

Nová metoda vyšetření dynamických charakteristik nelineárního akčního členu mechatronické soustavy

J. Veleba¹

¹ Katedra teoretické elektrotechniky, Fakulta elektrotechnická, ZČU v Plzni,
Univerzitní 26, Plzeň
E-mail : jveleba@students.zcu.cz

Anotace:

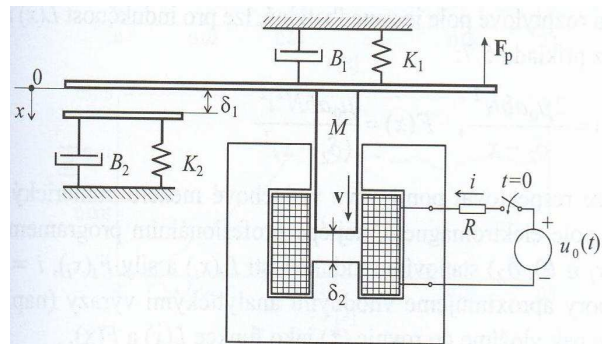
Tato práce se zabývá formulováním vhodného vývojového postupu pro teoretický výzkum analýzy dynamických charakteristik nelineárního akčního členu mechatronické soustavy. Uvažujeme aktuátor s bezhysterezním a nelineárním magnetickým obvodem, který je složen z magnetické, mechanické a elektrické části (napájecí obvod). Tento elektromechanický systém může být popsán kanonickou soustavou nelineárních diferenciálních rovnic 1. řádu pomocí metody stavových proměnných. Díky nelinearitě magnetického obvodu uvažujeme proměnnou permeabilitu plechů jádra. Proto je nezbytné vycházet z magnetizační křivky magnetického obvodu, abychom mohli spočítat permeabilitu, proměnnou indukčnost a magnetickou sílu v jednotlivých časech výpočtu. Tato daná soustava rovnic může být vyřešena numericky a pro vyřešení několik základních stavů (harmonický nebo stejnosměrný napájecí obvod) je možné použít vhodný profesionální software pro řešení diferenciálních rovnic (Matlab, Mathematica, apod.). Podle mé zkušenosti je nezbytné vyvinout speciální uživatelský program. Výstupní data jsou časové závislosti proudu i (elektrická stavová proměnná), rychlosti výchylky v a velikost výchylky x (mechanické stavové proměnné). V tomto článku je vytvořen matematický model a algoritmus pro numerické řešení výše popsané problematiky.

ÚVOD

K jednomu z nejintenzivněji se rozvíjejících moderních oborů současné doby patří robotika, která se zabývá výzkumem v oblasti stavby inteligentních mobilních robotů. Většina sestavených robotů využívá k realizaci svých pohybových aktivit akčního členu (tzv. aktuátoru). V technické praxi existuje celá řada různých typů aktuátorů. U některých robotů se používají jako aktuátor elektrické motory, jiné používají cívky (elektromagnetické obvody), hydraulický nebo pneumatický systém (systém řízený stlačeným plynem). V některých případech se mohou používat všechny tyto typy aktuátorů zároveň. Akční člen bez ohledu na jeho typ zajišťuje robotu mobilitu – např. spínání jeho elektromechanických obvodů či pohyb jeho robotických ramen včetně ovládání koncových nástrojů (tzv. end effectorů).

ELEKTROMECHANICKÝ OBVOD

Na obr. 1 je popsán zjednodušený elektromechanický obvod aktuátoru, který se skládá z elektrické (napájecí části), z magnetické části tvořené pevným magnetickým obvodem a pohyblivou kotvou, a z mechanické části skládající se z pružin o tuhostech K_1 a K_2 a z tlumení těchto pružin o konstantách B_1 a B_2 .



Obr. 1: Elektromechanický obvod

MATEMATICKÝ MODEL

Matematický model je popsán kanonickou soustavou nelineárních diferenciálních rovnic 1. řádu pro výpočet dynamických charakteristik (neboli časových závislostí proudu i (elektrická stavová proměnná), a dále rychlosti výchylky v a velikosti výchylky x (mechanické stavové proměnné)) – viz. (1). Jedná se o nelineární systém, neboť první rovnice z těchto tří uvedených je nelineární.

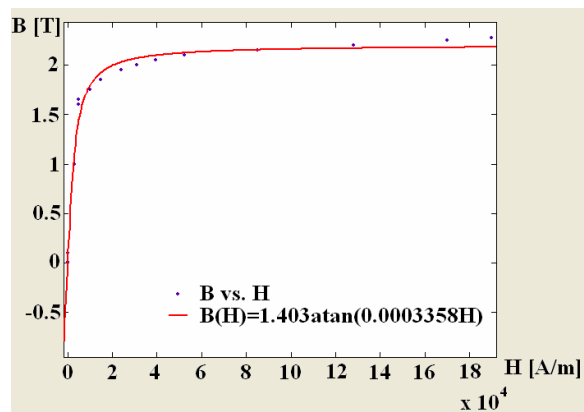
$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= -\frac{R}{L(x)}i - \frac{1}{L(x)}\frac{dL(x)}{dx}vi + \frac{1}{L(x)}u_0 \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{B_1}{M}v - \frac{K_1}{M}x - c(x)\frac{B_2}{M}v - \\ &\quad - c(x)\frac{K_2}{M}(x - \delta_1) - p(x)\frac{F_p}{M} + \frac{F(x,i)}{M} \\ \frac{dx}{dt} &= v \end{aligned} \quad (1)$$

Pro konstanty $c(x)$ a $p(x)$ platí:

$$\begin{aligned} c &= 0 \text{ pro } x \in (0; \delta_1), c = 1 \text{ pro } x \in (\delta_1; \delta_2) \\ p &= 0 \text{ pro } x \leq x_0 \text{ ("mrtvý chod")}, p = 1 \text{ pro } x > x_0 \end{aligned} \quad (2)$$

MAGNETIZAČ. CHARAKTERISTIKA AKTUÁTORU

Tato metoda vyšetření dynamických charakteristik nelineárního akčního členu je nová z toho důvodu, že je zde zvažována nelinearita magnetického obvodu, resp. vliv syčení železa, což vede ke zpřesnění získaných výsledků. Proto vycházíme z magnetizační charakteristiky magnetického obvodu (resp. křivky prvotní magnetizace) – viz. obr. 2. Body označené modře byly čerpány z magnetizační charakteristiky dynamových plechů. Aproximací těchto bodů (proložením metodou nejmenších čtverců) s využitím knihovny „Curve Fitting“ v Matlabu (verze 7.0) je získána křivka značena červeně s obecným předpisem: $B(H) = c \cdot \arctg(d \cdot H)$. Pozn.: Provedená aproximace je poměrně přesná ($R^2 = 0,9982$), hledané konstanty c, d – viz. obr. 2.



Obr. 2: Magnetizační charakteristika magnetického obvodu aktuátoru

VÝPOČET INDUKČNOSTI A MAGNETICKÉ SÍLY

Součástí výpočtu dynamických charakteristik je výpočet indukčnosti $L(x)$ a síly $F(x, i)$ v jednotlivých časových okamžicích výpočtu dynamických charakteristik.

Při zvažování konstantní permeability magnetického obvodu ($\mu_z = m = konst$) lze

magnetický obvod popsat soustavou rovnic (3) pro neznámé H_V a H_Z :

$$\begin{aligned} Ni &= H_V (\delta_2 - x) + H_Z (\ell + x) \\ \mu_0 H_V &= m H_Z \end{aligned} \quad (3)$$

Pozn.:

H_V – intenzita mag. pole ve vzduchové mezeře
 H_Z – intenzita magnetického pole v železe
 ℓ – střední délka magnetického obvodu
 N – počet závitů cívky

Následné řešení pro neznámé H_V a H_Z je:

$$\begin{aligned} H_V &= \frac{Ni}{\delta_2 - x + (\ell + x) \frac{\mu_0}{m}} \\ H_Z &= \frac{\mu_0}{m} \frac{Ni}{\delta_2 - x + (\ell + x) \frac{\mu_0}{m}} \end{aligned} \quad (4)$$

Součástí této nové metody je ale také zvažování nelinearity magnetického obvodu, tedy vlivu syčení, kdy platí: $B = \mu_z H_Z$, kde $\mu_z \neq konst$. Postup pro výpočet H_V a H_Z bude analogický.

Magnetický obvod popíšeme soustavou rovnic (3) navíc s uvedením vztahu $B = f(H_Z)$ pro magnetizační charakteristiku (obr. 2):

$$\begin{aligned} Ni &= H_V (\delta_2 - x) + H_Z (\ell + x) \\ \mu_0 H_V &= B(H_Z) = 1,403 \arctg(0,0003358 H_Z) \end{aligned} \quad (5)$$

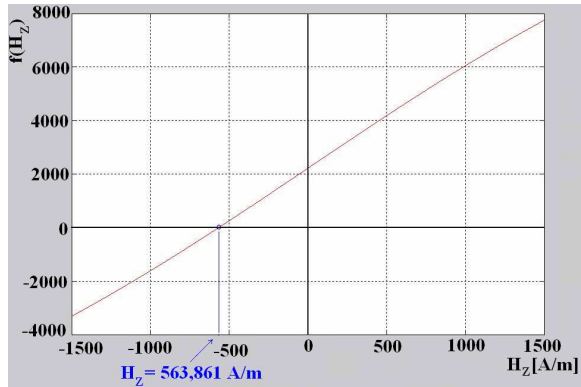
Řešením této soustavy se dostáváme k nelineární rovnici (6) pro neznámou H_Z ve tvaru:

$$Ni = \frac{1,403}{\mu_0} \arctg(0,0003358 H_Z) (\delta_2 - x) + H_Z (\ell + x) \quad (6)$$

Zavedeme funkci $f = f(H_Z)$ popisující danou nelineární rovnici:

$$\begin{aligned} f(H_Z) &= \\ &= \frac{1,403}{\mu_0} \arctg(0,0003358 H_Z) (\delta_2 - x) + \\ &+ H_Z (\ell + x) - Ni \end{aligned} \quad (7)$$

Na obr. 3 je znázorněn graf funkce (7) v časovém okamžiku $t = 0,015$ s. Další potřebné parametry: $N = 400$, $\delta_2 = 0,012$ m, $\ell = 0,2$ m. V časovém okamžiku $t = 0,015$ s. byly programem pro výpočet dynamických charakteristik zjištěny tyto velikosti proudu i a výhyšky x : $i = -5,518$ A, $x = 0,001967$ m.



Obr. 3: Graf funkce $f(H_Z)$ pro zadané hodnoty použitých parametrů

Funkce $f(H_Z)$ - viz. vzorec (7) popisující nelineární rovnici (6) je složena ze součtu dvou prostých funkcí, tzn. funkce (7) je v celém definičním oboru prostá. To znamená, že hledané řešení rovnice (6) bude pouze jedno. Jako numerické metody pro výpočet nelineární rovnice (6) se nabízí Newtonova metoda a metoda prosté iterace. Díky funkci 'arctg' je funkce (7) pozvolna monotónní, proto je použití Newtonovy metody nevhodné, neboť dosahujeme přesného výsledku až po provedení přibližně 10^4 iterací, což značně prodlužuje celý výpočet. Použitím metody prosté iterace dosahujeme přesného výsledku již cca po 10 – 20 iteracích a doba výpočtu je nesrovnatelně kratší.

Ze zjištěného H_Z poté dopočteme H_V podle vztahu (8) získaného řešením soustavy (5).

$$H_V = \frac{1,403}{\mu_0} \arctg(0,0003358 H_Z) \quad (8)$$

Získané H_V potřebujeme pouze pro výpočet permeability μ - viz. vzorec (9).

$$\mu = \frac{\mu_0 H_V}{H_Z} \quad (9)$$

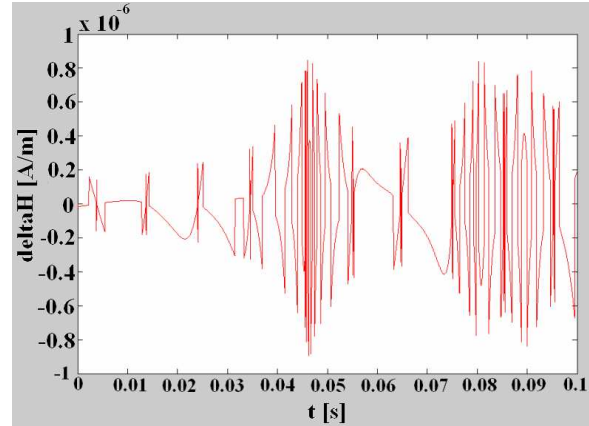
Dále spočteme celkový magnetický tok tekoucí magnetickým obvodem:

$$\Phi_C = N\mu_0 H_V S, \text{ kde } S = 2ab \quad (10)$$

Pozn.: parametry $2a, b$ – rozměry magnetického obvodu

Pro další výpočty vedoucí ke zjištění indukčnosti $L(x)$ a magnetické síly $F(x)$ budeme používat intenzitu H_V ze vztahu (4), který se používá, jak již bylo uvedeno, k výpočtu H_V za předpokladu, že $\mu_{Fe} = konst.$ Dopouštíme se tedy jisté chyby, neboť předpokládáme, že se permeabilita μ_{Fe} vypočtená

podle vztahu (9) v průběhu času přibližně nemění. Ale při vykreslení časové závislosti H_V pomocí vztahu (4) a (8) se dané grafy prolínají – viz. obr. 4 (vykreslena odchylka mezi oběma intenzitami H_V), což znamená, že chyba způsobená touto záměnou je prakticky zanedbatelná.



Obr. 4: Porovnání průběhů časové závislosti H_V podle vztahů (4) a (8)

Výhodou této záměny je fakt, že ve vztahu pro výpočet indukčnosti $L(x)$ – viz. vzorec (11) již dále nefiguruje závislost na proudu i , ale pouze na výchylce x , což značně zjednodušuje matematický model pro řešení dynamických charakteristik.

$$\begin{aligned} L(x) &= \frac{\Phi_C}{i} = \\ &= \frac{N\mu_0 S}{i} \frac{Ni}{\delta_2 - x + (\ell + x)\frac{\mu_0}{\mu}} = \\ &= \frac{2\mu_0 N^2 ab \mu}{(\delta_2 - x)\mu + (\ell + x)\mu_0} \end{aligned} \quad (11)$$

Magnetickou sílu $F(x, i)$ určíme z energie magnetického pole:

$$\begin{aligned} F(x, i) &= \\ &= \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} i^2 = \\ &= \frac{1}{2} i^2 \frac{2\mu_0 N^2 ab \mu (\mu - \mu_0)}{((\delta_2 - x)\mu + (\ell + x)\mu_0)^2} \end{aligned} \quad (12)$$

VYKRESLENÍ DYNAMICKÝCH CHARAKTERISTIK

Na závěr je provedeno vykreslení dynamických charakteristik pro zadaná vstupní data.

Elektromechanický obvod je popsán následujícími hodnotami parametrů:

- hodnoty elektromagnetického obvodu: $\ell = 0,2$ m, $a = 0,04$ m, $b = 0,04$ m, $R = 26$ Ω , $N = 400$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m.

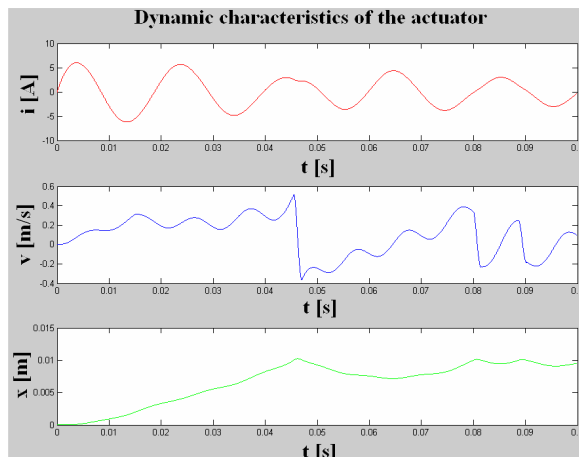
- hodnoty mechanického obvodu:

$M = 2$ kg, $B_1 = 50$ Ns/m, $B_2 = 1000$ Ns/m, $K_1 = 1000$ N/m, $K_2 = 8 \cdot 10^6$ N/m, $F_p = 60$ N, $x_0 = 0,002$ m, $\delta_1 = 0,01$ m, $\delta_2 = 0,012$ m.

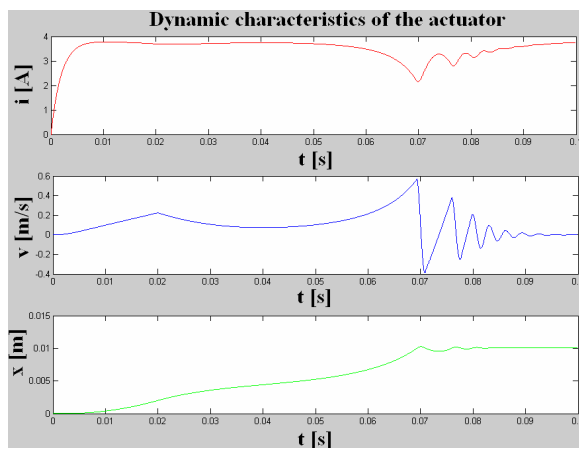
- napětí zdroje

a) $u_0 = 200\sin(2\pi f t + \pi/3)$ V, $f = 50$ Hz – viz. obr. 5

b) $u_0 = 100$ V – viz. obr. 6



Obr. 5: Dynamické charakteristiky pro harmonické napájení



Obr. 6: Dynamické charakteristiky pro stejnosměrné napájení

Při návrhu mechatronické elektromechanické soustavy je zapotřebí vyprojektovat takový systém, jehož chování splňuje dané požadavky, tj. je nutno provést syntézu tohoto systému – např. určit velikosti konstant pružin (K_1 a K_2 , popř. B_1 a B_2), tak, aby k odeznění přechodového děje a k sepnutí magnetického obvodu došlo do námi požadované doby. K tomu jsou nejvhodnější optimalizační nástroje knihovny „Optimization“ v Matlabu (verze 7.0).

LITERATURA

- [1] Mayer, D.: Elektrodynamika v energetice. Praha, 2005
- [2] Dušek, F.: Matlab a simulink. Univerzita Pardubice, 2000
- [3] Mayer, D.: Teorie elektromagnetického pole – 1. díl. Univerzita Plzeň, 2004

ZÁVĚR

V této práci byla navržena, počítačově implementována a na několika příkladech odzkoušena metoda analýzy modelu mobilní komponenty robotického systému. Pro zpřesnění získaných výsledků byla zvažována také nelinearita magnetického obvodu, avšak zohledněním například magnetické hystereze či rozptylových toků bychom dané výsledky mohli ještě více zpřesnit. K tomuto je však zapotřebí vhodnějších sofistikovaných programů – např. QuickField s použitím metody konečných prvků.