

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA
FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD
KATEDRA MATEMATIKY

Srovnání binomického a trinomického modelu oceňování opcí

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Šárka Štádlarová

Vedoucí práce:

Ing. Patrice Marek, Ph.D.

Plzeň, 2019

Oficiální zadání

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Plzni

.....

Šárka Štádlarová

Poděkování

Chtěla bych poděkovat vedoucímu práce Ing. Patrice Markovi, PhD. za odborné vedení této práce, za vstřícný přístup a čas věnovaný této práci, za cenné rady a podněty.

Abstrakt

V této práci jsou porovnávány binomické a trinomické modely pro oceňování opcí na reálných opčních kontraktech. Počet kroků pro ocenění je důležitý faktor ovlivňující výpočetní náročnost a přesnost výsledku, proto bylo definováno konvergenční kritérium, pomocí kterého je vypočten optimální počet kroků. Pro ocenění reálných opčních kontraktů byla použita historická i Yangova-Zhangova volatilita a výsledné modelové ceny byly porovnávány s tržní cenou. Pro vybrané modely byla testována citlivost na volatilitu z pohledu ceny i počtu kroků potřebných k ocenění. Závěrem jsou uvedena doporučení pro oceňování opčních kontraktů založená na porovnání jednotlivých modelových a tržních cen. Hlavním zjištěním je, že největší vliv na modelovou cenu opce má parametr volatility.

Klíčová slova

opce, put opce, call opce, americká opce, evropská opce, binomický model, trinomický model, konvergence, volatilita

Abstract

In this thesis, the Binomial and Trinomial model for option pricing are compared using the real option contracts. The number of the steps is an important factor influencing the computational demand and the precision of the results. Therefore, the convergence criterium was defined for determining the optimal number of steps. The Yang-Zhang and historical volatility were used for real option pricing. The model prices were compared with the market prices. For selected models, the price sensitivity to volatility as well as the influence of volatility to the number of steps was tested. In the end, the recommendation for option pricing, based on the comparison of individual model and market prices, is formulated. The main finding is that the volatility has the biggest influence on the price.

Key words

option, put option, call option, american option, european option, binomial model, trinomial model, convergence, stock volatility

Obsah

1	Úvod	15
2	Opce	17
2.1	Vstupní údaje	17
2.2	Základní druhy opcí	17
2.3	Způsob obchodování	18
3	Binomický model	19
3.1	Odvození binomického modelu	19
3.2	Binomický model Cox-Ross-Rubinstein	22
3.3	Binomický model Tian	23
3.4	Binomický model Jarrow-Rudd	24
3.5	Jarrow-Rudd rizikově neutrální binomický model	25
4	Trinomický model	26
4.1	Parametry trinomického modelu	26
4.2	Trinomický Boyle model	27
4.3	Trinomický model Tichý	29
4.4	Trinomický model Tian	30
4.5	Trinomický model Tian4	30
5	Dividendy	32
5.1	Odhad budoucích dividend	32
6	Počet kroků pro ocenění	34
6.1	Konvergence	34
6.2	Volba kritéria	34
6.3	Počet kroků	41
7	Bezriziková úroková míra	43
8	Volatilita	44

9	Ocenění	47
9.1	Odchylka modelu	48
9.2	Evropská opce na index	48
9.2.1	Opce SPX181221C03000000	49
9.2.2	Opce SPX190621P02900000	52
9.2.3	Opce RUT181221P01700000	53
9.2.4	Opce RUT180921C01650000	55
9.2.5	Další evropské opce	56
9.2.6	Shrnutí evropské opce	58
9.3	Americké opce na akcii s dividendou	59
9.3.1	Opce PG190418C00090000	59
9.3.2	Opce PG190118C00075000	62
9.3.3	Opce RDSA190118C00060000	63
9.3.4	Opce RDSA180921P00065000	64
9.3.5	Opce T200117P00035000	66
9.3.6	Opce TM181019P00120000	67
9.3.7	Opce WBA190118P00065000	69
9.3.8	Opce WBA181019C00065000	71
9.3.9	Další americké opce na akcii s dividendou	72
9.3.10	Shrnutí americké opce na akcii s dividendou	73
9.4	Americké opce na akcii bez dividendy	74
9.4.1	Opce BIIB181221C00350000	75
9.4.2	Opce BIIB180921P00350000	78
9.4.3	Opce TSLA190621P00200000	78
9.4.4	Opce TSLA180921C00050000	80
9.4.5	Další americké opce na akcii bez dividendy	81
9.4.6	Shrnutí americká opce na akcii bez dividendy	83
10	Citlivostní analýza	84
10.1	Citlivost SPX181221P03600000	85
10.2	Citlivost T200117P00035000	86

10.3 Citlivost BIIB181221C00350000	90
10.4 Citlivost PG190118C00075000	92
10.5 Citlivost RUT181221P01600000	94
10.6 Shrnutí citlivostní analýzy	95
11 Závěr	98
A Obsah přiloženého CD	102
B Příklad spuštění	103
C Tabulky evropská opce na index	105
D Tabulky americká opce na akcii s dividendou	113
E Tabulky americká opce na akcii bez dividendy	127

Seznam obrázků

3.1	Možné koncové stavy akcie pro jedno období	19
3.2	Možné koncové stavy opce pro jedno období	20
3.3	Možné koncové stavy akcie pro dvě období	21
3.4	Možné koncové stavy opce pro dvě období	21
3.5	Binomický strom pro parametrizaci dle Cox et al. (1979)	23
4.1	Možné koncové stavy akcie pro jedno období	26
4.2	Možné koncové stavy opce pro jedno období	26
4.3	Trinomický strom pro parametrizaci dle Boyle (1986)	29
6.1	Cena call opce dle CRR modelu v závislosti na počtu kroků n	35
6.2	Detail ceny call opce dle CRR modelu pro $n > 4$	35
6.3	Vývoj ceny evropské call opce s parametry $K = 95$, $S = 100$, $r = 0.05$, $\sigma = 0.25$, $T = 1$	37
6.4	Vývoj ceny americké put opce s parametry $K = 95$, $S = 100$, $r = 0.05$, $\sigma = 0.25$, $T = 1$	38
8.1	Vliv volatility na binomický model Jarrow-Rudd evropské call opce s parametry: $K = 45$, $S = 50$, $r = 0.05$, $T = 4/12$ a $n = 50$	44
8.2	Vliv volatility na trinomický model Boyle evropské call opce s para- metry: $K = 45$, $S = 50$, $r = 0.05$, $T = 4/12$ a $n = 50$	45
9.1	Vývoj hodnoty podkladových aktiv evropských opcí ve sledovaném období	49
9.2	Vývoj volatility vybraných indexů ve sledovaném období při využití 79denní historie pro její výpočet	49
9.3	Vývoj ceny opce S&P 500 v závislosti na počtu kroků	51
9.4	Vývoj ceny opce SPX181221C03000000	52
9.5	Vývoj ceny opce SPX190621P02900000	54
9.6	Vývoj ceny opce RUT181221P01700000	55
9.7	Vývoj ceny opce RUT180921C01650000	56
9.8	Vývoj hodnoty vybraných evropských opcí ve sledovaném období	58

9.9	Vývoj hodnoty podkladových aktiv amerických opcí ve sledovaném období	60
9.10	Vývoj volatility podkladových aktiv amerických opcí ve sledovaném období pro vybraný počet dní historie	61
9.11	Vývoj ceny opce PG190418C00090000	62
9.12	Vývoj ceny opce PG190118C00075000	63
9.13	Vývoj ceny opce RDSA190118C00060000	65
9.14	Vývoj ceny opce RDSA180921P00065000	66
9.15	Vývoj ceny opce T200117P00035000	68
9.16	Vývoj ceny opce TM181019P00120000	69
9.17	Vývoj ceny opce WBA190118P00065000	71
9.18	Vývoj ceny opce WBA181019C00065000	72
9.19	Vývoj hodnoty vybraných amerických opcí na akcii s dividendou ve sledovaném období	75
9.20	Vývoj hodnoty podkladových aktiv amerických opcí na akcii bez dividendy ve sledovaném období	76
9.21	Vývoj volatility podkladových aktiv amerických opcí bez dividendy ve sledovaném období	76
9.22	Vývoj ceny opce BIIB181221C00350000	77
9.23	Vývoj ceny opce BIIB180921P00350000	79
9.24	Vývoj ceny opce TSLA190621P00200000	80
9.25	Vývoj ceny opce TSLA180921C00050000	81
9.26	Vývoj hodnoty vybraných amerických opcí bez dividendy ve sledovaném období	82
10.1	Citlivost na volatilitu opce SPX181221P03600000	87
10.2	Vývoj ceny opce T200117P00035000 v závislosti na počtu kroků 6. den sledování. Vstupní hodnoty: $K = 35$ \$, $S = 32.60$ \$, $r = 0.034$, $T = 1.35$. Volatilita původního modelu $\sigma_{hist} = 0.2034$	88
10.3	Citlivost na volatilitu opce T200117P00035000	90
10.4	Citlivost na volatilitu opce BIIB181221C00350000	92
10.5	Citlivost na volatilitu opce PG190118C00075000	94

10.6	Citlivost na volatilitu opce RUT181221P01600000	95
10.7	Vývoj ceny opce RUT181221P01600000 v závislosti na počtu kroků 12. den sledování. Vstupní hodnoty: $K = 1600$ \$, $S = 1709.8$ \$, $r = 0.0055$, $T = 0.2548$. Volatilita původního modelu $\sigma_{hist} = 0.1081$, $\sigma_{YZ} = 0.1264$	96
B.1	Ocenění kontraktu	103
B.2	Maximální počet kroků k ocenění	104

Seznam tabulek

4.1	Hodnoty pravděpodobností při různé volbě λ	28
5.1	Odhad budoucích dividend	33
6.1	Počet kroků pro splnění zastavovacího kritéria pro call opci	39
6.2	Počet kroků pro splnění zastavovacího kritéria pro jednotlivé modely pro put opci s parametry: $K = 95$, $S = 100$, $r = 0.05$, $\sigma = 0.25$, $T = 1$	40
6.3	Porovnání cen se spojitým Blackovým-Scholesovým modelem pro call opci	41
6.4	Porovnání cen se spojitým Blackovým-Scholesovým modelem pro put opci	42
9.1	Průměrný počet kroků pro SPX181221C03000000	50
9.2	Průměrná odchylka modelu pro SPX181221C03000000	51
9.3	Další evropské opce bez dividend	57
9.4	Další americké opce s dividendou	74
9.5	Další evropské opce bez dividend	82
10.1	Průměrný počet kroků při změně volatility pro SPX181221P03600000	86
10.2	Průměrná absolutní odchylka od původního modelu v dolarech pro SPX181221P03600000	86
10.3	Průměrná relativní odchylka od původního modelu v procentech pro SPX181221P03600000	86
10.4	Průměrný počet kroků při změně volatility pro T200117P00035000 . .	87
10.5	Průměrná absolutní odchylka od původního modelu v dolarech pro T200117P00035000	89
10.6	Průměrná relativní odchylka od původního modelu v procentech pro T200117P00035000	89
10.7	Průměrný počet kroků při změně volatility pro BIIB181221C00350000	91
10.8	Průměrná absolutní odchylka od původního modelu v dolarech pro BIIB181221C00350000	91
10.9	Průměrná relativní odchylka od původního modelu v procentech pro BIIB181221C00350000	91

10.10	Průměrný počet kroků při změně volatilitý pro PG190118C00075000	93
10.11	Průměrná absolutní odchylka od původního modelu v dolarech pro PG190118C00075000	93
10.12	Průměrná relativní odchylka od původního modelu v procentech pro PG190118C00075000	93
C.1	Průměrný počet kroků pro SPX190621P02900000	105
C.2	Průměrná odchylka modelu pro SPX190621P02900000	105
C.3	Průměrný počet kroků pro SPX180921P03000000	106
C.4	Průměrná odchylka modelu pro SPX180921P03000000	106
C.5	Průměrný počet kroků pro SPX180921C02400000	107
C.6	Průměrná odchylka modelu pro SPX180921C02400000	107
C.7	Průměrný počet kroků pro SPX181221P03600000	108
C.8	Průměrná odchylka modelu pro SPX181221P03600000	108
C.9	Průměrný počet kroků pro RUT181221P01700000	109
C.10	Průměrná odchylka modelu pro RUT181221P01700000	109
C.11	Průměrný počet kroků pro RUT180921C01650000	110
C.12	Průměrná odchylka modelu pro RUT180921C01650000	110
C.13	Průměrný počet kroků pro RUT190621P01500000	111
C.14	Průměrná odchylka modelu pro RUT190621P01500000	111
C.15	Průměrný počet kroků pro RUT181221P01600000	112
C.16	Průměrná odchylka modelu pro RUT181221P01600000	112
D.1	Průměrný počet kroků pro PG190418C00090000	113
D.2	Průměrná odchylka modelu pro PG190418C00090000	113
D.3	Průměrný počet kroků pro PG190118C00075000	114
D.4	Průměrná odchylka modelu pro PG190118C00075000	114
D.5	Průměrný počet kroků pro PG181019C00080000	115
D.6	Průměrná odchylka modelu pro PG181019C00080000	115
D.7	Průměrný počet kroků pro RDSA180921P00065000	116
D.8	Průměrná odchylka modelu pro RDSA180921P00065000	116
D.9	Průměrný počet kroků pro RDSA190118C00060000	117
D.10	Průměrná odchylka modelu pro RDSA190118C00060000	117

D.11	Průměrný počet kroků pro RDSA190118C00075000	118
D.12	Průměrná odchylka modelu pro RDSA190118C00075000	118
D.13	Průměrný počet kroků pro T200117P00035000	119
D.14	Průměrná odchylka modelu pro T200117P00035000	119
D.15	Průměrný počet kroků pro T190118P00033000	120
D.16	Průměrná odchylka modelu pro T190118P00033000	120
D.17	Průměrný počet kroků pro T180921C0003000	121
D.18	Průměrná odchylka modelu pro T180921C0003000	121
D.19	Průměrný počet kroků pro TM181019P00120000	122
D.20	Průměrná odchylka modelu pro TM181019P00120000	122
D.21	Průměrný počet kroků pro TM190118C00130000	123
D.22	Průměrná odchylka modelu pro TM190118C00130000	123
D.23	Průměrný počet kroků pro TM180921C00125000	124
D.24	Průměrná odchylka modelu pro TM180921C00125000	124
D.25	Průměrný počet kroků pro WBA190118P00065000	125
D.26	Průměrná odchylka modelu pro WBA190118P00065000	125
D.27	Průměrný počet kroků pro WBA181019C00065000	126
D.28	Průměrná odchylka modelu pro WBA181019C00065000	126
E.1	Průměrný počet kroků pro BIIB181221C00350000	127
E.2	Průměrná odchylka modelu pro BIIB181221C00350000	127
E.3	Průměrný počet kroků pro BIIB180921P00350000	128
E.4	Průměrná odchylka modelu pro BIIB180921P00350000	128
E.5	Průměrný počet kroků pro BIIB181221C00340000	129
E.6	Průměrná odchylka modelu pro BIIB181221C00340000	129
E.7	Průměrný počet kroků pro BIIB181221P00330000	130
E.8	Průměrná odchylka modelu pro BIIB181221P00330000	130
E.9	Průměrný počet kroků pro TSLA190621P00200000	131
E.10	Průměrná odchylka modelu pro TSLA190621P00200000	131
E.11	Průměrný počet kroků pro TSLA180921C00050000	132
E.12	Průměrná odchylka modelu pro TSLA180921C00050000	132

1 Úvod

Cílem práce je porovnat chování vybraných binomických a trinomických modelů na reálných datech. Vzhledem k tomu, že historická data opcí nejsou veřejně dostupná, byla tato data postupně získávána z portálu z <https://finance.yahoo.com> po dobu jednoho měsíce.

V předchozích pracích, zejména Tian (1993), Boyle (1986) a Cox et al. (1979) jsou diskrétní binomické a trinomické modely testovány pouze na modelové opci pro rozdílný počet kroků algoritmu. Tyto výsledky jsou potom porovnávány se spojeným Blackovým-Scholesovým modelem.

V této práci jsou binomické a trinomické modely testovány na reálných opčních kontraktech a porovnávány s tržní cenou. Vzhledem k tomu, že v dostupné literatuře není uvedeno doporučení, jaký počet kroků pro ocenění používat, je definováno vlastní kritérium pro výpočet optimálního počtu kroků.

V první části práce je stručně definován pojem opce a popsán způsob jejich obchodování. Následně je odvozen binomický model a definovány jednotlivé modely, které jsou testovány, včetně jejich úpravy, pokud podkladové aktivum vyplácí dividendu.

Rychlostí konvergence jednotlivých modelů a volbě kritéria pro výpočet optimálního počtu kroků pro ocenění se zabývá kapitola 6.

Kapitola 7 se věnuje odhadu bezrizikové úrokové míry pomocí státních dluhopisů.

V kapitole 8 jsou představeny dva způsoby odhadu volatility a je naznačen vliv volatility na modelovou cenu. Téma volatility je více diskutováno jak v rámci samotného oceňování opcí, tak v rámci citlivostní analýzy.

Vlastnímu ocenění opcí se věnuje kapitola 9, kde je nejprve definována odchylka modelové a tržní ceny a následně jsou modely aplikovány na různé opční kontrakty. Kontrakty jsou rozděleny do skupin dle typu opce a podkladového aktiva. Pro ocenění jsou použity výhradně vlastní implementace, integrované funkce v Matlabu byly využity pouze pro kontrolu správnosti. Dále byly výsledky porovnávány s modelovými opcemi v Tichý (2006) a Tian (1993).

Citlivostní analýza v kapitole 10 se věnuje především vlivu volatility na modelovou cenu a na optimální počet kroků potřebných pro ocenění.

V rámci kapitoly 9 a 10 budou formulovány dílčí závěry na základě dílčích výsledků modelů. V kapitole 11 jsou formulovány obecnější závěry ohledně chování diskretních modelů.

2 Opce

Kwok (2008) definuje opci jako finanční derivát, jehož držitel má právo, nikoli však povinnost, zakoupit či prodat podkladové aktivum za předem dohodnutou cenu.

2.1 Vstupní údaje

Opce jsou charakterizovány několika základními údaji. Těmito vstupy jsou dle Hull a Basu (2016) realizační cena opce, nebo také strike K , což je předem sjednaná částka, za kterou může držitel opce zakoupit či prodat podkladové aktivum. Dalším důležitým údajem je doba do expirace T , která je uváděná v rocích. Opce mohou být v závislosti na jejich typu uplatňovány buď pouze v čase expirace, nebo v celém časovém intervalu od vypsání až do expirace, nicméně nikdy nemohou být uplatněny po době expirace.

2.2 Základní druhy opcí

Hull a Basu (2016) uvádí několik možností dělení opcí. Dle podkladového aktiva můžeme opce rozlišit na akciové, měnové, indexové, opce na futures a úrokové opce. U vybraných opčních kontraktů v této práci se jedná o akciové a indexové opce.

Dle práva dělíme opce na call a put opce. Call opce dává držiteli právo koupit podkladové aktivum za realizační cenu a put opce naopak právo podkladové aktivum za realizační cenu prodat. V souvislosti s nákupem a prodejem si uvedeme dvě základní pozice. Investor kupující opci je v tzv. long pozici a má právo využít opce, zatímco prodejce opce je v tzv. short pozici a na základě žádosti kupujícího je povinen koupit či prodat podkladové aktivum za sjednanou cenu.

Dle možnosti realizace rozlišujeme opce na evropské a americké. Evropské opce je možné uplatnit pouze k datu expirace, zatímco opce americké mohou být uplatněny po celou dobu od vypsání opce až do její expirace. Tento rozdíl se projeví i na ceně opce. Pokud podkladová akcie nevyplácí dividendu, je cena evropské call opce v době expirace $\max[0, S - K]$, kde S je cena podkladového aktiva v době expirace. V případě americké call opce, nevyplácející dividendu, se předčasné uplatnění opce nevyplatí. Při předčasném uplatnění získá investor částku $S_t - K$, kde S_t je cena

aktiva v čase t kdy $t < T$. Pro cenu call opce C_t v čase t však platí $C_t \geq S_t - RC$, proto je výhodnější opci na trhu prodat, než ji uplatňovat a možnost předčasného uplatnění nepřináší žádnou výhodu. Cena americké call opce nevyplácející dividendu bude stejná jako cena ekvivalentní evropské opce.

U put opce se již rozdíl projeví. Cena evropské put opce je v době expirace $\max[0, K - S]$. U americké put opce může být výhodné opci předčasně uplatnit a peníze uložit za bezrizikovou úrokovou míru. V případě, že je výhodné opci předčasně uplatnit, tak je toto dodatečné právo americké opce zpoplatněno a opce bude dražší než její ekvivalent evropské opce. Dodatečné právo však nemůže mít zápornou cenu, tudíž bude cena americké put opce větší nebo rovna ceně evropské put opce. Pokud podkladová akcie vyplácí dividendu, tak cena americké call opce již nemusí být shodná s cenou evropské call opce. V tomto případě totiž může být výhodné opci předčasně uplatnit a získat tak nárok na dividendu, kterou akcie vyplácí. Toto dodatečné právo má opět svou cenu a stejně jako v případě amerických put opcí bude v tomto případě cena americké call opce větší nebo rovna ceně jejího evropského ekvivalentu. Při oceňování opcí vycházíme z toho, že cena opce nemůže být menší než nula, protože pokud pro držitele není výhodné opci uplatnit, tak ji uplatňovat nemusí.

Podrobné členění opcí a odvození mezí call a put opcí lze nalézt v Hull a Basu (2016), Kwok (2008) či Kolb (1995).

2.3 Způsob obchodování

Veškeré opce, které budou v práci oceňovány, jsou burzovní opce. Dle způsobu obchodování rozděluje Hull a Basu (2016) opce na burzovní a OTC (over the counter). Pro burzovní opce je charakteristické, že jsou standardizované, likvidní a transparentní. Výhodou burzovních opcí je, že riziko nesplnění závazku je minimální. Druhým typem jsou OTC opce, které nejsou obchodovány na burze, jsou přizpůsobeny přání zákazníka. Nevýhodou tohoto typu opcí je větší riziko nedodržení závazku a malá likvidita.

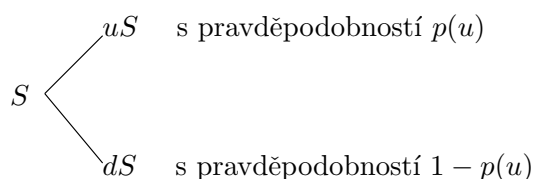
3 Binomický model

3.1 Odvození binomického modelu

Pro binomický model dle Cox et al. (1979) uvažujeme předpoklad dokonalého trhu (více v Flood et al. (1991)) a diskrétní vývoj cen. Dále předpokládáme, že akcie nevyplácí dividendu. Základní myšlenka binomického modelu vychází z toho, že při splnění výše uvedených předpokladů jsme schopni dopočítat, jaká musí být cena aktiva, aby nedocházelo k arbitrážnímu zisku. Cox et al. (1979) vychází při tvorbě obecného modelu nejprve z modelu pro jedno období. Předpokládáme, že na konci každého období jsou dva možné stavy:

- cena akcie vzroste s pravděpodobností $p(u)$ na hodnotu uS , kde $u - 1$ je míra růstu aktiva, nebo
- cena akcie klesne s pravděpodobností $p(d)$ na hodnotu dS , kde $d - 1$ je míra poklesu aktiva.

Možné koncové stavy akcie pro jedno období jsou znázorněny na obrázku 3.1.

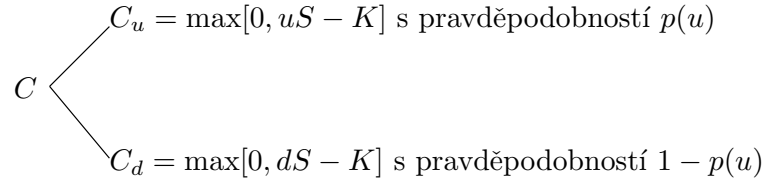


Obrázek 3.1: Možné koncové stavy akcie pro jedno období

Dále uvažujeme konstantní bezrizikovou úrokovou míru r , za kterou si mohou subjekty na trhu půjčovat. Aby byl dodržen předpoklad, že nesmí být možné dosahovat arbitrážního zisku, musí platit vztah $u > 1 + r > d$. Nechť C je současná hodnota call opce a na konci periody opět uvažujeme dva možné stavy:

- C_u je cena call opce v případě, že cena akcie vzrostla na uS a
- C_d je cena call opce v případě, že cena akcie klesla na dS .

Z racionálního hlediska má smysl uplatňovat call opci v případě, že v čase expirace platí $uS - K > 0$, popřípadě $dS - K > 0$, kde K je realizační cena opce. Odtud potom pro evropskou call opci $C_u = \max[0, uS - K]$ a $C_d = \max[0, dS - K]$. Obrázek 3.2 ukazuje možné koncové stavy evropské call opce pro jedno období.



Obrázek 3.2: Možné koncové stavy opce pro jedno období

Předpokládejme, že v čase $T - 1$ zakoupíme Δ akcií za cenu S , na to si zapůjčíme část prostředků v hodnotě B za bezrizikovou úrokovou míru r . Cena takového portfolia je $\Delta S + B$. Proměnné Δ a B jsou voleny tak, aby výnosnost replikačního portfolia složeného z ΔS a B byla v čase T rovna ceně opce, a tudíž platí tyto rovnosti:

$$\Delta uS + (1 + r)B = C_u,$$

$$\Delta dS + (1 + r)B = C_d,$$

potom

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{(u - d)S},$$

$$B = \frac{uC_d - dC_u}{(u - d)(1 + r)}.$$

S takto zvolenou strategií dosahujeme stejných výnosů jako při koupi call opce a odtud:

$$C = \Delta S + B, \tag{1}$$

což si po dosazení za Δ a B můžeme vyjádřit následovně:

$$C = \frac{C_u - C_d}{u - d} + \frac{uC_d - dC_u}{(u - d)(1 + r)}, \tag{2}$$

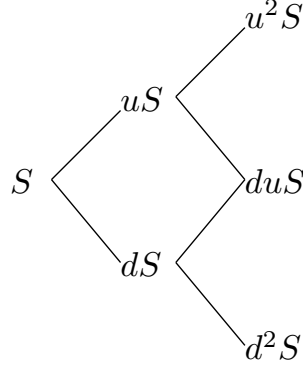
$$C = \frac{pC_u}{1 + r} + \frac{(1 - p)C_d}{1 + r}, \tag{3}$$

kde

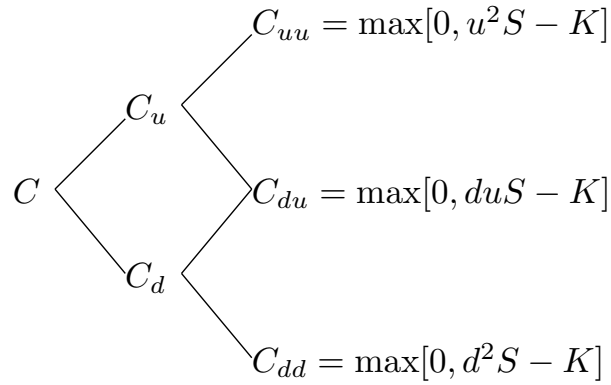
$$p = \frac{1 + r - d}{u - d}. \tag{4}$$

Proměnná p reprezentuje rizikově neutrální pravděpodobnost růstu. Nejedná se o skutečnou pravděpodobnost, ale o pravděpodobnost syntetickou. Skutečné pravděpodobnosti $p(u)$ a $p(d)$ jsou neznámé a v modelu již nefigurují.

Pokud rozšíříme model na dvě časová období, uvažujeme tři možné koncové stavy. Obrázek 3.3 znázorňuje možné stavy akcie a obrázek 3.4 možné stavy opce pro dvě období.



Obrázek 3.3: Možné koncové stavy akcie pro dvě období



Obrázek 3.4: Možné koncové stavy opce pro dvě období

Předpokládáme $ud = 1$, aby se setkávaly koncové stavy binomického stromu, a pomocí koncových stavů můžeme vyjádřit hodnotu opce v období předchozím takto:

$$\begin{aligned}
 C_u &= \frac{pC_{uu}}{1+r} + \frac{(1-p)C_{ud}}{1+r}, \\
 C_d &= \frac{pC_{du}}{1+r} + \frac{(1-p)C_{dd}}{1+r}, \\
 C &= \frac{p^2C_{uu} + 2p(1-p)C_{ud} + (1-p)^2C_{dd}}{(1+r)^2}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Binomický model pro n období dle Cox et al. (1979) pak vypadá následovně:

$$C = \left\{ \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} C_{u^j d^{n-j}} \right\} (1+r)^{-n}, \quad (6)$$

kde $u^j d^{n-j} S$ je hodnota akcie po j vzestupech a $n-j$ poklesech a $C_{u^j d^{n-j}}$ představuje hodnotu opce na konci n tého období.

Předchozí výraz lze zapsat také následovně:

$$C = S \left\{ \sum_{j=l}^n \binom{n}{j} \hat{p}^j (1-\hat{p})^{n-j} \right\} - K \left\{ \sum_{j=l}^n \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} \right\} (1+r)^{-n}, \quad (7)$$

kde

$$\hat{p} = \frac{u}{1+r} p$$

a index l označuje nejmenší číslo takové, že $u^l d^{n-l} S > K$, tedy má smysl opci uplatňovat. Pro každé $j < l$ platí $C_{u^j d^{n-j}} = 0$, zatímco pro $j \geq l$ platí $C_{u^j d^{n-j}} = u^j d^{n-j} S - K$.

3.2 Binomický model Cox-Ross-Rubinstein

Parametry u a d binomického modelu dle Cox et al. (1979) (dále CRR model) jsou definovány tak, aby pro $n \rightarrow \infty$ model konvergoval ke spojitému Blackovu-Scholesovu modelu. Parametry jsou pak následující:

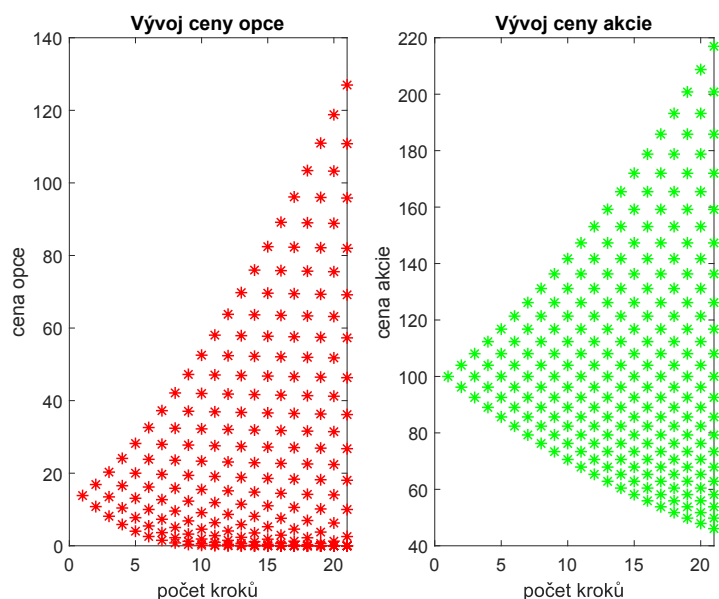
$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{(u - d)\Delta t},$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}},$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}},$$

přičemž σ je volatilita podkladového aktiva, Δt je délka kroku a platí $\Delta t = T/n$, kde T je doba do expirace v rocích a n je počet kroků.

Obrázek 3.5 ukazuje vývoj binomického stromu evropské call opce pro ceny akcií a ceny opcí pro vstupní hodnoty $K = 90$, $S = 100$, $r = 0.05$, $\sigma = 0.3$, $T = 4/12$, $n = 20$. Nulové hodnoty na levém obrázku vznikají, když cena akcie klesne pod 90, v ten okamžik nemá smysl call opci uplatňovat.



Obrázek 3.5: Binomický strom pro parametrizaci dle Cox et al. (1979)

3.3 Binomický model Tian

Binomický model dle Tian (1993) konverguje stejně jako model od Cox et al. (1979) ke spojitému Blackovu-Scholesovu modelu. Tian (1993) se při volbě parametrů zaměřuje na první tři momenty. Parametry jsou voleny tak, aby první tři momenty diskrétního rozdělení ceny akcie dle binomického modelu byly rovny prvním třem momentům spojitého lognormálního rozdělení ceny akcie. Toto můžeme zapsat pomocí rovnic následovně¹:

- střední hodnota diskrétního rozdělení ceny akcie dle binomického modelu je rovna střední hodnotě spojitého lognormálního rozdělení ceny akcie, z čehož získáme:

$$pu + (1 - p)d = M, \quad (8)$$

- rozptyl diskrétního rozdělení ceny akcie dle binomického modelu je roven rozptylu spojitého lognormálního rozdělení ceny akcie:

$$pu^2 + (1 - p)d^2 = M^2V, \quad (9)$$

¹Rovnice jsou po vykrácení S.

- šikmost diskrétního rozdělení ceny akcie dle binomického modelu je rovna šikmosti spojitého lognormálního rozdělení ceny akcie:

$$pu^3 + (1-p)d^3 = M^3V^3, \quad (10)$$

kde

$$M = e^{r\Delta t},$$

$$V = e^{\sigma^2\Delta t}.$$

Nyní máme tři rovnice pro tři neznámé u , d a p . Konkrétní volba parametrů u , d a p dle Tian (1993) je pak následující:

$$u = \frac{MV}{2}(V + 1 + \sqrt{V^2 + 2V - 3}),$$

$$d = \frac{MV}{2}(V + 1 - \sqrt{V^2 + 2V - 3}),$$

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}.$$

Tian (1993) dále uvádí, že na základě provedených numerických experimentů konverguje Tianův binomický model k Blackovu-Scholesovu rychleji, než původní binomický model uvedený v Cox et al. (1979). Více o rychlosti konvergence lze nalézt v Tian (1993) či Leisen (1998).

3.4 Binomický model Jarrow-Rudd

Parametrizace binomického modelu dle Jarrow a Rudd (1983) (dále JR model) volí shodnou pravděpodobnost růstu a poklesu $p = 1/2$ a s takto zvoleným p není model rizikově neutrální jako modely předchozí. Parametry jsou voleny následovně:

$$u = e^{(r - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}},$$

$$d = e^{(r - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t - \sigma\sqrt{\Delta t}},$$

$$p = \frac{1}{2}.$$

3.5 Jarrow-Rudd rizikově neutrální binomický model

Rizikově neutrální model Jarrow-Rudd (JRn model) vznikne změnou parametru p v modelu Jarrow-Rudd. Jak bylo uvedeno výše, zjednodušená volba $p = 1/2$ nevede na rizikově neutrální model. Jarrow a Turnbull (2000) pak volí rizikově neutrální parametr p ve smyslu rovnice (4) následovně:

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}.$$

Proměnné u a d jsou voleny shodně jako v binomickém modelu Jarrow-Rudd.

4 Trinomický model

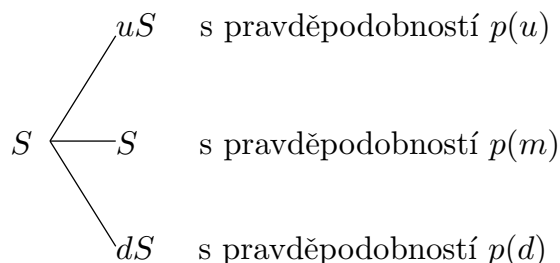
4.1 Parametry trinomického modelu

Základní myšlenka trinomického modelu vychází z binomického modelu dle Cox et al. (1979). Pro trinomický model dle Boyle (1986) uvažujeme tři možné koncové stavy akcie:

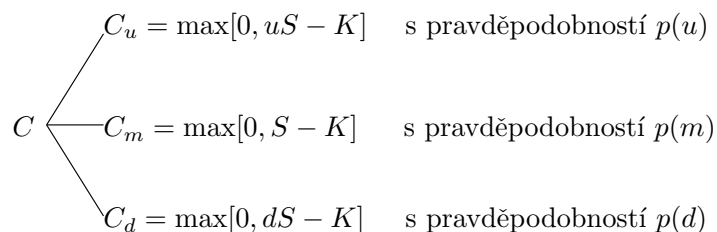
- cena akcie vzroste s pravděpodobností $p(u)$ na hodnotu uS , kde $u - 1$ je míra růstu aktiva,
- cena akcie klesne s pravděpodobností $p(d)$ na hodnotu dS , kde $d - 1$ je míra růstu aktiva a
- s pravděpodobností $p(m)$ bude cena aktiva mS , kde m je míra středního pohybu aktiva.

V původním trinomickém modelu uvažujeme $m = 1$, ale v dalších modifikacích modelu již může být m různé od jedné.

Možné koncové stavy akcie pro jedno období jsou znázorněny na obrázku 4.1. Na obrázku 4.2 jsou znázorněny možné koncové stavy opce.



Obrázek 4.1: Možné koncové stavy akcie pro jedno období



Obrázek 4.2: Možné koncové stavy opce pro jedno období

Úpravou rovnice (3) pro ocenění evropské call opce na jedno období použité pro binomický strom, kde zohledníme možnost středního pohybu, získáme následující vzorec pro trinomický strom:

$$C = e^{-r\Delta t}(p(u)C_u + p(m)C_m + p(d)C_d). \quad (11)$$

Trinomický strom je výpočetně nejefektivnější, pokud dochází ke spojování větví a růst ceny následovaný poklesem je ekvivalentní s variantou dvou středních pohybů akcie a variantou poklesu následovaného růstem, tedy $ud = m^2 = du$.

Pro parametry modelu dle Boyle (1986) platí, že $m = 1$ a dále musí splňovat následující podmínky:

- součet pravděpodobností je roven jedné:

$$p(u) + p(m) + p(d) = 1, \quad (12)$$

- střední hodnota diskrétního rozdělení ceny akcie je rovna střední hodnotě spojitěho lognormálního rozdělení ceny akcie, tj. střední hodnota koncových stavů akcie po jednom období je rovna bezrizikovému výnosu, který bychom obdrželi při uložení částky S za bezrizikovou úrokovou míru:

$$p(u)Su + p(m)S + p(d)Sd = Se^{r\Delta t}, \quad (13)$$

- rozptyl diskrétního rozdělení ceny akcie po jednom období je roven rozptylu spojitěho lognormálního rozdělení ceny akcie:

$$\begin{aligned} p(u)(S^2u^2 - (Se^{r\Delta t})^2) + p(m)(S^2 - (Se^{r\Delta t})^2) \\ + p(d)(S^2d^2 - (Se^{r\Delta t})^2) = S^2e^{\sigma^2\Delta t}. \end{aligned} \quad (14)$$

4.2 Trinomický Boyle model

Nejprve si zavedeme pomocné proměnné M a V , kde

$$M = e^{r\Delta t},$$

$$V = M^2(e^{\sigma^2\Delta t} - 1).$$

Tabulka 4.1: Hodnoty pravděpodobností při různé volbě λ

λ	Pravděpodobnosti		
	$p(u)$	$p(m)$	$p(d)$
1.00	0.5539	-0.0184	0.4646
1.10	0.4610	0.1592	0.3798
1.20	0.3900	0.2943	0.3156
1.30	0.3346	0.3995	0.2659
1.70	0.2008	0.6510	0.1482
2.00	0.1477	0.7493	0.1030

Boyle (1986) pak volí konkrétní parametry modelu následovně:

$$m = 1,$$

$$u = e^{\lambda\sigma\sqrt{\Delta t}},$$

$$d = \frac{1}{u},$$

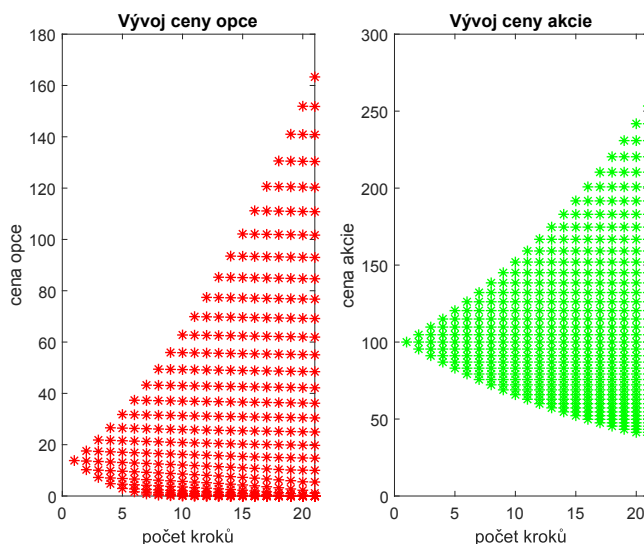
$$p(u) = \frac{(V + M^2 - M)u - (M - 1)}{(u - 1)(u^2 - 1)},$$

$$p(d) = \frac{(V + M^2 - M)u^2 - u^3(M - 1)}{(u - 1)(u^2 - 1)}.$$

Boyle (1986) dále uvádí, že volba λ musí být větší než 1, aby nevycházely záporné pravděpodobnosti. Při numerických experimentech bylo dosaženo nejlepších výsledků, když si byly hodnoty pravděpodobností podobné. Tomu odpovídá hodnota $\lambda = 1.2$. Při této volbě λ jsou si hodnoty $p(u)$, $p(d)$ a $p(m)$ nejbližší. Boyle (1988) uvádí pro různé volby λ tabulku s konkrétními hodnotami $p(u)$, $p(d)$ a $p(m)$ pro vstupní parametry $\sigma = 0.2$, $r = 0.1$, $T = 1$ a $n = 20$, vybrané hodnoty jsou uvedeny v tabulce 4.1. Při volbě $\lambda = 2.00$ je patrný velký rozdíl mezi hodnotami $p(m)$ a $p(d)$.

Při volbě $\lambda = 1.2$ dostáváme $p(u) = 0.39$, $p(d) = 0.3156$ a $p(m) = 0.2943$, zatímco při volbě $\lambda = 2.0$ dostáváme $p(u) = 0.1477$, $p(d) = 0.1030$ a $p(m) = 0.7493$, kde je patrný velký rozdíl mezi hodnotami $p(d)$ a $p(m)$.

Obrázek 4.3 ukazuje vývoj Boylova trinomického stromu evropské call opce pro ceny akcií a ceny opcí pro vstupní hodnoty $K = 90$, $S = 100$, $r = 0.05$, $\sigma = 0.3$, $T = 4/12$, $n = 20$. Nulové hodnoty na levé části obrázku jsou stejně jako na obrázku 3.5 způsobeny poklesem ceny aktiva pod hodnotu 90.



Obrázek 4.3: Trinomický strom pro parametrizaci dle Boyle (1986)

4.3 Trinomický model Tichý

Tichý (2006) volí v modelu $p(m) = 2/3$ a $d = 1/u$. Zbývající tři proměnné $p(u)$, $p(d)$ a u lze získat dosazením do rovnic (12), (13) a (14). Parametry modelu dle Tichý (2006) jsou následující:

$$\begin{aligned}
 u &= e^{\sigma\sqrt{3\Delta t}}, \\
 d &= \frac{1}{u}, \\
 m &= 1, \\
 p(u) &= \sqrt{\frac{\Delta t}{12\sigma^2}}\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right) + \frac{1}{6}, \\
 p(d) &= -\sqrt{\frac{\Delta t}{12\sigma^2}}\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right) + \frac{1}{6}, \\
 p(m) &= \frac{2}{3}.
 \end{aligned}$$

4.4 Trinomický model Tian

Pro další dva příklady modifikací dle Tian (1993) jsou shodně definovány následující proměnné:

$$M = e^{r\Delta t},$$

$$V = e^{\sigma^2\Delta t}.$$

Tian model s ekvivalentními pravděpodobnostmi navazuje na myšlenku z Boyle (1986), že dle výsledků numerických experimentů dává model nejlepší výsledky, pokud jsou hodnoty pravděpodobností téměř totožné. Tian (1993) volí ve svém modelu ekvivalentní pravděpodobnosti a m , které se může lišit od jedné. Parametry modelu jsou voleny následovně:

$$p(u) = p(m) = p(d) = \frac{1}{3},$$

$$m = \frac{M(3 - V)}{2},$$

$$k = \frac{M(V + 3)}{4},$$

$$u = k + \sqrt{k^2 - m^2},$$

$$d = k - \sqrt{k^2 - m^2}.$$

V parametrizacích dle Tian (1993) již není multiplikátor středního pohybu m roven jedné.

4.5 Trinomický model Tian4

Model Tian4 využívá shodně jako předchozí model pomocné proměnné M a V a již neuvažuje ekvivalentní pravděpodobnosti. Parametry modelu Tian4 dle Tian (1993) vycházejí ze dvou rovnic, které zajišťují, že třetí a čtvrtý moment diskrétního rozdělení ceny akcie dle trinomického modelu je roven třetímu a čtvrtému momentu spojitěho lognormálního rozdělení ceny akcie:

$$p(u)u^3 + p(m)m^3 + p(d)d^3 = M^3V^3,$$

$$p(u)u^4 + p(m)m^4 + p(d)d^4 = M^4V^6.$$

Parametry modelu Tian4 jsou pak voleny následovně:

$$\begin{aligned}m &= MV^2, \\k &= \frac{M}{2}(V^4 + V^3), \\u &= K + \sqrt{K^2 - m^2}, \\d &= k - \sqrt{k^2 - m^2}, \\p(u) &= \frac{md - M(m + d) + M^2V}{(u - d)(u - m)}, \\p(d) &= \frac{um - M(u + m) + M^2V}{(u - d)(m - d)}.\end{aligned}$$

5 Dividendy

Předpokladem výše uvedených binomických i trinomických modelů je, že společnost nevyplácí na akcie dividendu. Modely však lze upravit, aby byly použitelné i pro případy, kdy je vyplácena dividendu. Zde budeme uvažovat nejčastější variantu výplaty dividend, pevná výplatní částka v daný den. Pokud bychom chtěli konstruovat binomický či trinomický strom s výplatou dividendy, tak poroste počet uzlů exponenciálně, jelikož již nedochází ke spojování uzlů. Binomický model s výplatou dividend lze upravit dle Schroder (1988) a analogický postup lze použít i na model trinomický. Dle Schroder (1988) nejprve odečteme od aktuální ceny akcie současnou hodnotu všech budoucích dividend až do doby expirace opce a při konstrukci binomického, popřípadě trinomického stromu cen akcií, přičteme v každém kroku současnou hodnotu budoucích dividend. Pro diskontování bude opět použita rizikově neutrální úroková míra r . Po této úpravě již lze cenu opce určit pomocí výše uvedených modelů.

5.1 Odhad budoucích dividend

Společnosti The Procter & Gamble Company (PG), AT&T Inc. (T), Toyota Motor Corporation (TM), Walgreens Boots Alliance, Inc. (WBA), Royal Dutch Shell (RDSA) vyplácejí na své akcie dividendy, proto potřebujeme pro ocenění jejich opcí odhadnout budoucí hodnoty a okamžik výplaty dividend až do ledna roku 2020, což je nejzazší termín expirace sledovaných opcí. V posledních pěti letech nedošlo u vybraných společností k výrazným změnám ve výši a frekvenci výplat dividend.

Dividendy se v čase postupně navyšují, ale změny nejsou nijak skokově výrazné. Po navýšení dividendy se její výše zpravidla několik dalších výplatních termínů nemění, než opět dojde k mírnému navýšení. Pro odhad budoucí výše dividendy využijeme poslední známou hodnotu k prvnímu dni oceňování opcí a výplatní dny uvažujeme stejně jako v předchozím roce. Pokud by výplatní termín vycházel na nepracovní den, bude posunut na první následující pracovní den. Přesné výplatní datum je důležité pro ocenění, pokud je opce oceňována na dobu, kdy k výplatě dojde, avšak v tomto případě je tato informace zpravidla již známá. Při odhadu budoucích

Tabulka 5.1: Odhad budoucích dividend

PG	RDSA	T	TM	WBA
\$ 0.7172	\$ 0.9400	\$ 0.5000	\$ 1.7000	\$ 0.4400
18.10.2018	15.11.2018	09.10.2018	27.09.2018	08.11.2018
17.01.2019	14.02.2019	09.01.2019	28.03.2019	14.02.2019
19.04.2019	10.05.2019	09.04.2019	28.09.2019	17.05.2019
19.07.2019	09.08.2019	09.07.2019	28.03.2020	16.08.2019
18.10.2019	15.11.2019	09.10.2019		08.11.2019
17.01.2020	14.02.2020	09.01.2020		14.02.2020

dividend je důležitá jejich výše, která se ale v horizontu dvou let mění minimálně nebo vůbec. Přesný datum výplaty není z hlediska ocenění tak významný. Vzhledem k odúročování poměrně malých částek nehraje týdenní rozdíl v odhadu data příliš velkou roli. Tabulka 5.1 ukazuje odhadované výplatní termíny dividend a jejich výši pro vybrané společnosti.

6 Počet kroků pro ocenění

6.1 Konvergence

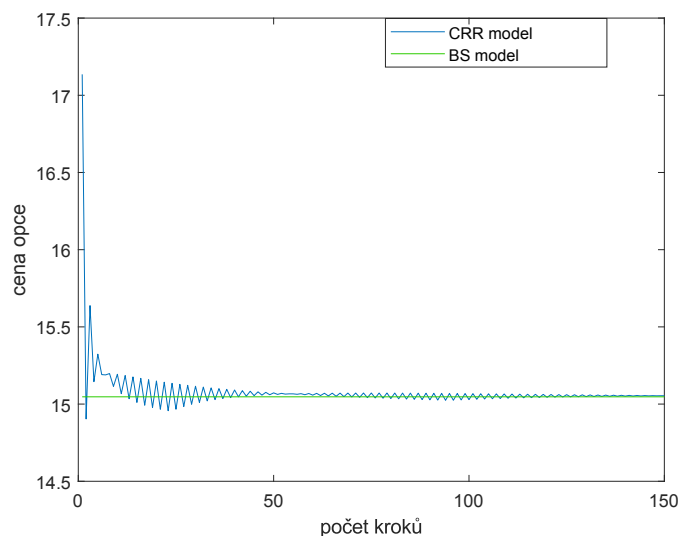
Pro evropské call opce všechny výše uvedené modely konvergují pro $n \rightarrow \infty$ ke spojitému Blackovu-Scholesovu modelu. Jak je ukázáno v Tichý (2006), v případě put opce může dávat spojitý Blackův-Scholesův model nižší hodnotu než binomický model. Model i v tomto případě konverguje k jedné hodnotě, nicméně již ne k hodnotě získané s Blackovým-Scholesovým modelem. Pro vybrané opční kontrakty chceme zjistit, jaký počet kroků použít pro ocenění, aby byl model již relativně ustálen.

Na obrázku 6.1 je znázorněn vývoj ceny evropské call opce s parametry $K = 95$, $S = 100$, $r = 0.05$, $\sigma = 0.25$, $T = 1$, která dle Tichý (2006) konverguje ke spojitému Blackovu-Scholesovu modelu. Tato opce je oceněna pomocí binomického CRR modelu dle Cox et al. (1979). Jak můžeme dále vidět na detailu na obrázku 6.2, tak se cena opce dle binomického modelu může velice těsně přiblížit ceně dle Black-Scholesova modelu (BS model) již po několika krocích (zde konkrétně je po 13 krocích rozdíl v ceně 0.0125), ale následně se model opět výrazně rozkolísá. Bude proto vhodné volit ukončovací kritérium pro hledání ideálního počtu kroků tak, aby zohledňovalo více po sobě jdoucích hodnot. Jak bylo zmíněno výše, pro americkou put opci nemusí model konvergovat k Blackovu-Scholesovu modelu, proto bude vhodné volit univerzální kritérium konvergence, které nebude vázáno přímo na hodnotu opce dle spojitého modelu.

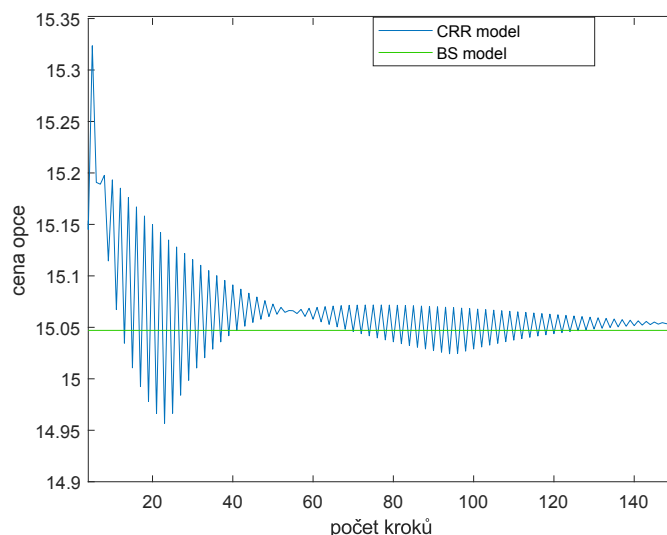
6.2 Volba kritéria

Průběh grafu závislosti ceny opce na počtu kroků pro vybrané opční kontrakty, stejně jako pro opce oceňované v Boyle (1988), Tian (1993), (2006), Van Wyk (2006), Kamrad a Ritchken (1991), Broadie a Detemple (1996) či Leisen (1998), se významně neliší od průběhu znázorněného na obrázku 6.3 a obrázku 6.4. Hodnoty na vertikální ose jsou kvůli přehlednosti omezeny na interval $[15.00, 15.25]$ a $[5.30, 6.00]$.

Pro ocenění opčních kontraktů budeme chtít použít takový počet kroků, pro který se model dočasně ustálí. Tento počet kroků budeme denně přepočítávat



Obrázek 6.1: Cena call opce dle CRR modelu v závislosti na počtu kroků n



Obrázek 6.2: Detail ceny call opce dle CRR modelu pro $n > 4$

dle konkrétních parametrů opce, neboť se chceme vyhnout tomu, aby byl zvolen takový počet kroků, při kterém je model rozkolísaný. Střídání ustálené a rozkmitané fáze je především patrné u binomického modelu, přičemž rozkmitaná fáze, která následuje po fázi dočasného ustálení, má výrazně menší výkyvy hodnot než rozkmitaná fáze, která tomuto ustálení přechází. Na obrázku 6.3 a 6.4 si můžeme všimnout, že binomický Tianův model je charakteristický tím, že jak oblast ustálené fáze, tak i oblast rozkmitané fáze je kratší a k jejich střídání dochází častěji než u CRR nebo

JR modelu. Trinomický model se zpravidla pohybuje ve vlnách, kdy střídá fázi růstu a poklesu. S rostoucím počtem kroků jsou tyto vlny tlumeny.

Zvolíme zastavovací kritérium, které bude zohledňovat vzájemný rozdíl několika po sobě jdoucích hodnot. Kritérium je splněno, když v k -tém kroku platí:

$$\max \vartheta_k^I - \min \vartheta_k^I < \varepsilon, \quad (15)$$

kde

$$\vartheta_k^I = \{V_{k-i} : i \in \{0, 1, \dots, I - 1\}\}, \quad (16)$$

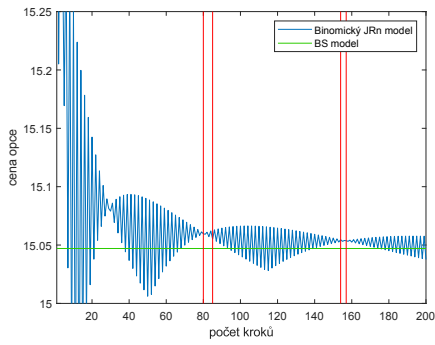
kde V_k je cena opce v k -tém kroku algoritmu. Jednotlivá kritéria definujeme následovně:

- kritérium 1 pro $I = 5$,
- kritérium 2 pro $I = 10$,
- kritérium 3 pro $I = 12$,
- kritérium 4 pro $I = 15$.

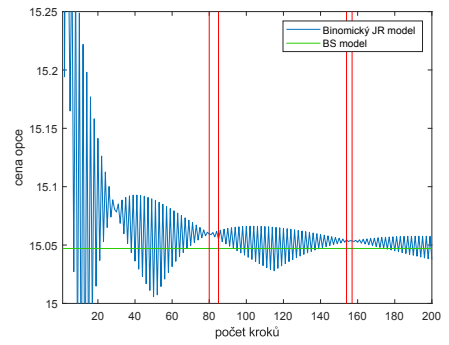
Pozice jednotlivých kritérií dle tabulky 6.1 a 6.2 je na obrázcích 6.3 a 6.4 znázorněna svislými červenými liniemi.

Jak si můžeme všimnout na obrázku 6.3 a 6.4, tak u binomických modelů ustálená fáze trvá alespoň 5 kroků. Dále si můžeme všimnout, že s rostoucím počtem kroků jsou ustálené fáze delší, proto zkusíme volit v kritériu 2 dvojnásobný počet kroků, což by mohlo zajišťovat větší stabilitu modelu.

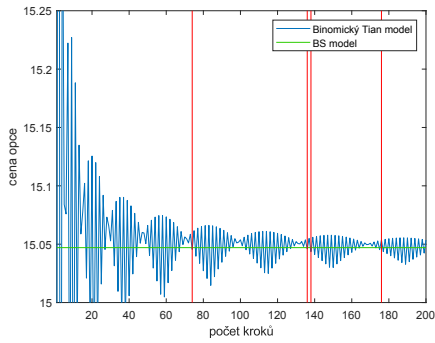
U trinomických modelů bude situace složitější, protože rozdíly mezi rozkolísanou a ustálenou fází nejsou tak výrazně ohraničené jako u binomických modelů. Z tohoto důvodu navýšíme počet kroků u kritéria 4 na 15. Dle obrázků 6.3 a 6.4 vycházíme z toho, že už by nebylo vhodné volit přísnější kritérium, protože u binomických modelů bychom pouze přeskočili na další ustálenou část, popřípadě by ustálená část nebyla dostatečně dlouhá a kritérium by se zachytilo až po příliš velkém počtu kroků, což by již bylo výpočetně neefektivní. Kritérium 3 volíme jako mezihodnotu mezi kritériem 2 a 4, abychom si udělali lepší představu o chování zobrazených modelů. Přesnost při obchodování opcí na burze je na dvě desetinná místa, a proto volíme $\varepsilon = 0.01$.



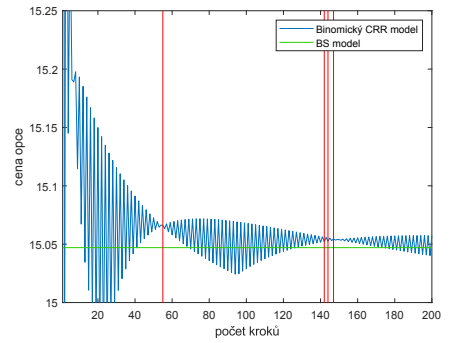
(a) Binomický JRN model



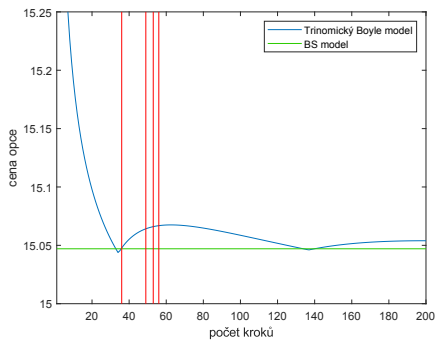
(b) Binomický JR model



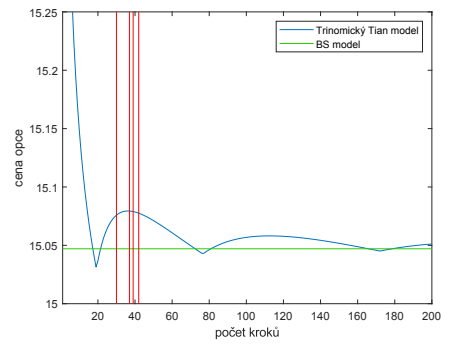
(c) Binomický model Tian



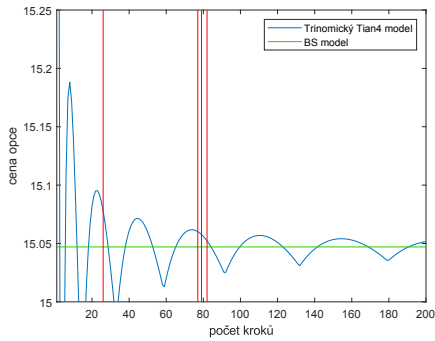
(d) Binomický CRR model



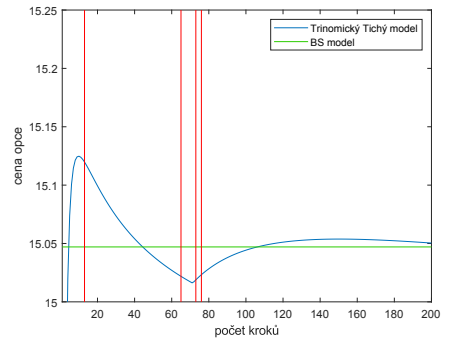
(e) Trinomický model Boyle



(f) Trinomický model Tian

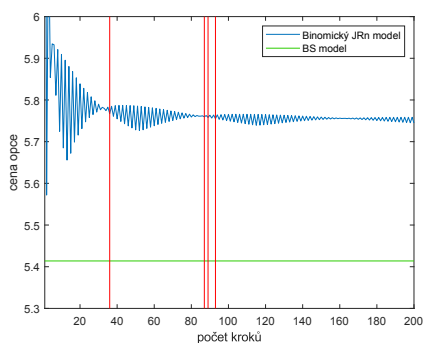


(g) Trinomický Tian4 model

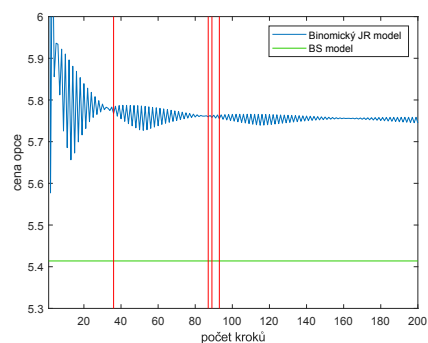


(h) Trinomický model Tichý

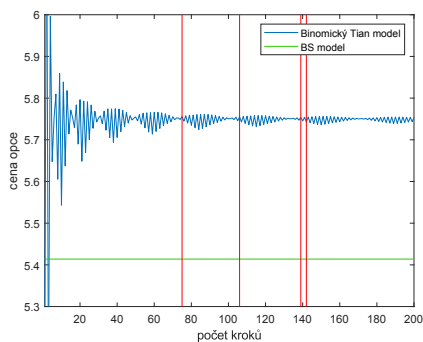
Obrázek 6.3: Vývoj ceny evropské call opce s parametry $K = 95$, $S = 100$, $r = 0.05$, $\sigma = 0.25$, $T = 1$



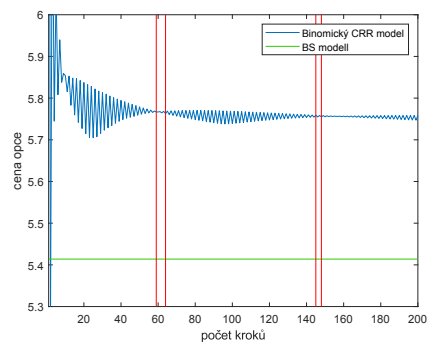
(a) Binomický JRN model



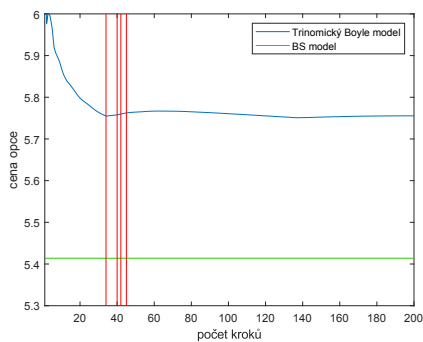
(b) Binomický JR model



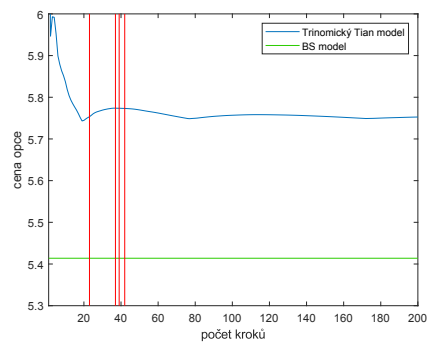
(c) Binomický model Tian



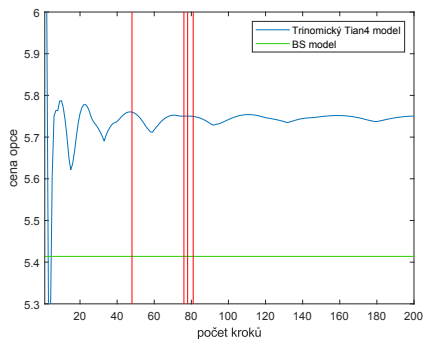
(d) Binomický CRR model



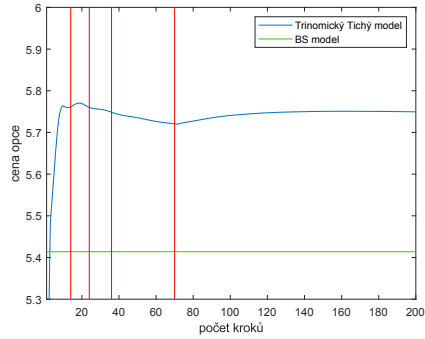
(e) Trinomický model Boyle



(f) Trinomický model Tian



(g) Trinomický Tian4 model



(h) Trinomický model Tichý

Obrázek 6.4: Vývoj ceny americké put opce s parametry $K = 95$, $S = 100$, $r = 0.05$, $\sigma = 0.25$, $T = 1$

Tabulka 6.1: Počet kroků pro splnění zastavovacího kritéria pro jednotlivé modely pro call opci s parametry: $K = 95$, $S = 100$, $r = 0.05$, $\sigma = 0.25$, $T = 1$

Typ modelu	Počet kroků			
	kritérium 1	kritérium 2	kritérium 3	kritérium 4
Binomický CRR	55	142	144	147
Binomický Tian	74	136	138	176
Binomický JR	80	85	154	157
Binomický JRn	80	85	154	157
Trinomický Tichý	13	65	73	76
Trinomický Tian	30	37	39	42
Trinomický Tian4	26	77	79	82
Trinomický Boyle	36	49	53	56

V tabulce 6.1 porovnáme počet kroků potřebný pro splnění zastavovacího kritéria pro evropskou call opci a v tabulce 6.2 pro americkou put opci. Parametry těchto opcí uvažujeme shodně: $K = 95$, $S = 100$, $r = 0.05$, $\sigma = 0.25$, $T = 1$.

V tabulce 6.1 si můžeme všimnout následujících vlastností:

- Při zpřísnění kritéria z 5 na 10 hodnot dochází u CRR a Tianova modelu ke skokovému nárůstu počtu kroků. Dle průběhů modelů znázorněných na obrázku 6.3 dochází k přeskočení na další ustálenou část modelu. Mezi těmito dvěma ustálenými částmi se však nachází část, kde je model opět rozkolísaný.
- Při zpřísnění kritéria z 10 hodnot na 12 se u těchto binomických modelů počet kroků změní pouze o 2 kroky, dojde tedy jen k malému posunu v rámci jedné ustálené části.
- Při zpřísnění kritéria z 10 hodnot na 12 v případě trinomických modelů lze větší změnu pozorovat pouze pro Tichého model.
- Při volbě kritéria pro 15 hodnot dojde ke skokové změně v počtu kroků pouze u binomického Tianova modelu, kdy přeskočíme na další ustálenou část.
- U ostatních modelů vede zpřísnění kritéria o 3 hodnoty ke zvýšení počtu kroků přesně o 3, což znamená, že se nacházíme ve stejné části modelu.

Tabulka 6.2: Počet kroků pro splnění zastavovacího kritéria pro jednotlivé modely pro put opci s parametry: $K = 95$, $S = 100$, $r = 0.05$, $\sigma = 0.25$, $T = 1$

Typ modelu	Počet kroků			
	kritérium 1	kritérium 2	kritérium 3	kritérium 4
Binomický CRR	59	64	145	148
Binomický Tian	75	106	139	142
Binomický JR	36	87	89	93
Binomický JRn	36	87	89	93
Trinomický Tichý	14	24	36	70
Trinomický Tian	23	37	39	42
Trinomický Tian4	48	76	78	81
Trinomický Boyle	34	40	42	45

Obdobné chování lze pozorovat i pro put opci v tabulce 6.2:

- Po zpřísnění kritéria z 5 na 10 hodnot dochází ke skokovému zvýšení kroků téměř u všech modelů kromě trinomického Boylova modelu.
- Při změně kritéria z 12 na 15 hodnot již dochází ke skokové změně počtu kroků pouze pro Tichého trinomický model.
- Trinomické modely potřebují k dosažení zastavovacího kritéria méně kroků než modely binomické.

V tabulce 6.3 je porovnána cena vybrané call opce dle Blackova-Scholesova modelu s cenami dle diskretních modelů. Pro ocenění využijeme počet kroků získaný dle kritéria 4. Cena opce je vyjádřena s přesností na dvě desetinná místa. V tabulce 6.3 pozorujeme následující vlastnosti:

- Všechny binomické modely konvergují ke stejné hodnotě a od ceny opce dle Blackova-Scholesova modelu se liší o 0.01.

Tabulka 6.3: Porovnání cen se spojitým Blackovým-Scholesovým modelem pro call opci s parametry: $K = 95$, $S = 100$, $r = 0.05$, $\sigma = 0.25$, $T = 1$, $BS = 15.05$

Typ modelu	počet kroků	cena opce V	$ V - BS $
Binomický CRR	147	15.05	0.01
Binomický Tian	176	15.05	0.01
Binomický JR	157	15.05	0.01
Binomický JRn	157	15.05	0.01
Trinomický Tichý	76	15.02	0.02
Trinomický Tian	42	15.07	0.03
Trinomický Tian4	82	15.05	0.01
Trinomický Boyle	56	15.07	0.02

- Mezi trinomickými modely již pozorujeme rozdíly. To je způsobeno tím, že trinomický model se pohybuje ve vlnách a nemá tak výrazné rozdíly mezi stabilnějšími a rozkolísanými částmi. Kritérium může být splněno i v případě, že pomalu stoupá nebo klesá.
- Největší rozdíl oproti Blackovu-Scholesovu modelu je 0.03 a je zaznamenán u trinomického Tianova modelu.

Porovnání pro vybranou americkou put opci je v tabulce 6.4 a lze pozorovat tyto vlastnosti:

- Pro americkou put opci nemusí modely konvergovat k Blackovu-Scholesovu modelu.
- Nejmenší rozdíl je 0.31 v případě Tichého modelu.
- Největší rozdíl je 0.36 v případě trinomického Tianova modelu.

6.3 Počet kroků

Vzhledem k tomu, že mezi kritériem 12 a 15 hodnot dochází až na výjimky k ustálení počtu kroků, jeví se na základě předpokládaného průběhu jako vhodné použít kritérium 15 hodnot. Volit přísnější kritérium jak z hlediska počtu porovnávaných

Tabulka 6.4: Porovnání cen se spojitým Blackovým-Scholesovým modelem pro put opci s parametry: $K = 95$, $S = 100$, $r = 0.05$, $\sigma = 0.25$, $T = 1$, $BS = 5.41$

Typ modelu	počet kroků	cena opce V	$ V - BS $
Binomický CRR	148	5.76	0.34
Binomický Tian	142	5.74	0.33
Binomický JR	93	5.76	0.34
Binomický JRn	93	5.76	0.34
Trinomický Tichý	70	5.72	0.31
Trinomický Tian	42	5.77	0.36
Trinomický Tian4	81	5.75	0.34
Trinomický Boyle	45	5.76	0.35

hodnot, tak z hlediska hodnoty ε již není vhodné, protože pro vyšší počet kroků by byl výpočet cen opce příliš náročný. Například Tian (1993) volí pro oceňování maximálně 100 kroků, Tichý (2006) volí pro vykreslování modelů 50 kroků. Tian (1999) testuje pro binomický CRR model až 1000 kroků, ale zároveň si můžeme všimnout, že pro testované opce není rozdíl v ceně opce při použití 100 kroků a 1000 kroků větší než 0.015.

Jelikož se potřebný počet kroků může lišit dle konkrétních parametrů opce, bude každý den oceňování opce vypočten počet kroků pro ocenění dle kritéria 4. Pro získání potřebného počtu kroků nebudeme pro zjednodušení uvažovat dividendy.

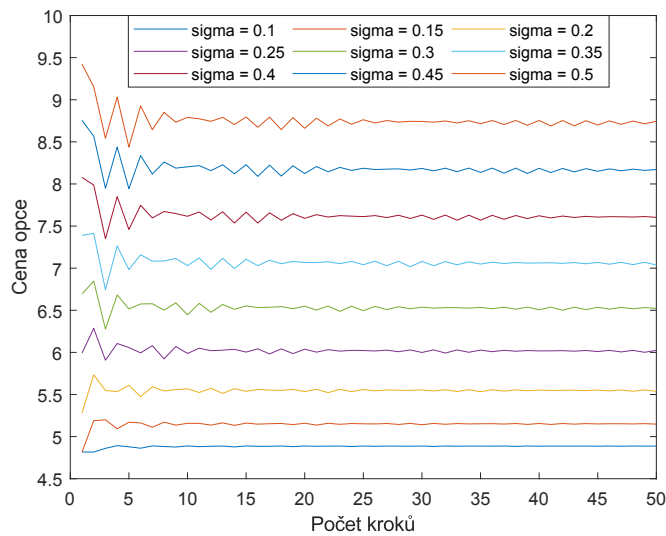
7 Bezriziková úroková míra

Bezriziková úroková míra představuje úrokovou míru, za kterou si lze na dokonalém trhu peníze uložit i vypůjčit. Bezrizikovou úrokovou míru odhadneme pomocí T-bills, krátkodobých obchodovatelných obligací americké vlády. Tyto obligace jsou vypisovány na dobu 4, 13, 26 a 52 týdnů. Dobu zvolíme tak, aby byla co nejbližší době do expirace vybrané opce a úrokovou míru následně přepočteme dle počtu dní do expirace opce.

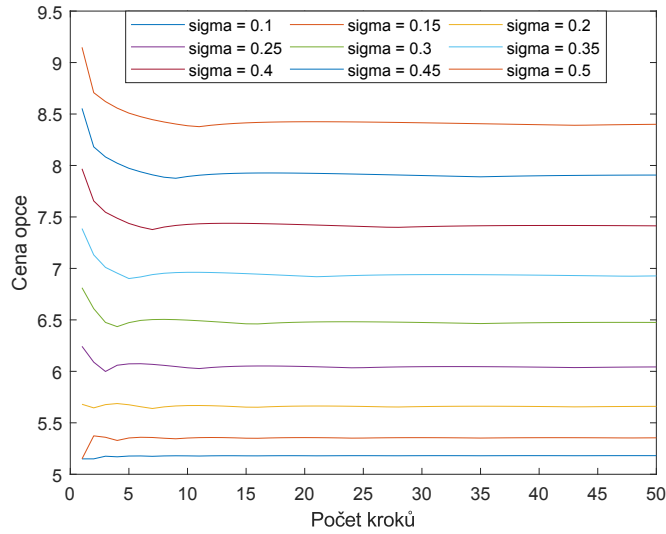
8 Volatilita

Volatilita je obecně považována za významný parametr modelu, protože malá změna volatility má velký vliv na cenu opce. Toto je znázorněno pomocí binomického Jarrowova-Ruddova modelu na obrázku 8.1 a trinomického Boylova modelu na obrázku 8.2. Vliv volatility na konkrétní opce bude pak ilustrován v kapitole 10.

Existuje více možností, jak volatilitu odhadovat, přehled je uveden například v Bennett a Gil (2012). Na základě několika testovaných společností uvádí Marek a Šedivá (2015) doporučení používat při ocenění trinomickým modelem pro opce s dobou splatnosti delší než půl roku Yangovu Zhangovu volatilitu, zatímco v ostatních případech se jeví jako lepší využít odhadu pomocí historické volatility. Z toho důvodu využijeme při oceňování jak odhad pomocí historické volatility, tak odhad pomocí Yangovy Zhangovy volatility.



Obrázek 8.1: Vliv volatility na binomický model Jarrow-Rudd evropské call opce s parametry: $K = 45$, $S = 50$, $r = 0.05$, $T = 4/12$ a $n = 50$.



Obrázek 8.2: Vliv volatility na trinomický model Bolye evropské call opce s parametry: $K = 45$, $S = 50$, $r = 0.05$, $T = 4/12$ a $n = 50$.

Předpis pro odhad tzv. close to close roční historické volatility je uveden v Bennett a Gil (2012) a je následující:

$$\sigma_{hist} = \sqrt{\frac{F}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\ln \left(\frac{C_i}{C_{i-1}} \right) \right)^2}, \quad (17)$$

kde je

F počet obchodovacích dní v roce,

N počet sledovaných dní a

C_i závěrací cena akcie v den i upravená o výplaty dividend.

Bennett a Gil (2012) dále uvádí doporučení volit N blízké době, na kterou chceme volatilitu předvídat. Pro delší časová období je kvůli pravidelnému čtvrtletnímu reportování společností vhodné používat odhad volatility založený na násobcích měsíců. Délka obchodního roku je uvažována $F = 252$ dní.

Pro odhad Yangovy-Zhangovy volatility dle Yang a Zhang (2000) využijeme informace o cenách akcie. Jak uvádí Marek a Šedivá (2015), u všech cen předpokládáme převod na bezdividendové ceny, a to i přesto, že Yang a Zhang

(2000) se o tomto požadavku nezmiňuje. Pokud bychom však ceny nepřevodli, byl by odhad volatility chybný kvůli cenovému skoku, který je s výplatou dividendy spojen. Pro odhad volatility budeme potřebovat následující vstupní informace:

- O_i otevírací cena aktiva v den i ,
- C_i zavírací cena aktiva v den i ,
- L_i nejnižší cena aktiva v den i ,
- H_i nejvyšší cena aktiva v den i ,
- $o_i = \ln O_i - \ln C_{i-1}$ normalizovaná otevírací cena v den i ,
- $c_i = \ln C_i - \ln O_i$ normalizovaná zavírací cena v den i ,
- $l_i = \ln L_i - \ln O_i$ normalizovaná nejnižší cena v den i ,
- $h_i = \ln H_i - \ln O_i$ normalizovaná nejvyšší cena v den i .

Yangovu-Zhangovu volatilitu pak získáme dle:

$$\sigma_{YZ} = \sqrt{\sigma_O^2 + k\sigma_C^2 + (1-k)\sigma_{RS}^2}, \quad (18)$$

kde

$$\begin{aligned} \sigma_O^2 &= \frac{F}{N-1} \sum_{i=1}^N (o_i - \bar{o}), \\ \sigma_C^2 &= \frac{F}{N-1} \sum_{i=1}^N (c_i - \bar{c}), \\ \sigma_{RS}^2 &= \frac{F}{N} \sum_{i=1}^N (h_i(h_i - c_i) + l_i(l_i - c_i)), \\ k &= \frac{0.34}{1.34 + \frac{N+1}{N-1}}. \end{aligned}$$

9 Ocenění

Oceňování opcí bylo provedeno v programu Matlab R2018a. Tržní ceny opcí a historické ceny akcií byly denně stahovány z <https://finance.yahoo.com>. Tržní ceny opcí a další informace o jednotlivých opčních kontraktech byly uloženy do SQLite databáze. Při oceňování je přistupováno do databáze z programu Matlab. Historické ceny akcií byly staženy v excelovém souboru, kde také bylo provedeno jejich očištění o dividendy. Data byla následně nahrávána z excelových souborů.

Po dobu jednoho měsíce byly sledovány ceny opcí sedmi vybraných společností a dvou indexů. Společnosti The Procter & Gamble Company (PG), AT&T Inc. (T), Toyota Motor Corporation (TM), Walgreens Boots Alliance, Inc. (WBA) a Royal Dutch Shell (RDSA) reprezentují americké opce s výplatou dividendy. Indexy S&P 500 a Russell 2000 reprezentují evropské opce bez výplaty dividend a společnosti Biogen Inc. a Tesla, Inc. americkou opci bez výplaty dividend. Tomuto rozdělení bude odpovídat i následující členění kapitol, přičemž v každé kapitole bude zastoupena alespoň jedna put a jedna call opce.

Tržní cena opce se skládá z vnitřní hodnoty opce a časové hodnoty opce. Vnitřní hodnota opce "v penězích" je rovna rozdílu ceny podkladového aktiva a realizační ceny opce. Časová hodnota opce je potom rozdíl ceny opce a vnitřní hodnoty opce. Opce "na penězích" a "mimo peníze" mají vnitřní hodnotu nulovou. Cena opce je tedy tvořena pouze časovou hodnotou, která oceňuje šanci, že se cena podkladového aktiva změní do doby expirace tak, že bude výhodné opci uplatnit.

Bude tedy zastoupena alespoň jedna opce, která se první den oceňování nachází "mimo peníze", což znamená, že opci by se nevyplatilo uplatnit a alespoň jedna opce "v penězích", což je opce, kterou je výhodné uplatnit. Opce, jejíž realizační cena by byla přesně rovna ceně podkladového aktiva a byla "na penězích", je v rámci tržních dat téměř nemožné získat. Jako zástupce této kategorie budeme vybírat opce, jejíž realizační cena je relativně blízko ceně podkladového aktiva první den oceňování.

Pro každou opci byl denně vypočten počet dní do expirace, který byl vydělen 365. Takto jsme získali T , tedy dobu do expirace v rocích. Dále byl první den sledování vypočten počet pracovních dní do expirace a stejný počet dní historie byl využit

pro denní výpočet volatility akcie. Tyto hodnoty byly dále použity jak pro výpočet potřebného počtu kroků pro oceňování, tak pro vlastní ocenění akcie.

V příloze je pro každou opci uvedena tabulka s průměrným počtem kroků pro jednotlivé modely a následně tabulka, ve které jsou uvedeny odchylky modelů od tržní ceny opce. Pro oceňování byly využity modely uvedené v kapitole 3 a v kapitole 4.

9.1 Odchylka modelu

Při výběru nejvhodnějšího modelu pro ocenění opce budeme chtít zohlednit celkovou odchylku za celý průběh sledování. Využijeme kritérium relativní a absolutní průměrné odchylky použité v Marek a Šedivá (2015). Relativní průměrnou odchylku definujeme jako:

$$\nu = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} \frac{|V_i - V_i^M|}{V_i^M}, \quad (19)$$

kde τ je počet sledovaných dní, V_i modelová cena opce v i tý den a V_i^M tržní cena v i tý den.

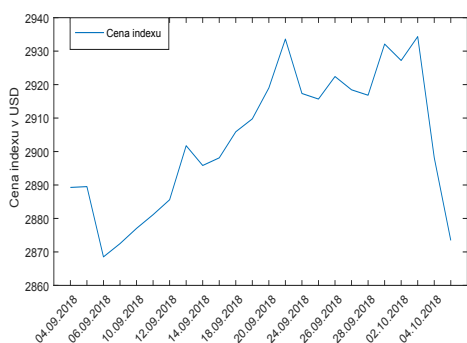
Relativní průměrná odchylka nemusí být vhodné kritérium pro opce, jejichž cena je blízká nule, a proto využijeme i kritérium absolutní průměrné odchylky η , které je definováno následovně:

$$\eta = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} |V_i - V_i^M|. \quad (20)$$

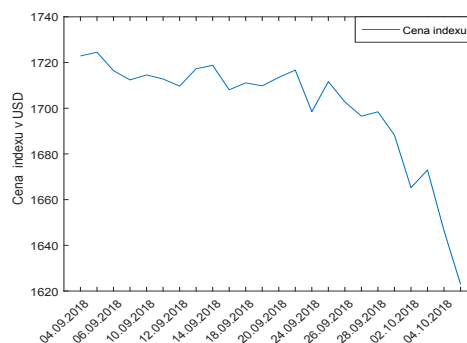
9.2 Evropská opce na index

V této kapitole se budeme zabývat opcemi vypsány na indexy S&P 500 a Russell 2000. Opce vypsované na tyto indexy mají charakter evropských opcí a podkladové aktivum nevyplácí dividendu. Opce byly sledovány v období od 4. 9. 2018 do 5. 10. 2018. S&P 500 je americký akciový index, který zahrnuje akcie 500 významných společností obchodovaných na amerických burzách a Russell 2000 je akciový index společností s nízkou tržní kapitalizací (small-cap). V tomto indexu je zahrnuto 2000 nejmenších společností z indexu Russell 3000. Russell 3000 je největší

světový akciový index, který obsahuje 3000 největších amerických společností z hlediska tržní kapitalizace. Na obrázku 9.1 je znázorněn vývoj hodnot indexu S&P 500 a Russell 2000 ve sledovaném období.

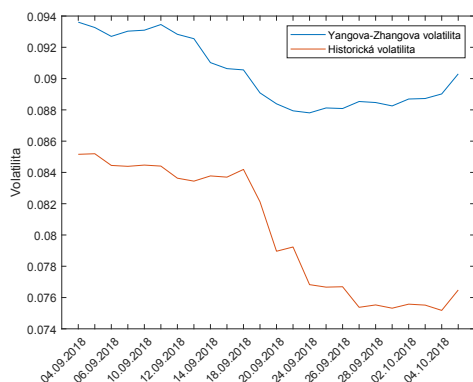


(a) Index S&P 500

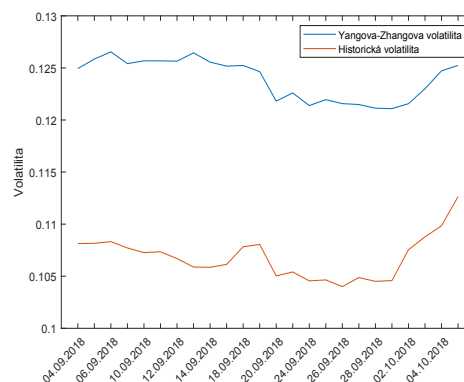


(b) Index Russell 2000

Obrázek 9.1: Vývoj hodnoty podkladových aktiv evropských opcí ve sledovaném období



(a) S&P 500



(b) Russell 2000

Obrázek 9.2: Vývoj volatility vybraných indexů ve sledovaném období při využití 79denní historie pro její výpočet

9.2.1 Opce SPX181221C03000000

Jedná se o evropskou call opci na index S&P 500 s realizační cenou $K = 3000$ \$. Datum expirace je 21.12.2018. Opce se po celou dobu sledování nachází "mimo peníze".

První den sledování zbývá do expirace 108 dní, což odpovídá 79 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 8.04 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita je 10.08 %.

Tabulka 9.1: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro SPX181221C03000000

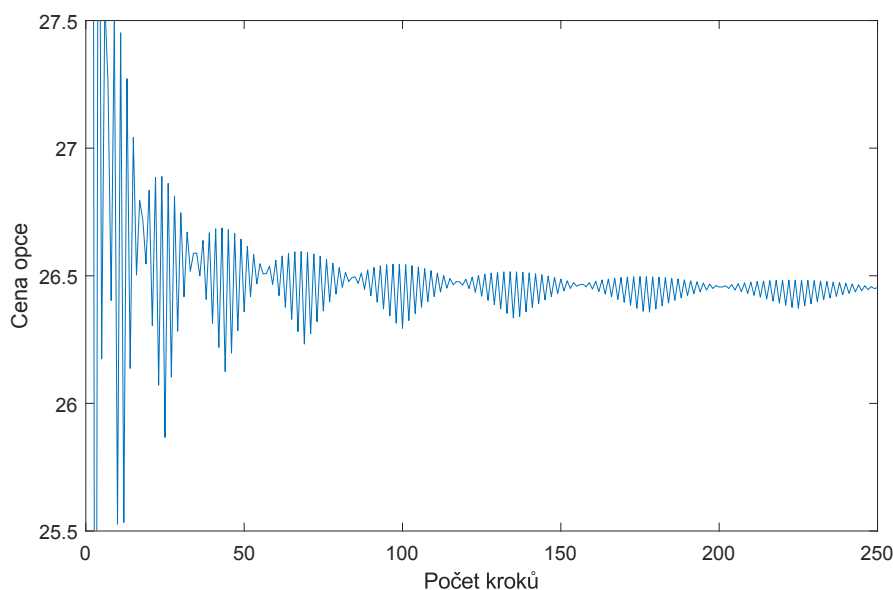
Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	200	200
Binomický Tian	200	200
Binomický JR	200	200
Binomický JRn	200	200
Trinomický Tichý	159	158
Trinomický Tian	140	144
Trinomický Tian4	140	141
Trinomický Boyle	143	150

V tabulce 9.1 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. Kroky jsou spočteny jak pro modely s použitím Yangovy-Zhangovy volatility (YZ volatilita), tak pro modely s historickou volatilitou (Hist. vol). Dále již bude tato tabulka uváděna v příloze. Při výpočtu potřebného počtu kroků bylo z důvodu časové náročnosti výpočtu nastaveno maximum na 200 kroků. Dále se dá předpokládat, že na základě poznatků uvedených v kapitole 6 budou modely po 200 krocích poměrně stabilní i ve své rozkolísané části. Všechny binomické modely bez ohledu na použitý typ volatility mají průměrný počet kroků roven nastavenému maximu. Na obrázku 9.3 je detailně vykreslena závislost ceny opce na počtu kroků pro 12. den. Můžeme si všimnout, že ke splnění kritéria na počet kroků nedošlo z toho důvodu, že dochází k častému střídání ustálené a rozkolísané části a ustálená část není dostatečně dlouhá, aby splnila zastavovací kritérium.

V tabulce 9.2 jsou uvedeny průměrné absolutní a relativní odchylky jednotlivých modelů (Pr. absolutní odchylka a Pr. relativní odchylka). U dalších opcí bude

Tabulka 9.2: Průměrná odchylka modelu pro SPX181221C03000000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	1.9545	7.6760	0.0884	0.3395
Binomický Tian	1.9550	7.6782	0.0885	0.3396
Binomický JR	1.9541	7.6709	0.0884	0.3393
Binomický JRn	1.9541	7.6709	0.0884	0.3393
Trinomický Tichý	1.9715	7.6584	0.0891	0.3387
Trinomický Tian	1.9668	7.6674	0.0890	0.3392
Trinomický Tian4	1.9772	7.6539	0.0894	0.3386
Trinomický Boyle	1.9654	7.6686	0.0889	0.3392

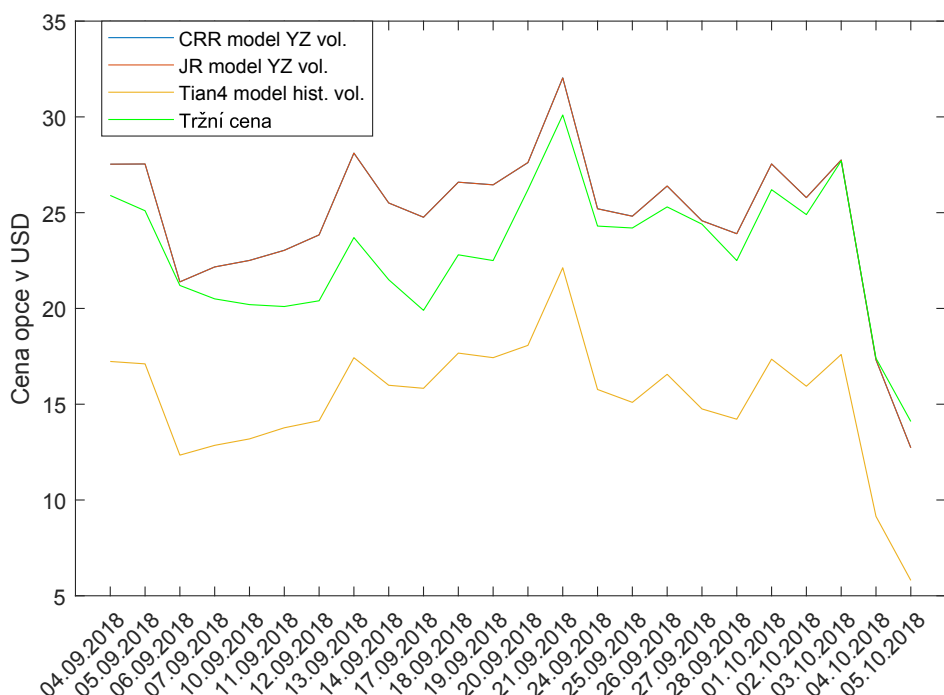


Obrázek 9.3: Vývoj ceny opce S&P 500 v závislosti na počtu kroků

tato tabulka součástí přílohy. Z hlediska průměrné absolutní i relativní odchylky se nejlépe jeví binomický model Jarrow-Rudd a stejné hodnoty průměrné relativní odchylky dosahuje binomický CRR model, oba s použitím Yangovy-Zhangovy volatilita. Průměrná relativní odchylka nejlepšího modelu je 8.84 %. Při použití historické volatilita vychází nejlépe model Tian4, jehož průměrná relativní odchylka

je 33.86 %. Všechny modely používající Yangovu-Zhangovu volatilitu jsou v tomto případě blíže tržní ceně, než modely s historickou volatilitou. Průměrná absolutní odchylka vychází u všech modelů s Yangovou-Zhangovou volatilitou o více než \$ 5 lépe než u modelů s historickou volatilitou, což odpovídá rozdílu 25 procentních bodů u průměrné relativní odchylky.

Na obrázku 9.4 jsou znázorněny oba nejlepší modely s Yangovou-Zhangovou volatilitou (YZ vol.), trinomický model Tian4 s historickou volatilitou (hist. vol.) a tržní cena opce. Z obrázku je patrné, že průběhy obou nejlepších modelů splývají. Dále téměř po celou dobu sledování tyto modely dávají vyšší cenu než je tržní cena opce, zatímco model s historickou volatilitou je po celou dobu pod tržní cenou.



Obrázek 9.4: Vývoj ceny opce SPX181221C03000000

9.2.2 Opce SPX190621P02900000

Jedná se o evropskou put opci na index S&P 500 s realizační cenou $K = 2900$ \$. Datum expirace této opce je 21. 6. 2019. Opce je po celou dobu sledování "v penězích".

První den sledování zbývá do expirace 290 dní, což je 209 pracovních dní. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 13.54 % a průměrná

Yangova-Zhangova volatilita je 13.93 %.

V tabulce C.1 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. Průměrný počet kroků všech binomických modelů je roven nastavenému maximu 200 kroků. Průměrný počet kroků u trinomických modelů je nižší, ale ve vybraných dnech nedošlo ani u trinomických modelů ke splnění kritéria.

V tabulce C.2 jsou uvedeny průměrné absolutní a relativní odchylky jednotlivých modelů. Z hlediska obou odchylek vychází nejlépe model Tian4 a druhým nejlepším modelem je CRR model, oba s použitím Yangovy-Zhangovy volatility. Nejlepším modelem s historickou volatilitou je model Tian4. Všechny modely s použitím Yangovy-Zhangovy volatility vychází z hlediska obou odchylek lépe, než modely s historickou volatilitou. Průměrná absolutní odchylka nejlepšího modelu je \$ 6.43 a průměrná relativní odchylka je 4.92 %.

Na obrázku jsou vykresleny oba nejlepší modely, model Tian4 s historickou volatilitou a tržní cena opce. Všechny modely dávají nižší cenu, než byla cena na trhu. Největší absolutní rozdíl je patrný na začátku sledovaného období, ale vzhledem k vysoké ceně opce je relativní rozdíl i v tomto období menší než 10 %. Průběhy obou nejlepších modelů téměř splývají, model s historickou volatilitou kopíruje tvar těchto modelů, ale leží pod nimi.

9.2.3 Opce RUT181221P01700000

Jedná se o evropskou put opci na index Russell 2000 s realizační cenou $K = 1700$ \$. Datum expirace této opce je 21.12.2018. První den sledování je opce "mimo peníze", ale v závěru sledovaného období je opce "v penězích". Lze tedy očekávat, že v průběhu sledovaného období cena opce poroste.

První den sledování zbývá do expirace 108 dní, což odpovídá 79 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 10.68 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita je 12.39 %.

V tabulce C.9 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. Při výpočtu optimálního počtu kroků dochází i v tomto případě stejně jako u opce SPX181221C03000000 k tomu, že není splněno zastavovací kritérium a výpočet se zastaví po 200 krocích. Tato situace nastává výhradně u bi-

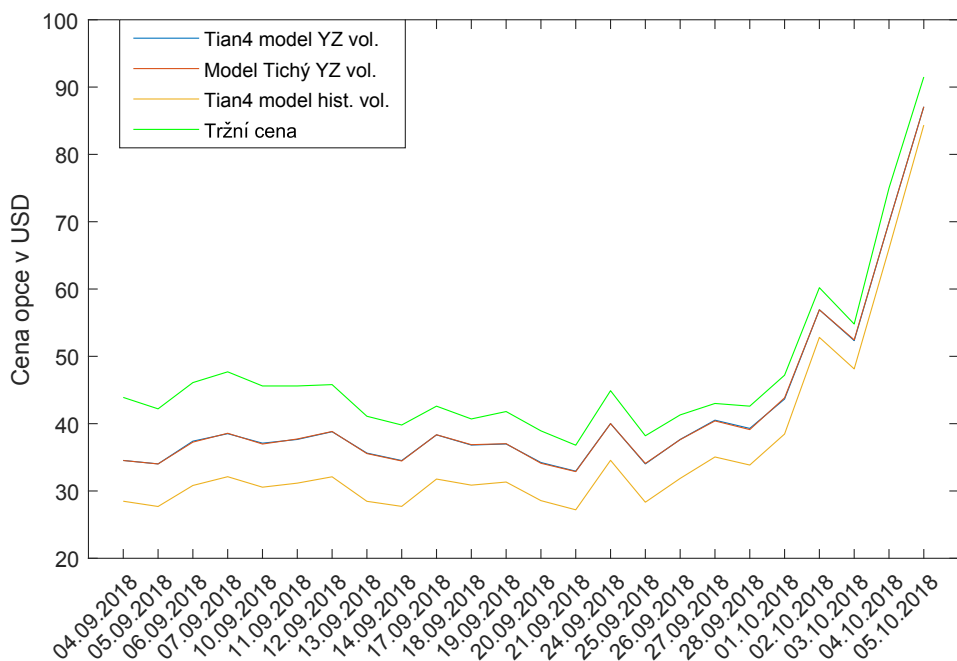


Obrázek 9.5: Vývoj ceny opce SPX190621P02900000

nomických modelů, u trinomických modelů je zastavovací kritérium splněno každý den oceňování.

V tabulce C.10 jsou uvedeny průměrné absolutní a relativní odchylky jednotlivých modelů. Z hlediska obou odchylek vychází nejlépe model Tian4 s Yangovou-Zhangovou volatilitou. Druhým nejlepším modelem je model Tichý. Průměrná relativní odchylka nejlepšího modelu je 11.82 %. Z hlediska průměrné absolutní i průměrné relativní odchylky vychází všechny modely s použitím Yangovy-Zhangovy volatilitu lépe než modely s historickou volatilitou. Nejlepším modelem s historickou volatilitou je model Tian4, jehož průměrná relativní odchylka je více než dvojnásobná oproti modelům s Yangovou-Zhangovou volatilitou.

Na obrázku 9.6 jsou znázorněny oba nejlepší modely, model Tian4 s historickou volatilitou a tržní cena opce. Z obrázku je patrné, že oba nejlepší modely téměř splývají a oproti tržní ceně opci mírně podceňují. Model s historickou volatilitou kopíruje tvar obou nejlepších modelů, ale po celou dobu sledování dává ještě nižší hodnotu než tyto modely.



Obrázek 9.6: Vývoj ceny opce RUT181221P01700000

9.2.4 Opce RUT180921C01650000

Jedná se o evropskou call opci na index Russell 2000 s realizační cenou $K = 1650$ \$. Datum expirace této opce je 21. 9. 2018. Opce expiruje ve sledovaném období. Opce je po celou dobu sledování "v penězích".

První den oceňování zbývá do expirace 17 dní, což odpovídá 14 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 7.07 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita je 11.29 %.

V tabulce C.11 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. Při použití historické volatility byl počet kroků poloviční oproti modelům s Yangovou-Zhangovou volatilitou.

V tabulce C.12 jsou uvedeny průměrné absolutní a relativní odchylky jednotlivých modelů. Při zaokrouhlování na čtyři desetinná místa nejsou u průměrné odchylky patrné rozdíly mezi jednotlivými modely se stejnou volatilitou, což je způsobeno tím, že rozdíly průměrných absolutních odchylek jednotlivých modelů jsou minimální a cena opce je poměrně vysoká. Nejnižší cena opce za sledované období je \$ 60.2. Průměrná relativní odchylka modelů s Yangovou-Zhangovou vo-

latilitou je 3.68 % a u modelů s historickou volatilitou 4.07 %. Nejlepším modelem z hlediska průměrné absolutní odchylky \$ 2.53 je model Tichý a následně model Tian4, oba s Yangovou-Zhangovou volatilitou. Nejlepším modelem s historickou volatilitou je model Tichý.

Na obrázku 9.7 jsou vykresleny oba nejlepší modely, model Tichý s historickou volatilitou a tržní cena akcie. Můžeme si všimnout, že oba nejlepší modely téměř splývají. Model s historickou volatilitou dává v první polovině sledovaného období mírně nižší cenu než oba modely, ale od druhé poloviny sledovaného období už všechny modely splývají. Oproti tržní ceně všechny modely opci podceňují.



Obrázek 9.7: Vývoj ceny opce RUT180921C01650000

9.2.5 Další evropské opce

Tabulka 9.3 obsahuje shrnující informace o oceněných evropských opcích. Kromě již popsaných opcí obsahuje i informace o dalších oceněných opčních kontraktech. V tabulce je uveden název kontraktu opce, datum expirace, realizační cena K , typ použité volatility u nejlepšího modelu, průměrná absolutní a průměrná relativní odchylka od tržní ceny nejlepšího modelu a odkaz na tabulku s průměrným počtem

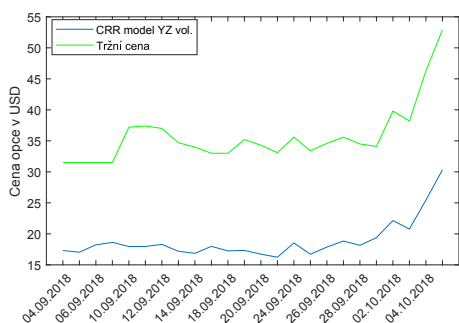
kroků a s podrobnými výsledky pro všechny modely. Za nejlepší model budeme považovat ten s nejmenší průměrnou relativní odchylkou.

Z názvu kontraktu můžeme vyčíst základní informace o opci, a to zkratku společnosti či indexu, datum expirace ve formátu YY/MM/DD, typ opce, kdy "P" značí put opci a "C" call opci, a realizační cenu.

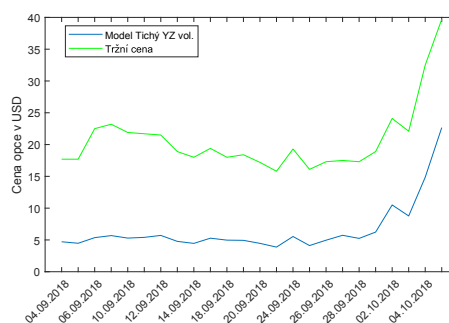
U opce SPX180921C02400000 není vyplněna informace o typu použité volatility u nejlepšího modelu, protože při zaokrouhlování na čtyři desetinná místa se rozdíly v ceně opce neprojeví. Tato opce je specifická tím, že všechny modely pro obě volatility mají shodnou hodnotu obou odchylek. Index S&P 500 má v tomto případě pro 14denní historii poměrně nízkou volatilitu, kdy průměrná historická volatilita je 5.99 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita je 6.74 %. Vzhledem k tomu, že cena opce je poměrně vysoká, v průměru \$ 458, tak se rozdíly v ocenění neprojeví. Opce SPX181221P03600000 vykazuje obdobné chování, přičemž její průměrná tržní cena je \$ 687, průměrná historická volatilita je 8.03 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita je 9.03 %. Na obrázku 9.8 je pro další oceněné opce z tabulky 9.3 vykreslen nejlepší model a tržní cena opce.

Tabulka 9.3: Další evropské opce bez dividend

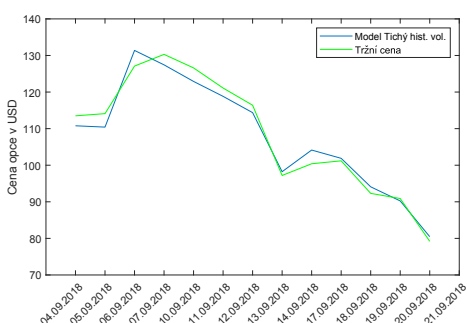
Kontrakt	Expirace	K[\$]	Vol.	Průměrná odchylka		Tab.
				abs.[\$]	rel.[%]	
SPX181221C03000000	21. 12. 2018	3000	YZ	1.95	8.84	9.1, 9.2
SPX190621P02900000	21. 6. 2019	2900	YZ	6.43	4.92	C.1, C.2
SPX180921P03000000	21. 9. 2018	3000	Hist.	2.36	2.11	C.3, C.4
SPX180921C02400000	21. 9. 2018	2400	-	2.97	0.60	C.5, C.6
SPX181221P03600000	21. 12. 2018	3600	-	4.98	0.73	C.7, C.8
RUT181221P01700000	21. 12. 2018	1700	YZ	5.35	11.82	C.9, C.10
RUT180921C01650000	21. 9. 2018	1650	YZ	2.53	3.68	C.11, C.12
RUT190621P01500000	21. 6. 2019	1500	YZ	16.95	47.36	C.13, C.14
RUT181221P01600000	21. 12. 2018	1600	YZ	14.11	69.87	C.15, C.16



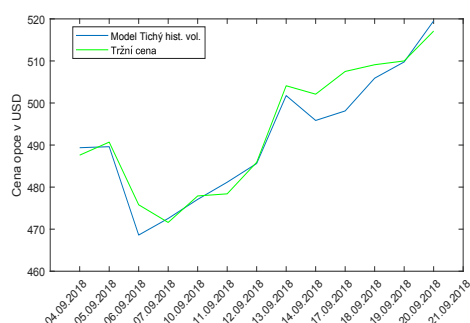
(a) RUT190621P01500000



(b) RUT181221P01600000



(c) SPX180921P03000000



(d) SPX180921C02400000



(e) SPX181221P03600000

Obrázek 9.8: Vývoj hodnoty vybraných evropských opcí ve sledovaném období

9.2.6 Shrnutí evropské opce

Pouze u opce SPX180921P03000000 (put opce v penězích expirující ve sledovaném období) bylo z hlediska odchylky od tržní ceny vhodnější použít historickou volatilitu. U všech ostatních evropských opcí se lépe jevila Yangova-Zhangova volatilita, nebo jako u opcí SPX180921C02400000 a SPX181221P03600000 nezáleželo na výběru typu volatility. Tyto opce jsou však specifické vysokou cenou. Citlivostí na volatilitu při vysoké ceně opce se budeme zabývat v kapitole 10.1.

U všech vybraných opcí na index S&P 500 byla průměrná relativní odchylka nejlepšího modelu nižší než 10 %. U opcí na index Russell 500, které byly alespoň část sledovaného období "v penězích", je nejvyšší průměrná relativní odchylka nejlepšího modelu 11.82 %, zatímco v případě opcí, které byly po celou dobu "mimo peníze", roste průměrná relativní odchylka nad 45 %. Vysoká průměrná relativní odchylka je jednak dána velmi nízkou cenou opce, dále si také můžeme všimnout, že u opcí "mimo peníze" model oproti tržní ceně opci podceňuje. To může být způsobeno podhodnoceným odhadem volatility.

9.3 Americké opce na akcii s dividendou

Vybrané společnosti s výjimkou Toyota Motor Corporation ve sledovaném období nevyplácí na své akcie dividendu. Podkladová akcie společnosti Toyota Motor Corporation vyplácí ve sledovaném období dividendu ve výši \$ 1.7 dne 27. 9. 2018. Tuto skutečnost musíme zohlednit při denním přepočítávání volatility, kde od 28. 9. 2018 používáme historické ceny akcií očištěné o tuto dividendu.

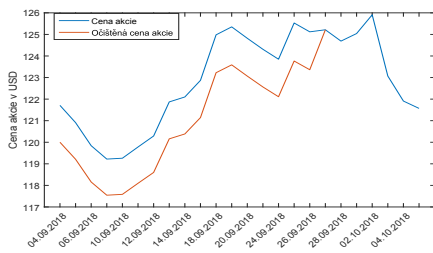
Na obrázku 9.9 je znázorněn vývoj ceny akcií ve sledovaném období a v případě společnosti Toyota Motor Corporation je na obrázku 9.9a znázorněna i cena akcie očištěná o dividendu vyplácenou dne 27. 9. 2018. Jak je patrné na obrázku, po vyplacení dividendy obě křivky splývají.

9.3.1 Opce PG190418C00090000

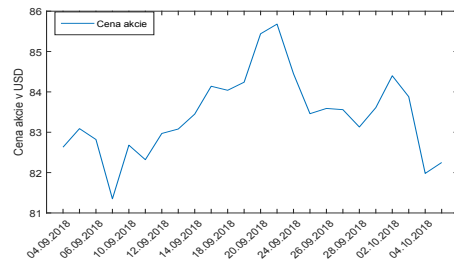
Jedná se o americkou call opci společnosti The Procter & Gamble Company s realizační cenou $K = 90$ \$. Datum expirace této opce je 18. 4. 2019. Opce je po celou dobu "mimo peníze".

První den oceňování zbývá do expirace 226 dní, což odpovídá 163 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 15.88 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita je 16.90 %. Na obrázku 9.10b je vykreslen průběh volatility ve sledovaném období. Z obrázku je patrné, že Yangova-Zhangova volatilita byla po celou dobu sledování vyšší než historická volatilita.

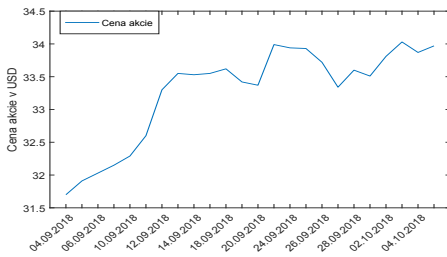
V tabulce D.1 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. Rozdíly v průměrném počtu kroků při použití historické



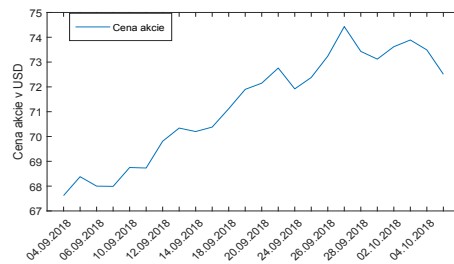
(a) Toyota Motor Corporation



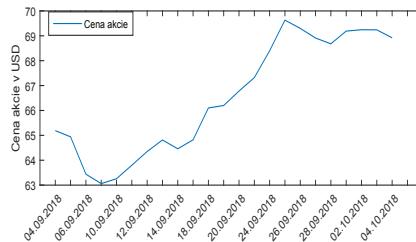
(b) The Procter & Gamble Company



(c) AT&T Inc.



(d) Walgreens Boots Alliance, Inc.

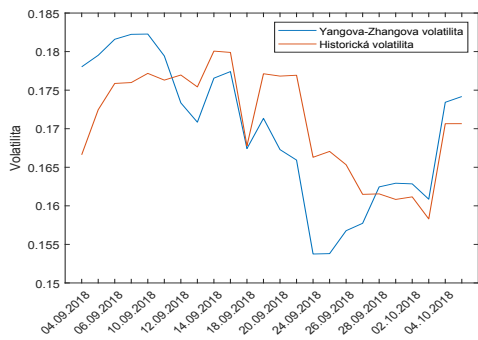


(e) Royal Dutch Shell

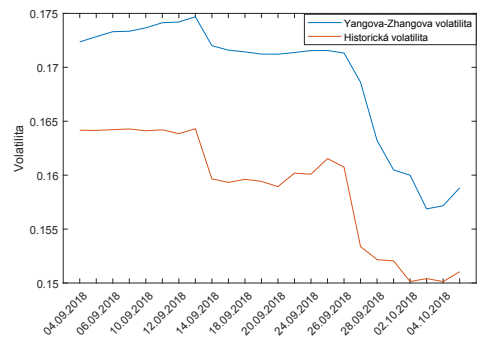
Obrázek 9.9: Vývoj hodnoty podkladových aktiv amerických opcí ve sledovaném období

a Yangovy-Zhangovy volatility jsou minimální. V průměru nejmenšího počtu kroků 49 dosahují hned tři modely, trinomický Tianův model a Boyleův model s historickou volatilitou a model Tian4 s Yangovou-Zhangovou volatilitou.

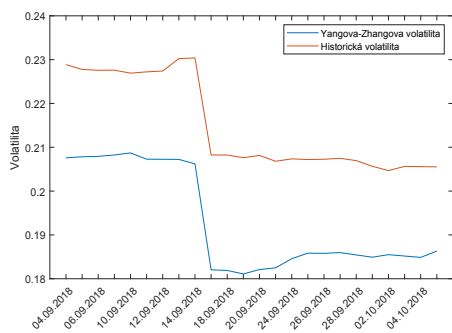
V tabulce D.2 jsou uvedeny průměrné absolutní a relativní odchylky jednotlivých modelů. Z hlediska průměrné absolutní odchylky \$ 0.58 vychází nejlépe model Tian4 a z hlediska průměrné relativní odchylky 42.67 % CRR model, oba s použitím historické volatility. Z modelů s Yangovou-Zhangovou volatilitou se z hlediska průměrné relativní odchylky 59.88 % nejlépe jeví model Jarrow-Rudd.



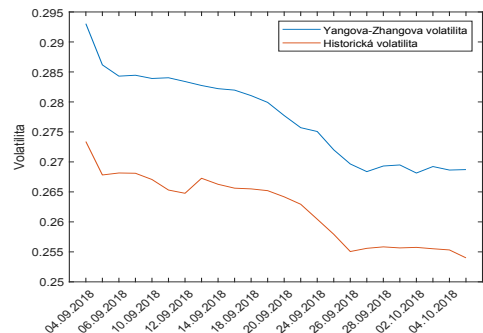
(a) Toyota Motor Corporation 34denní historie



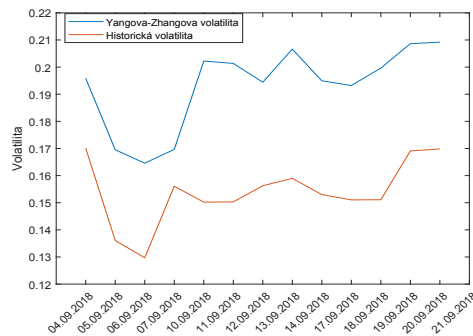
(b) The Procter & Gamble Company 163denní historie



(c) AT&T Inc. 99denní historie



(d) Walgreens Boots Alliance, Inc. 99denní historie

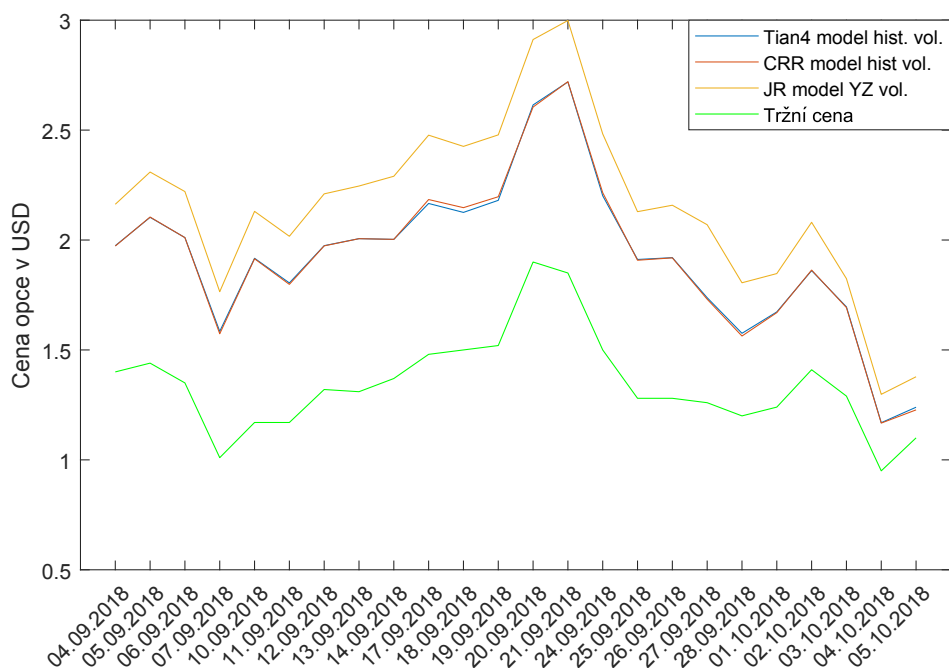


(e) Royal Dutch Shell 14denní historie

Obrázek 9.10: Vývoj volatility podkladových aktiv amerických opcí ve sledovaném období pro vybraný počet dní historie

Všechny průměrné absolutní odchylky jsou menší než jeden dolar, ale vzhledem k nízké ceně opce je nejnižší průměrná relativní odchylka realizovaná pro CRR model 42.67 %.

Na obrázku 9.11 jsou vykresleny oba nejlepší modely, model Jarrow-Rudd s Yangovou-Zhangovou volatilitou a tržní cena opce. Všechny modely kopírují průběh tržní ceny opce, ale oproti tržní ceně opci nadceňují. Model s Yangovou-Zhangovou volatilitou se nachází nad oběma nejlepšími modely s historickou volatilitou, které téměř splývají.



Obrázek 9.11: Vývoj ceny opce PG190418C00090000

9.3.2 Opce PG190118C00075000

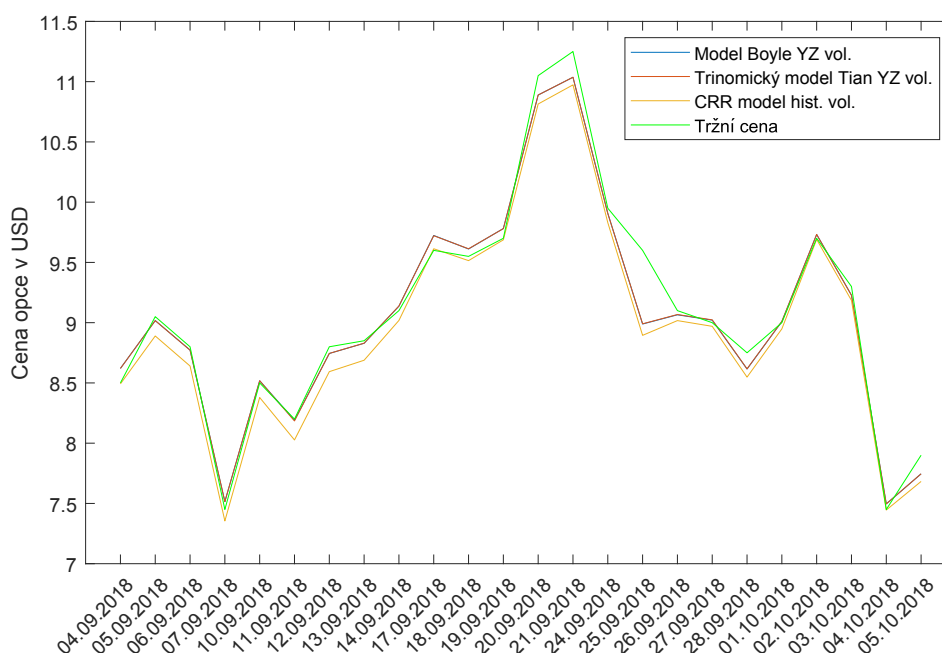
Jedná se o americkou call opci společnosti The Procter & Gamble Company s realizační cenou $K = 75$ \$. Datum expirace této opce je 18. 1. 2019. Opce je po celou dobu "v penězích".

První den ocenění zbývá do expirace 136 dní, což odpovídá 99 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 13.84 % a průměrná Yangovy-Zhangova volatilita je 15.07 %.

V tabulce D.3 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. V průměru nejvíce kroků 67 je shodně využito u binomických modelů s použitím Yangovy-Zhangovy volatility.

V tabulce D.4 jsou uvedeny průměrné absolutní a průměrné relativní odchylky jednotlivých modelů. Všechny modely s Yangovou-Zhangovou volatilitou mají průměrnou relativní odchylku nižší než 1 %. Modely s historickou volatilitou se u této opce jeví jako horší, avšak jejich průměrná relativní odchylka je u všech modelů do 1.5 %. Z hlediska obou odchylek je nejlepším modelem Boyleův model s průměrnou relativní odchylkou 0.98 % a průměrnou absolutní odchylkou 0.09 \$. Druhým nejlepším modelem je trinomický model Tian se shodnou průměrnou relativní odchylkou jako Boyleův model. Nejlepším modelem s historickou volatilitou je CRR model s průměrnou absolutní odchylkou 0.14 \$

Na obrázku 9.12 jsou vykresleny oba nejlepší modely, CRR model s historickou volatilitou a tržní cena opce. Všechny modely téměř splývají, nicméně model s historickou volatilitou dává mírně nižší cenu než modely s Yangovou-Zhangovou volatilitou.



Obrázek 9.12: Vývoj ceny opce PG190118C00075000

9.3.3 Opce RDSA190118C00060000

Jedná se o americkou call opci společnosti Royal Dutch Shell s realizační cenou $K = 60$ \$. Datum expirace je 18.1.2019. Opce je po celou dobu sledování

”v penězích”. Ve druhé polovině sledovaného období dochází k růstu ceny akcie a očekáváme tedy i růst opce.

První den ocenění zbývá do expirace 136 dní, což odpovídá 99 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 20.56 % a průměrná Yangovy-Zhangova volatilita je 23.43 %.

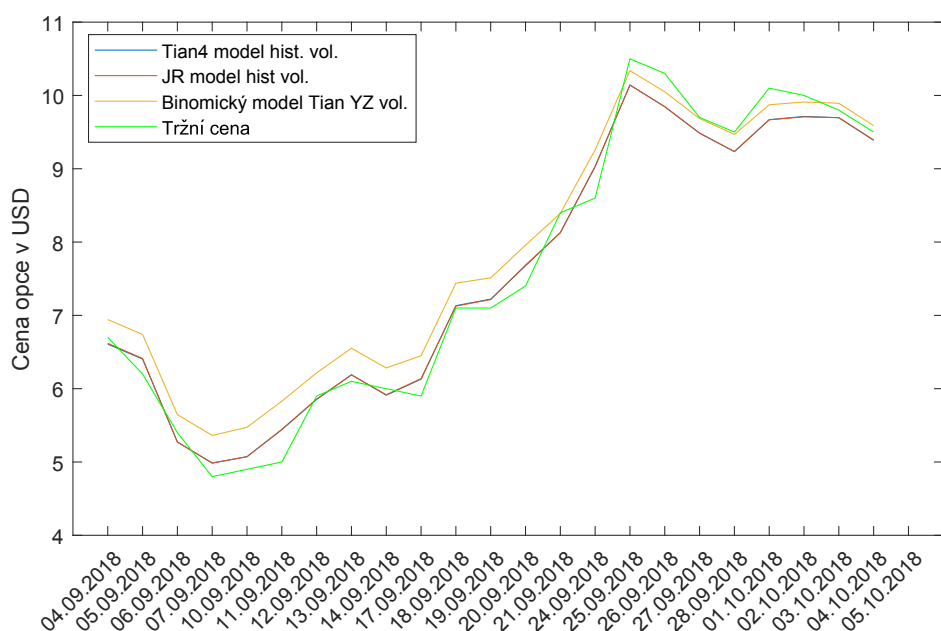
V tabulce D.9 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. Nejvíce kroků 98 je v průměru využito pro binomický Tianův model s Yangovou-Zhangovou volatilitou a nejméně 36 pak pro trinomický Tianův model s historickou volatilitou. Maximální rozdíl v průměrném počtu kroků při změně volatility je 13 a nastává u binomického Tianova modelu.

V tabulce D.10 jsou uvedeny průměrné absolutní a průměrné relativní odchylky jednotlivých modelů. Průměrná relativní odchylka modelů s historickou volatilitou je téměř poloviční oproti modelům s Yangovou-Zhangovou volatilitou. U všech modelů je však tato odchylka menší než 10 %. Z hlediska obou odchylek se nejlépe jeví model Tian4 s průměrnou absolutní odchylkou \$ 0.22 a s průměrnou relativní odchylkou 2.92 %. Stejnou absolutní odchylku jako model Tian4 má i model Jarrow-Rudd, taktéž s použitím historické volatility. Z modelů s Yangovou-Zhangovou volatilitou vychází s průměrnou relativní odchylkou 5.18 % nejlépe binomický Tianův model.

Na obrázku 9.13 jsou vykresleny oba nejlepší modely, binomický Tianův model s Yangovou-Zhangovou volatilitou a tržní cena opce. Oba nejlepší modely téměř splývají, model s Yangovou-Zhangovou volatilitou dává mírně vyšší cenu. Většinu sledovaného období se nejlepší modely prolínají s tržní cenou, avšak v závěru opci mírně podceňují. Ve druhé části sledovaného období by bylo z hlediska odchylky od tržní ceny výhodné použít model s Yangovou-Zhangovou volatilitou. Pokud porovnáme průměrnou relativní odchylku u binomického Tianova modelu posledních 9 dní sledování, tak při použití historické volatility činí tato odchylka 2.79 %, zatímco s Yangovou-Zhangovou volatilitou klesne až na 1.19 %.

9.3.4 Opce RDSA180921P00065000

Jedná se o americkou put opci společnosti Royal Dutch Shell s realizační cenou $K = 65$ \$. Datum expirace je 21. 9. 2018 a opce tedy expiruje ve sledovaném období.



Obrázek 9.13: Vývoj ceny opce RDSA190118C00060000

První den sledování je opce "na penězích", následně dochází k poklesu ceny akcie a opce je "v penězích", ve druhé polovině sledovaného období roste cena podkladové akcie a opce je "mimo peníze", očekáváme tedy, že její cena bude klesat.

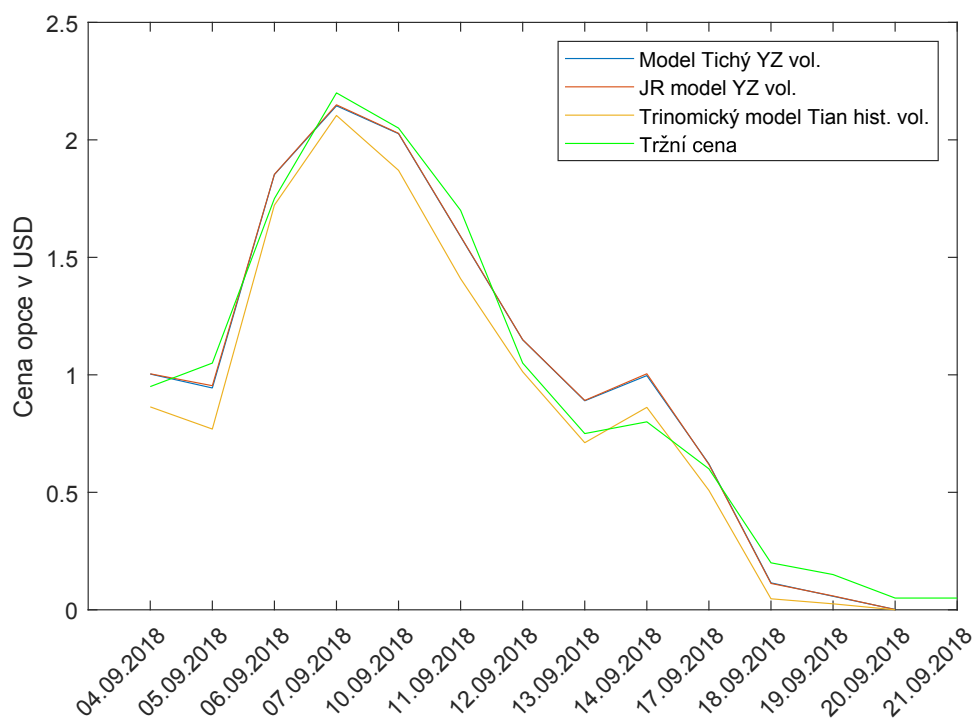
První den sledování zbývá do expirace 17 dní, což odpovídá 14 pracovním dnům. Průměrná Yangova-Zhangova volatilita ve sledovaném období je 19.31 % a průměrná historická volatilita je 15.40 %. Na obrázku 9.10e je znázorněn průběh volatility během sledovaného období. Yangova-Zhangova volatilita je po celou dobu sledování vyšší než historická volatilita.

V tabulce D.7 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. Při použití historické volatility potřebujeme v průměru méně kroků než při použití Yangovy-Zhangovy volatility. V průměru nejméně kroků 19 potřebujeme při použití trinomického Tianova a Boylova modelu s historickou volatilitou.

V tabulce D.8 jsou uvedeny průměrné absolutní a relativní odchylky jednotlivých modelů. Z hlediska průměrné absolutní odchylky \$ 0.09 se jako nejlepší jeví binomický Jarrow-Rudd model a z hlediska průměrné relativní odchylky 22.22 % trinomický model Tichý, oba s použitím Yangovy-Zhangovy volatility. Modely s použitím

Yangovy-Zhangovy volatility jsou blíže tržní ceně než modely s historickou volatilitou.

Na obrázku 9.14 jsou znázorněny oba nejlepší modely a trinomický Tianův model s historickou volatilitou, což je model s nejnižší průměrnou relativní odchylkou při použití historické volatility. Průběhy obou nejlepších modelů téměř splývají. Model s historickou volatilitou je téměř po celou dobu sledování pod tržní cenou. Dále je z obrázku patrné, že v průběhu sledování cena opce klesá. Průměrná absolutní odchylka je u všech modelů s Yangovou-Zhangovou volatilitou nižší než \$ 0.1, ale vzhledem k nízké ceně opce je průměrná relativní odchylka u všech modelů vyšší než 20 %.



Obrázek 9.14: Vývoj ceny opce RDSA180921P00065000

9.3.5 Opce T200117P00035000

Jedná se o americkou put opci společnosti AT&T Inc. s realizační cenou $K = 35$ \$. Datum expirace této opce je 17.1.2020. Opce je po celou dobu sledování

”v penězích”, ale vzhledem k rostoucí ceně podkladového aktiva lze očekávat, že ve sledovaném období bude cena klesat.

První den ocenění zbývá do expirace 500 dní, což odpovídá 359 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 20.41 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita je 19.21 %.

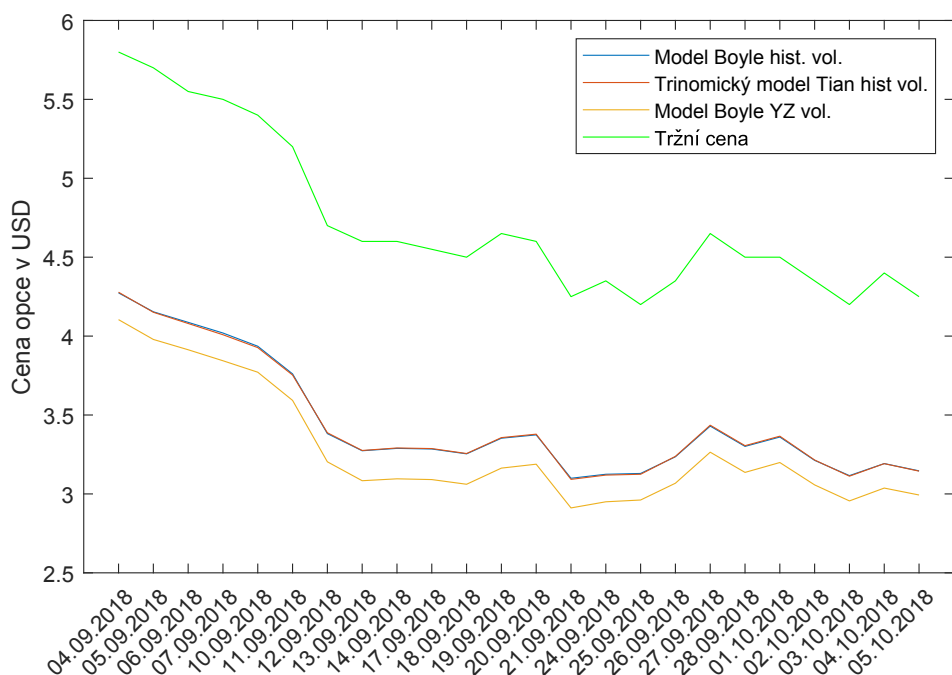
V tabulce D.13 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. Nejvíce kroků je v průměru využito pro oba modely Jarrow-Rudd s historickou volatilitou a to 71. Nejméně pak 25 u trinomického Tianova modelu s Yangovou-Zhangovou volatilitou.

V tabulce D.14 jsou uvedeny průměrné absolutní a průměrné relativní odchylky jednotlivých modelů. Modely s historickou volatilitou jsou blíže tržní ceně, než modely s Yangovou-Zhangovou volatilitou. Z hlediska obou odchylek se nejlépe jeví Boylův model s průměrnou absolutní odchylkou \$ 1.27 a s průměrnou relativní odchylkou 26.95 %. Druhým nejlepším modelem je pak trinomický Tianův model. Z modelů s Yangovou-Zhangovou volatilitou vychází s průměrnou relativní odchylkou 30.66 % nejlépe Boylův model.

Na obrázku jsou vykresleny oba nejlepší modely, Boylův model s Yangovou-Zhangovou volatilitou a tržní cena opce. Všechny modely opci oproti tržní ceně podceňují, přičemž model s Yangovou-Zhangovou volatilitou dává ještě nižší hodnoty než modely s historickou volatilitou, které téměř splývají. V kapitole 10.2 si ukážeme, o jakou hodnotu konstanty by bylo třeba denně upravit volatilitu, aby byla modelová cena co nejbližší tržní ceně. Vzhledem k realizační ceně opce \$ 35 a ceně akcie, která ve druhé polovině sledovaného období neklesla pod \$ 33, tak více než polovinu ceny této opce tvoří její časová hodnota.

9.3.6 Opce TM181019P00120000

Jedná se o americkou put opci společnosti Toyota Motor Corporation s realizační cenou $K = 120$ \$. Datum expirace této opce je 19. 10. 2018. Opce se po většinu sledovaného období nachází ”mimo peníze” nebo ”na penězích”. Lze tedy očekávat, že cena opce bude poměrně nízká.



Obrázek 9.15: Vývoj ceny opce T200117P00035000

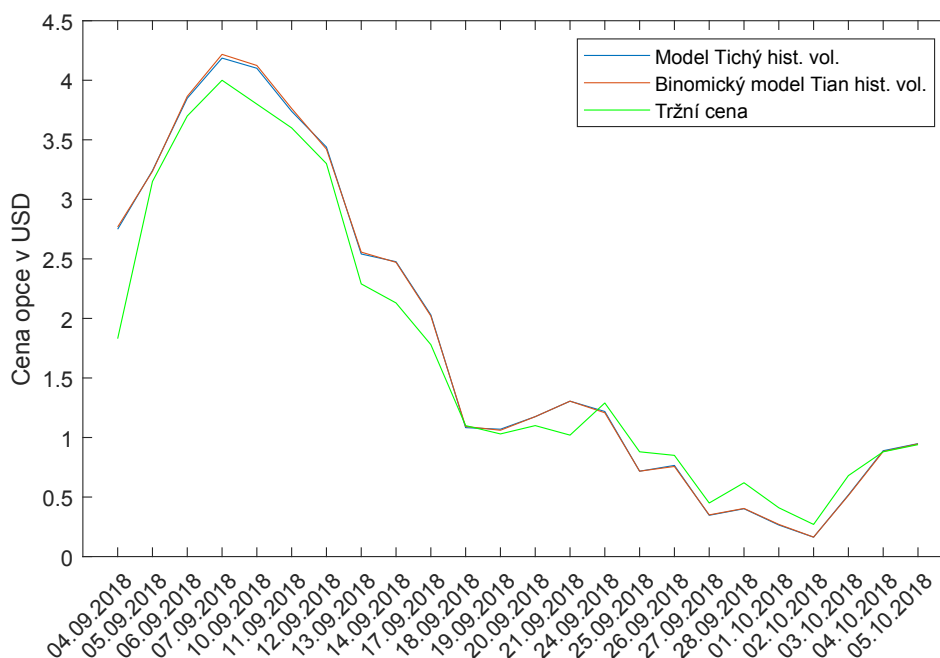
První den oceňování opce zbývá do expirace 45 dní, což odpovídá 34 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 17.08 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita je 16.97 %. Na obrázku 9.10a je vykreslen průběh volatility ve sledovaném období. Největší rozdíly lze pozorovat v období od 18. 9. 2018 do 26. 9. 2018, zatímco v závěru sledovaného období jsou průběhy velmi podobné.

V tabulce D.19 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. Počet kroků při použití historické volatility a Yangovy-Zhangovy volatility se liší jen minimálně. V průměru nejméně kroků 27 potřebujeme při použití trinomického Boylova modelu a nejvíce 71 pak při použití binomického Tianova modelu. Absolutně největšího počtu kroků 127 dosáhl binomický CRR model s použitím Yangovy-Zhangovy volatility a nejmenší počet kroků 18 byl realizován při použití trinomického Tianova modelu a to jak pro historickou, tak pro Yangovu-Zhangovu volatilitu.

V tabulce D.20 jsou uvedeny průměrné absolutní a relativní odchylky jednotlivých modelů. Z hlediska průměrné absolutní i relativní odchylky se jeví jako nejlepší trinomický model Tichý s použitím historické volatility, jehož průměrná absolutní

odchylka je \$ 0.1 a průměrná relativní odchylka je 14.67 %. Stejně relativní odchylky jako model Tichý dosahuje i binomický Tianův model taktéž s použitím historické volatility. Modely s použitím historické volatility jsou z hlediska obou odchylek v tomto případě blíže tržní ceně, než modely s použitím Yangovy-Zhangovy volatility. Při použití Yangovy-Zhangovy volatility je z hlediska průměrné relativní odchylky 16.04 % nejbližší tržní ceně binomický model Jarrow-Rudd.

Na obrázku 9.16 jsou vykresleny průběhy obou nejlepších modelů. Můžeme si všimnout, že modely téměř splývají. V první polovině sledovaného období dávají modely vyšší cenu, než byla tržní cena, zatímco ve druhé polovině sledovaného období opci spíše podceňují.



Obrázek 9.16: Vývoj ceny opce TM181019P00120000

9.3.7 Opce WBA190118P00065000

Jedná se o americkou put opci společnosti Walgreens Boots Alliance, Inc. s realizační cenou $K = 65$ \$. Datum expirace této opce je 18. 1. 2019. Opce je od počátku sledování "mimo peníze", lze tedy očekávat, že cena opce bude poměrně nízká a vzhledem k rostoucí ceně podkladové akcie bude v průběhu sledovaného období klesat.

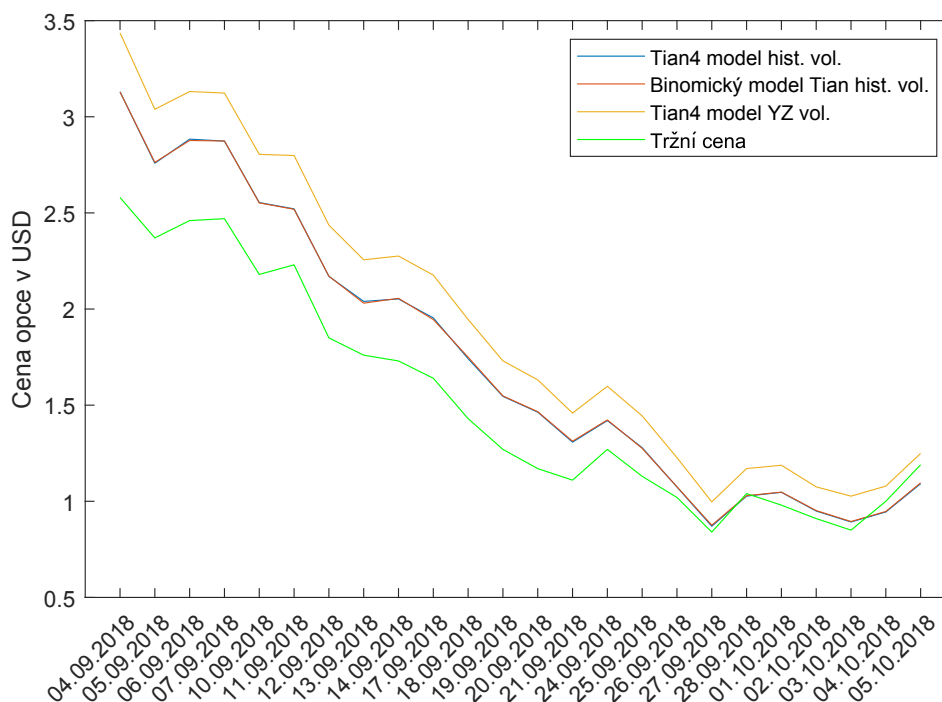
První den oceňování zbývá do expirace 136 dní, což odpovídá 99 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 26.22 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita je 27.75 %. Na obrázku 9.10d je vykreslen průběh volatility ve sledovaném období. Z obrázku je zřejmé, že po celou dobu sledování byla Yangova-Zhangova volatilita vyšší než historická volatilita.

V tabulce D.25 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. Rozdíl v počtu kroků při použití historické a Yangovy-Zhangovy volatility je maximálně 5 kroků. Při ocenění binomickými modely potřebujeme téměř dvojnásobný počet kroků než při ocenění trinomickými modely. V průměru nejméně kroků 46 potřebujeme při použití trinomického Boylova modelu a nejvíce pak 115 u binomického Tianova modelu s Yangovou-Zhangovou volatilitou. Absolutně největšího počtu kroků 129 dosáhl binomický Tian model s použitím historické volatility a nejmenší počet kroků 29 byl realizován při použití trinomického Tianova modelu, a to jak pro historickou, tak pro Yangovu-Zhangovu volatilitu.

V tabulce D.26 jsou uvedeny průměrné absolutní a relativní odchylky jednotlivých modelů. Z hlediska obou odchylek se jeví jako nejlepší trinomický model Tian4 s průměrnou relativní odchylkou 13.5 % a s průměrnou absolutní odchylkou \$ 0.23. Stejně hodnoty průměrné absolutní odchylky dosahuje i binomický Tianův model, oba s použitím historické volatility. Modely s použitím historické volatility jsou pro tuto opci výrazně blíže tržní ceně než modely s Yangovou-Zhangovou volatilitou. Nejlepším modelem s Yangovou-Zhangovou volatilitou je Tian4 model, jehož průměrná relativní odchylka je téměř dvojnásobná oproti témuž modelu s historickou volatilitou.

Na obrázku 9.17 jsou vykresleny oba nejlepší modely, model Tian4 s Yangovou-Zhangovou volatilitou a tržní cena opce. Stejně jako na obrázku 9.16 si můžeme i zde všimnout, že průběhy obou nejlepších modelů téměř splývají. V prvních dvou třetinách sledování je modelová cena vyšší než tržní cena, následně téměř splývá a na závěr sledování je mírně nižší než tržní cena. Ocenění modelu s Yangovu-Zhangovou volatilitou je po celou dobu sledování vyšší než tržní cena.

Dále je patrné, že absolutní rozdíl modelové a tržní ceny v průběhu sledovaného období výrazně klesá. Relativní rozdíl cen se také zmenšuje, ale již ne tak výrazně jako rozdíl absolutní, což je způsobeno poklesem ceny opce během sledovaného období.



Obrázek 9.17: Vývoj ceny opce WBA190118P00065000

9.3.8 Opce WBA181019C00065000

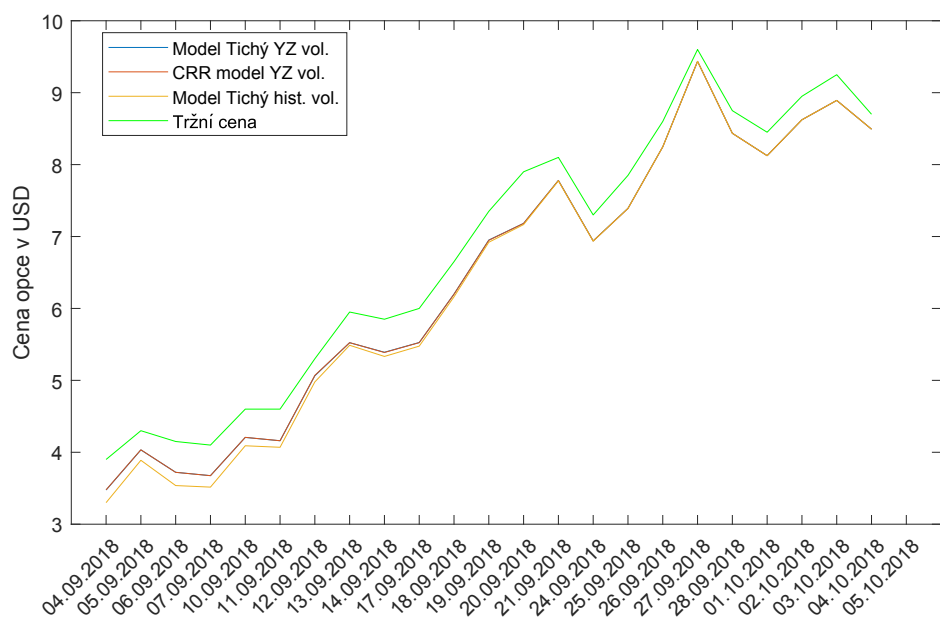
Jedná se o americkou call opci společnosti Walgreens Boots Alliance, Inc. s realizační cenou $K = 65$ \$. Datum expirace této opce je 19.10.2018. Opce je od počátku sledování "v penězích", a vzhledem k rostoucí ceně podkladové akcie bude v průběhu sledovaného období její cena růst.

První den oceňování zbývá do expirace 45 dní, což odpovídá 34 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 16.71 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita je 18.30 %.

V tabulce D.27 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. Nejvyšší průměrný počet kroků pro tuto opci je 35 a je realizován binomickými modely s použitím Yangovy-Zhangovy volatility.

V tabulce D.28 jsou uvedeny průměrné absolutní a průměrné relativní odchylky jednotlivých modelů. Z hlediska obou odchylek se jako nejlepší jeví model Tichý s použitím Yangovy-Zhangovy volatility s průměrnou absolutní odchylkou \$ 0.38 a s průměrnou relativní odchylkou 6.19 %. Druhým nejlepším modelem je CRR model, taktéž s použitím Yangovy-Zhangovy volatility. Z modelů s historickou volatilitou má nejnižší průměrnou relativní odchylku 7.33 % model Tichý.

Na obrázku 9.18 jsou znázorněny oba nejlepší modely, model Tichý s historickou volatilitou a tržní cena opce. V tomto případě téměř splývají všechny tři znázorněné modely. Modely se pohybují velice těsně pod tržní cenou opce. Na obrázku si také můžeme všimnout výrazného růstu ceny opce ve sledovaném období, což je způsobeno výrazným růstem ceny akcie.



Obrázek 9.18: Vývoj ceny opce WBA181019C00065000

9.3.9 Další americké opce na akcii s dividendou

Dále bylo oceněno šest amerických call opcí, tři s průměrnou relativní odchylkou vyšší než 20 % a tři s průměrnou relativní odchylkou do 10 %. Nejvyšší průměrnou relativní odchylku od tržní ceny 130.19 % má kontrakt RDSA190118C00075000,

který je po celou dobu sledování "mimo peníze". Vysoká hodnota průměrné relativní odchylky je dána i nízkou cenou opce. Cena opce mírně roste, jak roste cena podkladové akcie, nicméně nárůst modelové ceny je menší než strmý růst tržní ceny, ke kterému dochází ve druhé polovině sledovaného období. V tomto případě model opci oproti tržní ceně nadceňuje, stejně jako v případě kontraktu TM190118C00130000, který je také po celou dobu sledování "mimo peníze". Opce TM180921C00125000 expiruje ve sledovaném období a po celou dobu sledování je "mimo peníze" nebo "na penězích". V den expirace byla maximální cena podkladové akcie \$ 124.95 a nebylo tedy výhodné opci uplatňovat. Nejnižší průměrná absolutní odchylka modelu od tržní ceny u této opce je \$ 0.11, vzhledem k velmi nízké ceně opce je však průměrná relativní odchylka 35.03 %.

Kontrakty T190118P00033000, T180921C0003000 a PG181019C00080000 jsou alespoň část sledovaného období "v penězích" a jejich průměrná relativní odchylka je menší než 10 %. Opce T180921C0003000 expiruje ve sledovaném období a po celou dobu sledování je "v penězích".

V tabulce 9.4 jsou uvedeny shrnující informace o oceněných amerických opcích na akcii s výplatou dividendy. Na obrázku 9.19 jsou vykresleny dodatečně oceněné call opce.

9.3.10 Shrnutí americké opce na akcii s dividendou

Všechny vybrané opce, které byly po dobu sledování "v penězích" a jejichž doba expirace je nejpozději 18. 1. 2019, mají průměrnou relativní odchylku menší než 10 %. Opce T200117P00035000 s expirací dne 17. 1. 2020 je také "v penězích", ale má průměrnou relativní odchylku vyšší, a to 26.95 %. Zda je u těchto opcí lepší použít historickou či Yangovu-Zhangovu volatilitu nelze jednoznačně určit. V pěti případech ze šesti však bylo výhodnější použít volatilitu s vyšší hodnotou.

U vybraných opcí, které expirují ve sledovaném období, je vhodnější použít Yangovu-Zhangovu volatilitu v případě, že opce je po většinu sledovaného období "mimo peníze", zatímco pro opci "v penězích" byl tržní ceně blíže model s použitím historické volatility.

Tabulka 9.4: Další americké opce s dividendou

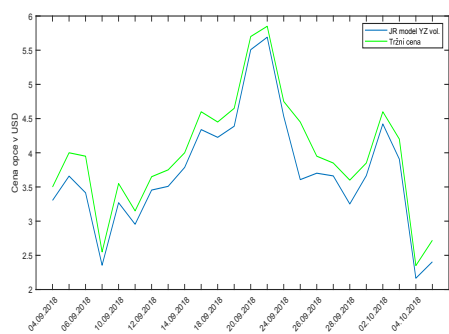
Kontrakt	Expirace	K[\$]	Vol.	Pr. odchylka		Tab.
				abs.[\$]	rel.[%]	
PG190418C00090000	18. 04. 2019	90	Hist.	0.58	42.67	D.1, D.2
PG190118C00075000	18. 01. 2019	75	YZ	0.09	0.98	D.3, D.4
PG181019C00080000	19. 10. 2018	80	YZ	0.27	7.02	D.5, D.6
RDSA180921P00065000	21. 9. 2018	65	YZ	0.09	22.22	D.7, D.8
RDSA190118C00060000	18. 1. 2019	60	Hist.	0.22	2.92	D.9, D.10
RDSA190118C00075000	18. 1. 2019	75	Hist.	0.61	130.19	D.11, D.12
T200117P00035000	17. 1. 2020	35	Hist.	1.27	26.95	D.13, D.14
T190118P00033000	18. 1. 2019	33	Hist.	0.1	6.65	D.15, D.16
T180921C0003000	21. 9. 2018	30	Hist.	0.08	3.22	D.17, D.18
TM181019P00120000	19. 10. 2018	120	Hist.	0.1	14.67	D.19, D.20
TM190118C00130000	18. 1. 2019	130	Hist.	0.44	23.9	D.21, D.22
TM180921C00125000	21. 9. 2018	125	YZ	0.11	35.03	D.23, D.24
WBA190118P00065000	18. 01. 2019	65	Hist.	0.23	13.5	D.25, D.26
WBA181019C00065000	19. 10. 2018	65	YZ	0.38	6.19	D.27, D.28

Pro vybrané opce expirující 19. 10. 2018 je vhodnější použít Yangovu-Zhangovu volatilitu, pokud jsou během sledovaného období "v penězích" a historickou, pokud byly ve sledovaném období "mimo peníze".

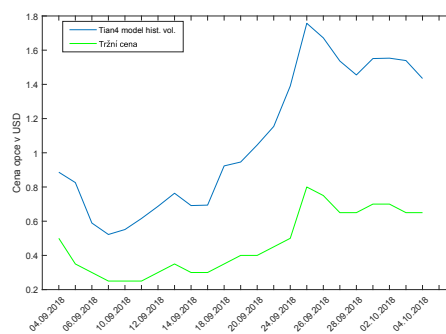
Téměř pro všechny kontrakty expirující v roce 2019, s výjimkou kontraktu PG190118C00075000, je z hlediska průměrné odchylky od tržní ceny vhodnější použít historickou volatilitu.

9.4 Americké opce na akcii bez dividendy

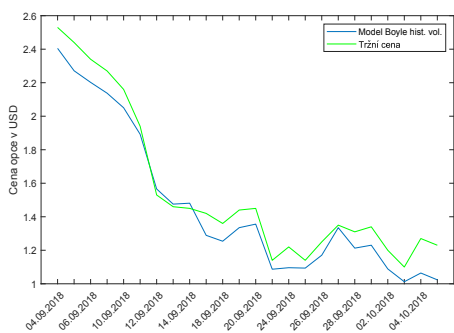
Opce společnosti Biogen Inc. a Tesla, Inc. byly sledovány v období od 4. 10. 2018 do 5. 10. 2018. Společnosti nevyplácí na své akcie dividendu. Na obrázku 9.20 je pro obě společnosti znázorněn vývoj ceny akcie ve sledovaném období.



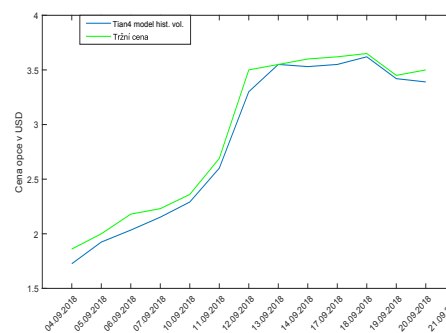
(a) PG181019C00080000



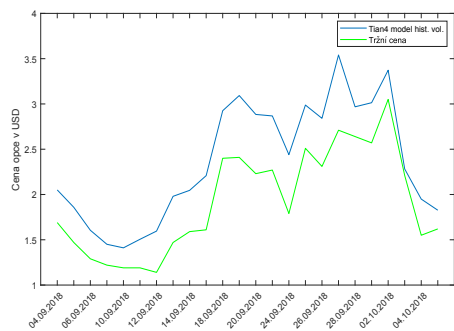
(b) RDSA190118C00075000



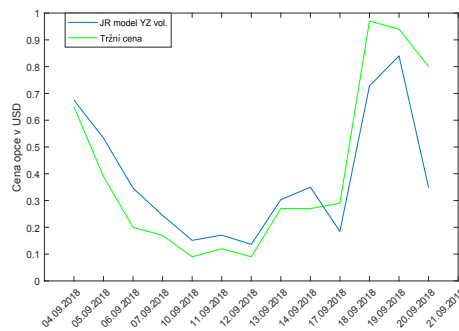
(c) T190118P00033000



(d) T180921C0003000



(e) TM190118C00130000

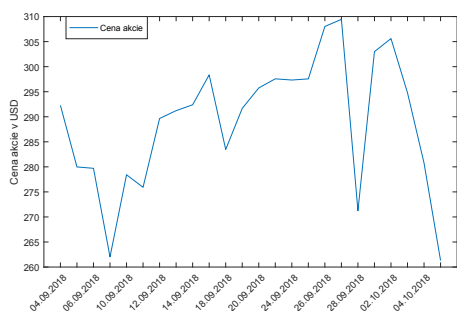


(f) TM180921C00125000

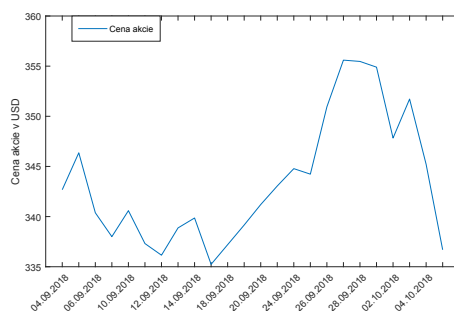
Obrázek 9.19: Vývoj hodnoty vybraných amerických opcí na akcii s dividendou ve sledovaném období

9.4.1 Opce BIIB181221C00350000

Jedná se o americkou call opci společnosti Biogen Inc. s realizační cenou $K = 350$ \$. Datum expirace této opce je 21. 12. 2018. Opce se po většinu sledovaného období nachází "mimo peníze", její hodnota bude tedy převážně tvořena pouze časovou hodnotou.

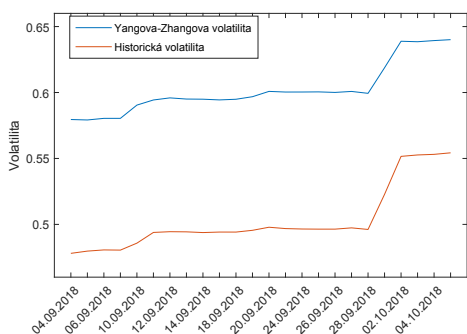


(a) Tesla, Inc.

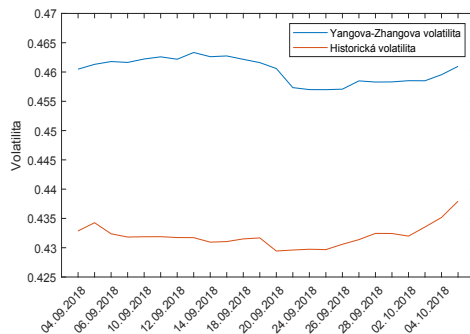


(b) Biogen Inc.

Obrázek 9.20: Vývoj hodnoty podkladových aktiv amerických opcí na akcii bez dividendy ve sledovaném období



(a) Tesla, Inc. 209denní historie



(b) Biogen Inc. 79denní historie

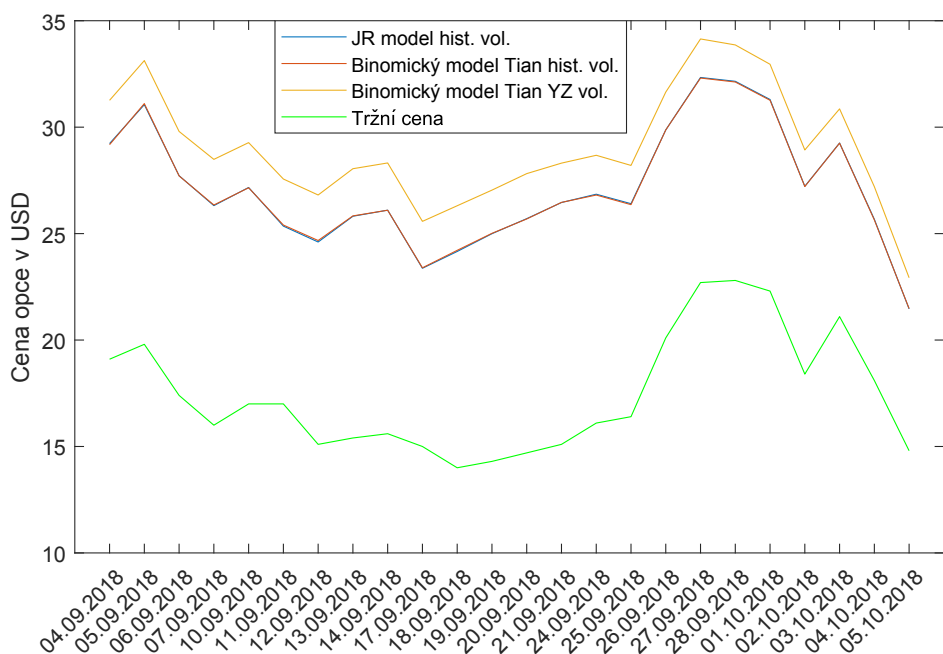
Obrázek 9.21: Vývoj volatility podkladových aktiv amerických opcí bez dividendy ve sledovaném období

První den oceňování zbývá do expirace 108 dní, což odpovídá 79 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 43.2 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita je 46.03 %. Na obrázku 9.21b je znázorněn průběh volatility ve sledovaném období. Z obrázku je patrné, že Yangova-Zhangova volatilita byla po celou dobu sledování vyšší než historická volatilita. Dále si můžeme všimnout, že oproti předchozím vybraným společnostem a indexům má akcie společnosti Biogen Inc. jednu z nejvyšších volatilit.

V tabulce E.1 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. U binomických modelů v některých dnech nedošlo ke splnění zastavovacího kritéria a výpočet se zastavil po 200 krocích. U trinomických modelů došlo ke splnění kritéria ve všech sledovaných dnech.

V tabulce E.2 jsou uvedeny průměrné absolutní a relativní odchylky jednotlivých modelů. Nejlepším modelem z hlediska obou odchylek je model Jarrow-Rudd s průměrnou absolutní odchylkou \$ 9.68 a průměrnou relativní odchylkou 56.98 %, druhým nejlepším modelem je binomický Tianův model, oba s použitím historické volatility. Nejlepším modelem s použitím Yangovy-Zhangovy volatility je binomický Tianův model.

Na obrázku 9.22 jsou znázorněny oba nejlepší modely, binomický Tianův model s Yangovou-Zhangovou volatilitou a tržní cena opce. Modely kopírují tvar průběhu tržní ceny opce, avšak oproti tržní ceně opci výrazně nadceňují. Modely s historickou volatilitou téměř splývají, zatímco model s Yangovou-Zhangovou volatilitou se nachází po celou dobu sledování nad těmito modely. V kapitole 10.3 si ukážeme, jakou konstantu je potřeba denně odečíst od vypočtené hodnoty volatility, aby se model co nejvíce přiblížil tržní ceně. Vzhledem k tomu, že opce je téměř po celou dobu sledování "mimo peníze" a její cena je tvořena převážně časovou hodnotou, je její modelová i tržní cena poměrně vysoká. To je způsobeno vysokou volatilitou podkladového aktiva.



Obrázek 9.22: Vývoj ceny opce BIIB181221C00350000

9.4.2 Opce BIIB180921P00350000

Jedná se o americkou put opci společnosti Biogen Inc. s realizační cenou $K = 350$ \$. Datum expirace této opce je 21. 9. 2018. Opce je po celou dobu sledovaného období až do expirace "v penězích".

První den oceňování zbývá do expirace 17 dní, což odpovídá 14 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 13.87 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita je 23.66 %.

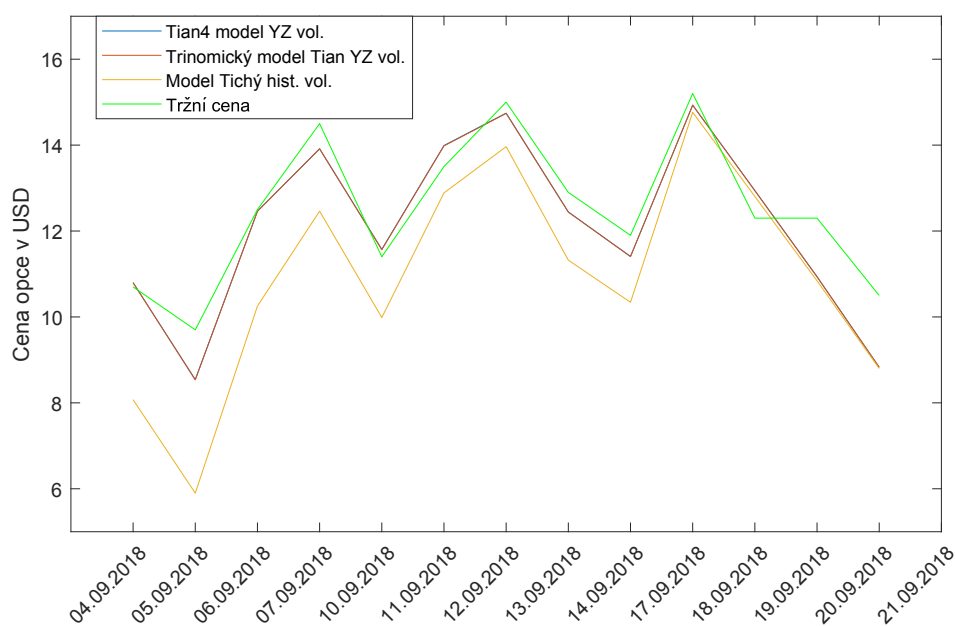
V tabulce E.3 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. Při použití historické volatility je u všech modelů nižší průměrný počet kroků, než při použití Yangovy-Zhangovy volatility. V průměru nejméně kroků 27 je využito při použití Boylova modelu.

V tabulce E.4 jsou uvedeny průměrné absolutní a relativní odchylky jednotlivých modelů. Modely s Yangovou-Zhangovou volatilitou jsou z hlediska obou odchylek blíže tržní ceně než modely s historickou volatilitou. V případě průměrné relativní odchylky je rozdíl více než dvojnásobný. Nejlepším modelem z hlediska obou odchylek je model Tian4 s průměrnou absolutní odchylkou \$ 0.58 a průměrnou relativní odchylkou 5.12 %, druhým nejlepším modelem je trinomický Tianův model. Z modelů s historickou volatilitou vychází z hlediska obou odchylek nejlépe model Tichý s průměrnou relativní odchylkou 13.28 %.

Na obrázku 9.23 jsou znázorněny oba nejlepší modely, model Tichý s historickou volatilitou a tržní cena opce. Oba nejlepší modely téměř splývají a po většinu sledovaného období jsou velice blízké tržní ceně. Model s historickou volatilitou kopíruje průběh těchto modelů, ale po většinu času opci oproti tržní ceně podceňuje. V závěru sledovaného období se model s historickou volatilitou velice těsně přiblíží k modelům s Yangovou-Zhangovou volatilitou.

9.4.3 Opce TSLA190621P00200000

Jedná se o americkou put opci společnosti Tesla, Inc. s realizační cenou $K = 200$ \$. Datum expirace této opce je 21. 6. 2019. Opce se po celou dobu sledování nachází "mimo peníze".



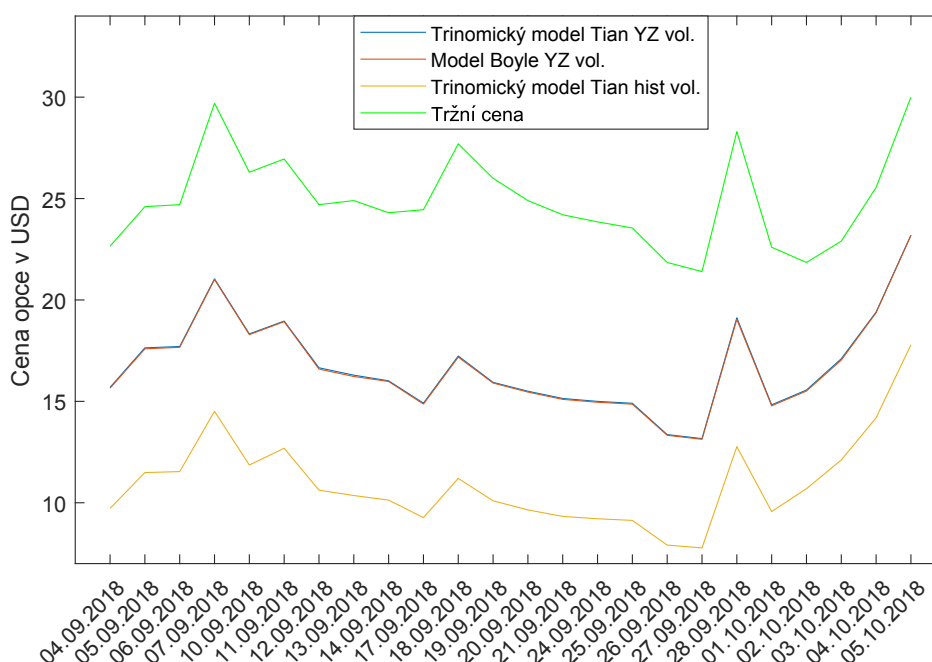
Obrázek 9.23: Vývoj ceny opce BIIB180921P00350000

První den oceňování zbývá do expirace 290 dní, což odpovídá 209 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 50.32 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita je 60.23 %. Na obrázku 9.21a je znázorněn průběh volatility ve sledovaném období. Tyto hodnoty volatility jsou nejvyšší ze sledovaných společností.

V tabulce E.9 je uveden průměrný počet kroků, který byl při oceňování jednotlivými modely použit. V průměru nejméně kroků 109 je využito při oceňování trinomickým Tianovým modelem s Yangovou-Zhangovou volatilitou. Průměrný počet všech binomických modelů je shodně roven nastavenému maximu 200 kroků.

V tabulce E.10 jsou uvedeny průměrné absolutní a relativní odchylky jednotlivých modelů. Nejlepším modelem z hlediska obou odchylek je trinomický Tianův model s průměrnou absolutní odchylkou \$ 8.13 a průměrnou relativní odchylkou 32.8 %, druhým nejlepším modelem je Boyleův model, oba s Yangovou-Zhangovou volatilitou. Při použití historické volatility vychází z hlediska obou odchylek nejlépe trinomický Tianův model, avšak jeho průměrná relativní odchylka je o více než 20 procentních bodů vyšší, než odchylky při použití Yangovy-Zhangovy volatility.

Na obrázku 9.24 jsou znázorněny oba nejlepší modely, trinomický Tianův model s historickou volatilitou a tržní cena opce. Všechny modelové ceny opci oproti tržní ceně podceňují. Oba nejlepší modely téměř splývají. Model s historickou volatilitou kopíruje tvar těchto modelů, ale dává ještě nižší hodnotu. Přestože opce je po celou dobu sledování ”mimo peníze”, je její cena poměrně vysoká. Na vyšší cenu opce má velký vliv vysoká volatilita podkladového aktiva.



Obrázek 9.24: Vývoj ceny opce TSLA190621P00200000

9.4.4 Opce TSLA180921C00050000

Jedná se o americkou call opci společnosti Tesla, Inc. s realizační cenou $K = 50$ \$. Datum expirace této opce je 21. 9. 2018. Opce se po celou dobu sledování nachází ”v penězích”.

První den oceňování zbývá do expirace 17 dní, což odpovídá 14 pracovním dnům. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 52.92 % a průměrná Yangova-Zhangova volatilita 66.45 %.

V tabulce E.11 je uveden průměrný počet kroků pro jednotlivé modely. Tato hodnota je zde shodná pro všechny modely a obě volatilita a je 16 kroků.

V tabulce E.12 jsou uvedeny průměrné absolutní a průměrné relativní odchylky jednotlivých modelů. Z hlediska průměrné relativní odchylky nepozorujeme při zaokrouhlování na čtyři desetinná místa rozdíly mezi modely, tato odchylka je shodně 1.94 %. Z hlediska průměrné absolutní odchylky pozorujeme, že model Jarrow-Rudd a model Tichý jsou mírně horší než ostatní modely, jejichž odchylka je \$ 4.48. Toto je způsobeno vysokou cenou opce. Průměrná tržní cena opce je \$ 253.

Na obrázku 9.25 je vykreslen Boyleův model s historickou a Yangovou-Zhangovou volatilitou a tržní cena opce. Můžeme si všimnout, že od 7.9.2018 do 11.9.2018 dochází k výraznému propadu tržní ceny opce oproti modelové ceně. Na obrázku 9.20a ale vidíme, že v tomto období cena akcie roste a vzhledem k tomu, že se jedná o call opci, měla by růst i cena této opce.



Obrázek 9.25: Vývoj ceny opce TSLA180921C00050000

9.4.5 Další americké opce na akcii bez dividendy

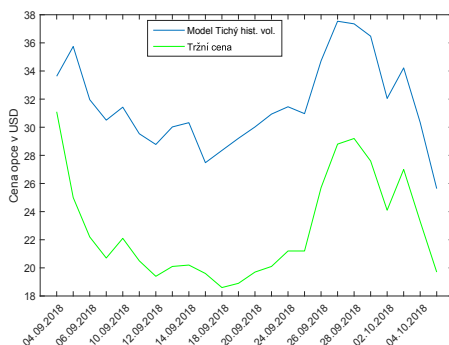
Dále budou oceněny dvě opce společnosti Biogen Inc. zastupující americké opce, jejichž podkladová akcie nevyplácí dividendu. Vybraná put opce s realizační cenou 330 \$ se po celou dobu sledování nachází "mimo peníze". Vybraná call opce s realizační cenou 330 \$ se na počátku sledovaného období nachází "v penězích",

následně dochází k poklesu ceny akcie a opce je "mimo peníze". Ve druhé části sledovaného období cena akcie opět roste a opce je téměř až do konce sledovaného období "v penězích".

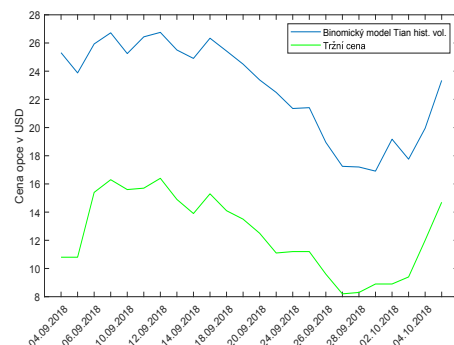
Tabulka 9.5 obsahuje shrnující informace o oceněných opcích společnosti Biogen Inc. V tabulce je uveden název kontraktu opce, datum expirace, realizační cena K , typ použité volatility u nejlepšího modelu, průměrná absolutní a průměrná relativní odchylka od tržní ceny nejlepšího modelu a odkaz na tabulku s průměrným počtem kroků a s podrobnými výsledky pro všechny modely. Na obrázku 9.26 je pro další oceněné opce vykreslen nejlepší model a tržní cena opce.

Tabulka 9.5: Další evropské opce bez dividend

Kontrakt	Expirace	K[\$]	Vol.	Průměrná odchylka		Tab.
				abs.[\$]	rel.[%]	
BIIB181221C00350000	21. 12. 2018	350	Hist.	9.68	56.98	E.1, E.2
BIIB180921P00350000	21. 9. 2018	350	YZ	10.58	5.12	E.3, E.4
BIIB181221C00340000	21. 12. 2018	340	Hist.	8.86	40.42	E.5, E.6
BIIB181221P00330000	21. 12. 2018	330	Hist.	10.31	86.31	E.7, E.8
TSLA190621P00200000	21. 6. 2019	200	YZ	8.13	32.8	E.9, E.10
TSLA180921C00050000	21. 9. 2018	50	-	4.48	1.94	E.11, E.12



(a) BIIB181221C00340000



(b) BIIB181221P00330000

Obrázek 9.26: Vývoj hodnoty vybraných amerických opcí bez dividendy ve sledovaném období

9.4.6 Shrnutí americká opce na akcii bez dividendy

U všech vybraných opcí, které expirují 21. 12. 2018, se z hlediska odchylky od tržní ceny jeví lépe historická volatilita. Yangovy-Zhangova volatilita byla pak vhodnější u opce, která expiruje ve sledovaném období BIIB180921P00350000 a následně u opce s nejdelší dobou do expirace TSLA190621P00200000. Průměrnou relativní odchylku do 10 % mají pouze dva kontrakty: TSLA180921C00050000 a BIIB180921P00350000, které jsou v penězích po celou dobu sledování, popřípadě až do expirace, která nastala v době sledování. Ostatní opční kontrakty mají průměrnou relativní odchylku vyšší než 30 %.

Společnosti Biogen Inc., a Tesla, Inc. jsou specifické vysokou volatilitou podkladového aktiva, jejich volatilita je nejvyšší ze všech sledovaných společností. Opce "v penězích", které expirují v blízké době, lze spolehlivě ocenit, protože cena opce je z velké části tvořena vnitřní hodnotou, a v kterýkoli okamžik sledování bude opce uplatněna, vzniká držiteli zisk z uplatnění této opce. Vzhledem k tomu, že u těchto společností lze jen těžko odhadnout, jakým směrem se cena podkladového aktiva bude vyvíjet, tak bude velice obtížné odhadnout, zda se cena akcie změní tak, aby bylo opci "mimo peníze" výhodné uplatnit. Vzniklou odchylku modelové a tržní ceny by bylo možné zmenšit úpravou volatility.

10 Citlivostní analýza

V rámci citlivostní analýzy se budeme věnovat především vlivu volatility na cenu opce. Jak ukazuje práce Abrahamová (2015), vliv bezrizikové úrokové míry na cenu opce je minimální a vzhledem k tomu, že pro odhad jsou použity státní dluhopisy, tak nelze očekávat, že by se bezriziková úroková míra výrazně změnila, nebo byl její odhad zatížen velkou chybou. Vliv počtu kroků použitých k ocenění byl diskutován již v kapitole 6, kde bylo ukázáno, že s rostoucím počtem kroků modely konvergují k jedné hodnotě. U binomických modelů dochází ke střídání ustálené a rozkolísané části, přičemž výkyvy jsou s počtem kroků tlumeny, zatímco trinomický model se pohybuje ve vlnách.

Již v kapitole 8 jsme si na modelové opci ukázali vliv volatility na cenu opce. V kapitole 9 pak byly ukázány rozdíly v modelové ceně opce při použití historické volatility a Yangovy-Zhangovy volatility. U opcí, které byly vyhodnoceny v kapitole 9, kopíruje modelová cena tvar tržní ceny opce. Velikost odchylky od tržní ceny je však již velice významně ovlivněna volbou a odhadem volatility.

V kapitole 9 jsme si mohli všimnout, že rozdíly z hlediska průměrných odchylek jsou mezi modely minimální. Z hlediska počtu kroků potřebných pro ocenění lze pozorovat větší rozdíly mezi skupinou binomických modelů a skupinou trinomických modelů.

Pro účely citlivostní analýzy zvolíme pro vybranou opci binomický a trinomický model, který měl nejmenší průměrnou relativní odchylku od tržní ceny pro danou opci. Pro citlivostní analýzu byla vybrána jedna opce s vysokou tržní cenou, u které nezáleželo použitým typu volatility. Abychom si ukázali, že změnou volatility o konstantu je možné se přiblížit tržní ceně, zvolíme jednu opci, pro kterou je model pod tržní cenou a jednu, pro kterou je model nad tržní cenou. Dále byla vybrána opce, jejíž modelová cena byla blízko tržní ceně. Na ní si ukážeme, že při změně volatility se model od tržní ceny odchýlí. Na závěr vybereme jednu opci s vysokou průměrnou relativní odchylkou od tržní ceny a pro vybraný model upravíme jak historickou, tak Yangovu-Zhangovu volatilitu tak, aby se co nejvíce přiblížil tržní ceně.

Při změně volatilitu definujeme odchylky od původního modelu analogicky, jako jsme definovali odchylky od tržní ceny. V rovnicích (19) a (20) nahradíme tržní cenu cenou získanou dle původního modelu. V této části se tedy budeme věnovat odchylce od původní modelové ceny a pokud není uvedeno jinak, tržní cenou se zde nezabýváme. Pro každou změnu volatilitu znovu přepočteme počet kroků potřebný pro ocenění.

10.1 Citlivost SPX181221P03600000

V této kapitole se budeme věnovat citlivosti opce SPX181221P03600000 na změnu volatilitu. Ocenění této opce jsme se věnovali v kapitole 9.2.5 a průběh ocenění je znázorněn na obrázku 9.8e. Testovány budou binomický CRR model a trinomický Boylův model. Průměrná relativní odchylka modelu od tržní ceny je 0.73 % pro obě volatilitu. Jako výchozí hodnota volatilitu pro testování byla zvolena Yangova-Zhangova volatilita.

K volatilitě vypočtené v původním modelu připočteme každý den postupně -0.05 , $+0.05$, $+0.1$, $+0.15$, $+0.2$, $+0.25$, $+0.3$. Vzhledem k tomu, že Yangova-Zhangova volatilita v původním modelu, ze které budeme vycházet, byla v průměru 10.08 %, tak nebudeme v rámci citlivostní analýzy odečítat více než 5 procentních bodů.

V tabulce 10.1 je uveden průměrný počet kroků pro původní model a při změně volatilitu. Pokud každý den zmenšíme volatilitu o 5 procentních bodů, tak průměrný počet kroků zůstává stejný jako v původním modelu 16 kroků. Při zvýšení volatilitu o 5 procentních bodů se průměrný počet kroků u binomického CRR modelu zvýšil na 99 a u Boylova trinomického modelu na 187. Pokud volatilitu zvýšíme o 10 procentních bodů a více, tak není splněno zastavovací kritérium pro výpočet optimálního počtu kroků a výpočet se zastavil po 200 krocích. U trinomického modelu tato situace nastává až od zvýšení volatilitu o 15 procentních bodů.

V tabulce 10.2 je uvedena průměrná absolutní odchylka modelů s upravenou volatilitou od původního modelu. Při změně volatilitu o 5 procentních bodů je rozdíl oproti původnímu modelu minimální, přičemž snížení volatilitu má menší vliv

Tabulka 10.1: Průměrný počet kroků při změně volatility pro SPX181221P03600000

Model	-0.05	0	+0.05	+0.1	+0.15	+0.2	+0.25	+0.3
Binomický CRR	16	16	99	200	200	200	200	200
Trinomický Boyle	16	16	55	187	200	200	200	200

Tabulka 10.2: Průměrná absolutní odchylka od původního modelu v dolarech pro SPX181221P03600000

Model	-0.05	+0.05	+0.1	+0.15	+0.2	+0.25	+0.3
Binomický CRR	$5.29 \cdot 10^{-5}$	0.19	2.08	7.65	17.50	31.26	48.26
Trinomický Boyle	$1.64 \cdot 10^{-4}$	0.18	2.08	7.65	17.51	31.24	48.23

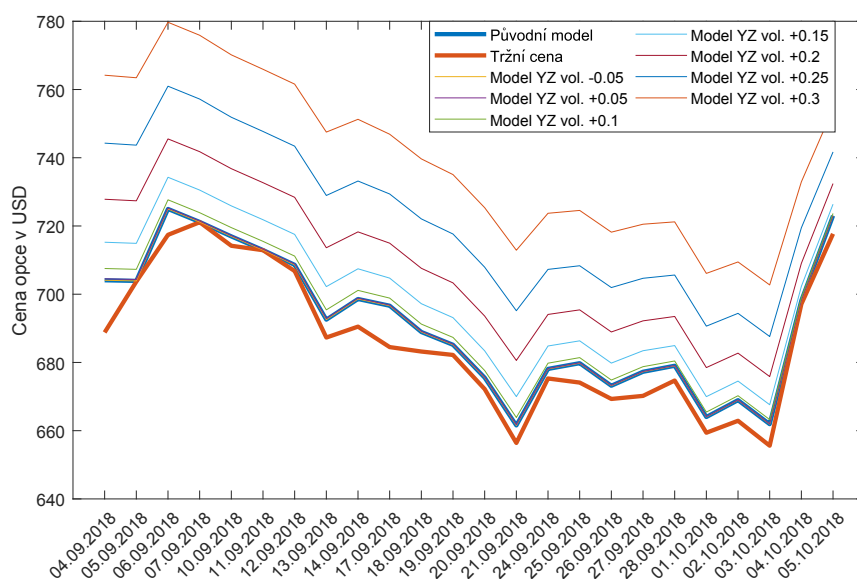
Tabulka 10.3: Průměrná relativní odchylka od původního modelu v procentech pro SPX181221P03600000

Model	-0.05	+0.05	+0.1	+0.15	+0.2	+0.25	+0.3
Binomický CRR	$7.53 \cdot 10^{-6}$	$2.68 \cdot 10^{-2}$	0.30	1.10	2.53	4.52	6.98
Trinomický Boyle	$2.33 \cdot 10^{-5}$	$2.65 \cdot 10^{-2}$	0.30	1.10	2.53	4.51	6.97

než zvýšení. Průměrná relativní odchylka od původního modelu při zvýšení volatility o 30 procentních bodů je necelých 7 %. Rozdíly v odchylkách mezi binomickým a trinomickým modelem jsou minimální. V tabulce C.8 si můžeme všimnout, že již u původního modelu byl rozdíl mezi binomickými a trinomickými modely minimální, proto budeme vykreslovat pouze jeden z modelů. Na obrázku 10.1 je vykreslena závislost ceny opce dle CRR modelu na změnu volatility během sledovaného období.

10.2 Citlivost T200117P00035000

Ocenění této opce se věnuje kapitola 9.3.5 a vývoj ceny je znázorněn na obrázku 9.15. Vzhledem k tomu, že u původního modelu byla odchylka od tržní ceny 26.95 %,



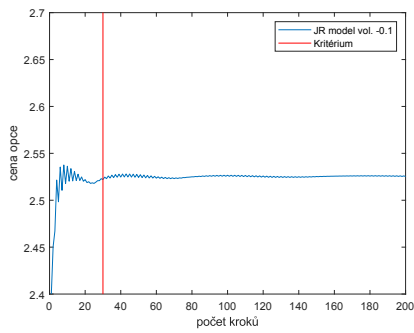
Obrázek 10.1: Citlivost na volatilitu opce SPX181221P03600000

přičemž modelová cena byla vyšší, tak z testovaných možností volatility dále vybereme tu, pro kterou je odchylka od tržní ceny nejmenší. Citlivost je testována na binomickém modelu Jarrow-Rudd a trinomickém Boyleově modelu. Jako výchozí volatilita byla zvolena historická volatilita, pro kterou byla v původním modelu odchylka od tržní ceny nejmenší. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 20.41 %.

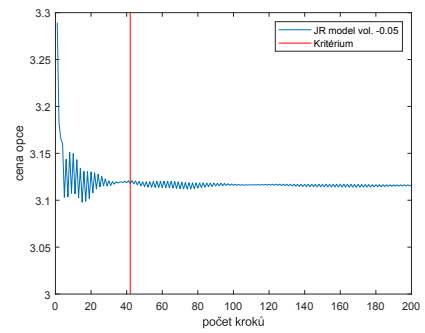
Tabulka 10.4: Průměrný počet kroků při změně volatility pro T200117P00035000

Model	-0.1	-0.05	0	+0.05	+0.1	+0.15	+0.2	+0.25	+0.3
Binomický JR	36	48	70	96	80	82	115	103	114
Trinomický Boyle	25	28	33	37	40	43	46	49	52

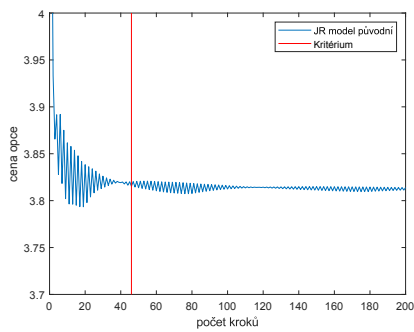
V tabulce 10.4 je uveden průměrný počet kroků pro původní model a při změně volatility. U trinomického modelu roste průměrný počet kroků s rostoucí volatilitou. U binomického modelu klesal průměrný počet kroků, pokud byla snižována volatilita oproti původnímu modelu. Při zvýšení volatility o 10 % však průměrný počet kroků oproti modelu se zvýšenou volatilitou o 5 % klesl. Stejně tak při zvýšení volatility o 20 % byl průměrný počet kroků vyšší než při zvýšení volatility o 25 %.



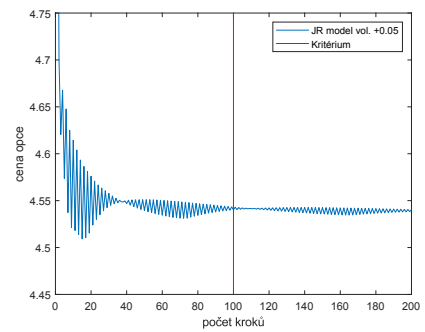
(a) Volatilita -10%



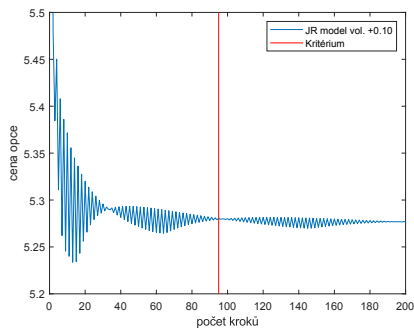
(b) Volatilita -5%



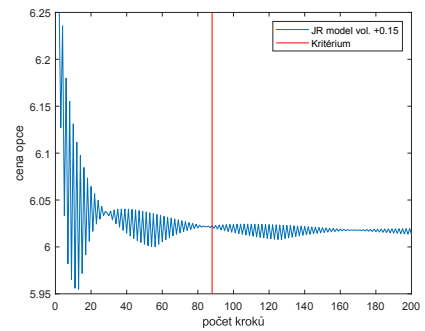
(c) Volatilita původní



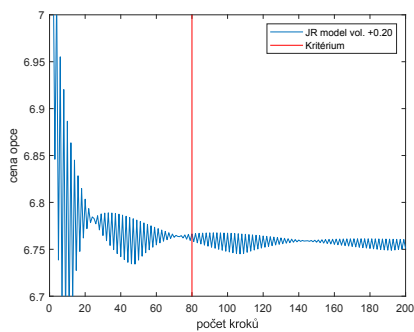
(d) Volatilita $+5\%$



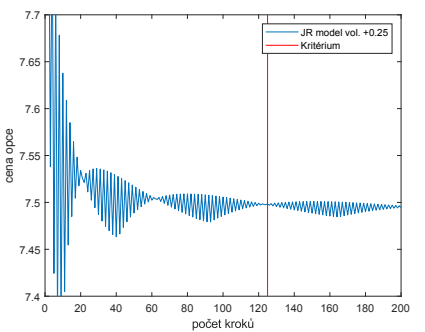
(e) Volatilita $+10\%$



(f) Volatilita $+15\%$



(g) Volatilita $+20\%$



(h) Volatilita $+25\%$

Obrázek 10.2: Vývoj ceny opce T200117P00035000 v závislosti na počtu kroků 6. den sledování. Vstupní hodnoty: $K = 35$ \$, $S = 32.60$ \$, $r = 0.034$, $T = 1.35$. Volatilita původního modelu $\sigma_{hist} = 0.2034$

Na obrázku 10.2 je vykreslen průběh oceňování pro 6. den s různými hodnotami volatility. Hodnoty na vertikální ose jsou kvůli přehlednosti omezeny. Můžeme si všimnout, že s rostoucí volatilitou jsou výkyvy v rozkolísané části modelu vyšší, ale ke střídání rozkolísané a ustálené části dochází častěji. Díky tomu může být u modelu s vyšší volatilitou splněno zastavovací kritérium dříve než u modelu s nižší volatilitou.

Tabulka 10.5: Průměrná absolutní odchylka od původního modelu v dolarech pro T200117P00035000

Model	-0.1	-0.05	+0.05	+0.1	+0.15	+0.2	+0.25	+0.3
Binomický JR	1.33	0.70	0.73	1.47	2.22	2.96	3.70	4.44
Trinomický Boyle	1.33	0.71	0.73	1.48	2.22	2.97	3.71	4.45

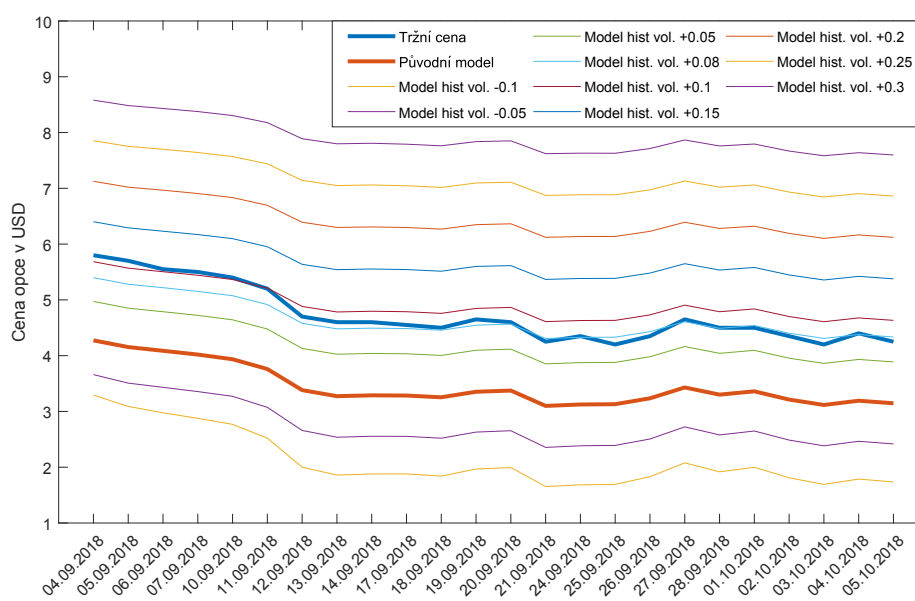
Tabulka 10.6: Průměrná relativní odchylka od původního modelu v procentech pro T200117P00035000

Model	-0.1	-0.05	+0.05	+0.1	+0.15	+0.2	+0.25	+0.3
Binomický JR	39.35	20.77	21.40	43.24	65.06	86.76	108.54	130.11
Trinomický Boyle	39.34	20.88	21.56	43.34	65.18	87.03	108.78	130.44

V tabulce 10.5 je uvedena průměrná absolutní odchylka modelů s upravenou volatilitou od původního modelu a v tabulce 10.6 průměrná relativní odchylka od původního modelu. Snížení volatility má menší vliv než zvýšení. Průměrná relativní odchylka od původního modelu při snížení volatility o 10 procentních bodů je 39.35 % a při zvýšení o 10 procentních bodů 43.24 %. Rozdíly v odchylkách mezi binomickým a trinomickým modelem jsou minimální, přičemž trinomický model se v tomto případě jeví jako mírně citlivější než binomický. V tabulce D.14 si můžeme všimnout, že již u původního modelu byl rozdíl mezi binomickými a trinomickými modely minimální a tabulka 10.5 ukazuje, že rozdíly v citlivosti na volatilitu se

v průměrné absolutní odchylce projeví až na druhém desetinném místě, proto budeme vykreslovat pouze jeden z modelů. Boyleův model je nejbližší tržní ceně, pokud přičteme k původní hodnotě historické volatility 8 procentních bodů (uvažujeme změnu volatility o celé procentní body). Průměrná relativní odchylka je pak 2.75 %

Na obrázku 10.3 je vykreslena závislost ceny opce dle Boyleova modelu na změnu volatility během sledovaného období a tržní cena opce.



Obrázek 10.3: Citlivost na volatilitu opce T200117P00035000

10.3 Citlivost BIIB181221C00350000

Ocenění této opce se věnuje kapitola 9.4.1 a vývoj ceny je vykreslen na obrázku 9.22. Vzhledem k tomu, že u původního modelu byla odchylka od tržní ceny 56.98 %, tak z testovaných možností volatility vybereme tu, pro kterou je odchylka od tržní ceny nejmenší. Citlivost je testována na binomickém modelu Jarrow-Rudd a trinomickém modelu Tichý s historickou volatilitou, pro kterou byla v původním modelu odchylka od tržní ceny nejmenší. Průměrná historická volatilita ve sledovaném období je 43.2 %.

V tabulce 10.7 je uveden průměrný počet kroků pro původní model a při změně volatility. U binomického modelu roste počet kroků s rostoucí volatilitou. U trino-

mického modelu však při zvýšení volatility o 30 procentních bodů průměrný počet kroků oproti původnímu modelu klesne.

Tabulka 10.7: Průměrný počet kroků při změně volatility pro BIIB181221C00350000

Model	-0.30	-0.20	-0.10	0	+0.10	+0.2	+0.30
Binomický JR	139	183	188	197	199	200	200
Trinomický Tichý	66	69	86	86	84	78	78

Tabulka 10.8: Průměrná absolutní odchylka od původního modelu v dolarech pro BIIB181221C00350000

Model	-0.30	-0.20	-0.10	+0.10	+0.2	+0.30
Binomický CRR	20.33	13.66	6.85	6.86	13.69	20.50
Trinomický Boyle	20.34	13.66	6.85	6.85	13.70	20.52

Tabulka 10.9: Průměrná relativní odchylka od původního modelu v procentech pro BIIB181221C00350000

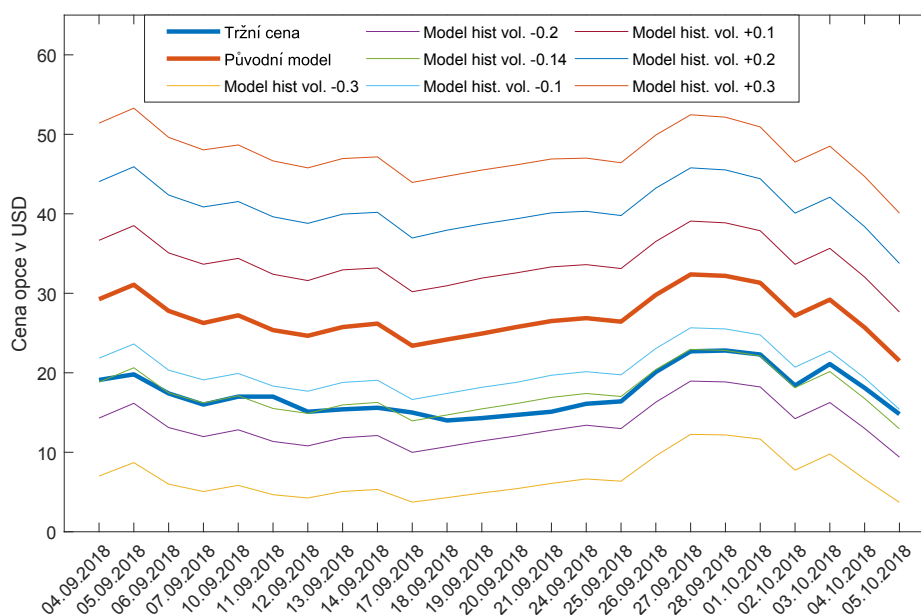
Model	-0.30	-0.20	-0.10	+0.10	+0.2	+0.30
Binomický CRR	75.61	50.84	25.49	25.53	50.97	76.31
Trinomický Boyle	75.59	50.81	25.50	25.50	50.98	76.38

V tabulce 10.8 je uvedena průměrná absolutní odchylka modelů s upravenou volatilitou od původního modelu a v tabulce 10.9 průměrná relativní odchylka od původního modelu. Rozdíly v citlivosti mezi binomickým a trinomickým modelem jsou minimální. Zvýšení volatility má větší vliv než snížení, ale rozdíly mezi modely ve vlivu na průměrnou relativní odchylku od původního modelu jsou menší než 1 procentní bod.

V tabulce E.2 si můžeme všimnout, že již u původního modelu byly rozdíly mezi binomickým a trinomickým modelem minimální, proto budeme vykreslovat pouze

binomický model. Binomický model je nejbližší tržní ceně, pokud od původní historické volatility denně odečteme 14 procentních bodů (uvažujeme změnu volatility o celé procentní body). Průměrná relativní odchylka upraveného modelu od tržní ceny je pak 4.54 %.

Na obrázku 10.4 je vykreslena závislost ceny opce dle modelu Jarrow-Rudd na změnu volatility během sledovaného období a tržní cena opce.



Obrázek 10.4: Citlivost na volatilitu opce BIIB181221C00350000

10.4 Citlivost PG190118C00075000

Ocenění této opce se věnuje kapitola 9.3.2 a vývoj ceny je vykreslen na obrázku 9.12. Odchylka původního modelu s Yangovou-Zhangovou volatilitou od tržní ceny je 0.98 %. Citlivost je testována pro trinomický Boylův model a binomický CRR model s Yangovou-Zhangovou volatilitou, jejíž průměrná hodnota ve sledovaném období je 15.07 %.

V tabulce 10.10 je uveden průměrný počet kroků pro původní model a při změně volatility. U binomického modelu roste počet kroků s rostoucí volatilitou. U trinomického modelu se růst zastaví při zvýšení o 10 procentních bodů a toto ustálení

vydrží až do nárůstu o 25 procentních bodů. Při zvýšení volatility o 30 procentních bodů počet kroků znovu vzroste.

Tabulka 10.10: Průměrný počet kroků při změně volatility pro PG190118C00075000

Model	-0.05	0	+0.05	+0.10	+0.15	+0.20	+0.25	+0.30
Binomický CRR	29	67	99	110	119	130	131	141
Trinomický Boyle	21	32	48	52	52	53	52	57

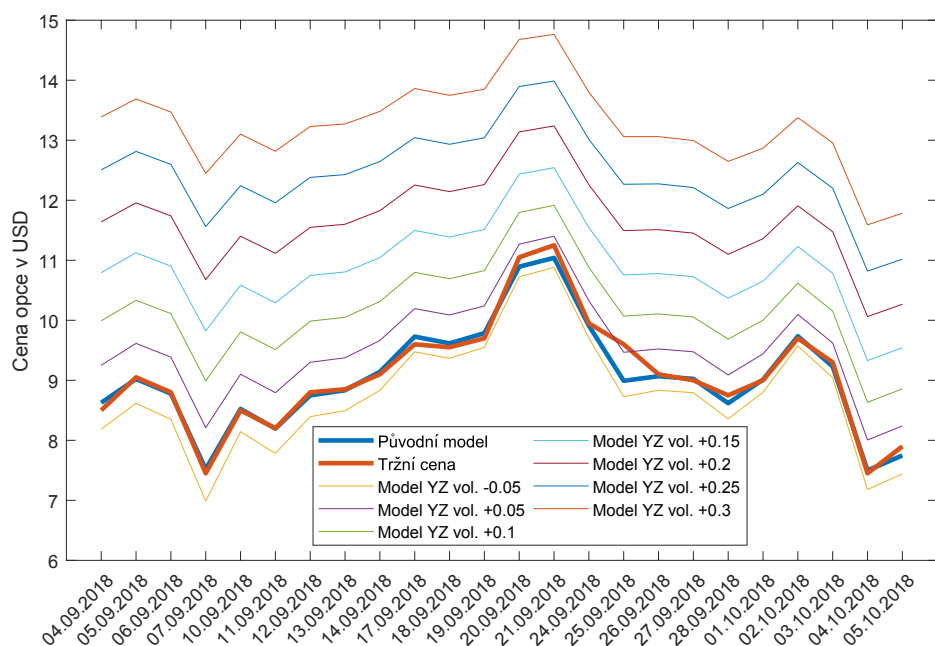
Tabulka 10.11: Průměrná absolutní odchylka od původního modelu v dolarech pro PG190118C00075000

Model	-0.05	+0.05	+0.10	+0.15	+0.20	+0.25	+0.30
Binomický CRR	0.29	0.50	1.12	1.83	2.58	3.37	4.18
Trinomický Boyle	0.29	0.50	1.12	1.83	2.59	3.38	4.19

Tabulka 10.12: Průměrná relativní odchylka od původního modelu v procentech pro PG190118C00075000

Model	-0.05	+0.05	+0.10	+0.15	+0.20	+0.25	+0.30
Binomický CRR	3.31	5.59	12.61	20.49	28.97	37.78	46.81
Trinomický Boyle	3.35	5.58	12.61	20.55	29.04	37.88	46.95

V tabulce 10.11 je uvedena průměrná absolutní odchylka modelů s upravenou volatilitou od původního modelu a v tabulce 10.12 průměrná relativní odchylka od původního modelu. Trinomický model je opět mírně citlivější na změnu volatility, než binomický model. Zvýšení volatility o konstantu má u obou modelů větší vliv než snížení. V tabulce D.4 si můžeme všimnout, že rozdíly mezi binomickým a trinomickým modelem jsou minimální, proto budeme vykreslovat pouze trinomický model.



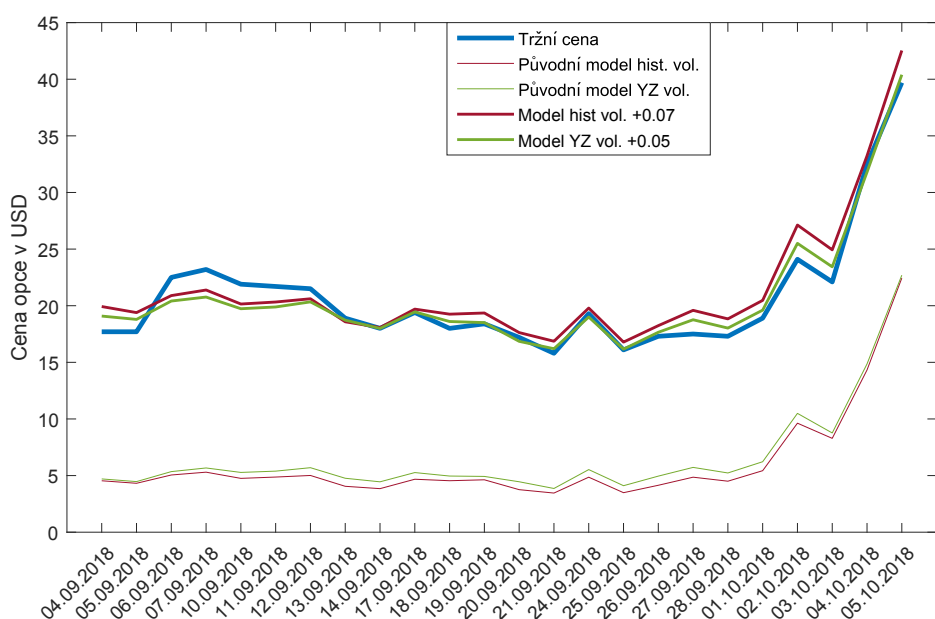
Obrázek 10.5: Citlivost na volatilitu opce PG190118C00075000

10.5 Citlivost RUT181221P01600000

Vývoj ceny této opce je znázorněn na obrázku 9.8b, kde si také můžeme všimnout, že tržní cena je vyšší než cena modelová. Průměrná relativní odchylka nejlepšího modelu od tržní ceny je 69.87 % pro Yangovu-Zhangovu volatilitu a 72.64 % pro historickou volatilitu. Průměrná Yangova-Zhangova volatilita byla ve sledovaném období 11.01 % a průměrná historická volatilita 10.68 %.

Pokud zvýšíme Yangovu-Zhangovu volatilitu o 5 procentních bodů, dosáhneme odchylky 4.25 %. Historickou volatilitu musíme zvýšit o 7 procentních bodů, abychom dosáhli odchylky 6.53 % (uvažujeme změnu o celé procentní body). Na obrázku 10.6 je vykreslen původní trinomický Tianův model pro obě volatility, upravený model a tržní cena opce.

Průměrný počet kroků původního trinomického Tian modelu s historickou volatilitou je 138 a u modelu se zvýšenou volatilitou rovněž na 138 kroků. V případě použití Yangovy-Zhangovy volatility je průměrný počet kroků původního modelu 139 kroků a u upraveného modelu 142 kroků. Na obrázku 10.7 je vykreslen průběh oceňování pro 12. den. Při zvýšení volatility došlo u Tianova trinomického modelu



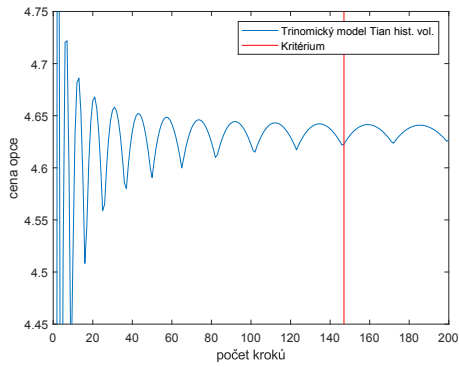
Obrázek 10.6: Citlivost na volatilitu opce RUT181221P01600000

ke snížení počtu vln. Růst a pokles těchto vln je pozvolnější než u modelů s nižší volatilitou, proto může být při zvýšení volatility kritérium splněno dříve než u modelu s nižší volatilitou.

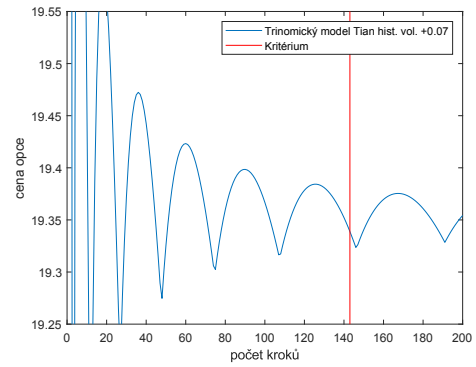
10.6 Shrnutí citlivostní analýzy

Jak již bylo zmíněno, modely téměř nejsou citlivé na hodnotu úrokové míry. Citlivosti na počet kroků jsme se věnovali již v kapitole 6, a proto byla citlivostní analýza věnována vlivu volatility. Již v kapitole 9 byl ukázán vliv volatility na průměrný počet kroků potřebných k ocenění opce a na modelovou cenu. Modely konvergují ke stejné ustálené hodnotě a pro každou změnu volatility jsou znovu přepočteny kroky tak, aby se model nacházel v ustálené fázi. Rozdíly mezi modely se projeví v počtu kroků použitých pro ocenění, ale cena získaná z modelů bude opět téměř stejná.

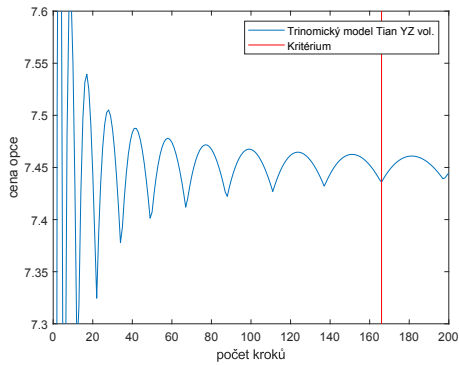
V rámci této kapitoly byla podrobně věnována pozornost vlivu volatility na pět vybraných opčních kontraktů. Opce SPX181221P03600000 reprezentuje opci s vysokou cenou. Tato opce je na změnu volatility z pohledu relativní odchylky méně citlivá než opce s nižší cenou. Modely pro opce T200117P00035000 a BIIB181221C00350000



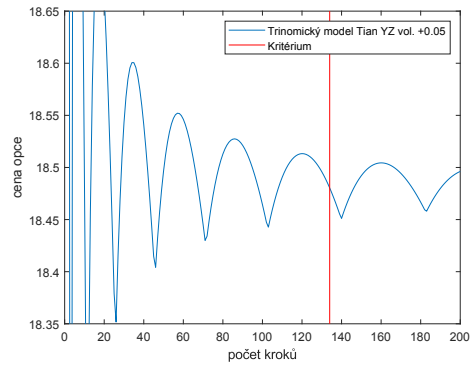
(a) Historická volatilita



(b) Historická volatilita +7 %



(c) YZ volatilita



(d) YZ volatilita +5 %

Obrázek 10.7: Vývoj ceny opce RUT181221P01600000 v závislosti na počtu kroků 12. den sledování. Vstupní hodnoty: $K = 1600$ \$, $S = 1709.8$ \$, $r = 0.0055$, $T = 0.2548$. Volatilita původního modelu $\sigma_{hist} = 0.1081$, $\sigma_{YZ} = 0.1264$

vykazovaly vysokou průměrnou relativní odchylku od tržní ceny. Na těchto kontraktech bylo ukázáno, že změna vypočtené volatilita o konstantu může vést k přiblížení upraveného modelu a tržní ceny. Opce PG190118C00075000 reprezentuje kontrakt s velmi nízkou odchylkou modelu od tržní ceny. Na obrázku 10.5 jsme si mohli všimnout, že pokud měníme volatilitu o konstantu, tak se model vzdaluje od tržní ceny. U předchozích opcí jsme se vždy věnovali modelu s typem volatilita, pro který byla průměrná relativní odchylka od tržní ceny nejmenší. Na příkladu opce RUT181221P01600000 bylo ukázáno, že i model s vyšší relativní odchylkou od tržní ceny může být změnou volatilita o konstantu přiblížen tržní ceně.

Změna volatilita má vliv i na průměrný počet kroků potřebných pro ocenění. S rostoucí volatilitou průměrný počet kroků spíše roste, ale neplatí to ve všech

případech. V případě binomických modelů dochází s rostoucí volatilitou k častějšímu střídání ustálené a rozkolísané části modelu a díky tomu může být zastavovací kritérium splněno dříve u modelu s vyšší volatilitou. U trinomických modelů dochází ke snížení počtu vln a zvyšování rozdílu mezi dnem a vrcholem vlny. Model s vyšší volatilitou má delší fázi růstu i poklesu než u modelu s nižší volatilitou, díky tomu může být i u trinomických modelů splněno zastavovací kritérium dříve u modelu s vyšší volatilitou než u modelu s nižší volatilitou. U všech vybraných a oceňovaných opcí platí, že s rostoucí volatilitou roste i cena opce. U opcí sledovaných v kapitole 10 se jevíly trinomické modely mírně citlivější než modely binomické. Snížení volatility o konstantu mělo u vybraných kontraktů menší vliv na modelovou cenu než zvýšení o stejnou konstantu.

11 Závěr

Cílem této práce bylo otestovat vybrané binomické a trinomické modely na reálných opčních kontraktech a porovnat chování těchto modelů. Pro ocenění byly využity vlastní funkce vytvořené v prostředí Matlab R2018a.

V rámci práce byly oceňovány opce sedmi vybraných společností a dvou indexů. Tím byly zahrnuty jak americké, tak evropské opce. U amerických opcí jsou zastoupeny jak opce na podkladovou akcii s dividendou, tak na akcii bez dividendy.

U opčních kontraktů oceňovaných v této práci jsme si mohli všimnout, že při stejných vstupech jsou rozdíly mezi jednotlivými modely minimální. Z hlediska relativní odchylky byl mezi modely maximální rozdíl menší než 1 %. Pro oceňování byly vybrány následující binomické modely: CRR model, Tianův binomický model, model Jarrow-Rudd a rizikově neutrální model Jarrow-Rudd. Z trinomických modelů byly vybrány: Boylův model, model Tichý, Tianův trinomický model a model Tian4. Rozdílný průběh jednotlivých modelů je znázorněn v kapitole 6. Největší rozdíly jsou patrné mezi skupinou binomických a trinomických modelů.

Minimálních rozdílů mezi jednotlivými modely bylo docíleno i denním přepočítáváním optimálního počtu kroků pro každý model. Zastavovací kritérium bylo definováno v rámci kapitoly 6. Cílem bylo najít takový počet kroků, pro který je model dočasně ustálen a následující rozkmitání je již relativně malé. Skutečnost, že všechny modely dávají téměř shodné výsledky, ukazuje, že všechny použité modely konvergují k jedné hodnotě. Dočasně ustálená část modelu, kterou najdeme pomocí kritéria, je této hodnotě velmi blízká.

Rozdíly mezi modely pozorujeme především v počtu kroků použitých pro ocenění. Trinomické modely potřebují výrazně méně kroků k dosažení zastavovacího kritéria než modely binomické, následně ale vzájemné rozdíly mezi binomickými modely a trinomickými modely jsou malé.

Pro kontrakty s dobou expirace do jednoho roku, které byly alespoň část sledovaného období "v penězích", lze pomocí modelů velice dobře odhadovat cenu opce, naopak u opcí, které byly po většinu sledovaného období "mimo peníze", se modely od tržní ceny odchyľují.

I u opčních kontraktů, které vykazují vysokou odchylku modelu a tržní ceny, lze pozorovat, že modely kopírují tvar tržní ceny opce. Na opcích s vysokou odchylkou modelu a tržní ceny bylo ukázáno, že pokud vypočtenou volatilitu změníme o konstantu, může se modelová cena velice těsně přiblížit tržní ceně.

Volatilita je velmi podstatným parametrem, který výrazně ovlivňuje modelovou cenu opce, což dokazují jak rozdílné modelové ceny získané s použitím historické a Yangovy-Zhangovy volatility, tak výsledky citlivostní analýzy. Na základě výsledků citlivostní analýzy můžeme také říci, že trinomické modely jsou na změnu volatility mírně citlivější než modely binomické. Volatilita má také významný vliv na průměrný počet kroků potřebný k ocenění. V rámci testovaných kontraktů však nelze jednoznačně říci, kdy je vhodnější používat historickou a kdy Yangovu-Zhangovu volatilitu.

Výsledky v kapitole 10 naznačují, že s rostoucí volatilitou rostou výkyvy u binomického modelu a zároveň dochází k častějšímu střídání ustálené a rozkmitané části, zatímco u trinomického modelu dochází ke snížení počtu vln. V dalším výzkumu by bylo vhodné se podrobněji na toto zaměřit a ověřit, zda se jedná o obecný jev společný všem modelům.

Reference

- Abrahamová, M. (2015). Binomický a trinomický model oceňování opcí.
- Bennett, C. a Gil, M. A. (2012). Measuring historical volatility. *Santander Equity Derivatives Report*. *Google Scholar*.
- Boyle, P. P. (1986). Option valuation using a three-jump process. *International Options Journal*, 3:7–12.
- Boyle, P. P. (1988). A lattice framework for option pricing with two state variables. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23(1):1–12.
- Broadie, M. a Detemple, J. (1996). American option valuation: new bounds, approximations, and a comparison of existing methods. *The Review of Financial Studies*, 9(4):1211–1250.
- Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M., et al. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of financial Economics*, 7(3):229–263.
- Flood, M. D. et al. (1991). An introduction to complete markets. *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 73(March/April 1991).
- Hull, J. C. a Basu, S. (2016). *Options, futures, and other derivatives*. Pearson Education India.
- Jarrow, R. A. a Rudd, A. T. (1983). *Option pricing*. Richard d Irwin.
- Jarrow, R. A. a Turnbull, S. M. (2000). *Derivative securities*. South-Western Pub.
- Kamrad, B. a Ritchken, P. (1991). Multinomial approximating models for options with k state variables. *Management science*, 37(12):1640–1652.
- Kolb, R. W. (1995). *Understanding options*, volume 2. John Wiley & Sons.
- Kwok, Y.-K. (2008). *Mathematical models of financial derivatives*. Springer.

- Leisen, D. P. (1998). Pricing the american put option: A detailed convergence analysis for binomial models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 22(8-9):1419–1444.
- Marek, P. a Šedivá, B. (2015). Trinomial option pricing model with yang-zhang volatility.
- Schroder, M. (1988). Adapting the binomial model to value options on assets with fixed-cash payouts. *Financial Analysts Journal*, 44(6):54–62.
- Tian, Y. (1993). A modified lattice approach to option pricing. *Journal of Futures Markets*, 13(5):563–577.
- Tian, Y. S. (1999). A flexible binomial option pricing model. *Journal of Futures Markets: Futures, Options, and Other Derivative Products*, 19(7):817–843.
- Tichý, T. (2006). The convergence of binomial and trinomial option pricing models. *simulation (Boyle [3], Boyle et al.[5] and Glasserman [10])*, 6(7).
- Van Wyk, E. (2006). *Binomial and Trinomial Tree Methods in Derivatives Pricing*. PhD thesis, Citeseer.
- Yahoo (2018). Yahoo finance. <https://finance.yahoo.com/>. Online: 2018.
- Yang, D. a Zhang, Q. (2000). Drift-independent volatility estimation based on high, low, open, and close prices. *The Journal of Business*, 73(3):477–492.

A Obsah přiloženého CD

- **DP_Stadlerova.pdf** – diplomová práce
- **opce.db** – databázový soubor s tržními cenami opcí
- **složka: funkce_modely** – funkce pro ocenění opcí dle jednotlivých modelů
- **složka: historicke_ceny** – soubory ve formátu .xlsx s cenami a očištěnými cenami akcií a ceny dluhopisů
- **složka: ocenene_kontrakty** – soubory ve formátu .mat obsahující výsledky ocenění opcí
- **složka: oceneni** – oceňovací skript pro každou opci a podkladová data potřebná pro ocenění
- **složka: stahovani_dat** – funkce a skripty pro denní stahování tržních cen opcí

B Příklad spuštění

Pokud chceme ocenit kontrakt společnosti AT&T Inc. využijeme skript `oceneni_T.m` ze složky `oceneni`. Do databázového dotazu pak zadáme číslo vybraného kontraktu a tento kontrakt je oceněn všemi vybranými modely. Analogicky postupujeme i u dalších společností, musíme však vždy vybrat příslušný skript ocenění obsahující zkratku názvu společnosti, zpravidla úvodní písmena kontraktu. Na obrázku B.1 je návod spuštění pro kontrakt T200117P00035000.

Pokud bychom chtěli urychlit průběh výpočtu, upravíme maximální počet kroků ve funkci, která zajišťuje výpočet optimálního počtu kroků pro ocenění. V souboru `spocti_kroky.m` přepíšeme hodnotu 200 na řádce 50. Obrázek B.2 ukazuje příslušnou sekci kódu, kde má být změna provedena.

```
clc; clear all; close all;
%% Oceneni spolecnost T
% Ziskani dat z databaze
dbfile = 'opce.db';
conn = sqlite(dbfile);
% contract_name zadat cislo opcniho kontraktu, který sledujeme
sqlquery = "SELECT * FROM contract where contract_name = 'T200117P00035000'
order by time_stamp";
```

Obrázek B.1: Ocenění kontraktu


```

while N < 200 && (abs(min(opce(i-pocet:i-1))- ...
max(opce(i-pocet:i-1))) > 10^(-2))
if Typ3 == 1
[opce(i)] = Boyle_trin(S0,K0,r,sigma,T,i,Typ1,Typ2);
elseif Typ3 == 2
[opce(i)] = Tian_trin(S0,K0,r,sigma,T,i,Typ1,Typ2);
elseif Typ3 == 3
[opce(i)] = Trinomicky_funkce_bezgraf(S0,K0,r,sigma,T,i,Typ1,Typ2);
elseif Typ3 == 4
[opce(i)] = Tian_trin4(S0,K0,r,sigma,T,i,Typ1,Typ2);
elseif Typ3 == 5
[opce(i)] = CRR_funkce_bezgraf(S0,K0,r,sigma,T,i,Typ1,Typ2);
elseif Typ3 == 6
[opce(i)] = JR_bin(S0,K0,r,sigma,T,i,Typ1,Typ2);
elseif Typ3 == 7
[opce(i)] = JR_ekval(S0,K0,r,sigma,T,i,Typ1,Typ2);
elseif Typ3 == 8
[opce(i)] = Tian_bin(S0,K0,r,sigma,T,i,Typ1,Typ2);
end

N = N+1;
i = i+1;
end

```

Obrázek B.2: Maximální počet kroků k ocenění

C Tabulky evropská opce na index

Tabulka C.1: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro SPX190621P02900000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	200	200
Binomický Tian	200	200
Binomický JR	200	200
Binomický JRn	200	200
Trinomický Tichý	118	115
Trinomický Tian	136	134
Trinomický Tian4	177	167
Trinomický Boyle	147	146

Tabulka C.2: Průměrná odchylka modelu pro SPX190621P02900000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	6.4324	10.3208	0.0493	0.0808
Binomický Tian	6.4851	10.3722	0.0497	0.0813
Binomický JR	6.4772	10.3663	0.0496	0.0812
Binomický JRn	6.4773	10.3664	0.0496	0.0812
Trinomický Tichý	6.4446	10.3277	0.0494	0.0809
Trinomický Tian	6.4434	10.3267	0.0494	0.0809
Trinomický Tian4	6.4272	10.3035	0.0492	0.0807
Trinomický Boyle	6.4560	10.3429	0.0495	0.0810

Tabulka C.3: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro SPX180921P03000000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	18	21
Binomický Tian	18	22
Binomický JR	18	21
Binomický JRn	18	21
Trinomický Tichý	17	19
Trinomický Tian	17	19
Trinomický Tian4	17	20
Trinomický Boyle	17	19

Tabulka C.4: Průměrná odchylka modelu pro SPX180921P03000000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	2.3760	2.3653	0.0212	0.0211
Binomický Tian	2.3761	2.3655	0.0212	0.0211
Binomický JR	2.3761	2.3653	0.0212	0.0211
Binomický JRn	2.3761	2.3653	0.0212	0.0211
Trinomický Tichý	2.3748	2.3639	0.0212	0.0211
Trinomický Tian	2.3757	2.3649	0.0212	0.0211
Trinomický Tian4	2.3749	2.3640	0.0212	0.0211
Trinomický Boyle	2.3758	2.3650	0.0212	0.0211

Tabulka C.5: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro SPX180921C02400000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	16	16
Binomický Tian	16	16
Binomický JR	16	16
Binomický JRn	16	16
Trinomický Tichý	16	16
Trinomický Tian	16	16
Trinomický Tian4	16	16
Trinomický Boyle	16	16

Tabulka C.6: Průměrná odchylka modelu pro SPX180921C02400000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	2.9777	2.9777	0.0060	0.0060
Binomický Tian	2.9777	2.9777	0.0060	0.0060
Binomický JR	2.9777	2.9777	0.0060	0.0060
Binomický JRn	2.9777	2.9777	0.0060	0.0060
Trinomický Tichý	2.9777	2.9777	0.0060	0.0060
Trinomický Tian	2.9777	2.9777	0.0060	0.0060
Trinomický Tian4	2.9777	2.9777	0.0060	0.0060
Trinomický Boyle	2.9777	2.9777	0.0060	0.0060

Tabulka C.7: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro SPX181221P03600000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	16	16
Binomický Tian	16	16
Binomický JR	16	16
Binomický JRn	16	16
Trinomický Tichý	16	16
Trinomický Tian	16	16
Trinomický Tian4	16	16
Trinomický Boyle	16	16

Tabulka C.8: Průměrná odchylka modelu pro SPX181221P03600000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	4.9877	4.9877	0.0073	0.0073
Binomický Tian	4.9877	4.9877	0.0073	0.0073
Binomický JR	4.9878	4.9877	0.0073	0.0073
Binomický JRn	4.9877	4.9877	0.0073	0.0073
Trinomický Tichý	4.9878	4.9877	0.0073	0.0073
Trinomický Tian	4.9877	4.9877	0.0073	0.0073
Trinomický Tian4	4.9877	4.9877	0.0073	0.0073
Trinomický Boyle	4.9877	4.9877	0.0073	0.0073

Tabulka C.9: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro RUT181221P01700000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	196	196
Binomický Tian	194	200
Binomický JR	197	195
Binomický JRn	197	195
Trinomický Tichý	107	114
Trinomický Tian	102	94
Trinomický Tian4	103	94
Trinomický Boyle	98	91

Tabulka C.10: Průměrná odchylka modelu pro RUT181221P01700000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	5.3844	11.0812	0.1189	0.2474
Binomický Tian	5.3690	11.0675	0.1186	0.2471
Binomický JR	5.3852	11.0804	0.1189	0.2474
Binomický JRn	5.3852	11.0804	0.1189	0.2474
Trinomický Tichý	5.3646	11.0760	0.1185	0.2473
Trinomický Tian	5.3702	11.0607	0.1186	0.2470
Trinomický Tian4	5.3524	11.0437	0.1182	0.2466
Trinomický Boyle	5.3714	11.0595	0.1187	0.2469

Tabulka C.11: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro RUT180921C01650000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	78	25
Binomický Tian	80	25
Binomický JR	78	25
Binomický JRn	78	25
Trinomický Tichý	53	22
Trinomický Tian	42	20
Trinomický Tian4	52	22
Trinomický Boyle	41	20

Tabulka C.12: Průměrná odchylka modelu pro RUT180921C01650000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	2.5312	2.8184	0.0368	0.0407
Binomický Tian	2.5320	2.8187	0.0368	0.0407
Binomický JR	2.5310	2.8185	0.0368	0.0407
Binomický JRn	2.5310	2.8185	0.0368	0.0407
Trinomický Tichý	2.5293	2.8166	0.0368	0.0407
Trinomický Tian	2.5332	2.8186	0.0368	0.0407
Trinomický Tian4	2.5298	2.8167	0.0368	0.0407
Trinomický Boyle	2.5335	2.8183	0.0368	0.0407

Tabulka C.13: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro RUT190621P01500000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	200	200
Binomický Tian	200	200
Binomický JR	200	200
Binomický JRn	200	200
Trinomický Tichý	194	187
Trinomický Tian	192	193
Trinomický Tian4	200	200
Trinomický Boyle	190	190

Tabulka C.14: Průměrná odchylka modelu pro RUT190621P01500000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	16.9454	23.6379	0.4736	0.6630
Binomický Tian	16.9757	23.6620	0.4745	0.6636
Binomický JR	16.9793	23.6708	0.4747	0.6639
Binomický JRn	16.9793	23.6708	0.4747	0.6639
Trinomický Tichý	16.9464	23.6353	0.4737	0.6629
Trinomický Tian	16.9576	23.6482	0.4740	0.6633
Trinomický Tian4	16.9763	23.6602	0.4746	0.6636
Trinomický Boyle	16.9545	23.6432	0.4739	0.6631

Tabulka C.15: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro RUT181221P01600000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	200	200
Binomický Tian	200	200
Binomický JR	200	200
Binomický JRn	200	200
Trinomický Tichý	147	147
Trinomický Tian	139	138
Trinomický Tian4	162	160
Trinomický Boyle	140	140

Tabulka C.16: Průměrná odchylka modelu pro RUT181221P01600000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	14.1267	14.6622	0.6994	0.7268
Binomický Tian	14.1253	14.6678	0.6994	0.7272
Binomický JR	14.1262	14.6613	0.6994	0.7268
Binomický JRn	14.1262	14.6613	0.6994	0.7268
Trinomický Tichý	14.1120	14.6523	0.6987	0.7264
Trinomický Tian	14.1205	14.6641	0.6992	0.7270
Trinomický Tian4	14.1143	14.6549	0.6988	0.7265
Trinomický Boyle	14.1232	14.6636	0.6993	0.7270

D Tabulky americká opce na akcii s dividendou

Tabulka D.1: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro PG190418C00090000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	108	107
Binomický Tian	90	98
Binomický JR	108	110
Binomický JRn	108	110
Trinomický Tichý	57	54
Trinomický Tian	52	49
Trinomický Tian4	49	52
Trinomický Boyle	51	49

Tabulka D.2: Průměrná odchylka modelu pro PG190418C00090000

Typ modelu	absolutní odchylka η		relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.8091	0.5778	0.5989	0.4267
Binomický Tian	0.8108	0.5797	0.6000	0.4283
Binomický JR	0.8090	0.5782	0.5988	0.4272
Binomický JRn	0.8090	0.5782	0.5988	0.4272
Trinomický Tichý	0.8150	0.5829	0.6033	0.4306
Trinomický Tian	0.8137	0.5809	0.6023	0.4290
Trinomický Tian4	0.8088	0.5778	0.5989	0.4273
Trinomický Boyle	0.8137	0.5808	0.6022	0.4288

Tabulka D.3: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro PG190118C00075000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	67	56
Binomický Tian	67	56
Binomický JR	67	54
Binomický JRn	67	54
Trinomický Tichý	47	43
Trinomický Tian	33	29
Trinomický Tian4	52	45
Trinomický Boyle	32	29

Tabulka D.4: Průměrná odchylka modelu pro PG190118C00075000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.0914	0.1366	0.0098	0.0148
Binomický Tian	0.0918	0.1379	0.0098	0.0150
Binomický JR	0.0927	0.1369	0.0099	0.0149
Binomický JRn	0.0924	0.1369	0.0099	0.0149
Trinomický Tichý	0.0923	0.1372	0.0099	0.0149
Trinomický Tian	0.0913	0.1374	0.0098	0.0149
Trinomický Tian4	0.0918	0.1375	0.0098	0.0150
Trinomický Boyle	0.0911	0.1373	0.0098	0.0149

Tabulka D.5: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro PG181019C00080000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	40	31
Binomický Tian	41	30
Binomický JR	40	31
Binomický JRn	40	31
Trinomický Tichý	31	25
Trinomický Tian	24	20
Trinomický Tian4	30	26
Trinomický Boyle	24	20

Tabulka D.6: Průměrná odchylka modelu pro PG181019C00080000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.2716	0.4007	0.0704	0.1070
Binomický Tian	0.2715	0.4003	0.0705	0.1068
Binomický JR	0.2707	0.4000	0.0702	0.1068
Binomický JRn	0.2707	0.4000	0.0702	0.1068
Trinomický Tichý	0.2707	0.4010	0.0703	0.1071
Trinomický Tian	0.2718	0.4017	0.0705	0.1072
Trinomický Tian4	0.2711	0.4002	0.0704	0.1069
Trinomický Boyle	0.2718	0.4021	0.0705	0.1073

Tabulka D.7: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro RDSA180921P00065000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	33	29
Binomický Tian	34	29
Binomický JR	33	29
Binomický JRn	33	29
Trinomický Tichý	26	23
Trinomický Tian	20	19
Trinomický Tian4	24	23
Trinomický Boyle	20	19

Tabulka D.8: Průměrná odchylka modelu pro RDSA180921P00065000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.0874	0.1173	0.2236	0.2774
Binomický Tian	0.0879	0.1164	0.2252	0.2761
Binomický JR	0.0869	0.1171	0.2232	0.2773
Binomický JRn	0.0869	0.1171	0.2232	0.2773
Trinomický Tichý	0.0873	0.1180	0.2222	0.2765
Trinomický Tian	0.0881	0.1168	0.2245	0.2759
Trinomický Tian4	0.0877	0.1178	0.2227	0.2761
Trinomický Boyle	0.0884	0.1168	0.2249	0.2759

Tabulka D.9: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro RDSA190118C00060000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	91	79
Binomický Tian	98	85
Binomický JR	89	80
Binomický JRn	89	80
Trinomický Tichý	52	49
Trinomický Tian	41	36
Trinomický Tian4	57	54
Trinomický Boyle	40	38

Tabulka D.10: Průměrná odchylka modelu pro RDSA190118C00060000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.3297	0.2202	0.0521	0.0294
Binomický Tian	0.3273	0.2193	0.0518	0.0292
Binomický JR	0.3291	0.2189	0.0521	0.0292
Binomický JRn	0.3291	0.2189	0.0521	0.0292
Trinomický Tichý	0.3303	0.2223	0.0523	0.0296
Trinomický Tian	0.3305	0.2194	0.0524	0.0293
Trinomický Tian4	0.3292	0.2187	0.0520	0.0292
Trinomický Boyle	0.3304	0.2212	0.0523	0.0295

Tabulka D.11: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro RDSA190118C00075000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	101	87
Binomický Tian	95	85
Binomický JR	102	90
Binomický JRn	102	90
Trinomický Tichý	57	53
Trinomický Tian	48	42
Trinomický Tian4	49	46
Trinomický Boyle	47	41

Tabulka D.12: Průměrná odchylka modelu pro RDSA190118C00075000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.6127	0.6121	1.3149	1.3112
Binomický Tian	0.6140	0.6132	1.3157	1.3161
Binomický JR	0.6122	0.6095	1.3126	1.3035
Binomický JRn	0.6122	0.6095	1.3127	1.3035
Trinomický Tichý	0.6149	0.6123	1.3173	1.3098
Trinomický Tian	0.6117	0.6125	1.3103	1.3098
Trinomický Tian4	0.6164	0.6080	1.3218	1.3019
Trinomický Boyle	0.6128	0.6125	1.3125	1.3110

Tabulka D.13: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro T200117P00035000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	63	68
Binomický Tian	60	64
Binomický JR	63	71
Binomický JRn	63	71
Trinomický Tichý	30	28
Trinomický Tian	25	27
Trinomický Tian4	38	38
Trinomický Boyle	33	33

Tabulka D.14: Průměrná odchylka modelu pro T200117P00035000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	1.4504	1.2768	0.3074	0.2703
Binomický Tian	1.4522	1.2805	0.3078	0.2711
Binomický JR	1.4480	1.2764	0.3068	0.2701
Binomický JRn	1.4480	1.2765	0.3068	0.2702
Trinomický Tichý	1.4591	1.2873	0.3092	0.2724
Trinomický Tian	1.4477	1.2740	0.3067	0.2696
Trinomický Tian4	1.4623	1.2897	0.3099	0.2730
Trinomický Boyle	1.4469	1.2734	0.3066	0.2695

Tabulka D.15: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro T190118P00033000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	50	52
Binomický Tian	48	56
Binomický JR	49	51
Binomický JRn	49	51
Trinomický Tichý	27	25
Trinomický Tian	25	26
Trinomický Tian4	34	34
Trinomický Boyle	26	27

Tabulka D.16: Průměrná odchylka modelu pro T190118P00033000

Typ modelu	absolutní odchylka η		relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.2570	0.0989	0.1752	0.0666
Binomický Tian	0.2564	0.0992	0.1749	0.0668
Binomický JR	0.2560	0.0994	0.1745	0.0668
Binomický JRn	0.2560	0.0994	0.1745	0.0668
Trinomický Tichý	0.2575	0.0992	0.1757	0.0666
Trinomický Tian	0.2540	0.0991	0.1731	0.0666
Trinomický Tian4	0.2573	0.0996	0.1751	0.0669
Trinomický Boyle	0.2541	0.0990	0.1732	0.0665

Tabulka D.17: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro T180921C0003000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	16	16
Binomický Tian	16	17
Binomický JR	16	16
Binomický JRn	16	16
Trinomický Tichý	16	16
Trinomický Tian	16	16
Trinomický Tian4	16	16
Trinomický Boyle	16	16

Tabulka D.18: Průměrná odchylka modelu pro T180921C0003000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.0876	0.0849	0.0336	0.0322
Binomický Tian	0.0876	0.0849	0.0337	0.0322
Binomický JR	0.0875	0.0849	0.0336	0.0323
Binomický JRn	0.0875	0.0849	0.0336	0.0323
Trinomický Tichý	0.0874	0.0849	0.0336	0.0322
Trinomický Tian	0.0875	0.0849	0.0336	0.0323
Trinomický Tian4	0.0874	0.0848	0.0336	0.0322
Trinomický Boyle	0.0875	0.0849	0.0336	0.0323

Tabulka D.19: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro TM181019P00120000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	51	50
Binomický Tian	71	70
Binomický JR	54	52
Binomický JRn	54	52
Trinomický Tichý	41	40
Trinomický Tian	28	28
Trinomický Tian4	36	35
Trinomický Boyle	27	27

Tabulka D.20: Průměrná odchylka modelu pro TM181019P00120000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.2064	0.1810	0.1612	0.1478
Binomický Tian	0.2070	0.1807	0.1622	0.1468
Binomický JR	0.2057	0.1815	0.1604	0.1481
Binomický JRn	0.2057	0.1815	0.1604	0.1481
Trinomický Tichý	0.2033	0.1776	0.1608	0.1467
Trinomický Tian	0.2064	0.1811	0.1606	0.1472
Trinomický Tian4	0.2076	0.1816	0.1617	0.1479
Trinomický Boyle	0.2072	0.1820	0.1611	0.1478

Tabulka D.21: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro TM190118C00130000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	115	113
Binomický Tian	109	109
Binomický JR	117	118
Binomický JRn	117	118
Trinomický Tichý	56	55
Trinomický Tian	51	52
Trinomický Tian4	43	45
Trinomický Boyle	50	51

Tabulka D.22: Průměrná odchylka modelu pro TM190118C00130000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.5779	0.4439	0.3146	0.2420
Binomický Tian	0.5822	0.4460	0.3171	0.2429
Binomický JR	0.5756	0.4435	0.3134	0.2416
Binomický JRn	0.5756	0.4435	0.3134	0.2416
Trinomický Tichý	0.5725	0.4393	0.3120	0.2397
Trinomický Tian	0.5848	0.4500	0.3183	0.2453
Trinomický Tian4	0.5758	0.4405	0.3125	0.2390
Trinomický Boyle	0.5862	0.4513	0.3194	0.2456

Tabulka D.23: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro TM180921C00125000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	45	48
Binomický Tian	46	47
Binomický JR	44	47
Binomický JRn	44	47
Trinomický Tichý	31	33
Trinomický Tian	25	26
Trinomický Tian4	31	32
Trinomický Boyle	25	25

Tabulka D.24: Průměrná odchylka modelu pro TM180921C00125000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.1129	0.1520	0.3579	0.5545
Binomický Tian	0.1136	0.1527	0.3584	0.5604
Binomický JR	0.1114	0.1529	0.3503	0.5609
Binomický JRn	0.1114	0.1529	0.3503	0.5609
Trinomický Tichý	0.1135	0.1528	0.3640	0.5591
Trinomický Tian	0.1123	0.1511	0.3575	0.5487
Trinomický Tian4	0.1133	0.1523	0.3608	0.5527
Trinomický Boyle	0.1127	0.1513	0.3592	0.5521

Tabulka D.25: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro WBA190118P00065000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	104	99
Binomický Tian	115	111
Binomický JR	97	92
Binomický JRn	97	92
Trinomický Tichý	55	52
Trinomický Tian	48	47
Trinomický Tian4	63	63
Trinomický Boyle	46	46

Tabulka D.26: Průměrná odchylka modelu pro WBA190118P00065000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.4100	0.2292	0.2566	0.1370
Binomický Tian	0.4104	0.2268	0.2573	0.1353
Binomický JR	0.4117	0.2276	0.2585	0.1356
Binomický JRn	0.4117	0.2276	0.2585	0.1356
Trinomický Tichý	0.4116	0.2274	0.2591	0.1355
Trinomický Tian	0.4132	0.2302	0.2591	0.1371
Trinomický Tian4	0.4091	0.2268	0.2562	0.1350
Trinomický Boyle	0.4136	0.2307	0.2588	0.1371

Tabulka D.27: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro WBA181019C00065000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	35	30
Binomický Tian	35	33
Binomický JR	35	31
Binomický JRn	35	31
Trinomický Tichý	26	25
Trinomický Tian	22	21
Trinomický Tian4	27	26
Trinomický Boyle	22	21

Tabulka D.28: Průměrná odchylka modelu pro WBA181019C00065000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.3799	0.4329	0.0620	0.0735
Binomický Tian	0.3813	0.4326	0.0622	0.0734
Binomický JR	0.3799	0.4323	0.0620	0.0734
Binomický JRn	0.3799	0.4323	0.0620	0.0734
Trinomický Tichý	0.3795	0.4316	0.0619	0.0733
Trinomický Tian	0.3807	0.4327	0.0621	0.0735
Trinomický Tian4	0.3804	0.4322	0.0621	0.0734
Trinomický Boyle	0.3814	0.4328	0.0623	0.0735

E Tabulky americká opce na akcii bez dividendy

Tabulka E.1: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro BIIB181221C00350000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	193	190
Binomický Tian	193	195
Binomický JR	197	197
Binomický JRn	197	197
Trinomický Tichý	90	86
Trinomický Tian	71	76
Trinomický Tian4	109	86
Trinomický Boyle	87	84

Tabulka E.2: Průměrná odchylka modelu pro BIIB181221C00350000

Typ modelu	absolutní odchylka η		relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	11.6258	9.6830	0.6849	0.5700
Binomický Tian	11.6191	9.6787	0.6846	0.5699
Binomický JR	11.6233	9.6782	0.6847	0.5698
Binomický JRn	11.6235	9.6784	0.6847	0.5698
Trinomický Tichý	11.6278	9.6894	0.6851	0.5705
Trinomický Tian	11.6695	9.7137	0.6875	0.5720
Trinomický Tian4	11.6499	9.7132	0.6864	0.5719
Trinomický Boyle	11.6408	9.6973	0.6858	0.5709

Tabulka E.3: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro BIIB180921P00350000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	93	53
Binomický Tian	86	55
Binomický JR	93	53
Binomický JRn	93	53
Trinomický Tichý	48	36
Trinomický Tian	44	28
Trinomický Tian4	47	37
Trinomický Boyle	43	27

Tabulka E.4: Průměrná odchylka modelu pro BIIB180921P00350000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	0.5840	1.5338	0.0514	0.1329
Binomický Tian	0.5843	1.5339	0.0514	0.1329
Binomický JR	0.5842	1.5331	0.0514	0.1328
Binomický JRn	0.5842	1.5331	0.0514	0.1328
Trinomický Tichý	0.5842	1.5328	0.0515	0.1328
Trinomický Tian	0.5827	1.5340	0.0513	0.1329
Trinomický Tian4	0.5814	1.5329	0.0512	0.1328
Trinomický Boyle	0.5860	1.5338	0.0513	0.1329

Tabulka E.5: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro BIIB181221C00340000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	190	186
Binomický Tian	200	199
Binomický JR	194	187
Binomický JRn	194	187
Trinomický Tichý	97	90
Trinomický Tian	94	88
Trinomický Tian4	128	106
Trinomický Boyle	61	57

Tabulka E.6: Průměrná odchylka modelu pro BIIB181221C00340000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	14.0782	8.8809	0.6395	0.4051
Binomický Tian	14.0710	8.8721	0.6392	0.4048
Binomický JR	14.0792	8.8770	0.6395	0.4049
Binomický JRn	14.0796	8.8772	0.6395	0.4049
Trinomický Tichý	14.0602	8.8612	0.6386	0.4042
Trinomický Tian	14.1027	8.8887	0.6406	0.4055
Trinomický Tian4	14.1018	8.8999	0.6406	0.4060
Trinomický Boyle	14.1025	8.8995	0.6406	0.4059

Tabulka E.7: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro BIIB181221P00330000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	197	196
Binomický Tian	200	200
Binomický JR	187	187
Binomický JRn	187	187
Trinomický Tichý	87	84
Trinomický Tian	64	59
Trinomický Tian4	137	118
Trinomický Boyle	100	89

Tabulka E.8: Průměrná odchylka modelu pro BIIB181221P00330000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	15.3747	10.3202	1.2859	0.8643
Binomický Tian	15.3654	10.3095	1.2850	0.8631
Binomický JR	15.3706	10.3132	1.2857	0.8638
Binomický JRn	15.3703	10.3131	1.2857	0.8638
Trinomický Tichý	15.3935	10.3391	1.2874	0.8658
Trinomický Tian	15.3994	10.3349	1.2881	0.8658
Trinomický Tian4	15.3838	10.3299	1.2868	0.8650
Trinomický Boyle	15.3897	10.3344	1.2876	0.8657

Tabulka E.9: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro TSLA190621P00200000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	200	200
Binomický Tian	200	200
Binomický JR	200	200
Binomický JRn	200	200
Trinomický Tichý	144	142
Trinomický Tian	109	114
Trinomický Tian4	200	200
Trinomický Boyle	133	136

Tabulka E.10: Průměrná odchylka modelu pro TSLA190621P00200000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	8.1991	13.9655	0.3307	0.5630
Binomický Tian	8.2448	13.9904	0.3325	0.5641
Binomický JR	8.1949	13.9668	0.3304	0.5631
Binomický JRn	8.1962	13.9674	0.3305	0.5631
Trinomický Tichý	8.1933	13.9595	0.3304	0.5628
Trinomický Tian	8.1335	13.9291	0.3280	0.5616
Trinomický Tian4	8.2218	13.9695	0.3315	0.5632
Trinomický Boyle	8.1774	13.9550	0.3298	0.5626

Tabulka E.11: Průměrný počet kroků pro jednotlivé modely pro TSLA180921C00050000

Typ modelu	Průměrný počet kroků	
	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	16	16
Binomický Tian	16	16
Binomický JR	16	16
Binomický JRn	16	16
Trinomický Tichý	16	16
Trinomický Tian	16	16
Trinomický Tian4	16	16
Trinomický Boyle	16	16

Tabulka E.12: Průměrná odchylka modelu pro TSLA180921C00050000

Typ modelu	Pr. absolutní odchylka η		Pr. relativní odchylka ν	
	YZ volatilita	Hist. volatilita	YZ volatilita	Hist. volatilita
Binomický CRR	4.4849	4.4849	0.0194	0.0194
Binomický Tian	4.4849	4.4849	0.0194	0.0194
Binomický JR	4.4850	4.4850	0.0194	0.0194
Binomický JRn	4.4849	4.4849	0.0194	0.0194
Trinomický Tichý	4.4850	4.4850	0.0194	0.0194
Trinomický Tian	4.4849	4.4849	0.0194	0.0194
Trinomický Tian4	4.4849	4.4849	0.0194	0.0194
Trinomický Boyle	4.4849	4.4849	0.0194	0.0194