Posudek diplomové práce

**Bc. Jakuba ŠULDY**

zpracované na téma

**Řešení odezvy tenkých viskoelastických heterogenních tyčí s proměnným průřezem na rázové zatížení**

Diplomová práce čítající 61 stran je zaměřena na problematiku šíření vln v tenkých viskoelastických homogenních a heterogenních tyčí. Celkem 51 stran vlastního textu je rozděleno do sedmi kapitol včetně úvodu a závěru. Zbytek, tj. 10 stran, tvoří obsah práce, reference a dvě přílohy.

V úvodu si autor nejprve stanovuje hlavní cíle práce. Poté autor stručně popisuje obsah jednotlivých kapitol. Rovněž se zde zmiňuje o použitém software (Matlab R2019b a MSC.Marc 2016).

Ve druhé kapitole je stručné shrnutí současného stavu řešené problematiky včetně odkazů na základní literaturu.

Ve třetí kapitole, která navazuje na bakalářskou práci autora, jsou nejprve shrnuty výchozí rovnice a vztahy popisující odezvu v Laplaceově oblasti pro libovolnou homogenní viskoelastickou tyč. Zde mám hned jednu připomínku. Autor jednou používá termín „Laplaceova oblast“ a někde totéž nazývá termínem „komplexní oblast“. Bylo by dobré to sjednotit. V následující části této kapitoly je uveden postup odvození analytických vztahů pro výpočet odezvy téže tyče ve frekvenční oblasti. Poslední dvě části třetí kapitoly se věnují řešení odezvy ve vrstevnatých viskoelastických tyčích. Nejprve je uveden postup nalezení odezvy tenké heterogenní prizmatické viskoelastické tyče na libovolné buzení. Tenká tyč délky $l$ je v tomto případě nahrazována $N$ homogenními částmi o libovolných délkách $l_k$. Všechny části mají shodný průřez $S$. Poté je analogickým způsobem provedeno odvození odezvy pro heterogenní neprizmatickou viskoelastickou tyč. Zde jednotlivé “náhradní” tyče o délkách $l_k$ mají různou velikost příčného řezu $S_k$. Protože každá “náhradní” tyč o délce $l_k$ může mít různé materiálové a geometrické vlastnosti, lze tímto způsobem aproximovat tyč proměnného průřezu či materiálu. Vždy však je třeba mít na paměti, že modelujeme tenkou tyč!

V prvé části čtvrté kapitoly se autor zabývá vyčíslením a porovnáním odezev napětí získaných analyticky pro volnou metrovou tyč z acetalového kopolymeru (POM-C). Tyč byla buzena jednotkovým kosinovým pulzem a výpočet probíhal do času $t_{max}$= 350 μs. Bylo porovnáno řešení získané ve frekvenční oblasti s řešením v Laplaceově oblasti. Pro další výpočty se ukázalo, že řešení odvozené v Laplaceově oblasti dává výsledky bez nežádoucích oscilací, které provázely řešení odvozené ve frekvenční oblasti. Proto další analytické výpočty jsou prováděny pomocí řešení odvozeného v Laplaceově oblasti. V další části čtvrté kapitoly se autor věnuje numerickému řešení pomocí MKP, které se provádí v programovém software MSC.Marc/Mentat. V prvé úloze se nejprve uvažuje volná tenká prizmatická viskoelastická tyč o celkové délce $l$ = 1 m, která je střídavě tvořena z ocelových a POM-C tyčí o jednotné délce 10 cm. Celkově je tedy tyč tvořena z deseti částí, o kterých se předpokládá, že jsou viskoelastické. Tato heterogenní tyč je buzena na ocelovém konci jednotkovým kosinovým pulsem délky $t_0$ = 400 μs. Při požadavku max. 2% chyby na frekvenci 100 kHz vychází s ohledem na rychlost šíření pulzu v POM-C (1485 m/s) velikost prvku $l_e$= 1,5 mm. Poté je zvolen stabilní integrační krok na základě metody centrálních diferencí. Dále se ukázalo, že Newmarkova integrační metoda dává lepší souhlas s analyticky získanou odezvou, a proto i v další části práce se výše uvedený postup při MKP výpočtech opakuje. Na obr. 8 jsou porovnány odezvy získané pomocí analytického řešení a MKP v čase 3 ms. Dosažená shoda je zde vynikající. Na obr. 9 autor stejnou odezvu vykresluje pomocí časoprostorového zobrazení. Zde však mám pochyby o správnosti. V obr. 8 se pro čas 3 ms dostáváme v intervalu $x \in <0,2;\ 0,3>$ na hodnoty napětí $\sigma \cong 45$ kPa. To by v obr. 9 mělo být vykresleno výrazně žlutou barvou. To však v žádném případě nevidím!

V případě druhé úlohy se řeší odezva tenké homogenní neprizmatické viskoelastické tyče složené z pěti 20 cm dlouhých prizmatických POM-C segmentů, které měly směrem od buzeného konce průměry $d$ = {10, 8, 6, 4, 2} mm. Tyč je buzena tlakovým kosinovým pulsem daným stejným předpisem jako v případě prvé úlohy. Amplituda pulsu byla tentokrát 10 kPa. Průběh odezvy je znázorněn na obr. 10 pomocí plochy vykreslené v časoprostoru. Lze pozorovat, že vlivem zmenšování průřezu amplituda pulzu postupně zesiluje (autor uvádí, že v nejtenčí tyči je amplituda osového napětí téměř 40 kPa). Rychlost P-vlny je v celé tyči stálá. Z obrázku je patrná i nespojitost napětí v místech náhlých změn průřezu. Konec druhé úlohy je věnován diskusi o vhodnosti použití prutových a rotačně symetrických prvků.

Třetí úloha se zabývá MKP modelováním tyče z gradovaného materiálu, jehož materiálové vlastnosti se mění lineárně z POM-C na ocel. Zároveň se předpokládá lineární změna průřezu od 100 mm$^2$ do 10 mm$^2$. Tyč byla buzena jednotkovou kosinovou silou o délce $t_0$ = 50 μs na konci tyče s největším průřezem a materiálem POM-C. Rozložení osového napětí podél tyče v čase 2,3 ms je vidět na obr. 12. Z obrázku je patrné, že maximální dosažené napětí je téměř desetkrát větší nežli v místě buzení. Kromě MKP řešení v software MARC byl daný problém řešen i analyticky. Shoda mezi analytickým a MKP řešením je velmi dobrá.

V prvé části páté kapitoly jsou diskutovány disperzní a tlumicí vlastnosti viskoelastického prostředí v závislosti na frekvenci. Autor uvažuje, že lineárním viskoelastickým 1D prostředím se šíří harmonická vlna tvaru $u(x,t) = U_0 \exp(i\omega t - \gamma x)$, kde komplexní funkce $\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + i\,k(\omega)$ je tzv. koeficient šíření vlny. Reálná část $\alpha(\omega)$ představuje koeficient útlumu a imaginární část odpovídá vlnovému číslu $k(\omega) = \omega / \mathrm{c}(\omega)$, kde c(ω) je fázová rychlost harmonické vlny. Autor dále uvádí podmínky kladené na reálnou a imaginární část funkce γ(ω), za kterých se může uvažovaná harmonická vlna šířit viskoelastickým 1D prostředím popsaným Zenerovým materiálovým modelem. Tyto podmínky jsou převzaté z uvedené literatury. Ve druhé části páté kapitoly autor rozebírá různé metody určování disperzních a tlumicích křivek. Jednotlivé metody jsou demonstrovány na volné 1 m dlouhé tyči z viskoelastického materiálu PC1000. Prvá metoda je založena na stanovení odezvy viskoelastické tyče na harmonické buzení. Výsledky můžeme vidět na obr. 16. Z uvedeného obrázku je vidět dobrou shodu mezi disperzními křivkami získanými analyticky a zvolenou metodou až do frekvence 50 kHz. V případě křivek tlumení je shoda menší, což autor zdůvodňuje pouze přibližným vyjádřením koeficientu tlumení použitým při výpočtu. Druhá metoda je založena na určování disperzních a tlumicích křivek ze známé odezvy vybuzené rázovým pulzem. Výsledky této metody jsou spolu s analytickým řešením uvedeny na obr. 17. Autor vysvětluje, proč se výsledky získané touto metodou shodují s analytikou pouze do 5 kHz, a ukazuje, jak by se pomocí exponenciálního okna dala shoda rozšířit až do cca 10 kHz. Třetí a poslední způsob určování tlumicích a disperzních vlastností je metoda uvedená citovaným autorem Blanc. Ukazuje se, že přímým použitím této metody nelze dosáhnout shody s teoretickou křivkou. Teprve aplikací exponenciálního okna na odezvu v časové oblasti se podařilo rozšířit shodu v disperzi na 110 kHz a v tlumení na 50 kHz, jak je patrné z obr. 18. Při výpočtech bylo zjištěno, že přesnost Blancovy metody významně závisí na délce budicího pulsu $t_0$ a velikosti maximálního času $t_{max}$, do kterého je sledována odezva tyče. Z obr. 19a je vidět, že snižování délky budicího pulsu $t_0$ vede ke zvýšení přesnosti určení disperze. Na obr. 19b lze pozorovat, že se zvyšujícím se $t_{max}$ se disperze zlepšuje v oblasti vyšších frekvencí. Cenou je ovšem zašumění křivky pro nízké frekvence. Na základě porovnání prezentovaných metod autor konstatuje, že metoda využívající harmonických vln k buzení tyče se nejvíce přimyká k teoretickým disperzním a tlumicím závislostem. Jelikož katedra, na které tato DP vznikla, nedisponuje vhodným harmonickým budičem, byla při identifikaci disperzních a tlumicích vlastností v experimentech užita Blancova metoda.

Poslední šestá kapitola se zabývá experimentem, který je proveden na několika homogenních tyčích vyrobených z PP, PVC, PET a PLA, na tyči se spojitě proměnným průřezem vyrobené z PLA a na vrstevnaté neprizmatické heterogenní tyči složené z POM-C, hliníku, PC1000 a PP. V první části kapitoly autor uvádí základní vlastnosti použitých materiálů, popisuje způsob provedení experimentů a prezentuje budicí pulzy a odezvy jednotlivých tyčí. Následně na základě naměřených odezev zrychlení na koncích homogenních tyčí provádí identifikaci materiálových parametrů Zenerova modelu a modelu zobecněného standardního viskoelastického tělesa pro výše zmíněné čtyři viskoelastické materiály. Získané parametry společně s parametry identifikovanými v bakalářské práci pak využívá k porovnání výsledků analytického řešení s experimentálními odezvami všech typů tyčí, viz obr. 31 - 37. Z uvedeného porovnání je zřejmé, že v případě homogenních tyčí z PP, PVC, PET a heterogenní vrstevnaté neprizmatické tyče je shoda obou typů výsledků velmi dobrá. Největší rozdíly mezi analyticky a experimentálně stanovenými odezvami nastaly v případě tyčí vyrobených z PLA. Tento nesoulad autor zdůvodňuje nezanedbatelným vlivem vlastní hmotnosti akcelerometrů a nedokonalostmi při výrobě tyčí pomocí 3D tisku. V poslední části této kapitoly se autor věnuje identifikaci disperzní a tlumicí křivky u všech zmíněných typů tyčí pomocí vybraných metod popsaných v kapitole 5. Z výsledků prezentovaných na obr. 38 - 43 je zřejmé, že se pomocí naměřených odezev podařilo v různém frekvenčním rozsahu identifikovat disperzní a tlumicí vlastnosti téměř u všech zmíněných tyčí. Dále se ale také ukázala omezená schopnost modelu zobecněného standardního viskoelastického tělesa správně aproximovat tlumicí vlastnosti jednotlivých materiálů (tyčí).

Předložená práce má velmi dobrou úroveň. Struktura práce je přehledná, členění do kapitol logické, postup řešení i výsledky jsou dobře popsány. Počet překlepů je minimální (např. v obr. 17b má být identifikovaná místo „identifikocaná“, ve vztahu (5.20) chybí $d\omega$). Na práci si nejvíce cením spojení semi-analytického a numerického (MKP) přístupu doplněného experimentem.

Dotazy na které by autor měl při obhajobě odpovědět:
1) Vysvětlit nesrovnalost mezi obr. 8 a obr. 9 (viz text posudku).
2) Jakým způsobem by bylo možné zobecnit řešení ve frekvenční oblasti prezentované v části 3.2 na případ neprizmatické vrstevnaté tenké tyče?

**Závěr:**
Na základě předložené diplomové práce lze konstatovat, že všechny cíle uvedené v zadání byly splněny. Předloženou diplomovou práci hodnotím známkou

**výborně.**

V Praze dne 15. 6. 2022

doc. Ing. Jan Červ, CSc.
Ústav termomechaniky AV ČR, v.v.i.