

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

**KATEDRA ELEKTROMECHANIKY A VÝKONOVÉ
ELEKTRONIKY**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Srovnání metod regulace stejnosměrného pohonu

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta elektrotechnická
Akademický rok: 2019/2020

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE
(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Martin STRNAD**
Osobní číslo: **E17B0044P**
Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Elektrotechnika a energetika**
Téma práce: **Srovnání metod regulace stejnosměrného pohonu**
Zadávající katedra: **Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky**

Zásady pro vypracování

1. Proveďte rešerši metod pro nastavení PI a PID regulátoru.
2. Vytvořte simulaci stejnosměrného pohonu s PID regulátorem.
3. Vytvořte simulaci stejnosměrného pohonu s kaskádně řazenými PI regulátory.
4. Proveďte srovnání metod použitých v simulacích.



Prof. Ing. Václav Koc, CSc.
vedoucí katedry

Prof. Ing. Zdeněk Fiedler, Ph.D.
vedoucí katedry

V Plzni dne 4. října 2019

Rozsah bakalářské práce: **30 – 40 stran**
Rozsah grafických prací: **podle doporučení vedoucího**
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

1. Tůma, František. Teorie řízení. 5., dopl. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2009. 215 s. ISBN 978-80-7043-819-0.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Jaroslav Dragoun**
Regionální inovační centrum elektrotechniky

Datum zadání bakalářské práce: **4. října 2019**
Termín odevzdání bakalářské práce: **11. června 2020**



Prof. Ing. Zdeněk Peroutka, Ph.D.
děkan



Prof. Ing. Václav Kůs, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 4. října 2019

Abstrakt

V předkládané práci je popsáno několik metod, které slouží k nastavení regulátorů typu PI a PID. U každé z metod je uveden stručný popis a dále pak postup při návrhu regulátoru zvolenou metodou po jednotlivých krocích. Práce dále obsahuje detailní postupy návrhu parametrů PID regulátoru použitého k řízení stejnosměrného pohonu a návrhu parametrů dvou kaskádně řazených PI regulátorů použitých k řízení stejnosměrného pohonu. Hodnoty získané z návrhů jsou aplikovány na modely vytvořené v prostředí Matlab-Simulink. Výsledky těchto simulací jsou mezi sebou porovnány.

Klíčová slova

PI regulátor, PID regulátor, metody nastavení regulátorů, kvalita regulace

Abstract

The main focus of this work is to describe several methods of tuning PI and PID controllers. Every method of tuning controller is briefly described and divided into several steps. These steps serve for easier tuning controller. The work also contains detailed procedures for designing the parameters of the PID controller used to control the DC drive and designing the parameters of two cascade involved PI controllers used to control the DC drive. The values obtained from the designs are applied to the models created in Matlab-Simulink. The results of these simulations are compared with each other.

Key words

PI controller, PID controller, methods of tuning controllers, quality of regulation

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této bakalářské práce, je legální.

.....

podpis

V Plzni dne 17.6.2020

Martin Strnad

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu bakalářské práce Ing. Jaroslavovi Dragounovi za odborné vedení, trpělivost, vstřícný přístup a cenné rady.

Obsah

OBSAH	8
ÚVOD	9
SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	10
1 STEJNOSMĚRNÉ STROJE	12
1.1 OBECNĚ.....	12
1.2 ČÁSTI STEJNOSMĚRNÝCH STROJŮ.....	12
1.3 PRINCIP STEJNOSMĚRNÉHO STROJE	13
1.4 DRUHY STEJNOSMĚRNÝCH MOTORŮ	14
1.4.1 Stejnosměrný motor s cizím buzením	15
1.4.2 Způsoby řízení rychlosti stejnosměrného cize buzeného stroje.....	16
2 REGULÁTORY	16
2.1 ROZDĚLENÍ REGULÁTORŮ	17
2.1.1 Proporcionální regulátor (P)	18
2.1.2 Integrační regulátor (I).....	19
2.1.3 Derivační regulátor (D).....	20
2.1.4 Regulátory – PI, PD, PID	21
3 STABILITA REGULAČNÍHO OBVODU	22
3.1 KRITÉRIA STABILITY	23
3.1.1 Hurwitzovo kritérium stability.....	24
3.1.2 Routh – Schurovo kritérium stability	24
3.1.3 Michaljevovo – Leonhardovo kritérium stability.....	25
3.1.4 Nyquistovo kritérium stability	26
4 SYNTÉZA REGULAČNÍCH OBVODŮ	27
4.1 KVALITA REGULACE	27
4.2 METODA STANDARDNÍHO TVARU FREKVENČNÍ CHARAKTERISTIKY OTEVŘENÉHO REGULAČNÍHO OBVODU.....	29
4.3 ZIEGLER-NICHOLSOVA METODA.....	30
4.3.1 Nastavení parametrů regulátoru z přechodové charakteristiky regulované soustavy.....	32
4.3.2 Výpočet kritických parametrů ze známého modelu	33
4.3.3 Použití relé bez hystereze pro zjištění kritických parametrů	34
4.4 CHIENOVA, HRONESOVA A RESWICKOVA METODA (CHR METODA).....	34
4.5 COHEN-COONOVA METODA.....	35
4.6 WHITELEYOVA METODA.....	36
5 NÁVRH PARAMETRŮ REGULÁTORU	38
5.1 NÁVRH PARAMETRŮ KASKÁDNĚ ŘAZENÝCH PI REGULÁTORŮ POMOCÍ METODY STANDARDNÍHO TVARU FREKVENČNÍ CHARAKTERISTIKY OTEVŘENÉHO REGULAČNÍHO OBVODU	39
5.2 NÁVRH PARAMETRŮ PID REGULÁTORU POMOCÍ METODY STANDARDNÍHO TVARU FREKVENČNÍ CHARAKTERISTIKY OTEVŘENÉHO REGULAČNÍHO OBVODU	44
5.3 NÁVRH PARAMETRŮ PID REGULÁTORU, OPTIMÁLNÍ Z HLEDISKA INTEGRÁLNÍHO KRITÉRIA ITAE, POMOCÍ STANDARDNÍCH TVARŮ CHARAKTERISTICKÉHO POLYNOMU	47
5.4 NÁVRH PARAMETRŮ KASKÁDNĚ ŘAZENÝCH PI REGULÁTORŮ, OPTIMÁLNÍ Z HLEDISKA INTEGRÁLNÍHO KRITÉRIA ITAE, POMOCÍ STANDARDNÍCH TVARŮ CHARAKTERISTICKÉHO POLYNOMU	48
6 SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ POUŽITÝCH METOD	51
ZÁVĚR	56
SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ	57

Úvod

V předkládané práci je popsáno několik metod, které slouží k nastavení regulátorů typu PI a PID. V první kapitole jsou uvedeny základní informace a definiční vztahy stejnosměrných strojů, zejména pak stejnosměrného cize buzeného stroje. Druhá kapitola se zabývá regulátory, především jejich rozdělením. V této kapitole jsou také uvedeny vlastnosti a základní vztahy regulátorů typu P, I, D, PI, PD a PID. V další kapitole je vysvětlena stabilita regulačního obvodu a jsou zde uvedeny dvě algebraická a dvě frekvenční kritéria stability. Kapitola čtyři obsahuje metody pro nastavení PI a PID regulátorů a jsou v ní definovány ukazatele kvality regulace. V páté kapitole jsou uvedeny postupy návrhů parametrů regulátorů PI a PID jak metodou standardního tvaru frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu, tak i metodou využívající standardní tvary charakteristického polynomu. V šesté kapitole jsou navržené parametry regulátorů použity v modelech v prostředí Matlab-Simulink a výsledky simulací jsou mezi sebou porovnány a vyhodnoceny. V posledním bodě je shrnuta celá práce.

Seznam symbolů a zkratk

F	Síla [N]
B	Magnetická indukce [T]
l	Délka [m]
$i(t)$	Elektrický proud – okamžitá hodnota [A]
U_i	Indukované napětí [V]
v	Obvodová rychlost [m/s]
U_b	Budící napětí [V]
I_b	Budící proud [A]
R_b	Odpor budícího vinutí [Ω]
L_b	Indukčnost budícího vinutí [H]
U_a	Napětí na kotvě [V]
R_a	Odpor kotvy [Ω]
L_a	Indukčnost kotvy [H]
I_a	Proud kotvou [A]
M	Točivý moment [Nm]
k	Konstanta motoru
Φ	Magnetický tok [Wb]
ω	Úhlová rychlost [rad/s]
n	Otáčky [ot/min]
J	Moment setrvačnosti [$kg.m^2$]
$w(t)$	Požadovaná (řídící) veličina
$e(t)$	Regulační odchylka
$z(t)$	Poruchová veličina
$u(t)$	Akční veličina
$y(t)$	Regulovaná (řízená) veličina
$y(\infty)$	Regulovaná veličina - ustálená
y_{MAX}	Regulovaná veličina – maximální hodnota
K	Překmit
A	Zesílení [dB]
φ	Fáze [$^\circ$]

φ_b	Bezpečnost ve fázi [$^\circ$]
ω_r	Omega řezu [rad/s]
$F(p)$	Obrazový přenos
$F(j\omega)$	Frekvenční přenos
$F_O(p)$	Obrazový přenos otevřené regulační smyčky
$F_W(p)$	Obrazový přenos uzavřené regulační smyčky
$F_R(p)$	Obrazový přenos regulátoru
$F_S(p)$	Obrazový regulované soustavy
t_r	Doba regulace [s]
Δ	Tolerance regulace
δ	Relativní tolerance regulace
k_p	Proporcionální konstanta
k_i	Integrační konstanta
k_d	Derivační konstanta
k_{krit}	Kritické zesílení
T_{krit}	Kritická perioda [s]
T_i	Integrační časová konstanta [s]
T_d	Derivační časová konstanta [s]
T_e	Časová konstanta bloku A [s]
T_b	Časová konstanta bloku D [s]
T_u	Doba průtahu [s]
T_n	Doba náběhu [s]

1 Stejnosměrné stroje

1.1 Obecně

Stejnosměrné stroje patří společně s asynchronními a synchronními stroji do množiny elektrických strojů točivých. Každý stejnosměrný stroj může pracovat jako motor, který přeměňuje elektrickou energii na mechanickou, nebo jako dynamo (generátor), které přeměňuje mechanickou energii na elektrickou. Stejnosměrné stroje jsou historicky nejstaršími stroji, které byly zprvu téměř výhradně používány k výrobě elektrické energie. Později se stejnosměrné stroje začaly, pro jejich dobré regulační vlastnosti, používat i v jiných odvětvích elektrotechniky, jako například v elektrických pohonech jako motory obráběcích strojů, válcovacích stolic, těžebních strojů a také v elektrické trakci. V případě zdrojů stejnosměrného proudu byly tyto stroje postupně vystřídány řízenými polovodičovými usměrňovači, a místo pohonů se stejnosměrným motorem je často použita kombinace asynchronního motoru spolu s frekvenčním měničem. Právě asynchronní motory jsou dnes velmi často používány, a to z důvodů nižší ceny, jednoduchosti výroby, delší životnosti a menším provozním nákladům oproti stejnosměrným motorům. Navzdory tomu, existují oblasti, kde se stejnosměrné stroje nadále používají [3], [4].

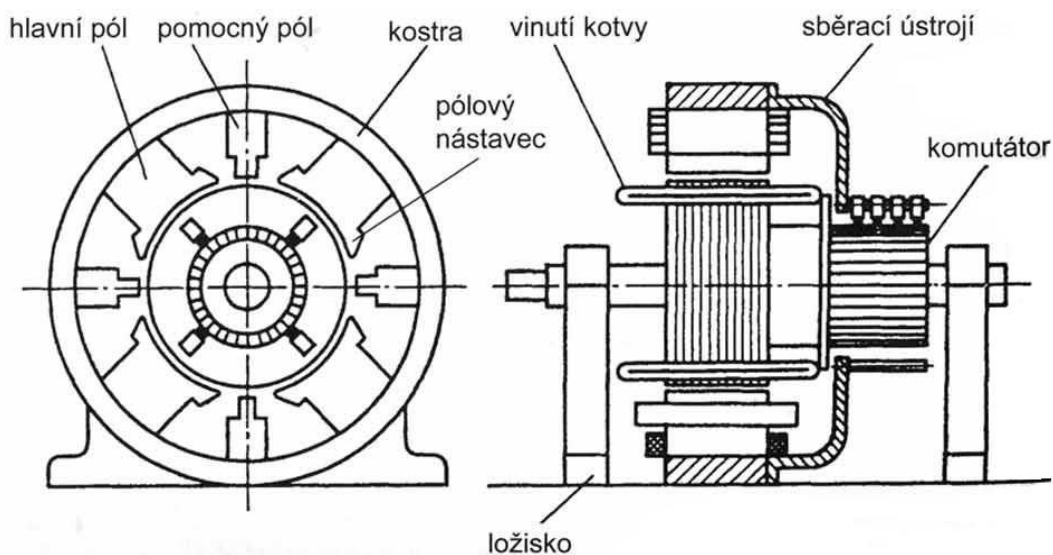
1.2 Části stejnosměrných strojů

Stejnosměrné stroje, na rozdíl od strojů střídavých, mají navíc kromě rotoru a statoru ještě jednu základní část, a to komutátor.

Stator se skládá z hlavních pólů a jha. Je vyroben buď z jednoho kusu materiálu tzv. je masivní, nebo je listěný. Hlavní póly jsou osazeny pólovými nástavci. Nástavce jsou vždy listěné. Na hlavních pólech je navinuto budící vinutí, které při průchodu stejnosměrného proudu vytváří stálý magnetický tok. Dalším způsobem, jak vytvořit stálý magnetický tok, je použití permanentních magnetů. Na statoru stejnosměrného stroje mohou být také pomocné póly, které zlepšují průběh komutace stroje. U strojů velkých výkonů je v pólových nástavcích hlavních pólů umístěno ještě vinutí kompenzační [4], [5].

Rotor (kotva) je pohyblivá část stroje. Na společné hřídeli je rotorové vinutí a komutátor. Rotor je tvořen izolovanými plechy, je tedy listěný a po jeho obvodu je v drážkách uloženo rotorové vinutí. Rotorové vinutí tvoří jednotlivé cívky, jejichž konce jsou vyvedeny na vzájemně izolované lamely komutátoru [5].

Komutátor plní funkci mechanického střídače v případě, že stejnosměrný stroj pracuje jako motor. V případě, kdy stejnosměrný stroj pracuje jako generátor, je komutátor mechanickým usměrňovačem. Skládá se z jednotlivých lamel, které jsou od sebe izolované. Počet lamel je stejný, jako počet vývodů cívek rotorového vinutí. Vývody cívek jsou na lamely pevně připojeny. Na lamely komutátoru dosedají uhlíkové kartáče, díky kterým je umožněn přechod proudu mezi vnějším obvodem a vinutím kotvy [5].



Obr. 1. Hlavní části stejnosměrného stroje [5]

1.3 Princip stejnosměrného stroje

Stejný stroj využívá, stejně jako jiné druhy točivých elektrických strojů, silového působení magnetického pole na vodič, který je protékán proudem a dále pak indukovaného napětí do pohybujících se vodičů [4].

V případě motorického režimu stejnosměrného stroje je obvod kotvy napájen stejnosměrným proudem. Tento proud je uhlíkovými kartáči přiveden na komutátor, následně protéká rotorovým vinutím, kde má, vlivem komutátoru, střídavý charakter. Na rotorové vodiče, umístěné v magnetickém poli, protékáné proudem, začne působit magnetická síla, jejíž velikost je dána následujícím vztahem:

$$F = B \cdot l \cdot i \quad (1.1)$$

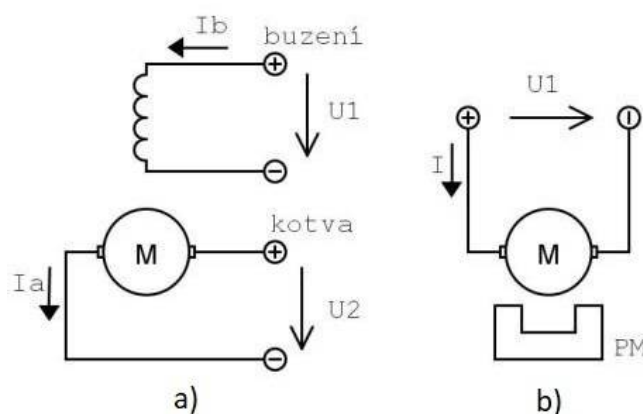
V druhém případě, kdy je stroj použit jako dynamo, pohybující se rotor, umístěný v magnetickém poli statoru, způsobí v rotorových vodičích indukci střídavého napětí, jehož velikost je dána vztahem:

$$U_i = B \cdot l \cdot v \quad (1.2)$$

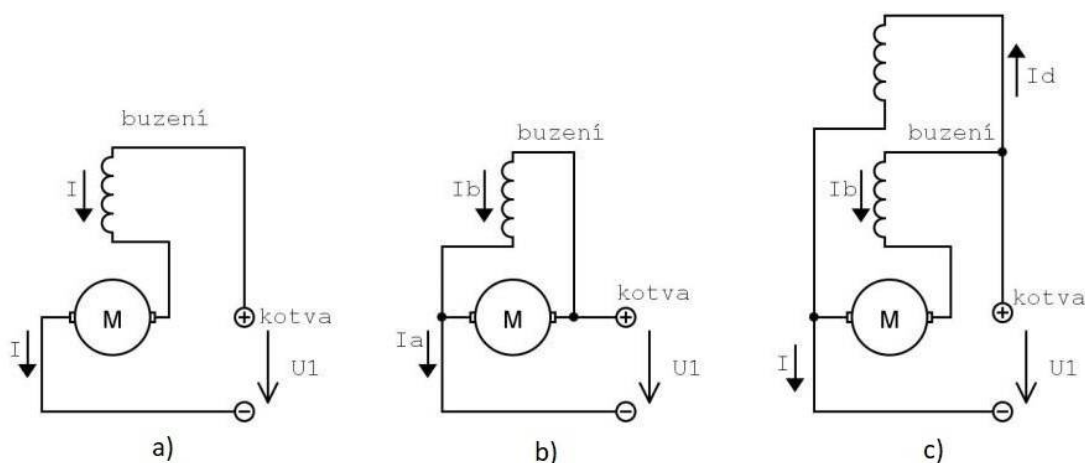
Toto napětí je následně usměrněno komutátorem a dynamo je tedy stejnosměrným zdrojem [5].

1.4 Druhy stejnosměrných motorů

Stejnosemřné motory lze dle způsobu napájení budícího vinutí dělit na motory s cizím nebo vlastním buzením. V případě cizího buzení motoru (Obr. 2a) je budící vinutí napájeno z jiného zdroje, než z jakého je napájena kotva stejnosměrného motoru. Nabuzení motoru je také možné provést pomocí permanentních magnetů (Obr. 2b). Buzení permanentními magnety je velmi časté u stejnosměrných motorů malých výkonů. Stejnosemřné motory s vlastním buzením, tj. motory jejichž budící vinutí i kotva motoru jsou napájeny ze stejného zdroje, se podle způsobu zapojení dělí na sériové (Obr. 3a), derivační (Obr. 3b) a kompaundní (Obr. 3c) [5].



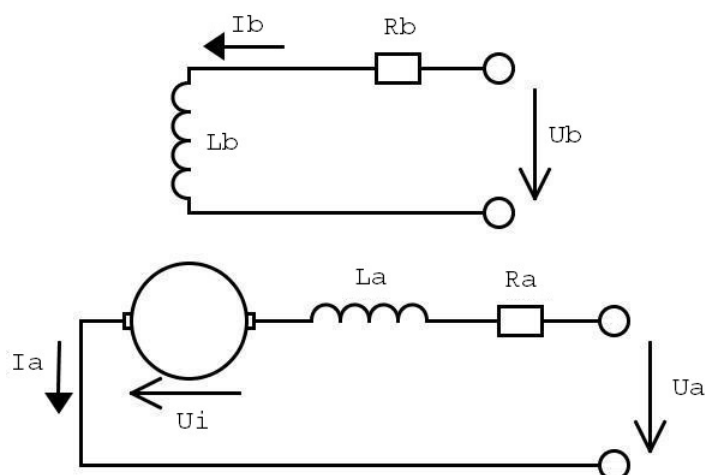
Obr. 2. Druhy stejnosměrných motorů – cizí buzení [5], upraveno



Obr. 3. Druhy stejnosměrných motorů – vlastní buzení [5], upraveno

1.4.1 Stejnosměrný motor s cizím buzením

U tohoto typu stejnosměrného motoru můžeme nezávisle na sobě měnit napětí kotvy U_a a budící proud I_b . Náhradní schéma je uvedeno na Obr. 4 [1].



Obr. 4. Náhradní schéma cizí buzeného stejnosměrného motoru [5], upraveno

Pro budící obvod platí:

$$u_b(t) = R_b \cdot i_b(t) + L_b \cdot \frac{di_b(t)}{dt} \quad (1.3)$$

Pro obvod kotvy platí:

$$u_a(t) = R_a \cdot i_a(t) + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + U_i \quad (1.4)$$

Dále platí:

$$M = k\Phi \cdot i_a \quad (1.5)$$

$$U_i = k\Phi \cdot \omega \quad (1.6)$$

$$M = J \cdot \frac{d\omega}{dt} + F \cdot \omega \quad (1.7)$$

Před spouštěním motoru je nutné, aby byl motor nabuzený. Samotné spouštění je pak nejčastěji provedeno pomocí říditelného zdroje napětí, kterým postupně zvyšujeme napětí kotvy motoru. Dalším způsobem, jak je možné zajistit rozběh nabuzeného motoru, je použití odporového spouštěče. Odporový spouštěč je složen z řady odporů spojených do série, které jsou zapojeny do obvodu kotvy motoru. Jejich postupným vyřazováním se v obvodu kotvy snižuje odpor. Snižování odporu v obvodu kotvy vede ke zvýšení napětí na

kotvě a nárůstu proudu kotvou. S tím vzrůstá i moment stroje [1], [5].

1.4.2 Způsoby řízení rychlosti stejnosměrného cize buzeného stroje

Možnosti řízení rychlosti stejnosměrného cize buzeného stroje vychází z napěťové rovnice pro obvod kotvy. Dosazením rovnice pro indukované napětí (1.6), do napěťové rovnice (1.4), získáme úpravou následující vztah:

$$\omega = \frac{U_a}{k\Phi} - \frac{R_a \cdot I_a}{k\Phi} \quad (1.8)$$

Z výše uvedeného vztahu jsou již patrné parametry, jejichž změna bude ovlivňovat rychlost motoru. Podle toho usuzujeme na následující možnosti [4]:

- **Změna odporu R_a v obvodu kotvy**

K řízení rychlosti lze využít přídavného odporu, který je zapojen do obvodu kotvy. Způsob řízení je obdoba odporového spouštěče, který se používá při rozběhu motoru. Protože vloženým odporem rostou Jouleovy ztráty, jedná se o řízení ztrátové. V praxi je tato varianta pro svou neekonomičnost málo používaná [4], [5].

- **Změna magnetického toku Φ**

Tento způsob se používá při požadavku na otáčky, které mají být vyšší než jmenovité. Jedná se o tzv. odbuzování, tedy snižování budícího proudu I_b až na jeho dolní hranici. Přibližná hodnota této hranice se uvádí jako třetina jmenovitého budícího proudu. Při odbuzování se současně snižuje i moment stroje [4], [5].

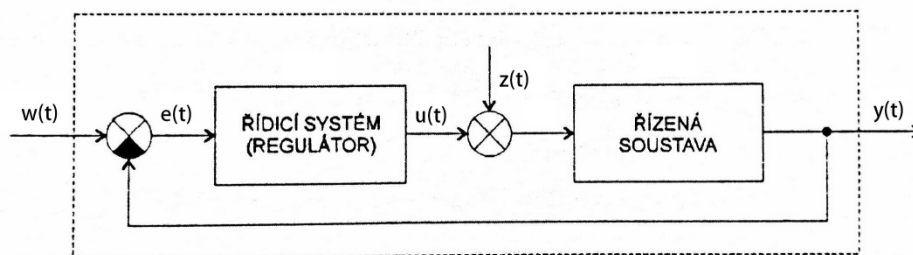
- **Změna napětí na kotvě U_a**

Při tomto způsobu řízení je vnitřní moment motoru konstantní. Otáčky se až do jmenovité hodnoty mění plynule. Jedná se o nejčastější způsob řízení otáček [5].

2 Regulátory

Regulátor, někdy nazýván jako řídicí systém, je ta část regulačního obvodu, ve které je realizováno řízení. Samotný regulátor se skládá z těchto základních částí: měřící člen, ústřední člen a akční člen. Měřící člen měří skutečnou hodnotu řízené veličiny a

počítá velikost regulační odchylky. Ústřední člen je, z hlediska kvality regulace, nejdůležitější částí, protože právě jeho vlastnosti můžeme měnit tak, abychom splnili požadavky na celý regulační obvod. Posledním z výše uvedených je akční člen, který odpovídajícím způsobem působí na regulovanou soustavu. Na regulátor (řídící systém) se často nahlíží jako na jeden celek s jedním vstupem a jedním výstupem (Obr. 5). Na vstup regulátoru je přiváděna regulační odchylka $e(t)$, která je rozdílem požadované veličiny $w(t)$ a regulované veličiny $y(t)$. Výstupem regulátoru je akční veličina $u(t)$, kterou regulátor působí na regulovanou soustavu. Funkce regulátoru spočívá v nastavení velikosti akční veličiny tak, aby velikost regulační odchylky byla co nejmenší. Regulátor je schopen reagovat nejenom na změnu požadované veličiny, ale i na poruchy, které se v regulačním obvodu mohou vyskytnout [2], [6].



Obr. 5. Obecné schéma regulačního obvodu [8], upraveno

Význam veličin uvedených v obecném schéma regulačního obvodu:

$w(t)$ – požadovaná (řídící) veličina

$e(t)$ – regulační odchylka (vstup regulátoru)

$$e(t) = w(t) - y(t) \quad (2.1)$$

$z(t)$ – poruchová veličina

$u(t)$ – akční veličina

$y(t)$ – regulovaná (řízená) veličina [2]

2.1 Rozdělení regulátorů

Regulátory můžeme dělit podle různých hledisek např.:

Podle způsobu napájení regulátoru:

- přímé – energii pro vlastní spotřebu odebírají z řízené soustavy
- nepřímé – nutnost vnějšího zdroje energie

Podle způsobu popisu:

- lineární – jsou popsány lineárními rovnicemi
- nelineární – jsou popsány nelineárními rovnicemi

Podle druhu signálu, který je regulátorem zpracováván:

- elektrické
- pneumatické
- hydraulické

Podle průběhu zpracovávaných veličin:

- spojité
- nespojité

Podle dynamických vlastností:

- proporcionální (P)
- integrační (I)
- derivační (D)
- kombinace předešlých (PI), (PD), (PID)

2.1.1 Proporcionální regulátor (P)

Jedná se o základní typ regulátoru, který se v podstatě chová jako zesilovač regulační odchylky. Proporcionální regulátor je schopen udržovat konstantní zesílení v širokém frekvenčním rozsahu. Regulátor v případě, že se hodnota regulované veličiny zvyšuje, snižuje hodnotu akční veličiny, a naopak [2],[7].

Rovnice popisující relaci vstup - výstup:

$$u(t) = k_p \cdot e(t) \quad (2.2)$$

Obrazový přenos:

$$F(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = k_p \quad (2.3)$$

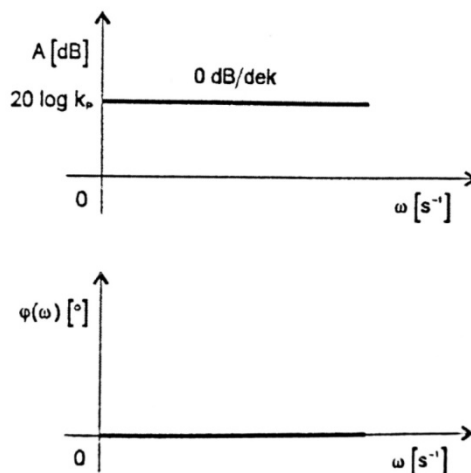
Frekvenční přenos:

$$F(j\omega) = k_p \quad (2.4)$$

Frekvenční charakteristika vyjádřena v logaritmických souřadnicích:

$$A[dB] = 20 \log k_p \quad (2.5)$$

$$\varphi[^\circ] = 0 \quad (2.6)$$



Obr. 6. Frekvenční charakteristika proporcionálního regulátoru v logaritmických souřadnicích [2]

2.1.2 Integrovní regulátor (I)

U tohoto typu výstupní veličina regulátoru odpovídá integrálu vstupní veličiny, tedy integrálu regulační odchylky. Dále platí, že rychlost změny výstupní veličiny je úměrná velikosti regulační odchylky. Hlavní předností integračního regulátoru je schopnost zajistit nulovou regulační odchylku. Regulátor typu I je používán v kombinaci s dalšími typy regulátorů, především s regulátorem typu P, a to proto, aby odstranil trvalou regulační odchylku [7].

Rovnice popisující relaci vstup - výstup:

$$u(t) = k_I \cdot \int_0^{\infty} e(t) dt \quad (2.7)$$

Obrazový přenos:

$$F(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = \frac{k_I}{p} \quad (2.8)$$

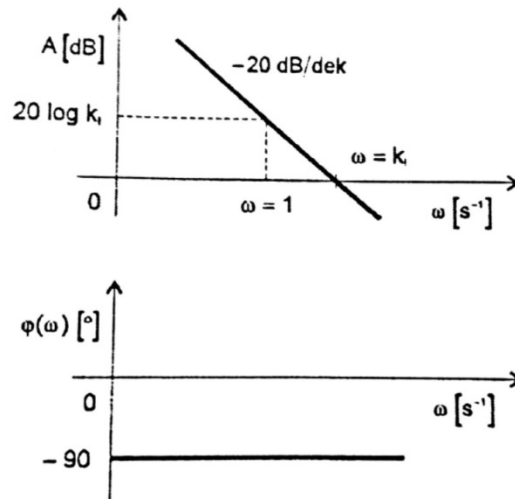
Frekvenční přenos:

$$F(j\omega) = \frac{k_I}{j\omega} = -j \cdot \frac{k_I}{\omega} \quad (2.9)$$

Frekvenční charakteristika vyjádřena v logaritmických souřadnicích:

$$A[\text{dB}] = 20 \log k_I - 20 \log \omega = -20 \log \frac{\omega}{k_I} \quad (2.10)$$

$$\varphi[^\circ] = -90 \quad (2.11)$$



Obr. 7. Frekvenční charakteristika integračního regulátoru v logaritmických souřadnicích [2]

2.1.3 Derivační regulátor (D)

Tento typ regulátoru je, podobně jako integrační regulátor, používán v kombinaci s regulátorem typu P. Vzhledem ke skutečnosti, že výstupní veličina derivačního regulátoru je úměrná derivaci vstupní veličiny, je vyloučeno samostatné použití tohoto regulátoru v základním regulačním obvodu. Protože v případě konstantní regulační odchylky by, vlivem derivace, byla nulová akční veličina [7].

Rovnice popisující relaci vstup - výstup:

$$u(t) = k_D \cdot \frac{d e(t)}{dt} \quad (2.12)$$

Obrazový přenos:

$$F(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = k_D \cdot p \quad (2.13)$$

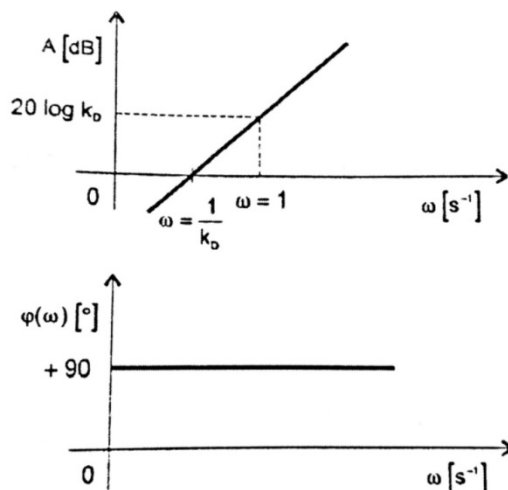
Frekvenční přenos:

$$F(j\omega) = j\omega \cdot k_D \quad (2.14)$$

Frekvenční charakteristika vyjádřena v logaritmických souřadnicích:

$$A[\text{dB}] = 20 \log k_D \cdot \omega \quad (2.15)$$

$$\varphi[^\circ] = 90 \quad (2.16)$$



Obr. 8. Frekvenční charakteristika derivačního regulátoru v logaritmických souřadnicích [2]

2.1.4 Regulátory – PI, PD, PID

Vznikají spojením výše uvedených regulátorů typu P, I a D.

- **Proporcionálně – integrační regulátor (PI)**

Je kombinací regulátorů typu P a I. Spojení těchto regulátorů určuje i jeho charakteristické vlastnosti. Díky složce typu P má regulátor rychlou odezvu na změnu regulační odchylky a složka typu I zase umožňuje nulovou regulační odchylku. Podíl jednotlivých složek na výstupu regulátoru (akční veličině) je nastaven pomocí dvou stavitelných parametrů, kterými jsou zesílení a integrační konstanta [7], [8].

Frekvenční přenos PI regulátoru je dán vztahem:

$$F(j\omega) = k_P + \frac{k_I}{j\omega} = k_P + \frac{k_P}{j\omega \cdot T_I} = k_P \cdot \frac{(1 + j\omega \cdot T_I)}{j\omega \cdot T_I} \quad (2.17)$$

$$k_I = \frac{k_P}{T_I} \quad (2.18)$$

- **Proporcionálně – derivační regulátor (PD)**

Regulátor se skládá ze složek typu P a D. Na rozdíl od případu, kdy je použit samotný P regulátor, umožňuje PD regulátor nastavit větší zesílení. Proto je trvalá regulační odchylka, ve srovnání se samotným P regulátorem, menší. PD regulátor je vhodný k regulaci rychlých dějů. Podobně jako v předchozím případě, i zde se nastavují dva parametry, a to zesílení a derivační konstanta [7], [8].

Frekvenční přenos PD regulátoru je dán vztahem:

$$F(j\omega) = k_P + j\omega \cdot k_D = k_P + j\omega \cdot k_P \cdot T_D = k_P \cdot (1 + j\omega \cdot T_D) \quad (2.19)$$

$$k_D = T_D \cdot k_P \quad (2.20)$$

- **Proporcionálně – integračně – derivační regulátor (PID)**

Vznikne díky kombinaci všech tří složek P, I a D, přičemž I složka slouží k odstranění trvalé regulační odchylky a D složka zlepšuje stabilitu regulačního obvodu. U tohoto regulátoru je možné nastavit tři parametry. Jedná se o zesílení, integrační časovou konstantu a derivační časovou konstantu [7], [8].

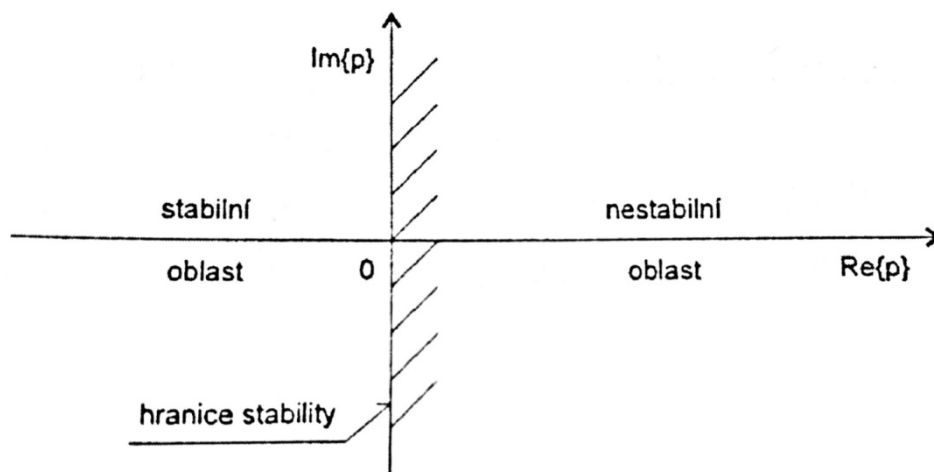
Frekvenční přenos PID regulátoru je dán vztahem:

$$F(j\omega) = k_P + \frac{k_I}{j\omega} + j\omega \cdot k_D = k_P \cdot \left(1 + \frac{1}{j\omega \cdot T_I} + j\omega \cdot T_D\right) \quad (2.21)$$

3 Stabilita regulačního obvodu

Stabilita je jednou z nejdůležitějších vlastností regulačního obvodu. Každý, prakticky použitelný, regulační obvod musí být stabilní. Lze říci, že regulační obvod je stabilní, pokud se po působení signálu, kterým je vychylován ze svého rovnovážného stavu, opět ustálí v rovnovážném stavu. V případě vychýlení regulačního obvodu poruchovou veličinou, odpovídá ustálený stav původní hodnotě. Pokud je ale vychýlení způsobeno změnou požadované veličiny, tak se regulační obvod ustálí na nové hodnotě. Protože regulovaná soustava má neměnný charakter a její parametry nelze změnit, slouží pro dosažení potřebné stability regulačního obvodu stavitelné parametry regulátoru [2], [6], [9].

Z definice uvedené v [10] plyne, že regulační obvod je stabilní pouze v případě, kdy se všechny póly přenosové funkce nachází v levé komplexní polorovině. Regulační obvod se nachází na mezi stability v případě, že alespoň jeden pól (příp. dvojice komplexně sdružených pólů) leží na imaginární ose, zbylé póly se nachází v levé komplexní polorovině. Regulační obvod je nestabilní, když alespoň jeden pól (příp. dvojice komplexně sdružených pólů) leží v pravé komplexní polorovině.



Obr. 9. Komplexní rovina s vyznačenými oblastmi stability [10]

Z výše uvedených informací vyplývá, že pro stabilitu regulačního obvodu je nutnou a zároveň postačující podmínkou výskyt pólů přenosové funkce (kořenů charakteristické rovnice) v levé komplexní polorovině. Jinak řečeno, reálná část pólů přenosové funkce (kořenů charakteristické rovnice) musí být záporná. Stabilitu regulačního obvodu, tj. polohu pólů přenosové funkce (kořenů charakteristické rovnice), lze zjistit několika různými metodami. Tyto metody jsou známy pod označením kritéria stability [10].

3.1 Kritéria stability

Kritéria stability jsou nejpoužívanějším způsobem pro určení stability regulačního obvodu. Kritéria je možné rozdělit na kritéria algebraická a frekvenční. Před použitím algebraických kritérií ke zjištění stability je nutné znát hodnoty koeficientů charakteristické rovnice regulačního obvodu. Frekvenční kritéria pak vyžadují znalost frekvenční charakteristiky zkoumaného regulačního obvodu. U frekvenčních kritérií je možné zjistit, jak velkou “rezervu“ stability má regulační obvod pro určité nastavené parametry, případně, jak se změna těchto parametrů (nejčastější změnou bývá zesílení) projeví na stabilitě regulačního obvodu. Z algebraických kritérií budou dále uvedena dvě, a to

Hurwitzovo a Routh – Schurovo kritérium stability. Z frekvenčních kritérií pak Michaljevovo – Leonhardovo a Nyquistovo kritérium stability [2].

3.1.1 Hurwitzovo kritérium stability

Toto kritérium vychází ze znalosti charakteristické rovnice systému n -tého řádu:

$$a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0 = 0 \quad (3.1)$$

Stabilita systému je zajištěna v případě, že koeficienty charakteristické rovnice (3.1) jsou nenulové a mají stejné znaménko. Dále pak determinant Hurwitzovy matice (3.2), která je sestavena z koeficientů rovnice (3.1), a všechny jeho diagonální subdeterminanty musí být kladné [2].

$$H_n = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_4 & a_2 & a_0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Determinant a subdeterminanty Hurwitzovy matice jsou:

$$D_j = \det H_j ; j = 1, 2, \dots, n \quad (3.3)$$

Hlavní subdeterminanty D_{n-1} až D_1 získáme z H_n , postupným vynecháním vždy posledního řádku a posledního sloupce v H_n . Dále díky pravidlům o maticích platí:

$$D_n = D_{n-1} \cdot a_0 \quad (3.4)$$

Hurwitzovo kritérium stability je kvůli výpočtu determinantů vyšších řádů vhodné spíše pro systémy nižších řádů ($n < 5$). Toto kritérium je možné použít k zjištění kritického zesílení systému. Kritické zesílení systému je takové zesílení, při kterém se systém nachází na mezi stability. Pro jeho určení je nutné využít vztah (3.5) [2]:

$$D_n = D_{n-1} \cdot a_0 = 0 \quad (3.5)$$

3.1.2 Routh – Schurovo kritérium stability

Toto kritérium vychází, stejně jako výše zmíněné Hurwitzovo kritérium, ze znalosti charakteristické rovnice systému n -tého řádu (3.1). Vzhledem k dobré algoritmizaci je možné Routh – Schurovo kritérium využít i v případě systémů vyšších řádů. Princip této

metody spočívá v postupné redukci charakteristické rovnice systému na rovnice nižšího stupně, až ke kvadratické rovnici. V [2] je uvedeno, že systém je podle Routh – Schurova kritéria stabilní, pokud jsou všechny koeficienty charakteristické rovnice a i rovnic získaných redukcí charakteristické rovnice kladné [2], [9]. Postup redukce je uveden např. v [9].

3.1.3 Michaljevovo – Leonhardovo kritérium stability

Je kritérium, které opět vychází z charakteristické rovnice (3.1), protože jde ale o frekvenční kritérium je rovnice v kmitočtovém tvaru:

$$a_n(j\omega)^n + \dots + a_1(j\omega) + a_0 = 0 \quad (3.6)$$

Tato metoda spočívá v grafickém zobrazení frekvenční křivky v komplexní rovině a následném zhodnocení podle definice kritéria [2].

Nejprve je nutné z charakteristické rovnice v kmitočtovém tvaru (3.6) vytvořit vektor $H(j\omega)$:

$$H(j\omega) = a_n(j\omega)^n + \dots + a_1(j\omega) + a_0 \quad (3.7)$$

Definice Michaljevovo-Leonhardova kritéria podle [2]:

Uzavřený systém bude stabilní, jestliže se při změně ω od 0 do ∞ vektor $H(j\omega)$ otočí o $n \cdot (\pi/2)$, kde n je stupeň charakteristické rovnice (3.6).

Geometrické místo, které opisuje konec vektoru $H(j\omega)$ v komplexní rovině při změně ω od 0 do ∞ , se nazývá hadograf (Michaljev-Leonhardova křivka). Regulační obvod bude stabilní, pokud hadograf $H(j\omega)$ začíná na kladné reálné poloose komplexní poloroviny a při změně ω od 0 do ∞ postupně projde v kladném smyslu (proti směru hodinových ručiček) n kvadranty, počet kvadrantů n odpovídá řádu charakteristické rovnice systému (3.6). V případě, že hadograf prochází počátkem komplexní roviny, tedy bodem $[0,0]$, je regulační obvod na mezi stability. Při tomto stavu je možné určit kritické zesílení [2], [9].

3.1.4 Nyquistovo kritérium stability

Jedná se o frekvenční kritérium, u kterého se stabilita uzavřeného regulačního obvodu určí ze znalosti frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu. Uvažujme přenos otevřeného regulačního obvodu:

$$F_o(p) = \frac{Q(p)}{P(p)} \quad (3.8)$$

kde $Q(p)$ a $P(p)$ jsou polynomy stupně n a m . V případě, kdy některé z kořenů polynomu $P(p)$ (pólů přenosu) leží v pravé komplexní polorovině roviny (otevřený regulační obvod je nestabilní), aplikuje se obecné kritérium stability [2], [9].

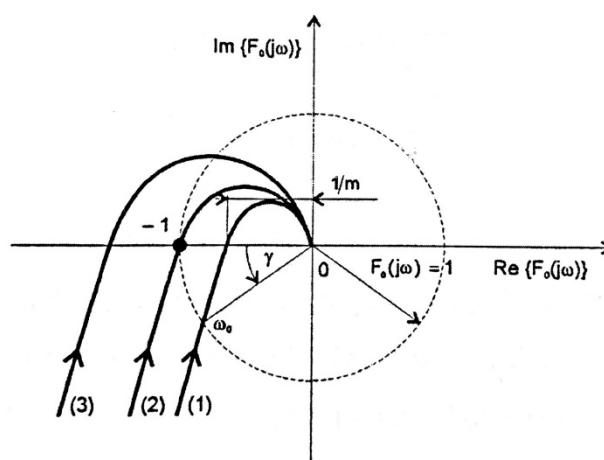
Definice obecného Nyquistova kritéria stability, podle [2]:

Uzavřený regulační obvod je stabilní, jestliže frekvenční charakteristika otevřeného obvodu $F_o(j\omega)$ v komplexní rovině obíhá v kladném smyslu při změně ω od $-\infty$ do ∞ bod $[-1; j0]$ tolikrát, kolik pólů má přenos $F_o(p)$ v pravé polorovině komplexní roviny.

V případě, že žádný pól přenosu $F_o(p)$ neleží v pravé polorovině komplexní roviny (otevřený regulační obvod je stabilní), použijeme zjednodušené Nyquistovo kritérium stability [2].

Definice zjednodušeného Nyquistova kritéria stability, podle [2]:

Uzavřený regulační obvod je stabilní, leží-li bod $[-1; j0]$ vlevo od frekvenční charakteristiky otevřeného obvodu $F_o(j\omega)$, probíhá-li ji ve směru narůstající ω .

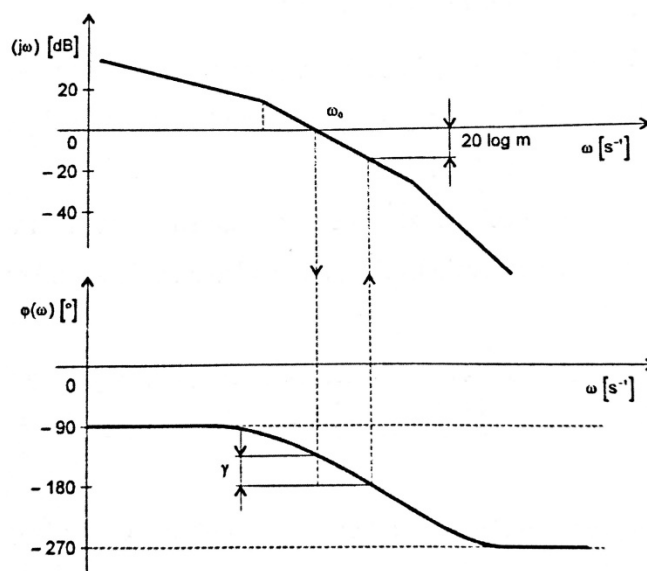


Obr. 10. Frekvenční charakteristiky $F_o(j\omega)$ pro různá zesílení k [2]

Uzavřený regulační obvod na *Obr. 10* je pro (1) – stabilní, (2) – na mezi stability, (3) – nestabilní. Zjednodušené Nyquistovo kritérium stability lze vyjádřit i pomocí frekvenčních charakteristik v logaritmických souřadnicích. V takovém případě se pak pro kritérium stability použije následující definice.

Definice zjednodušeného Nyquistova kritéria stability pro vyjádření v logaritmických souřadnicích, podle [2]:

Uzavřený regulační obvod je stabilní, jestliže pro ω_0 , při níž amplitudová logaritmická frekvenční charakteristika otevřeného regulačního obvodu protíná osu 0 dB, nedosahuje fázové posunutí $\Phi(\omega_0)$ hodnoty (-180°) .



Obr. 11. Zjednodušené Nyquistovo kritérium stability v logaritmických souřadnicích [2]

4 Syntéza regulačních obvodů

Pojem syntéza regulačních obvodů znamená návrh struktury a parametrů regulačního obvodu tak, aby regulační obvod vyhovoval požadavkům, které jsou na něj kladeny. Požadavky mohou být různé (dynamika regulačního pochodu, maximální odchylka regulované veličiny, bezpečnost, spolehlivost, energetická náročnost, ekonomická náročnost aj.) a obecně lze říci, že se jedná o ukazatele kvality regulace a vlastností regulačního obvodu [2], [6].

4.1 Kvalita regulace

Mezi nejčastější kvalitativní požadavky patří, výše zmíněné požadavky na

dynamiku regulačního pochodu. Právě pro ně byla formulována různá kritéria kvality (optimality). Z celé řady kritérií jsou nejvýznamnější tzv. integrální kritéria kvality. Tyto kritéria vychází z průběhu regulační odchylky $e(t)$, kterou získáme z reakce regulačního obvodu na změnu (např. skokovou) požadované veličiny $w(t)$. V případě syntézy regulačního obvodu je naším cílem, aby námi vybrané kritérium kvality regulace bylo minimální. Dále budou uvedeny definiční vztahy čtyř integrálních kritérií kvality, detailněji jsou rozebrána např. v [6].

- Lineární integrální kritérium

$$I = \int_0^{\infty} e(t) dt \rightarrow \min \quad (4.1)$$

- Integrální kritérium absolutní hodnoty

$$I = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \rightarrow \min \quad (4.2)$$

- Kvadratické integrální kritérium

$$I = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \rightarrow \min \quad (4.3)$$

- Integrální kritérium ITAE

$$I = \int_0^{\infty} t \cdot |e(t)| dt \rightarrow \min \quad (4.4)$$

Kvalita regulace se také často posuzuje podle tzv. ukazatelů kvality regulace. Mezi základní ukazatele kvality patří doba regulace a překmit (přeregulování) [11].

Doba regulace t_r je dána časem, který je potřeba k tomu, aby se regulovaná veličina $y(t)$ nacházela pouze v pásmu o šířce 2Δ , tj. v pásmu ohraničeném $y(\infty) \pm \Delta$ (viz. Obr. 12). Tolerance regulace Δ se získá následujícím výpočtem:

$$\Delta = \delta \cdot y(\infty) \quad (4.5)$$

kde:

δ – relativní tolerance regulace

Obvykle volené hodnoty relativní tolerance regulace δ jsou z rozmezí od 0,01 do 0,05, tedy 1% až 5%.

Překmit (přeregulování) K je definovaný pomocí následujícího vztahu:

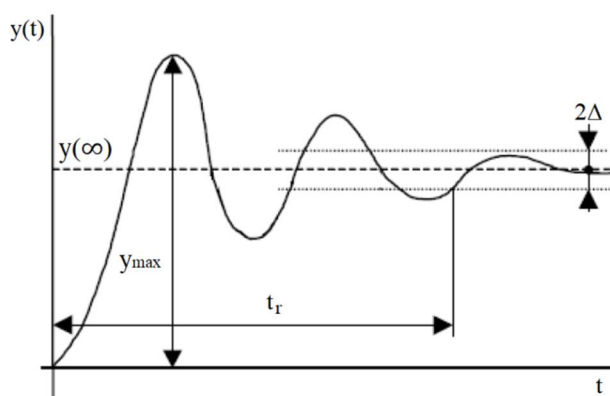
$$K = \frac{y_{max} - y(\infty)}{y(\infty)}, \text{ příp. } K[\%] = \frac{y_{max} - y(\infty)}{y(\infty)} \cdot 100 \quad (4.6)$$

kde:

y_{max} – maximální hodnota regulované veličiny

$y(\infty)$ – ustálená hodnota regulované veličiny

Relativní hodnoty získané ze vztahů (4.5) a (4.6) se často uvádějí v procentech [11].



Obr. 12. Ukazatele kvality regulace [8], upraveno

4.2 Metoda standardního tvaru frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu

Tato metoda návrhu regulátoru je založena na tvarování frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu $F_o(j\omega)$. Tvarováním se snažíme docílit vhodného tvaru frekvenční charakteristiky, který nám zajistí požadované vlastnosti regulačního pochodu. Za předpokladu, že známe požadovaný tvar $F_o(j\omega)$, platí vztah (4.7) (indexy přenosů: R – regulátor a S – regulované soustavy) [6].

$$F_o(j\omega) = F_R(j\omega) \cdot F_S(j\omega) \quad (4.7)$$

Návrh regulátoru touto metodou se tvoří v logaritmických souřadnicích. Výhody,

kteřé jsou spojeny s logaritmickými souřadnicemi, jsou vyjádření frekvenčních charakteristik v decibelech a dále pak možnost nahradit jednotlivé charakteristiky asymptotickými přímkovými úseky. Tyto skutečnosti jsou pro nás velmi výhodné, protože matematické operace typu násobení a dělení se změňí na součet a rozdíl, který lze snadno provést i ručně graficky. S těmito znalostmi je možné určit amplitudovou charakteristiku regulátoru v dB podle následujícího vztahu [6].

$$|F_R(j\omega)|_{dB} = |F_o(j\omega)|_{dB} - |F_S(j\omega)|_{dB} \quad (4.8)$$

Podobný vztah platí i pro fázovou charakteristiku:

$$\varphi_R(j\omega) = \varphi_o(j\omega) - \varphi_S(j\omega) \quad (4.9)$$

Výše zmíněný požadovaný tvar frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu vychází ze skutečnosti, že průběh $F_o(j\omega)$ na úrovni nízkých frekvencí určuje ustálené odchytky regulačního pochodu. Proto je tato část navrhována s ohledem na ustálený stav regulačního pochodu. Opačné úrovně frekvence, tedy vysoké pro nás nejsou, z hlediska regulačního pochodu, podstatné. Z pohledu regulačního děje se nejdůležitější část nachází ve středním pásmu frekvencí, tedy v oblasti $|F_o(j\omega)| \doteq 1$, a právě pro tuto oblast jsou formulovány následující požadavky [6].

- Hodnota omega řezu ω_f – co nejvyšší (vliv na rychlost přechodného regulačního děje, vyšší hodnota ω_f – rychlejší děj)
- Bezpečnosti ve fázi φ_b – co největší (souvislost s překmitem na přechodové charakteristice, vyšší hodnota φ_b – menší překmit)

Uvedený požadavek pro bezpečnost ve fázi lze vyjádřit také tak, že by amplitudová část frekvenční charakteristiky $F_o(j\omega)$ měla protínat osu $0dB$ se sklonem $-20dB/dek$. Sklon $-20dB/dek$ je třeba dodržet v co největším okolí bodu ω_f [6].

4.3 Ziegler-Nicholsova metoda

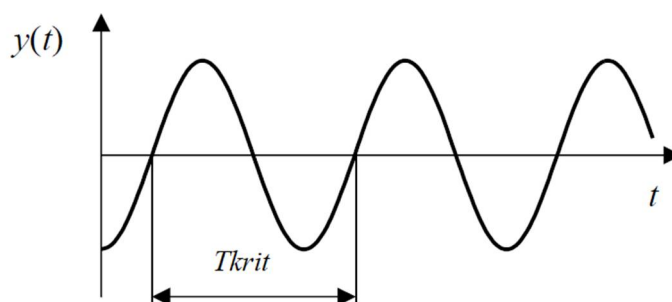
Tato metoda návrhu parametrů regulátoru je jednou z neznámějších a nejvíce používaných. V praxi je často používaná především pro svoji jednoduchost. Základní myšlenkou Ziegler-Nicholsovy metody je přivedení regulačního obvodu na mez stability [12], [13].

Dále bude uvažován následující přenos PID regulátoru.

$$F_R(p) = k_P \cdot \left(1 + \frac{1}{p \cdot T_I} + p \cdot T_D\right) \quad (4.10)$$

Princip metody v jednotlivých krocích.

1. Volbou parametrů $T_I \rightarrow \infty$ a $T_D = 0$ vyřadíme integrační a derivační složku PID regulátoru.
2. Postupně zvyšujeme zesílení proporcionální složky k_P , a to až do stavu, kdy je dosažena mez stability. Mez stability regulačního obvodu se projeví netlumenými kmity.
3. Hodnotu zesílení k_P , při kterém vznikají netlumené kmity, označíme k_{krit} - kritické zesílení. Dále pak určíme periodu netlumených kmitů T_{krit} - kritická perioda (viz Obr. 13.).



Obr. 13. Určení kritické periody T_{krit} při netlumených kmitěch [12], upraveno

4. Pro určení parametrů námi zvoleného regulátoru dosadíme zjištěné kritické hodnoty k_{krit} a T_{krit} do vztahů uvedených v tabulce 4.1 [6].

Tabulka 4.1: Metoda Ziegler-Nichols – vzorce pro výpočet parametrů regulátoru [14]

	k_P	T_I	T_D
P	$0.5 k_{krit}$	-	-
PI	$0.45 k_{krit}$	$0.83 T_{krit}$	-
PD	$0.4 k_{krit}$	-	$0.05 T_{krit}$
PID	$0.6 k_{krit}$	$0.5 T_{krit}$	$0.12 T_{krit}$

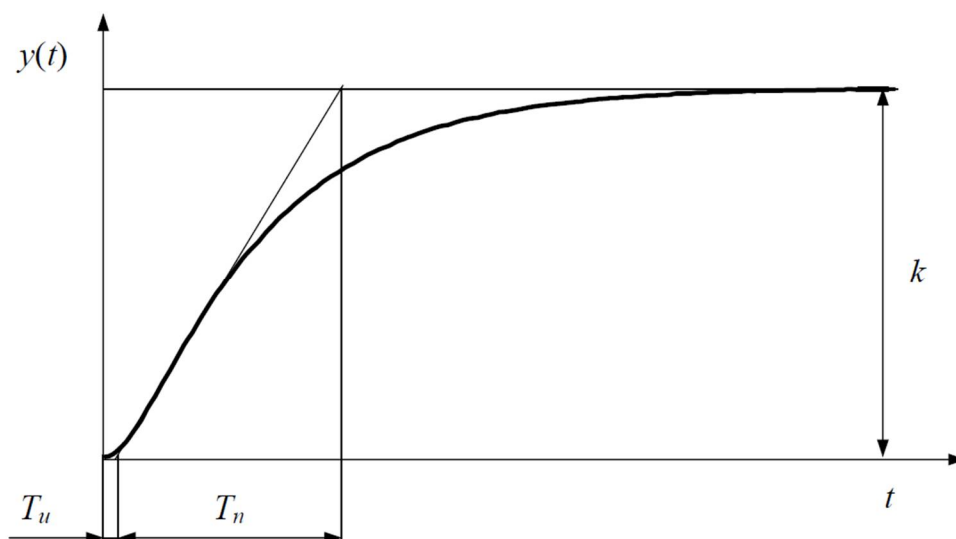
Tato metoda vyžaduje přivedení regulačního obvodu na mez stability. Při takovém stavu kmitá soustava netlumenými kmity. U některých soustav si ale tento stav nemůžeme, ať už z důvodů bezpečnostních nebo technologických, dovolit. Pro tyto případy existují

níže uvedené alternativy [6].

- Nastavení parametrů regulátoru z přechodové charakteristiky regulované soustavy.
- Vypočítat kritické parametry z modelu soustavy.
- Určit kritické parametry pomocí simulace modelu soustavy.
- Použití relé bez hystereze pro zjištění kritických parametrů soustavy.

4.3.1 Nastavení parametrů regulátoru z přechodové charakteristiky regulované soustavy

Tento způsob nastavení regulátoru je možný jenom pro regulované soustavy, které mají přechodovou charakteristiku bez překmitu (aperiodické regulované soustavy). Z přechodové charakteristiky zjistíme dobu průtahu T_u , dobu náběhu T_n a hodnotu zesílení k (viz Obr. 14) [12].



Obr. 14. Aperiodická přechodová charakteristika [12], upraveno

Pro určení parametrů námi zvoleného regulátoru tyto hodnoty dosadíme do vztahů uvedených v tabulce 4.2.

Tabulka 4.2: Metoda Ziegler-Nichols – vzorce pro výpočet parametrů regulátoru [12]

	k_P	T_I	T_D
P	$\frac{T_n}{T_u \cdot k}$	-	-
PI	$0,9 \frac{T_n}{T_u \cdot k}$	$3,5 T_u$	-
PD	$1,2 \frac{T_n}{T_u \cdot k}$	-	$0,25 T_u$
PID	$1,25 \frac{T_n}{T_u \cdot k}$	$2 T_u$	$0,5 T_u$

4.3.2 Výpočet kritických parametrů ze známého modelu

Jak již bylo výše zmíněno, tak kritickými parametry jsou kritická perioda T_{krit} a kritické zesílení k_{krit} . Pro určení zesílení k_{krit} je důležitý fakt, že toto zesílení uvádí regulovanou soustavu na mez stability. Nástroje, které můžeme pro zjištění stability regulačního obvodu použít, jsou kritéria stability.

V případě Nyquistova kritéria stability se regulační obvod nachází na mezi stability právě tehdy, když frekvenční charakteristika otevřeného obvodu prochází bodem $[-1; 0]$ komplexní roviny. Proto je možné uplatnit následující postup [6], [14].

1. Určit přenos otevřeného regulačního obvodu $F_o(j\omega)$, přičemž neuvažujeme integrační ani derivační složku regulátoru ($T_D = 0$ a $T_I \rightarrow \infty$).
2. Určíme reálnou a imaginární část frekvenčního přenosu $F_o(j\omega)$.
3. Imaginární část položíme rovnou 0 a určíme kritický kmitočet ω_{krit} .

$$\text{Im}\{F_o(j\omega)\} = 0 \quad \rightarrow \quad \omega_{krit}$$

4. Pro zjištění kritického zesílení k_{krit} dosadíme kritický kmitočet do reálné části, která je rovna -1.

$$\text{Re}\{F_o(j\omega)\} = -1 \quad \rightarrow \quad k_{krit}$$

5. Kritickou periodu T_{krit} určíme ze znalosti kritického kmitočtu ω_{krit} podle vztahu.

$$\omega_{krit} = 2\pi / T_{krit}$$

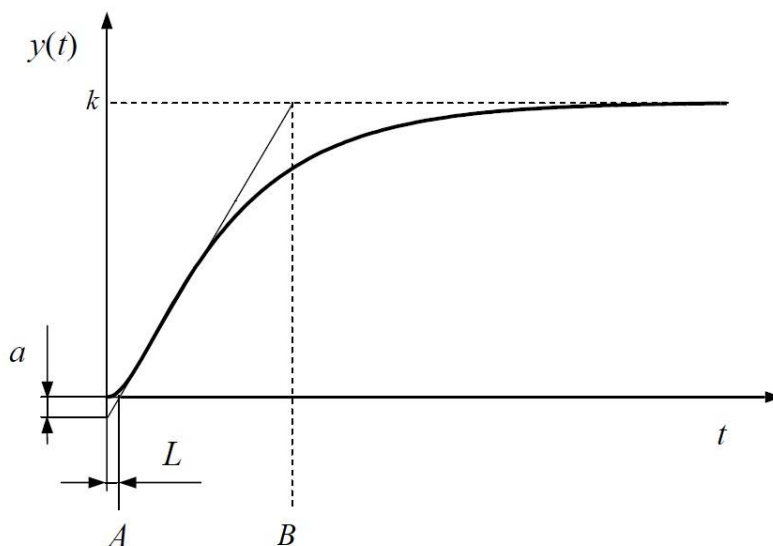
6. Pro určení parametrů námi zvoleného regulátoru dosadíme zjištěné kritické hodnoty k_{krit} a T_{krit} do vztahů uvedených v tabulce 4.1 [14].

4.3.3 Použití relé bez hystereze pro zjištění kritických parametrů

K uvedení regulačního obvodu do stavu na mezi stability je možné namísto proporcionálního regulátoru použít relé bez hystereze. Použitím relé bez hystereze zajistíme, že amplituda kmitů bude záviset na amplitudě relé. To je výhodné, protože nedochází k nekontrolovanému rozkmitání regulačního obvodu [6].

4.4 Chienova, Hronesova a Reswickova metoda (CHR metoda)

Prvním krokem při použití této metody je určit parametry a , L a T z přechodové charakteristiky regulované soustavy (viz *Obr. 15*). Parametr T vyjadřuje časovou konstantu (vzdálenost AB). Parametry námi navrhovaného regulátoru jsou následně dopočítány ze vztahů uvedených v tabulce 4.3. U této metody je navíc možnost zvolit, jestli má regulátor sledovat požadovanou hodnotu (Tab. 4.3), nebo jestli má odstraňovat poruchy (Tab. 4.4). Dále je možné si vybrat velikost překmitu regulačního děje 0%, nebo 20% [12], [13].



Obr. 15. Určení parametrů a , L , T z přechodové charakteristiky [12], upraveno

Tabulka 4.3: Nastavení regulátoru CHR metodou, pro sledování požadované hodnoty [13]

Překmit	0%			20%		
	k_p	T_I	T_D	k_p	T_I	T_D
P	0,3 / a	-	-	0,7 / a	-	-
PI	0,35 / a	1,2 T	-	0,6 / a	T	-
PID	0,6 / a	T	0,5 L	0,95 / a	1,4 T	0,47 L

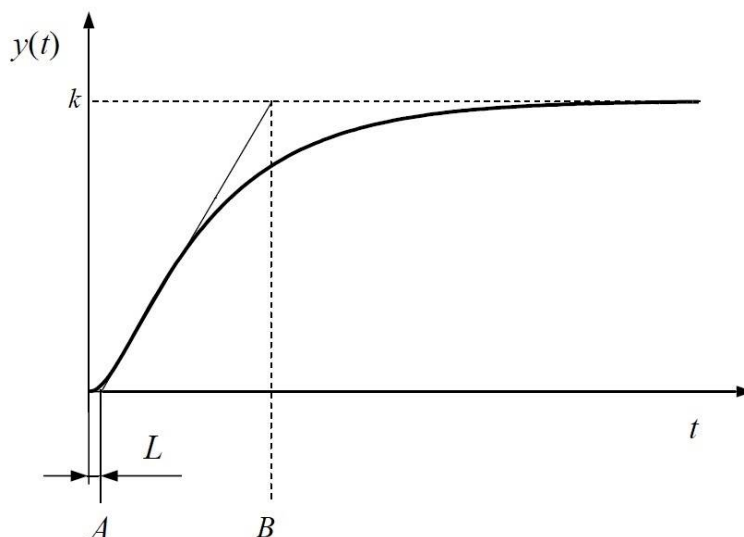
Tabulka 4.4: Nastavení regulátoru CHR metodou, pro odstranění poruch [13]

Překmit	0%			20%		
	k_p	T_I	T_D	k_p	T_I	T_D
P	0,3 / a	-	-	0,7 / a	-	-
PI	0,6 / a	4 L	-	0,7 / a	2,3 L	-
PID	0,95 / a	2,4 L	0,42 L	1,2 / a	2 L	0,42 L

4.5 Cohen-Coonova metoda

Metoda je vhodná pro regulační obvody vyšších řádů, případně pro regulační obvody obsahující dopravní zpoždění. U regulátorů, které navrhne Cohen-Coonovou metodou je poměr tlumení $\frac{1}{4}$. To znamená, že druhý kmit regulačního pochodu dosahuje čtvrtinové velikosti kmitu prvního. Parametr T vyjadřuje časovou konstantu (vzdálenost AB). Postup při použití Cohen-Coonovy metody je následující [12].

1. Z přechodové charakteristiky regulované soustavy určíme parametry k , L a T (viz Obr. 16).

Obr. 16. Určení parametrů k , L a T z přechodové charakteristiky [12], upraveno

2. Z parametrů L a T dopočítáme parametr r .

$$r = L / T$$

3. Pro určení parametrů námi zvoleného regulátoru dosadíme parametry k , L a r do vztahů uvedených v tabulce 4.5 [12].

Tabulka 4.5: Cohen-Coonova metoda – vzorce pro výpočet parametrů regulátoru [12]

	k_p	T_I	T_D
P	$\frac{1}{kr} \left(1 + \frac{r}{3}\right)$	-	-
PI	$\frac{1}{kr} \left(0,9 + \frac{r}{12}\right)$	$\frac{30 + 3r}{9 + 20r} L$	-
PID	$\frac{1}{kr} \left(\frac{4}{3} + \frac{r}{4}\right)$	$\frac{32 + 6r}{13 + 8r} L$	$\frac{4}{11 + 2r} L$

4.6 Whiteleyova metoda

Tato metoda je založena na známých typech přenosových funkcí uzavřeného regulačního obvodu. Pokud seřízením parametrů regulátoru upravíme hodnoty koeficientů přenosové funkce námi vyšetřovaného regulačního obvodu tak, aby byly shodné s koeficienty vzorové funkce, zajistíme tím, že výsledný regulační pochod bude mít očekávaný, příznivý průběh. Whiteley označil vzorové funkce jako standardní tvary přenosové funkce, která je poměrem obrazu výstupní a vstupní skokové funkce

(požadované veličiny nebo poruchy). Standardní tvary přenosové funkce tedy zaručí, že pokud pro určitý přenos regulačního obvodu dodržíme předepsané koeficienty charakteristické rovnice, nepřekročí charakteristické veličiny regulačního pochodu, jako např. maximální přeregulování y_{max} , doba regulace t_r , aj., určitou hodnotu [12]. Níže uváděné vztahy a poznámky jsou z literatury [12].

Uvažujme přenos řízení v následujícím tvaru.

$$F_W(p) = \frac{b_0}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0} \quad (4.11)$$

Naším cílem je pro přenos řízení (4.11) nalézt koeficienty standardního tvaru.

$$F_W(q) = \frac{\bar{b}_0}{\bar{a}_n q^n + \dots + \bar{a}_1 q + \bar{a}_0} \quad (4.12)$$

Obecně má přenos řízení $F_W(p)$ (4.11) členy $a_n \neq 1$, $a_0 \neq 1$. Abychom zajistili, že $a_n = a_0 = 1$, musíme přenos přetransformovat. Postupujeme tak, že přenos (4.11) podělíme koeficientem a_0 . Poté zavedeme následující substituci.

$$p = \left(\frac{a_0}{a_n}\right)^{\frac{1}{n}} q \quad (4.13)$$

Přenos řízení pak bude mít následující tvar.

$$F_W(q) = \frac{b_0/a_0}{\frac{a_n}{a_0} \left(\frac{a_0}{a_n}\right)^{\frac{n}{n}} q^n + \dots + \frac{a_2}{a_0} \left(\frac{a_0}{a_n}\right)^{\frac{2}{n}} q^2 + \frac{a_1}{a_0} \left(\frac{a_0}{a_n}\right)^{\frac{1}{n}} q + 1} \quad (4.14)$$

Vztah (4.14) dále upravíme.

$$F_W(q) = \frac{\beta_0}{\alpha_n q^n + \dots + \alpha_1 q + \alpha_0} \quad (4.15)$$

Koeficientům α_i přiřadíme tabulkové hodnoty a_i příslušného standardního tvaru z tabulky (viz tabulka 4.6) pro daný stupeň, tj. $\alpha_i = a_i$. Získáme vztahy, ze kterých dopočteme hodnoty stavitelných parametrů regulátoru, které jsou zahrnuty v koeficientech α_i , tj. řešíme soustavu rovnic. Tabelaované časy τ^{tab} , t_r^{tab} se na skutečné časy přepočítají pomocí následujících vztahů [12].

$$\tau = \tau^{tab} \cdot \sqrt[n]{\frac{a_n}{a_0}} \quad (4.16)$$

$$t_r = t_r^{tab} \cdot \sqrt[n]{\frac{a_n}{a_0}} \quad (4.17)$$

Tabulka 4.6: Standardní tvary pro přenosovou funkci typu (4.11) [12]

stupeň n	koeficienty							charakteristické hodnoty regulovaného pochodu		
	\bar{a}_6	\bar{a}_5	\bar{a}_4	\bar{a}_3	\bar{a}_2	\bar{a}_1	\bar{a}_0	τ^{tab} [s]	t_r^{tab} [s]	Δy_{max} [%]
2					1	1,4	1	2,65	7	5
3				1	2	2	1	3,35	9,5	8,7
4			1	2,6	3,4	2,6	1	4,25	15	11,7
5		1	3,2	5,2	5,2	3,2	1	4,95	>18	13
6	1	3,7	7,5	9,1	7,5	3,7	1	5,55		13,3

Tabulky koeficientů standardního tvaru přenosových funkcí jsou sestaveny i pro přenosové funkce následujících typů.

$$F_W(p) = \frac{b_1 p + b_0}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0} \quad (4.18)$$

$$F_W(p) = \frac{b_2 p^2 + b_1 p + b_0}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0} \quad (4.19)$$

Tabulky koeficientů pro přenosové funkce (4.18) a (4.19) jsou uvedeny v [12].

5 Návrh parametrů regulátoru

V následujících simulacích jsou parametry regulátorů navrhovány pro řízení stejnosměrného motoru, jehož parametry jsou uvedeny na str. 111 v [15]. Níže jsou uvedeny jenom ty parametry, které jsou pro tuto práci důležité.

Odpor kotvy: $R[\Omega] = 3,95$;

Indukčnost kotvy: $L[\text{mH}] = 3,92$;

Moment setrvačnosti: $J[\mu\text{kg}\cdot\text{m}^2] = 16,5$;

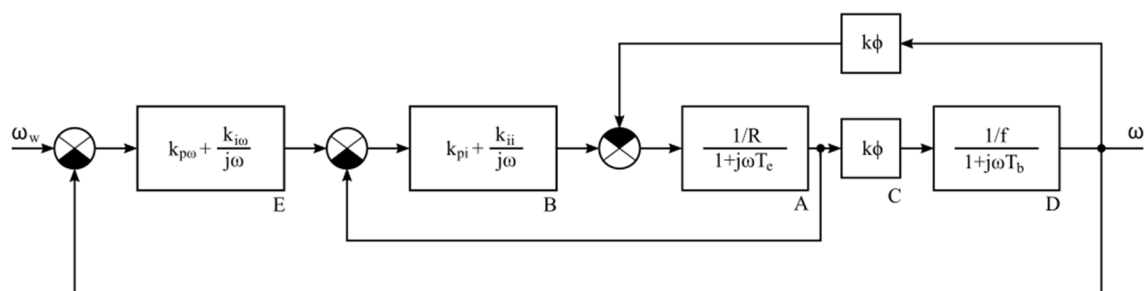
Koeficient dynamického tření: $F = 2,0463\cdot 10^{-5}$;

Konstanta: $k\phi[\text{Wb}] = 0,0711$;

Jmenovitá rychlost: $n_n[\text{ot}/\text{min}] = 2800 \Rightarrow \omega_n[\text{rad}/\text{s}] = 293,21$;

5.1 Návrh parametrů kaskádně řazených PI regulátorů pomocí metody standardního tvaru frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu

Pro zjištění přenosu regulované soustavy (stejnosměrného motoru) vycházíme z rovnice pro obvod kotvy stejnosměrného motoru (1.4) a z dalších vztahů platných pro stejnosměrný motor: (1.5), (1.6) a (1.7). Z těchto rovnic, aplikací Laplaceovy transformace a jejich následnou úpravou, získáme přenosy jednotlivých částí (bloků) strukturního regulačního schéma. Na následujícím obrázku je strukturní schéma stejnosměrného motoru zobrazeno spolu s kaskádně řazenými PI regulátory proudu a rychlosti.



Obr. 17. Schéma kaskádní regulace s PI regulátory

Jak již bylo zmíněno v bodě 4.2, grafický návrh regulátoru touto metodou je výhodné tvořit v logaritmických souřadnicích. Pro zakreslení amplitudové a fázové frekvenční charakteristiky jednotlivých bloků, je nutné určit jejich zesílení v decibelech, a dále pak z jejich časových konstant vypočítat hodnoty kmitočtů.

1. Proudová smyčka – bloky A a B:

Z tvaru přenosu bloku A je zřejmé, že se jedná o aperiodický blok. Z toho je možné usuzovat na určitý tvar amplitudové i fázové frekvenční charakteristiky. Jejich tvar je uveden např. v [10]. Pro zakreslení bloku A do logaritmických souřadnic je nutné spočítat zesílení v dB (5.1) a kmitočet (5.3).

$$A = |F_{oi}| = 20 \log\left(\frac{1}{R}\right) = 20 \log\left(\frac{1}{3,95}\right) \doteq -12 \text{ dB} \quad (5.1)$$

$$T_e = \frac{L}{R} = \frac{0,00392}{3,95} = 9,924 \cdot 10^{-4} \text{ s} \quad (5.2)$$

$$\omega = \frac{1}{T_e} = \frac{1}{9,924 \cdot 10^{-4}} \doteq 1000 = 10^3 \text{ s}^{-1} \quad (5.3)$$

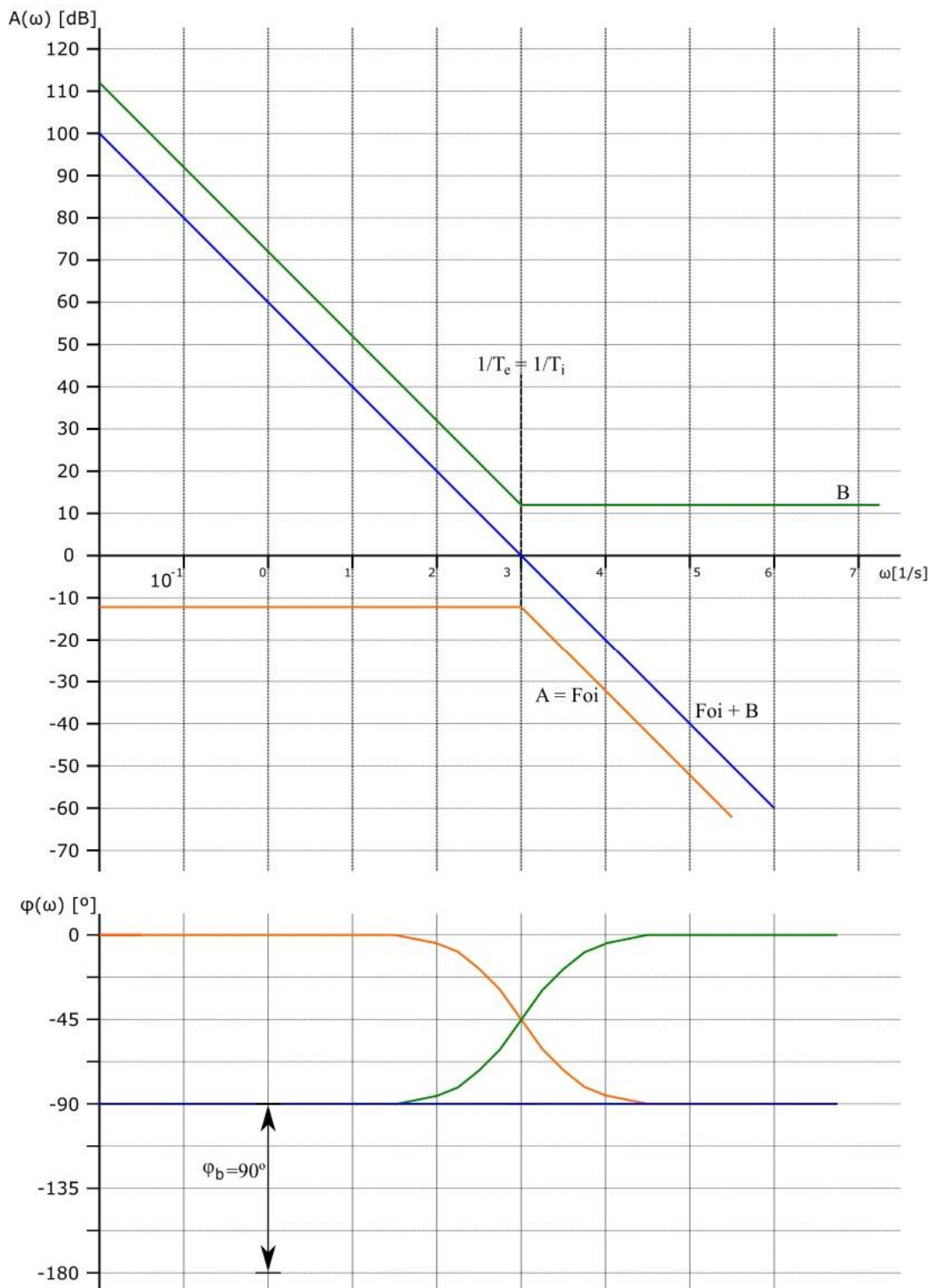
Z Obr. 18. je zřejmé, že po zakreslení bloku A byl navržen PI regulátor proudu se zesílením k_{pi} odpovídající 12dB v logaritmickeých souřadnicích a integrační časovou konstantou T_i shodnou s časovou konstantou T_e bloku A. Tím je zajištěn i sklon -20dB/dek amplitudové frekvenční charakteristiky protínající osu 0dB . Součtem bloků A a B (B = PI regulátor proudu) vznikne integrační blok, jehož fázová frekvenční charakteristika je rovna -90° . Z toho plyne bezpečnost ve fázi $\varphi_b=90^\circ$.

Zesílení regulátoru k_{pi} v dB je pro další použití nutné přepočítat.

$$20 \log(k_{pi}) = 12 \text{ dB} \quad \rightarrow \quad k_{pi} = 10^{\frac{12}{20}} = 3,981 \quad (5.4)$$

Hodnotu integrační konstanty k_{ii} získáme ze vztahu (2.18) dosazením proporcionální konstanty $k_{pi} = 3,981$.

$$k_{ii} = \frac{k_{pi}}{T_i} = \frac{3,981}{0,001} = 3981 \quad (5.5)$$



Obr. 18. Amplitudové a fázové frekvenční charakteristiky – proudová smyčka

2. Rychlostní smyčka – bloky C, D, E a F_{wi}

Nejprve je nutné nakreslit frekvenční charakteristiku uzavřené proudové (vnitřní) smyčky F_{wi} . Ta se vytvoří tak, že u frekvenční charakteristiky otevřené proudové smyčky

(Obr. 18 - amplitudová frekvenční charakteristika F_{oi+B}) zavedeme, že pro malé ω bude mít zesílení hodnotu 1 (tedy 0dB) a pro ty ostatní ω zůstane průběh zesílení stejný, jako u otevřené smyčky.

Dále se musí zakreslit zbývající bloky. V případě bloku D jde opět o aperiodický blok, je tedy nutné spočítat zesílení v dB (5.6) a kmitočet (5.8). Blok C je konstanta, a tak se počítá jenom zesílení v dB (5.9).

$$A_D = 20 \log \left(\frac{1}{F} \right) = 20 \log \left(\frac{1}{2,0463 \cdot 10^{-5}} \right) \doteq 94 \text{dB} \quad (5.6)$$

$$T_b = \frac{J}{F} = \frac{1,65 \cdot 10^{-5}}{2,0463 \cdot 10^{-5}} = 0,806 \text{s} \quad (5.7)$$

$$\omega = \frac{1}{T_b} = \frac{1}{0,806} = 1,241 \doteq 10^{0,01} \doteq 10^0 \text{s}^{-1} \quad (5.8)$$

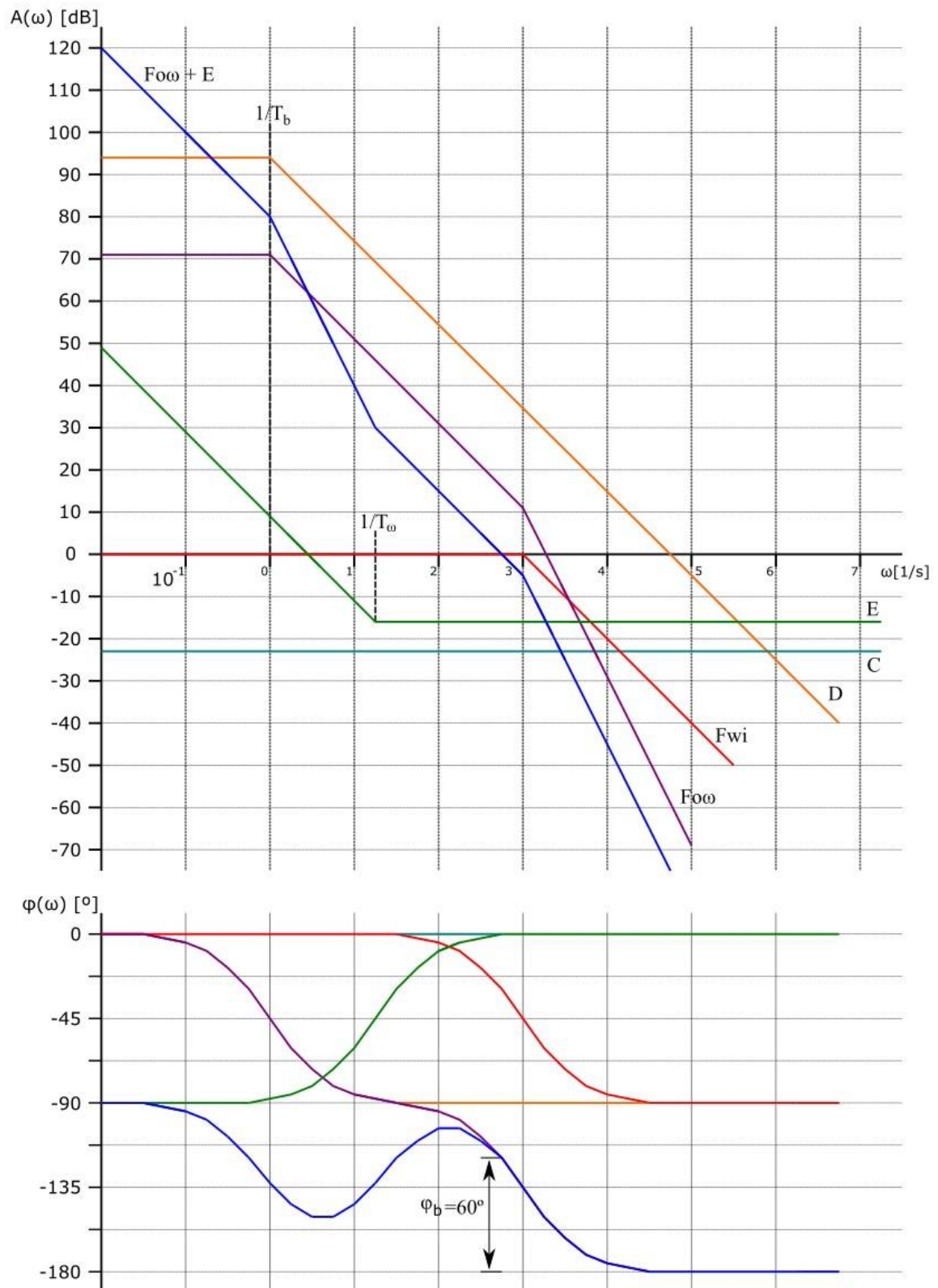
$$A_C = 20 \log(k\phi) = 20 \log(0,0711) \doteq -23 \text{dB} \quad (5.9)$$

Bloky D, C a také uzavřená proudová smyčka F_{wi} jsou vyneseny do logaritmických souřadnic (Obr. 19). Součtem těchto prvků vznikne otevřená rychlostní smyčka $F_{o\omega}$, zesílení PI regulátoru rychlosti $k_{p\omega} = 1$ (0dB). Poté je zvolena bezpečnost ve fázi $\varphi_b = 60^\circ$, aby byla její hodnota dodržena, tak je nutné snížit zesílení $k_{p\omega}$ tak, aby v logaritmických souřadnicích odpovídalo hodnotě -16dB. Hodnota zesílení $k_{p\omega}$ je získána stejným způsobem, jako u proudové smyčky.

$$20 \log(k_{p\omega}) = -16 \text{dB} \quad \rightarrow \quad k_{p\omega} = 10^{\frac{-16}{20}} = 0,1585 \quad (5.10)$$

Časová integrační konstanta PI regulátoru rychlosti (blok E) T_ω je zvolena tak, aby byla co nejmenší, ale zároveň, aby neovlivňovala zvolenou bezpečnost ve fázi. Její hodnota je: $T_\omega = 1/10^{1,25}$ s. Hodnotu integrační konstanty $k_{i\omega}$ získáme opět ze vztahu (2.18) dosazením proporcionální konstanty $k_{p\omega} = 0,1585$.

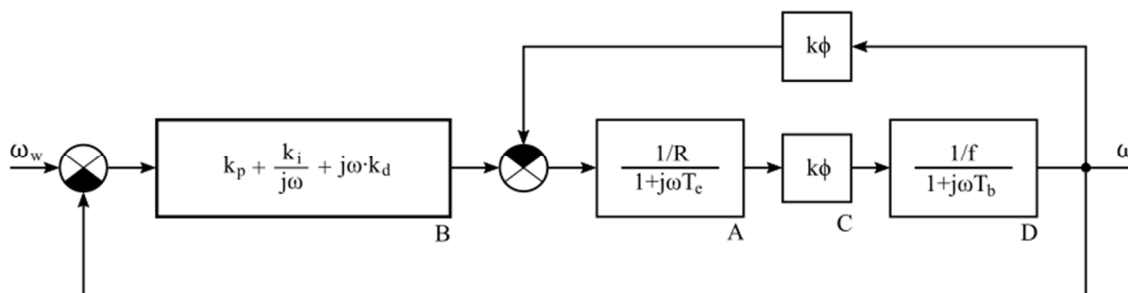
$$k_{i\omega} = \frac{k_{p\omega}}{T_\omega} = \frac{0,1585}{1/10^{1,25}} = 2,8186 \quad (5.11)$$



Obr. 19. Amplitudové a fázové frekvenční charakteristiky – rychlostní smyčka

5.2 Návrh parametrů PID regulátoru pomocí metody standardního tvaru frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu

Postup návrhu PID regulátoru touto metodou je podobný návrhu PI regulátorů v kapitole 5.1, akorát zde je navíc přítomna derivační složka regulátoru. Opět se vychází ze strukturního regulačního schéma, které je oproti tomu v bodě 5.1 pozměněno viz. Obr. 20.



Obr. 20. Strukturní schéma regulačního obvodu stejnosměrného motoru s PID regulátorem

Poté se do logaritmických souřadnic Obr. 21. zakreslily amplitudové a fázové frekvenční charakteristiky bloků A, C a D, jejichž zesílení v dB a kmitočty byly určeny v předcházející kapitole 5.1. Následně byl proveden součet těchto bloků, vznik otevřené regulační smyčky F_o a volba bezpečnosti ve fázi $\varphi_b=60^\circ$.

Časová derivační konstanta PID regulátoru (blok B) $T_d = 1/10^{3,75}$ s byla zvolena tak, aby byla co největší, a zároveň, aby neovlivňovala zvolenou bezpečnost ve fázi. Dále byl, dle zvolené fázové bezpečnosti, určen vertikální posun amplitudové frekvenční charakteristiky o -4dB. Z toho je možné následujícím způsobem určit odpovídající hodnotu zesílení k_p .

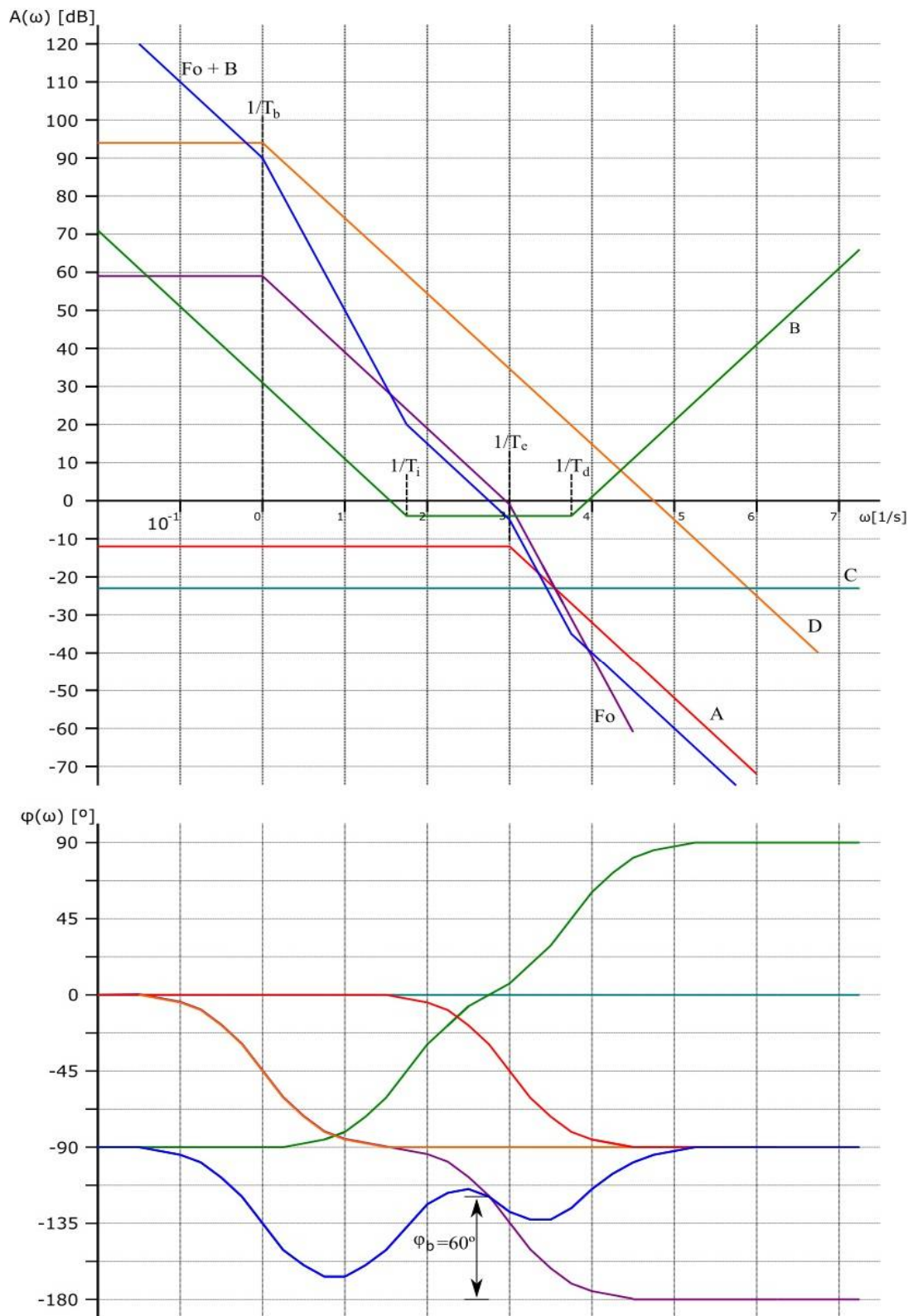
$$20 \log(k_p) = -4 \text{ dB} \quad \rightarrow \quad k_p = 10^{\frac{-4}{20}} = 0,6309 \quad (5.12)$$

Časová integrační konstanta PI regulátoru (blok B) $T_i = 1/10^{1,75}$ je zvolena tak, aby byla co nejmenší, ale zároveň, aby neovlivňovala zvolenou bezpečnost ve fázi. Hodnotu integrační konstanty k_i získáme opět ze vztahu (2.18) dosazením proporcionální konstanty $k_p = 0,6309$.

$$k_i = \frac{k_p}{T_i} = \frac{0,6309}{1/10^{1,75}} = 35,4781 \quad (5.13)$$

Hodnotu derivační konstanty k_d získáme ze vztahu (2.20) dosazením proporcionální konstanty $k_p = 0,6309$.

$$k_d = k_p \cdot T_d = 0,6309 \cdot \frac{1}{10^{3,75}} = 1,12 \cdot 10^{-4} \quad (5.14)$$



Obr. 21. Amplitudové a fázové frekvenční charakteristiky pro bod 5.2

5.3 Návrh parametrů PID regulátoru, optimální z hlediska integrálního kritéria ITAE, pomocí standardních tvarů charakteristického polynomu

Tabulka 5.1: Standardní tvary charakteristického polynomu jmenovatele přenosu uzavřené regulační smyčky [16]

Řád polynomu	Standardní tvar charakteristického polynomu
1.	$p + T$
2.	$p^2 + 1,4Tp + T^2$
3.	$p^3 + 1,75Tp^2 + 2,15T^2p + T^3$
4.	$p^4 + 2,1Tp^3 + 3,4T^2p^2 + 2,7T^3p + T^4$

Přenos PID regulátoru je ve tvaru:

$$F_R(p) = k_p + \frac{k_i}{p} + k_d p = \frac{k_p p + k_i + k_d p^2}{p} \quad (5.15)$$

Pro přenos regulované soustavy (stejnosměrného motoru) platí:

$$F_S(p) = \frac{\frac{1}{R}}{p \frac{L}{R} + 1} \cdot \frac{k\phi}{1} \cdot \frac{\frac{1}{F}}{p \frac{J}{F} + 1} = \frac{\frac{k\phi}{RF}}{p^2 \frac{LJ}{RF} + p \left(\frac{L}{R} + \frac{J}{F} \right) + 1} \quad (5.16)$$

Z rovnic (5.15) a (5.16) určíme přenos uzavřené regulační smyčky:

$$F_W(p) = \frac{F_R(p) \cdot F_S(p)}{1 + F_R(p) \cdot F_S(p)} = \frac{\frac{k_p p + k_i + k_d p^2}{p} \cdot \frac{\frac{k\phi}{RF}}{p^2 \frac{LJ}{RF} + p \left(\frac{L}{R} + \frac{J}{F} \right) + 1}}{1 + \frac{k_p p + k_i + k_d p^2}{p} \cdot \frac{\frac{k\phi}{RF}}{p^2 \frac{LJ}{RF} + p \left(\frac{L}{R} + \frac{J}{F} \right) + 1}} \quad (5.17)$$

Přenos uzavřené regulační smyčky (5.17) je nutné upravit na následující tvar:

$$F_W(p) = \frac{\frac{k\phi}{LJ} \cdot (k_p p + k_i + k_d p^2)}{p^3 + p^2 \frac{k\phi k_d + LF + RJ}{LJ} + p \frac{k\phi k_p + RF}{LJ} + \frac{k\phi k_i}{LJ}} \quad (5.18)$$

Nyní už má charakteristická rovnice uzavřené regulační smyčky (jmenovatel přenosu $F_W(p)$) vhodný tvar, který lze porovnat se standardním tvarem charakteristického polynomu 3. řádu (Tab. 5.1). Dostaneme tedy následující vztah:

$$p^3 + \frac{k\phi k_d + LF + RJ}{LJ} p^2 + \frac{k\phi k_p + RF}{LJ} p + \frac{k\phi k_i}{LJ} = p^3 + 1,75T p^2 + 2,15T^2 p + T^3 \quad (5.19)$$

Porovnáním se standardním tvarem charakteristického polynomu 3. řádu vznikají tři rovnice (5.20), (5.21) a (5.22).

$$\frac{k\phi k_p + RF}{LJ} = 2,15T^2 \quad (5.20)$$

$$\frac{k\phi k_d + LF + RJ}{LJ} = 1,75T \quad (5.21)$$

$$\frac{k\phi k_i}{LJ} = T^3 \quad (5.22)$$

Hodnota proporcionální konstanty k_p se v zásadě volí rovna 1. Díky zvolené konstantě k_p je možné z rovnice (5.20) dopočítat konstantu T .

$$T = \sqrt{\frac{k\phi k_p + RF}{2,15LJ}} = \sqrt{\frac{0,0711 \cdot 1 + 3,95 \cdot 2,0463 \cdot 10^{-5}}{2,15 \cdot 0,00392 \cdot 1,65 \cdot 10^{-5}}} = 715,4 \quad (5.23)$$

Známe-li hodnotu konstanty T , dopočítáme konstantu k_d z rovnice (5.21) a konstantu k_i z rovnice (5.22):

$$\begin{aligned} k_d &= \frac{1,75TLJ - LF - RJ}{k\phi} = \\ &= \frac{1,75 \cdot 715,4 \cdot 0,00392 \cdot 1,65 \cdot 10^{-5} - 0,00392 \cdot 2,0463 \cdot 10^{-5}}{0,0711} \\ &- \frac{3,95 \cdot 1,65 \cdot 10^{-5}}{0,0711} = 2,21 \cdot 10^{-4} \end{aligned} \quad (5.24)$$

$$k_i = \frac{T^3 LJ}{k\phi} = \frac{715,4^3 \cdot 0,00392 \cdot 1,65 \cdot 10^{-5}}{0,0711} = 333,07 \quad (5.25)$$

5.4 Návrh parametrů kaskádně řazených PI regulátorů, optimální z hlediska integrálního kritéria ITAE, pomocí standardních tvarů charakteristického polynomu

1. Proudová smyčka:

Přenos PI regulátoru proudu je ve tvaru:

$$F_{Ri}(p) = k_{pi} + \frac{k_{ii}}{p} = \frac{k_{pi}p + k_{ii}}{p} \quad (5.26)$$

Přenos regulované soustavy, resp. bloku A (Obr. 17), je:

$$F_{Si}(p) = \frac{1}{pL + R} \quad (5.27)$$

Z rovnic (5.26) a (5.27) určíme přenos uzavřené regulační smyčky proudu:

$$F_{Wi}(p) = \frac{F_{Ri}(p) \cdot F_{Si}(p)}{1 + F_{Ri}(p) \cdot F_{Si}(p)} = \frac{\frac{k_{pi}p + k_{ii}}{p} \cdot \frac{1}{pL + R}}{1 + \frac{k_{pi}p + k_{ii}}{p} \cdot \frac{1}{pL + R}} \quad (5.28)$$

Přenos uzavřené regulační smyčky proudu (5.28) je vhodné upravit na následující tvar:

$$F_{Wi}(p) = \frac{k_{pi}p + k_{ii}}{Lp^2 + (R + k_{pi})p + k_{ii}} \quad (5.29)$$

2. Rychlostní smyčka:

Přenos PI regulátoru rychlosti je ve tvaru:

$$F_{R\omega}(p) = k_{p\omega} + \frac{k_{i\omega}}{p} = \frac{k_{p\omega}p + k_{i\omega}}{p} \quad (5.30)$$

Přenos regulované soustavy se skládá z přenosů bloků C, D (Obr. 17) a uzavřené regulační smyčky proudu (5.29):

$$F_{S\omega}(p) = \frac{k_{pi}p + k_{ii}}{Lp^2 + (R + k_{pi})p + k_{ii}} \cdot \frac{k\phi}{1} \cdot \frac{1}{pJ + F} \quad (5.31)$$

Z rovnic (5.30) a (5.31) určíme přenos uzavřené regulační smyčky proudu:

$$F_{W\omega}(p) = \frac{F_{R\omega}(p) \cdot F_{S\omega}(p)}{1 + F_{R\omega}(p) \cdot F_{S\omega}(p)} = \frac{\frac{k_{p\omega}p + k_{i\omega}}{p} \cdot \frac{k_{pi}p + k_{ii}}{Lp^2 + (R + k_{pi})p + k_{ii}} \cdot \frac{k\phi}{pJ + F}}{1 + \frac{k_{p\omega}p + k_{i\omega}}{p} \cdot \frac{k_{pi}p + k_{ii}}{Lp^2 + (R + k_{pi})p + k_{ii}} \cdot \frac{k\phi}{pJ + F}} \quad (5.32)$$

Přenos uzavřené regulační smyčky rychlosti (5.32) je nutné upravit na následující tvar:

$$F_{W\omega}(p) = \frac{(k_{p\omega}p + k_{i\omega}) \cdot (k_{pi}p + k_{ii})}{p^4 + \left(\frac{RJ + k_{pi}J + LF}{JL}\right)p^3 + \left(\frac{RF + k_{pi}F + k_{ii}J + k_{p\omega}k_{pi}k\Phi}{JL}\right)p^2 + \frac{\frac{k\Phi}{JL}}{\left(\frac{k_{ii}F + k_{p\omega}k_{ii}k\Phi + k_{pi}k_{i\omega}k\Phi}{JL}\right)p + \frac{k_{ii}k_{i\omega}k\Phi}{JL}} \quad (5.33)$$

Nyní už má charakteristická rovnice uzavřené regulační smyčky rychlosti (jmenovatel přenosu $F_{W\omega}(p)$) vhodný tvar, který lze porovnat se standartním tvarem charakteristického polynomu 4. řádu. Porovnáním se standartním tvarem charakteristického polynomu 4. řádu (Tab. 5.1), vznikají čtyři rovnice (5.34), (5.35), (5.36) a (5.37):

$$\frac{RJ + k_{pi}J + LF}{JL} = 2,1T \quad (5.34)$$

$$\frac{RF + k_{pi}F + k_{ii}J + k_{p\omega}k_{pi}k\Phi}{JL} = 3,4T^2 \quad (5.35)$$

$$\frac{k_{ii}F + k_{p\omega}k_{ii}k\Phi + k_{pi}k_{i\omega}k\Phi}{JL} = 2,7T^3 \quad (5.36)$$

$$\frac{k_{ii}k_{i\omega}k\Phi}{JL} = T^4 \quad (5.37)$$

Konstanta T je zvolena tak, aby její hodnota byla shodná s bodem 5.3, tedy návrhem PID regulátoru. Konstanta T byla spočítána ve vztahu (5.23), $T = 715,4$. Znalost konstanty T umožňuje z rovnice (5.34) dopočítat hodnotu parametru k_{pi} :

$$k_{pi} = \frac{2,1TJL - RJ - LF}{J} = \frac{2,1 \cdot 715,4 \cdot 1,65 \cdot 10^{-5} \cdot 0,00392}{1,65 \cdot 10^{-5}} - \frac{3,95 \cdot 1,65 \cdot 10^{-5}}{1,65 \cdot 10^{-5}} - \frac{0,00392 \cdot 2,0463 \cdot 10^{-5}}{1,65 \cdot 10^{-5}} = 1,9343 \quad (5.38)$$

Dalším krokem je vyjádřit z rovnice (5.37) parametr $k_{i\omega}$:

$$k_{i\omega} = \frac{T^4 J L}{k_{ii} k_{\phi}} \quad (5.39)$$

Vztah (5.39) dosadíme do (5.36), tím vznikne:

$$\frac{k_{ii} F}{J L} + \frac{k_{p\omega} k_{ii} k_{\phi}}{J L} + \frac{k_{pi} T^4}{k_{ii}} = 2,7 T^3 \quad (5.40)$$

Ze vztahu (5.40) vyjádříme parametr $k_{p\omega}$:

$$k_{p\omega} = \frac{2,7 T^3 J L}{k_{\phi} k_{ii}} - \frac{k_{pi} T^4 J L}{k_{\phi} k_{ii}^2} - \frac{F}{k_{\phi}} \quad (5.41)$$

Dosazením vztahu (5.41) do (5.35) a následným dosazením za $k_{pi} = 1,9347$, vznikne rovnice, která má po úpravách tvar:

$$\frac{1}{L} k_{ii}^3 + \left(\frac{R F}{J L} - 3,4 T^2 \right) k_{ii}^2 + 5,2226 T^3 k_{ii} - 3,7415 T^4 = 0 \quad (5.42)$$

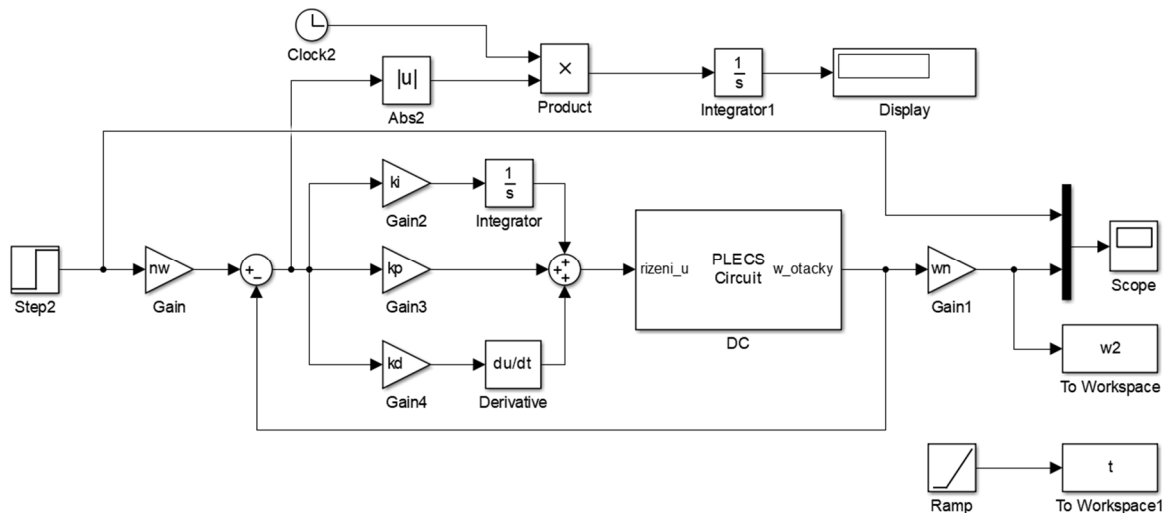
Do (5.42) dosadíme všechny známé hodnoty L, R, F, J, T a rovnici vyřešíme (např. pomocí příkazu `roots()` v Matlabu). Zjištěná hodnota zesílení k_{ii} je 5603,4. Hodnotu $k_{ii} = 5604,3$ pak zpětně dosadíme do vztahu (5.41) pro výpočet $k_{p\omega}$ a do vztahu (5.39) pro výpočet $k_{i\omega}$. Dopočítané hodnoty: $k_{p\omega} = 0,1456$; $k_{i\omega} = 42,5251$.

6 Srovnání výsledků použitých metod

V předchozí kapitole byly navrženy parametry regulátorů PI a PID dvěma různými způsoby.

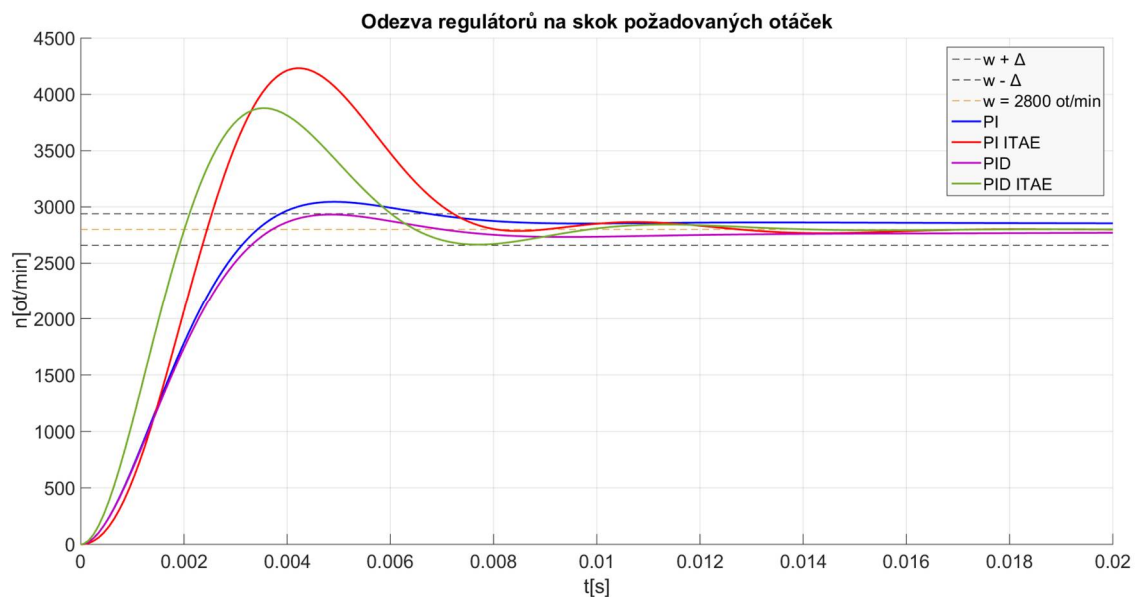
První způsob návrhu parametrů regulátorů byl metodou standardního tvaru frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu, návrh parametrů tímto způsobem bude dále značen PI – pro kaskádně řazené PI regulátory a PID – pro regulační obvod s PID regulátorem. Druhý způsob vycházel z charakteristického polynomu přenosové funkce, kterému byl, podle řádu polynomu, přiřazen standardní tvar – optimální z hlediska ITAE kritéria. Návrh parametrů tímto způsobem bude dále značen PI ITAE – pro kaskádně řazené PI regulátory a PID ITAE – pro regulační obvod s PID regulátorem.

V následující tabulkách jsou vypsány hodnoty zesílení jednotlivých složek regulátorů, které byly získány v předešlé kapitole. V (Tab. 6.1) jsou zapsány hodnoty zesílení pro regulační obvod se dvěma kaskádně řazenými PI regulátory, regulační schéma



Obr. 23. Model v prostředí Matlab-Simulink, pro PID a PID ITAE

Výsledné, simulacemi získané, regulační pochody pro všechny typy modelů: PI, PI ITAE, PID a PID IATE, jsou pro lepší názornost vykresleny společně v jednom grafu jenom do času $t=20\text{ms}$ (Obr. 24). V grafu na Obr. 24 je dále zvýrazněna požadovaná hodnota otáček w , která v čase $t=0$ nabývá hodnoty 2800ot/min .



Obr. 24. Výsledné regulační pochody – PI, PI ITAE, PID a PID ITAE

Dále jsou na Obr. 24 vyznačeny meze pásma o šíři 2Δ , kde Δ je tolerance regulace, která se vypočte dle vztahu (4.5) uvedeného v kapitole 4, tedy součinem zvolené relativní tolerance regulace δ a ustálené hodnoty regulované veličiny $y(\infty)$. V našem případě: $\delta = 0,05$; $y(\infty) = w = 2800\text{ot/min}$;

Tolerance regulace:

$$\Delta = \delta \cdot y(\infty) = 0,05 \cdot 2800 = 140 \text{ ot/min} \quad (6.1)$$

Horní hranice pásma 2Δ :

$$w + \Delta = 2800 + 140 = 2940 \text{ ot/min} \quad (6.2)$$

Spodní hranice pásma 2Δ :

$$w - \Delta = 2800 - 140 = 2660 \text{ ot/min} \quad (6.3)$$

Z výsledků simulací jsme určili následující ukazatele kvality: dobu regulace t_r a maximální hodnotu regulované veličiny y_{max} , ze které jsme dosazením do vztahu (4.6) vypočetli hodnotu překmitu (přeregulování) K , ukázka výpočtu pro variantu PI, vztah (6.4).

$$K = \frac{y_{max} - y(\infty)}{y(\infty)} \cdot 100 = \frac{3045,5 - 2800}{2800} \cdot 100 = 8,767\% \quad (6.4)$$

Jak již bylo výše zmíněno, kvůli přehlednosti jsou průběhy vykreslovány jenom do času $t=20\text{ms}$. V tabulce 6.3 jsou ale uváděny hodnoty integrálního kritéria ITAE pro čas od $t=0\text{s}$ až do $t=100\text{ms}$.

Tabulka 6.3: Hodnoty ukazatelů kvality regulace

	I	$t_r[\text{ms}]$	$y_{max}[\text{ot/min}]$	$K[\%]$
PI	0,01415	6,7	3045,5	8,767
PI ITAE	0,00277	7,3	4233,5	51,196
PID	0,003525	3,35	2932,6	4,735
PID ITAE	0,001771	6,1	3878,5	38,517

Z výsledků simulací je zřejmé, že pokud použité metody návrhu parametrů regulátoru porovnáme z hlediska velikosti překmitu K , tak metoda standardního tvaru frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu vychází, jak pro variantu s PI regulátory, tak i pro variantu s PID regulátorem, s přibližně 6 krát menším překmitem, než metoda standardních tvarů charakteristického polynomu. Z provedených simulací má nejmenší hodnotu překmitu metoda standardního tvaru frekvenční charakteristiky

otevřeného regulačního obvodu při variantě s PID regulátorem, kdy se $K=4,735\%$.

Porovnáním jednotlivých variant z hlediska doby regulace t_r zjistíme, že z použitých metod návrhu regulátorů má obecně kratší dobu regulace metoda standardního tvaru frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu. Pro variantu s PID regulátorem je hodnota $t_r=3,35\text{ms}$ téměř poloviční ve srovnání s hodnotou t_r získanou metodou standardních tvarů charakteristického polynomu. V případě PI regulátorů už není rozdíl mezi metodami tak výrazný.

Srovnáním použitých metod podle integrálního kritéria ITAE zjistíme, že zde, na rozdíl od výše uváděných ukazatelů kvality regulace, dosahuje lepších výsledků metoda standardních tvarů charakteristického polynomu. Tato metoda má pro variantu PI regulátorů hodnotu ITAE kritéria $I=0,00277$, to je oproti metodě standardního tvaru frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu přibližně 5 krát méně. U varianty s PID regulátorem je $I=0,001771$, což je zhruba poloviční hodnota ve srovnání s metodou standardního tvaru frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu.

Z výše uvedených ukazatelů kvality regulace nejlépe vychází varianta s PID regulátorem, který byl navržen metodou standardního tvaru frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu. U této varianty mají hned dva ukazatele, doba regulace a velikost překmitu, nejnižší hodnoty. Hodnota kritéria ITAE je $I=0,003525$.

Je nutné uvést, že všechny výše uvedené návrhy regulátorů a vytvořené modely regulačních obvodů v této práci nejsou určeny přímo k použití v reálných regulačních obvodech. Reálný regulační obvod pro řízení stejnosměrného stroje obsahuje stejnosměrný zdroj (např. usměrňovač), u kterého je proces řízení realizován diskrétně, tedy pomocí mikropočítačů, a to s sebou přináší další nezanedbatelné vlivy, jako je například vzorkovací perioda či dopravní zpoždění. Dále by v reálném regulačním obvodě muselo být řešeno omezení velikosti proudu kotvy stejnosměrného motoru tak, aby nedocházelo k překročení jeho jmenovité hodnoty.

Závěr

Tato práce byla zaměřena na metody nastavování PI a PID regulátorů. V první kapitole byly uvedeny základní informace, principy a vztahy platné pro stejnosměrné stroje, zejména pak pro cize buzený stejnosměrný stroj.

Další kapitoly byly věnovány základním pojmům regulační techniky, typům regulátorů a jejich stručným popisem. Dále byly vysvětleny pojmy stabilita regulačního obvodu, syntéza regulačních obvodů a kvalita regulace. Poté následovala část, ve které byly uvedeny metody vhodné pro nastavení PI a PID regulátorů.

V předposlední kapitole byly navrženy parametry regulátorů nejprve metodou standardního tvaru frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu, dále pak metodou, která je založena na standardních tvarech charakteristického polynomu získaného z přenosové funkce.

V poslední kapitole byly, dle ukazatelů kvality regulace, porovnány a vyhodnoceny výsledky simulací, které ukázaly, že z hlediska regulačního procesu je výhodnější využívat pro regulaci PID regulátor, který vyšel lépe, jak při nastavení pomocí frekvenčních charakteristik, tak i pomocí standardního tvaru charakteristického polynomu. Právě z návrhu pomocí charakteristického polynomu je vidět i důvod. Charakteristický polynom je při kaskádním řazení PI regulátorů o řád vyšší a tedy i náchylnější ke kmitání.

Jak již ale bylo zmíněno, použití PID regulátoru s sebou nese řadu komplikací. První je nemožnost omezení proudu obvodem v rámci regulační smyčky. Druhou je použití derivační složky regulátoru, která bez problémů funguje pouze ve spojitých systémech bez rušení.

Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] BARTOŠ, Václav. *Teorie elektrických strojů*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2006. 230 s. ISBN 80-7043-509-7.
- [2] TŮMA, František. *Teorie řízení*. 5. dopl. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2009. 214 s. ISBN 978-80-7043-819-0.
- [3] VRÁNA, Václav a KOČMAN, Stanislav, 2004. *Stejnoseměrné stroje*. [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, [cit. 15.4.2020]. Dostupné z: http://feil.vsb.cz/kat420/vyuka/Bakalarske_FS/prednasky/sylab_stejnosemerne%20stroje_bc%20FS.pdf
- [4] BARTOŠ, Václav, ČERVENÝ, Josef, HRUŠKA, Josef, KOTLANOVÁ, Anna a SKALA, Bohumil. *Elektrické stroje*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2006. 140 s. ISBN 80-7043-444-9.
- [5] MALÉŘ, Kryštof, 2016. *Měření a simulace na DC motoru*. [online]. Praha. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze. Fakulta elektrotechnická. [cit. 13.4.2020]. Dostupné z: https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/64859/F3-DP-2016-Maler-Krystof-Mereni_a_simulace_na_DC_motoru.pdf
- [6] BLAHA, Petr a VAVŘÍN, Petr. *Řízení a regulace I*. [online]. Brno: Vysoké učení technické v Brně, [cit. 22.5.2020]. Dostupné z: http://www.uamt.feec.vutbr.cz/~richter/vyuka/0809_BRR1/texty/brr1.pdf
- [7] MIEKISCH, Jiří. *Spojité regulátory*. [online]. 2012. Opava: Střední škola průmyslová a umělecká. [cit. 27.3.2020]. Dostupné z: https://www.sspu-opava.cz/static/UserFiles/File/_sablony/AUT_IV/VY_32_INOVACE_E-15-18.pdf
- [8] POPELKA, Jindřich, 2005. *Ověření klasických metod návrhu regulátorů*. [online]. Zlín. Bakalářská práce. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Fakulta technologická. [cit. 19.5.2020]. Dostupné z: https://stag.utb.cz/StagPortletsJSR168/PagesDispatcherServlet?pp_destElement=%23ssSouboryStudentuDivId_305&pp_locale=cs&pp_reqType=render&pp_portlet=souboryStudentuPagesPortlet&pp_page=souboryStudentuDownloadPage&pp_nameSpace=G5552&soubidno=1516
- [9] HOLEŠOVSKÝ, Petr, 2013. *Hodnocení regulačního obvodu z hlediska stability, kvality a přesnosti regulace*. [online]. Brno. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. [cit. 6.3.2020]. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=65204
- [10] TŮMA, František. *Automatické řízení I*. Lineární spojité dynamické systémy. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 1999. 231 s. ISBN 80-7082-524-3.

- [11] VÍTEČKOVÁ, Miluše a VÍTEČEK, Antonín. *Vybrané metody seřizování regulátorů*. [online]. 1. vyd. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2011 [cit. 24.5.2020]. ISBN 978-80-248-2503-8. Dostupné z: <http://books.fs.vsb.cz/ZRMS/vybrane-metody-serizovani-regulatoru.pdf>
- [12] NAVRÁTIL, Pavel. *Automatizace*. Vybrané statě. [online]. 1. vyd. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2011 [cit. 24.5.2020]. ISBN 978-80-7318-935-8. Dostupné z: <https://adoc.tips/automatizace-vybrane-stat-pavel-navratil.html>
- [13] ČECH, Zdeněk, 2015. *Metody seřizování PID regulátorů*. [online]. Pardubice. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice. Fakulta elektrotechniky a informatiky. [cit. 24.5.2020]. Dostupné z: https://dk.upce.cz/bitstream/handle/10195/61154/CechZ_MetodySerizovani_LK_2015.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- [14] WAGNEROVÁ, Renata. *Základy automatického řízení*. [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2013 [cit. 24.5.2020]. ISBN 978-80-248-3054-4. Dostupné z: http://projekty.fs.vsb.cz/463/edubase/VY_01_031/Z%C3%A1klady%20automatick%C3%A9ho%20%C5%99%C3%ADzen%C3%AD%20-%20Teoretick%C3%BD%20z%C3%A1klad/02%20Text%20pro%20e-learning/Z%C3%A1klady%20automatick%C3%A9ho%20%C5%99%C3%ADzen%C3%AD%20-%20teoretick%C3%BD%20z%C3%A1klad%2012.pdf
- [15] Kählig Antriebstechnik GmbH. [online katalogový list]. *DC-Motors*. [cit. 24.5.2020]. Dostupné z: https://www.kag-hannover.com/wp-content/uploads/dokumente/Katalog/EN/KAG_DC-Motors.pdf