

Západočeská univerzita v Plzni

Fakulta aplikovaných věd

Katedra Geomatiky

Bakalářská práce

Měření svislých posunů mostní konstrukce

Autor: Petr Narovec

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Martin Pitoňák, PhD.

Plzeň, 2019

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni dne, 21. 5. 2019

.....

podpis

Poděkování

Rád bych chtěl poděkovat vedoucímu bakalářské práce Ing. Martinovi Pitoňákovi, Ph.D. za odbornou pomoc, věcné rady, trpělivost s mojí prací a za pomoc při měření. Dále bych chtěl poděkovat mým rodinným příslušníkům za pomoc při měření.

Abstrakt

Bakalářská práce se zabývá měřením svislých posunů mostní konstrukce. Jedná se o mostní konstrukci, která se skládá ze dvou železobetonových mostů, na silnici I/26. Práce je rozdělena do dvou částí – část teoretickou a část praktickou. V teoretické části se nachází popis metod na měření posunu a deformací pomocí geodetických metod s důrazem na svislé posuny a metodu velmi přesné nivelace. V praktické části je popsáno realizované měření, zpracování naměřených hodnot, jejich zhodnocení a určení samotných svislých posunů na základě naměřených hodnot.

Klíčová slova

svislý posun, nivelace, velmi přesná nivelace, měření posunů, 2. lineární model

Abstract

The bachelor thesis deals with the measurement of vertical displacements of the bridge structure. It is a bridge structure consisting of two reinforced concrete bridges on the road I/26. The thesis is divided into two parts – theoretical and practical. In the theoretical part there is a description of methods for measuring displacement and deformation using geodetic methods with emphasis on vertical displacements and the method of very precise levelling. The practical part describes practical displacements measurements, the processing of measured values, their evaluation and the determination of vertical displacements based on measured values.

Keywords

vertical displacement, levelling, very precise levelling, displacement measurement, Gauss-Markoff model

Obsah

1. Úvod	7
2. Popis stavebního objektu.....	8
3. Měření posunů.....	11
3.1 Geometrická nivelace	12
3.2 Velmi přesná nivelace	13
4. Měření svislých posunů na mostní konstrukci	14
4.1 Popis měření	14
4.2 Zhodnocení přesnosti	16
4.3 Zpracování měření pomocí metody nejmenších čtverců.....	17
4.4 Výsledky.....	23
5. Výpočet posunů.....	24
6. Závěr.....	26
7. Seznam použitých zdrojů	27
8. Seznam příloh.....	28
9. Přílohy	29

1. Úvod

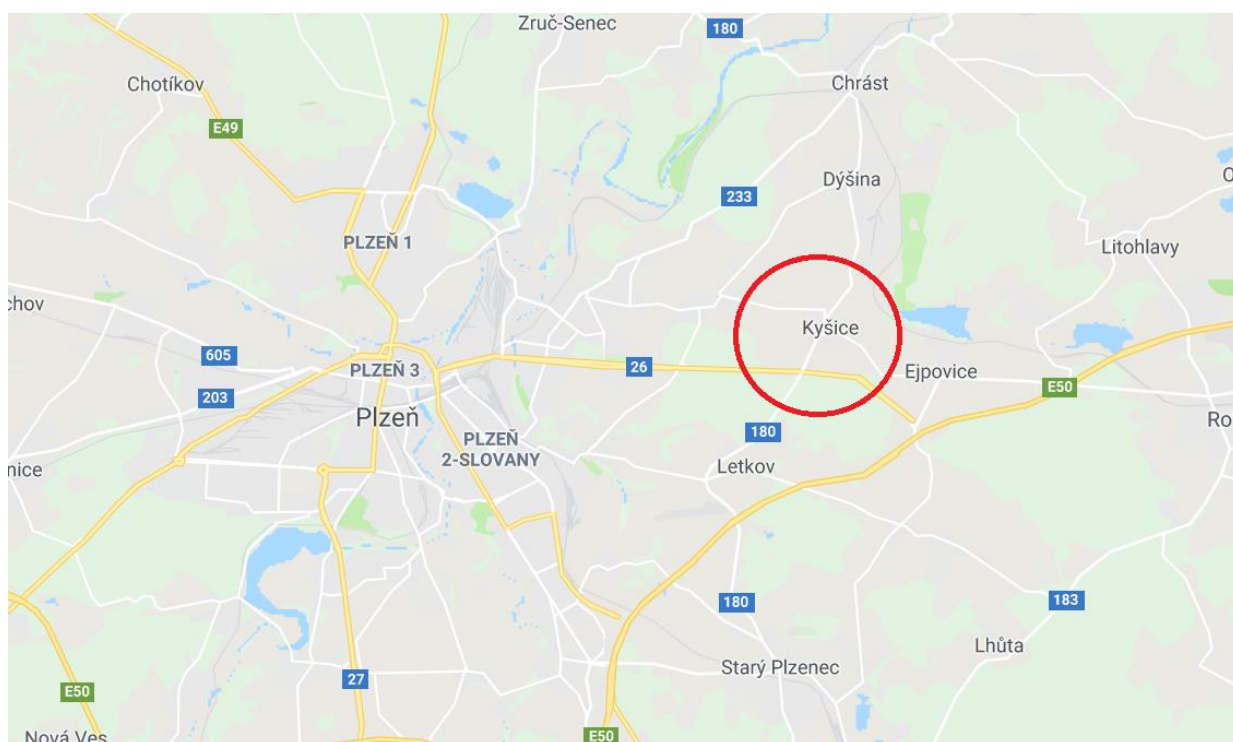
Veškeré objekty, které se nacházejí v Zemské povrchu, jsou v neustálém pohybu. Tento pohyb vede k tomu, že se objekty posouvají či deformují. Zjištění těchto posunů je ve stavebnictví velice důležitou činností, neboť díky přeměření kontrolních bodů, které se nacházejí na stavebních objektech, je možné zjistit stabilitu těchto objektů a zavčas zjistit, zda nejsou v havarijním stavu, a tak předejít katastrofám jako například těm, které se staly v nedávné době - pád Janovského mostu v Itálii či zhroucení pražské lávky v Troji, která se naštěstí obešla bez obětí na životech. Měření svislých posunů je jedna z velice důležitých měřičských činností, kterou se zabývá geodézie.

Geodézie sehrává důležitou roli při určování svislých posunů. Pro určení svislých posunů existuje velké množství postupů, ale jedním z velice často používaných základních metod je metoda nivelace. Nivelace je jedna nejpřesnějších metod měření, která se v geodezii stále používá.

Cílem této práce bylo využití metody nivelace pro zjištění svislých posunů na mostní konstrukci. Jako pozorovaný objekt byla zvolena mostní konstrukce v blízkosti obce Kyšice. Samotné měření bylo provedeno podle zásad pro měření velmi přesné nivelace tak, aby dodrželo předepsaný požadavek na přesnost. Měření bylo provedeno nivelačním přístrojem Leica DNA03 a pomocí dvou nivelačních latí s čárovým kódem. Zpracování výsledků bylo provedeno pomocí druhého lineárního modelu, kde jsme zjistili jednotlivé výšky osmi pozorovaných bodů a taktéž chybu měření. Nakonec byl určen posun jednotlivých bodů oproti první etapě měření.

2. Popis stavebního objektu

Pozorovaný objekt se nachází cca 10 km východně od Plzně nedaleko obce Kyšice (viz obr. 1 a 2). Jedná se o mostní konstrukci přes silnici II/180 na silnici I/26, která slouží jako dálniční přivaděč k dálnici D5, jenž spojuje Prahu a Plzeň. Mostní konstrukce, postavena v roce 1995, se skládá ze dvou železobetonových mostů – pravého mostu ev. č. 26 – 002..1 a levého mostu ev. č. 26 – 002..2. Délka přemostění je 44,58 m a šířka mostní konstrukce je 14,35 m. Na mostní konstrukci se nachází 24 nivelačních bodů. viz [1].

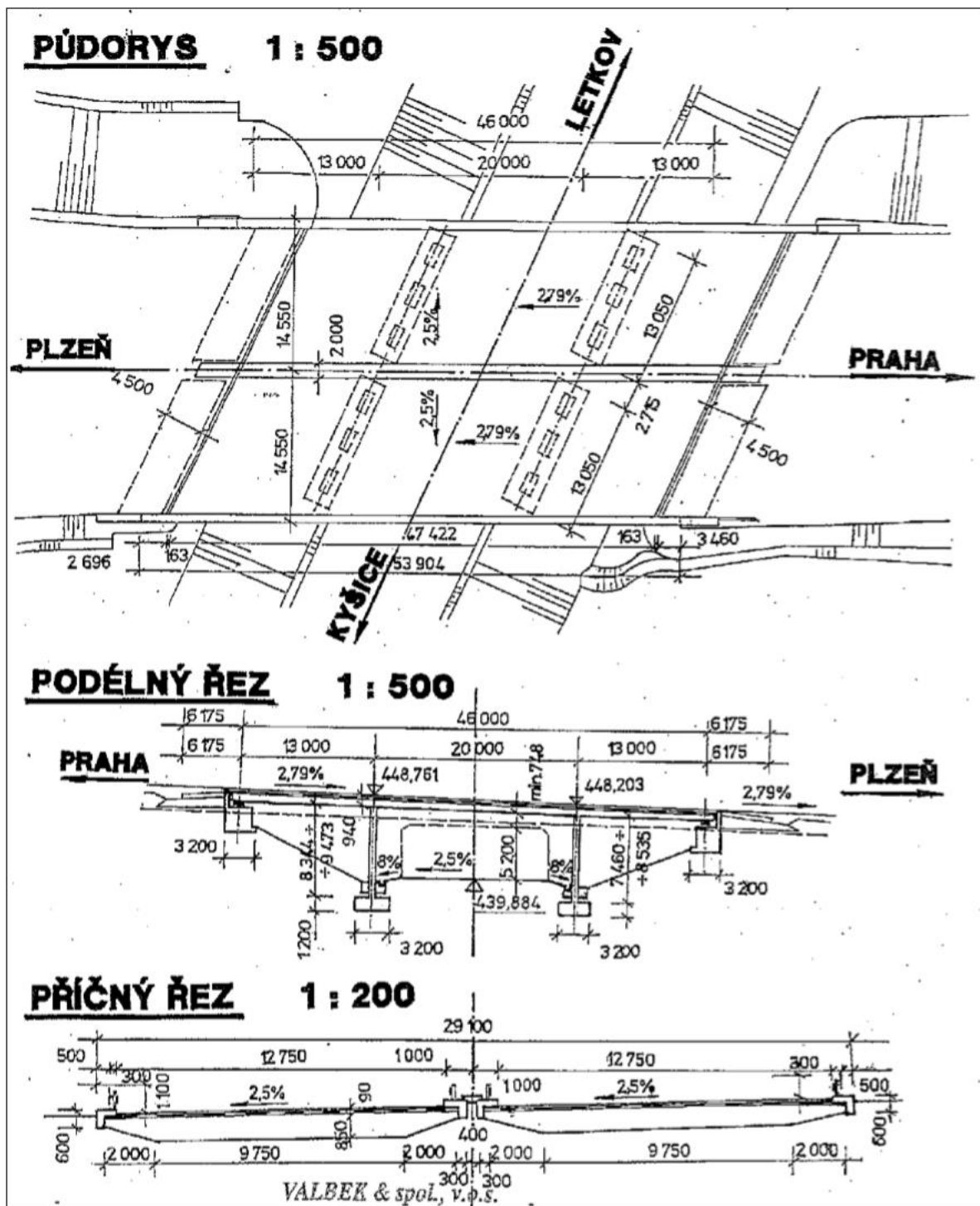


Obr. 1 Poloha obce Kyšice a mostní konstrukce [2].



Obr. 2 Detail na obec Kyšice a mostní konstrukci [2].

Mostní objekt na silnici I/26 na přivaděči přes silnici II/180 tvoří dvě samostatné mostní konstrukce o třech polích. Popis pravého a levého mostu je vzhledem k obdobnému konstrukčnímu uspořádání shodný pro oba mosty (pravý most ev. č. 26 – 002..1, levý most ev. č. 26 – 002..2). Spodní stavbu tvoří masivní železobetonové monolitické opěry a mezilehlé monolitické železobetonové podpěry obdélníkového tvaru. Nosní konstrukci tvoří spojitá železobetonová deska o třech polích. Nosná konstrukce je částečně předepnuta kabely Lp 15,5-1800MPa. Deska je pevně spojena s vnitřními podpěrami a nad opěrami uložena na hrcová ložiska (na každé opěře 3 ks) viz [1].



Obr. 3 Schématický náčrt [1].

3. Měření posunů

Při zpracování této kapitoly jsme vycházeli z [3]. Podle obecně známých poznatků z geověd víme, že zemský povrch a objekty s ním jsou v neustálém pohybu. Díky tomuto pohybu dochází k posunům a deformacím objektů anebo jejich konstrukci vlivem jejich hmotnosti a dalších fyzikálních vlastností. Tyto změny v chování objektů se snažíme zjistit různými měřeními na objektech. Posun je možné definovat jako prostorovou změnu v poloze stavebního objektu anebo jako změnu jeho části oproti poloze v základní či předcházející etapě měření. Měřeními zjišťujeme průběh, charakter a velikost těchto změn. Účelem měření posunů stavebních objektů je:

- získávání podkladů na posuzování chování základových půd pod zatíženým objektem, prohlubování teoretických vědomostí o vlastnostech podloží a o působení objektu na okolí,
- porovnávání skutečných hodnot posunů konstrukcí objektů s teoretickými hodnotami a ověřování správnosti teoretických výsledků,
- sledování vlivu rozličných fyzikálních faktorů prostředí na změny v chování konstrukce objektů.

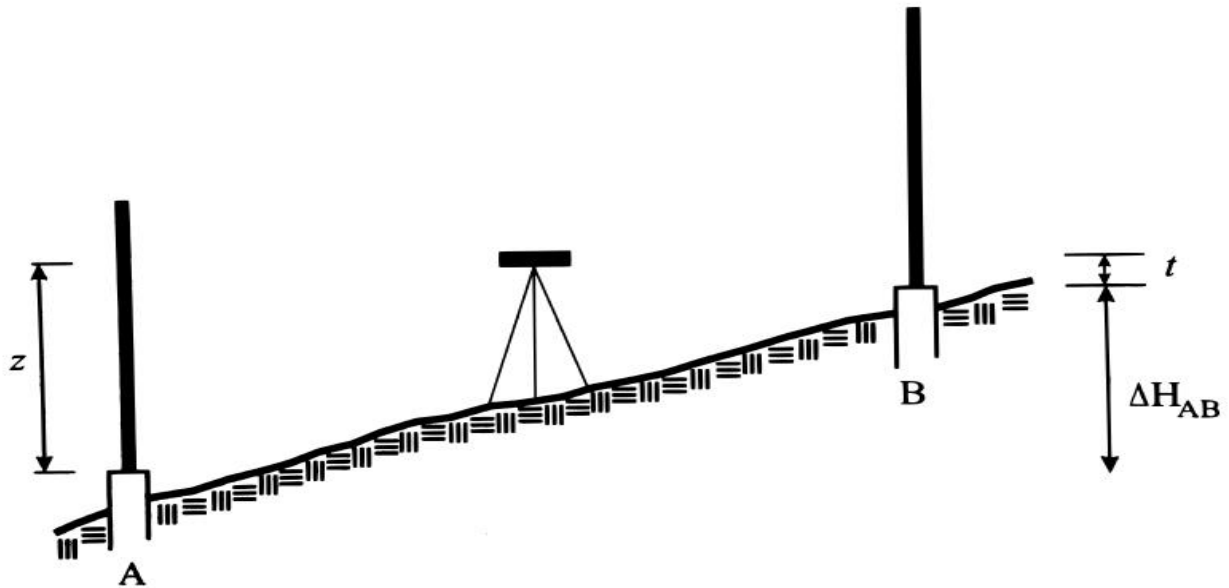
Zjištění skutečných posunů základové konstrukce v rozsahu celé stavby umožňuje projektantům a statikům zpětně stanovit deformační model a z toho vyplývající namáhání základových půd v daných podmínkách. Toto vede k hospodárnějšímu navrhování základů nových v obdobných půdách. Výsledky dlouhodobých periodických měření a jejich vyhodnocení pomáhají jak při objasňování a definování základních fyzikálních zákonů, které ovlivňují stabilitu, tak při hospodárnějším budování nových objektů v podobných základových půdách.

Posuny dělíme na dva typy, podle jejich směru posunu - posuny vodorovné a posuny svislé. Vodorovný posun znamená vodorovnou složku posunu pozorovaného bodu. Svislý posun vyjadřuje svislou složku posunu pozorovaného bodu. V našem případě budeme řešit pouze svislé posuny. Pro měření svislých posunů existuje rozličné množství fyzikálních a geodetických metod. Mezi fyzikální metody patří například měření pomocí tenzometru či dilatometru, z metod geodetických, například geometrická nivelace nebo hydrostatická nivelace. V praxi se na měření svislých posunů nejčastěji používá geometrická nivelace a z důvodů naší nutnosti požadavku přesnosti měřených hodnot byla pro měření zvolena metoda velmi přesné nivelace.

3.1 Geometrická nivelace

Princip nivelace je jednoduchý. Výškový rozdíl ΔH_{AB} dvou nepříliš vzdálených bodů A a B se určí odečítáním polohy vodorovné přímky na latích s dělením (úseky z a t), postavených svisle na uvedených bodech. Z obr. 4 platí

$$\Delta H_{AB} = z - t \quad (3.1)$$



Obr. 4 Princip nivelace [4].

Úseky z a t označujeme jako odečítání zpět a tam. Při známé nadmořské výšce v_A bodu A je potom nadmořská výška v_B bodu B při známé (měřené) výšce horizontu v_h . Definovanou jako:

$$v_B = v_A + \Delta H_{AB} = v_A + z - t = v_h - t \quad (3.2)$$

3.2 Velmi přesná nivelace

Metoda velmi přesné nivelace se používá k měření bodů I. a II. řádu České státní nivelační sítě. Základním požadavkem přesnosti je střední chyba jedné sestavy v rozmezí 0,1 – 0,3 mm. Abychom dodrželi požadavek přesnosti, je nutné dodržet zásady měření viz [5]:

- měří se pomocí metody geometrické nivelace ze středu,
- pro měření je nutné používat rektifikovaný přístroj a komparované latě,
- k měření se použijí dvě nivelační latě, pokud se nivelační oddíl skládá pouze z jediné sestavy, použije se pouze jedna nivelační lať,
- nivelační oddíl se měří celý najednou. Přerušit měření je možné pouze na nivelačním bodě,
- délka jednotlivých záměr nesmí překročit 40 m,
- nivelační oddíl se rozdělí na sudý počet stejně dlouhých přestav,
- pořadí nivelačních latí, které se staví na značku, se v opačném směru měření zamění,
- zadní lať se čte vždy jako první,
- minimální výška záměry nad terénem by měla být 0,8 m. Pokud je záměra kratší než 20 m, minimální výška záměry nad terénem se může zmenšit až na 0,4 m,
- přístroj a latě se musí nechat před měřením přizpůsobit teplotě okolního vzduchu,
- latě se musí stavět svisle na předepsané podložky,
- zamezit pozvolným poklesům nebo zdvihům stativu přístroje a laťových podložek,
- nivelační přístroj musí být chráněn před přímým osvětlením sluncem a před nárazy větru,
- měření by mělo probíhat za klidného a jasného obrazu,
- mezi dopolední a odpolední observaci vložit nejméně dvouhodinovou přestávku,
- s měřením začínat nejméně půl hodiny po východu slunce a končit alespoň půl hodiny před jeho západem.

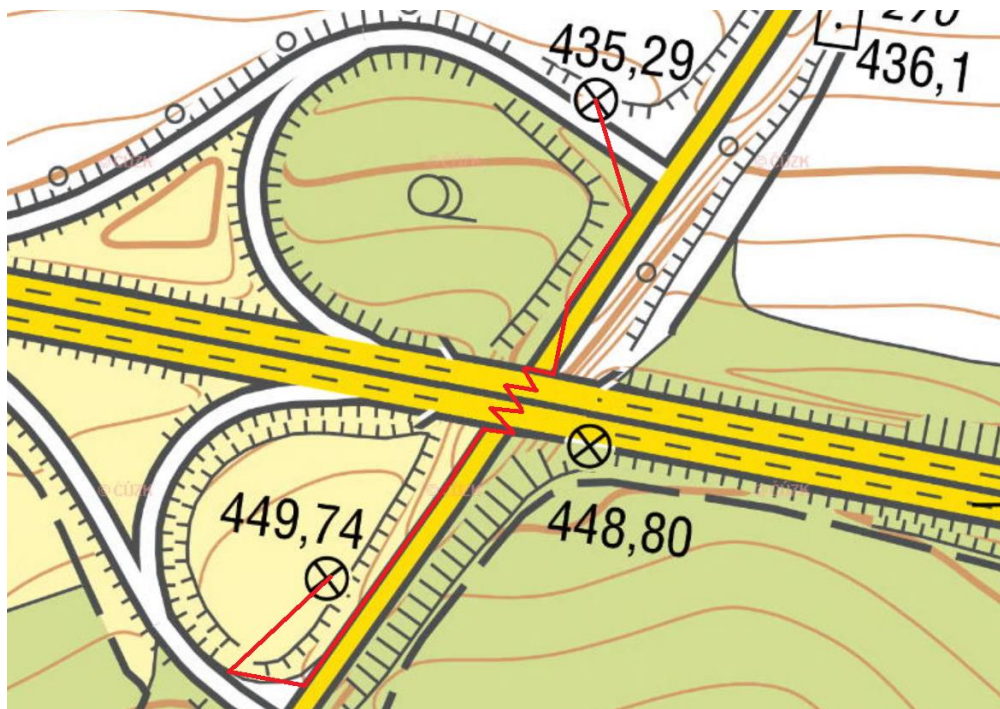
4. Měření svislých posunů na mostní konstrukci

4.1 Popis měření

Měření svislých posunů mostní konstrukce bylo provedeno dne 13. 4. 2019. Pro zjištění posunů bylo během rekognoskace jednotlivých bodů výškového bodového pole, která byla provedena měsíc předem, zvoleno 8 bodů, které se nacházejí na jednotlivých pilířích mostní konstrukce. Jedná se o body s číslem 1001 až 1008 (viz obr. 5). Během rekognoskace jednotlivých bodů výškového bodového pole, která předcházela samotnému měření, bylo určeno, že měření bude provedeno ve směru tam a zpět mezi dvěma vztažnými výškovými body. Jako tyto dva vztažné výškové body byly zvoleny body České státní nivelační sítě, bod BI-16.6 a bod Bg16-0.1 (podrobný místopis je v příloze č. 1). Bod BI-16.6 nacházející se jižně od mostní konstrukce u sjezdu ze silnice I/26 (viz obr. 5) je stabilizován žulovou deskou a ohraničen betonovým okružím. Bod Bg16-0.1 se nachází severně od mostní konstrukce na betonové silniční propusti (viz obr. 5). Bod je stabilizován čepovou značkou v betonové silniční propusti. Měření svislých posunů mostní konstrukce bylo provedeno metodou velmi přesné nivelace. V den měření došlo k rozměření jednotlivých záměr pomocí pásma tak, aby délka jedné záměry nepřekročila vzdálenost 40 m a celkový počet přestav v jednom nivelačním pořadu byl sudý (viz kapitola 3.2). Před začátkem měření byla provedena zkouška nivelačního přístroje. Během samotného měření byly naměřeny dva nivelační pořady, jeden ve směru tam a druhý ve směru zpět. Měření bylo provedeno pomocí přístroje Leica DNA03 s výrobním číslem 723289. Střední kilometrová chyba přístroje je 0,3 mm viz [6]. Dále byly pro měření použity dvě 3 m nivelační latě s čárovým kódem s výrobními čísly 62751 a 62752. Měření se nachází v zápisnicích v příloze č. 2.



Obr. 5 Jednotlivé pozorované body.



Obr. 6 Nivelační pořad.

4.2 Zhodnocení přesnosti

V této kapitole se nachází zhodnocení přesnosti nivelačního měření. Abychom mohli měření pokládat za korektní a jeho výsledky za správné, je nutné ověřit, zda měření splnilo následující kritéria:

Odchylka mezi nivelačním měřením ve směru tam a zpět nesmí v nivelačním oddílu překročit hodnotu:

$$\rho^{max} = \sqrt{R}, \quad (4.1)$$

kde R je délka nivelačního oddílu v km. Délka našeho nivelačního pořadu byla $0,97725 \text{ km}$.

V našem případě byla odchylka $\rho^{max} = 1,48 \text{ mm}$.

Odchylka mezi nivelačním měřením ve směru tam a zpět se vypočte pomocí vzorce:

$$\rho = \Delta H^T + \Delta H^Z, \quad (4.2)$$

kde ΔH^T je převýšení ve směru tam, ΔH^Z je převýšení ve směru zpět. Převýšení našeho nivelačního pořadu ve směru tam bylo $-14,4451 \text{ m}$ a ve směru zpět $14,4447 \text{ m}$. V našem případě $\rho = 0,40 \text{ mm}$.

Ověření, zda byla překročena maximální odchylka mezi měřeními ve směru tam a zpět:

$$\rho < \rho^{max}$$
$$0,40 \text{ mm} < 1,48 \text{ mm}.$$

Mezní odchylka překročena nebyla.

Kvalitu měření charakterizuje základní střední kilometrová chyba obousměrné nivelace:

$$m = \frac{1}{2} \sqrt{\sum \frac{\rho^2}{R}}. \quad (4.3)$$

V našem případě $m = 0,20 \text{ mm}$.

Mezní hodnotu střední chyby m vypočítáme ze vztahu:

$$\bar{m} = 0,40 + \frac{0,71}{\sqrt{n_R}}, \quad (4.4)$$

kde n_R je počet oddílů. Měření mělo pouze jeden nivelační oddíl. V našem případě

$$\bar{m} = 1,11 \text{ mm} .$$

Střední chyba obousměrné nivelace pro celý nivelační pořad či úsek je stanovena:

$$m_L = m\sqrt{L} , \tag{4.5}$$

kde L je délka nivelačního pořadu či úseku v km. Délka našeho nivelačního pořadu byla $0,97725 \text{ km}$. V našem případě $m_L = 0,20 \text{ mm}$.

Ověření, zda byla překročena mezní hodnota střední chyby:

$$m_L < \bar{m}$$

$$0,20 \text{ mm} < 1,11 \text{ mm} .$$

Mezní hodnota střední chyby překročena nebyla.

Všechna kritéria přesnosti byla pro naše měření splněna. Měření tedy lze považovat za korektní.

4.3 Zpracování měření pomocí metody nejmenších čtverců

Pro zpracování naměřených hodnot jsme použili 2. lineární model (nepřímé měření vektorového parametru, starší název vyrovnání zprostředkujících měření), neboť výšky jednotlivých bodů jsme neměřili přímo, ale zjistíme je z naměřených hodnot. Nadmořské výšky nelze odměřovat přímo, protože taková metoda neexistuje. Pro zjištění výšek využíváme výškové rozdíly dvou bodů, ze kterých určíme převýšení. Po přičtení převýšení k již známým výškovým bodům jsme schopni určit výšku dalších bodů. Výška tedy není měřena přímo, ale pro její výpočet se používají jiné naměřené hodnoty. V následující části popíšeme zpracování našeho měření pomocí metody nejmenších čtverců. Pro detailní popis metody zpracování např. viz [7].

Deterministický model:

Deterministický model 2. lineárního modelu má tvar:

$$\mathbf{L} = \mathbf{f}(\Theta) , \tag{4.6}$$

kde \mathbf{L} je vektor přímo měřených veličin, v našem případě převýšení, kde Θ je vektor neznámých parametrů $\Theta = [h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8]$ (Pro snazší přehlednost ve výpočtu jednotlivé body označeny čísly od jedné do osmi. Kde číslo jedna je bod číslo 1002, 2 je bod číslo 1001, 3 je bod číslo 1004, 4 je bod číslo 1003, 5 je bod číslo 1006, 6 je bod číslo 1005, 7 je bod číslo 1008, 8 je bod číslo 1007), $\mathbf{f}(\Theta)$ je vektorový funkční vztah mezi určovanými parametry a měřenými veličinami.

Určující rovnice jsou rozděleny na dva subvektory, přičemž první je pro měření ve směru tam a druhý je pro měření ve směru zpět.

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \\ l_5 \\ l_6 \\ l_7 \\ l_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 - h_{vzt} \\ h_2 - h_1 \\ h_3 - h_2 \\ h_4 - h_3 \\ h_5 - h_4 \\ h_6 - h_5 \\ h_7 - h_6 \\ h_8 - h_7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} l_9 \\ l_{10} \\ l_{11} \\ l_{12} \\ l_{13} \\ l_{14} \\ l_{15} \\ l_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 - h_{vzt} \\ h_2 - h_1 \\ h_3 - h_2 \\ h_4 - h_3 \\ h_5 - h_4 \\ h_6 - h_5 \\ h_7 - h_6 \\ h_8 - h_7 \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

po následné linearizaci má tvar:

$$\mathbf{L} = \mathbf{f}(\Theta_0) + \mathbf{A} \Delta\Theta, \quad (4.8)$$

kde \mathbf{L} je vektor přímo měřených veličin (převýšení), $\Delta\Theta$ je určovaný přírůstek neznámého parametru, Θ_0 je vektor přibližných parametrů, \mathbf{A} je matice plánu definována jako:

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}(\Theta_0)}{\partial \Theta^T}. \quad (4.9)$$

Stochastický model

Stochastický model 2. lineárního modelu má tvar:

$$\xi = \mathbf{f}(\Theta_0) + \mathbf{A} \Delta\Theta + \varepsilon, \text{ var}(\xi) = \Sigma, \quad (4.10)$$

kde ξ je n – rozměrný vektor, kterým modelujeme měření, ε je n – rozměrný vektor nahodilých chyb, Σ je kovariační matice náhodného vektoru ξ a její rozměry jsou $n \times n$.

Stochastický model musí být regulární, a proto musí platit podmínka regulárnosti:

$$k \leq n, \quad (4.11)$$

kde k je hodnost matice plánu \mathbf{A} , hodnost k představuje počet určovaných veličin $k = 8$, n hodnost kovarianční matice Σ , hodnost n představuje počet měření $n = 16$.

Ověření zda podmínka (4.11) platí:

$$k \leq n$$

$$8 \leq 16$$

podmínka regulárnosti platí.

Statistický model

Cílem statistického modelu je odvození vztahů pro odhadnutí hodnot $\Delta\hat{\Theta}$ a $\hat{\Sigma}_{\Theta}$. Neznámý parametr $\hat{\Theta}$ odhadujeme pomocí $\Delta\hat{\Theta}$, podle vzorce:

$$\Delta\hat{\Theta} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{y}, \quad (4.12)$$

kde \mathbf{A} je matice plánu definována v deterministickém modelu derivací funkčních vztahů definovanou rovnicí (4.7), \mathbf{P} je matice vah vyjadřující váhu měřené veličiny, \mathbf{y} je vektor redukovaných měření, který určuje naměřené hodnoty zmenšené o hodnoty přibližných hodnot parametrů.

Nejdříve jsme si určili přibližné hodnoty jednotlivých výšek bodů Θ_0 z naměřených hodnot tak, že jsme připočetli ke vztažným bodům naměřené převýšení (Výšky bodů jsou uvedeny v pořadí 1001, 1003, 1005, 1007, 1002, 1004, 1006, 1008)

$$\Theta_0 = \begin{bmatrix} 441,37290 \\ 440,60925 \\ 440,85595 \\ 440,09740 \\ 440,43190 \\ 439,71530 \\ 440,06560 \\ 439,38215 \end{bmatrix} m.$$

Poté jsme určili vektor redukovaných měření \mathbf{y} . Podle vzorce:

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} - \mathbf{f}(\Theta_0), \quad (4.13)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} -0,05 \\ 0,05 \\ -0,10 \\ 0,05 \\ -0,10 \\ -0,05 \\ 0,10 \\ -0,15 \\ 0,10 \\ -0,05 \\ 0,05 \\ -0,05 \\ 0,10 \\ 0,00 \\ -0,10 \\ 0,15 \end{bmatrix} mm,$$

kde \mathbf{x} je vektor naměřených hodnot převýšení.

Poté jsme vytvořili matici vah \mathbf{P} , se zvolenou vahou $p_i = \frac{c}{s_i}$, kde c je střední hodnota délek

$c = 26,2379 m$, s_i jsou délky mezi jednotlivými body definované vektorem (v metrech):

$$\mathbf{s} = [87,02; 19,34; 14,36; 11,16; 16,83; 20,01; 15,17; 86,23; 11,68; 14,31; 11,07; 17,04; 22,89; 20,22].$$

Hodnoty matice \mathbf{P} jsou pouze na diagonále, ostatní hodnoty jsou nulové.

$$\mathbf{P} = \text{diag}[0,301; 1,357; 1,827; 2,351; 1,560; 1,311; 1,730; 0,304; 0,302; 1,357; 1,827; 2,351; 1,560; 1,311; 1,723; 0,304]$$

Spočtené hodnoty nyní dosadíme do vzorce (4.12) a zjistíme přírůstek k přibližným hodnotám $\Delta\hat{\Theta}$.

$$\Delta\hat{\Theta} = \begin{bmatrix} 0,03 \\ 0,03 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ -0,03 \\ -0,03 \\ -0,03 \end{bmatrix} \text{ mm}.$$

Poté jsme určili přesnou hodnotu výšky jednotlivých bodů $\hat{\Theta}$. Podle vzorce:

$$\hat{\Theta} = \Theta_0 + \Delta\hat{\Theta}, \quad (4.14)$$

$$\hat{\Theta} = \begin{bmatrix} 441,37293 \\ 440,60928 \\ 440,85595 \\ 440,09740 \\ 440,43190 \\ 439,71528 \\ 440,06558 \\ 439,38213 \end{bmatrix} \text{ m}.$$

Po odhadnutí přírůstku k přibližným hodnotám a následného zjištění přesných hodnot výšek jednotlivých bodů provedeme odhad kovarianční matice $\hat{\Sigma}_{\Theta}$. Podle vzorce:

$$\hat{\Sigma}_{\Theta} = \hat{\sigma}_0^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1}, \quad (4.15)$$

kde $\hat{\sigma}_0$ je jednotková odchylka.

Abychom mohli určit jednotkovou odchylku, musíme určit vektor oprav \mathbf{v} pomocí vzorce:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \Delta \hat{\Theta} - \mathbf{y}, \quad (4.16)$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 0,08 \\ -0,05 \\ 0,08 \\ -0,05 \\ 0,10 \\ 0,03 \\ -0,10 \\ 0,15 \\ -0,08 \\ 0,05 \\ -0,08 \\ 0,05 \\ -0,10 \\ -0,03 \\ 0,10 \\ -0,15 \end{bmatrix} \text{ mm.}$$

Zjištěnou hodnotu vektoru oprav \mathbf{v} jsme dosadili do vzorce pro jednotkovou odchylku:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - k}. \quad (4.17)$$

Vypočtené hodnoty jsme dosadili do vzorce 4.12 a získali jsme kovarianční matici $\hat{\Sigma}_{\Theta}$

$$\hat{\Sigma}_{\Theta} = \begin{bmatrix} 0,0256 & 0,0256 & 0,0256 & 0,0256 & 0,0256 & 0,0256 & 0,0256 & 0,0256 \\ 0,0256 & 0,0313 & 0,0313 & 0,0313 & 0,0313 & 0,0313 & 0,0313 & 0,0313 \\ 0,0256 & 0,0313 & 0,0355 & 0,0355 & 0,0355 & 0,0355 & 0,0355 & 0,0355 \\ 0,0256 & 0,0313 & 0,0355 & 0,0388 & 0,0388 & 0,0388 & 0,0388 & 0,0388 \\ 0,0256 & 0,0313 & 0,0355 & 0,0388 & 0,0438 & 0,0438 & 0,0438 & 0,0438 \\ 0,0256 & 0,0313 & 0,0355 & 0,0388 & 0,0438 & 0,0498 & 0,0498 & 0,0498 \\ 0,0256 & 0,0313 & 0,0355 & 0,0388 & 0,0438 & 0,0498 & 0,0541 & 0,0541 \\ 0,0256 & 0,0313 & 0,0355 & 0,0388 & 0,0438 & 0,0498 & 0,0541 & 0,0795 \end{bmatrix} \text{ mm}^2.$$

Nakonec jsme z kovarianční matice odmocnili jednotlivé hodnoty na diagonále a z nich poté určili střední chyby jednotlivých výšek.

$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1 \\ \hat{\sigma}_2 \\ \hat{\sigma}_3 \\ \hat{\sigma}_4 \\ \hat{\sigma}_5 \\ \hat{\sigma}_6 \\ \hat{\sigma}_7 \\ \hat{\sigma}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,16 \\ 0,18 \\ 0,19 \\ 0,20 \\ 0,21 \\ 0,22 \\ 0,23 \\ 0,28 \end{bmatrix} \text{ mm.}$$

4.4 Výsledky

Výsledkem naměřených hodnot a jejich následného zpracování pomocí druhého lineárního modelu jsme se dostali k přesným hodnotám výšek jednotlivých bodů a také k hodnotám střední chyby jednotlivých bodů (viz tabulka 1).

Tabulka 1 Odhad výšek pozorovaných bodů.

Bod	Výška [m]	Střední chyba [mm]
1001	440,6093	0,16
1003	440,0974	0,18
1005	439,7153	0,19
1007	439,3821	0,20
1002	441,3729	0,21
1004	440,8560	0,22
1006	440,4319	0,23
1008	440,0656	0,28

Z naměřených a následně vyrovnaných hodnot vyplývá, že měření, které proběhlo, bylo změřeno s požadovanou přesností (viz 4.2). Střední chyby měření se chovají podle předpokladu, s rostoucí vzdáleností od vztažného bodu roste i střední chyba výšky určovaného bodu. Tento fakt plně odpovídá metodě měření. Naměřené výšky tedy byly určeny s požadovanou přesností.

Celý skript vytvoření v programu MATLAB R2018, který byl použit pro výpočet, se nachází v příloze č. 3.

5. Výpočet posunů

Použitím uvedeného postupu ve 4. části a použitím skriptu, který je uveden v příloze č. 3, jsme se dopracovali k jednotlivým hodnotám výšek a jejím středním chybám. V následující tabulce (tabulka 2) je uvedeno srovnání výsledků prvního nivelačního měření mostní konstrukce, které je uvedeno v [1] a námi naměřených výsledků. V [1] nebyla uvedena střední chyba měření, a proto je uvedena hodnota 0.

Tabulka 2 Srovnání výšek mezi nultou etapou a naším měřením.

Bod	Etapa 0 [m]	Střední chyba nulté etapy [mm]	Měření [m]	Střední chyba určených výšek [mm]
1001	440,6067	0,00	440,6093	0,16
1003	440,0946	0,00	440,0974	0,18
1005	439,7120	0,00	439,7153	0,19
1007	439,3796	0,00	439,3821	0,20
1002	441,3705	0,00	441,3729	0,21
1004	440,8531	0,00	440,8560	0,22
1006	440,4288	0,00	440,4319	0,23
1008	440,0634	0,00	440,0656	0,28

Princip výpočtu svislých posunů je založen na periodicky se opakujících nivelačních měření bodů nacházejících se na měřeném objektu. Porovnáváním výsledků různých etap měření lze určit velikost svislých posunů měřených objektů. Posun námi měřeného objektu – mostní konstrukce, zjistíme tak, že vypočítáme rozdíl mezi výškami jednotlivých bodů umístěných na mostních pilířích z nulté etapy měření a s námi naměřenými výškami. Výsledky jsou uvedeny v tabulce (tabulka 3).

Tabulka 3 Vypočtené hodnoty posunů.

Bod	Etapa 0 [m]	Měření [m]	Posun [mm]	Střední chyba posunu [mm]
1001	440,6067	440,6093	2,6	0,16
1003	440,0946	440,0974	2,8	0,18
1005	439,7120	439,7153	3,3	0,19
1007	439,3796	439,3821	2,5	0,20
1002	441,3705	441,3729	2,4	0,21
1004	440,8531	440,8560	2,9	0,22
1006	440,4288	440,4319	3,1	0,23
1008	440,0634	440,0656	2,2	0,28

Abychom mohli rozhodnout, zda posuny lze považovat za prokázané, musíme použít následující kritéria:

pokud $|p| < \sigma_p$ – měření posun neprokázalo,

pokud $\sigma_p < |p| < t \sigma_p$ posun nastal s rizikem rozhodnutí 5-30%,

pokud $|p| > t \sigma_p$ posun nastal s rizikem menším než 5%,

kde p je posun, σ_p je střední chyba posunu, t je konstanta $t = 2$,

Porovnání posunu se střední chybou:

$$|2,6| > 0,32$$

$$|2,8| > 0,36$$

$$|3,3| > 0,38$$

$$|2,5| > 0,40$$

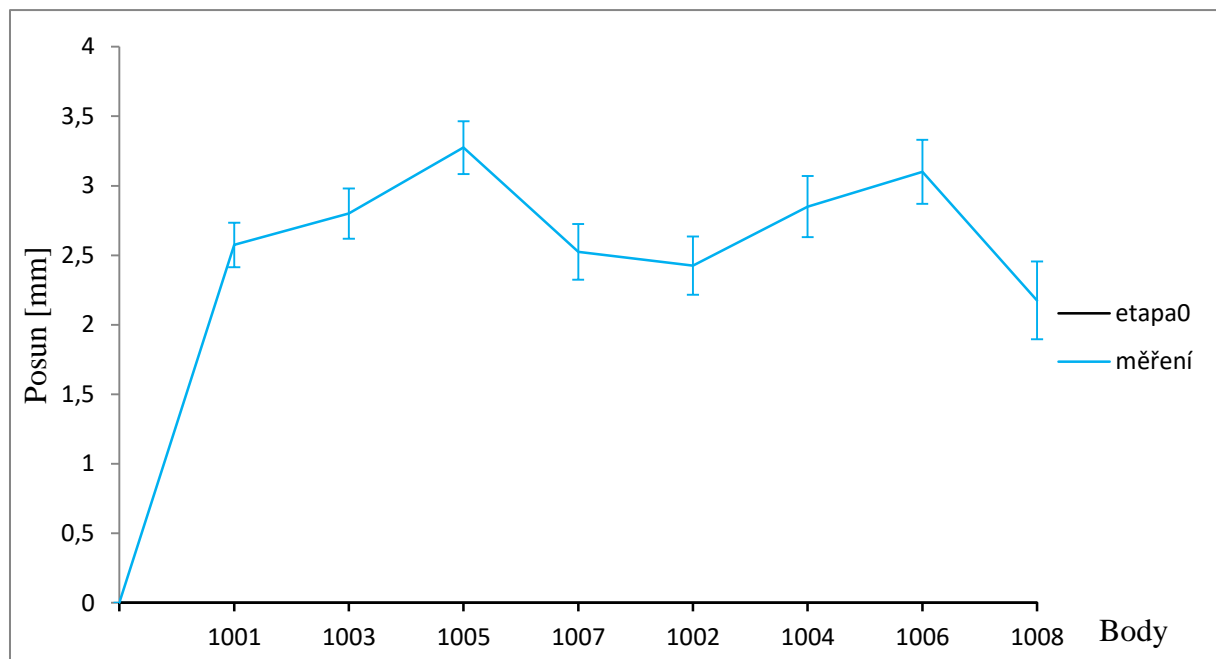
$$|2,4| > 0,42$$

$$|2,9| > 0,44$$

$$|3,1| > 0,46$$

$$|2,2| > 0,48$$

Posun prokazatelně nastal u všech měřených bodů. Grafické znázornění posunu i se středními chybami je vyobrazeno v obr. 7.



Obr. 7 Grafické znázornění výsledků se středními chybami posunů.

6. Závěr

Cílem bakalářské práce bylo ověření stability mostní konstrukce. Pro zjištění stability byla zvolena metoda velmi přesné nivelace. V rámci měření bylo provedeno přeměření jednotlivých bodů umístěných na pilířích mostního objektu na silnici I/26 na přivaděči přes silnici II/180 nedaleko obce Kyšice – Letkov. Měření bylo provedeno 13. 4. 2019 tak, aby splňovalo všechny jednotlivé zásady pro měření velmi přesnou nivelací. Pomocí následného zpracování naměřených hodnot nivelovaných převýšení metodou nejmenších čtverců (2. lineární model) jsme odhadli výšky jednotlivých pozorovaných bodů a také jejich střední chyby. Porovnáním zjištěných hodnot s naměřenými hodnotami z nulté etapy měření svislých posunů jsme určili posuny jednotlivých bodů na mostní konstrukci. Tyto posuny jsme poté porovnali se střední chybou posunů a mohli jsme konstatovat, že naměřené posuny, které jsou uvedeny v kapitole výsledky, lze považovat za prokázané. Dosažené výsledky budou předány Ředitelství silnice a dálnic ČR, správa Plzeň.

7. Seznam použitých zdrojů

- [1] Valbek, spol. s. r. o. (2015) Dlouhodobé sledování mostu 26-002..1 a 26-002..2, Kyšice. Technická správa Plzeň
- [2] Mapy Google. Google [online]. Dostupné z: <https://www.google.cz/maps?hl=cs&tab=rl>
- [3] Michalčák, O., Vosika, O., Veselý, M., Novák, Z. (1985). Inžinierska geodézia. Bratislava: Alfa.
- [4] Pitoňák, M., Šprlák, M., Novák, P. (2015). Metodika pro výškové propojení bodů ZGS, stanic CZEPOS a stanic národního doplnění ECGN. Metodika zpracována pro TAČR. ZČU Plzeň.
- [5] Abelovič, J. (1990). Meranie v geodetických sieťach: celoštátna vysokoškolská príprava pre stavebné fakulty vysokých škôl. Bratislava: Alfa.
- [6] Leica DNA03/DNA10. Návod k použití. Verze 1.2. Dostupné z: <https://www.leica-geosystems.com>
- [7] Hampacher, M., Štroner, M. (2011). Zpracování a analýza měření v inženýreské geodézii. Praha: nakladatelství ČVUT.

8. Seznam příloh

Příloha číslo 1: Místopis vztažných bodů.

Příloha číslo 2: Zápisníky velmi přesné nivelace.

Příloha číslo 3: Skript vytvořený v programu MATLAB R2018.

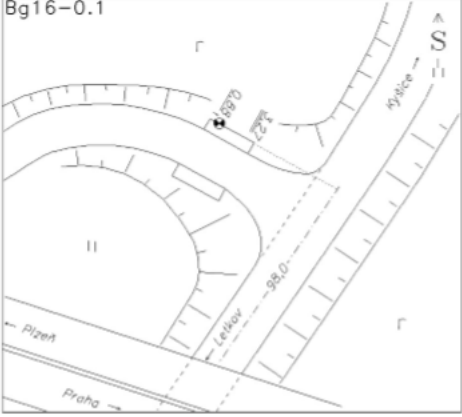
9. Přílohy

Příloha 1

NIVELAČNÍ ÚDAJE

Nivelační pořad: BI Plzeň-Praha						
Předchozí bod	Nivelační bod	Délka v km		Nadmořská výška Bpv	Výška z roku	
		odřezu	od počátku			
BI-16.5	BI-16.6	0.012	8.278	449.742 m	2008	
<p>Místopisný popis: Kyšice, tíhový bod</p>		<p>Místopis:</p>				
<p>Stav a stáří objektu: značka shora žulová deska 60x60x10 cm na betonovém podkladu hloubka založení 1,0 m chráněný společně s GDS betonovou skruží</p> <p>Poznámky:</p>		<p>Úz. jednotka: 340704901 Okres: Plzeň - sever Obec: KYŠICE Kat. území: KYŠICE U PLZNĚ Vlastník/parc. č.: /</p>				
ZM-50	12-33	SMO-5	Plzeň 6-5			
Druh zn.	Stupeň stab.	Stabilizoval	Druh bodu	Souřadnice v S-JTSK		
HT	2	Zůřad		Y	815295 m	dig.
	Druh stab.	Ing. Černý		X	1071044 m	
	J	2008				
Zeměpisná délka		Zeměpisná šířka		Gs	Gn	Ba
13° 28' 44,0"		49° 44' 45,0"		980945 mgal	981044 mgal	4 mgal
Datum: 19.5.2019						

NIVELAČNÍ ÚDAJE

Nivelační pořad: Bg16 Kyšice-Chrást															
Předchozí bod	Nivelační bod	Délka v km		Nadmožská výška Bpv	Výška z roku										
		odřezu	od počátku												
BI-17.2	Bg16-0.1	0.467	0.467	435.294 m	1997										
<p style="font-size: x-small;">Místopisný popis: Kyšice, silniční propustek</p>		<p style="font-size: x-small;">Místopis: Bg16-0.1</p> 													
<p style="font-size: x-small;">Stav a stáří objektu: značka 0,1 m pod hranou, 0,7 m nad zemí zachovalá betonová stavba z roku 1995</p> <p style="font-size: x-small;">Poznámky:</p>		<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="border: none; vertical-align: top; padding: 2px;">Úč. jednotka:</td> <td style="border: none; padding: 2px;">340704901</td> </tr> <tr> <td style="border: none; vertical-align: top; padding: 2px;">Okres:</td> <td style="border: none; padding: 2px;">Plzeň - sever</td> </tr> <tr> <td style="border: none; vertical-align: top; padding: 2px;">Obec:</td> <td style="border: none; padding: 2px;">KYŠICE</td> </tr> <tr> <td style="border: none; vertical-align: top; padding: 2px;">Kat. území:</td> <td style="border: none; padding: 2px;">KYŠICE U PLZNĚ</td> </tr> <tr> <td style="border: none; vertical-align: top; padding: 2px;">Vlastník/parc. č.:</td> <td style="border: none; padding: 2px;">/</td> </tr> </table>				Úč. jednotka:	340704901	Okres:	Plzeň - sever	Obec:	KYŠICE	Kat. území:	KYŠICE U PLZNĚ	Vlastník/parc. č.:	/
Úč. jednotka:	340704901														
Okres:	Plzeň - sever														
Obec:	KYŠICE														
Kat. území:	KYŠICE U PLZNĚ														
Vlastník/parc. č.:	/														
ZM-50	12-33	SMO-5	PLZEŇ 6-5												
Druh zn.	Stupeň stab.	Stabilizoval	Druh bodu	Souřadnice v S-JTSK											
Č VIa	4	Zůřad		Y	815158 m	dig.									
	Druh stab.	Bartůněk		X	1070853 m										
	J	1997													
Zeměpisná délka		Zeměpisná šířka	Gs	Gn	Ba										
13° 28' 49,0"		49° 44' 51,8"	980948 mgal	981043 mgal	4 mgal										
Datum: 19.5.2019															

Ynot Ynot

Zápisník pro přesnou nivelaci

+ Převýšení z I. stupnice m (1)	Čtení na lati vzad		+ Převýšení z II. stupnice m (3)	- Převýšení z I. stupnice m (4)	Čtení na lati vpřed		- Převýšení z II. stupnice m (6)	Délka záměr m (7)	Číslo latě (8)	Stručný místopis nivelačního bodu. Výpočet převýšení z obou stupnic opravený o korekci z délky laťového metru. (9)	Datum, čas, teplota, počasí, aj. (10)
	I. stupnice	II. stupnice			I. stupnice	II. stupnice					
	2 156 3				1 309 1			17,67		Přenos	
		2 156 5				1 304 1					
	2 424 0				0 687 2			18,37			
		2 428 9				0 687 2					
P4	2 409 9				0 913 7			21,09			
		2 409 8				0 913 7					
L4	1 299 2				0 615 9			15,26			
		1 299 2				0 615 9					
P3	0 535 4				0 885 6			20,72			
		0 535 7				0 885 6					
L3	2 548 3				1 831 7			21,89			
		2 548 3			1 831 7						
P2	1 795 5				2 130 1			17,01			
		1 795 5				2 130 1					
L2	2 431 6				1 673 0			19,01			
		2 431 6				1 673 0					
P1	1 655 7				1 402 5			14,31			
		1 655 7				1 402 5					
L1	2 664 3				1 400 6			19,68			
		2 664 3				1 400 6					
	2 533 4				0 381 5			18,91			
		2 533 4				0 381 5					
	2 718 7				0 468 2			19,29			
		2 718 7				0 468 2					
	2 687 6				0 464 7			19,33			
		2 687 5				0 464 7					
	2 717 1				1 054 0			28,70			
		2 717 1				1 054 0					

977,25 m

měřil: Petr Pavese
 přístroj: level DVA03
 teplota: 6°C
 Snáška: 725299

Credéncia 2, 3.05 - 1971

HSC 009 g1.00 - 2001

Vytiskla Hoval Star Company, Resio - Exapolis

Wyz. čísla: nivelování 62752, 62751


```

clear all; close all; clc;

%tam
vzad11=[0.9663, 0.3227, 0.3898, 0.3705, 1.9464, 1.9582, 1.6551, 2.1284,
1.8590, 0.9845, 0.5713, 0.9039, 0.7404, 1.3857];
vzad21=[0.9663, 0.3227, 0.3897, 0.3705, 1.9464, 1.9582, 1.6551, 2.1284,
1.8590, 0.9845, 0.5713, 0.9039, 0.7404, 1.3857];
vpred11=[2.6295, 2.5470, 2.7168, 2.5251, 2.7100, 1.7116, 2.4136, 1.7940,
2.5757, 0.6341, 1.2549, 2.3984, 2.4836, 2.2330];
vpred21=[2.6295, 2.5470, 2.7168, 2.5251, 2.7100, 1.7116, 2.4136, 1.7940,
2.5756, 0.6341, 1.2549, 2.3984, 2.4837, 2.2330];

%zpet
vzad12=[2.1563, 2.4290, 2.4099, 1.2992, 0.5354, 2.5483, 1.7955, 2.4316,
1.6558, 2.6643, 2.5334, 2.7987, 2.6876, 2.7171];
vzad22=[2.1563, 2.4289, 2.4098, 1.2992, 0.5354, 2.5483, 1.7955, 2.4316,
1.6557, 2.6643, 2.5334, 2.7987, 2.6875, 2.7171];
vpred12=[1.3091, 0.6872, 0.9137, 0.6159, 0.8856, 1.8317, 2.1301, 1.6730,
1.9025, 1.9006, 0.3815, 0.4682, 0.4641, 1.0540];
vpred22=[1.3091, 0.6872, 0.9137, 0.6159, 0.8856, 1.8317, 2.1301, 1.6730,
1.9025, 1.9006, 0.3815, 0.4681, 0.4641, 1.0540];

VZAD1=(vzad11+vzad21)/2;
VPRED1=(vpred11+vpred21)/2;
prevyseni1=VZAD1-VPRED1;

VZAD2=(vzad12+vzad22)/2;
VPRED2=(vpred12+vpred22)/2;
prevyseni2=VZAD2-VPRED2;

tam=sum(prevyseni1);
zpet=sum(prevyseni2);

Hvzt1= 449.742;
Hvzt2= 435.294;

delkytam=[28.55, 19.65, 19.34, 19.48, 19.34, 14.36, 11.16, 16.83, 20.01,
15.17, 15.26, 21.16, 18.70, 17.89];
delkyzpet=[17.67, 18.37, 21.03, 15.26, 20.22, 22.89, 17.04, 11.07, 14.31,
11.68, 18.91, 19.29, 19.33, 28.70];

```

```
delkysoustav=[sum(delkytam(1:4)),delkytam(5),delkytam(6),delkytam(7),delkytam(8),delkytam(9),delkytam(10),sum(delkyzpet(11:14)),delkyzpet(10),delkyzpet(9),delkyzpet(8),delkyzpet(7),delkyzpet(6),delkyzpet(5)];
```

```
c=mean(delkysoustav);
```

```
%vstupni hodnoty
```

```
H11=sum(prevyseni1(1:4));
```

```
H21=sum(prevyseni1(5:5));
```

```
H31=sum(prevyseni1(6:6));
```

```
H41=sum(prevyseni1(7:7));
```

```
H51=sum(prevyseni1(8:8));
```

```
H61=sum(prevyseni1(9:9));
```

```
H71=sum(prevyseni1(10:10));
```

```
H81=sum(prevyseni1(11:11));
```

```
H12=-sum(prevyseni2(11:14));
```

```
H22=-sum(prevyseni2(10:10));
```

```
H32=-sum(prevyseni2(9:9));
```

```
H42=-sum(prevyseni2(8:8));
```

```
H52=-sum(prevyseni2(7:7));
```

```
H62=-sum(prevyseni2(6:6));
```

```
H72=-sum(prevyseni2(5:5));
```

```
H82=-sum(prevyseni2(4:4));
```

```
x(1:16,1)=[H11;H21;H31;H41;H51;H61;H71;H81;H12;H22;H32;H42;H52;H62;H72;H82];
```

```
%priblizne souradnice neznamych bodu
```

```
H011=Hvzt1+sum(vzad21(1:4))-sum(vpred21(1:4));
```

```
H021=Hvzt1+sum(vzad21(1:5))-sum(vpred21(1:5));
```

```
H031=Hvzt1+sum(vzad21(1:6))-sum(vpred21(1:6));
```

```
H041=Hvzt1+sum(vzad21(1:7))-sum(vpred21(1:7));
```

```
H051=Hvzt1+sum(vzad21(1:8))-sum(vpred21(1:8));
```

```
H061=Hvzt1+sum(vzad21(1:9))-sum(vpred21(1:9));
```

```
H071=Hvzt1+sum(vzad21(1:10))-sum(vpred21(1:10));
```

```
H081=Hvzt1+sum(vzad21(1:11))-sum(vpred21(1:11));
```

```
H012=Hvzt1-(sum(vzad22(11:14))-sum(vpred22(11:14)));
```

```
H022=Hvzt1-(sum(vzad22(10:14))-sum(vpred22(10:14)));
```

```
H032=Hvzt1-(sum(vzad22(9:14))-sum(vpred22(9:14)));
```

```

H042=Hvzt1-(sum(vzad22(8:14))-sum(vpred22(8:14)));
H052=Hvzt1-(sum(vzad22(7:14))-sum(vpred22(7:14)));
H062=Hvzt1-(sum(vzad22(6:14))-sum(vpred22(6:14)));
H072=Hvzt1-(sum(vzad22(5:14))-sum(vpred22(5:14)));
H082=Hvzt1-(sum(vzad22(4:14))-sum(vpred22(4:14)));

%urcuji rovnice
a=449.742;
nez0=[(H011+H012)/2;(H021+H022)/2;(H031+H032)/2;(H041+H042)/2;(H051+H052)/2;
;(H061+H062)/2;(H071+H072)/2;(H081+H082)/2];

syms h01 h02 h03 h04 h05 h06 h07 h08
f=[h01-a;h02-h01;h03-h02;h04-h03;h05-h04;h06-h05;h07-h06;h08-h07;h01-a;h02-
h01;h03-h02;h04-h03;h05-h04;h06-h05;h07-h06;h08-h07];

nezs=[h01;h02;h03;h04;h05;h06;h07;h08];

%symbolicka matice planu

F=jacobian(f,nezs);

%matice planu

A=subs(F,nezs,nez0);
A1=double(A); %prevede do cisel

%vektor redukovanych mereni

ft0=subs(f,nezs,nez0);
ftheta0=double(ft0);
y=x-ftheta0;

%vahova matice

p(1:16)=[c/delkysoustav(1),c/delkysoustav(2),c/delkysoustav(3),c/delkysoustav(4),c/delkysoustav(5),c/delkysoustav(6),c/delkysoustav(7),c/delkysoustav(8),c/delkysoustav(1),c/delkysoustav(2),c/delkysoustav(3),c/delkysoustav(4),c/delkysoustav(5),c/delkysoustav(6),c/delkysoustav(7),c/delkysoustav(8)];

```

```

P=diag(p);

% Odhad prirustku k pribliznym hodnotam

dTheta=inv(A1'*P*A1)*A1'*P*y;

Theta=nez0+dTheta;

%vektor oprav

v1=A1*dTheta-y;

%jednotkova disperze
n=16; k=8;
sigma02=(v1'*P*v1)/(n-k); %bezrozmerna

%odhad kovariancni matice

SigmaTheta=sigma02*inv(A1'*P*A1);
    %chyby jednotlivych bodu
SigmaH1=sqrt(SigmaTheta(1,1));
SigmaH2=sqrt(SigmaTheta(2,2));
SigmaH3=sqrt(SigmaTheta(3,3));
SigmaH4=sqrt(SigmaTheta(4,4));
SigmaH5=sqrt(SigmaTheta(5,5));
SigmaH6=sqrt(SigmaTheta(6,6));
SigmaH7=sqrt(SigmaTheta(7,7));
SigmaH8=sqrt(SigmaTheta(8,8));

% posun

etapa0=[440.6067,441.3705,440.0946,440.8531,439.7120,440.4288,439.3796,440.
0634];
mereni=[440.6093,441.3729,440.0974,440.8560,439.7153,440.4319,439.3821,440.
0656];
posun=(mereni-etapa0)*1000;

etapa0chyba=[0 0 0 0 0 0 0 0];
merenichyba=[SigmaH1 SigmaH2 SigmaH3 SigmaH4 SigmaH5 SigmaH6 SigmaH7 SigmaH8];
chybaposunu=sqrt(etapa0chyba.^2+merenichyba.^2)*1000;

```