do výpočtu implementována v podobě rovnice křivky, která byla získána již zmíněnou analýzou MKP. Z porovnání velikosti tepelného odporu získaných různými přístupy (*Obrázek 17*) je vidět odchylka, která vzniká použitím hodnoty blízké nule.





Obrázek 17: Srovnání různých přístupů pro popis vedení hřídele v radiálním směru

Pro vyplnění příslušných prvků v matici odporů jsou nejprve vytvořeny jednotlivé elementy odporů, které popisují vždy vedení skrze jednu část a tyto elementy jsou následně seskládány do konečných odporů mezi uzly. Samotné seskládání probíhá v cyklu (Příloha A), který projde všechny uzly spadající do konkrétního submodelu a vytvoří vazby mezi nimi. Tento způsob je použit i v ostatních submodelech.

Výsledky z verifikace jsou umístěny v příloze B. V tabulce B-1 je vidět srovnání obou modelů pro případ, v kterém byly nastaveny ztráty do volného konce hřídele o hodnotě 100 w, okrajové podmínky byly nastaveny na všech chladících plochách shodně a to teplota 20 °C, koeficient přestupu tepla  $\alpha = 13 \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}$ , z výsledků je vidět že bylo dosaženo velmi dobré shody podél celé délky hřídele. V případě výpočtu 2 a 3 byly nastaveny stejné parametry, pro okrajovou podmínku části hřídele pod paketem byla použita teplota 200 °C a pro ostatní plochy opět teplota 20 °C. Takto nastavené podmínky simulují vstup tepla směrem od jha rotoru, odkud bude reálně vstupovat do hřídele největší tepelný tok. Porovnáním obou výsledků je vidět, jaký vliv má počet uzlů hřídele na přesnost určení teplot na koncích hřídele. Původním záměrem bylo vytvořit model o co menším počtu uzlů, ale vzhledem k tomu, jakých hodnot dosahovala chyba hřídele, byl vyvozen závěr nezbytnosti provedení podélného dělení již v základním výpočtu. Jak je vidět z tabulky B-2, chyba se pohybuje ve velmi nízkých číslech pod 0,5 %, z čehož se dá usuzovat, že vytvořený

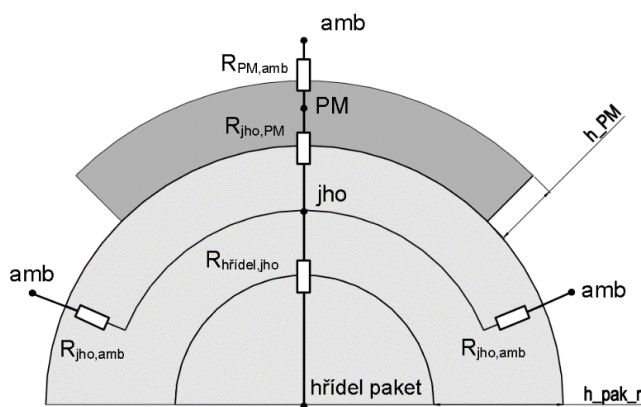
tepelný model je naprosto ekvivalentní modelu vytvořenému pomocí MKP, přičemž výpočet trval pouhých 0,46 s.

## 4.2 Rotorové jho a permanentní magnety

V tomto submodelu je zahrnuto a realizováno sedm různých způsobů uložení permanentních magnetů. Na základě načteného parametru „*typ\_PM*“ ze vstupního souboru je načtena sada rozměrů z kterých je sestavena část sítě definující rotorové jho a magnety v závislost na zvoleném typu rotoru.

### 4.2.1 Povrchové a zapuštěné povrchové uložení

První uložení je uložení povrchové, přičemž prostor mezi magnety tvořícími jednotlivé póly je vyplněn vzduchem. Jedná se vcelku o jednoduché uložení, v kterém jsou jednotlivé komponenty sestaveny ve vrstvách nad sebou, proto v tomto případě stačilo k definování jednotlivých odporů (Obrázek 18) použít vztah pro odpor ve válcových souřadnicích (2.25). Vstupními parametry je výška rotorového jha, výška magnetu, tloušťka bandáže překrývající povrch magnetů a koeficient pólového krytí udávaný v hodnotách od 0 do 1.

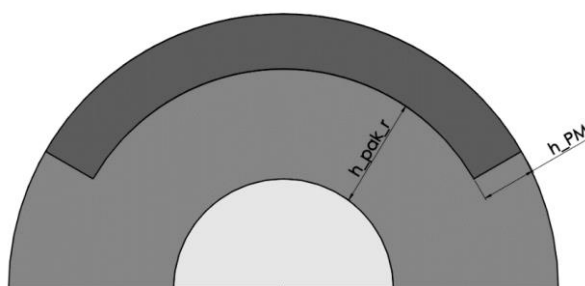


Obrázek 18: Uložení 1 s odporovou sítí

Od magnetů bylo pro řešení pomocí MKP využity vždy jen výseče stroje, a to z důvodu úspory času a nároků na výpočetní výkon, zjednodušení bylo možné provést díky volbě symetrických modelů pro ověřovací výpočty. Z výsledků (Tabulka C-1) vyplývá, že vytvořený model velmi přesně odpovídá výpočtu MKP. V tomto konkrétním výpočtu chyba dosahuje maxima okolo 0,5 % na koncích hřídele, do magnetů bylo dodáno 100 W, na všechny okrajové podmínky byla nastavena teplota 20 °C a  $\alpha = 13 \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}$ . Byly

testovány i další kombinace zatížení a okrajových podmínek, při kterých bylo taktéž dosaženo uspokojivé shody obou modelů.

Stejně jako v předchozím případě druhé uložení řeší povrchové uložení magnetů. Jedinou odlišností je prostor mezi magnety, který je v tomto případě vyplněn materiálem tvořící magnetický obvod rotoru neboli magnety jsou do rotorového jha zapuštěny. Tepelná síť i vstupní parametry jsou taktéž shodné s předchozím uložení, v tomto ohledu jediný rozdíl tvoří vztah definující odporu  $R_{jho,amb}$  (Obrázek 18) jehož délka vedení je prodloužena až po vnější obvod rotoru.



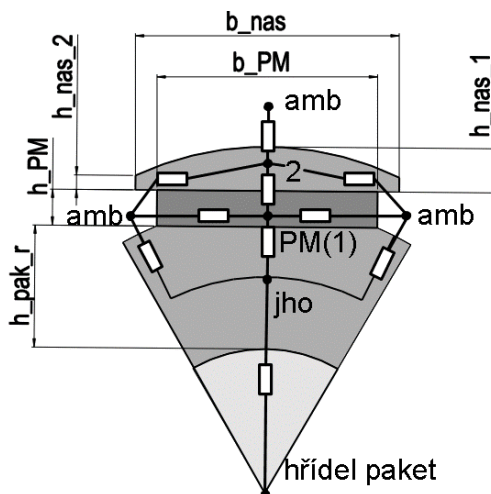
Obrázek 19: Uložení 2

Z porovnání výsledků (Tabulka C-2) je vidět opět velice dobrá shoda mezi modely. Zatížení modelu a okrajové podmínky jsou shodné s výpočtem uložení 1 a tentokrát maximální chyba dosahuje hodnoty pod 1 %, což lze považovat za přesnou shodu. Ani zde nebyla nalezena při verifikaci konfigurace, při níž by docházelo k větší odchylce modelů.

#### 4.2.2 Pólové uložení

Další je uložení s pólovým nástavcem (Obrázek 20), které již spadá do kategorie složitějších, v nichž je výpočet rozdělen do dvou kroků. V prvním kroku jsou vypočteny teploty jha a odhad teplot magnetů a v kroku druhém jsou použity spočtené teploty jako okrajové podmínky pomocí nichž jsou přesněji spočteny teploty v uzlech značených číselně. Uzel 1 je výsledkové tabulce (Tabulka C-3) značen jako „magnety“ a uzel 2 je nazván „nástavec“. Během prvního výpočtu je všech šest odporů nacházejících se mezi uzly „PM“ a „amb“ přepočítáno jako serio-paralelní kombinace do jednoho odporu. Zpřesňující výpočet byl v případě tohoto uložení zaveden z důvodu přesnějšího zadávání pulzních a povrchových ztrát vznikajících v pólových nástavcích. Jako vstupní parametry slouží na obrázku vyznačené rozměry a posledním parametrem je koeficient „ $k_{nas}$ “, který je určen jako

poměr délky oblouku nástavce ku šířce nástavce “ $b_{nas}$ “. I když v tomto případě je koeficient pouhých 1,02, tedy chladicí plocha je zvětšena o 2 %, jeho nezapočítání vyvolá chybu až 2,5 %.

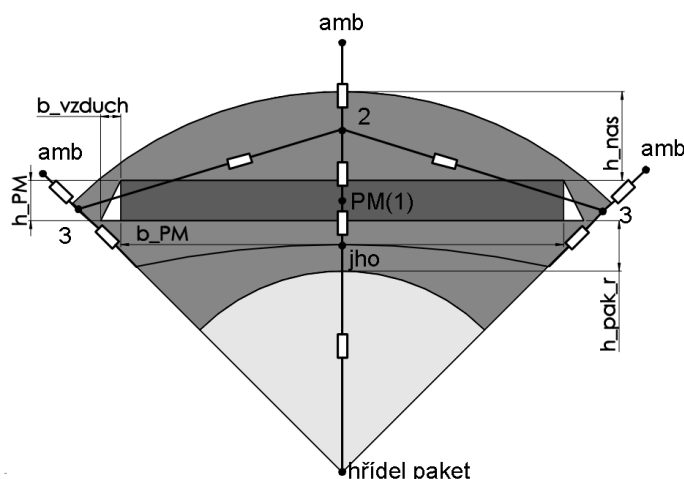


Obrázek 20: Uložení 3 s odporovou sítí

Ze srovnání výsledků (*Tabulka C-3*) vyplývá správnost zvoleného postupu, jelikož se maximální odchylka pohybuje v okolí 0,7 %. Prezentované výsledky byly získány dodáním 60 W do magnetu a 40 W do pólového nástavce, okrajové podmínky jsou shodné jako v předchozích případech. V případě zavedení ztrát do konce hřídele dosahovala chyba v nástavci 2,5 %, což je stále naprosto dostačující přesnost. Dalších větších odchylek při verifikace nebylo dosaženo.

#### 4.2.3 Jednovrstvé vnitřní uložení

Dalším je vnitřní jednovrstvé uložení permanentních magnetu. Stejně jako v předchozím případě byl z důvodu přesnějšího umístění ztrát do povrchu pólu zaveden dopočet. Odporová síť je naznačena na *obrázku 21*. Nejdříve je vypočtena teplota  $j_{ha}$  a odhad teploty magnetů a následně jsou dopočteny teploty v číselně označených uzlech. Uzel „1“ určuje teplotu magnetu, uzel „2“ teplotu pólového nástavce a uzel „3“ teplotu rotoru mezi póly. Jako vstupní parametry je nutné definovat rozměry magnetu, výšku pólového nástavce a velikost vzduchové bariéry na koncích magnetu (*Obrázek 21*).

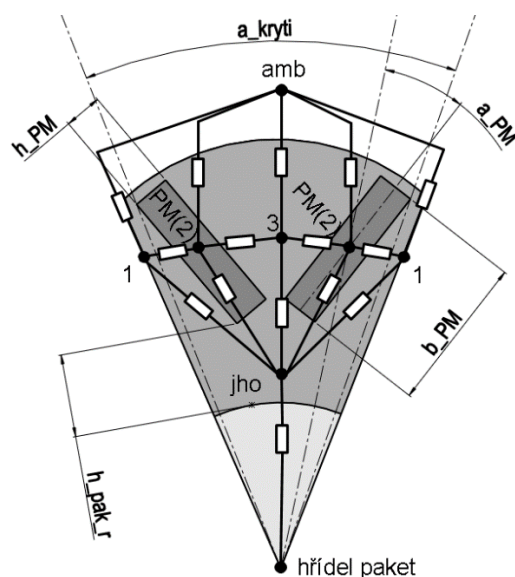


Obrázek 21: Uložení 4 s odporovou sítí

Výsledky (*Tabulka C-4*) ukazují výbornou shodu obou modelů, maximální odchylka je v tomto případě 0,5 %. Zobrazené výsledky jsou pro ztráty v magnetech 20 W, ztráty v nástavci 70 W a ztráty mezi póly 10 W, okrajové podmínky jsou shodné s ostatními případy. Byly porovnávány modely s třemi kombinacemi rozměrů magnetu a vzduchové bariéry, přičemž pokaždé bylo dosaženo velmi dobré shody obou modelů.

#### 4.2.4 Vnitřní uložení ve tvaru „V“

Páté uložení je rovněž uložením vnitřním tentokrát s pólem tvořeným párem magnetů uložených ve tvaru písmene V (*Obrázek 22*). Pro sestavení tepelného modelu se jedná o jedno z nejsložitějších geometrií, hlavní problematikou se ukázalo být stanovení odporu magnetů v závislosti na úhlu, který magnety svírají. Nakonec byl vytvořen model, v kterém jsou v závislosti na rozměrech magnetu a na úhlu „ $a_{PM}$ “ mezi osou magnetu a osou rotoru procházející středem magnetu určeny rozměry obdélníku opisujícího magnet, a následně jsou určeny tepelné odpory obdélníku ve všech směrech, z kterých jsou tvořeny odpory v tepelné síti. Kromě vyznačených vstupních parametrů je možné rovněž zadat parametr „ $k_{pov}$ “. Jedná se o poměr mezi skutečnou délkou oblouku pólu a délkou oblouku o poloměru nejvyššího bodu magnetu. Jelikož jsou výsledné teploty velice závislé na parametrech chladicí plochy, zanedbáním může vznikat chyba v řádech jednotek %. Výpočet i v tomto případě probíhá ve dvou krocích. V prvním je celá odporová síť mezi jhem a chladícím povrchem přepočítána do jednoho odporu a uzel „ $PM$ “ je umístěn do jeho středu. V dopočtech jsou přesněji stanoveny teploty v číselně označených uzlech, tedy mezi póly, v magnetech a ve středu pólu



Obrázek 22: Uložení 5 s odporovou sítí

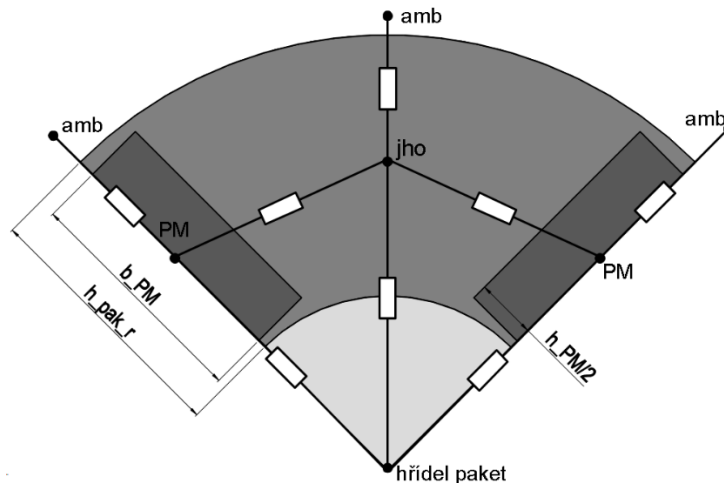
Porovnání výsledků při dodaném teple: 60 W do pólu, 30 W do magnetů a 10 W mezi póly, je v *Tabulce C-5*. V tomto případě si rozložení teplot z obou výpočtů úplně neodpovídá. MKP ukazuje rovnoměrné rozložení teplot v oblasti magnetů, zatímco z analytického výpočtu vychází maximální teplota ve středu pólu. Tento problém by byl pravděpodobně vyřešen zavedením více uzlů v oblasti pólu, jelikož chyba vzniká tím že toky zde nelze rozdělit do jednotlivých směrů. Ovšem vzhledem k tomu že výsledky MKP ukazují téměř rovnoměrné rozložení teplot, je možné za teploty všech tří částí považovat původní teploty uzlu „PM“. V případě, v kterém je většina ztrát koncentrovaných v magnetech zmíněná odchylka nevzniká a dopočtené teploty dobře souhlasí s MKP.

#### 4.2.5 Paprskové vnitřní uložení

Předposledním uložením je tzv. Spoke type neboli paprskové uložení. Je to jediné uložení s přímou vazbou mezi magnety a hřídél a v tomto případě je uzel „jho“ umístěn mezi magnety. Jedná se v celku o jednoduchou geometrii pro jejíž popsání postačují pouze rozměry magnetů a výška jha.

V porovnání výsledků (*Tabulka C-6*) je vidět odchylka 1,5 % v určení střední teploty magnetů. Takováto odchylka vzniká v případě rozměrných magnetů, a to vlivem malé tepelné vodivosti magnetů. Při umístění většiny ztrát do magnetu vznikne hotspot v centru magnetu, přesně v místě, kde je umístěn uzel a teplota zde může být vyšší až o jednotky K oproti okrajům magnetů. Rozdíl proto vzniká díky modelem určené střední teploty vždy

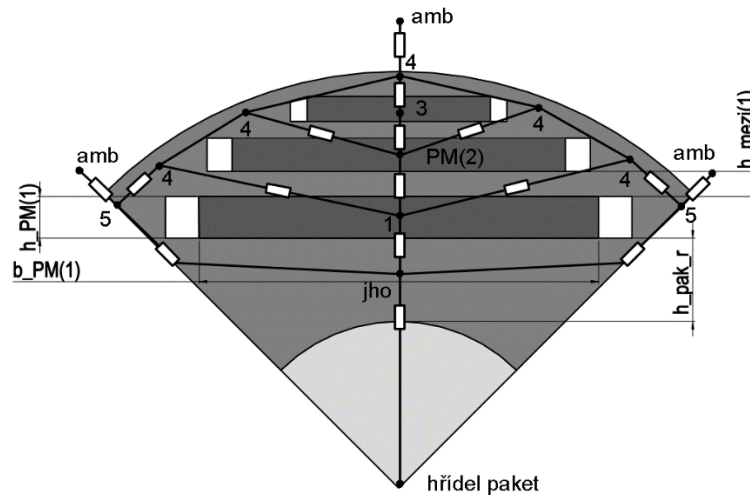
z nejvyšší teploty v příčném řezu magnetu, zatímco MKP počítá i s chladnějšími okraji. Jelikož k odchylce dochází pouze v případě nereálně velkých magnetů, není nutné ji eliminovat. V opačném případě by stačilo provést dopočet s více uzly umístěnými v magnetu. V případech většiny tepla generovaného ve jhu oba modely vycházejí shodně i pro velké magnety.



Obrázek 23: Uložení 6 s odporovou sítí

#### 4.2.6 Vícevrstvé vnitřní uložení

Posledním a zároveň nejkomplikovanějším je vícevrstvé uložení permanentních magnetů. Hlavní výzvou v tomto případě bylo vytvoření algoritmu, který by dokázal přesně definovat odpory pro libovolný počet vrstev. Nakonec byl sestaven algoritmus, který nejprve vytvoří jak odpory k další vrstvě, tak odpory k povrchu, uloží je do vektorů dle pozice vrstvy a následně vybírá z vektorů konkrétní odpory které nakonec přepočítá do jednoho výsledného odporu mezi jhem a okolím, přičemž uzel „PM“ je umístěn do středu tohoto odporu. Po proběhnutí základního výpočtu jsou formou dopočtu získány teploty každého magnetu (Obrázek 24, uzel „1“–„3“), společně s teplotou vrchní vrstvy magnetické oceli (uzel „4“) a teplotou oceli mezi póly (uzel „5“). Ve výsledcích stejně tak jako ve vstupním souboru jsou magnety číslovány směrem od hřídele k povrchu. Rozměry jsou v tomto případě udávány tabulkou, pro každou vrstvu je nutné definovat rozměry magnetu, rozměry vzduchové bariéry ( $b_{vzduch}$ ) a výšku železa nad magnetem ( $h_{mezi}$ ). V poslední vrstvě, tedy u magnetu těsně pod povrchem je za parametr  $h_{mezi}$  dosazena maximální výška oblouku nad magnetem



Obrázek 24: Uložení 7 s odporovou sítí

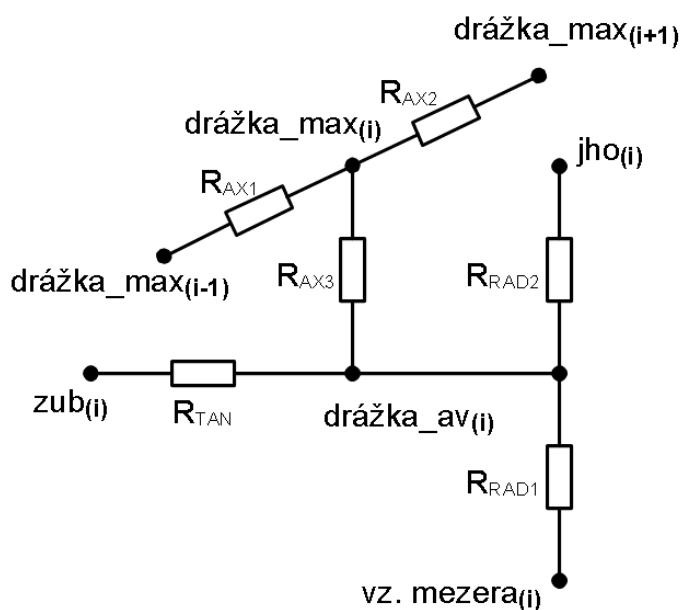
Srovnání výsledků (*Tabulka C-7*) ukazuje dobrou shodu mezi modely, i když se maximální chyba pohybuje do 1 %, rozložení teplot získané analytickým modelem odpovídá modelu MKP. Výsledky byly získány umístěním 10 W do prvního magnetu, 15 W do druhého magnetu, 35 W do třetího magnetu, 10 W do uzlu mezi póly a 30 W do povrchu rotoru. Verifikace byla provedena do sedmi vrstev magnetů s různými kombinacemi rozměrů magnetů a vzduchových bariér, přičemž v žádném z případů nedocházelo k podstatným odchylkám.

### 4.3 Oblast drážek s čely

Při sestavení tepelného modelu drážek, jakožto tepelně nejcitlivější a defacto nejdůležitější součásti elektrického stroje je nutné klást patřičný důraz na přesnost, také z tohoto důvodu je to jedno z nejvíce probíraných témat v oblasti tepelného modelování elektrických strojů. Stejně jako v případě uložení permanentních magnetů pro vytvoření univerzálního modelu je nutné zohlednit různé provedení a topologie vinutí. Odporová síť respektující element vinutí v tomto modelu je znázorněna na *obrázku 25*. Jak je vidět pro vytvoření odporů v axiálním směru  $R_{ax1-3}$  bylo použito odporů při respektování vzniku ztrát podle *obrázku 8*, tímto způsobem nejenže dokážeme v podélném směru získat střední i maximální teplotu, ale zároveň je dosaženo přesnějších výsledků teplot vinutí i při výpočtech s minimum uzlů za účelem rychlejších výpočtů. Vzhledem k zanedbatelné tepelné vodivosti izolace drážky, je izolace pro vedení v podélném směru zanedbána a pro vedení se uvažuje pouze vodičů neboli pro všechny typy vinutí je použita stejná definice odporů. Rozdíl



vyvstávají v definicích odporu v tangenciálním směru  $R_{TAN}$  a ve směru radiálním směrem do jha  $R_{RAD2}$  a směrem ke vzduchové mezeře  $R_{RAD1}$ .



Obrázek 25: Element vinutí

Tyto odpory jsou definovány v submodelu věnující se drážce, který bude nutný vytvořit pro všechny klasické topologie statorových vinutí, prozatím byl v této práci zaveden a realizován tepelný model pro vkládaná vinutí do drážek typu „M“ a „N“ s obdélníkovými vodiči, prezentovaný v [16].

Pro sestavení tepelné sítě statoru v softwaru nejprve proběhne podprogram „*elementy\_stator*“ v kterém jsou vyčísleny téměř veškeré elementy tepelných odporů, které jsou pro vytvoření sítě zapotřebí, následně jsou postupně projity podprogramy jednotlivých částí statoru, v kterých se nacházejí cykly obdobné tomu pro sestavení odporů hřídele (Příloha A), v kterých jsou z dříve definovaných elementů sestaveny jednotlivé cesty tepelných toků mezi komponenty statoru. Podprogram věnující se modelu drážky je pro již zmíněný implementovaný typ drážky nazván „*obdelnikova\_vkladane*“ a je spuštěn v programu „*elementy\_stator*“ v sekci věnující se elementům drážkové části.

#### 4.3.1 Submodel drážky typu „M“, „N“

Pro popis vedení tepla nehomogenním prostředím drážek se často využívá metod ekvivalentních odporů, v kterých je geometrie drážek převedena do analyticky lépe popsatelných tvarů s podobnými tepelnými vlastnostmi jako původní topologie, ovšem tyto

metody jsou vhodné především pro vsypávaná vinutí, v kterých jsou nejasné jednotlivé pozice vodičů, a tudíž je efektivní parametrické popsání tepelnou sítí velice obtížné a ve většině případů i zbytečné, ovšem v případě obdélníkových vodičů je rozložení vodičů a izolace v drážce známé a z toho důvodu je aplikace tepelné sítě na takovýto typ vinutí v celku snadná. Přímé implementování takové sítě by ovšem komplikovalo celkovou tepelnou síť stroje a proto byl sestaven model, který dokáže odporovou síť drážky převést do podoby čtyř odporů ve všech směrech v příčném řezu drážky (*Obrázek 25*) a součástí celkové tepelné sítě stroje se stávají tyto čtyři odpory a následně je možné použít již vytvořenou síť drážky pro dopočet teplot jednotlivých vodičů při použití vypočtených teplot stroje jako okrajových podmínek [16].

V podprogramu submodelu drážky jsou nejprve definovány elementy odporů skládající se z jednotlivých vrstev izolace a částí vodičů z kterých je následně vytvořena výpočetní matice vodivosti. Stejně tak je z okrajových podmínek a zatížení vytvořen vektor zdrojů a je proveden výpočet rozložení teploty v jednotlivých vodičích podle rovnice (2.13). Určení tepelných odporů do jednotlivých stran je provedeno na základě rovnice získané úpravou vztahu pro šíření tepla vedením (1.10):

$$R = \frac{\vartheta_{max} - \vartheta_0}{Q}, \quad (4.1)$$

kde  $R$  ( $K \cdot W^{-1}$ ) je požadovaný odpor do konkrétní strany,  $\vartheta_{max}$  ( $^{\circ}C$ ) je vypočítaná maximální teplota drážky,  $\vartheta_0$  ( $^{\circ}C$ ) je teplota plochy a  $Q$  ( $W$ ) je tepelný tok odváděný plochou do požadovaného směru z drážky [16].

Pro aplikování vztahu (4.1) je nutné získat tepelné toky do jednotlivých stran, to je v podprogramu realizováno posčítáním toků z krajních vodičů v drážce neboli použitím vztahu (1.10) při známe teplotě vodiče, teplotě okolí a odporu mezi uzlem vodiče a okolím. Sečtením všech toků z vodičů ležící podél strany získáváme celkový tok. Posledním krokem je již vypočtení samotných odporů, které jsou použiti v konečné tepelné síti (*Obrázek 25*). [16]

V porovnání modelu drážky s MKP (*Obrázek D-1*) je vidět shodné rozložení teplot ovšem v případě MKP jsou získané teploty zhruba o 2 % vyšší, přičemž chyba určení

požadované maximální teploty činí 2,48 %. Porovnání vypočtených tepelných toků a odporů (*Tabulka D-1*) odhaluje jev, který zanáší značnou chybu do určení odporu v radiálním směrem ke vzduchové mezeře. Když porovnáme toky odváděné tangenciálně a směrem přes klín je vidět že 1,8 mW tepelného toku je v případě MKP odváděno tangenciálně a nikoliv radiálně. Tuto chybu způsobuje změna směru toku ve vrstvách izolace a drážkového klínu, jelikož v modelu jsou toky určeny pouze z toků z krajních vodičů, nedokáže tuto skutečnost zohlednit. Řešením by bylo zavedení dalších uzlů do drážkového klínu, ale jelikož se v porovnání s tokem odváděným zbytkem drážky jedná pouze o malou část, na výslednou přesnost celého modelu stroje nemá tato chyba tak podstatný vliv, zároveň byl v tomto modelu použit nepoměrně rozměrný klín, čímž byla tato chyba oproti skutečnosti ještě navýšena. Zpětným výpočtem maximální teploty za použití získaných odporů byla získána maximální teplota z předvýpočtu (*Obrázek D-1:b*), čímž byla potvrzena korektní aplikace metody. Chyba určení maximální teploty je v tomto případě 2,48 %, přičemž vzhledem k dostupným prostředkům byla pro MKP použita hrubá síť, čímž mohla rovněž být zanesena chyba, která je již částečně vidět sečtením všech toků z numerického výpočtu, jelikož odváděný tok zcela neodpovídá dodanému teplu. Rovněž se ukazuje že přesnost aplikovaného modelu velice závisí na koeficientu plnění drážky, jelikož s větším obsahem mědi, chyba klesá [16].

#### 4.3.2 Čela statorového vinutí

Pro výpočet odporů mezi uzlem čela a vnitřním vzduchem je použito stejné metody jako v předchozí kapitole, v závislosti na počtu vrstev a geometrii drážek je určeno uspořádání vodičů v čelech, pro které je rovněž jako v případě drážek proveden před-výpočet za účelem stanovení odporů v příčném řezu v podprogramu “*obdelnikova\_vkladane\_cela*“. Odporů v podélném směru jsou stejně jako v případě drážky sestaveny podle *obrázku 8*. Rovněž je do modelu čel započítána možná bandáž čel pomocí parametru “*Iz\_C*“ ve vstupním souboru udávající střední tloušťku bandáže. Vzhledem k tomu, že v modelu nejsou uvažovány podélné symetrie jsou čela a stejně tak teploty vnitřního vzduchu na obou stranách řešeny nezávisle na sobě. Pro koeficienty přestupu tepla je uvažováno středního koeficientu aplikovaného na všechny chladičí plochy čel, jeho určení je popsáno v kapitole 3.2.3.

V základním výpočtu celého stroje jsou obě části čela, jak vystupující z přední, tak i vstupující do zadní cívkové strany, uvažovány jako symetrické, a to především kvůli tomu,

že drážka je popsána pouze jedním uzlem, z čehož není možné získat odděleně teploty v obou vrstvách vinutí. V případě jednovrstvého vinutí je tomu opravdu tak i ve skutečnosti, ovšem u dvouvrstvého vinutí jsou teploty vrstvy blíže vzduchové mezeře o trochu vyšší, řešením by bylo zavedení uzlu do každé vrstvy vinutí, což by znamenalo i nárůst počtu uzlů zubů. Ovšem z výpočtů MKP a z dopočtu teplot vodičů se ukázalo že rozdíly mezi teplotami jednotlivých vodičů tvořící jeden závit jsou minimální v řádech desetin procenta.

### 4.3.3 Dopočty teplot vodičů

Jelikož je implementován model pro drážky, v kterých jsou předem definovány pozice vodičů a vrstvy izolace zároveň byla použita metoda určení tepelných odporů drážky, která to přímo umožňuje, byl do softwaru zaveden dopočet, který přímo dokáže určit teploty jednotlivých vodičů v drážce. Dopčet proběhne za podmínky volby parametru „*dopocet\_vodice=1*“ v iniciační funkci softwaru. Dopčet pro drážkovou část i pro obě čela je realizován v rámci jednoho podprogramu nazvaného „*vinuti\_dopocet*“, kterém jsou nejprve stanoveny teploty v drážce a následně postupně v čelech na straně DE a nakonec NDE.

Výpočet drážky probíhá v cyklu, který postupně projde celou drážku podél stroje v závislosti na stanoveném počtu uzlů drážky. Pro každou pozici je nejprve nutné získat okrajové teploty na jednotlivých stranách drážky, které jsou vstupem submodelu popsaného v kapitole 4.3.1, z toho důvodu jsou nejprve určeny toky pomocí rovnice (1.10) a pomocí toků jsou následně určeny teploty na všech vnitřních stranách drážky. Ze známých teplot a ztrát vznikajících ve vodiči je již možné sestavit vektor zdrojů „*B\_vinuti*“, jako výpočetní matice vodivosti je použita již dříve sestavená matice pro určení odporů vinutí. Nakonec je proveden výpočet, jehož výsledky jsou uloženy jako vektor do výsledkové matice. V této matici každý sloupec respektuje jednu pozici v podélném směru a jednotlivé prvky jsou teploty vodičů.

Výpočty teplot vodičů čel jsou rozděleny v závislosti na počtu vrstev vinutí. U jednovrstvého vinutí, kde jsou obě strany čela symetrické je cyklem projita pouze půlka délky čela, přičemž v případě čel jsou respektovány i teploty vodičů v podélném směru. Při řešení čela na straně DE, kde je poslední prvek vektoru indexů čel spojen s prvním prvkem indexu drážky, probíhá výpočet v čele od posledního k prvnímu, přičemž teploty vodičů na pozici jedna slouží jako okrajové podmínky, v každém dalším kroku jsou tyto teploty

nahrazeny teplotami z předchozího kroku. V případě čela na straně NDE je poslední prvek vektoru drážky spojen s prvním prvkem vektoru čela. Vektor zatížení je stanoven podobně jako v případě drážek, s tím že je navíc do každé pozice přičten vztah respektující podélné spojení. Použita je rovněž již vytvořená matice vodivostí, přičemž je nutné do diagonály přičíst vodivost mezi vodiči v podélném směru.

U dvouvrstvého vinutí je projita celá délka čela, přičemž dochází k výpočtu souběžně pro obě strany cívkové strany směrem od drážky ke středu čela. Vždy je vytvořen vlastní vektor zdrojů a výpočet pro obě drážkové strany. Čelo vycházející ze strany blíže vzduchové mezeře je zapisováno do první půlky matice, strana blíže jhu je zapisována od konce. Pro poslední prvek v prostředku čela je za krajové podmínky použito teplot z obou směrů.

V rámci výpisu výsledků jsou z výsledkových matic určeny maximální a střední teploty a jsou zaneseny do matice v závislosti na pozici vodiče (Obrázek 26) a tyto matice jsou nakonec vypsány společně s prvotními výsledky do CW. Všechny výsledkové matice jsou zároveň uloženy ve WS.

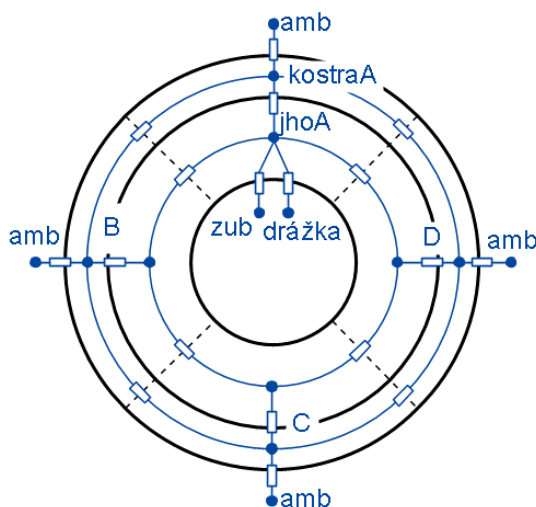
a)			drážka_av		
1,1	1,2	1,3	96.149	96.585	96.149
2,1	2,2	2,3	96.095	96.551	96.095
3,1	3,2	3,3	96.027	96.482	96.027
4,1	4,2	4,3	95.934	96.375	95.934
5,1	5,2	5,3	95.306	95.643	95.306
6,1	6,2	6,3	95.063	95.361	95.063
7,1	7,2	7,3	94.679	94.919	94.679
8,1	8,2	8,3	94.104	94.273	94.104
b)			celo_DE_av		
			97.755	98.1	97.755
			97.489	97.845	97.489
			97.255	97.579	97.255
			97.088	97.352	97.088

Obrázek 26: Význam pozic matice výsledků dopočtů teplot vodičů

#### 4.4 Submodely statorového jha, kostry a ložisek

Od statorového jha směrem k povrchu, vyjma ložisek bylo provedeno dělení v radiálním směru na čtvrtiny, rozdělení geometrie včetně označení odporové sítě je na obrázku 27. Aby bylo možné do výpočtu zavést nesymetrické chlazení kostry neboli rozdílné koeficienty přestupu tepla, a zároveň se tato nesymetrie dostatečně přesně podepsala na rozložení teplot,

bylo zavedeno takovéto dělení, tímto způsobem je možné respektovat nesymetrie jak v případě válcové kostry, tak i u koster čtvercových. Reálně to tedy znamená, že všechny uzly statoru, které jsou spojeny s okolím a stejně tak jha jsou v příčném řezu respektovány čtyřmi uzly, či teplotami a stejně tak každá část kostry je dále dělena i v řezu podélném, díky čemuž v konečném důsledku kostra zabírá podstatnou část tepelné sítě, ovšem vzhledem k výrazné závislosti přesnosti modelu na korektním určení odporů mezi strojem a okolím, přes které odchází veškeré teplo vznikající ve stroji a tím určuje i ustálenou teplotu stroje, je stanovení co nejpřesnějšího modelu kostry nutností.



Obrázek 27: Dělení statoru s naznačením odporové sítě

Prozatím je model použitelný pro hladkou válcovou kostru a s použitím koeficientů respektující zvětšení chladicí plochy [4], je možné tímto způsobem počítat i s žebrovanou kostrou válcového tvaru. Ovšem pro vytvoření univerzálního modelu je nutné stejně jako v případě různých topologií magnetů a vinutí vytvořit určitou sadu koster, z kterých by bylo možné pro výpočet vybírat. Ovšem pro implementování do tohoto modelu bude nejprve nutné provést řadu simulací pomocí MKP a CFD z kterých budou určeny ekvivalentní odpory, pomocí kterých bude možné převést jednotlivé topologie koster na kostru válcovou, která je v tomto modelu aplikovaná. Stejným způsobem mohou být do modelu implementovány i různé typy ložiskových štítů a uchycení stroje.

Ložiska se rovněž řadí mezi složité problémy tepelného modelování, a to především díky nejistým kontaktům a nejistým charakteristikám maziva. Z toho důvodu je prakticky nemožné exaktní analytické určení tepelných odporů, proto se velice často přistupuje k vyjádření odporů pomocí empirických vztahů a měření. Jednou poměrně efektivní

metodou je respektování ložiska ekvivalentní tloušťkou vzduchové vrstvy. Tloušťka vrstvy je volena tak, aby její tepelný odpor odpovídal tepelnému odporu ložisku, získaného díky měření. Ovšem pro efektivní použití je nutné provést měření na co nejvíce typech ložisek, a vytvořit si tak databázi pro možné použití modelu. [1]

Jelikož jsou touto metodou počítána ložiska jak v případě analytických modelů, tak i v případě MKP, byla pro verifikace nastavena doporučovaná tloušťka vzduchové mezery [1], a výsledný odpor byl použit i pro měrnou tepelnou vodivost materiálu ložiska v ověření MKP.

## 5 Konečná verifikace kompletního modelu

Konečná verifikace byla provedena na dvou modelech lišících se uspořádáním drážky. Model 1 je s jednovrstvým vinutím a dvanácti vodiči uspořádanými do dvou sloupců, model 2 je proveden s dvouvrstvým vinutím jehož topologie odpovídá drážce na *obrázku 26*. Z důvodu úspory času by numerický výpočet proveden pouze pro jednu drážkovou roztěč. Při tvorbě modelu pro analýzu MKP vyvstal problém s modelováním vzduchové mezery a vzduchu v okolí čel. Jelikož v numerickém modelu nebylo možné zavést prostory vyplněné vzduchem, aniž by se výpočet musel rozšiřovat o CFD, byly zavedeny určitá zjednodušení.

**Vzduchová mezera** je v modelu MKP respektována materiálem, jehož tepelná vodivost byla stanovena na základě hodnot odporů mezi rotorem a statorem v analytickém modelu. Neboli bylo docíleno toho, aby na vzduchové mezeře vznikala v obou modelech stejný tepelný spád, čímž byla v tomto ohledu zaručena shoda mezi oběma modely.

**Vzduch v čelních prostorech** byl v modelu MKP zanedbán, protože tuto geometrii nelze popsat exaktním způsobem. Shody obou modelů bylo dosaženo nastavením teplot vzduchu získaných z analytického výpočtu, jako okrajové podmínky na plochy, s kterými má vnitřní vzduch vazbu.

U představovaných výsledků bylo pro oba modely použito shodné konfigurace. Byly použity stejné materiálové vlastnosti, okrajové podmínky i zatížení. Pro veškeré vnější plochy byla nastavena teplota 20 °C.

Tabulka 3: Tabulka okrajových podmínek

Okrajové podmínky	
Místo přestupu	$\alpha$ [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ ]
Plochy čel	DE 60,843
	NDE 60,843
Vnitřní plocha kostry	DE 39,505
	NDE 39,505
Vnitřní plocha lož. Štítů	DE 44,092
	NDE 44,092
Vnější část hřídele	DE 56,333
	NDE 50,879
Vnitřní část hřídele	DE 65,028
	NDE 65,028
Vnější plochy kostry a lož. štítů	13

Tabulka 4: Tabulka zatížení modelů

Zatížení modelu			
Prvek	$\Delta P$ [W]	$\Delta p$ [ $\text{W}/\text{m}^3$ ]	
		Model 1	Model 2
Permanentní magnety	10	2,72E+04	2,72E+04
Statorové jho	20	1,33E+04	1,33E+04
Drážková část vinutí	100	3,56E+05	4,24E+05
Statorové zuby	10	3,03E+04	3,03E+04
Čelo vinutí DE	39	3,61E+05	4,30E+05
Čelo vinutí NDE	39	3,61E+05	4,30E+05

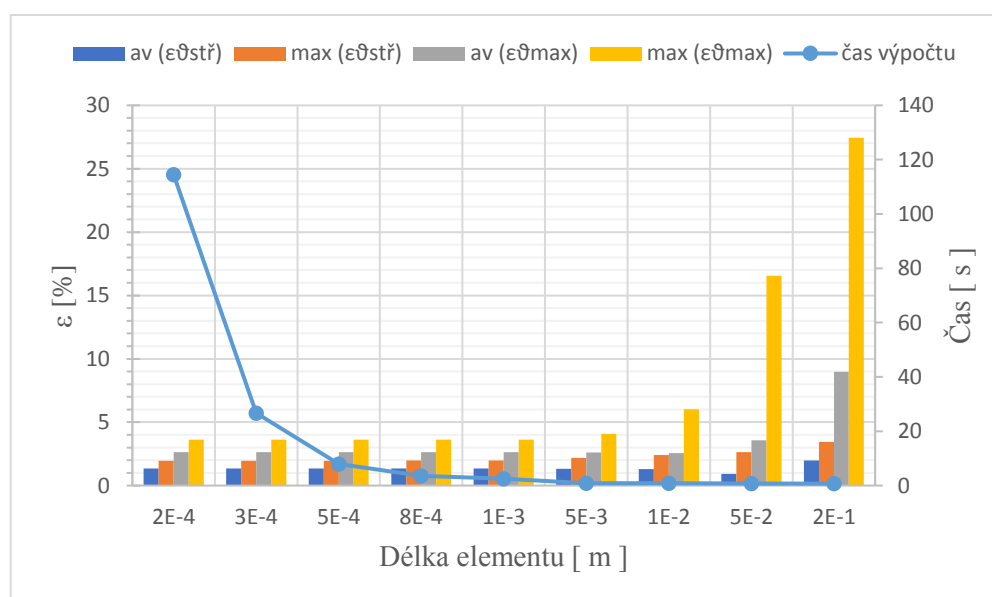
V tabulce E-1 je provedené porovnání výsledků pro Model 1. V grafu na obrázku E-1 je možné vidět porovnání chyb maximální a střední teploty pro oba modely. Je vidět že se celková chyba pohybuje v okolí 2 %, přičemž maximální chybu tvoří v obou případech teploty zubů, statorového jha a kostry. Pro případ, v kterém byly ztráty dodány pouze statorového jha, vycházela tato chyba výrazně nižší a pro změnu se projevila větší chyba drážky, naopak v opačném případě, když byly ztráty dodány pouze do uzlů drážky vyšla tato chyba jha mírně vyšší. Z toho lze usuzovat, že chybu tvoří jednak určení odporu vinutí, která byla stanovena dříve, ale také umístění uzlu jha, jelikož při maximu teploty ve středu jha, kde je rovněž umístěn uzel, vychází chyba znatelně menší. Celkově vycházejí teploty analytického výpočtu menší než z výpočtu NKP, to je pravděpodobně způsobeno tím, že nejsou veškeré ztráty zaváděny do modelu způsobem odvozeným v kapitole 2.3.3. Pro drážky a čela byl tento způsob aplikován a chyba není v těchto uzlech tak výrazná.



V porovnání s výrazným nárůstem počtu uzlů, který by zavedení dalšího uzlu způsobilo, není chyba tak podstatná.

V tabulce E-2 je provedeno porovnání výsledků dopočtu teplot vodičů. V případě modelu 1 vychází teploty vodičů v drážce znatelně nižší v analytickém modelu. Zapříčiněno je to především nepřesností určení teplot jha a zubů, které slouží jako okrajové podmínky pro tento výpočet. V případě modelu 2 dochází k obdobné chybě, ale vlivem více vrstev izolace je vedení v podélném směru více dominantní a dochází i k ovlivnění chyby v čelech. Ovšem rozložení teplot si odpovídá a je možné tímto způsobem odhalit místo nejvyšší teploty ve vinutí.

Na obrázku 28 je vidět závislost celkové chyby a doby výpočtu na délce elementu neboli na počtu uzlů pro model 1. Do délky elementu 1 cm se zdá být celková chyba v této závislosti konstantní, ve skutečnosti dochází pouze k změnám chyby maximální teploty v řádech setin %, které se navzájem kompenzují. Délce elementu 1 cm v tomto modelu odpovídá 342 uzlů. Pokud se počet uzlů dále snižuje, dochází k nárůstu chyby maximální teploty a k poklesu chyby střední teploty. To je způsobeno chybou vznikající v hřídeli, díky níž neodchází hřídelí původní tepelný tok a z toho důvodu klesá teplota hřídele a roste teplota statoru, čímž se dorovnává teplotám MKP, nastává tedy chyba rozložení teploty. V extrému při délce elementu 0,2m je dosaženo minimálního počtu uzlů a chyba hřídele dosahuje až 25 %. Od délky elementu 1 cm je čas výpočtu téměř konstantní okolo 0,8s.



Obrázek 28: Závislost chyby a doby výpočtu na délce elementu

## Závěr

Cílem diplomové práce bylo vytvoření modulárního tepelného modelu pro výpočet ustáleného oteplení synchronních strojů s PM. Výsledný model byl realizován jako software ve výpočetním prostředí MATLAB, k vytvoření modelu bylo využito analytické metody náhradních tepelných sítí, přičemž modularita modelu bylo dosaženo použitím metody submodelů. Tato metoda umožňuje modifikace topologií v rámci jednoho submodelu, při dodržení počtu spojení s ostatními submodely, je následně automaticky vytvořena náhradní tepelná síť. Tímto způsobem lze tedy implementovat různá uspořádání v oblasti jednoho submodelu, aniž by byl pozměněn zbytek tepelného modelu. Pomocí tohoto přístupu bylo v práci realizováno 7 různých způsobů uložení permanentních magnetů v rotoru. Zároveň lze aplikovat části tepelné sítě vytvořené v submodelech pro následné zpřesňující dopočty s použitím okolních teplot jako okrajové podmínky. Rovněž byl do výpočtu zaveden parametr určující délku elementu v případě vedení v podélném směru, na jehož základě lze řídit míru diskretizace jednotlivých konstrukčních částí stroje, přičemž je možné určitým omezeným způsobem řídit přesnost výpočtu na úkor časové náročnosti.

Stěžejním bodem práce je čtvrtá kapitola, zabývající se představením a popisem jednotlivých submodelů. Je zde představen přístup k popsání jednotlivých geometrií, společně s diskuzí dílčích výsledků verifikace submodelů. Jako první je řešena hřídel, je představen způsob definování odporů v radiálním směru v závislosti na vnějším průměru hřídele, závislost byla získána analýzou problému pomocí MKP, dále byl z výsledků verifikace zjištěn význam podélného dělení hřídele na elementy. V případě, v kterém je hřídel respektována minimem uzlů a teplo je dodáváno z venku, dochází k vzniku výrazné chyby v koncích hřídele, v případě použití dostatečného počtu uzlů dosáhla relativní chyba maxima 0,42 %. V další části jsou představeny jednotlivá uložení magnetů, pro každý z magnetů je naznačena odporová síť společně se vstupními parametry potřebnými pro analytické popsání geometrie. Pro některá uložení byl zaveden výpočet ve dvou krocích za účelem přesnějšího umístění ztrát a zpřesnění teplot permanentních magnetů. Žádný z provedených výpočtů nevykazoval podstatné odchylky od výpočtů MKP, tudíž byly modely prohlášeny za přesné. Další část byla věnována statorovému vinutí, je zde definován element vinutí, který umožňuje skloubení různých topologií vinutí. V rámci této práce byl aplikován model vkládaného vinutí pro drážky typu „M“ a „N“ představený v [16], který umožňuje i snadnou aplikaci dopočtu teplot v jednotlivých vodičích. Při ověřování modelu

bylo dosaženo dobré shody mezi modely, přičemž chyba se pohyboval v nízkých jednotkách %. Poslední část je věnována popisu submodelů statorového jha, kostry a ložisek.

Závěr práce je věnován výsledné verifikaci kompletního modelu. Ta byla provedena na dvou modelech lišících se uspořádáním vinutí. Všechny výpočty vykazovali v celku dobrou shodu s výpočtem MKP. V případě modelu 1 je průměrná chyba maximální teploty 1,99 % a chyba střední teploty 1,34 %. Model 2 vykazoval průměrnou chybu maximální teploty 1,93 % a střední teploty 1,25 %. V oblasti tepelného modelování jde o velmi dobrou shodu na jejímž základu lze usuzovat přesnost tepelné sítě vytvořené v rámci předkládané práce. Závislost chyby na počtu uzlů vykazuje nepředpokládaný pokles chyby se zmenšujícím se počtem uzlů, vzhledem k tomu že teploty analytického výpočtu vycházejí v provedených výpočtech převážně nižší než z výpočtů MKP, dochází s poklesem počtu uzlů k nárůstu teploty ve statoru, čímž se chyba dorovná. Nárůst teploty je způsoben chybou v hřídeli, díky níž nastává zmenšení tepelného toku odváděného skrze rotor, za cenu velice výrazné chyby na koncích hřídele. Ovšem této skutečnosti by bylo možné využít k určitému „naladění“ modelu na přesný výpočet teploty drážky v konkrétním stroji a následně provádět analýzu zatížení stroje.

Vytvořený tepelný model by mohl v budoucnu sloužit jako základ univerzálního tepelného modelu pro analýzu strojů s PM. Ovšem aby toho bylo dosaženo nejprve musí být software doplněn o modul ventilačního výpočtu a o výpočet přechodových dějů, čímž bude možné značným způsobem rozšířit řadu řešitelných typů strojů. Stejně tak je nutné doplňovat vytvořené submodely o další geometrie, především o zbývající topologie drážek a implementování různých tvarů koster. Rovněž je nutná následná modifikace pro výpočty reálných strojů, například zavedením odporů mezi kontakty jednotlivých částí stroje. Tím bude možné provádět verifikace na reálných měřeních skutečných strojů a následně aplikaci při designu takovýchto strojů.

## Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] D. Staton, A. Boglietti a A. Cavagnino, „Solving the more difficult aspects of electric motor thermal analysis,“ v *IEEE International Electric Machines and Drives Conference*, Madison, WI, USA, 2003.
- [2] J. Pyrhönen, J. Tapani a V. Hrabovcová, *Design of Rotating Electrical Machines*, 2. edition, Chichester, West sussex: John Wiley & Sons, Ltd, 2014.
- [3] J. Červený, *Stavba elektrických strojů*, Plzeň: Západočeská univerzita, 2012.
- [4] I. P. Kopylov a kol., *Stavba elektrických strojů*, Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1988.
- [5] R. Pechánek, „Ventilační a tepelná analýza trakčního asynchronního motoru,“ Západočeská univerzita - Fakulta elektrotechnická, Plzeň, 2011.
- [6] T. L. Bergman, A. S. Lavine, F. P. Incropera a D. P. Dewitt, *Fundamentals of heat and mass transfer*, 7 edition, Jefferson city: John Wiley & Sons, 2013.
- [7] „Engineering ToolBox,“ 2003. [Online]. Available: [https://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-d\\_429.html](https://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-d_429.html). [Přístup získán 5. 3. 2020].
- [8] V. List, J. Hak a kol., *Elektrotechnika II - Elektrické stroje*, Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1969.
- [9] A. Boglietti, C. Andrea, S. David, M. Shanel, M. Mueller a C. Mejuto, „Evolution and Modern Approaches for Thermal Analysis of Electrical Machines,“ *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, sv. 3, č. March 2009, pp. 871 - 882, 2009.
- [10] M. Rosu, P. Zhou, D. Lin, D. Ionel, M. Popescu, F. Blaabjerg, V. Rallabandi a D. Staton, *Multiphysics simulation by design for electrical machines, power electronics, and drives*, Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2018.
- [11] D. Roberts, D. R. Turner, P. H. Mellor, „Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design,“ *IEE Proceedings B - Electric Power Applications*, sv. 138, č. 5, 1991.
- [12] B. Andersson, „Lumped Parameter Thermal Modelling of Electric Machines,“ Chalmers University of Technology Sweden, Göteborg, 2013.
- [13] „PORTUNUS,“ 2019. [Online]. Available: <https://www.adapted-solutions.com/en/produkte-2/portunus/applikationen/#thermal-calculations>. [Přístup získán 25 3 2020].
- [14] „Motor-CAD Software,“ [Online]. Available: <https://www.motor-design.com/motor-cad-software/>. [Přístup získán 30. 3. 2020].
- [15] D. Staton, D. Hawkins a M. Popescu, „Motor-CAD Software for Thermal Analysis of Electrical Motors – Links to Electromagnetic and Drive Simulation Models,“ Berlin, 2010.
- [16] J. Dražan a R. Pechánek, „Vliv plnění drážky na její tepelný odpor. In Elektrické pohony : XXXVI. konference (ELPO 2019),“ Plzeň, 2019.

## Přílohy

### Příloha A – Výňatek z cyklu sestavující odpory v submodelu hřídele

```
k=DE_out(1);
while k<=NDE_out(end)
    %-----DE_out-----
    if (k>=DE_out(1)) && (k<=DE_out(end))%
        if k==DE_out(end)%axiálně
            R(k,k+1) = R_DE_out_ax + R_DE_lozisko_ax;
        else
            R(k,k+1) = 2*R_DE_out_ax;
        end
        %radiálně
        R(k,amb) = R_DE_out_rad + R_DE_out_conv;
        P(k)=P_DE_out/pocet_DE_out;
    %-----DE_lozisko-----
else if (k>=DE_lozisko(1))&&(k<=DE_lozisko(end))
    if k==DE_lozisko(end)%axiálně
        R(k,k+1)=R_DE_lozisko_ax+R_DE_in_ax;
    else
        R(k,k+1)=2*R_DE_lozisko_ax;
    end
    %radiálně
    R(k,lozisko_DE)=R_DE_lozisko_rad+R_loz_DE_hridel;
    P(k)=P_DE_lozisko/pocet_DE_lozisko;
```

## Příloha B – Výsledky verifikace submodelu hřídele

Tabulka B-1: Výpočet 1- do uzlu DE\_out" dodány ztráty 100 W

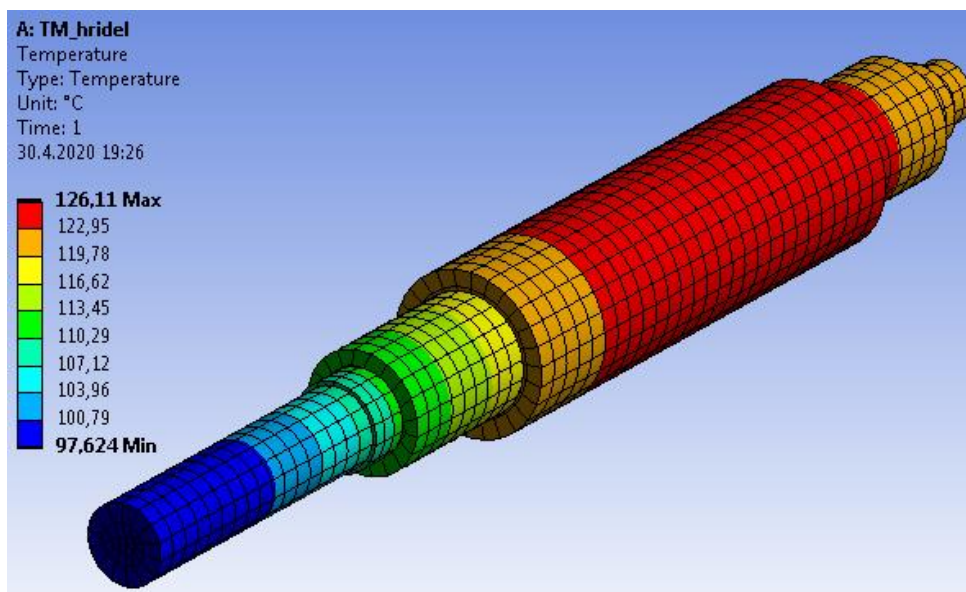
Analytický výpočet						MKP		chyba %	
uzel	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	uzlu	od	do	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	$\vartheta_{\max}$	$\vartheta_{\text{stř}}$
'DE_out'	505,22	456,22	80	1	80	509,54	459,41	0,85	0,69
'DE_ložisko'	355,28	341,38	10	81	90	362,76	345,34	2,06	1,15
'DE_in'	325,32	296,00	40	91	130	332,24	296,54	2,08	0,18
'hřídel_paket'	267,62	234,37	130	131	260	270,08	233,25	0,91	0,48
'NDE_in'	213,62	211,13	30	261	290	212,39	209,64	0,58	0,71
'NDE_ložisko'	209,29	208,78	10	291	300	207,83	207,16	0,70	0,78
'NDE_out'	208,28	207,97	10	301	310	206,72	206,34	0,76	0,79

Tabulka B-2: Výpočet 2- teplota okolí uzlu "hřídel\_paket" 200 °C

Analytický výpočet						MKP		$\varepsilon$ (%)	
uzel	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	uzlu	od	do	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	$\vartheta_{\max}$	$\vartheta_{\text{stř}}$
'DE_out'	109,05	101,77	80	1	80	108,77	101,39	0,26	0,38
'DE_ložisko'	111,57	110,42	10	81	90	111,51	109,96	0,06	0,42
'DE_in'	119,55	115,32	40	91	130	119,81	115,14	0,22	0,16
'hřídel_paket'	125,83	124,30	130	131	260	126,11	124,42	0,22	0,09
'NDE_in'	124,29	122,95	30	261	290	124,48	122,93	0,15	0,02
'NDE_ložisko'	121,96	121,68	10	291	300	121,94	121,58	0,01	0,08
'NDE_out'	121,42	121,25	10	301	310	121,34	121,14	0,06	0,09

Tabulka B-3: Výpočet 3- teplota okolí uzlu hřídel\_paket 200 °C, 7 uzlů

Analytický výpočet						MKP		$\varepsilon$ (%)	
uzel	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	uzlu	od	do	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	$\vartheta_{\max}$	$\vartheta_{\text{stř}}$
'DE_out'	97,17	97,17	1	1	1	108,77	101,39	10,66	4,16
'DE_ložisko'	108,97	108,97	1	2	2	111,51	109,96	2,28	0,90
'DE_in'	113,00	113,00	1	3	3	119,81	115,14	5,68	1,86
'hřídel_paket'	126,85	126,85	1	4	4	126,11	124,42	0,59	1,95
'NDE_in'	120,63	120,63	1	5	5	124,48	122,93	3,09	1,87
'NDE_ložisko'	119,75	119,75	1	6	6	121,94	121,58	1,79	1,50
'NDE_out'	119,30	119,30	1	7	7	121,34	121,14	1,68	1,52

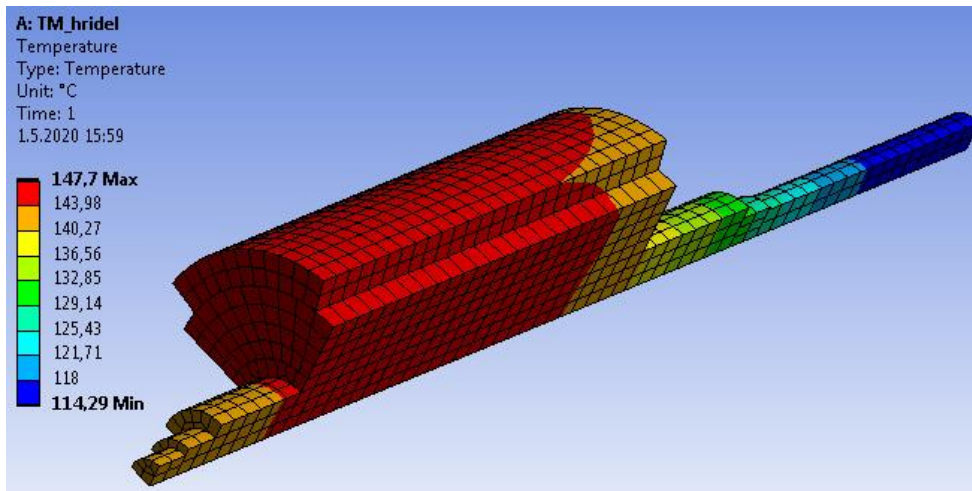


Obrázek B-1: Výpočet 2 a 3- výsledky MKP

## Příloha C – Výsledky verifikace submodelu jho rotor a permanentní magnety

Tabulka C-1: Porovnání výsledků uložení 1

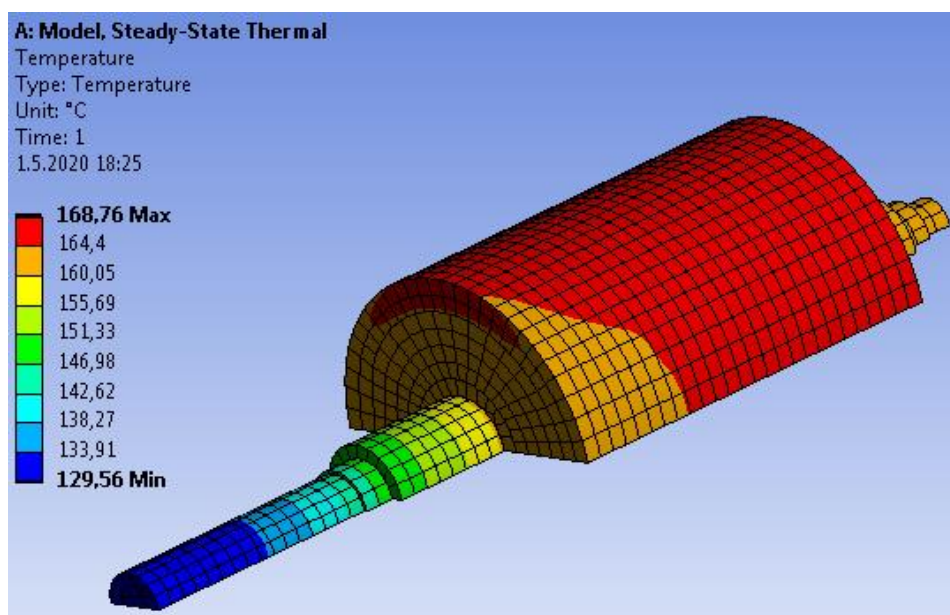
uzel	Analytický výpočet					MKP		$\varepsilon$ (%)	
	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	uzlu	od	do	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	$\vartheta_{\max}$	$\vartheta_{\text{stř}}$
'DE_out'	128,36	119,51	80	1	80	127,85	118,85	0,40	0,56
'DE_ložisko'	131,44	130,03	10	81	90	131,08	129,28	0,27	0,58
'DE_in'	141,14	136,00	40	91	130	141,27	135,59	0,09	0,30
'hřidel_paket'	146,59	145,36	130	131	260	146,68	145,35	0,06	0,01
'NDE_in'	145,10	143,49	30	261	290	145,15	143,27	0,03	0,16
'NDE_ložisko'	142,30	141,97	10	291	300	142,07	141,66	0,16	0,22
'NDE_out'	141,65	141,45	10	301	310	141,36	141,13	0,21	0,23
'jho_rotor'	146,84	145,77	130	311	440	147,22	145,66	0,26	0,08
'PM'	147,82	146,84	130	441	570	147,70	145,94	0,08	0,62



Obrázek C- 1: Výsledky MKP uložení 1

Tabulka C-2: Porovnání výsledků uložení 2

Analytický výpočet						MKP		$\varepsilon$ (%)	
uzel	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	uzlu	od	do	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	$\vartheta_{\max}$	$\vartheta_{\text{stř}}$
'DE_out'	146,22	135,91	80	1	80	145,31	134,86	0,63	0,78
'DE_ložisko'	149,80	148,16	10	81	90	149,05	146,98	0,50	0,81
'DE_in'	161,11	155,12	40	91	130	161,02	154,30	0,05	0,53
'hřidel_paket'	167,35	165,96	130	131	260	167,25	165,56	0,06	0,24
'NDE_in'	165,64	163,77	30	261	290	165,41	163,15	0,14	0,38
'NDE_ložisko'	162,38	162,00	10	291	300	161,79	161,28	0,37	0,45
'NDE_out'	161,63	161,40	10	301	310	160,93	160,67	0,43	0,45
'jho_rotor'	167,64	166,43	130	311	440	168,13	165,76	0,29	0,41
'PM'	168,15	167,04	130	441	570	168,76	166,74	0,36	0,18

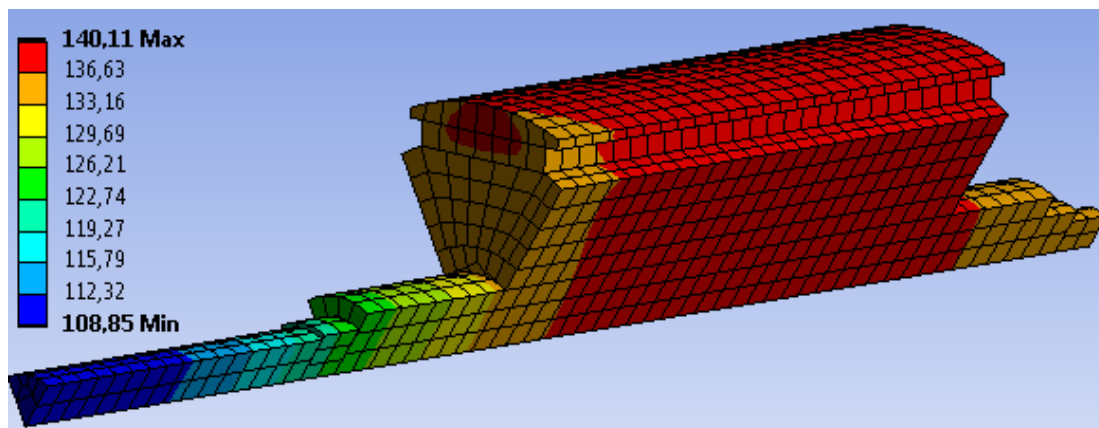


Obrázek C-2: Výsledky MKP uložení 2



Tabulka C-3: Porovnání výsledků uložení 3

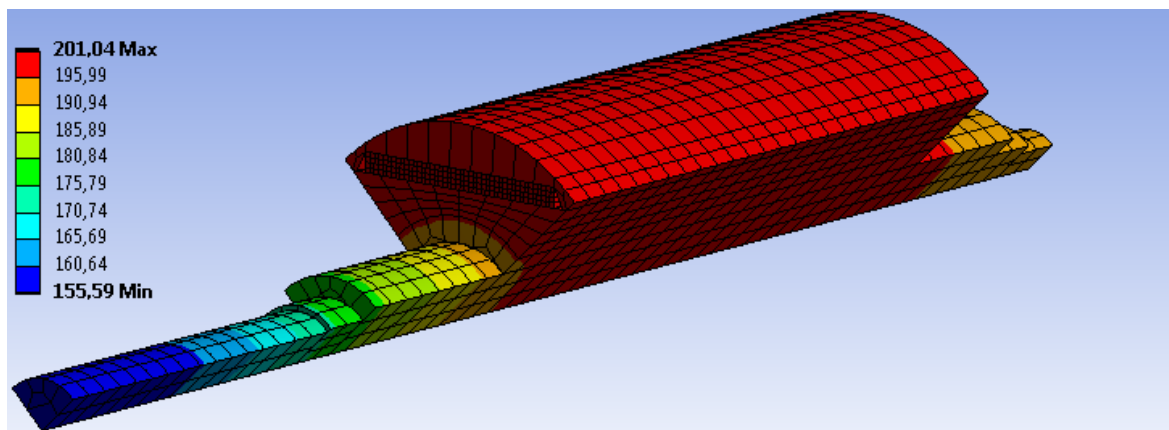
Analytický výpočet						MKP		$\varepsilon$ (%)	
uzel	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	uzlu	od	do	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	$\vartheta_{\max}$	$\vartheta_{\text{stř}}$
'DE_out'	122,33	113,97	80	1	80	121,62	113,14	0,59	0,74
'DE_ložisko'	125,24	123,91	10	81	90	124,74	122,97	0,40	0,76
'DE_in'	134,40	129,55	40	91	130	134,25	128,90	0,11	0,50
'hřídél_paket'	139,82	138,58	130	131	260	139,45	138,17	0,26	0,30
'NDE_in'	138,38	136,85	30	261	290	137,98	136,23	0,29	0,46
'NDE_ložisko'	135,73	135,42	10	291	300	135,11	134,72	0,46	0,52
'NDE_out'	135,11	134,93	10	301	310	134,43	134,22	0,51	0,53
'jho_rotor'	140,07	138,95	130	311	440	139,81	138,46	0,19	0,36
'PM'	140,76	139,68	130	441	570	140,11	138,76	0,47	0,67
'magnety'	140,79	139,69	130	1	130	140,11	138,76	0,49	0,67
'nástavec'	140,53	139,43	130	131	260	140,04	138,70	0,35	0,53



Obrázek C-3: Výsledky MKP uložení 3

Tabulka C-4: Porovnání výsledků uložení 4

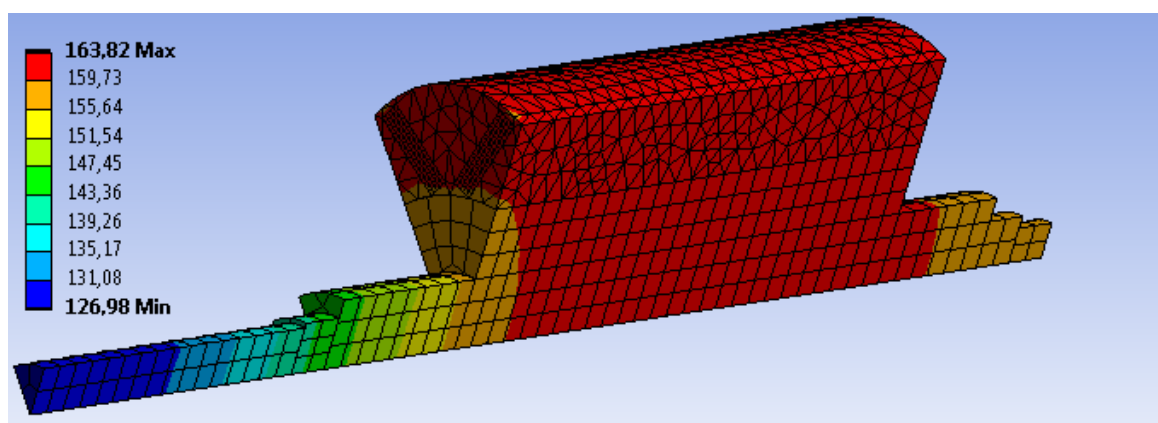
Analytický výpočet						MKP		$\varepsilon$ (%)	
uzel	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	uzlu	od	do	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	$\vartheta_{\max}$	$\vartheta_{\text{stř}}$
'DE_out'	175,62	162,90	80	1	80	175,09	162,15	0,30	0,46
'DE_ložisko'	180,03	178,01	10	81	90	179,73	177,15	0,17	0,49
'DE_in'	193,97	186,59	40	91	130	194,43	186,22	0,24	0,20
'hřídél_paket'	200,34	198,98	130	131	260	200,47	199,12	0,07	0,07
'NDE_in'	198,54	196,25	30	261	290	198,60	195,92	0,03	0,17
'NDE_ložisko'	194,55	194,08	10	291	300	194,21	193,62	0,17	0,24
'NDE_out'	193,62	193,34	10	301	310	193,20	192,87	0,22	0,24
'jho_rotor'	200,51	199,35	130	311	440	200,61	199,44	0,05	0,04
'PM'	201,09	199,97	130	441	570	201,04	199,59	0,03	0,19
'nástavec'	200,89	199,75	130	1	130	201,04	199,90	0,07	0,08
'magnet'	200,85	199,70	130	261	390	201,04	199,59	0,10	0,05
'mezi_póly'	200,64	199,49	130	131	260	200,48	199,54	0,08	0,03



Obrázek C-4: Výsledky MKP uložení 4

Tabulka C-5: Porovnání výsledků uložení 5

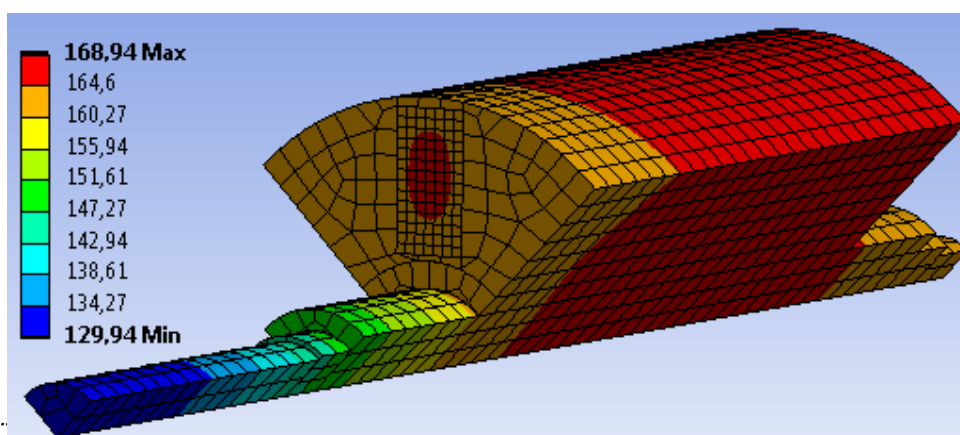
uzel	Analytický výpočet					MKP		$\varepsilon$ (%)	
	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	uzlu	od	do	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	$\vartheta_{\max}$	$\vartheta_{\text{stř}}$
'DE_out'	143,36	133,28	80	1	80	142,31	132,17	0,74	0,84
'DE_ložisko'	146,86	145,26	10	81	90	146,10	143,99	0,52	0,88
'DE_in'	157,91	152,06	40	91	130	157,65	151,13	0,16	0,61
'hřidel_paket'	164,08	162,70	130	131	260	163,56	162,10	0,32	0,37
'NDE_in'	162,40	160,57	30	261	290	161,89	159,75	0,31	0,51
'NDE_ložisko'	159,21	158,84	10	291	300	158,37	157,92	0,53	0,58
'NDE_out'	158,47	158,25	10	301	310	157,57	157,32	0,57	0,59
'jho_rotor'	164,31	163,06	130	311	440	163,74	162,39	0,35	0,41
'PM'	164,43	163,32	130	441	570	163,82	162,32	0,37	0,61
'mezi_póly'	164,73	163,49	130	1	130	163,77	162,49	0,58	0,62
'magnety'	164,77	163,54	130	131	260	163,82	162,32	0,58	0,75
'pól'	165,09	163,86	130	261	390	163,81	162,49	0,78	0,84



Obrázek C-5: Výsledky MKP uložení 5

Tabulka C-6: Porovnání výsledků uložení 6

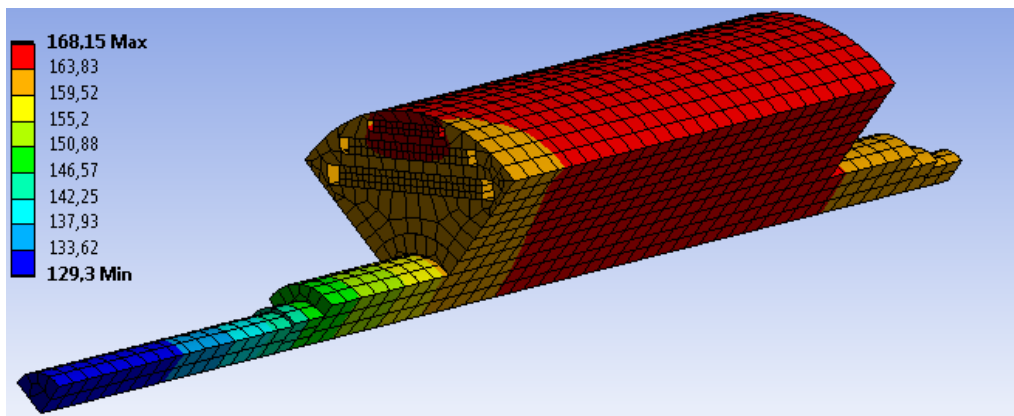
Analytický výpočet						MKP		$\varepsilon$ (%)	
uzel	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	uzlu	od	do	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	$\vartheta_{\max}$	$\vartheta_{\text{stř}}$
'DE_out'	147,14	136,76	80	1	80	145,75	135,26	0,96	1,11
'DE_ložisko'	150,75	149,10	10	81	90	149,51	147,42	0,83	1,14
'DE_in'	162,14	156,11	40	91	130	161,40	154,77	0,46	0,86
'hřidel_paket'	166,74	165,88	130	131	260	167,71	166,13	0,58	0,15
'NDE_in'	165,13	163,27	30	261	290	165,87	163,68	0,44	0,25
'NDE_ložisko'	161,89	161,51	10	291	300	162,28	161,81	0,24	0,19
'NDE_out'	161,13	160,90	10	301	310	161,46	161,19	0,20	0,18
'jho_rotor'	166,78	166,35	130	311	440	167,89	166,13	0,66	0,13
'PM'	169,80	169,35	130	441	570	168,94	166,82	0,51	1,52



Obrázek C- 6 : Výsledky MKP uložení 6

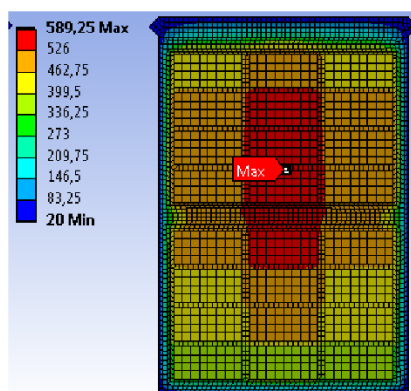
Tabulka C-7: Porovnání výsledků uložení 7

Analytický výpočet						MKP		$\varepsilon$ (%)	
uzel	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	uzlu	od	do	$\vartheta_{\max}$ (°C)	$\vartheta_{\text{stř}}$ (°C)	$\vartheta_{\max}$	$\vartheta_{\text{stř}}$
'DE_out'	146,16	135,85	80	1	80	145,02	134,59	0,79	0,94
'DE_ložisko'	149,74	148,10	10	81	90	148,76	146,67	0,66	0,98
'DE_in'	161,04	155,05	40	91	130	160,57	153,98	0,29	0,70
'hřidel_paket'	167,69	166,17	130	131	260	166,83	165,31	0,51	0,52
'NDE_in'	165,92	164,05	30	261	290	165,06	162,90	0,52	0,70
'NDE_ložisko'	162,66	162,27	10	291	300	161,50	161,03	0,72	0,77
'NDE_out'	161,90	161,67	10	301	310	160,69	160,42	0,75	0,78
'jho_rotor'	167,98	166,60	130	311	440	167,06	165,67	0,55	0,56
'PM'	168,88	167,60	130	441	570	168,02	166,31	0,51	0,77
'PM1'	168,63	167,26	130	1	130	167,55	165,85	0,64	0,85
'PM2'	169,12	167,76	130	131	260	168,02	166,31	0,65	0,87
'PM3'	169,28	167,94	130	261	390	168,15	166,70	0,67	0,74
'povrch'	169,19	167,85	130	391	520	167,87	166,10	0,78	1,05
'mezi_póly'	167,16	165,80	130	521	650	167,01	165,80	0,09	0,00



Obrázek C-7: Výsledky MKP uložení 7

**Příloha D – Výsledky verifikace submodelu drážky**



a)

TEPLOTY =

422.6419	480.3182	422.6419
468.4070	533.3064	468.4070
494.4313	563.6142	494.4313
503.8459	574.5948	503.8459
474.7364	540.4376	474.7364
449.7825	511.2639	449.7825
402.9849	456.7345	402.9849
328.7247	370.7971	328.7247

b)

Obrázek D-1: Porovnání výsledků modelu drážky

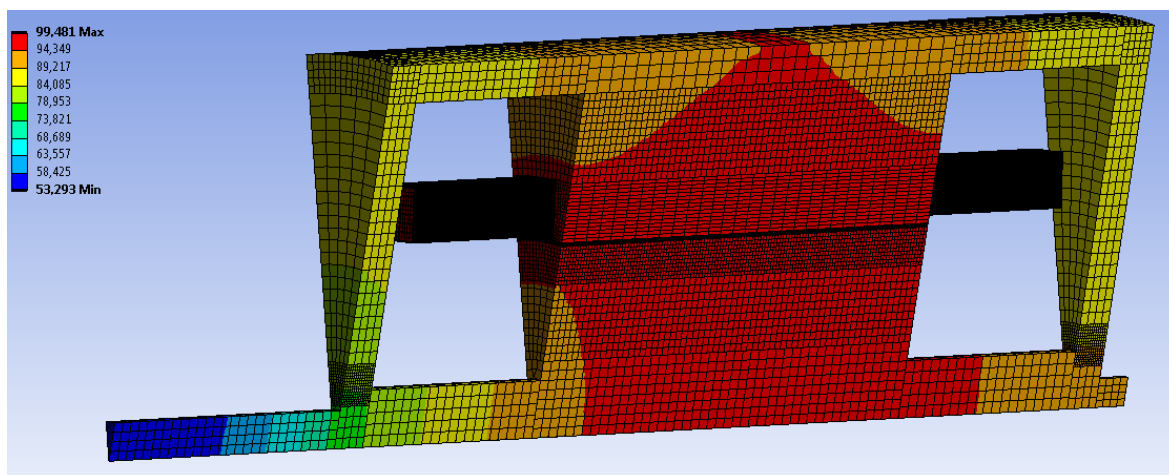
Tabulka D-1: Porovnání výsledků modelu drážky

směr	MKP		Analytický model		ε <sub>R</sub> (%)
	Q (mW)	R (K·W <sup>-1</sup> )	Q (mW)	R (K·W <sup>-1</sup> )	
TAN	50,09	10965	48,65	10988	0,21
RAD <sub>1</sub>	7,30	77947	9,13	60755	22
RAD <sub>2</sub>	14,10	39674	14,22	38306	3,4

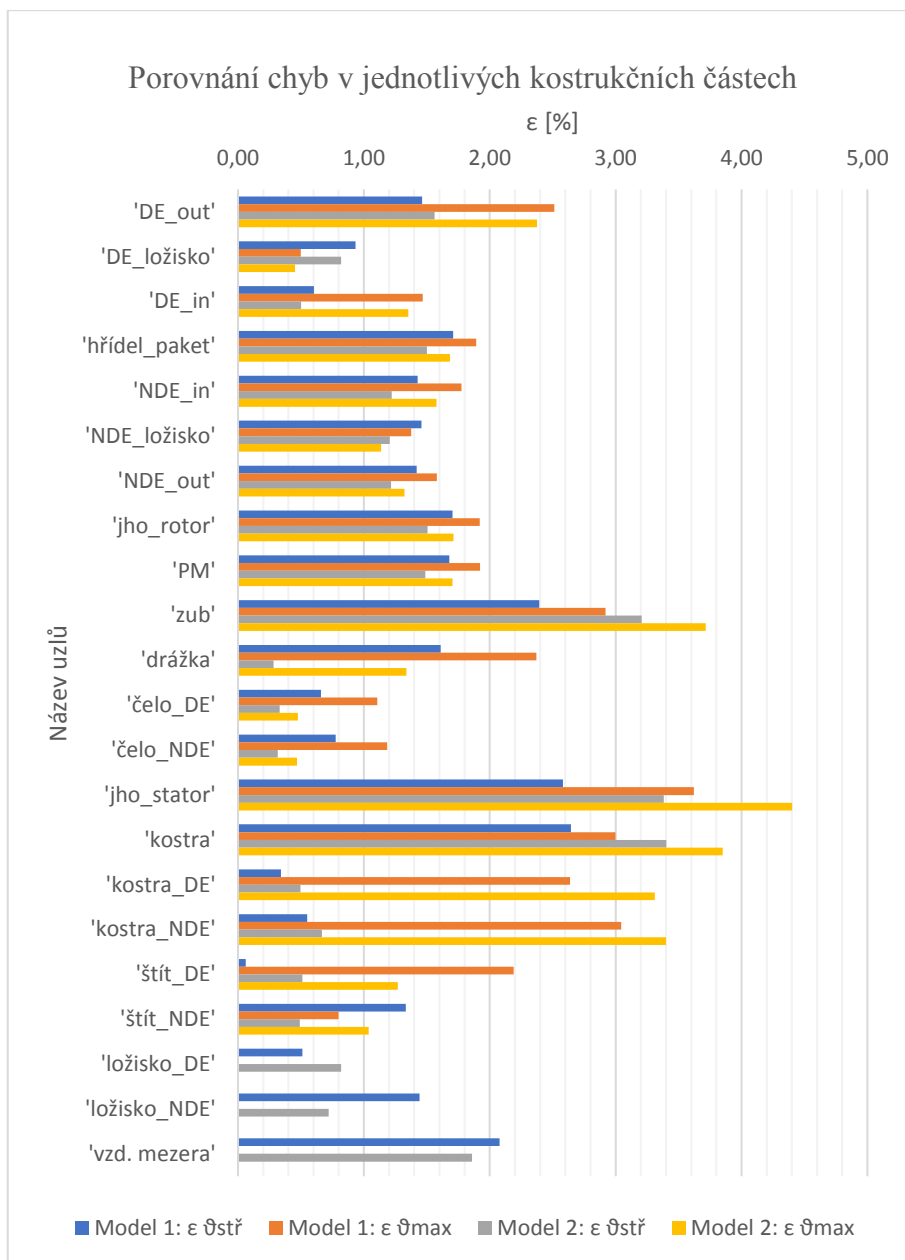
## Příloha E – Výsledky konečné verifikace

Tabulka E-1: Výsledné porovnání teplot: Model 1

Model 1 $L_{elem}=0,001m$	MATLAB [°C]			ANSYS [°C]		$\varepsilon$ [%]	
	p. uzlů	$\vartheta_{max}$	$\vartheta_{stř}$	$\vartheta_{max}$	$\vartheta_{stř}$	$\vartheta_{max}$	$\vartheta_{stř}$
'DE_out'	80	74,07	59,68	75,98	60,56	2,51	1,46
'DE_ložisko'	10	78,85	76,75	79,25	77,47	0,50	0,93
'DE_in'	60	91,55	85,64	92,91	86,16	1,47	0,60
'hřidel_paket'	130	94,84	94,13	96,67	95,76	1,89	1,71
'NDE_in'	60	94,39	92,89	96,09	94,24	1,77	1,43
'NDE_ložisko'	10	91,32	90,93	92,60	92,27	1,38	1,46
'NDE_out'	10	90,44	90,00	91,90	91,29	1,58	1,42
'jho_rotor'	130	94,95	94,34	96,81	95,98	1,92	1,70
'PM'	130	95,15	94,62	97,01	96,24	1,92	1,68
'zub'	130	93,50	93,44	96,31	95,73	2,92	2,39
'drážka'	260	96,67	96,06	99,01	97,63	2,37	1,61
'čelo_DE'	100	98,03	97,55	99,12	98,20	1,11	0,66
'čelo_NDE'	100	98,20	97,70	99,38	98,47	1,19	0,78
'jho_stator'	520	92,21	92,09	95,68	94,53	3,62	2,58
'kostra'	520	91,74	91,21	94,58	93,69	3,00	2,64
'kostra_DE'	240	89,37	88,49	91,79	88,20	2,64	0,34
'kostra_NDE'	240	89,49	88,65	92,30	89,14	3,04	0,55
'štít_DE'	280	87,46	84,89	85,59	84,84	2,19	0,06
'štít_NDE'	280	87,67	85,41	86,97	86,56	0,80	1,33
'ložisko_DE'	1		80,65		81,06		0,51
'ložisko_NDE'	1		87,94		89,23		1,44
'vzd. mezera'	1		94,71		96,72		2,08
'end_sp_DE'	1		92,13				
'end_sp_NDE'	1		92,82				
počet uzlů	3295	doba výpočtu	2,47 s	max		3,62	2,64
				av		1,99	1,34



Obrázek E- 1: Výsledky MKP: Model 1



Obrázek E- 2: Porovnání chyb v jednotlivých konstrukčních částech

Tabulka E- 2: Porovnání výsledků dopočtu teplot vodičů

Prvek	Pozice	MATLAB [°C]		ANSYS [°C]		ε [%]	
		ϑ <sub>max</sub>	ϑ <sub>stř</sub>	ϑ <sub>max</sub>	ϑ <sub>stř</sub>	ϑ <sub>max</sub>	ϑ <sub>stř</sub>
<b>Model 1</b>							
drážka	1,1	95,64	95,49	98,92	98,61	3,32	3,16
	3,2	95,40	95,31	98,81	98,47	3,45	3,22
	6,1	93,93	93,88	95,69	95,25	1,84	1,44
čelo DE	1,1	100,04	97,87	98,99	98,88	1,06	1,02
	3,2	99,82	97,63	98,95	98,82	0,87	1,21
	6,1	98,34	96,14	97,21	96,59	1,16	0,47
čelo NDE	1,1	100,10	97,92	99,29	99,16	0,82	1,25
	4,2	99,62	97,43	98,75	98,54	0,88	1,13
	6,1	98,39	96,18	97,55	96,92	0,87	0,76
<b>Model 2</b>							
drážka	1,1	96,34	96,21	98,83	98,32	2,52	2,14
	2,2	96,72	96,62	99,26	98,83	2,56	2,24
	3,2	96,63	96,55	99,26	98,83	2,66	2,31
	4,1	96,06	96,00	98,86	98,32	2,84	2,36
	5,2	95,74	95,71	97,53	97,17	1,83	1,50
	6,1	95,17	95,13	96,89	96,45	1,78	1,37
	7,2	95,03	94,98	97,52	97,16	2,55	2,24
	8,1	94,23	94,17	96,85	96,43	2,71	2,34
čelo DE	1,1	96,61	96,03	99,31	98,32	2,72	2,33
	2,2	96,67	96,01	99,59	98,57	2,94	2,60
	3,3	96,17	95,43	99,44	98,34	3,29	2,96
	4,2	96,72	95,59	99,45	98,39	2,75	2,84
čelo NDE	1,1	96,69	96,06	99,57	98,50	2,89	2,47
	2,2	96,72	96,07	99,83	98,79	3,11	2,76
	3,3	96,23	95,48	99,69	98,53	3,47	3,10
	4,2	96,80	95,63	99,70	98,61	2,91	3,03