

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

KATEDRA TECHNOLOGIÍ A MĚŘENÍ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Využití statistických nástrojů při analýze degračních
mechanismů elektroizolačních materiálů**

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta elektrotechnická
Akademický rok: 2021/2022

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Bc. Václav KŘIVAN**
Osobní číslo: **E18N0071P**
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Komerční elektrotechnika**
Téma práce: **Využití statistických nástrojů při analýze degračních mechanismů elektroizolačních materiálů**
Zadávací katedra: **Katedra materiálů a technologií**

Zásady pro vypracování

1. Popište fyzikální principy degradace elektroizolačních materiálů.
2. Popište využití statistických nástrojů pro práci s naměřenými daty.
3. Proveďte vyhodnocení dob do průrazu pomocí statistických rozdělání.
4. Vypracujte návrh postupu pro vyhodnocování naměřených dat.
5. Zhodnoťte vhodnost jednotlivých přístupů pro analýzu degračních mechanismů.

Rozsah diplomové práce: **40 – 60**
Rozsah grafických prací: **dle doporučení vedoucího**
Forma zpracování diplomové práce: **elektronická**

Seznam doporučené literatury:

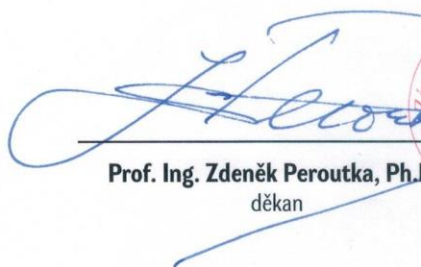
1. Mentlík V., Trnka P., Trnková M., Šašek L., Spolehlivostní aspekty elektrotechnologie, BEN, 2011, 120 s., ISBN 978-80-7300-412-5.
2. Internetové zdroje, IEEE Xplore
3. Mentlík,V., Polanský,R., Pihera,J., Prosr,P., Trnka,P.: Diagnostika elektrických zařízení, ISBN 978-80-7300-232-9, BEN technická literatura Praha 2008.

Vedoucí diplomové práce: **Prof. Ing. Pavel Trnka, Ph.D.**
Katedra materiálů a technologií

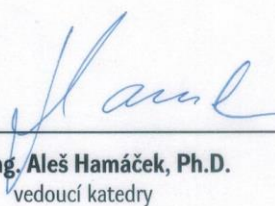
Oponent diplomové práce: **Ing. Jaroslav Hornak, Ph.D.**
Katedra materiálů a technologií

Datum zadání diplomové práce: **7. července 2022**

Termín odevzdání diplomové práce: **19. srpna 2022**


Prof. Ing. Zdeněk Peroutka, Ph.D.
děkan




Prof. Ing. Aleš Hamáček, Ph.D.
vedoucí katedry

V Plzni dne 7. července 2022

Abstrakt

Předkládaná diplomová práce popisuje statistické nástroje, které se využívají při analýze degradačních mechanismů elektroizolačních materiálů. Je zaměřena především na Weibullovo rozdělení, normální rozdělení, logaritnicko-normální rozdělení a exponenciální rozdělení, která slouží k vyhodnocení dob do průrazu. Práce je dále zaměřená na vyhodnocení dat při působení tepelné degradace.

Klíčová slova

Dielektrikum, degradační vlivy, elektrické stárnutí, tepelné stárnutí, mechanické stárnutí, Weibullovo rozdělení, normální rozdělení, logaritnicko-normální rozdělení, exponenciální rozdělení, distribuční funkce, hustota pravděpodobnosti, metoda maximální věrohodnosti, metoda momentů, metoda nejmenších čtverců, absorpční proud, vnitřní rezistivita, vnitřní odpor, polarizační index.

Abstract

This diploma thesis describes statistical tools that are used in the analysis of degradation mechanisms of electrical insulating materials. It focuses mainly on the Weibull distribution, normal distribution, lognormal distribution and exponential distribution, which are used to evaluate breakthrough times. The work is further focused on the evaluation of data under the influence of thermal degradation.

Keywords

Dielectric, degradation effects, electrical aging, thermal aging, mechanical aging, Weibull distribution, normal distribution, lognormal distribution, exponential distribution, distribution function, probability density, maximum likelihood estimation, moment method, least squares method, absorption current, resistivity, internal resistance, polarization index.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.



.....
podpis

V Plzni dne 15.8.2022

Václav Křivan

Obsah

OBSAH.....	7
SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	9
ÚVOD.....	13
1 VLASTNOSTI DIELEKTRIK	14
1.1 ELEKTRICKÁ VODIVOST.....	15
1.2 ELEKTRICKÁ PEVNOST	15
1.3 VNITŘNÍ REZISTIVITA	17
1.4 ABSORPČNÍ A RESORPČNÍ CHARAKTERISTIKY	17
1.4.1 Jednominutový a desetiminutový polarizační index	18
2 DEGRADAČNÍ MECHANISMY	19
2.1 TEPELNÉ STÁRNUTÍ.....	19
2.2 ELEKTRICKÉ STÁRNUTÍ	21
2.3 MECHANICKÉ STÁRNUTÍ.....	22
2.4 KOMBINOVANÉ STÁRNUTÍ.....	22
2.4.1 Simoniho model.....	23
2.4.2 Ramuův model.....	24
2.4.3 Fallouův model.....	25
2.4.4 Montanariho model	25
2.4.5 Crineův model	26
2.5 ZRYCHLENÉ STÁRNUTÍ	27
3 MATEMATICKÁ STATISTIKA.....	29
3.1 CHARAKTERISTIKY POLOHY	29
3.2 CHARAKTERISTIKY ROZPTÝLENÍ.....	30
4 MATEMATICKÉ MODELÝ	33
4.1 WEIBULLOVO ROZDĚLENÍ.....	34
4.1.1 Tříparametrické Weibullovo rozdělení	40
4.2 EXPONENCIÁLNÍ ROZDĚLENÍ.....	42
4.3 NORMÁLNÍ ROZDĚLENÍ	44
4.4 NORMOVANÉ NORMÁLNÍ ROZDĚLENÍ	46
4.5 LOGARITMICKO-NORMÁLNÍ ROZDĚLENÍ	46
5 ODHAD PARAMETRŮ STATISTICKÝCH ROZDĚLENÍ.....	49

5.1	BODOVÝ ODHAD	49
5.1.1	Grafické metody.....	50
5.1.2	Analytické metody.....	51
5.1.2.1	Metoda momentů.....	51
5.1.2.2	Metoda nejmenších čtverců.....	52
(5.16)	54
5.1.2.3	Metoda maximální věrohodnosti.....	55
6	ANALÝZA NAMĚŘENÝCH DAT	57
6.1	VYHODNOCENÍ DAT TEPELNÉ DEGRADACE.....	57
6.2	VYHODNOCENÍ DAT ELEKTRICKÉ DEGRADACE	60
6.3	NÁVRH POSTUPU PRO VYHODNOCENÍ NAMĚŘENÝCH DAT.....	86
6.3.1	Vhodnost použitých rozdělení pro analýzu elektrické degradace	87
7	ZÁVĚR	88
	SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ	89
	SEZNAM PŘÍLOH.....	92

Seznam symbolů a zkratk

Značka	Jednotka	Popis
a	[-]	materiálová konstanta
A	[s ⁻¹]	frekvenční factor Arrheniova modelu
b	[-]	materiálová konstanta
B	[h]	materiálová konstanta
E	[V · m ⁻¹]	intenzita elektrického pole
E	[V · m ⁻¹]	elektrické namáhání
E_0	[V · m ⁻¹]	elektrické namáhání, pod kterým nedochází k elektrickému stárnutí
E_P	[V · m ⁻¹]	elektrická pevnost
E_{P_0}	[V · m ⁻¹]	elektrická pevnost materiálu před namáháním
E_T	[V · m ⁻¹]	prahová hodnota intenzity elektrického pole
E_S	[V · m ⁻¹]	referenční elektrické namáhání
h	[eV · s]	Planckova konstanta
n	[-]	koeficient odolnosti Montanariho pravděpodobnostního modelu
n_c	[-]	koeficient počáteční odolnosti
v	[-]	parametr tvaru odolnostního koeficientu Montanariho pravděpodobnostního modelu
e_P	[C]	elektrický náboj ovlivňující proces stárnutí
λ	[eV]	šířka energetické bariéry
U_P	[V]	průrazné napětí

Značka/zkratka	Jednotka	Popis
EIS	[-]	elektroizolační systém
MLE	[-]	metoda maximální věrohodnosti
k_B	[eV · K ⁻¹]	Boltzmanova konstanta
k_1	[-]	materiálová konstanta
k_2	[-]	materiálová konstanta
L	[h]	doba života izolace
L_0	[h]	doba života izolace bez účinku namáhání při teplotě T_0
n	[-]	materiálová konstanta
n_1	[-]	materiálová konstanta
n_2	[-]	materiálová konstanta
t	[h]	doba života
t_s	[h]	čas do poruchy při působení elektrického namáhání E_s
T	[K]	absolutní teplota, teplota
ΔT	[K]	tepelné namáhání
T_0	[K]	teplota okolí
η	[-]	parametr měřítka Weibullova rozdělení
β	[-]	parametr tvaru Weibullova rozdělení
γ	[-]	parametr polohy Weibullova rozdělení
$\lambda(t)$	[-]	intenzita poruch
λ'	[-]	parametr exponenciálního rozdělení

Značka/zkratka	Jednotka	Popis
$\hat{\lambda}$	[-]	odhad parametru exponenciálního rozdělení
μ	[-]	střední hodnota, parametr normálního rozdělení
σ^2	[-]	rozptyl, parametr normálního rozdělení
$\hat{\mu}$	[-]	odhad střední hodnoty normálního rozdělení
$\hat{\sigma}^2$	[-]	odhad rozptylu normálního rozdělení
μ'	[-]	střední hodnota logaritmicky-normálního rozdělení
σ'^2	[-]	rozptyl logaritmicky-normálního rozdělení
$\hat{\mu}$	[-]	odhad střední hodnoty logaritmicko-normálního rozdělení
$\hat{\sigma}^2$	[-]	odhad rozptylu logaritmicko-normálního rozdělení
ΔG	[eV]	volná aktivační energie
τ	[h]	doba života izolace
τ_M	[h]	doba do lomu
σ	[Pa]	mechanické napětí
h	[m]	tloušťka vzorku
γ	[S · m ⁻¹]	konduktivita
ρ	[Ω · m]	rezistivita
R	[Ω]	odpor vodiče
S	[m ²]	obsah kolmého průřezu

Značka/zkratka	Jednotka	Popis
l	[m]	délka vodiče
h	[mm]	tloušťka izolace
Γ	[-]	gamma funkce Weibullova rozdělení
R_V	[Ω]	vnitřní odpor
ρ_V	[$\Omega \cdot m$]	vnitřní rezistivita
S_{ef}	[m^2]	efektivní plocha měřicí elektrody
p_{i1}	[-]	jednominutový polarizační index
p_{i10}	[-]	desetiminutový polarizační index
i_{A15}	[-]	absorpční proud odečtený 15s po přiložení napětí
i_{A60}	[-]	absorpční proud odečtený 60s po přiložení napětí
i_{A600}	[-]	absorpční proud odečtený 600s po přiložení napětí
k	[-]	materiálová konstanta

Úvod

Elektroizolační materiály jsou významnou součástí všech elektrických zařízení, a proto je důležité pozorovat jejich stav. Spolehlivost elektrických zařízení je závislá na odolnosti elektroizolačních materiálů vůči degradačním mechanismům. Na základě působení jednotlivých degradačních mechanismů jsou sestaveny modely, které slouží k popisu stavu elektroizolačních materiálů.

První část této práce je zaměřena na stručný popis vlastností dielektrik. Druhá kapitola diplomové práce je zaměřena na teoreticky popsané degradační vlivy působící na elektroizolační materiály. Na základě působení těchto vlivů jsou zde určeny jednotlivé modely. Třetí kapitola je zaměřena na matematickou statistiku, kde jsou popsány jednotlivé charakteristiky polohy a rozptýlení.

Čtvrtá kapitola popisuje vlastnosti jednotlivých rozdělení jako je hustota pravděpodobnosti, distribuční funkce, intenzita poruch a pravděpodobnost bezporuchového stavu. Obsahem páté kapitoly jsou metody pro odhady parametrů rozdělení. Mezi tyto metody patří metoda maximální věrohodnosti, metoda nejmenších čtverců a metoda momentů. Obsahem poslední kapitoly je vyhodnocení dob do poruch pomocí vybraných rozdělení metodou nejmenších čtverců a vyhodnocení změřených absorpčních a resorpčních proudů.

1 Vlastnosti dielektrik

Dielektrikum je materiál, který má schopnost si vytvořit vlastní vnitřní elektrické pole po vložení do vnějšího elektrického pole. Je to materiál, u kterého se po vložení do vnějšího elektrického pole vyskytne polarizace, což je jev, kde se elektricky vázané náboje přemístí ze svých rovnovážných poloh a dipólové molekuly se orientují ve směru pole s polaritou opačnou, než má působící pole. Dielektrikum je aktivní prvek se specifickými vlastnostmi. Dielektrikum je nadřazeno izolantu, kde každý izolant je dielektrikum, ale ne všechny dielektrika lze považovat za izolanty viz *Obr. 1*. Izolanty jsou obecně známé tím, že zabraňují průchodu elektrického proudu, což je umožněno jejich velkým izolačním odporem. Další vlastnosti izolantu jsou vysoká elektrická pevnost, malá relativní permitivita a co nejnižší ztrátový činitel, přičemž jsou tyto vlastnosti závislé na provozních podmínkách, jako je: napětí, tlak, teplota, frekvence [1], [2].



Obr. 1 Vztah mezi dielektrikem a izolantem

Dielektrika se obecně dělí podle:

- Skupenství
- Uspořádání
- Struktury

Dělení dielektrik podle skupenství se dělí na pevné, kapalné nebo plynné. Toto dělení je významné pro určení fyzikálních a elektrických vlastností dielektrika. Rozsáhlá skupina pevných dielektrik se dělí dále podle struktury na amorfnní a krystalická. Rozdíl mezi strukturami se nachází v jejich středové souměrnosti, kde krystalická dielektrika mají střed souměrnosti a amorfnní nemají střed souměrnosti. Krystalická dielektrika se dále dělí na

monokrystalická a polykrystalická. Podle uspořádání se dielektrika dělí na polární a nepolární, která se liší svojí stavbou a chováním v elektrickém poli. Typ vazby jednotlivých atomů je úzce spjat s určením polárnosti molekuly, zda jde o molekulu polární nebo nepolární. V polárním dielektriku se bez připojení k vnějšímu elektrickému poli nachází elementární dipóly (různě směřované molekuly) a v nepolárním se nenachází [1], [3].

1.1 Elektrická vodivost

Ideální dielektrikum má nulovou vodivost, protože se u něho nevyskytují volné nosiče elektrického náboje, nečistoty a příměsi. Nicméně dokonalé dielektrikum neexistuje a jeho vodivost se projevuje ve stejnosměrném i střídavém poli. Elektrická vodivost je fyzikální veličina popisující schopnost materiálu, jak dobře vede elektrický proud. S větší vodivostí roste velikost procházejícího elektrického proudu. Podle druhu nosiče náboje se vodivost rozděluje na iontovou, elektronovou, protonovou, děrovou a elektroforetickou. Dále se vodivost dělí na povrchovou a vnitřní. Pro hodnocení z hlediska vodivosti materiálu se používají veličiny: měrný elektrický odpor (rezistivita – ρ) a měrná elektrická vodivost (konduktivita – γ). Vzájemný vztah těchto veličin je dán vzorcem jako [1], [3]:

$$\gamma = \frac{1}{\rho} \quad (1.1)$$

Vztah pro výpočet měrného elektrického odporu je:

$$\rho = \frac{R \cdot S}{l} \quad (1.2)$$

kde R je odpor vodiče, S obsah kolmého průřezu a l je délka vodiče.

1.2 Elektrická pevnost

Elektrická pevnost je schopnost materiálu od sebe elektricky oddělit místa s různým elektrickým potenciálem. Při působení minimálního napětí, které je potřebné k překročení elektrické pevnosti, dochází k elektrickému průrazu izolantu. Elektrický průraz je jev trvalého nebo dočasného charakteru, při kterém roste počet volných nosičů náboje i jejich pohyblivost, což znemožňuje izolantu plnit svou funkci. Elektrická pevnost by měla být u

izolantu co největší. U kapalných dielektrik se nehovoří o průrazu, ale o přeskoce. U kapalných a plyných látek může být průraz pouze dočasný, protože mají oproti pevným látkám schopnost regenerace [1], [4].

Minimálnímu napětí, při kterém dochází k průrazu, se říká průrazné napětí a definuje, tak elektrickou pevnost materiálu, která je dána vztahem:

$$E_p = \frac{U_p}{h} \quad (1.3)$$

kde E_p je elektrická pevnost, U_p je průrazné napětí a h je tloušťka materiálu.

Elektrická pevnost je také závislá na druhu působení napětí, které může být [32]:

- Střídavé napětí
- Stejnoseměrné napětí
- Impulzní napětí

Z hlediska probíhajících dějů, které se nachází při elektrickém namáhání v pevných látkách, se rozlišují tři způsoby průrazu dielektrika [1]:

Čistě elektrický průraz – tento průraz se vyskytuje, pokud nedochází k postupnému ohřevu dielektrika a tím k rozvoji procesu stárnutí. Podle experimentálních dat jsou pro čistě elektrický průraz zásadní volné elektrony. V nejslabším místě namáhaného materiálu dojde vlivem energie elektrického pole k destrukci, která je ovlivněna homogenitou elektrického pole, chemickým složením a strukturou dielektrika. Vlivem narůstajícího počtu volných elektronů nastane průraz, který je způsoben v okamžiku, kdy je intenzita působícího elektrického pole alespoň stejně velká jako elektrické pevnosti materiálu. Velikost průrazného napětí není závislá na teplotě ani na době působení přiloženého pole.

Tepelný průraz – vlivem dielektrických ztrát se vytváří v dielektriku tepelně elektrická nerovnováha. Pokud je vznikající teplo v dielektriku vyšší, než teplo odváděné do okolí, tak dochází k nárůstu teploty dielektrika, což může vést až k průrazu.

Elektrochemický průraz – nastane při dlouhodobém působení elektrického pole na izolant, což má za následek zhoršení vlastností izolantu vlivem elektrochemických procesů a tím je výsledná elektrická pevnost snížena.

1.3 Vnitřní rezistivita

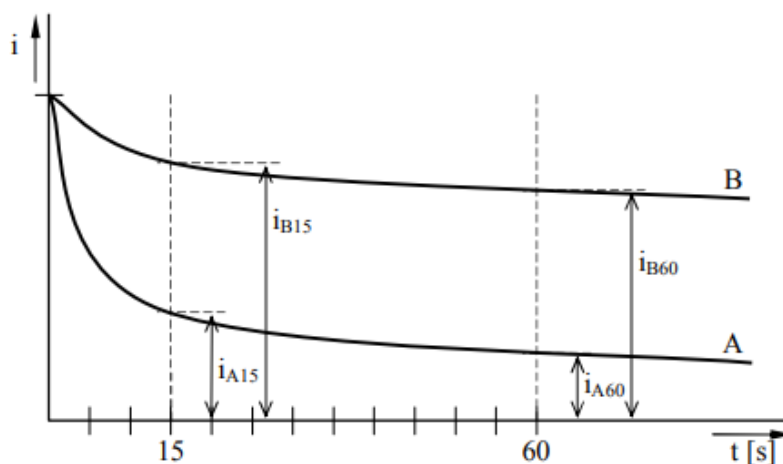
Je to fyzikální veličina charakterizující elektrický odpor 1 m dlouhého vodiče o průměru 1 m² při teplotě 20 °C, měřeného mezi dvěma elektrodami přiloženými na protilehlých stěnách. Rezistivita je závislá na teplotě, kde s rostoucí teplotou u kovu stoupá a u polovodičů s rostoucí teplotou klesá. Měření vnitřní rezistivity se převádí na měření vnitřního odporu R_V , který se počítá z proudu procházejícího vnitřkem izolantu mezi měřicí a napěťovou elektrodou a z přiloženého napětí. Výpočet vnitřní rezistivity je dán jako [1], [5], [6]:

$$\rho_V = R_V \frac{S_{ef}}{h} \quad (1.4)$$

kde R_V je vnitřní odpor, je S_{ef} efektivní plocha měřicí elektrody a h je tloušťka vzorku.

1.4 Absorpční a resorpční charakteristiky

Absorpční proud je jedním z proudů, který lze vypočítat u nabíjení kondenzátorů. Absorpční proud klesá k nule, kde je rychlost jeho poklesu dána stavem izolačního materiálu. V některých případech může tento proud protékat materiálem po připojení k elektrickému obvodu několik hodin či dnů. Opakem absorpčních proudů jsou proudy resorpční, které jsou časově proměnné a asymptoticky se přibližují k nulové hodnotě. Časová závislost absorpčních proudů se používá pro výpočet polarizačních indexů, které se používají pro stanovení stavu daného materiálu [1], [5].



Obr. 2 Závislost absorpčního proudu na čase pro suchou (A) a navlhlou (B) izolaci (převzato z [1])

1.4.1 Jednominutový a desetiminutový polarizační index

Polarizační index je bezrozměrná jednotka, která úzce souvisí s elektrickou vodivostí. Index se získá z absorpčních charakteristik, kde jednominutový polarizační index je dán poměrem hodnot patnácté vteřiny měření absorpčních proudů ku šedesáté vteřině. Začátek měření probíhá po přivedení stejnosměrného napětí na vzorek [1], [5], [7].

$$p_{i1} = \frac{i_{A15}}{i_{A60}} \quad (1.5)$$

Desetiminutový polarizační index se počítá obdobně jako jednominutový. Vypočítá se jako poměr absorpčního proudu změřeného v první a desáté minutě. Tento index se používá u vinutých strojů [1], [5], [7].

$$p_{i10} = \frac{i_{A60}}{i_{A600}} \quad (1.6)$$

Stupně kvality izolantů určené pomocí polarizačních indexů jsou zobrazeny v tabulce 1. Polarizační index blízký jedné, označuje materiál s velkým množstvím volných nosičů elektrického náboje, což může být způsobeno znečištěním, navlhnutím nebo poškozením materiálu [1], [7].

Tab. 1 Stav izolace podle velikosti polarizačního indexu (převzato z[7])

p_i	≥ 4	2 až 4	1 až 2	≤ 1
Kritérium stavu izolace	výborný	dobrý	nebezpečný	špatný

2 Degradční mechanismy

Vlivem působení různých vlivů a podmínek v čase dochází k degradaci dielektrik, což má za následek jejich chemickou a fyzikální změnu. Nejčastěji dochází k trvalému zhoršení elektrické pevnosti, vnitřní a povrchové rezistivity, ztrátového činitele a relativní permitivity.

Způsobené změny materiálu se dělí podle časového působení na trvalé a vratné. Trvalé změny jsou nejčastěji strukturálního charakteru, kde se vlastnosti materiálu většinou zhorší. Vratné změny jsou pouze dočasného charakteru, kde se vlastnosti materiálu vrátí do původního stavu po skončení působení vlivů.

Stárnutí se převážně uplatňuje u organických látek, anorganické látky až na výjimky nestárnou. Doba použitelnosti elektrických zařízení s ohledem na bezpečnost a spolehlivost je charakterizována životností dielektrik [5].

2.1 Tepelné stárnutí

Tepelné působení na izolační materiál může být krátkodobého nebo dlouhodobého charakteru a může způsobit nevratné změny. Ztráty způsobené ve strojích mají vliv na vznik zvyšujícího se tepla, které má negativní vliv na izolační materiál. Rozdílná tepelná odolnost izolačního materiálu se oproti kovům liší, čímž se využití strojů sníží. Kvůli těmto důvodům je nutné znát vlastnosti izolačního materiálu pro vhodný výběr při návrhu stroje [8].

Tepelné namáhání má vliv na změnu fyzikálních a chemických vlastností. Mezi fyzikální změny se řadí změna hmotnosti, pevnosti a pružnosti. Chemické změny jsou např. oxidace, difuze, depolymerační reakce.

Monstinger byl jedním z prvních kdo se pokusil vyjádřit závislost tepelného namáhání materiálu na čase. Pozoroval průběh doby života t papírové izolace v olejovém transformátoru. Měřil úbytek mechanické pevnosti papíru v závislosti na konstantní teplotě a na základě získaných dat sestavil rovnici [8]:

$$\tau = A \cdot e^{-NT} \quad (2.1)$$

kde t je doba života izolace, N a A jsou materiálové konstanty (A je doba života při teplotě $T = 0^\circ\text{C}$ a T je trvalá teplota stárnutí).

Podle Montsingera se doba života t izolace zvýší na $2t$ pokud dojde ke snížení teploty o $\Delta\vartheta = 8^\circ\text{C}$ a pokud dojde ke zvýšení teploty o $\Delta\vartheta = 8^\circ\text{C}$, tak se doba života izolace sníží na polovinu. Toto pravidlo je možné využít u papíru v oleji pro úzký rozsah teplot a říká se mu Montstingerovo pravidlo osmi stupňů. Dobu života je dále možné určit podle Büssingova teorému a z Arrheniovy rovnice [8].

Izolační systémy se podle jejich vlastností s ohledem na tepelnou odolnost rozdělují do daných tříd tepelné odolnosti podle normy ČSN EN 60085.

Tab. 2 Přehled tepelných tříd elektroizolačních materiálů [9]

Tepelná třída [$^\circ\text{C}$]	Třída izolace	Příklad materiálů
90	Y	organické materiály s impregnanty (šelak, asfalt, olej), bukové dřevo, polyvinylchlorid
105	A	bavlna, papír, textilie a podobné látky, které jsou impregnované, lakované nebo ponořené do kapalného dielektrika
120	E	tvrdý papír, celulósový papír nebo tvrdá tkanina spolu s impregnanty (fenolformaldehydová pryskyřice)
130	B	anorganické materiály, skleněná vlákna nebo azbest s pojivem na bázi epoxidů a pryskyřice
155	F	kompozitní materiály ze skleněné tkaniny, epoxidové nebo polyesterové pryskyřice a slídového papíru, PET fólie, aramidové materiály, polyesterové laky
180	H	anorganické látky se silikonovým pojivem, aramidy, polyamidy, slídové materiály, skleněné tkaniny
200	N	anorganické látky nebo jejich kombinace s anorganickým pojivem nebo bez něho
220	R	
250	-	

2.2 Elektrické stárnutí

Obsahuje veškeré typy namáhání, které vznikají vlivem elektrického napětí a je jedním z nejdůležitějších činitelů, které ovlivňují stárnutí izolačních systémů. Elektrické namáhání se rozděluje na namáhání střídavým napětím sinusového průběhu a stejnosměrným napětím, kde napětí střídavé s frekvencí 50 Hz je v aktuální době nejběžnější namáhání točivých strojů. Svým chováním se převážně jedná o degradaci maximální hodnotou přiváděného napětí. Při návrhu izolačního systému se převážně bere v potaz napěťová odolnost a vodivostní proud. Může zde ale vzniknout i vytváření prostorového náboje k čemuž dochází při působení stejnosměrného napětí při namáhání

Jedním z hlavních vlivů stárnutí izolačního systému je elektrické namáhání. Většina poznatků je spíše empirického charakteru. Pro vytváření modelace vlivu elektrického pole na životnost materiálu se užívají tyto modely [5]:

mocninný model:

$$\tau = k \cdot E^{-n} \quad (2.2)$$

exponenciální model:

$$\tau = a \cdot e^{-bE} \quad (2.3)$$

kde τ_E je doba života, E je intenzita elektrického pole, a , k , n , b jsou konstanty, které je třeba určit empiricky.

Výše popsané modely vyobrazují stárnutí v jakémkoliv materiálu, který je vystaven účinkům elektrického pole. U výše popsaných modelů není nutné znát všechny jejich procesy, které elektrické pole v materiálu indukuje, ani další faktory, kterými mohou být např. výskyt částečných výbojů. Model není závislý na struktuře systému, ani na složení elektrod a rozložení elektrického pole. Vztahy (2.2) a (2.3) jsou empiricky odvozené modely, které mají za úkol popsat vliv intenzity elektrického pole na stárnutí izolačního systému. Přesto tyto modely poskytují relativně dobré výsledky a vypočtené doby života se shodují se skutečností. Nicméně modely selhávají při nižších hladinách intenzity

elektrického pole a to platí hlavně v případě exponenciálního modelu. To je vysvětlováno pomocí teorie, která říká, že pod určitou prahovou intenzitou již elektrické pole nezpůsobuje stárnutí materiálu [10].

2.3 Mechanické stárnutí

Je dalším z druhu namáhání, které je potřeba pozorovat z hlediska degradace elektroizolačních systému. Mechanické namáhání vzniká vlivem elektrodynamických, elektromagnetických nebo tepelných sil. Vyskytuje se již během výroby stroje a následně při dopravě, manipulaci a provozu. Ve výrobě dochází k značnému namáhání zejména u vinutí přístrojů, při ručním i strojiním vkládání. V provozu může docházet vlivem poháněného zařízení, špatného mechanického spojení nebo technologického procesu k vibracím a mechanickým rázům [11].

V závislosti na vlastnostech materiálu a působení různých druhů mechanického namáhání existuje řada modelů mechanického namáhání. Například Odingův exponenciální model je založen na teorii růstu trhlin při působení tahového napětí. Model předpokládá, že se vakantní místa přemístí z pružného roztažení objemu, do méně roztažených objemů [10].

$$\tau_M = \left(\frac{C}{A}\right)^{\frac{1}{m}} e^{-\left(\frac{\alpha+\beta}{m}\right)\sigma} \quad (2.4)$$

kde τ_M je doba do lomu, σ je mechanické napětí, m je ukazatel charakterizující způsobilost hromadit vakance, α je parametr a C , A , β jsou konstanty.

2.4 Kombinované stárnutí

Celkové namáhání materiálu není dáno pouhým sečtením dvou po sobě následujících vlivů. K degradaci a selhání materiálu při současném působení elektrického pole a teploty dochází rychleji, než kdyby tyto vlivy působily samostatně. Interakce vlivů se dělí na dva druhy [10]:

Přímá interakce

Situace, kde dochází při působení více vlivů k jejich vzájemnému ovlivnění do takové míry, že je jejich působení jiné, než kdyby působily samostatně. Příkladem je teplota a oxidace. Samotný vliv zvyšující se teploty nemá na materiál značný význam, ale za přítomnosti kyslíku dochází ke zrychlení oxidačního procesu.

Nepřímá interakce

Interakci lze považovat za nepřímou, pokud jsou jednotlivé vlivy při působení více faktorů nezměněny, takže jsou stejné jako kdyby působily samostatně. Nepřímou interakcí může být například současné působení elektrického pole a mechanického namáhání.

Interakce mezi faktory, které ovlivňují stárnutí materiálu, jsou popsány matematickými modely. Existuje celá řada modelů zachycujících děj, který nastává při kombinovaném působení teploty a elektrického pole. Tyto modely jsou například: Simoniho model, Ramuův model, Falloův model, Montanariho model a Crineův model. První tři zmíněné modely jsou empirického charakteru, kde je nutné získat některé konstanty experimentálně. Crineův model se oproti nim snaží být plnohodnotnou fyzikální teorií [10].

2.4.1 Simoniho model

Simoniho model je popsán rovnicí představující pokles (s časem) elektrické pevnosti dielektrického materiálu. Elektrická pevnost představuje v tomto modelu základní vlastnost sloužící k vyhodnocení stárnutí. Pokles je způsoben kombinací elektrického a tepelného namáhání. Obecná rovnice popisující elektrickou pevnost Simoniho modelu je následující [12]:

$$\left(\frac{E_p}{E_{p_0}}\right)^{N+1} = 1 - \frac{t}{L_0 \left(\frac{E}{E_0}\right) N e^{b\Delta T}} \quad (2.5)$$

$$N = n - b\Delta T \quad (2.6)$$

$$\Delta T = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \quad (2.7)$$

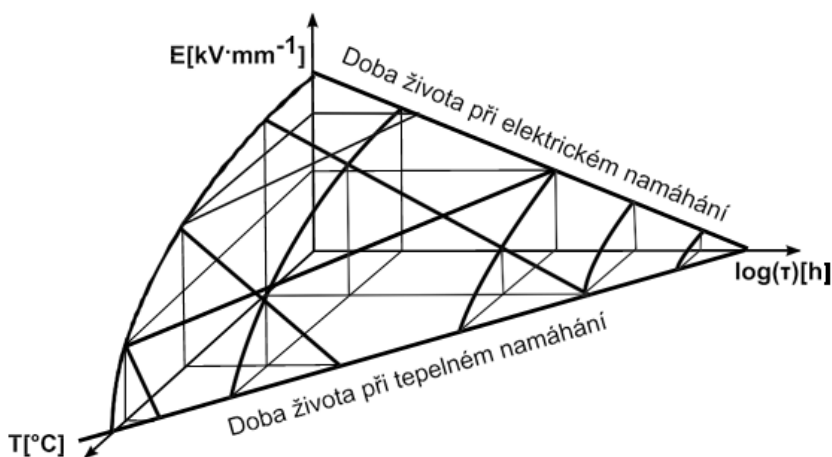
kde E_p je elektrická pevnost namáhaného materiálu po dobu t , E_{p_0} je elektrická pevnost materiálu před namáháním, n je exponent z inverzního mocninného modelu, b je materiálová konstanta, T_0 teplota okolí, T absolutní teplota, B je konstanta z Arrheniusova modelu, E je působící elektrické namáhání, E_0 je elektrické namáhání, pod kterým nedochází k elektrickému stárnutí, L_0 je doba života pro které platí $E < E_0$ při teplotě T_0 .

Rovnice (2.5) se stává rovnicí (2.8) životnosti materiálu při působení kombinovaného namáhání, kde platí $E_p = 0$, $t = L$.

$$\frac{L}{L_0} = \left(\frac{E}{E_0}\right)^{-N} e^{-B\Delta T} \quad (2.8)$$

kde L je životnost izolace.

Rovnici (2.8) je možné znázornit graficky pomocí trojrozměrného grafu, viz *Obr. 3*. Osy jsou dány intenzitou elektrického pole, teplotou a dobou života izolačního systému.



Obr. 3 Grafické vyjádření doby života izolačních systémů dle Simonioho modelu stárnutí, (převzato z [13])

2.4.2 Ramuův model

Ramuův model slouží stejně jako Simonioho model pro popis kombinovaného elektrického a tepelného stárnutí. Jde o model elektrického stárnutí s tepelnou závislostí, který je založen na Eyringově fyzikálně-chemickém procesu, kde tento proces předpokládá

existenci elektrických a teplotních prahových hodnot, pod kterými je proces stárnutí zanedbatelný. Ramuův model je dán vztahem [12]:

$$L = K(T)E^{-n(T)}e^{-B\Delta T} \quad (2.9)$$

$$K(T) = e^{(K_1 - K_2\Delta T)} \text{ a } n(T) = n_1 - n_2\Delta T \quad (2.10)$$

Kde $L, E, E_0, T_0, T, \Delta T, B$ jsou stejné jako pro Simoniho model a K_1, K_2, n_1, n_2 jsou konstanty získány experimentálně.

2.4.3 Fallouův model

Tento model stejně jako předešlé, využívá exponenciální model, který je založen na vztahu elektrického a tepelného namáhání. Rovnice je dána jako [12]:

$$L = e^{A(E) + \frac{B(E)}{T}} \quad (2.11)$$

kde A a B jsou konstanty související s elektrickým namáháním, které se spočítá jako $A(E) = A_1 + A_2E$ a $B(E) = B_1 + B_2E$. A_1, A_2, B_1, B_2 jsou experimentálně určené konstanty, které se dosadí do rovnice (2.10) a je získán vztah [12]:

$$L = A_F \left(e^{A_2} \cdot e^{\frac{B_1}{T}} \cdot e^{\frac{B_2E}{T}} \right) \quad (2.12)$$

kde A_F je nová konstanta.

2.4.4 Montanariho model

Pravděpodobnostní model životnosti od Montanariho, také nazýván obráceným mocninným modelem prahovým modelem, má odlišný přístup pro stanovení životnosti při kombinovaném elektrickém a tepelném stárnutí. Využívá inverzní mocninný zákon v trochu jiné podobě [12].

$$L = t_s \left(\frac{E}{E_s} \right)^{-n} \quad (2.13)$$

Pro zohlednění životnosti je upravena konstanta n , která je závislá na elektrickém namáhání a teplotě [12]:

$$n = \frac{n_C}{\left(1 - \frac{E_S - E}{E_S - E_T}\right)^v} \quad (2.14)$$

kde E_T je prahová hodnota intenzity elektrického pole při teplotě T , E_S je referenční elektrické namáhání, n_C je koeficient počáteční odolnosti a v je parametr tvaru ($v = v(T)$). Substitucí parametru měřítka Weibullova rozdělení s dobou života, která je dána z inverzního mocninného zákona, tak dostaneme rovnici:

$$F(t, E, T) = 1 - e^{\left[-\frac{t}{t_s} \left(\frac{E}{E_S}\right)^n\right]^{\beta(E, T)}} \quad (2.15)$$

kde t_s je čas do poruchy při působení elektrického namáhání E_S a $\beta(E, T)$ je parametr tvaru Weibullova rozdělení průrazných napětí [12].

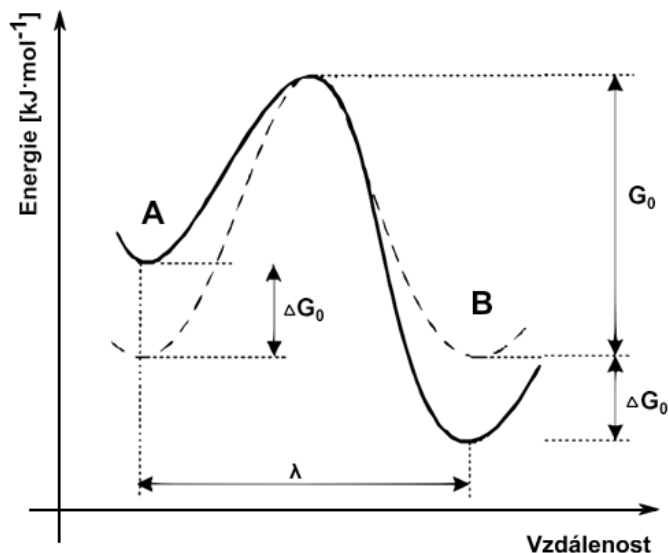
2.4.5 Crineův model

Doposud uvedené modely byly empirického charakteru. Crineův model je založen na základech termodynamiky a Boltzmanovy statistiky a lze ho považovat za plnohodnotný fyzikální model. Proces stárnutí vysvětlil Crine na modelu dvojité potenciálové jámy, kde je pomocí energetické bariéry rozdělen bezporuchový stav od poruchového. Bezporuchový stav A je možné přivést do stavu selhání B, pokud se přivede dostatečná energie pro překonání bariéry. Pravděpodobnost toho, že se přivede dostatečná energie pro překonání bariéry je dána Boltzmanovou statistikou. Velikost energetické bariéry je zmenšena vnějším elektrickým polem, které danou bariéru deformuje a tím napomáhá přechodu z bezporuchového stavu do stavu selhání. Doba potřebná k překonání energetické bariéry je charakterizována jako doba života izolačního materiálu. Tato doba je vyjádřena rovnicí [10], [12]:

$$t = \frac{h}{k_B T} e^{\frac{\Delta G}{k_B T}} \cosh\left(\frac{e_p \lambda E}{k_B T}\right) \quad (2.16)$$

kde h je Planckova konstanta, k_B je Boltzmanova konstanta, ΔG je volná aktivační energie, λ je šířka energetické bariéry, E je intenzita elektrického pole, T je teplota a e_p je

elektrický náboj částic ovlivňujících proces stárnutí. Při nepřítomnosti elektrického pole přestává být Crineův model definován a tím jeho využití postrádá význam.



Obr. 4 Crineův model stárnutí materiálu jako dvojitě potenciálové jámy (převzato z [13])

Pokud se elektrické pole nachází v oblasti velmi vysokých hodnot, tak je možné konstatovat, že platí $e\lambda E < k_B T$ a rovnici (2.15) je možné zjednodušit na následující tvar [10], [12]:

$$t = \frac{h}{k_B T} e^{\frac{\Delta G - e\lambda E}{k_B T}} \quad (2.17)$$

Doba životnosti izolačního materiálu t je snížena změnou výšky energetické bariéry ΔG , která je zmenšena o hodnotu $e\lambda E$. Výhoda tohoto modelu se nachází v oblasti vysokých hodnot elektrického pole, kde má křivka odolnosti vůči působícímu degradačnímu faktoru exponenciální charakter. U oblasti nízkých intenzit elektrického pole má křivka životnosti pozvolně klesající průběh. Nevýhoda tohoto modelu spočívá v komplikovaném určení parametrů ΔG a λ [10].

2.5 Zrychlené stárnutí

Pro odhad stárnutí elektroizolačních systému je zavedena mezinárodní norma ČSN EN 60505, která slouží k hodnocení a třídění EIS. V normě je stanoven vliv působení tepelného, elektrického, mechanického a kombinované namáhání na stárnutí EIS a jsou

zde popsány různé úrovně namáhání pro zkoušky zrychleného stárnutí EIS. Doba stárnutí v rámci zkušebního cyklu (subcyklus) musí simulovat namáhání, která běžně působí v provozu. Interakce mezi namáháními může být při hodnocení EIS natolik významná, že dojde k ovlivnění provozní životnosti. Při definici programu namáhání, která budou použita v průběhu zrychlené zkoušky, mohou tyto interakce znehodnotit postup vyhodnocení. Je vhodné provést zrychlené třídící zkoušky pro jednotlivá a kombinovaná namáhání před rozhodnutím o programu, aby se rozhodla významnost všech namáhání [14].

Při použití cyklického zkoušení, musí být nastaven logický vztah mezi předpokládaným provozním namáháním, expozicí stárnutí a délkou cyklu, kde délka cyklu namáhání působící na materiál, by neměla u zkoušeného předmětu způsobit během deseti cyklů poruchu. Hodnoty působeného namáhání, které způsobuje stárnutí daného zařízení, musí být stanoveny uživatelem dle této normy. Velikost a doba namáhání jsou pevně stanoveny s ohledem na nejlepší využití zkušebního zařízení, které je dostupné [14].

Zkoušené předměty jsou v jednotlivých subcyklech namáhání vystaveny pouze jednomu faktoru. V subcyklech jsou použity faktory z referenčních pracovních podmínek, které působí v provozu samostatně a nebo postupně [14].

3 Matematická statistika

Matematická statistika se stala nástrojem pro popis spolehlivosti, která zahrnuje popis hromadných a náhodných jevů. Statistika je činnost potřebná pro získání statistických dat, které se používají k následnému matematickému zpracování a vyhodnocení. Získaná statistická data představují údaje o hromadných jevech podle kterých jsou vyvozeny zákonitosti pozorovaných jevů. Množina všech zkoumaných objektů je označena jako statistický soubor. Společná vlastnost prvků statistického souboru se označuje jako statistický znak nebo znak jakosti. Obecně se statistické znaky dělí na dva druhy: kvalitativní a kvantitativní. V praxi je nutné zohlednit, že je každý statistický znak věcně, časově a prostorově vymezen [15], [16].

V matematické statistice se používají charakteristiky polohy, rozptýlení (variability), centrální momenty a kombinované ukazatele [15].

3.1 Charakteristiky polohy

Mezi charakteristiky polohy patří například aritmetický průměr, vážený aritmetický průměr, střední hodnota, geometrický průměr, harmonický průměr a vážený harmonický průměr [15].

Aritmetický průměr je všeobecně nejznámější a nejpoužívanější charakteristika polohy. Výhodou této charakteristiky je velmi jednoduchý výpočet a nevýhodou této charakteristiky je, že nemusí vždy podávat správnou informaci. Může být zkreslen extrémně nízkou nebo vysokou hodnotou v případě, že vycházíme ze souboru s malým rozsahem hodnot, rovněž rozdělení hodnot v souboru může mít dva nebo více vrcholů [8], [16].

$$\bar{x}_a = \frac{1}{a} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.1)$$

Vážený aritmetický průměr je zobecněním aritmetického průměru, který zohledňuje důležitost jednotlivých hodnot ve statistickém souboru. Vážený průměr se využívá v případě, kdy prvky statistického souboru mají různou důležitost, tj. že každému prvku

statistického souboru x_i je přiřazena jeho váha w_i . Vážený průměr dostaneme jako součet součinů prvků a jejich vah dělený celkovým součtem vah [15], [16].

$$\bar{x}_{va} = \frac{\sum_{j=1}^k w_j \cdot x_j}{\sum_{j=1}^k w_j} \quad (3.2)$$

Střední hodnota je ve statistice jednou z nejdůležitějších charakteristik polohy. Je definována jako vážený průměr daného rozdělení náhodné veličiny [15].

$$E(x) = \bar{x} = \int_A^B x dP(x) \quad (3.3)$$

Pokud má náhodná veličina x spojitě rozdělení s hustotou pravděpodobnosti $f(x)$, pak:

$$E(x) = \int_A^B x f(x) dx \quad (3.4)$$

Má-li náhodná veličina x diskrétní rozdělení, pak platí:

$$E(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad (3.5)$$

Geometrický průměr je charakteristika udávající určitý koeficient souboru koeficientů. Používá se například k popisu vývoje časových řad. Geometrický průměr se počítá jako n -tá odmocnina ze součinu všech hodnot souboru [15], [16].

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{\left(\prod_{i=1}^n x_i\right)} \quad (3.6)$$

3.2 Charakteristiky rozptýlení

Další z používaných statistických charakteristik je charakteristika rozptýlení (variability), patří sem například rozptyl, směrodatná odchylka, rozpětí, modus, medián, variační koeficient a koeficienty šikmosti a špičatosti [15].

Rozpětí je nejjednodušší charakteristika variability. Určí se jako rozdíl mezi maximální a minimální hodnotou ve sledovaném statistickém souboru. Tato charakteristika nemusí být dostatečně výstižná, jelikož je závislá na dvou extrémních hodnotách, a proto slouží primárně jako prvotní informace o variabilitě souboru [15], [16].

$$R = x_{max} - x_{min} \quad (3.7)$$

Rozptyl je definován jako střední hodnota kvadrátů odchylek od střední hodnoty a charakterizuje šířku rozdělení. V rozptylu se nachází kladné i záporné hodnoty veličiny, kde jediná vzdálená hodnota ovlivní rozptyl [15].

Pro diskrétní náhodnou veličinu

$$\sigma^2(x) = \sum_{i=1}^n [x_i - E(x)]^2 p_i \quad (3.8)$$

Pro spojitou náhodnou veličinu:

$$\sigma^2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} [x - E(x)]^2 f(x) dx \quad (3.9)$$

Směrodatná odchylka je definovaná jako odmocnina z rozptylu a určuje jak moc jsou hodnoty rozptýleny či odchýleny od průměru hodnot [15], [16].

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} \quad (3.10)$$

Medián je prostřední hodnota statistického znaku v sledovaném souboru, uspořádané v rostoucím pořadí. Medián tedy rozděluje soubor na dvě části v tom smyslu, že polovina prvků má menší hodnotu znaku a polovina má větší hodnotu znaku, než je hodnota mediánu. V případě lichého počtu vzorků je medián jednoznačně určen a při sudém počtu vzorků se vypočítá medián z aritmetického průměru dvou prostředních hodnot [15], [16].

Modus je hodnota znaku sledovaného souboru, která se vyskytuje s největší relativní četností [15], [16].

Variační koeficient je poměr směrodatné odchylky a absolutní hodnoty ze střední hodnoty. Čím nižší je hodnota variačního koeficientu, tím je lepší kvalita souboru dat [15].

$$v = \frac{\sigma}{|E(x)|} \quad (3.11)$$

4 Matematické modely

Model je charakterizován jako zjednodušená forma zobrazení zkoumaného úseku dané skutečnosti. Model je sestaven podle definovaných pravidel, jenž umožňují napodobit chování a vlastnosti zobrazované reality. Model neslouží pouze jako prostředek pro získávání poznatků, ale je možné s ním rozvinout teorii v určité oblasti. Konstrukce modelu a jeho pravidel je vázáno na řešení určitých teoretických a praktických úloh. Činnosti, která je zaměřená na konstrukci modelu, říkáme modelování. Modelování je tvůrčí lidská činnost, která slouží k zjednodušení a zpřehlednění dějů [17].

Pojmem „matematický model“ je myšlena nějaká formalizovaná teorie, nebo matematické zobrazení, ale často se jím také označuje jakýkoli kvantifikovaný popis některých stránek skutečnosti. Matematický model vyobrazuje procesy a jevy reálného světa pomocí matematických prostředků. Tyto prostředky mohou být např. soustavy rovnic, které obsahují proměnné (veličiny) a konstanty (parametry). Matematický model popisuje vědecké oblasti a oblasti lidské činnosti různé zákonitosti jevů a procesů [17].

Matematické modely se třídí podle různých kritérií. Nejobecnější modely jsou deterministické a stochastické. Deterministické modely při dodržení specifických předpokladů a podmínek vždy platí. Naopak zde máme stochastické modely, které v konkrétních situacích platí oproti deterministickým modelům pouze přibližně a s určitou pravděpodobností. Stochastické modely jsou také označovány jako pravděpodobnostní. Pro ně je charakteristické, že dovolují poměrně přesnou matematickou manipulaci se vztahy mezi veličinami, i když ve skutečnosti platí tyto vztahy pouze přibližně. Zjednodušeně lze přijmout definici stochastického modelu jako rovnice nebo soustavy rovnic obsahující náhodné veličiny, nenáhodné veličiny (fixní, pevné) a parametry (konstanty). Nejjednodušší stochastické modely jsou lineární. Pro reálné složitější nelineární modely se používá linearizující zjednodušení [17].

Všechna elektrická zařízení jsou v celém průběhu svého života vystavena degradačním vlivům, která na ně působí. Proto je nutné znát z hlediska provozu, návrhu a výroby zařízení fyzikální vlastnosti degradačních mechanismů. Pomocí pravděpodobnostního

vyjádření a statistického chování je možné vytvořit návrh životnosti zařízení [13], [15], [16].

Spolehlivost výrobků a soustav se měří pomocí pravděpodobnosti bezporuchového provozu a odvozenými veličinami, jako jsou intenzita poruch, hustota poruch a střední hodnota. Spolehlivost je vlastnost výrobku, který má schopnost vykonávat po určitou dobu své požadované funkce při zachování provozních parametrů, jenž jsou dány technickými podmínkami. Chování výrobku se sleduje převážně v čase, ale poruchu je také možné sledovat v závislosti na jiné veličině jako je výkonový parametr [13], [15], [16].

Bezporuchový chod po stanovenou dobu je podmínkou pro bezchybnou funkci zařízení. Analýza bezporuchovosti je provedena matematickými a statistickými modely, které jsou založené na použití statistických rozdělení. Nejčastěji používaná rozdělení v elektrotechnice jsou Weibullovo, exponenciální a normální rozdělení [13], [15].

4.1 Weibullovo rozdělení

Weibullovo rozdělení se používá pro popis bezporuchovosti v oblasti elektrotechniky, kdy bezporuchovost zkoumaných prvků je závislá na počtu provozních hodin, stáří či počtu vykonaných cyklů. Využívá se za podmínky, že u zkoumaného prvku nelze přijmout předpoklad o konstantní intenzitě poruch [13].

Weibullovo rozdělení má oproti exponenciálnímu rozdělení větší flexibilitu, takže je možné modelovat dobu i v období časných poruch a období stárnutí (Exponenciální rozdělení lze uplatnit pouze v období stabilního života) [18], [19]. Uplatňuje se tedy tam, kde je použití exponenciálního rozdělení nevhodné [15].

Weibullovo rozdělení bylo původně odvozeno prof. Weibullem jako tříparametrické, nicméně se pro běžné výpočty v praxi používá zjednodušené dvouparametrické rozdělení (existuje i jednoparametrické rozdělení) [19]. Z názvu je poznat, že pro vyjádření

tříparametrického rozdělení jsou použity tři parametry a to [15]:

- η – parametr měřítka
- β – parametr tvaru
- γ – parametr polohy

Hustota pravděpodobnosti tříparametrického rozdělení má tvar:

$$f(x) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{x - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (4.1)$$

U hustoty pravděpodobnosti dvouparametrického rozdělení se položí parametr polohy $\gamma = 0$ a tvar výsledné rovnice je:

$$f(x) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{x}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta} \quad (4.2)$$

Pro hustotu pravděpodobnosti jednoparametrického rozdělení je parametr polohy $\gamma = 0$ a parametr tvaru $\beta = konst.$, takže tvar rovnice přejde na:

$$f(x) = \frac{konst}{\eta} \left(\frac{x}{\eta} \right)^{konst-1} e^{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^{konst}} \quad (4.3)$$

Jelikož se v praxi používá převážně dvouparametrické rozdělení, tak se v diplomové práci zaměříme právě na toto rozdělení.

Distribuční funkce se používá pro popis chování náhodné proměnné X . Lze ji definovat jako pravděpodobnost, kdy velikost náhodné veličiny nabude menší či rovné hodnoty, než je určitá hodnota x . Distribuční funkce náhodné veličiny je definována jako [21]:

$$F(x) = P(X < x) \quad (4.4)$$

Distribuční funkce náhodné veličiny má následující vlastnosti:

Hodnota distribuční funkce leží mezi 0 a 1 :

$$0 \leq F(x) \leq 1 \quad (4.5)$$

Funkce je rostoucího charakteru:

$$F(x_2) \geq F(x_1) \quad (4.6)$$

Pro každou distribuční funkci je:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \quad (4.7)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1 \quad (4.8)$$

U Weibullova dvouparametrického rozdělení se vyjádření distribuční funkce provede integrací hustoty pravděpodobnosti a je dána vztahem:

$$F(t) = \int_0^t f(t) dt = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (4.9)$$

kde:

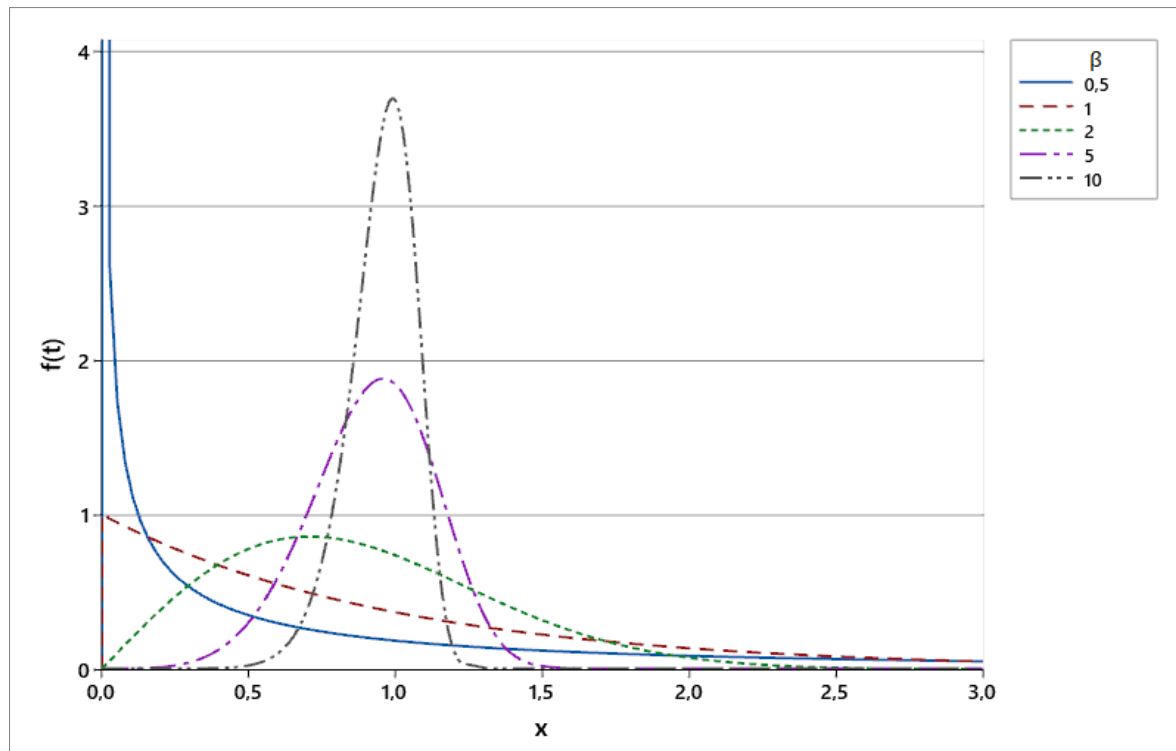
$$t > 0, \eta > 0, \beta > 0$$

Hustota pravděpodobnosti určuje, s jakou pravděpodobností leží náhodná proměnná T v intervalu $\langle t_1, t_2 \rangle$. Tato funkce je dána derivací distribuční funkce [22]:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \quad (4.10)$$

Hustota pravděpodobnosti dvouparametrického Weibullova rozdělení je dána vzorcem [18]:

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (4.11)$$



Obr. 5 Průběh hustoty pravděpodobnosti dvouparametrického Weibullova rozdělení při $\eta = 1$

Funkce bezporuchovosti (spolehlivosti) vyjadřuje pravděpodobnost, že do okamžiku t nenastane jev, jako je např. porucha. Bezporuchovost zařízení je schopnost zařízení vykonávat své funkce po určitou dobu bez poruchy. Funkce bezporuchovosti je definována jako doplněk distribuční funkce [13], [21]:

$$R(t) = 1 - F(t) \quad (4.12)$$

U dvouparametrického Weibullova rozdělení je funkce bezporuchovosti dána vztahem [13], [21]:

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (4.13)$$

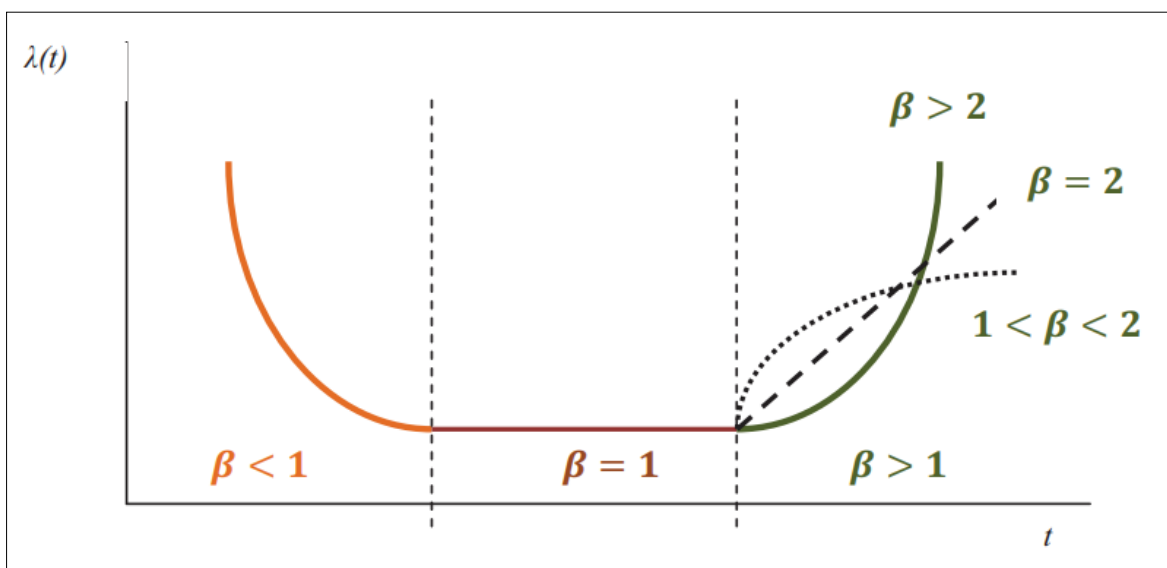
Intenzita poruch je funkce modelující dobu do výskytu události, kterou je doba do poruchy. Průběh intenzity poruch závisí na distribuční funkci a hustotě pravděpodobnosti [21]:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} \quad (4.14)$$

Okamžitá intenzita poruch je závislá na čase a je popsána vanovou křivkou. Průběh intenzity poruch zpočátku klesá na určitou hodnotu, na které se ustálí a je po určitou dobu konstantní a poté intenzita poruch narůstá.

Intenzita poruch dvouparametrického Weibullova rozdělení je popsána vztahem [18]:

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad (4.15)$$



Obr. 6 Vanová křivka intenzity poruch Weibullova rozdělení (převzato z [19])

Vanová křivka je rozdělena na tři intervaly. První interval je období časných poruch a vzniká při počátečním uvedení zařízení do provozu. Vyšší intenzita poruch je v tomto období způsobena chybou při návrhu, výrobními vadami nebo nesprávnou montáží. V druhém intervalu je běžně využíván zaběhnutý výrobek, kde je konstantní intenzita poruch. Tento interval je nazýván období stabilního života. Ve třetím období dochází k stárnutí a opotřebení zařízení, což způsobuje změnu funkčních vlastností výrobku, a tím tak dojde ke

zvýšení intenzity poruch. Tento interval se označuje jako období poruch v důsledku stárnutí a opotřebení [19].

Velikost parametru β způsobuje změnu tvaru výsledného rozdělení. Pokud je $\beta < 1$, tak se jedná o interval, kde na jeho počátku je vysoká poruchovost a časem se intenzita poruch snižuje. Jedná se o interval časných poruch. Jestliže se $\beta = 1$, tak se výrobek nachází v období stabilního života a průběh intenzity poruch je zde konstantní, takže je stejný jako u exponenciálního rozdělení. Pokud je $\beta > 1$, tak se jedná o období poruch v důsledku stárnutí a opotřebení a intenzita poruch se zvyšuje [13], [19].

Střední hodnota je statistická veličina pro hodnocení spolehlivosti zařízení. U spojitých náhodných veličin je popsána vzorcem:

$$E(x) = \int_A^B xf(x) dx \quad (4.16)$$

Střední hodnota dvouparametrického rozdělení je dána vztahem [20]:

$$E(T) = \eta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (4.17)$$

Jednotlivé hodnoty **Gamma funkce** $\Gamma(z)$ jsou popsány v normě ČSN EN 61649. Vztah pro výpočet funkce $\Gamma(z)$ je [23]:

$$\Gamma(z) = \int_{-\infty}^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad (4.18)$$

Rozptyl je definován jako střední hodnota kvadrátů odchylek od střední hodnoty a charakterizuje šířku rozdělení. V rozptylu se nachází kladné i záporné hodnoty veličiny, kde jediná vzdálená hodnota ovlivní rozptyl. Hodnota u spojitých náhodných veličin se vypočítá dle vztahu:

$$D(T) = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 f(t) dt - [E(T)]^2 \quad (4.19)$$

Rozptyl Weibullova rozdělení je dán vztahem [23]:

$$D(T) = \eta^2 \left[\Gamma \left(1 + \frac{2}{\beta} \right) - \Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \right] \quad (4.20)$$

4.1.1 Tříparametrické Weibullovo rozdělení

Použití tříparametrického Weibullova rozdělení může být v některých případech vhodnější než dvouparametrické a to především v případech, kdy transformovaná data neleží na přímce a je zřejmé, že by prahová hodnota měla být vyšší než 0. Nevýhodou tohoto rozdělení je potřeba velkého množství vstupních dat pro určení neznámých parametrů β, η, γ . Další nevýhoda je, že bodové odhady parametru nemají fyzikální základ a není možné jejich vzájemným porovnáním určit spolehlivostní vlastnosti komponenty [33], [34], [35].

Distribuční funkce je popsána vzorcem [35], [36], [37]:

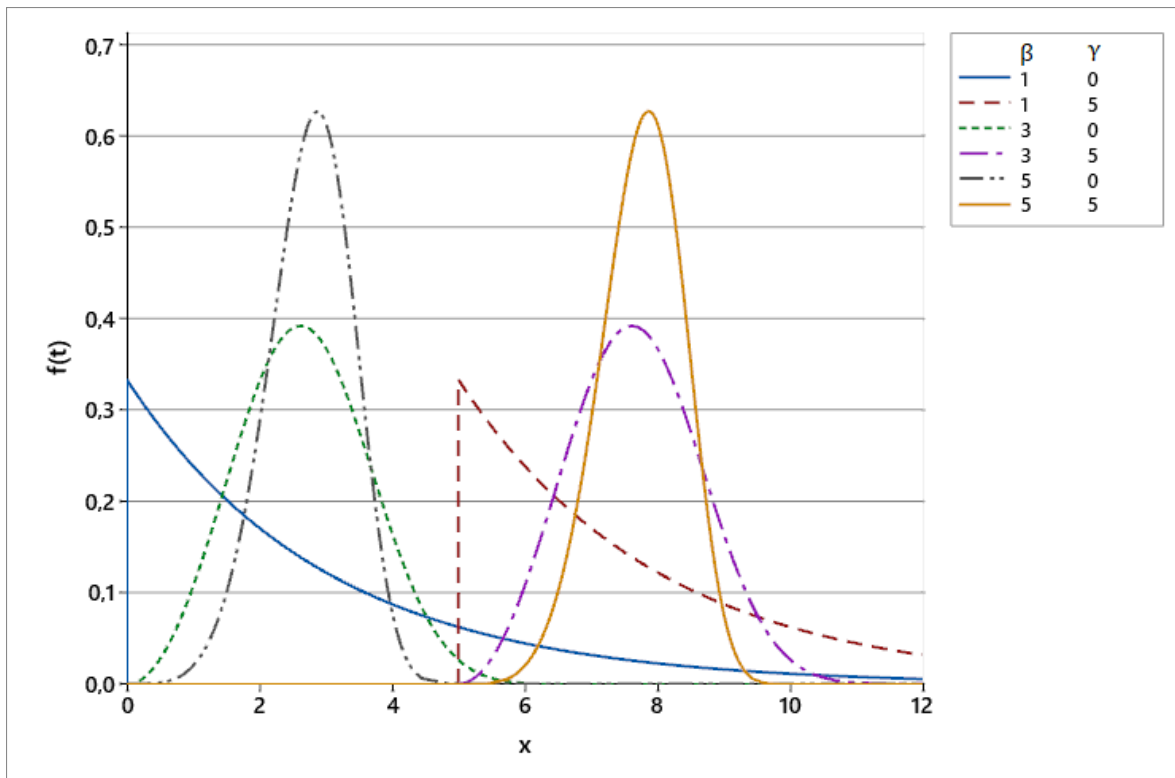
$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (4.21)$$

kde:

$$t > 0, \eta > 0, \beta > 0, -\infty < \gamma < +\infty$$

Hustota pravděpodobnosti je dána vztahem:

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (4.22)$$



Obr. 7 Průběh hustoty pravděpodobnosti tříparametrického Weibullova rozdělení při $\eta = 1$

Pravděpodobnost bezporuchového provozu je dán vztahem:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (4.23)$$

Intenzita poruch:

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad (4.24)$$

Střední hodnota:

$$E(T) = \gamma + \eta \cdot \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) \quad (4.25)$$

Rozptyl:

$$D(T) = \eta^2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right]^2 \right) \quad (4.26)$$

4.2 Exponenciální rozdělení

Exponenciální rozdělení se používá k popisu doby do výskytu příslušné události, nebo doby mezi událostmi. Tímto rozdělením se popisuje doba života na zařízeních, kde dochází k výskytu poruchy z náhodných příčin. Toto rozdělení se často používá u hromadné obsluhy nebo teorii obnovy. Popisuje bezporuchovost zejména u zařízení, která nejsou pod vlivem degradace součástí, jako je stárnutí, koroze atd. U zkoumaných objektů se předpokládá konstantní intenzita poruch. Exponenciální rozdělení je označováno jako rozdělení bez paměti, protože vznik poruchy není závislé na čase, jak dlouho je zařízení v provozu [18], [35].

Parametr exponenciálního rozdělení je:

- λ' – konstantí rychlost poruch na jednotku měření

Distribuční funkce je popsána vzorcem:

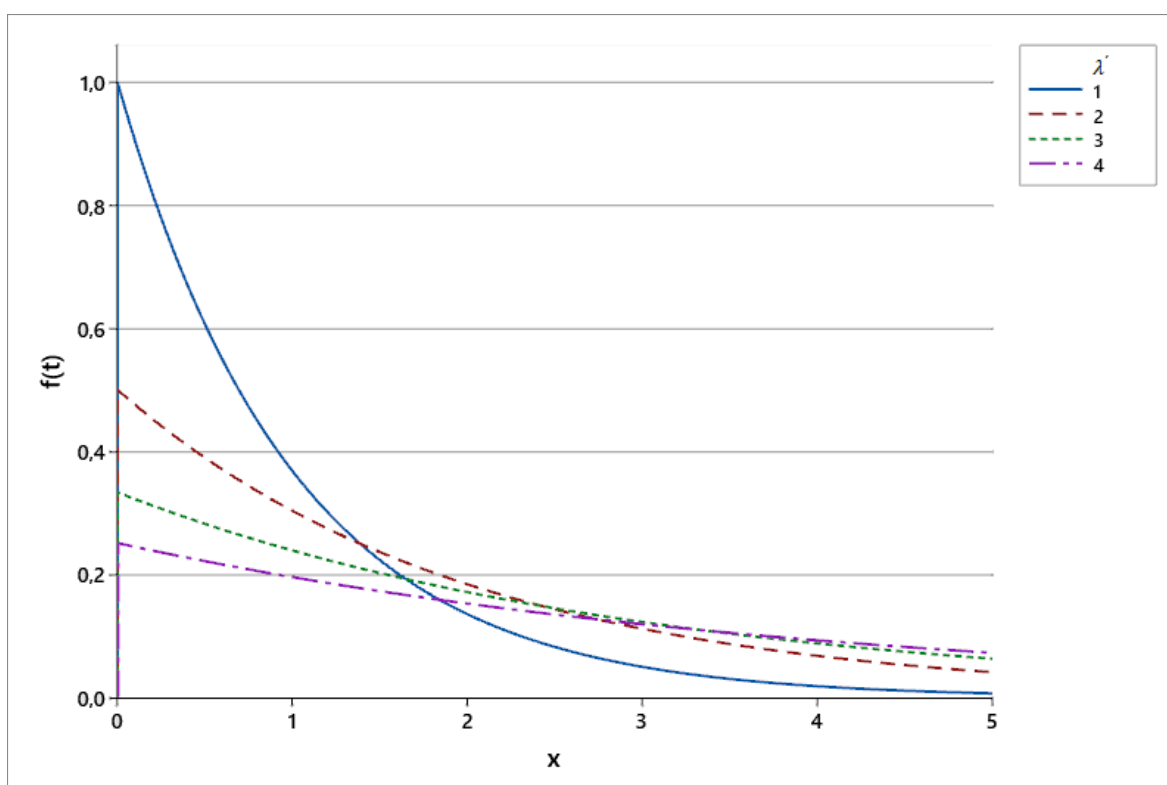
$$F(t) = 1 - e^{-\lambda' t} \quad (4.27)$$

kde:

$$t > 0, \lambda' > 0$$

Hustota pravděpodobnosti je dána vztahem:

$$f(t) = \lambda' \cdot e^{-\lambda' t} \quad (4.28)$$



Obr. 8 Průběh hustoty pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení

Pravděpodobnost bezporuchového provozu je dán vztahem:

$$R(t) = e^{-\lambda' t} \quad (4.29)$$

Intenzita poruch:

$$\lambda(t) = \lambda' = \text{konts.} \quad (4.30)$$

Střední hodnota:

$$E(X) = \frac{1}{\lambda'} \quad (4.31)$$

Rozptyl:

$$D(X) = \frac{1}{\lambda'^2} \quad (4.32)$$

4.3 Normální rozdělení

Normální rozdělení je jedním z nejdůležitějších rozdělení, které se používá pro popis chování velkého počtu náhodných jevů v technice, ekonomii a přírodních vědách. Normální rozdělení je také známo jako Gaussovo rozdělení. Vhodné využití normálního rozdělení je při kolísání náhodné veličiny, pokud na ní působí velké množství vzájemně nezávislých vlivů. Pomocí tohoto rozdělení lze za určitých podmínek aproximovat řada jiných rozdělení. V praxi je možné se setkat s normálním rozdělením např. u velikosti chyby měření. Dále lze normální rozdělení uplatnit ve výpočtech doby do poruchy izolačního prvku elektrického zařízení, které degradovalo vlivem stárnutí [15], [18], [20], [35].

Normální rozdělení má dva parametry:

- μ – střední hodnota (charakterizuje polohu)
- σ^2 – rozptyl (charakterizuje rozptýlení hodnot kolem střední hodnoty)

Distribuční funkce:

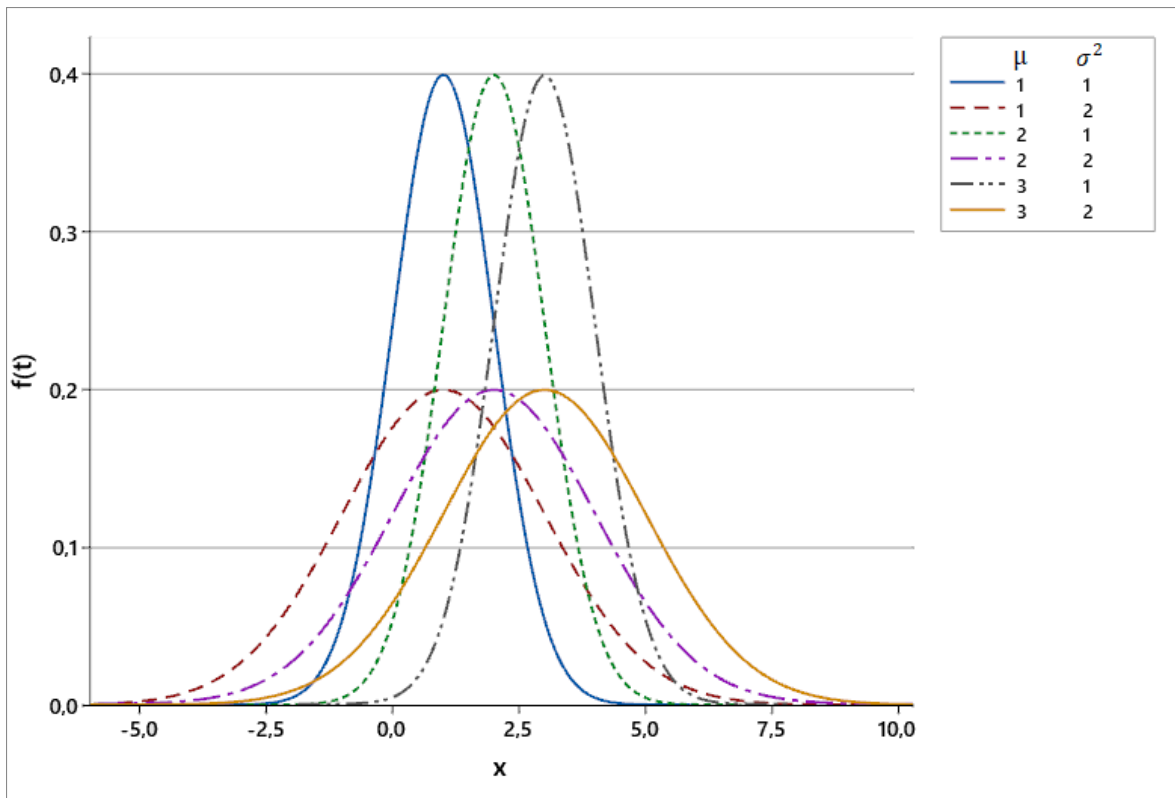
$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (4.33)$$

kde:

$$-\infty < t < \infty$$

Hustota pravděpodobnosti:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (4.34)$$



Obr. 9 Průběh hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení

Pravděpodobnost bezporuchového provozu je dán vzhahem:

$$R(t) = \int_t^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (4.35)$$

Intenzita poruch:

$$\lambda(t) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\int_t^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt} \quad (4.36)$$

Střední hodnota:

$$E(X) = \mu \quad (4.37)$$

Rozptyl:

$$D(X) = \sigma^2 \quad (4.38)$$

4.4 Normované normální rozdělení

Jelikož nelze distribuční funkci normálního rozdělení vyjádřit elementárními funkcemi, tak se zavede normované normální rozdělení pro vyjádření distribuční funkce. U tohoto rozdělení jsou definované veličiny s parametry $\mu = 0$, $\sigma^2 = 1$ [18], [19].

Distribuční funkce normovaného normálního rozdělení je popsán vzorcem:

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (4.39)$$

Hustota pravděpodobnosti je dána následujícím vztahem:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (4.40)$$

4.5 Logaritmicko-normální rozdělení

V logaritmicko-normálním rozdělení může náhodná veličina nabývat pouze kladných hodnot, a proto toto rozdělení nachází své uplatnění při popisu náhodných veličin nabývajících pouze kladných hodnot a to zejména v případech, kdy je hustota pravděpodobnosti asymetrická s jedním vrcholem. Náhodná proměnná je lognormálně rozdělena, pokud je logaritmus náhodné proměnné normálně distribuovaný. Logaritmicko-normální rozdělení se používá v teorii spolehlivosti k modelování životnosti součástí a dob do opravy u udržovatelných systémů [17], [35], [38].

Logaritmicko-normální rozdělení má dva parametry:

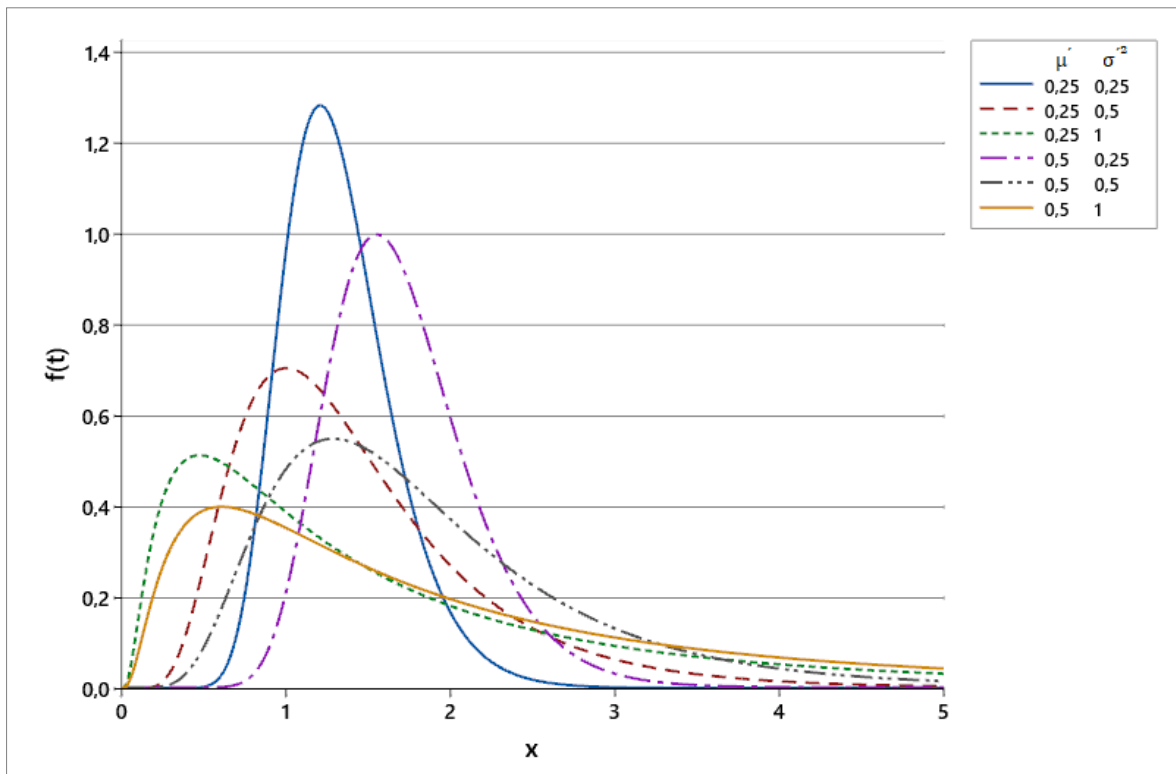
- μ' – parametr měřítka
- σ'^2 – parametr tvaru

Distribuční funkci logaritmicky-normálního rozdělení lze vyjádřit prostřednictvím distribuční funkce normovaného normálního rozdělení:

$$F(t) = \Phi\left(\frac{\ln t - \mu'}{\sigma'}$$

Hustota pravděpodobnosti je dána vztahem:

$$f(t) = \frac{1}{t\sqrt{2\pi\sigma'^2}} e^{-\frac{(\ln t - \mu')^2}{2\sigma'^2}} \quad (4.42)$$



Obr. 10 Průběh hustoty pravděpodobnosti logaritmicko-normálního rozdělení

Pravděpodobnost bezporuchového provozu je dán vztahem:

$$R(t) = \int_{\ln(t)}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma'^2}} e^{-\frac{(t-\mu')^2}{2\sigma'^2}} dt \quad (4.43)$$

Intenzita poruch:

$$\lambda(t) = \frac{\frac{1}{t\sqrt{2\pi\sigma'^2}} e^{-\frac{(\ln t - \mu')^2}{2\sigma'^2}}}{\int_{\ln(t)}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma'^2}} e^{-\frac{(t-\mu')^2}{2\sigma'^2}} dt} \quad (4.44)$$

Střední hodnota:

$$E(T) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \quad (4.45)$$

Rozptyl:

$$D(T) = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) \quad (4.46)$$

5 Odhad parametrů statistických rozdělení

Při realizaci náhodného pokusu je možné sledovat hodnoty náhodné veličiny X , které lze popsat různými charakteristikami. Zde náhodné veličiny představují základní soubor (populaci). Parametry základního souboru jsou konstantní. K parametrům populace patří: střední hodnota, rozptyl, relativní četnost odchylka [18], [25].

Ze základního souboru se udělá výběr náhodných veličin, který je nazván jako výběrový soubor. Parametry náhodného výběru jsou proměnné, takže s každým náhodným výběrem dostaneme odlišné hodnoty parametrů. Nejpoužívanější parametry výběrového souboru jsou: průměr, výběrový rozptyl, výběrová směrodatná odchylka a výběrová relativní četnost. Parametry náhodného výběru se řídí výběrovým rozdělením. Pokud známe pro konkrétní výběrovou charakteristiku její výběrové rozdělení, tak je potom možné odhadnout parametr celé populace [18], [25].

Obecně se rozlišují dva typy odhadů parametrů:

- **Bodový odhad** – parametr populace aproximujeme jediným číslem.
- **Intervalový odhad** – parametr populace aproximujeme intervalem, ve kterém s velkou pravděpodobností parametr leží

Na základě dané situace se rozhodneme, který z uvedených odhadů použijeme. V případě, že chceme vyjádřit hledaný parametr jednou hodnotou, tak použijeme bodový odhad. Pokud budeme chtít přesnější odhad, tak použijeme intervalový odhad, kde najdeme interval spolehlivosti [18], [25].

5.1 Bodový odhad

Bodový odhad je výběrová charakteristika parametru rozdělení náhodné veličiny. Každý bodový odhad musí splňovat následující kritéria [18], [25], [26]:

- konzistentnost
- nestrannost
- vydatnost
- dostatečnost

• **Konzistentnost:** odhad se považuje za konzistentní, když se zpřesňuje s rostoucím se rozsahem výběru. Platí zde:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E \hat{\theta} = \theta \quad (5.1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} D \hat{\theta} = \theta \quad (5.2)$$

Vztah (5.2) vyjadřuje, že s rostoucím rozsahem výběru n rozdělení $\hat{\theta}$ zužuje kolem hledaného parametru.

• **Nestrannost:** odhad lze považovat za nestranný, když se střední hodnota odhadu pro daný rozsah rovná hledanému parametru:

$$(E \hat{\theta} = \theta) \quad (5.3)$$

Slabší formou nestrannosti je asymptotická nestrannost. Pokud pro odhad platí rovnice (5.1), lze ho považovat za asymptoticky nestranný.

• **Vydatnost:** pokud bychom měli na výběr ze dvou nestranných odhadů, tak vybereme odhad s menším rozptylem. Tato vlastnost se nazývá vydatnost. Nejlepší nestranný odhad má ze všech odhadů nejmenší rozptyl.

• **Dostatečnost:** odhad parametru lze považovat za dostatečný, pokud obsahuje u sledovaného parametru celou informaci, kterou nám výběrový soubor poskytuje.

Bodový odhad parametrů pro různá rozdělení je možné provést několika způsoby, které se dělí do dvou kategorií:

- grafické metody
- analytické metody

5.1.1 Grafické metody

Výhodou použití této metody je jednoduchost a rychlost. Nicméně použitím této metody dochází k velké nepřesnosti. Při sestavení grafické metody se vypočítané hodnoty vynesou na papír a následně se proloží přímkou okolo vnesených hodnot. Z vnesené

přímky se určí její směrnice a posunutí, pomocí kterých lze vyčíst neznámé hodnoty parametrů zvoleného statistického rozdělení. Pokud se nebudou jednotlivé body příliš odchylovat od přímky, tak je možné považovat zvolené rozdělení za vyhovující aproximaci. Vhodnost této metody se musí ověřit testem dobré shody [17], [20].

5.1.2 Analytické metody

V praxi se pro odhad parametrů používají převážně analytické metody, protože jsou oproti grafickým metodám výrazně přesnější. Analytické metody mohou být např.:

- metoda momentů
- metoda nejmenších čtverců
- metoda maximální věrohodnosti

5.1.2.1 Metoda momentů

Metoda momentů pro konstrukci odhadů neznámých parametrů je založena na porovnávání získaných výběrových momentů s teoretickými momenty předpokládaného rozdělení s hustotou $f(t)$. Teoretické momenty jsou pro diskrétní a spojitě náhodné proměnné jsou formulovány rozdílně. Jako momenty mohou být použity střední hodnota, rozptyl, šikmost, špičatost. Podle počtu odhadovaných neznámých parametrů rozdělení je nutné sestavit právě tolik rovnic, kolik je neznámých parametrů. Pokud jsou k dispozici data z náhodného výběru $(t_1, t_2, \dots, t_n)^T$ tak [17], [25]:

Výběrový počáteční moment k -tého řádu je definován:

$$M'_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k \quad (5.4)$$

Výběrový centrální moment k -tého řádu je definován:

$$M_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^k \quad (5.5)$$

Teoretický počáteční moment k-tého řádu pro diskrétní náhodnou proměnnou je definován:

$$\mu'_k = \sum_i x_i^k \cdot p(x_i) \quad (5.6)$$

Teoretický centrální moment k-tého řádu je pro diskrétní náhodnou proměnnou je definován:

$$\mu_k = \sum_i (x_i - EX)^k \cdot p(x_i) \quad (5.7)$$

Teoretický počáteční moment k-tého řádu pro spojitou náhodnou proměnnou je definován:

$$\mu'_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k \cdot f(x) dx \quad (5.8)$$

Teoretický centrální moment k-tého řádu pro spojitou náhodnou proměnnou je definován:

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - EX)^k \cdot f(x) dx \quad (5.9)$$

5.1.2.2 Metoda nejmenších čtverců

Tato metoda se používá při zpracování dat, která jsou zatížena chybou pro nalezení nejhodnějšího odhadu. Použití metody nejmenších čtverců je vhodné, když jsou chyby na sobě nezávislé a nekorelované. Nevýhodou této metody je malá robustnost vůči chybám vstupních veličin. Metoda nejmenších čtverců je založena na předpokladu lineární závislosti mezi dvěma proměnnými. Pro odhadnutí parametrů použijeme regresní analýzu. Tato analýza proloží přímku mezi procházejícími body, kde se snažíme, aby byla přímka od všech bodů v nejoptimálnější (nejmenší) vzdálenosti [24], [27].

Většinou při měření máme představu jak bude charakteristika naměřených hodnot vypadat, a podle toho stanovíme typ funkce, který chceme najít [24]:

- Lineární regrese (přímka): $y = a + bx$

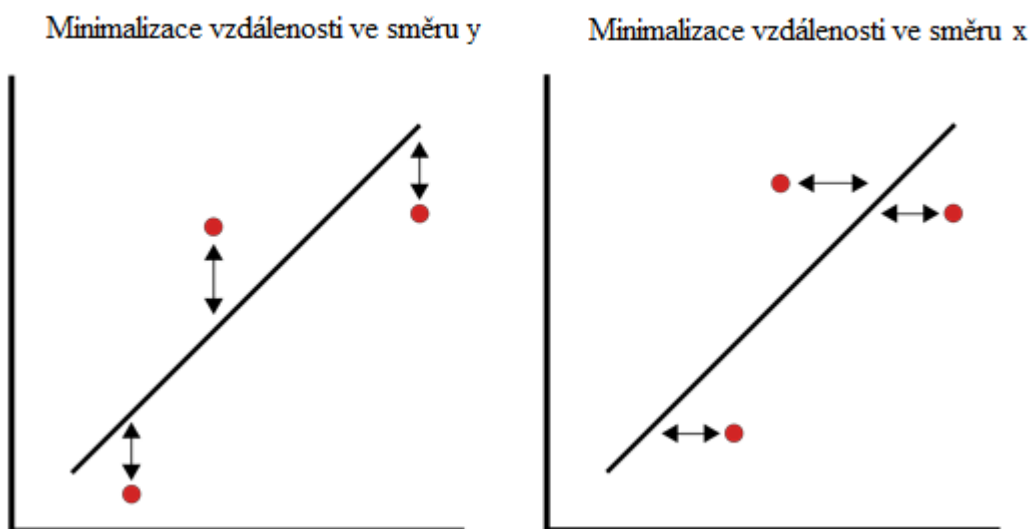
- Kvadratická regrese (parabola): $y = a + bx + cx^2$
- Exponenciální regrese: $y = l \cdot a^x$

Lineární regrese

Lineární regrese představuje aproximaci daných hodnot přímkou. U lineární aproximace předpokládáme, že je mezi veličinami x a y lineární vztah ve tvaru:

$$y = a + bx \quad (5.10)$$

Minimalizaci součtu čtverců lze provést ve svislém nebo vodorovném směru. Pokud je regresní závislost na X , pak je přímka přizpůsobena tak, aby byly minimalizovány vodorovné odchylky od bodů k přímce. Pokud je regrese na Y , pak to znamená, že je vzdálenost svislých odchylek od bodů k přímce minimalizována [35].



Obr. 11 Zobrazení minimalizace odchylek lineární aproximace (převzato a upraveno z [35])

Regresní závislost: y

Předpokládejme, že získané hodnoty $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ jsou vyneseny do grafu a že hodnoty x jsou přesně známy. Poté podle principu nejmenších čtverců, který minimalizuje vertikální vzdálenost mezi souborem dat a přímkou spojenou s daty, je vynesena neoptimálnější přímka procházející získanými hodnotami: $y = \hat{a} + \hat{b}x$,

kde symbol $[\hat{\cdot}]$ označuje odhad, kde platí:

$$\sum_{i=1}^N (\hat{a} + \hat{b}x_i - y_i)^2 = \min \sum_{i=1}^N (a + bx_i - y_i)^2 \quad (5.11)$$

kde \hat{a} a \hat{b} jsou odhady nejmenších čtverců pro a a b . N je počet datových bodů. Tyto rovnice jsou minimalizovány odhady \hat{a} a \hat{b} , které jsou popsány jako:

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} - \hat{b} \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \quad (5.12)$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{N}}{\sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^N x_i)^2}{N}} \quad (5.13)$$

Regresní závislost: x

Předpokládejme, že získané hodnoty $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ jsou vyneseny do grafu a že hodnoty y jsou přesně známy. Poté podle principu nejmenších čtverců, který minimalizuje horizontální vzdálenost mezi souborem dat a přímkou spojenou s daty, je vynesena nejoptimálnější přímka procházející získanými hodnotami: $x = \hat{a} + \hat{b}y$, kde symbol $[\hat{\cdot}]$ označuje odhad, kde platí:

$$\sum_{i=1}^N (\hat{a} + \hat{b}y_i - x_i)^2 = \min \sum_{i=1}^N (a + by_i - x_i)^2 \quad (5.14)$$

kde \hat{a} a \hat{b} jsou odhady nejmenších čtverců pro a a b . N je počet datových bodů. Tyto rovnice jsou minimalizovány odhady \hat{a} a \hat{b} , které jsou popsány jako:

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} - \hat{b} \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} = \bar{x} - \hat{b}\bar{y} \quad (5.15)$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{N}}{\sum_{i=1}^N y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^N y_i)^2}{N}} \quad (5.16)$$

5.1.2.2.1 Weibullův pravděpodobnostní graf

Před zakreslením hodnot do pravděpodobnostního grafu je musíme rozdělit dle časového sledu hodnot do poruchy. Osy Weibullova pravděpodobnostního grafu mají měřítka transformovaná pomocí přirozeného logaritmu. Tak docílíme toho, že nelineární kumulativní distribuční funkce přechází v lineární. Na osu X se vynáší data o dobách do poruchy a na osu Y se vynáší prostřední hodnota (median rank). V případě, že není k dispozici tabulka prostředních hodnot, je na osu y vynášena kumulativní pravděpodobnost ve dvojitém logaritmickém měřítku dle vzorce [23]:

$$\ln(-\ln(1 - F(t))) \quad (5.17)$$

kde pro $F(t)$ je použita tzv. Benardova aproximace

$$F(t_i) = \left(\frac{i - 0,3}{n + 0,4} \right) \quad (5.18)$$

kde n je celkový rozsah výběru a i je pořadová hodnota vybrané pozice.

Grafem se proloží lineární spojnice trendu, z které lze vypočítat zda je zvolené rozdělení vhodné. Parametry rozdělení se určují z regresní rovnice proložené přímkou [23].

5.1.2.3 Metoda maximální věrohodnosti

Metoda maximální věrohodnosti je nejčastěji využívaná metoda pro odhad parametrů. Výhodou metody maximální věrohodnosti je odhad parametrů z datových souborů se složitými mechanismy cenzurování. Cenzurovaná data představují neúplný náhodný výběr. Nevýhodou je u malých rozsahů výběru nadhodnocování jednotlivých parametrů. Metoda maximální věrohodnosti je založena na vlastnostech sdružené hustoty či pravděpodobnostní funkce. Použití této metody je vhodné když: není k dispozici velké množství dat o poruchách, cenzurované časy jsou nerovnoměrně rozděleny, máme cenzurovaná data s malým počtem naměřených časů do poruch [17], [25], [28].

Odhady získané touto metodou mají velmi dobré statistické vlastnosti:

- jsou asymptoticky konzistentní, což znamená, že čím více bude k dispozici naměřených dat (např. dob do poruchy), tím bude odhad přesnější.

- Jsou asymptoticky nestranné (asymptoticky nevychýlené); odhad je asymptoticky nestranný, pokud není pro velký počet dob do poruchy systematicky nadhodnocen ani podhodnocen.

- Jsou vydatné; nestranný odhad je vydatnější než jiný nestranný odhad, pokud vykazuje menší rozptyl.

Pokud jako soubor náhodných veličin jsou známá data ve tvaru $t = (t_1, t_2, \dots, t_n)$, stejně rozdělených do hustoty pravděpodobnosti $f(t, \theta)$, pak je možné použít věrohodností funkci $L(\theta)$ pro odhad jednotlivých parametrů pro úplná data [20].

$$L(\theta) \prod_{i=1}^n f(t_i, \theta) \tag{5.19}$$

Práce se součtem je mnohem jednodušší než práce se součinem při zachování polohy extrému funkce a proto se často využívá místo $L(\theta)$ jejího přirozeného logaritmu.

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^n f(t_i, \theta) \tag{5.20}$$

Maximálně věrohodný odhad $\hat{\theta}$ parametrů θ odpovídá maximům funkce $L(\theta)$. Za pomoci parciální derivace přirozeného logaritmu lze vypočítat příslušná maxima věrohodností funkce.

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = 0 \tag{5.21}$$

Stejným způsobem se postupuje pro cenzurovaná data, s výjimkou formulace vztahu pro odhad jednotlivých parametrů:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i, \theta) \prod_{j=1}^m R(t_j, \theta) \tag{5.22}$$

kde n je celkový počet dat a m je počet cenzurovaných dat.

6 Analýza naměřených dat

Pro experiment byla zvolena transformátorová lepenka. Rozměry transformátorové lepenky byly pro následující experiment zvoleny na 10x10 cm. Před měřením bylo vybráno šest náhodných vzorků, u kterých bylo v různých bodech, kde bude položena elektroda, změřena tloušťka materiálu. Měření proběhlo v místech, kde se vyskytuje elektroda. Změřená tloušťka se následně zprůměruje.

Pro měření životnosti transformátorové lepenky se provedly dva druhy degradace a to tepelná a elektrická. Při tepelné degradaci se vzorky vložili do pece na 48 a 168 hodin při teplotách 60 °C, 120 °C a 140 °C. Po určené době byly vzorky vyndány z pecí a následně na nichy byly absorpční a resorpční proudy.

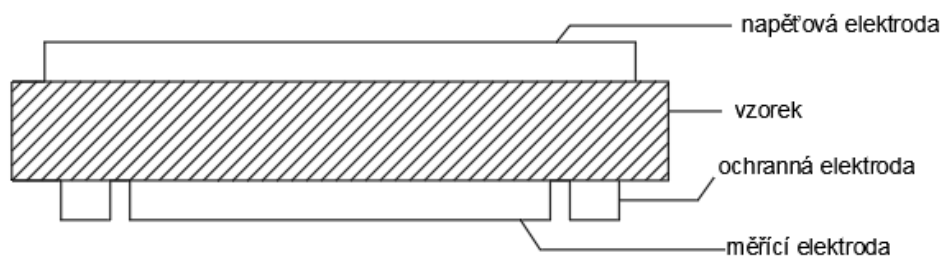
Při elektrické degradaci byly vzorky vystaveny 4kV, 4,5kV, 5kV a 5,5kV. Vzorky se vložili mezi vodivé destičky, na které byla položena elektroda. Při průrazu vzorku dojde ke snížení napětí a na čítači se objeví čas průrazu. Následně se vizuálně zkontrolují vzorky. Pokud se zde bude viditelně nacházet průraz na některém z měřených vzorků, tak se právě proražený vzorek odebere a na zbylé vzorky se opět přivede požadované napětí. Pokud není možné po vizuální kontrole určit, který ze vzorků byl proražen, tak musíme odebírat jednotlivě vzorky z měřícího zařízení a vystavovat je pod zvolené napětí, dokud nenalezneme zničený vzorek. Tento proces se opakuje, dokud nejsou zničeny všechny vzorky pro danou napěťovou hladinu. Po změření všech vzorků pro určitou napěťovou hladinu, se zvolí nová hladina, kde bude probíhat opět stejný proces.

6.1 Vyhodnocení dat tepelné degradace

Pro měření absorpčních a resorpčních proudů byla použita stíněná měřící komora Keithley 8009 s kruhovým elektrodovým systémem, který obsahuje měřící, napěťovou a ochrannou elektrodu. Je možné měřit vzorky s různou tloušťkou, protože jsou elektrody přichycené na pružinách, čímž zachovávají optimální kontakt měřeného materiálu s elektrodami.



Obr. 12 Měřicí komora Keithley 8009



Obr. 13 Uspořádání elektrod měřicí komory

Pro měření absorpčních a resorpčních proudů byl použit elektrometr Keithley 6517A s integrovaným napěťovým zdrojem. Pracuje jako regulovatelný zdroj stejnosměrného napětí v rozsahu 100V až 1000V.

Před měřením je nutné uvést vzorek do dielektricky stabilního stavu. Musíme tedy umístit vzorek do měřicí komory a následně zkratovat měřící a napěťovou elektrodu. Po stabilizaci zkratového proudu se přivedlo na vzorek napětí 500V a začal se měřit absorpční proud, který se odečítal z měřícího přístroje na začátku měření po 15 sekundách, 30 sekundách a pak následně každou minutu až do 15 minuty. Po změření absorpční charakteristiky materiálu (viz tab. P.1 a P.2) se napětí odpojí, zkratuje se měřící a napěťová elektroda a měří se resorpce vzorku (viz tab. P.3 a P.4).

Po změření absorpčních hodnot se následně určí minutový a desetiminutový polarizační index.

Tab. 3 jednodominutový polarizační index pro vzorky umístěné v peci 48 hodin

jeddodominutový polarizační index																	
vzorky v peci po dobu 48h na 60 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 120 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 140 °C					
1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
4,51	3,04	2,70	3,14	3,08	3,11	2,00	2,47	1,69	2,18	2,03	2,26	1,63	1,45	1,44	1,60	1,89	1,54

Tab. 4 desetiminutový polarizační index pro vzorky umístěné v peci 48 hodin

desetiminutový polarizační index																	
vzorky v peci po dobu 48h na 60 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 120 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 140 °C					
1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
3,74	5,93	3,87	3,54	4,15	4,34	2,33	2,41	2,09	2,50	2,36	2,29	1,93	1,95	2,01	1,94	2,19	1,78

Tab. 5 jednodominutový polarizační index pro vzorky umístěné v peci 168 hodin

jeddodominutový polarizační index																	
vzorky v peci po dobu 168h na 60 °C						vzorky v peci po dobu 168h na 120 °C						vzorky v peci po dobu 168h na 140 °C					
1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
1,85	1,84	1,44	2,13	1,89	1,81	1,24	1,41	1,66	1,39	1,36	1,30	1,15	1,37	1,29	1,15	1,16	1,26

Tab. 6 desetiminutový polarizační index pro vzorky umístěné v peci 168 hodin

desetiminutový polarizační index																	
vzorky v peci po dobu 168h na 60 °C						vzorky v peci po dobu 168h na 120 °C						vzorky v peci po dobu 168h na 140 °C					
1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
1,87	1,71	2,25	2,10	1,57	2,27	1,47	1,41	1,58	1,53	1,42	1,44	1,36	1,26	1,21	1,22	1,39	1,29

Dále se z naměřených hodnot vypočítá vnitřní rezistivita, která se spočítá z tloušťky měřeného vzorku h , efektivní plochy měrné elektrody S_{fe} a vnitřního odporu R_V . Změřené hodnoty tloušťky materiálu se nechází viz tab P.9. Vnitřní odpor se spočítá z přiloženého napětí a ustáleného proudu procházející měřeným materiálem. Vnitřní odpor se spočítá jako:

$$R_V = \frac{U}{I_d(900)} = \frac{500}{637 \cdot 10^{-12}} = 0,78 \cdot 10^{12} \quad (6.1)$$

Efektivní plocha měrné elektrody se určí jako:

$$S_{fe} = \frac{\pi \cdot \left(d_1 + \frac{d_2 - d_1}{2}\right)^2}{4} = \frac{\pi \cdot \left(50,8 \cdot 10^{-3} + \frac{57,2 \cdot 10^{-3} - 50,8 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2}{4}$$

$$S_{fe} = 2,29 \cdot 10^{-3} \text{m}^2 \quad (6.2)$$

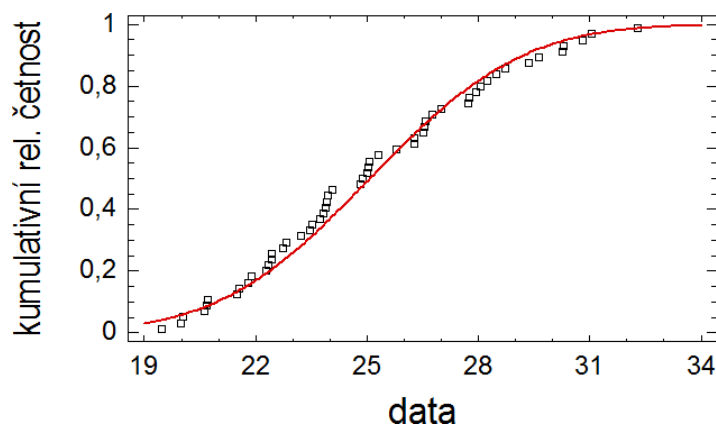
kde d_1 je průměr měřící elektrody a d_2 je vnitřní průměr ochanné elektrody.

Vnitřní rezistivita je tedy:

$$\rho_V = R_V \frac{S_{ef}}{h} = 0,78 \cdot 10^{12} \cdot \frac{2,29 \cdot 10^{-3}}{0,58 \cdot 10^{-3}} = 3,1 \cdot 10^{12} \quad (6.3)$$

6.2 Vyhodnocení dat elektrické degradace

Výběr vhodného rozdělení je důležitým krokem při provádění analýz spolehlivosti. Pokud by vybrané rozdělení neodpovídalo datům, pak budou odhady spolehlivosti nepřesné. Proto se zavádí test spolehlivosti (goodness of fit), kde tento test uvádí míru vhodnosti použití statistického modelu s pozorovanými daty [29], [30].



Obr. 14 Srovnání kumulativní relativní četností s teoretickou distribuční funkcí (převzato z [31])

U testu spolehlivosti se vyskytují dva stavy hypotéz [31]:

- H_0 : Vybraná data se shodují s předpokládaným teoretickým rozdělením.
- H_1 : Vybraná data se neshodují s předpokládaným teoretickým rozdělením.

V této práci se určila vhodnost jednotlivých rozdělení metodou nejmenších čtverců. Vhodnost této metody pro jednotlivá rozdělení je dána hodnotou korelačního koeficientu, která se nachází v grafech v příloze D. Změřené doby do průrazů a jejich následné výpočty se nacházejí viz níže.

Tab. 7 Naměřené hodnoty dob do průrazů a dopočítané statistické charakteristiky při působícím napětí 4kV

Vzorek	x(4kV)	průměr	směrodatná odchylka	rozptyl	F _i	Z	lnx	ln(1/(1-F))	ln(ln(1/(1-F)))
1	18,997	35,394	15,905	252,981	0,056	-1,585	2,944	0,058	-2,845
2	23,456				0,137	-1,093	3,155	0,147	-1,914
3	24,925				0,218	-0,780	3,216	0,246	-1,404
4	25,464				0,298	-0,529	3,237	0,354	-1,037
5	28,514				0,379	-0,308	3,350	0,476	-0,741
6	29,532				0,460	-0,101	3,385	0,616	-0,485
7	29,656				0,540	0,101	3,390	0,777	-0,252
8	30,211				0,621	0,308	3,408	0,970	-0,030
9	31,988				0,702	0,529	3,465	1,209	0,190
10	45,890				0,782	0,780	3,826	1,524	0,422
11	64,879				0,863	1,093	4,173	1,987	0,687
12	71,221				0,944	1,585	4,266	2,874	1,056

Tab. 8 Naměřené hodnoty dob do průrazů a dopočítané statistické charakteristiky při působícím napětí 4,5kV

Vzorek	x(4,5kV)	průměr	směrodatná odchylka	rozptyl	F _i	Z	lnx	ln(1/(1-F))	ln(ln(1/(1-F)))
13	7,309	24,942	11,948	142,745	0,056	-1,585	1,989	0,058	-2,845
14	10,320				0,137	-1,093	2,334	0,147	-1,914
15	18,543				0,218	-0,780	2,920	0,246	-1,404
16	20,852				0,298	-0,529	3,037	0,354	-1,037
17	20,858				0,379	-0,308	3,038	0,476	-0,741
18	21,258				0,460	-0,101	3,057	0,616	-0,485
19	21,988				0,540	0,101	3,090	0,777	-0,252
20	24,667				0,621	0,308	3,205	0,970	-0,030
21	29,166				0,702	0,529	3,373	1,209	0,190
22	31,287				0,782	0,780	3,443	1,524	0,422
23	39,395				0,863	1,093	3,674	1,987	0,687
24	53,656				0,944	1,585	3,983	2,874	1,056

Tab. 9 Naměřené hodnoty dob do průrazů a dopočítané statistické charakteristiky při působícím napětí 5kV

Vzorek	x(5kV)	průměr	směrodatná odchylka	rozptyl	F _i	Z	lnx	ln(1/(1-F))	ln(ln(1/(1-F)))
25	0,987	4,932	3,447	11,879	0,056	-1,585	-0,013	0,058	-2,845
26	1,320				0,137	-1,093	0,278	0,147	-1,914
27	1,457				0,218	-0,780	0,376	0,246	-1,404
28	1,558				0,298	-0,529	0,443	0,354	-1,037
29	2,686				0,379	-0,308	0,988	0,476	-0,741
30	3,756				0,460	-0,101	1,323	0,616	-0,485
31	4,591				0,540	0,101	1,524	0,777	-0,252
32	6,779				0,621	0,308	1,914	0,970	-0,030
33	6,892				0,702	0,529	1,930	1,209	0,190
34	7,563				0,782	0,780	2,023	1,524	0,422
35	10,121				0,863	1,093	2,315	1,987	0,687
36	11,477				0,944	1,585	2,440	2,874	1,056

Tab. 10 Naměřené hodnoty dob do průrazů a dopočítané statistické charakteristiky při působícím napětí 5,5kV

Vzorek	x(5,5kV)	průměr	Směrodatná odchylka	rozptyl	F _i	Z	ln(x)	ln(1/(1-F))	ln(ln(1/(1-F)))
37	0,056	1,727	1,731	2,998	0,056	-1,585	-2,882	0,058	-2,845
38	0,118				0,137	-1,093	-2,137	0,147	-1,914
39	0,235				0,218	-0,780	-1,448	0,246	-1,404
40	0,468				0,298	-0,529	-0,759	0,354	-1,037
41	0,831				0,379	-0,308	-0,185	0,476	-0,741
42	0,987				0,460	-0,101	-0,013	0,616	-0,485
43	1,231				0,540	0,101	0,208	0,777	-0,252
44	1,323				0,621	0,308	0,280	0,970	-0,030
45	2,486				0,702	0,529	0,911	1,209	0,190
46	2,689				0,782	0,780	0,989	1,524	0,422
47	4,982				0,863	1,093	1,606	1,987	0,687
48	5,322				0,944	1,585	1,672	2,874	1,056

Nejdříve se musí změřené hodnoty uspořádat do vzestupného pořadí $i = 1, 2, 3, \dots n$.
Následně se provede výpočet mediánového pořadí pomocí Bernardovy aproximace [39]:

$$F_i = \frac{i-0,3}{n+0,4} \tag{6.4}$$

Kde F_i je odhad mediánové hodnoty, i představuje počet pořadového čísla charakterizující dobu zařízení do poruchy t , n popisuje celkový rozsah výběru.

Poté se provede lineární regrese vykreslující aproximaci daných hodnot přímkou pomocí metody nejmenších čtverců. Pomocí distribuční funkce $F(t)$ se odvodí parametr měřítka β a parametru tvaru α :

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right] \quad (6.5)$$

$$1 - F(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right] \quad (6.6)$$

$$\ln[1 - F(t)] = -\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha \quad (6.7)$$

$$\ln\left[\frac{1}{1 - F(t)}\right] = \left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha \quad (6.8)$$

$$\ln\left\{\ln\left[\frac{1}{1 - F(t)}\right]\right\} = \alpha \cdot \ln(t) - \alpha \cdot \ln(\beta) \quad (6.9)$$

Po matematických úpravách a dvojitým logaritmováním lze distribuční funkci $F(t)$ transformovat do tvaru rovnice přímky [39]:

$$y = k \cdot x + q \quad (6.10)$$

kde y je závisle proměnná, x nezávisle proměnná, k vyjadřuje směrnici přímky a q udává průsečík přímky s osou y .

Osy x a y jsou reprezentovány vztahy:

$$x = \ln(t) \quad (6.11)$$

$$y = \ln\left\{\ln\left[\frac{1}{1 - F(t)}\right]\right\} \quad (6.12)$$

Tab. 11 Výpočet hodnot Bernardovi aproximace a výpočet hodnot pro osu x a y určených z dob provozu do poruchy t

pořadové číslo i	doba provozu do poruchy t	Bernardova aproximace F_i	$x=\ln x$	$y=\ln(\ln(1/(1-F(t))))$
1	18,997	0,056	2,944	-2,845
2	23,456	0,137	3,155	-1,914
3	24,925	0,218	3,216	-1,404
4	25,464	0,298	3,237	-1,037
5	28,514	0,379	3,350	-0,741
6	29,532	0,460	3,385	-0,485
7	29,656	0,540	3,390	-0,252
8	30,211	0,621	3,408	-0,030
9	31,988	0,702	3,465	0,190
10	45,890	0,782	3,826	0,422
11	64,879	0,863	4,173	0,687
12	71,221	0,944	4,266	1,056

Pro zjištění rovnice přímky je použita metoda nejmenších čtverců, kdy je nezbytné vyřešit soustavu normálních rovnic [39]:

$$n \cdot q + k \cdot \sum_{i=1}^n x = \sum_{i=1}^n xy \quad (6.13)$$

$$q \cdot \sum_{i=1}^n x + k \cdot \sum_{i=1}^n x^2 = \sum_{i=1}^n xy \quad (6.14)$$

Potom, koeficienty k a q lze vypočítat následovně [39]:

$$k = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n xy - \sum_{i=1}^n x \cdot \sum_{i=1}^n y}{n \cdot \sum_{i=1}^n x^2 - (\sum_{i=1}^n x)^2} \quad (6.15)$$

$$q = \frac{\sum_{i=1}^n x^2 \cdot \sum_{i=1}^n y - \sum_{i=1}^n x \cdot \sum_{i=1}^n xy}{n \cdot \sum_{i=1}^n x^2 - (\sum_{i=1}^n x)^2} = \bar{y} - k \cdot \bar{x} \quad (6.16)$$

Tab. 12 Vypočítané naměřené hodnoty pomocí metody nejmenších čtverců

pořadové číslo i	x	y	x ²	y ²	xy
1	-2,845	2,944	8,097	8,669	-8,378
2	-1,914	3,155	3,664	9,955	-6,040
3	-1,404	3,216	1,972	10,342	-4,516
4	-1,037	3,237	1,076	10,480	-3,358
5	-0,741	3,350	0,550	11,225	-2,484
6	-0,485	3,385	0,235	11,461	-1,643
7	-0,252	3,390	0,064	11,490	-0,854
8	-0,030	3,408	0,001	11,616	-0,103
9	0,190	3,465	0,036	12,009	0,659
10	0,422	3,826	0,178	14,640	1,613
11	0,687	4,173	0,472	17,410	2,865
12	1,056	4,266	1,115	18,197	4,504
Součet	-6,356	41,816	17,458	147,493	-17,734

Výpočet koeficientů k a q z naměřených hodnot:

$$k = \frac{12 \cdot (-17,734) - (-6,356) \cdot 41,816}{12 \cdot 17,458 - (-6,356)^2} = 0,313 \quad (6.17)$$

$$q = \frac{17,458 \cdot 41,816 - (-6,356) \cdot (-17,734)}{12 \cdot 17,458 - (-6,356)^2} = 3,65 \quad (6.18)$$

Po vypočítání hodnot koeficientů k a q se jejich hodnoty dosadí do rovnice přímky:

$$y = 0,313x + 3,65 \quad (6.19)$$

Z rovnice přímky se následně vypočte parametr měřítka a parametr tvaru Weibullova rozdělení [39]:

$$\alpha = \frac{1}{k} = \frac{1}{0,313} = 3,193 \quad (6.20)$$

$$\beta = \exp(q) = \exp(3,65) = 38,497 \quad (6.21)$$

Je také podstatné ověřit míru statistické významnosti, která se vypočítá z regresní rovnice. Pro tento úkol se nejčastěji používá koeficient determinace r^2 , jenž lze popsat

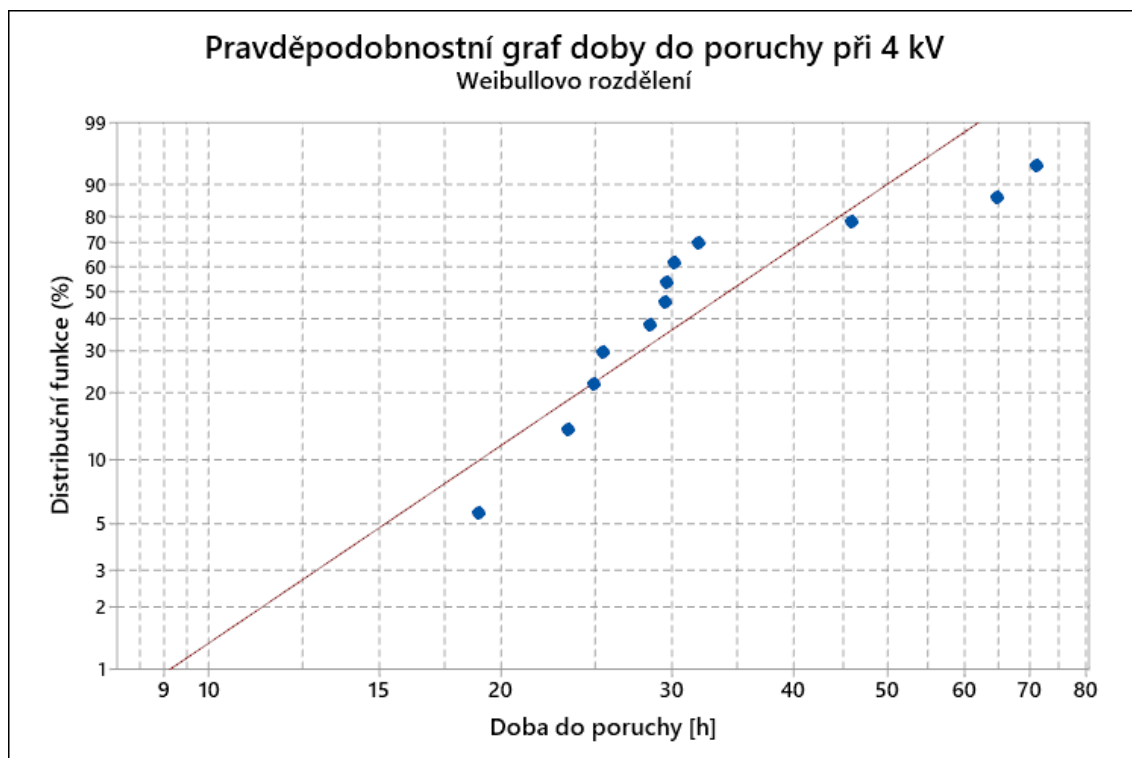
jako podíl součtu čtverců vyrovnaných (predikovaných) hodnot a součtu čtverců pozorovaných hodnot. Rovnice koeficientu determinace r^2 je definována následující rovnicí [39]:

$$r^2 = \frac{(n \cdot \sum_{i=1}^n xy - \sum_{i=1}^n x \cdot \sum_{i=1}^n y)^2}{[n \cdot \sum_{i=1}^n x^2 - (\sum_{i=1}^n x)^2] \cdot [n \cdot \sum_{i=1}^n y^2 - (\sum_{i=1}^n y)^2]} \quad (6.22)$$

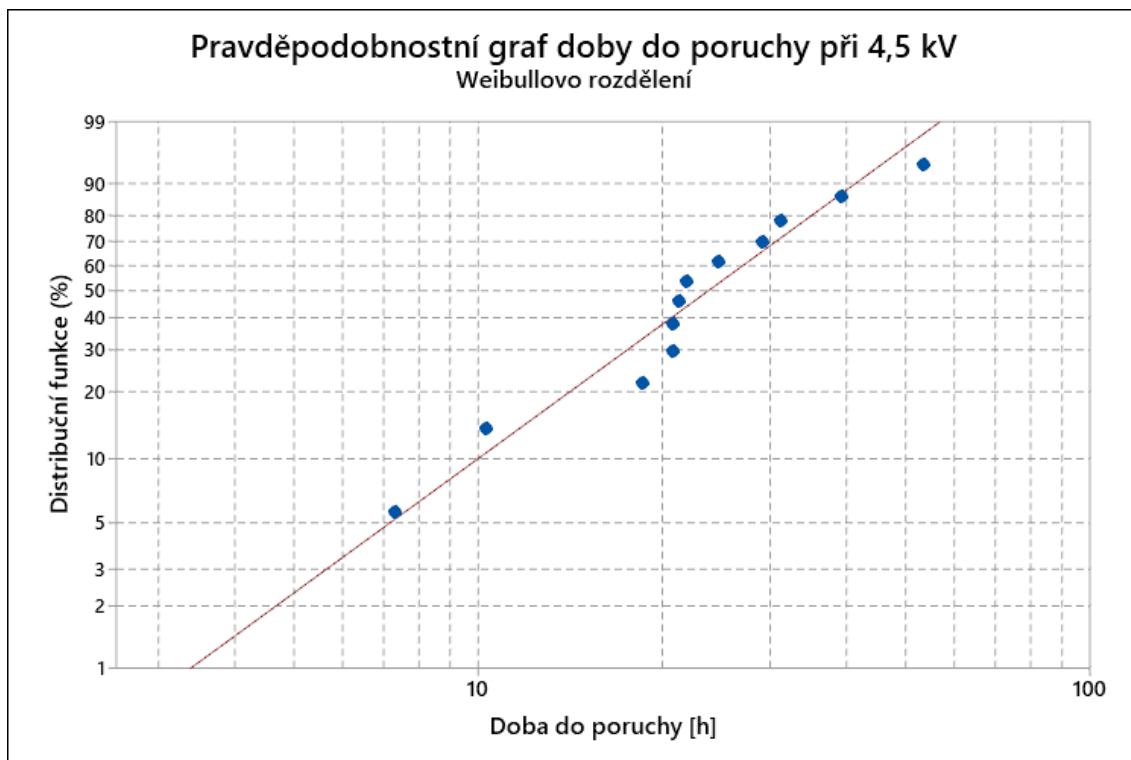
Po dosazení hodnot:

$$r^2 = \frac{(12 \cdot (-17,734) - (-6,356) \cdot 41,816)^2}{[12 \cdot 17,458 - (-6,356)^2] \cdot [12 \cdot 147,493 - (41,816)^2]} = 0,778 \quad (6.23)$$

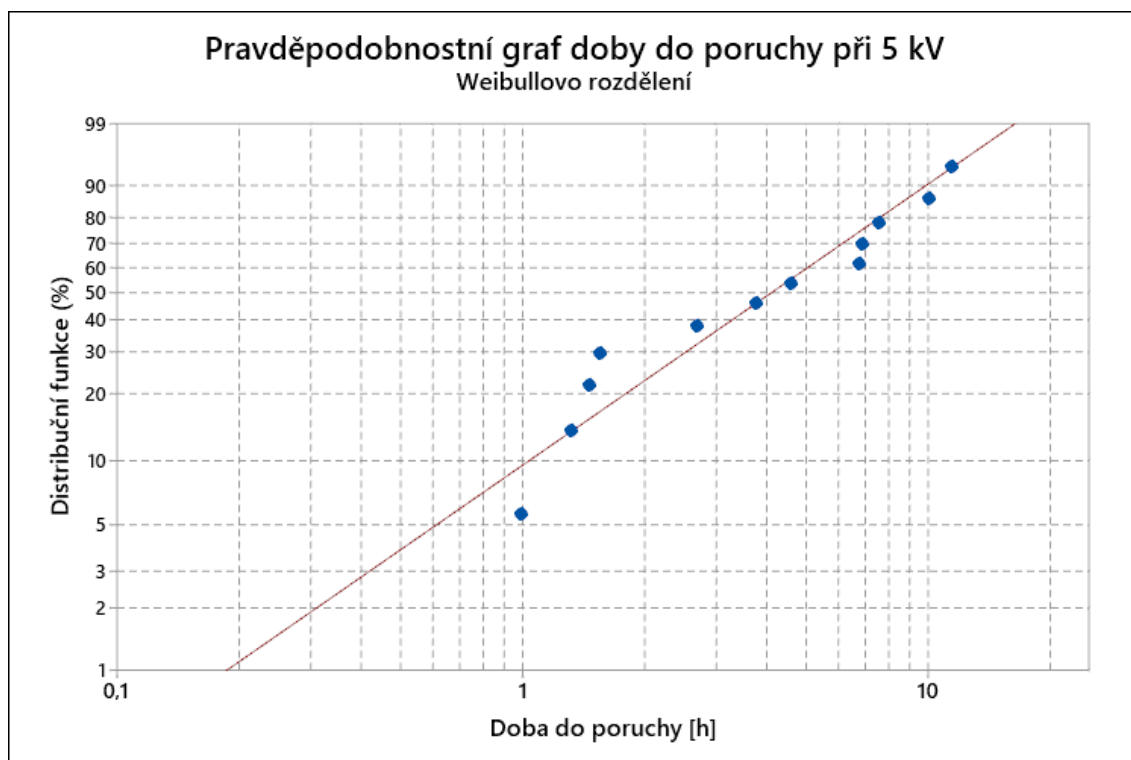
Na základě získaných dat byly sestaveny grafy zobrazující hustotu pravděpodobnosti, pravděpodobnostní grafy a grafy zobrazující distribuční funkci.



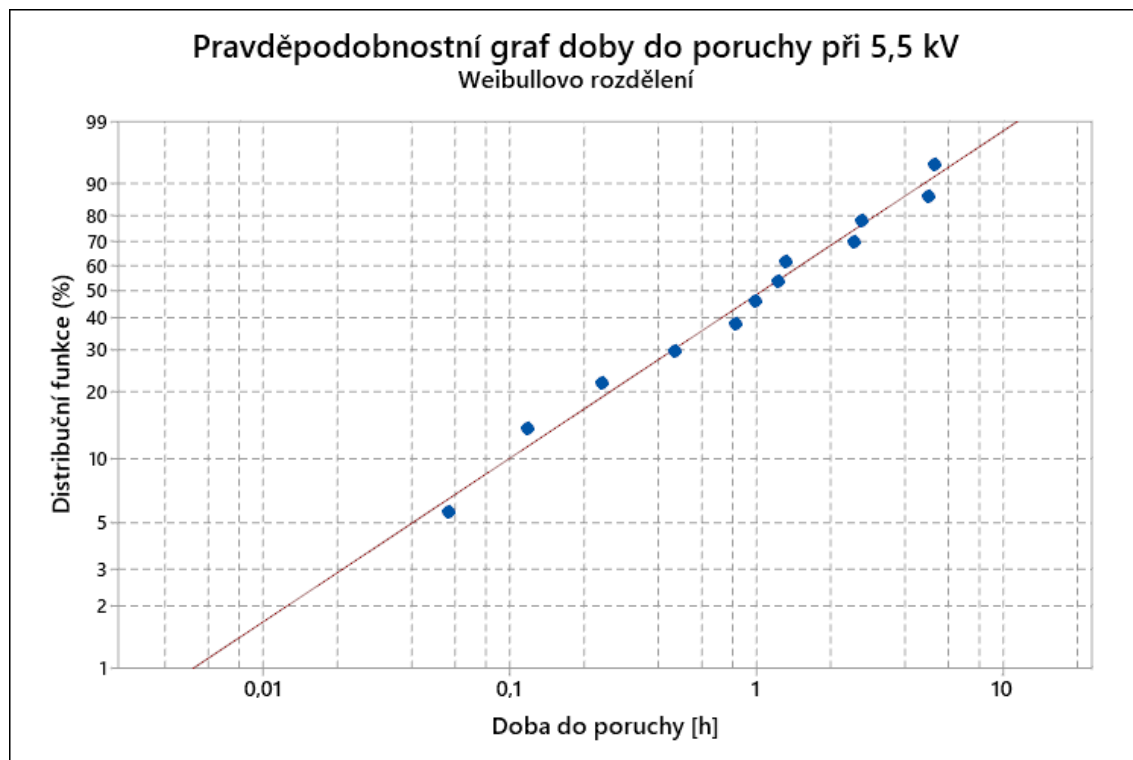
Obr. 15 Graf pravděpodobnosti Weibullova rozdělení při působícím napětí 4kV



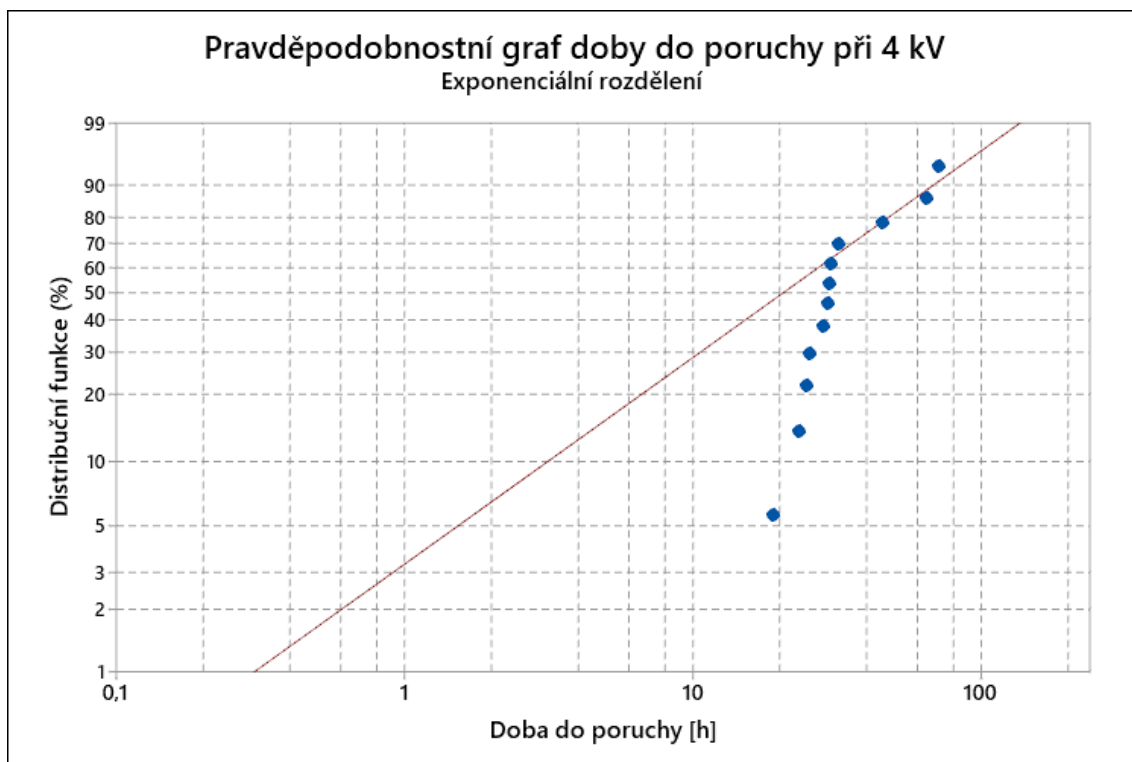
Obr. 16 Graf pravděpodobnosti Weibullova rozdělení při působícím napětí 4,5kV



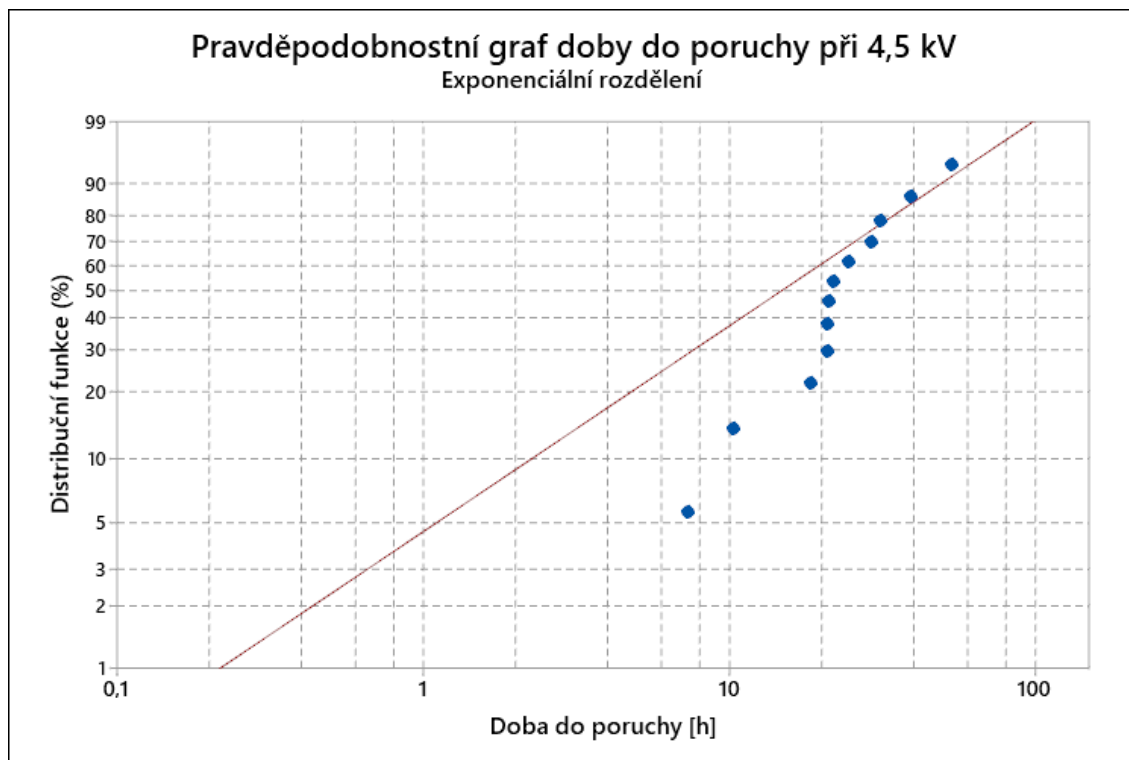
Obr. 17 Graf pravděpodobnosti Weibullova rozdělení při působícím napětí 5kV



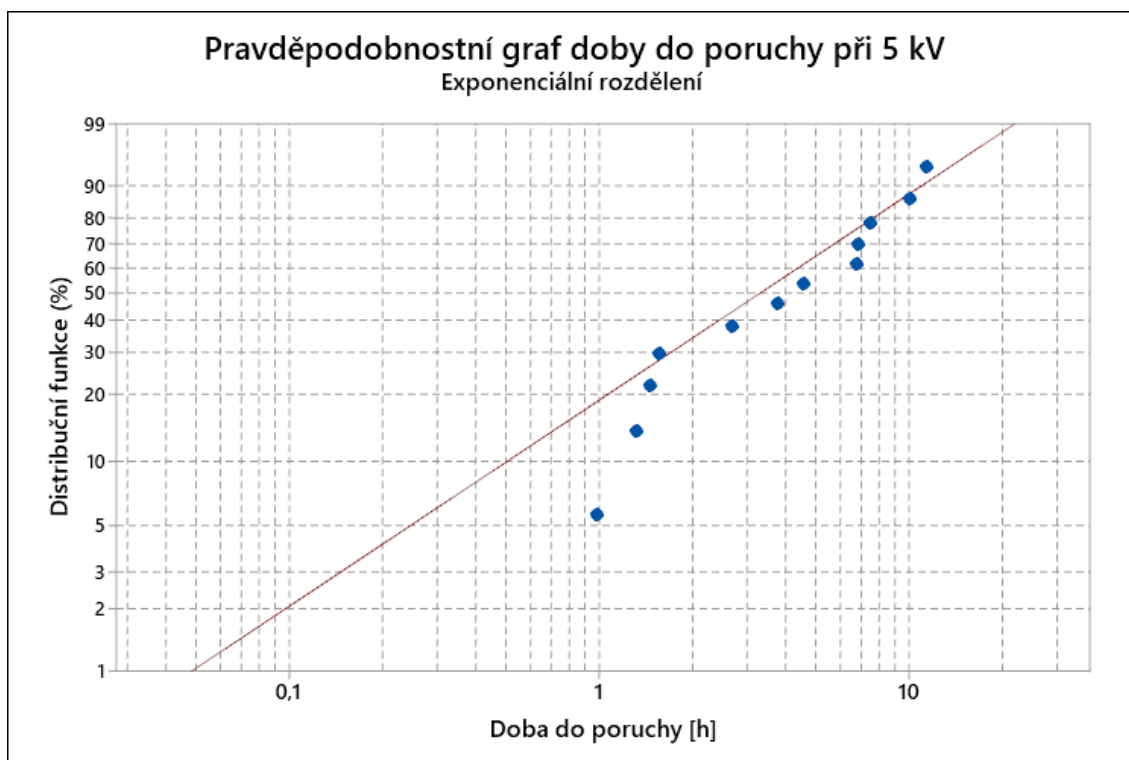
Obr. 18 Graf pravděpodobnosti Weibullova rozdělení při působícím napětí 5,5kV



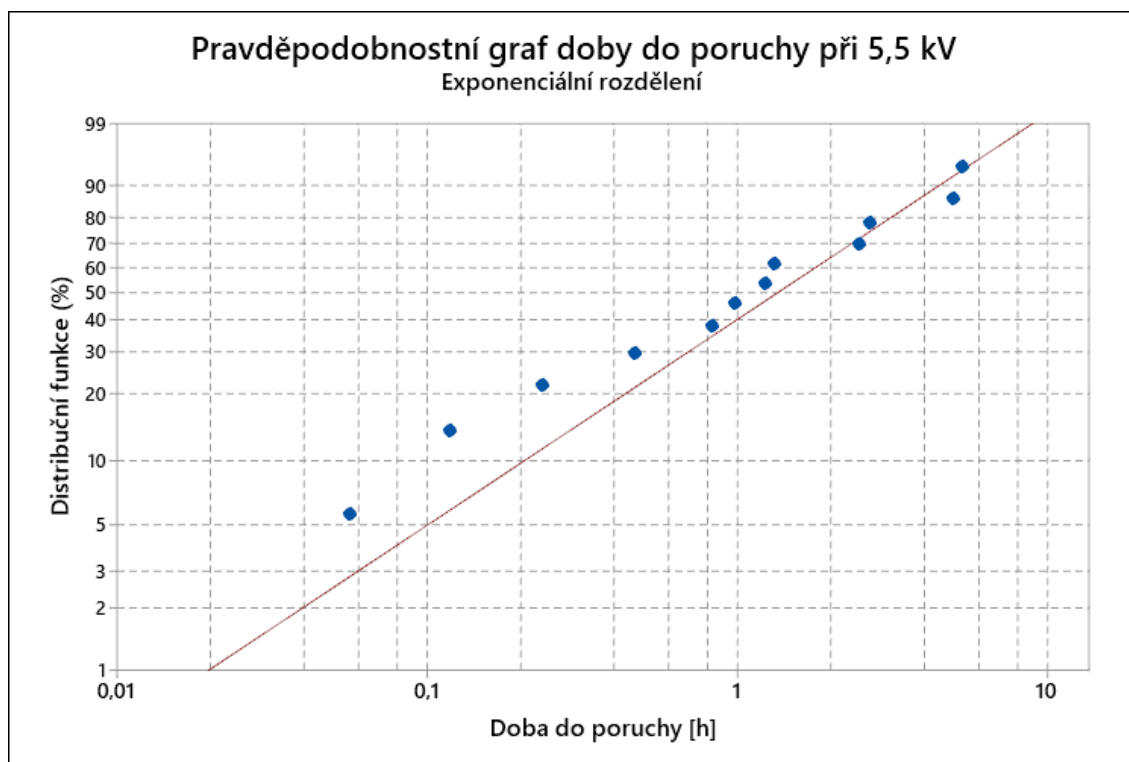
Obr. 19 Graf pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení při působícím napětí 4kV



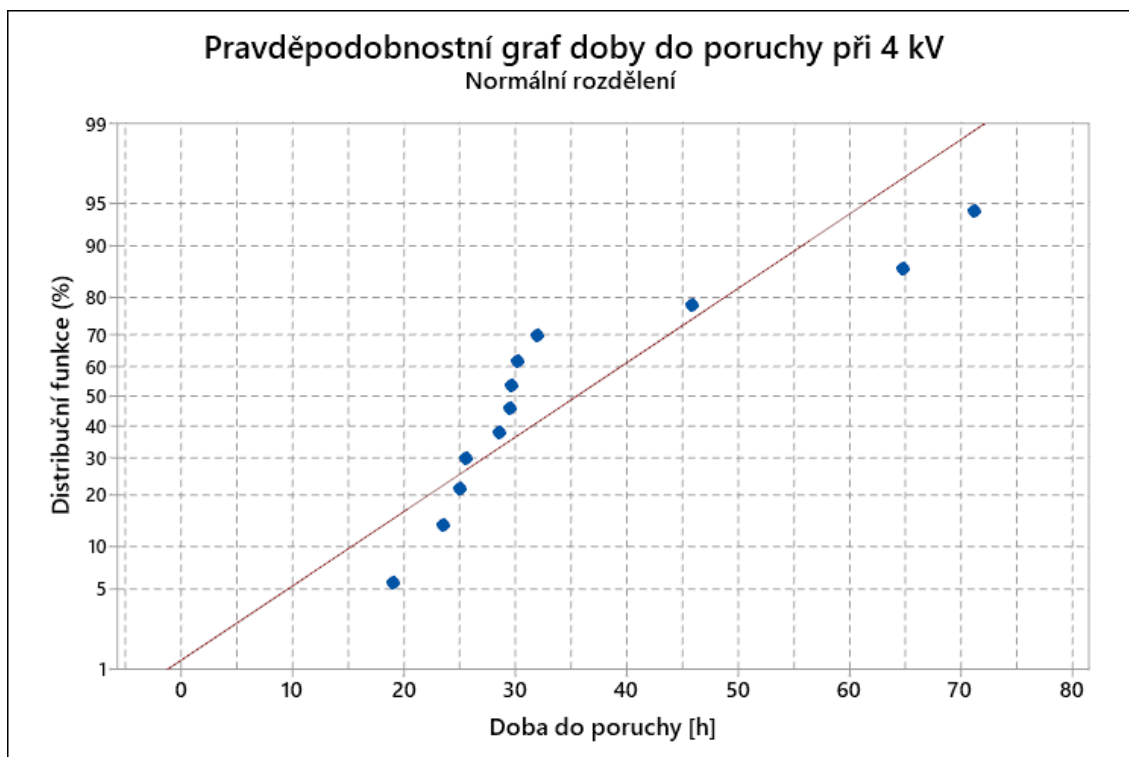
Obr. 20 Graf pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení při působícím napětí 4,5kV



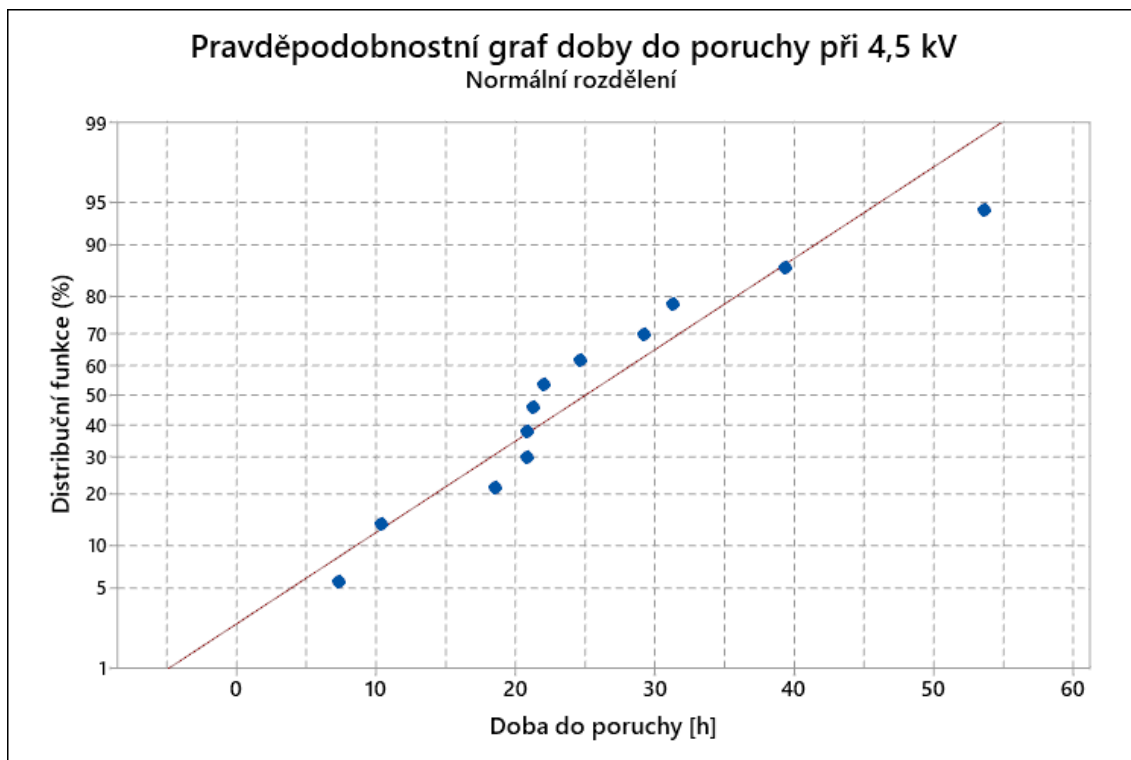
Obr. 21 Graf pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení při působícím napětí 5kV



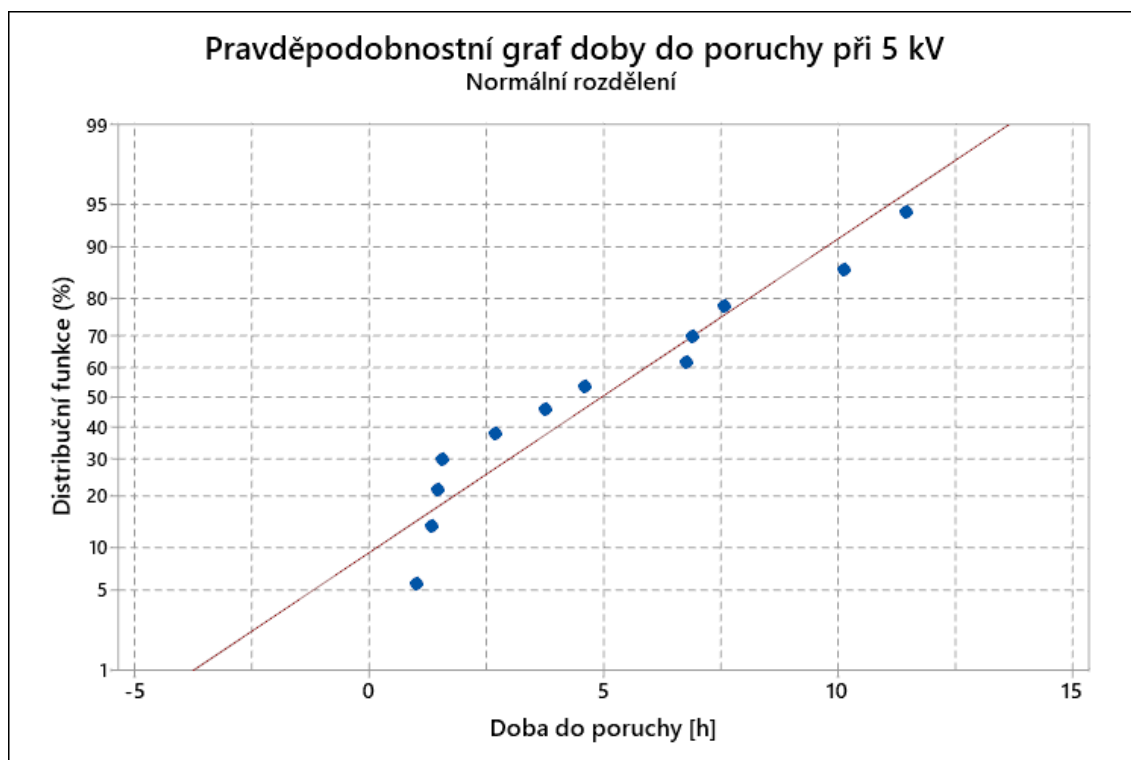
Obr. 22 Graf pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení při působícím napětí 5,5kV



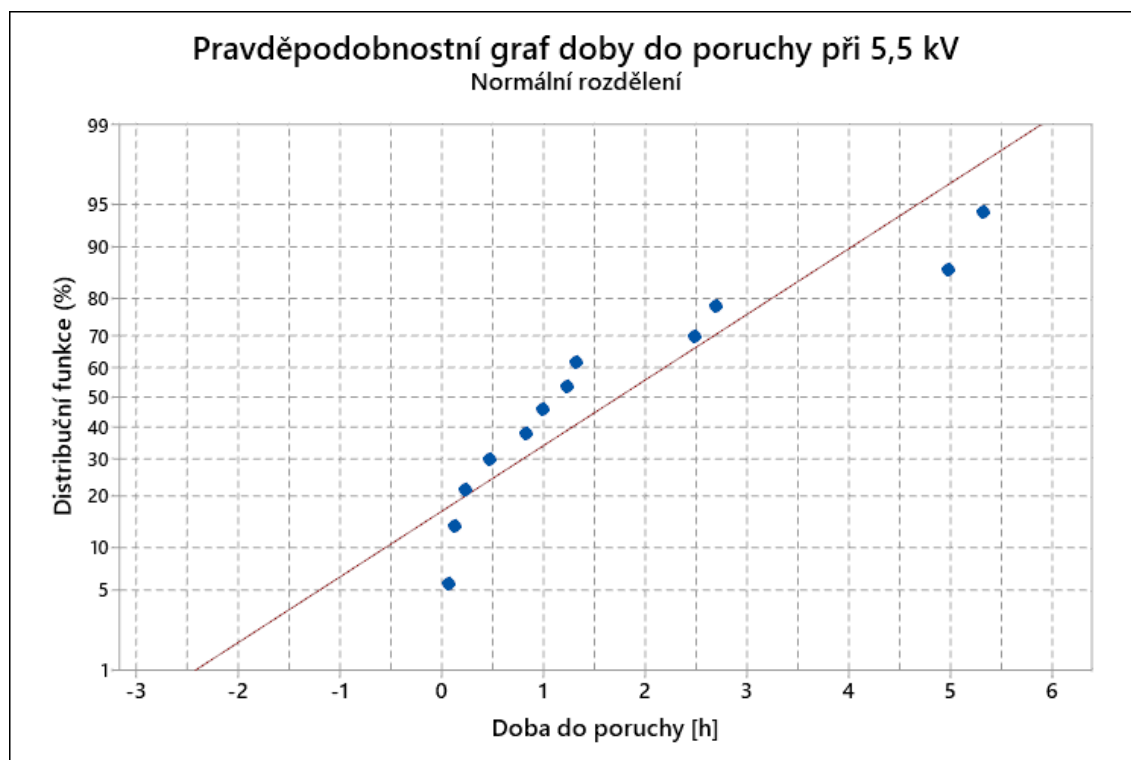
Obr. 23 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení při působícím napětí 4kV



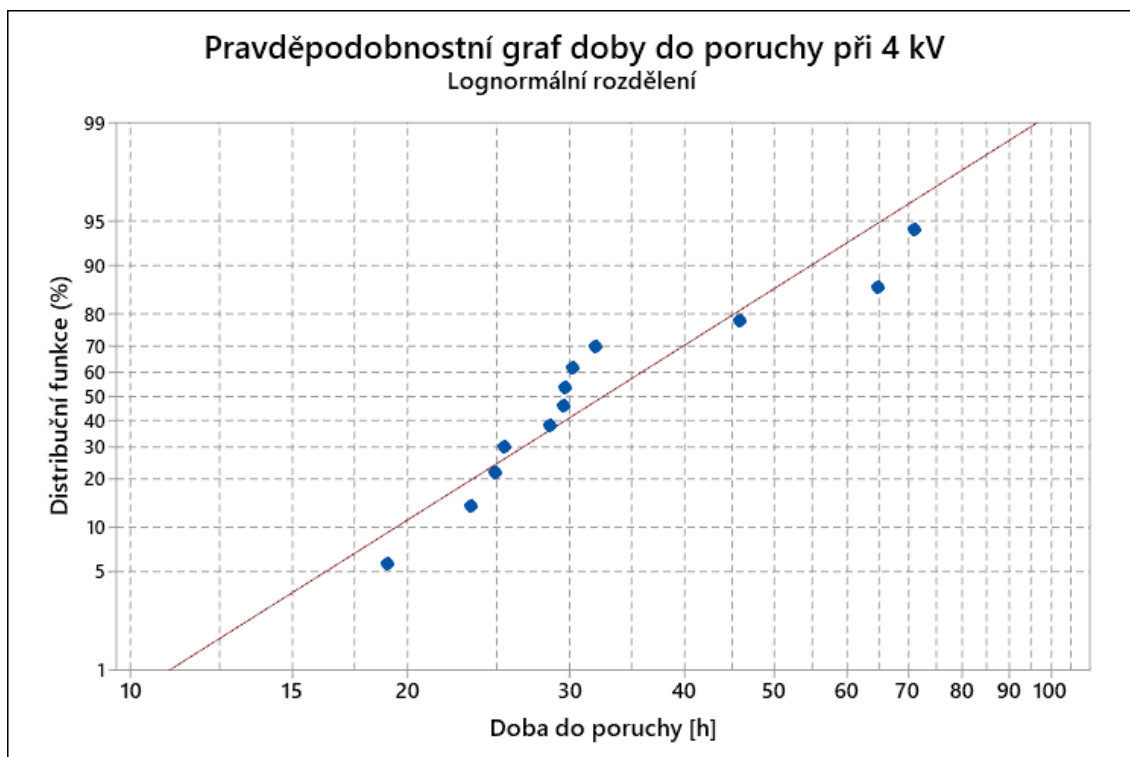
Obr. 24 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení při působícím napětí 4,5kV



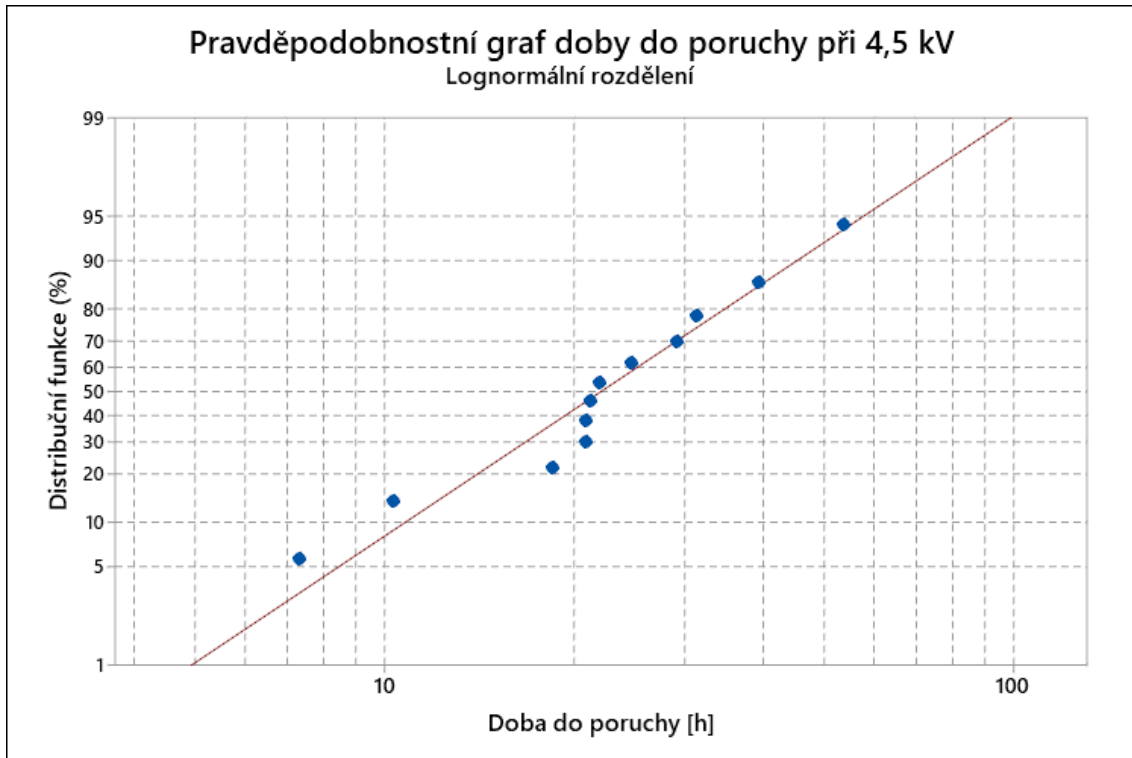
Obr. 25 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení při působícím napětí 5kV



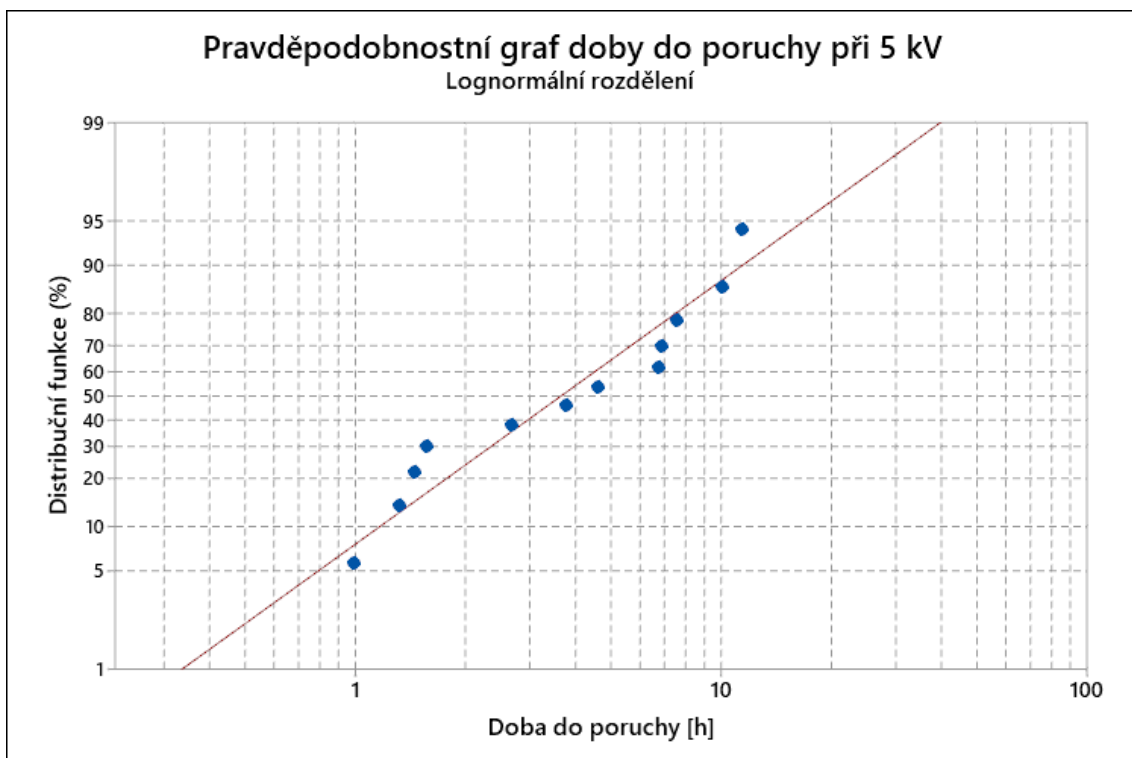
Obr. 26 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení při působícím napětí 5,5kV



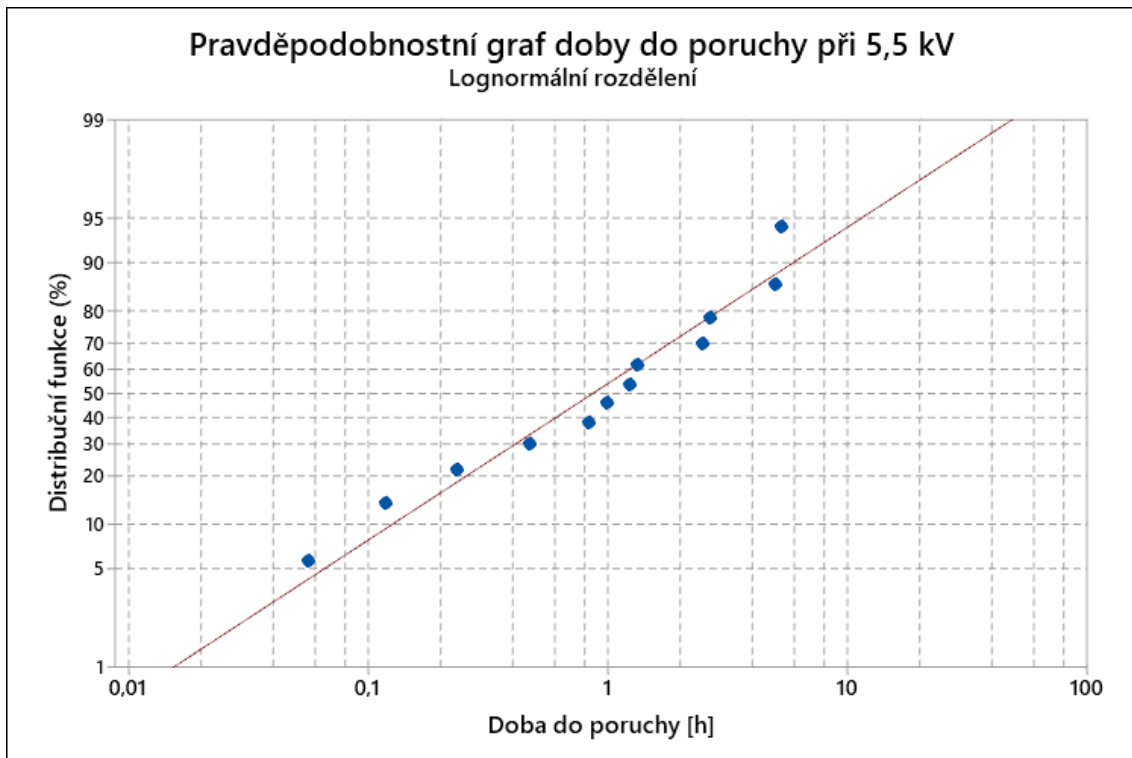
Obr. 27 Graf pravděpodobnosti lognormálního rozdělení při působícím napětí 4kV



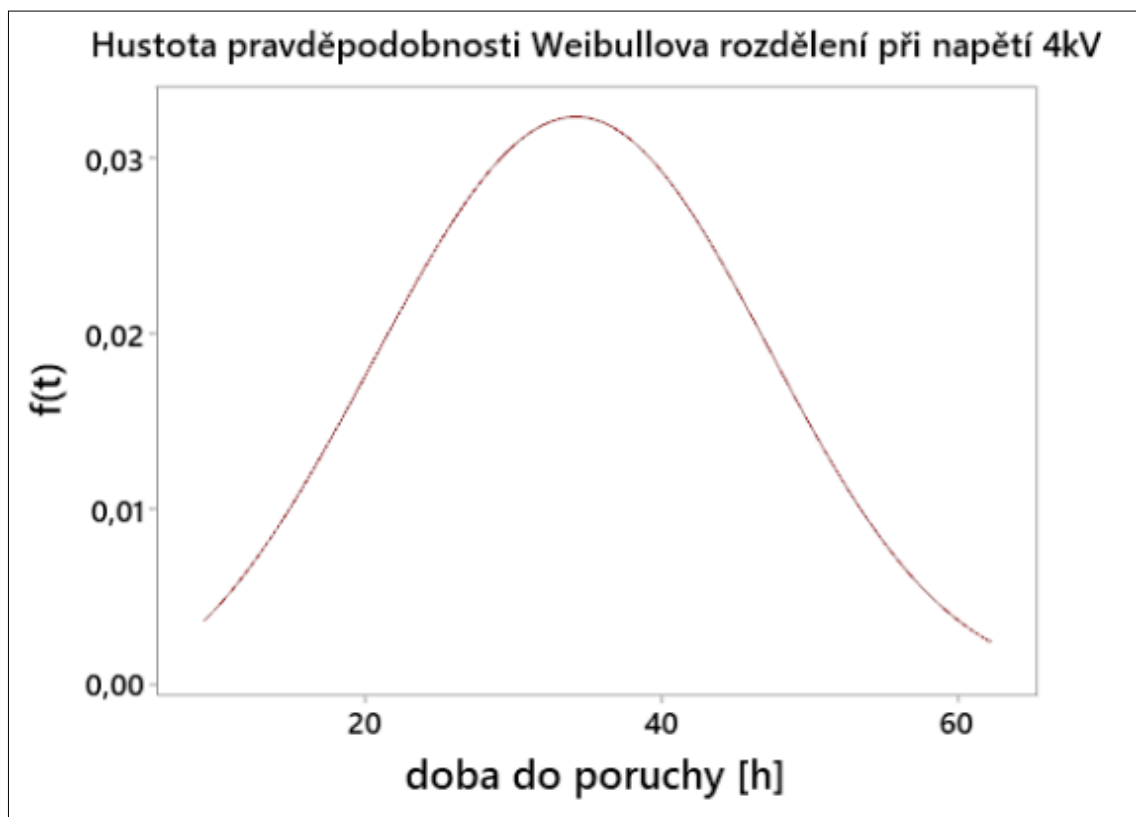
Obr. 28 Graf pravděpodobnosti lognormálního rozdělení při působícím napětí 4,5kV



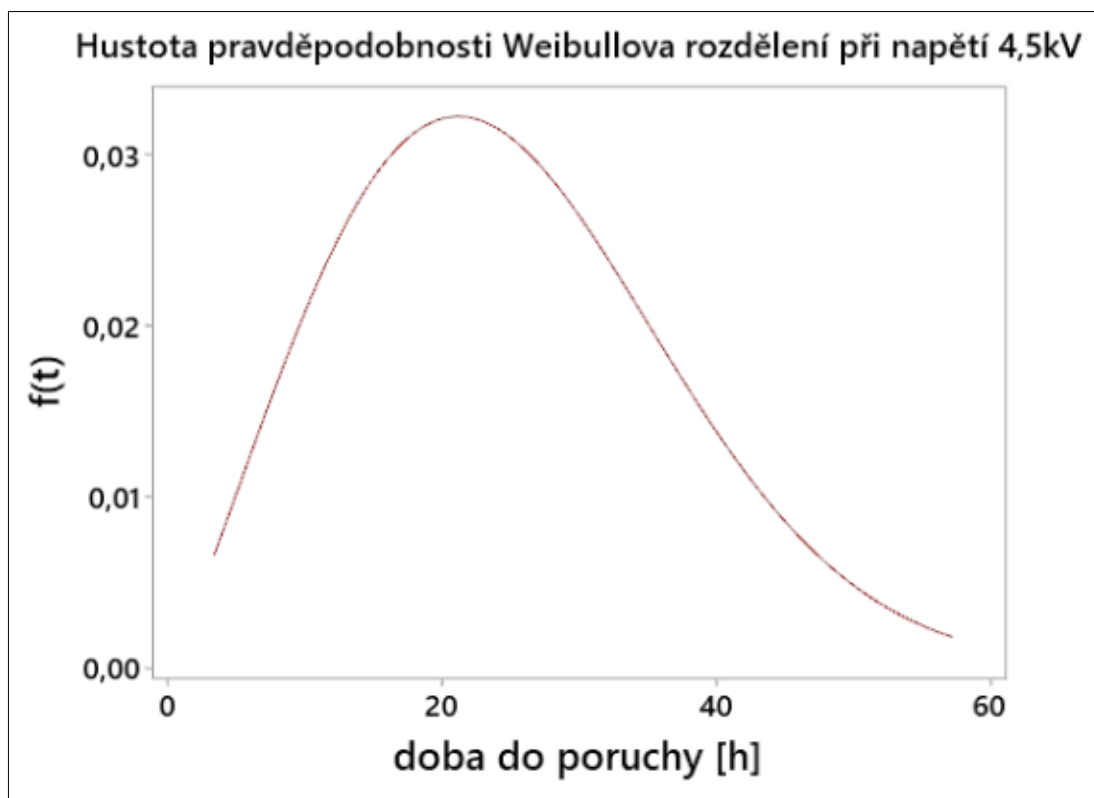
Obr. 29 Graf pravděpodobnosti lognormálního rozdělení při působícím napětí 5kV



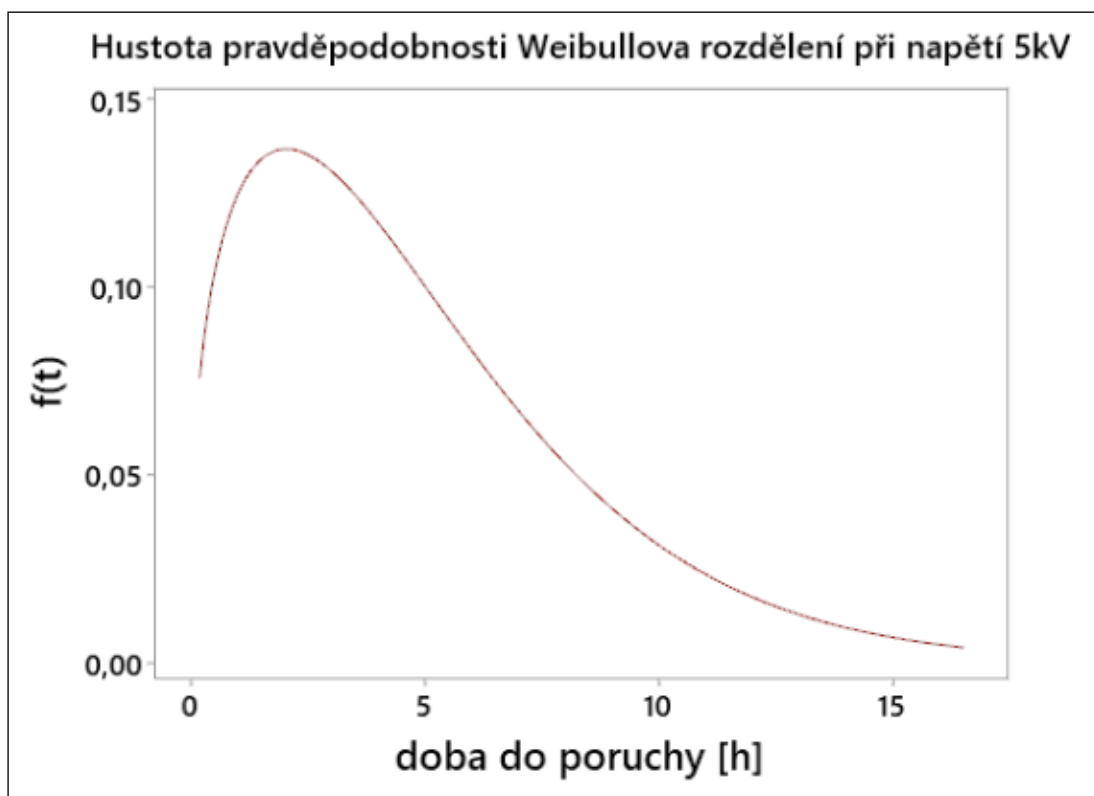
Obr. 30 Graf pravděpodobnosti lognormálního rozdělení při působícím napětí 5,5k



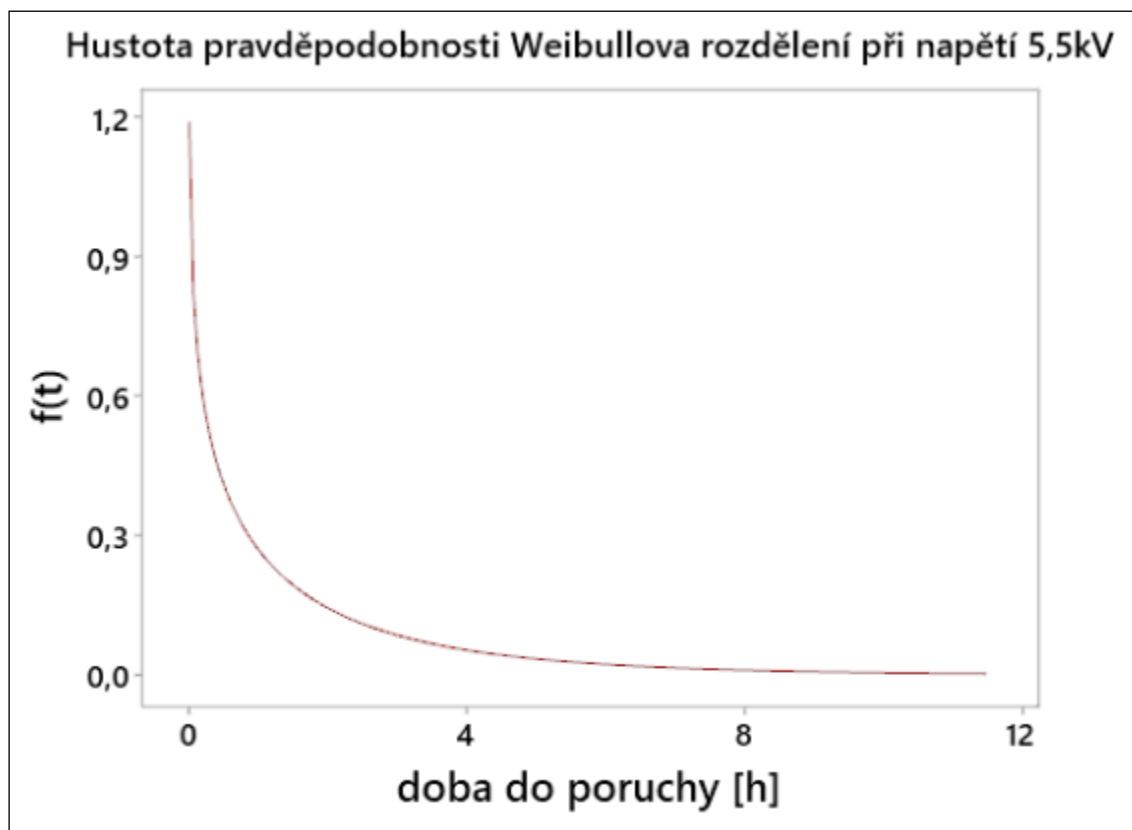
Obr. 31 Graf hustoty pravděpodobnosti Weibullova rozdělení při působícím napětí 4kV



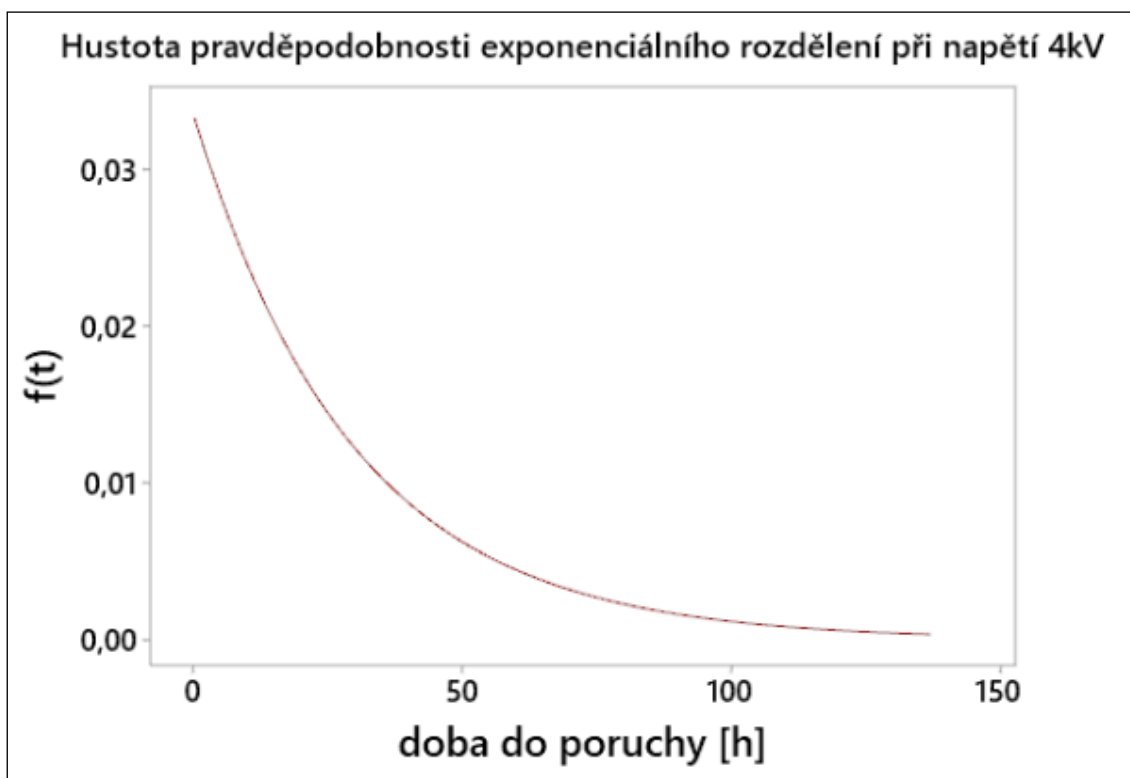
Obr. 32 Graf hustoty pravděpodobnosti Weibullova rozdělení při působícím napětí 4,5kV



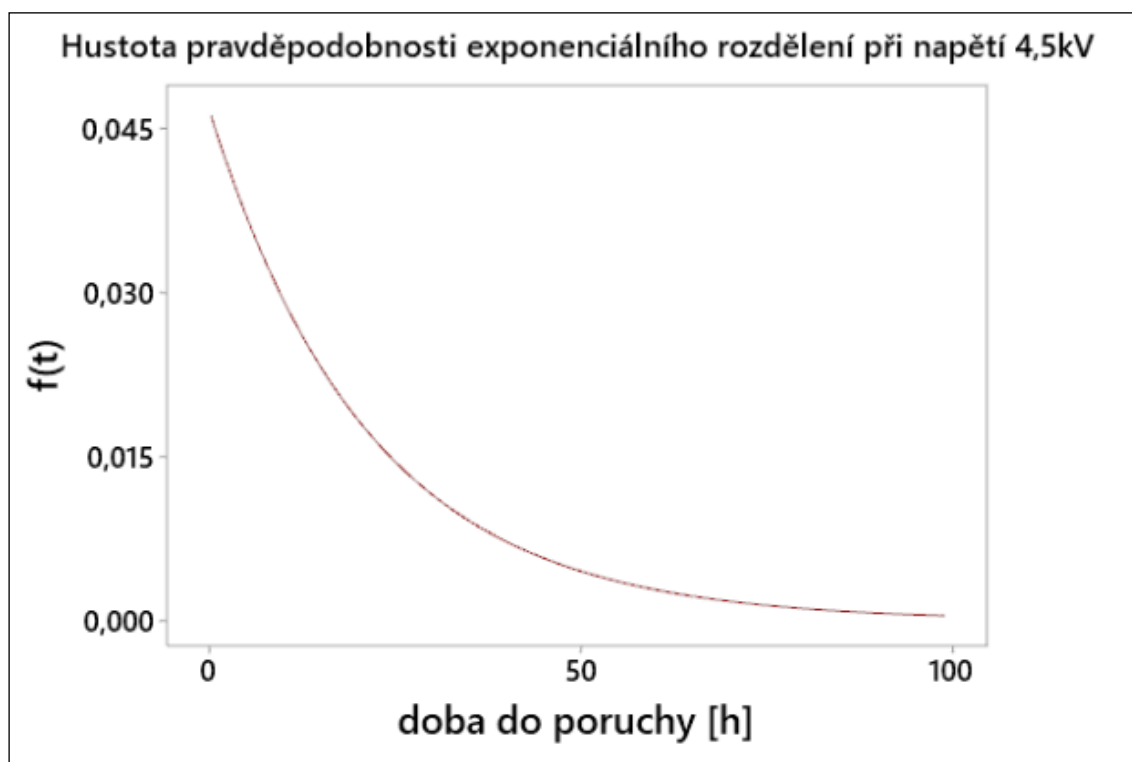
Obr. 33 Graf hustoty pravděpodobnosti Weibullova rozdělení při působícím napětí 5kV



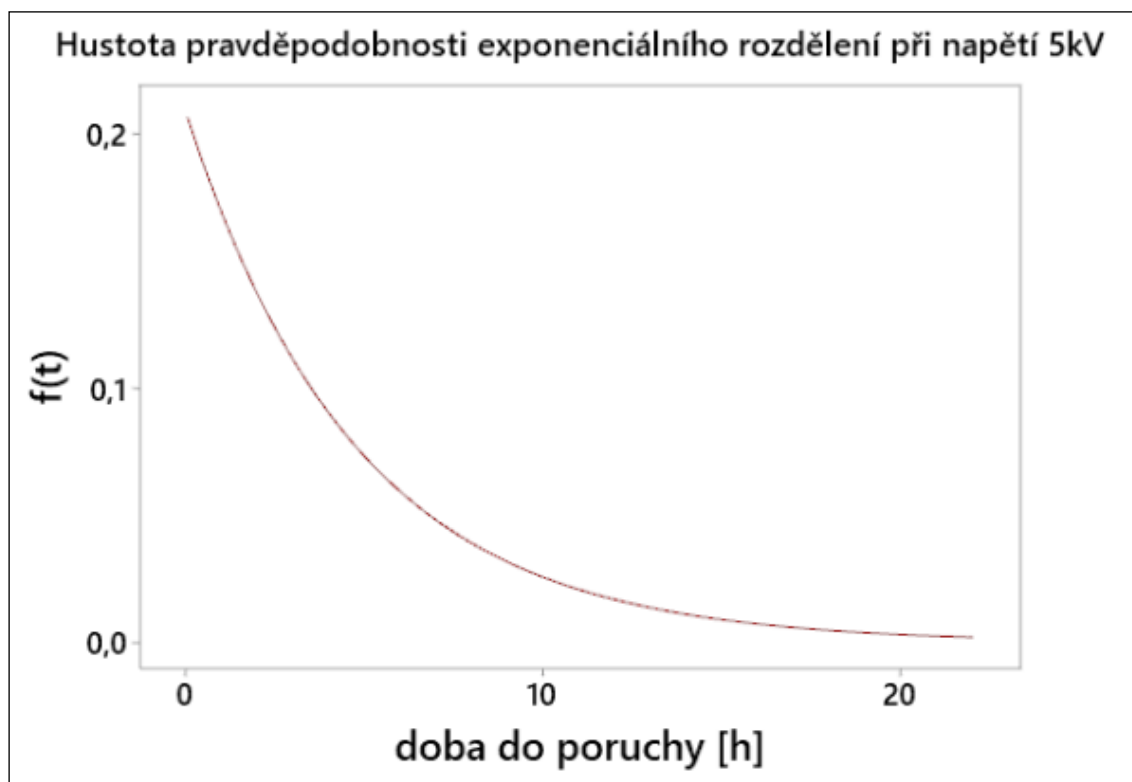
Obr. 34 Graf hustoty pravděpodobnosti Weibullova rozdělení při působícím napětí 5,5kV



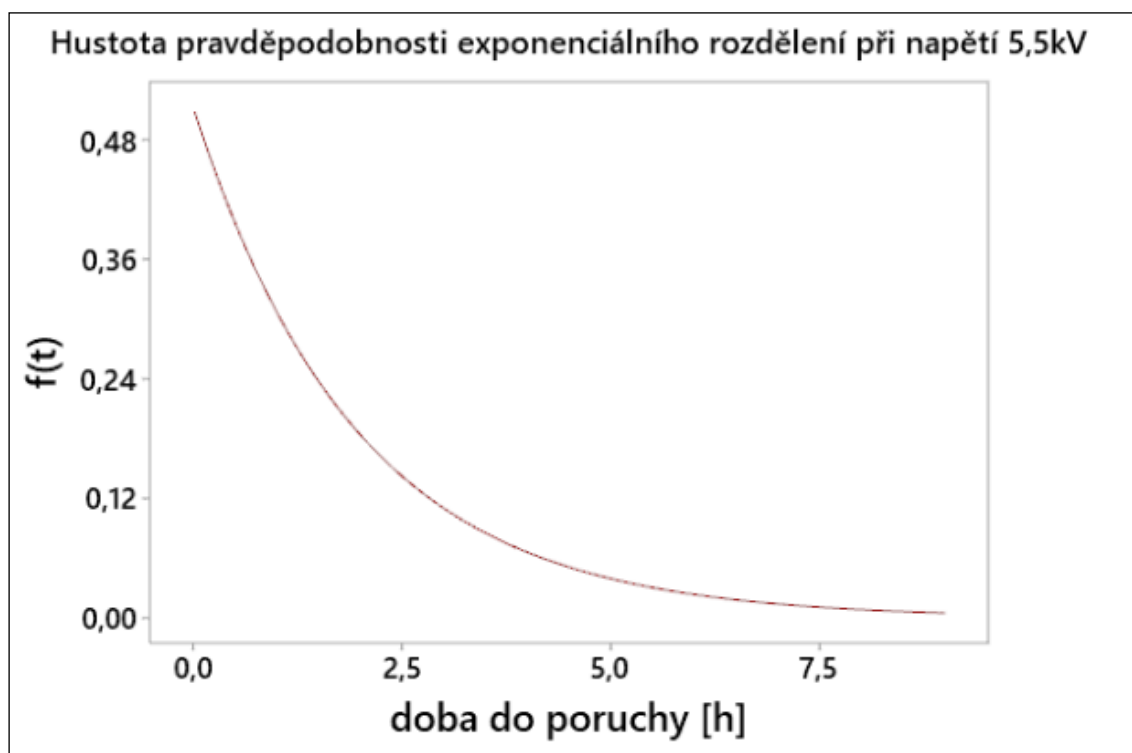
Obr. 35 Graf hustoty pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení při působícím napětí 4kV



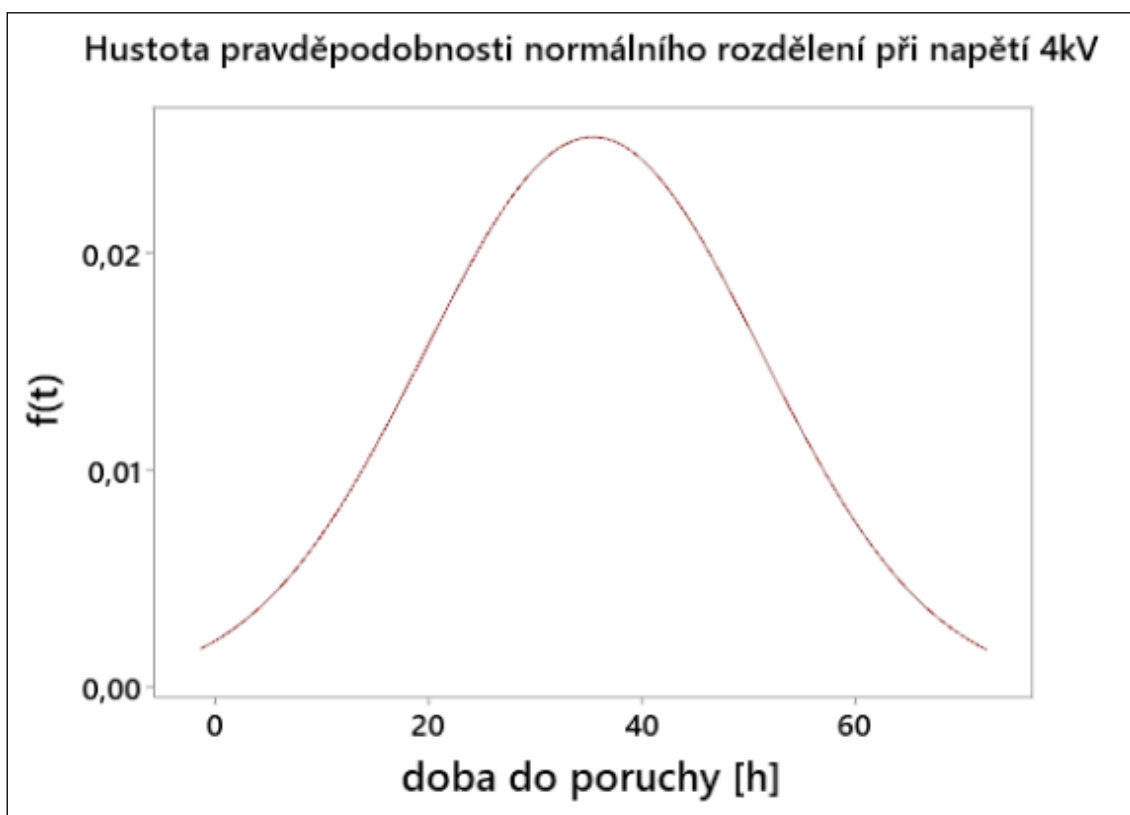
Obr. 36 Graf hustoty pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení při působícím napětí 4,5kV



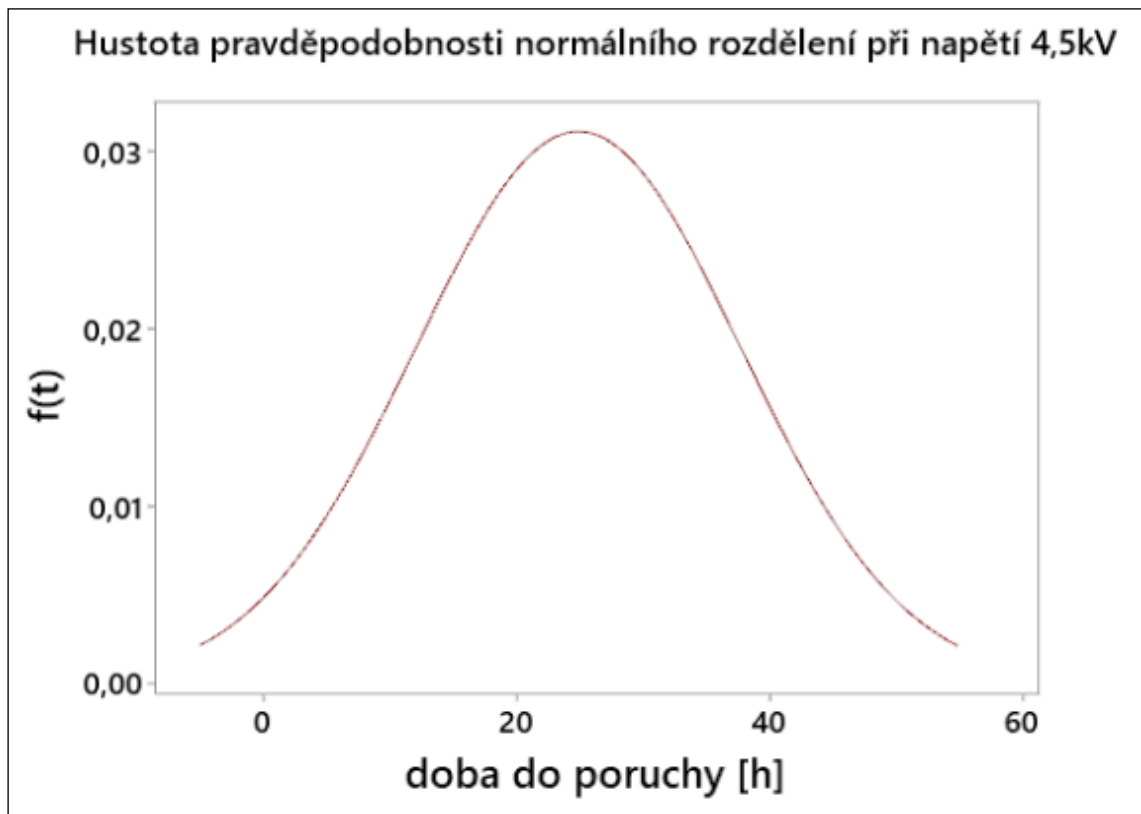
Obr. 37 Graf hustoty pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení při působícím napětí 5kV



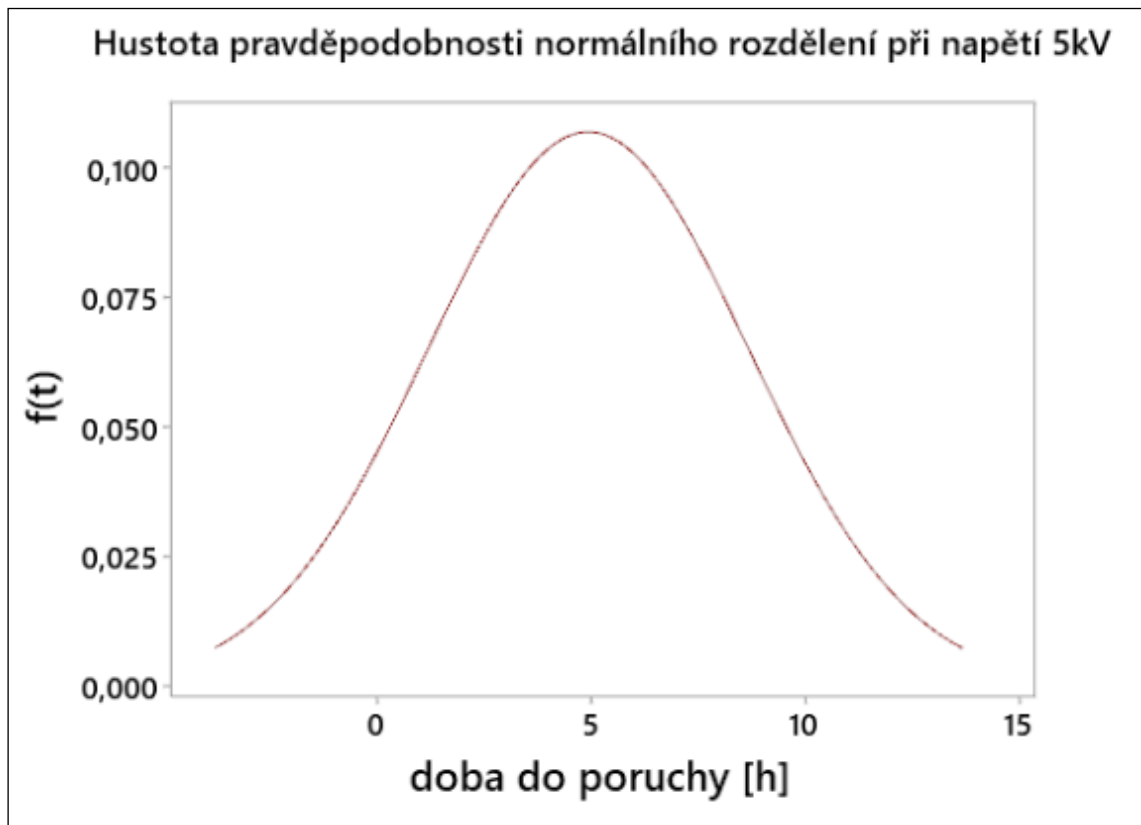
Obr. 38 Graf hustoty pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení při působícím napětí 5,5kV



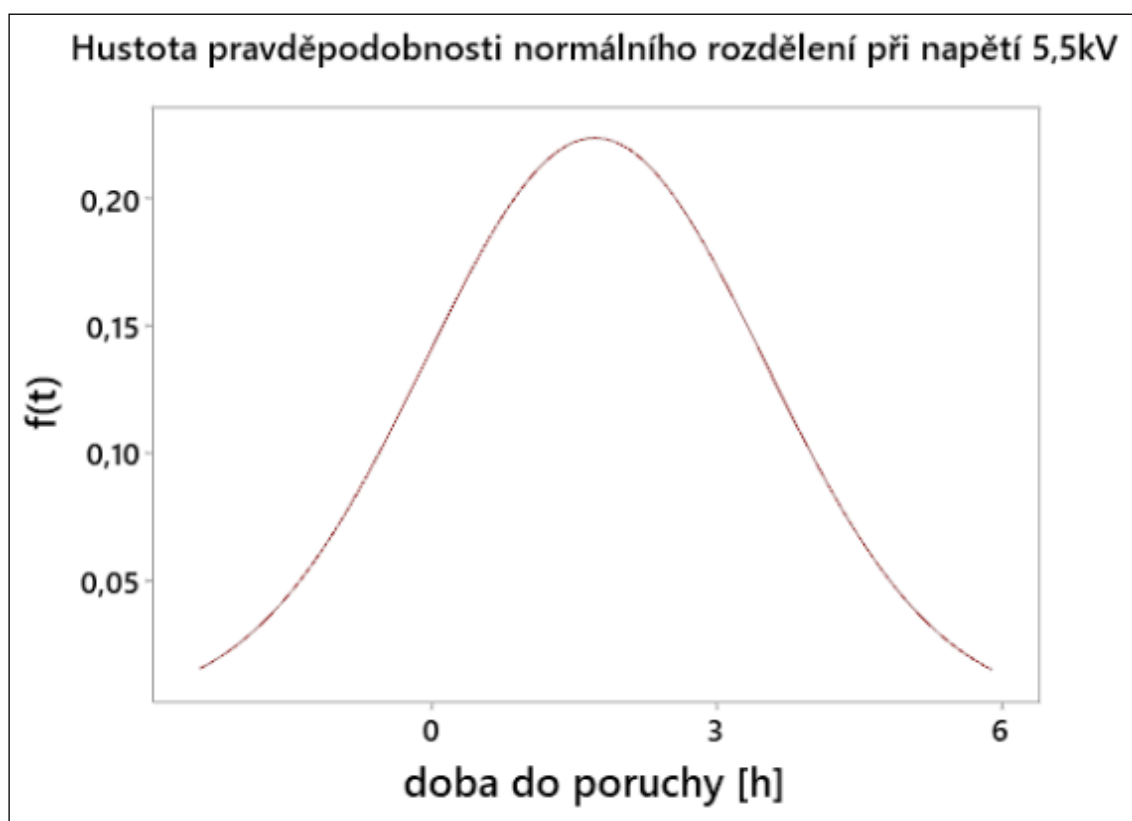
Obr. 39 Graf hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení při působícím napětí 4kV



Obr. 40 Graf hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení při působícím napětí 4,5kV



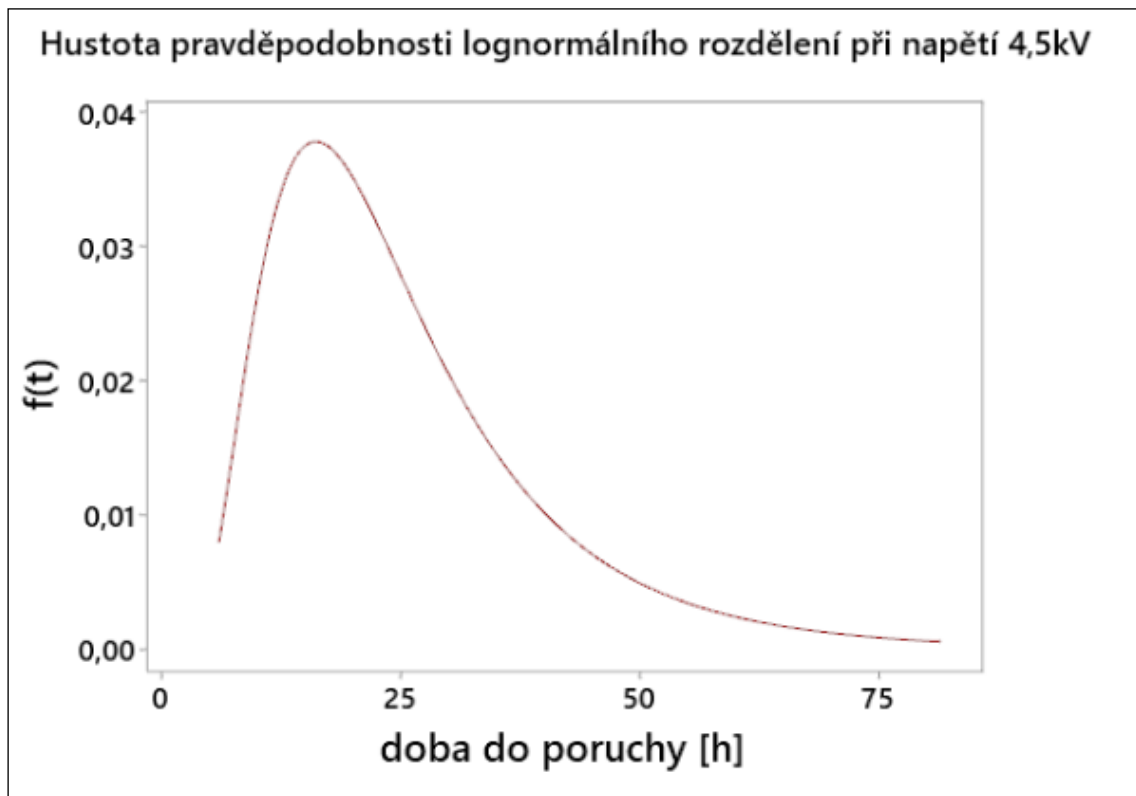
Obr. 41 Graf hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení při působícím napětí 5kV



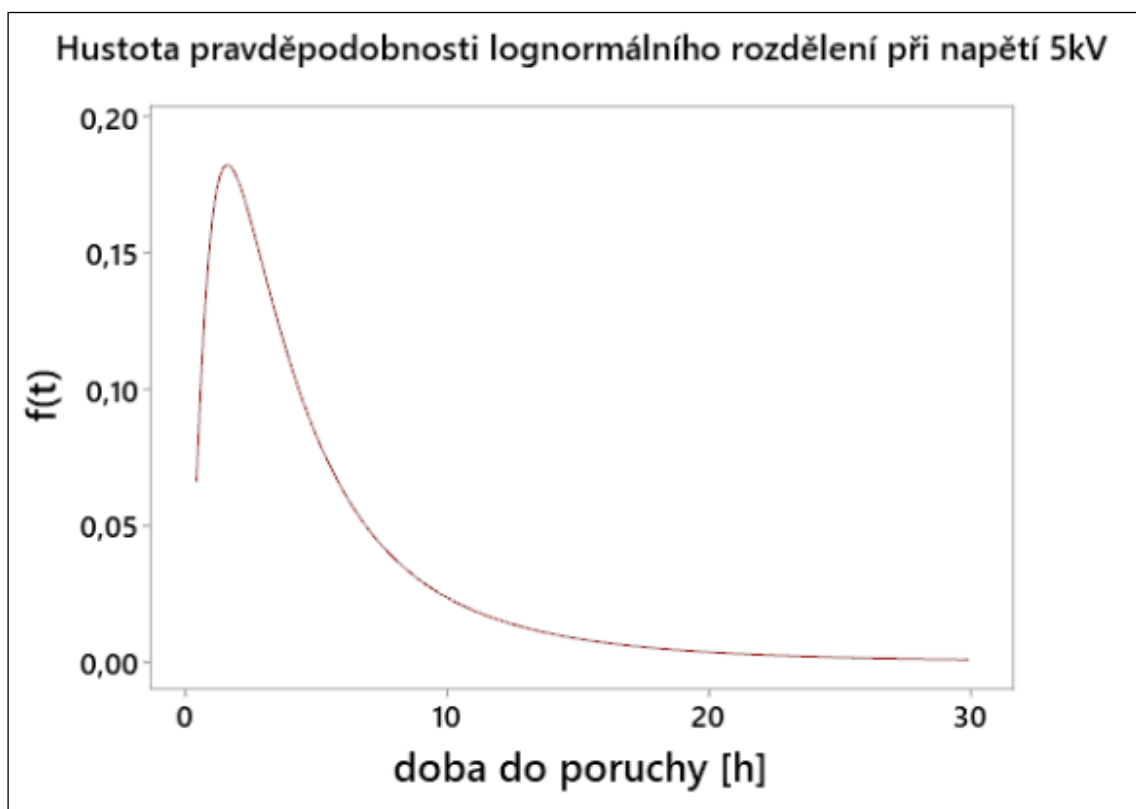
Obr. 42 Graf hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení při působícím napětí 5,5kV



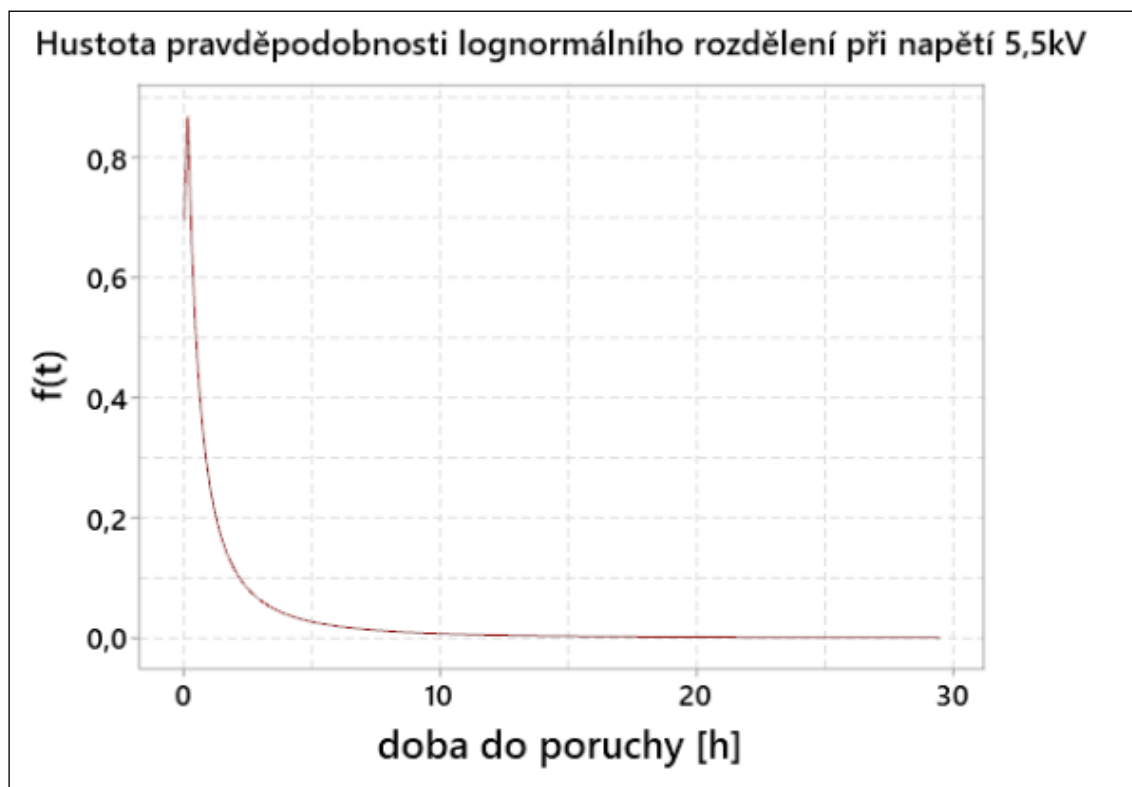
Obr. 43 Graf hustoty pravděpodobnosti lognormálního rozdělení při působícím napětí 4kV



Obr. 44 Graf hustoty pravděpodobnosti lognormálního rozdělení při působícím napětí 4,5kV



Obr. 45 Graf hustoty pravděpodobnosti lognormálního rozdělení při působícím napětí 5kV



Obr. 46 Graf hustoty pravděpodobnosti lognormálního rozdělení při působícím napětí 5,5kV

V Tab. 7 se nachází vypočítané odhady parametrů jednotlivých rozdělení při použití metody nejmenších čtverců.

Tab. 13 Odhad parametrů jednotlivých rozdělení metodou nejmenších čtverců

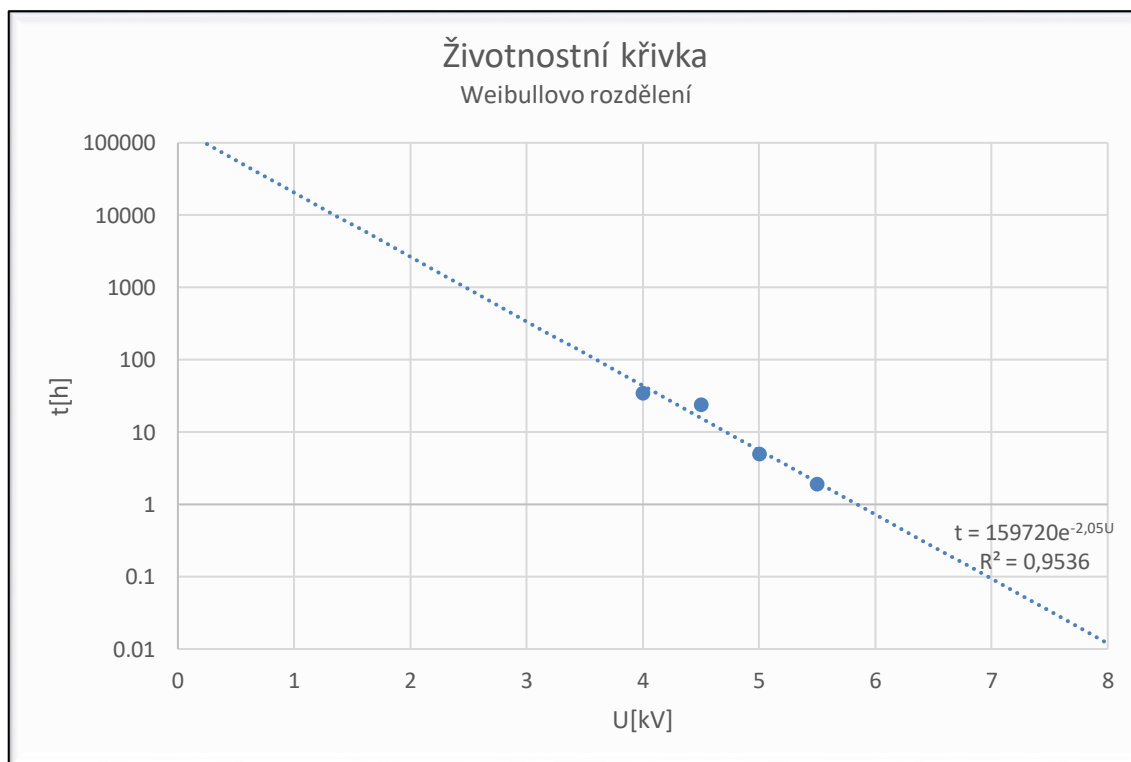
Metoda pro odhad parametrů		4kV	4,5kV	5kV	5,5kV
Odhad parametrů Weibullova rozdělení	Parametr $\hat{\beta}$	3,192	2,167	1,366	0,795
	Parametr $\hat{\eta}$	38,497	28,212	5,382	1,681
Odhad parametrů normálního rozdělení	Parametr $\hat{\mu}$	35,394	24,942	4,932	1,727
	Parametr $\hat{\sigma}^2$	15,783	12,851	3,741	1,789
Odhad parametrů exponenciálního rozdělení	Parametr $\hat{\lambda}$	29,746	21,429	4,786	1,949
Odhad parametrů lognormálního rozdělení	Parametr $\hat{\mu}$	3,485	3,095	1,295	-0,148
	Parametr $\hat{\sigma}^2$	0,406	0,560	0,903	1,517

Po určení všech parametrů pro jednotlivá rozdělení se následně určí střední hodnota doby do poruchy daného rozdělení pro každou napěťovou hladinu.

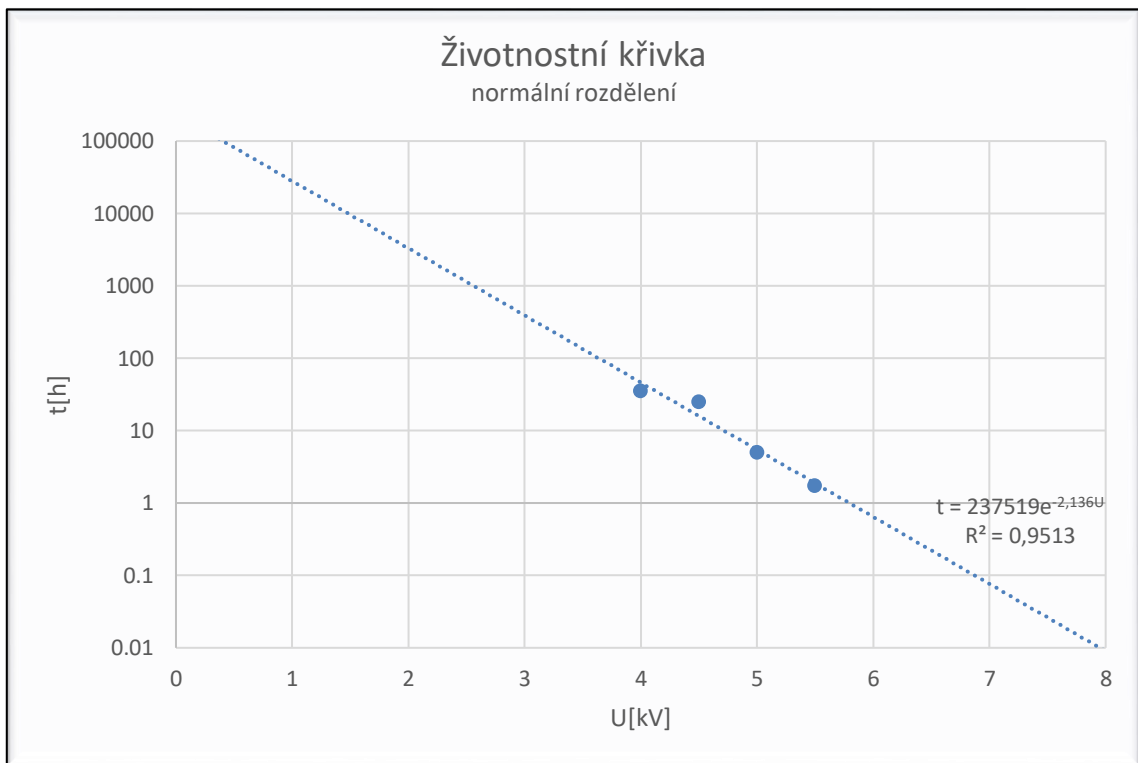
Tab. 14 střední hodnota doby do poruchy pro jednotlivé napěťové hladiny dle zvoleného rozdělení pro výpočet parametrů

k[V]	Weibullovo rozdělení	Normální rozdělení	Lognormální rozdělení	Exponenciální rozdělení
4	34,476	35,394	35,421	29,746
4,5	23,985	24,942	25,846	21,429
5	4,953	4,932	5,491	4,785
5,5	1,913	1,728	2,728	1,945

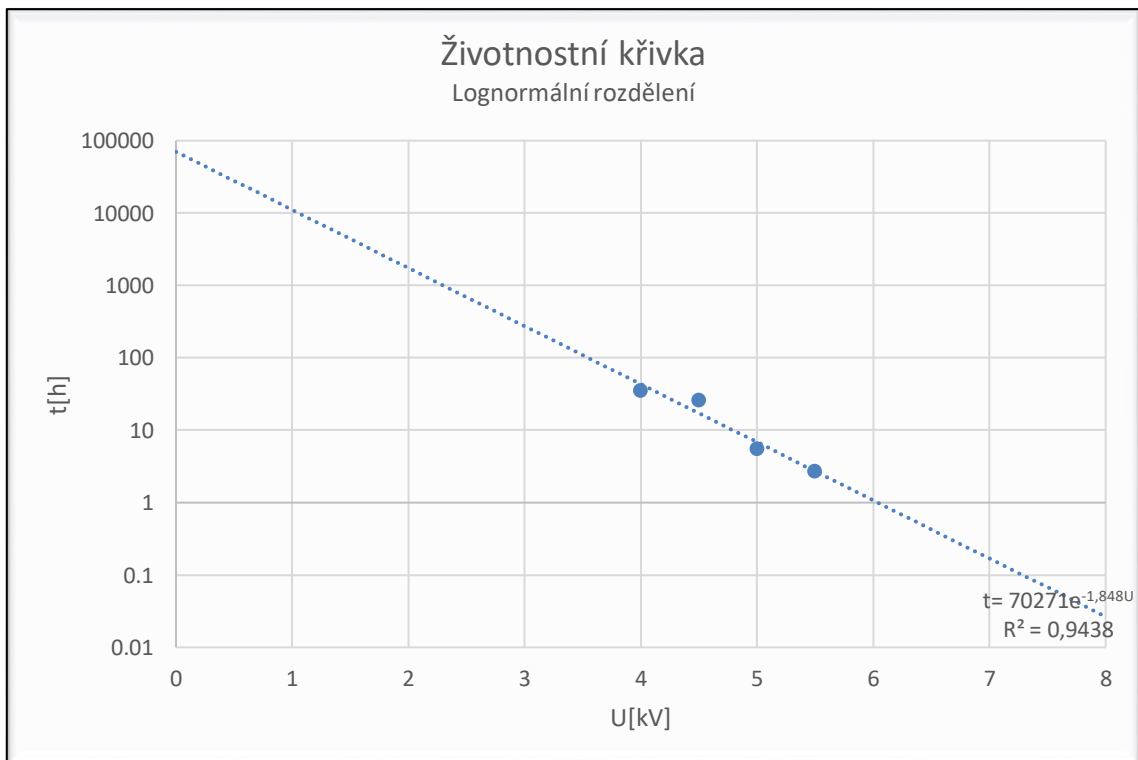
Následně se ze středních hodnot jednotlivých rozdělení sestaví životností křivky.



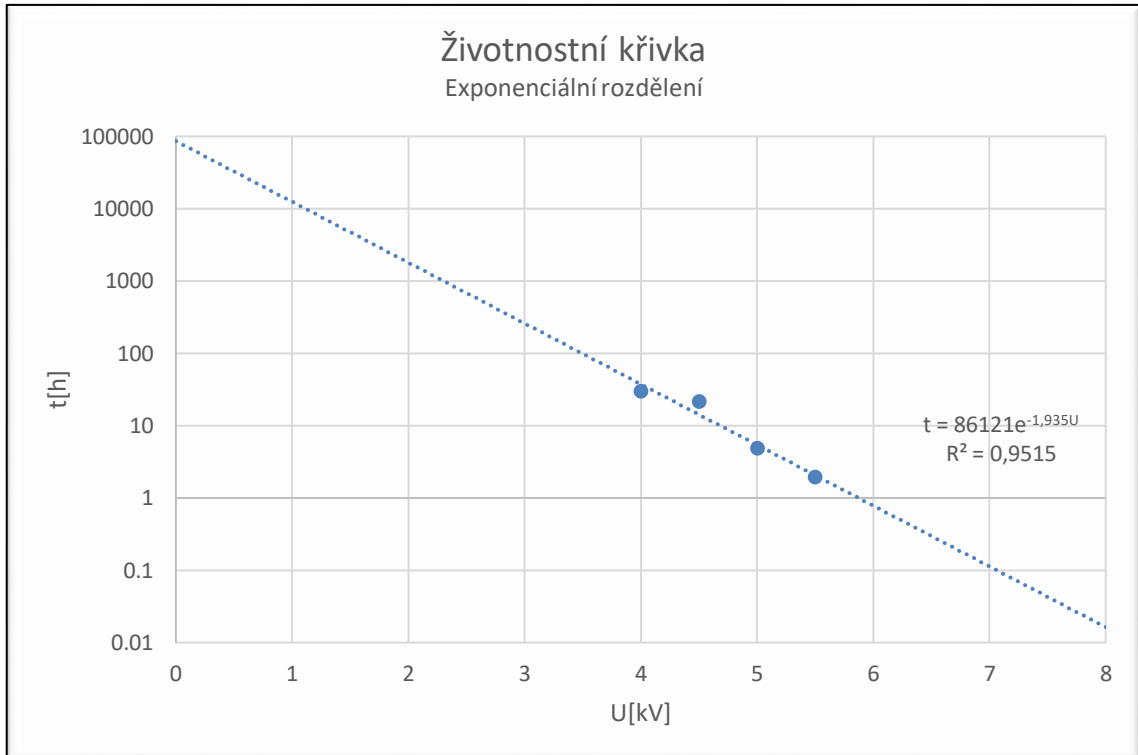
Obr. 47 Semilogaritmický graf zobrazující střední hodnotu jednotlivých napěťových hladin podle Weibullova rozdělení



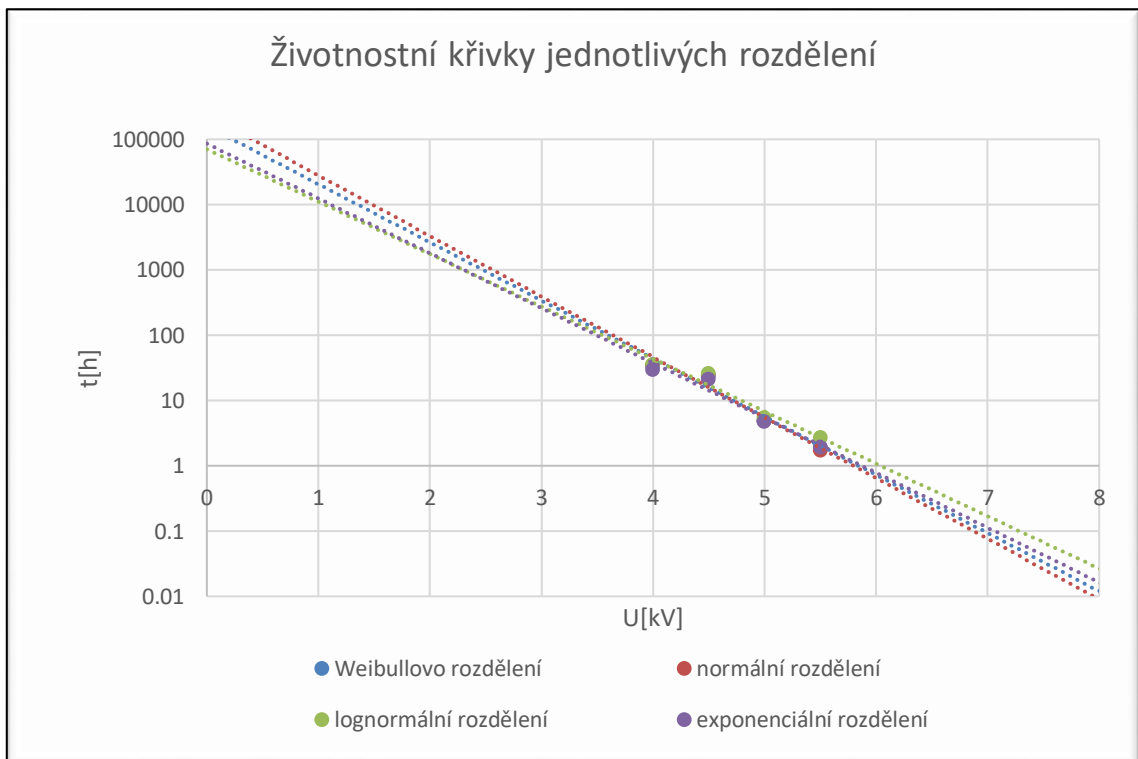
Obr. 48 Semilogaritmický graf zobrazující střední hodnotu jednotlivých napěťových hladin podle normálního rozdělení



Obr. 49 Semilogaritmický graf zobrazující střední hodnotu jednotlivých napěťových hladin podle lognormálního rozdělení



Obr. 50 Semilogaritmický graf zobrazující střední hodnotu jednotlivých napěťových hladin podle exponenciálního rozdělení



Obr. 51 Semilogaritmický graf zobrazující životnostní křivky dle použitého rozdělení pro výpočet střední hodnoty

Tab. 15 teoretická doba do poruchy zařízení pracujícího v napěťové hladině 1kV v závislosti na použitém rozdělení

rozdělení	doba do poruchy [t]
Weibullovo	20561,538
normální	28057,265
lognormální	11071,333
exponenciální	124511,195

6.3 Návrh postupu pro vyhodnocení naměřených dat

Při vyhodnocování životnostní křivky je nutné provést měření pro dostatečný počet napěťových hladin s dostatečným počtem naměřených hodnot dob do průrazu. Doporučil bych měřit doby do průrazu, alespoň na čtyřech napěťových hladinách. Získaná data se následně vyhodnotí pomocí různých rozdělení. Vhodnost rozdělení lze určit např. metodou nejmenších čtverců nebo metodou maximální věrohodnosti. V této práci byla použita metoda nejmenších čtverců, protože se více hodí pro zpracování dat s menším rozsahem výběru. Pomocí metody nejmenších čtverců se určí parametry a korelační koeficient pro jednotlivá rozdělení. Ze získaných parametrů se následně určí střední hodnota každého rozdělení pro každou napěťovou hladinu. Získaná data středních hodnot se použijí pro vytvoření životnostních křivek příslušných rozdělení, kde na ose x je vyneseno napětí a na ose y je průměrná doba průrazu vzorku získaného na základě použitého rozdělení. Osa y se následně převede do logaritmického měřítka a provede se exponenciální regrese vnesených bodů, čímž získáme rovnici přímky. Jelikož se tento experiment prováděl způsobem zrychlené zkoušky, tak lze předpokládat, že reálné provozní napětí zařízení bude výrazně nižší než napětí, které bylo vystaveno měřeným vzorkům. Na základě získaných dat byla určena teoretická průměrná doba do poruchy v napěťové hladině 1kV vzhledem k použitému rozdělení viz Tab. 15. Pokud bychom chtěli, aby zvolené kritérium bylo co nejpřísnější pro určení spolehlivosti zařízení, tak by bylo nejvhodnější použít exponenciální a lognormální rozdělení.

6.3.1 Vhodnost použitých rozdělení pro analýzu elektrické degradace

Pro vyhodnocení spolehlivosti je možné použít korelační koeficient, jenž se nachází v grafech v příloze D. Pro napětí 4 kV má nejlepší korelační koeficient lognormální rozdělení s hodnotou $R^2 = 0,874$ a nejhorší hodnotu má exponenciální rozdělení s hodnotou $R^2 = 0,399$. Pro ostatní napěťové hladiny má nejhorší korelační koeficient normální rozdělení. Na základě těchto výsledků bych doporučil použít pro vyhodnocení dat lognormální nebo Weibullovo rozdělení.

7 Závěr

Tato práce se zabývá problematikou působení negativních vlivů na elektroizolační systémy. První část diplomové práce je zaměřena na vlastnosti dielektrik, kde je popsáno dělení dielektrik podle skupenství, struktury a uspořádání. Dále kapitola obsahuje popis elektrické vodivosti a elektrické pevnosti. Jsou zde popsány druhy průrazu v závislosti na probíhajících dějích.

V druhé části jsou popsány degradační mechanismy, které působí na elektroizolační materiály. Mezi nejvýznamnější patří tepelné, elektrické a mechanické stárnutí. Dále jsou zde vyjádřeny modely popisující degradační mechanismy při samostatném či kombinovaném působení na elektroizolační materiál.

Třetí kapitola je zaměřena na matematickou statistiku, kde jsou popsány jednotlivé charakteristiky polohy a rozptýlení využívaných v této práci. Ve čtvrté kapitole jsou popsány statistická rozdělení, která byla využita při zpracování dob do poruchy. V páté části jsou popsány jednotlivé metody odhadů parametrů, které je možné použít u jednotlivých rozdělení. Mezi metody odhadů patří metoda maximální věrohodnosti, metoda nejmenších čtverců a metoda momentů. V práci byla pro odhad parametrů využita metoda nejmenších čtverců.

V šesté kapitole jsou vyhodnoceny data získané elektrickou a tepelnou degradací transformátorové lepenky. Při zhodnocení dat tepelné degradace se použil jednominutový polarizační index, který udává kvalitu izolačního materiálu. Nejvyšší jednominutový polarizační index s hodnotou 4,51 měla transformátorová lepenka, která byla umístěna v peci 2 dny při teplotě 60 °C. U lepenek umístěných v peci po dobu 168 hodin při teplotě 140 °C vycházely polarizační indexu nejhůře. Při elektrické degradaci bylo použito pro zpracování dob do poruch Weibullovo, normální, lognormální a exponenciální rozdělení, kde byla použita pro odhad parametrů metoda nejmenších čtverců. Pokud bychom chtěli, aby zvolené kritérium bylo co nejpřísnější pro určení spolehlivosti zařízení, tak by bylo nejvhodnější použít exponenciální nebo lognormální rozdělení. Nicméně odhad korelačního koeficientu nevyšel příznivě, takže rozdělení, které je nejvhodnější použít v této práci je lognormální rozdělení.

Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] MENTLÍK, Václav. *Dielektrické prvky a systémy*. Praha: BEN – technická literatura, 2006. ISBN 80-7300-189-6.
- [2] KUČEROVÁ, Eva. *Elektrotechnické materiály*. Plzeň: Západočeská univerzita, 2002. ISBN 80-7082-940-0.
- [3] TOMÁŠ, Martin. Praktická aplikace vlastností dielektrik. *Dielektrika.kvalitne.cz* [online]. Západočeská Univerzita v Plzni, 2009 [cit. 2021-4-28]. Dostupné z: <http://dielektrika.kvalitne.cz/praktaplik.html>
- [4] ŠAVEL, Josef. Elektrická pevnost Document. *Elektrika.cz* [online]. [cit. 2021-4-28]. Dostupné z: <http://elektrika.cz/terminolog/eterminolog2definition.2006-04-22.5895106704/view>
- [5] MENTLÍK, Václav. a spol.. Diagnostika elektrických zařízení. 1. vyd. Praha: BEN – technická literatura, 2008. 440 s. ISBN 978-80-7300-232-9.
- [6] ROZSÍVALOVÁ, Z., KŘIVÁK, P., VANĚK, J. Materiály a technická dokumentace, laboratorní cvičení. Brno: Vysoké učení technické, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2013. 83 s.
- [7] SMETANA, Jaroslav, BluenPanther s.r.o., Měření vybraných parametrů izolace [online], Praha, 2009. [cit. 21.3.2020] 2 s., Časopis Elektro, dostupný na WWW: <http://www.odbornecasopisy.cz/res/pdf/39496.pdf>
- [8] KUDLÁČEK, Ivan. *Degradační procesy I*. Praha: České vysoké učení technické, 1994.
- [9] *ČSN EN 60085 ed. 2 (330250): Elektrická izolace - Tepelné hodnocení a značení*. Praha: Český normalizační institut, 2008.
- [10] TRNKA, Pavel. *Elektrické a kombinované stárnutí izolačních materiálů* [online]. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, [cit. 2021-03-17]. Dostupné z: <http://147.228.94.30/images/PDF/Rocnik2007/cislo1/r0c1c2.pdf>
- [11] KOUTSKÝ, Jaroslav. *Degradační procesy a predikce životnosti*. vyd. 1. Plzeň: Západočeská univerzita, 1995, 167 s. ISBN 80-708-2177-9.
- [12] CYGAN, P; LAGHARI, J.R. Modelsforinsulationagingunderelectrical and thermalmultistress. IEEE, October 1990, vol.25, no.5, s. 923 - 932.
- [13] SOUČEK, Jakub. *Degradační procesy v elektroizolačních strukturách*. Plzeň, 2016. Disertační práce. Západočeská univerzita v Plzni. Vedoucí práce Pavel Trnka.
- [14] *ČSN EN 60505 ed.3: Hodnocení a třídění elektroizolačních systémů*. 3. 2005, 52 s.
- [15] MENTLÍK, Václav. Spolehlivostní aspekty elektrotechnologie. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2011, 118 s. ISBN 978-80-7300-412-5.
- [16] KLADIVO, Petr. *Základy statistiky*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2013, 66 s. ISBN 978-80-244-3841-2.
- [17] BRIŠ, Radim a Martina LITSCHMANNOVÁ. *Statistika II*. 1. vyd. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita, 2008. 149 s. ISBN 978-80-248-1482-7.
- [18] BRIŠ R., LITSCHMANNOVÁ M.: STATISTIKA I. pro kombinované a distanční studium, Elektronické skriptum VŠB TU Ostrava, 2004.
- [19] LITSCHMANNOVÁ, Martina. *Vybrané kapitoly z pravděpodobnosti* [online].

- Ostrava: VŠB – TU, 2012, 293 s [cit. 2021-03-17]. Dostupné z: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/vybrane_kapitoly_pravdepodobnost.pdf
- [20] FAMFULÍK, Jan, Jana MÍKOVÁ a Radek KRZYŽANEK. *Teorie údržby*. 1. Ediční středisko VŠB TUO, 2007, 237 s. ISBN 978-80-248-1509-1. Dostupné také z: <http://www.elearn.vsb.cz/archived/FS/TU/TU/>
- [21] NOVOTNÝ, Radovan. Weibullovo rozdělení při analýzách bezporuchovosti. *Elektrorevue* [online]. 2002 [cit. 2021-03-17]. Dostupné z: <http://www.elektrorevue.cz/clanky/02017/index.html>
- [22] ČADA, Martin. *Statistické vyhodnocování experimentálních dat* [online]. 2020, 48 s [cit. 2021-03-17]. Dostupné z: https://www.fzu.cz/~cada/Prednaska_SVE_2.pdf
- [23] ČSN EN 61649ed. 2 (010653): *Weibullova analýza*. Praha: Český normalizační institut, 2009.
- [24] FAJMON, Břetislav a Irena RŮŽIČKOVÁ. *Matematika 3* [online]. Brno: UMAT FEKT VUT, 256 s. [cit. 2021-03-18]. Dostupné z: <http://www.rozhovor.cz/souvislosti/matematika3.pdf>
- [25] DORDA, Michal. *Aplikace počítačů v provozu: Odhady parametrů základního souboru* [online]. [cit. 2021-03-17]. Dostupné z: http://homel.vsb.cz/~dor028/Aplikace_6.pdf
- [26] OTYEPKA, Michal, Pavel BANÁŠ a Eva OTYEPKOVÁ. *Základy zpracování dat* [online]. 2012 [cit. 2021-03-24]. Dostupné z: <https://fch.upol.cz/skripta/zzd/chemo/main.pdf>
- [27] BAYER, Tomáš. *Matematické metody v kartografii: Metoda nejmenších čtverců* [online]. Praha: Univerzita Karlova [cit. 2021-03-18]. Dostupné z: <https://web.natur.cuni.cz/~bayertom/images/courses/mmk/mnc.pdf>
- [28] ParameterEstimation. ReliaSoftCorporation: ReliaWiki [online]. [cit. 2021-3-18]. Dostupné z: http://reliawiki.org/index.php/Parameter_Estimation#Maximum_Likelihood_Estimation_.28MLE.29
- [29] Minitab. *Minitab 20 Support* [online]. [cit. 2021-04-18]. Dostupné z: <https://support.minitab.com/en-us/minitab/20/>
- [30] LIU, Qiang, Jason D. LEE a Michael JORDAN. *A Kernelized Stein Discrepancy for Goodness-of-fit Tests* [online]. [cit. 2021-04-18]. Dostupné z: <http://proceedings.mlr.press/v48/liub16.pdf>
- [31] LITSCHMANNOVÁ, Martina. *Pravděpodobnost a statistika: Testy dobré shody* [online]. In: Ostrava: VŠB – TU [cit. 2021-03-18]. Dostupné z: https://homel.vsb.cz/~lit40/PRASTA/Prezentace/STA_13_testy_dobre_shody.pdf
- [32] LOPES, Raul H.C., Ivan REID a Peter R. HOBSON. *The two-dimensional Kolmogorov-Smirnov test* [online]. [cit. 2021-04-18]. Dostupné z: <https://bura.brunel.ac.uk/bitstream/2438/1166/1/acat2007.pdf>
- [33] MENČÍK, Jaroslav. *Úvod do experimentální analýzy* [online]. Univerzita Pardubice, 2017 [cit. 2021-5-1]. ISBN 978-80-7560-067-7. Dostupné z: <https://dk.upce.cz/bitstream/handle/10195/66960/Uvod%20do%20experimentalni%20analyzy.pdf?sequence=1>

- [34] LAI, C. D. a Xie MIN. A Modified Weibull Distribution. *IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY*. 2003, 1(52).
- [35] Life Data Analysis Reference book. *ReliaSoft Corporation: ReliaWiki* [online]. [cit. 2021-5-1]. Dostupné z: http://reliawiki.org/index.php/Life_Data_Analysis_Reference_Book
- [36] TEIMOURI, Mahdi a Arjun K. GUPTA. On the Three-Parameter Weibull Distribution Shape Parameter Estimation. *Journal of Data Science*. 2013, (11).
- [37] COUSINEAU, Denis. Fitting the Three-Parameter Weibull Distribution: Review and Evaluation of Existing and New Methods. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*. 2009, (16).
- [38] OVERDUIN, Stephen. *USE OF THE LOGNORMAL DISTRIBUTION FOR SURVIVAL DATA: INFERENCE AND ROBUSTNESS*. 2004. Simon Fraser University.
- [39] Sborník přednášek, kolektiv autorů. Weibullovo rozdělení náhodných veličin. vyd. 1. Praha: Česká společnost pro jakost, 2016, 40 s. ISBN 978-80-02-02696-9.
- [40] *Pravděpodobnost: Weibullovo rozdělení, dvourozměrné normální rozdělení* [online]. [cit. 2021-03-18]. Dostupné z: http://home.zcu.cz/~ttoupal/www-kma/PSB/PSB_dodatky.pdf
- [41] *Wolfram Mathworld* [online]. Wolfram Research, 2021 [cit. 2021-03-18]. Dostupné z: <https://mathworld.wolfram.com/GammaFunction.html>
- [42] *Wolfram Mathworld* [online]. Wolfram Research, 2021 [cit. 2021-03-18]. Dostupné z: <https://mathworld.wolfram.com/IncompleteGammaFunction.html>

Seznam příloh

Příloha A – Naměřené hodnoty absorpčních a resorpčních proudů

Příloha B – Vypočítané hodnoty vnitřního odporu a vnitřní rezistivity

Příloha C – Naměřené hodnoty tloušťky vzorků

Příloha D – Změřené hodnoty dob do průrazu a dopočítané statistické charakteristiky

Příloha E – Funkce gamma

Příloha F – Distribuční funkce jednotlivých rozdělení pro odlišné napět'ové hladiny

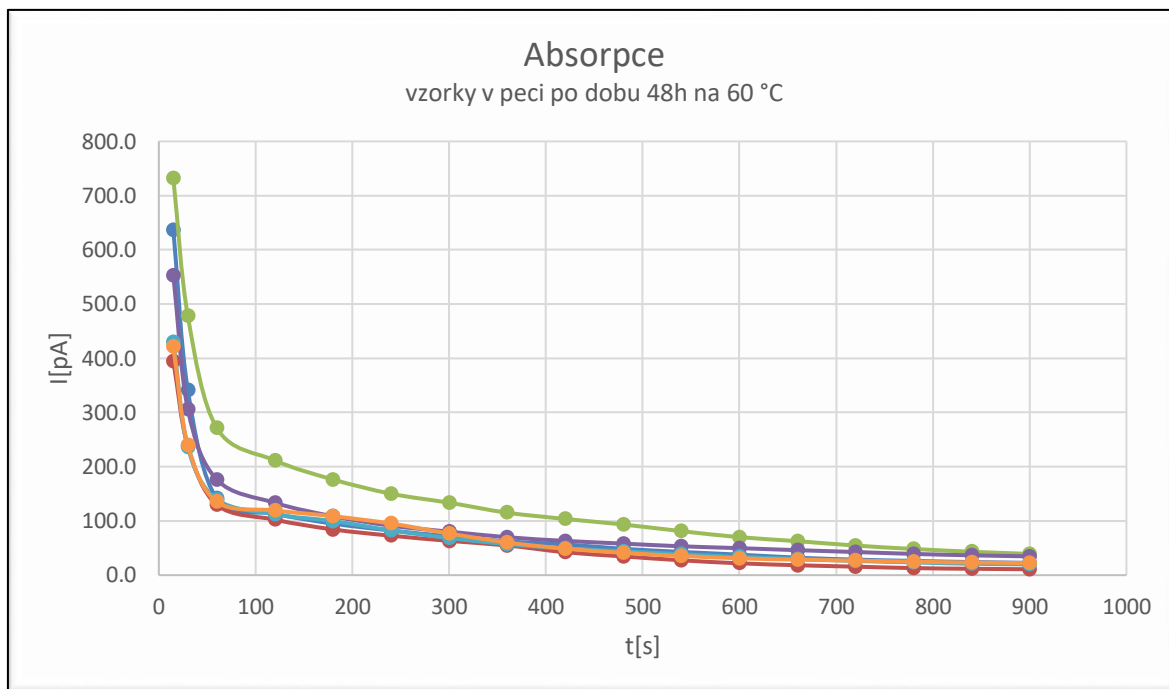
Příloha A – Naměřené hodnoty absorpčních a resorpčních proudů

Tab. P.1 Naměřené hodnoty absorpčních proudů u vzorků umístěných v peci po dobu 48 hodin

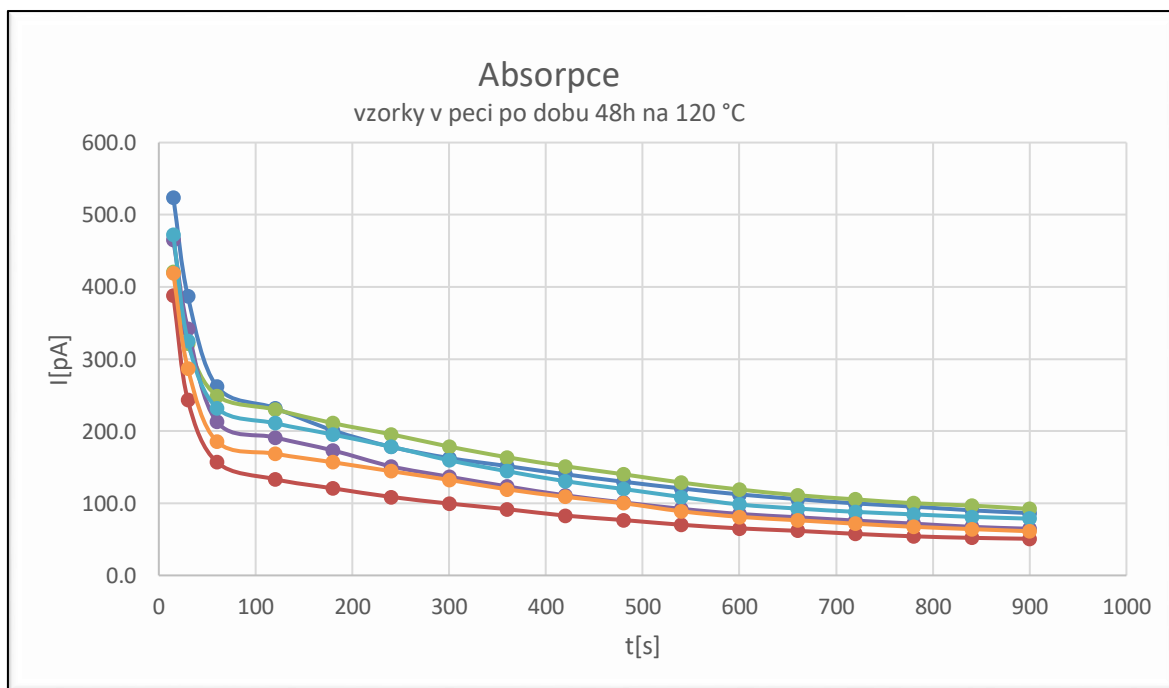
t[s]	vzorky v peci po dobu 48h na 60 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 120 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 140 °C					
	I[pA]						I[pA]						I[pA]					
15	637,0	395,0	732,0	553,0	430,0	421,0	524,0	388,0	421,0	465,0	472,0	419,0	456,0	320,0	352,0	334,0	371,0	395,0
30	341,0	238,0	478,0	306,0	236,0	240,0	387,0	243,0	321,0	342,0	325,0	287,0	359,0	274,0	288,0	287,0	285,0	321,0
60	141,2	129,8	271,2	176,1	139,8	135,3	262,0	157,0	249,0	213,0	232,0	185,6	280,0	221,0	245,0	209,0	196,4	256,0
120	113,2	102,3	211,6	133,4	112,2	119,3	232,0	133,4	230,0	191,3	211,0	168,7	253,0	201,0	211,0	188,3	172,4	239,0
180	95,1	84,3	176,4	108,6	99,8	108,7	201,0	120,7	211,0	173,2	195,2	156,8	228,0	184,6	192,3	174,5	159,6	223,0
240	82,3	72,8	150,2	91,2	82,6	95,2	178,3	108,8	195,6	151,2	178,4	144,5	206,0	172,8	178,9	161,2	143,5	209,0
300	71,8	63,2	133,6	80,3	68,4	76,8	162,7	99,6	178,6	136,8	159,6	132,4	192,2	161,3	162,3	147,2	129,3	195,6
360	62,3	54,8	115,2	70,0	57,2	60,3	151,6	91,8	163,8	123,4	144,4	119,3	178,6	149,2	149,4	136,9	117,8	183,4
420	56,7	42,3	103,7	63,2	49,1	48,9	140,2	82,9	151,3	111,0	130,6	108,9	174,2	138,6	139,4	127,6	106,3	172,3
480	48,6	34,6	93,4	58,2	44,2	41,2	129,9	76,8	140,2	101,2	119,8	100,1	161,2	128,7	132,4	119,8	99,7	161,2
540	42,9	27,4	81,2	53,2	38,6	35,5	120,6	70,2	128,7	92,3	108,7	88,9	153,8	119,6	126,6	113,3	94,6	152,3
600	37,8	21,9	70,1	49,8	33,7	31,2	112,3	65,2	119,1	85,2	98,3	81,2	145,2	113,2	121,7	107,5	89,8	144,2
660	32,3	18,3	62,7	46,1	29,9	28,5	105,8	61,8	111,2	80,6	92,7	76,5	138,2	108,4	117,1	102,4	85,6	137,6
720	28,6	15,7	54,6	42,7	26,2	26,9	99,8	57,6	105,4	76,0	88,1	71,7	132,7	104,2	112,3	98,8	82,2	131,2
780	26,3	13,0	48,3	39,2	23,5	24,8	95,4	54,2	100,1	71,8	84,6	67,4	127,6	100,8	108,4	92,4	79,8	126,4
840	24,2	11,8	43,2	36,6	21,0	23,3	90,2	52,1	96,8	67,3	81,2	64,2	123,2	97,6	104,9	88,9	77,6	121,9
900	22,7	10,9	39,2	34,7	19,9	22,2	86,4	50,8	92,1	64,7	78,7	61,2	119,8	95,4	102,2	85,6	75,2	117,8

Tab. P.2 Naměřené hodnoty absorpčních proudů u vzorků umístěných v peci po dobu 168 hodin

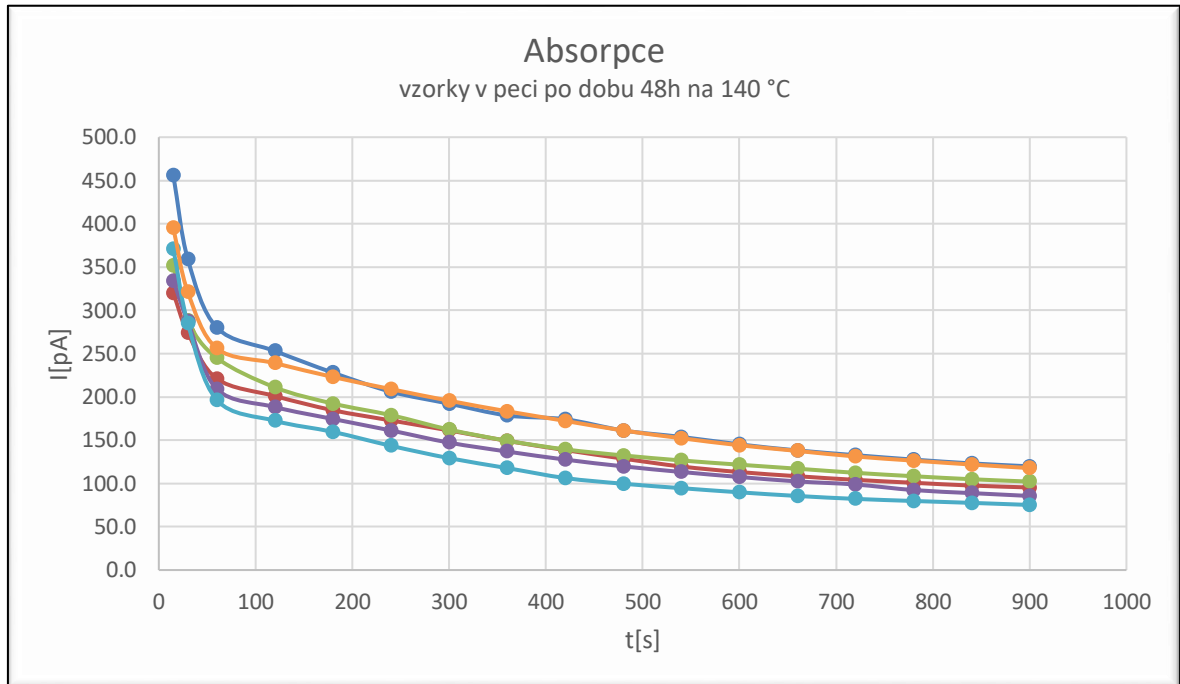
t[s]	vzorky v peci po dobu 168h na 60 °C						vzorky v peci po dobu 168h na 120 °C						vzorky v peci po dobu 168h na 140 °C					
	I[pA]						I[pA]						I[pA]					
15	371,0	410,0	256,0	381,0	413,0	498,0	275,0	298,0	311,0	271,0	254,0	261,0	195,7	229,0	244,0	211,0	247,0	261,0
30	287,0	307,0	218,0	265,0	308,0	369,0	247,0	261,0	254,0	236,0	221,0	232,0	177,9	196,6	219,0	197,6	229,0	236,0
60	201,0	223,0	178,1	178,6	218,0	275,0	221,0	211,0	187,4	195,2	187,3	200,0	169,6	167,1	189,3	184,0	213,0	207,0
120	184,6	210,0	160,2	163,3	207,0	235,0	208,0	198,7	177,5	185,2	177,0	189,3	163,8	161,3	184,1	179,6	198,3	198,4
180	173,4	199,7	143,2	151,2	198,2	208,0	197,9	189,1	166,7	176,3	169,6	178,6	158,6	158,4	179,8	175,3	188,6	191,3
240	162,2	185,6	130,8	137,8	186,2	189,6	186,3	182,3	157,6	167,8	162,2	169,6	152,3	156,3	175,4	171,2	179,5	185,6
300	158,9	172,0	118,7	125,6	175,5	177,6	179,4	176,8	148,9	159,3	156,2	162,8	147,6	151,2	171,9	167,4	172,6	179,5
360	146,7	161,2	106,5	113,2	167,4	165,0	173,7	171,2	141,2	152,6	151,3	156,7	143,5	146,7	168,8	163,2	167,2	174,2
420	134,9	152,8	97,8	104,6	159,6	149,8	167,0	166,5	135,6	146,8	146,7	151,2	137,9	142,1	165,6	159,0	163,3	169,3
480	125,6	145,6	91,4	97,0	152,8	138,6	161,3	161,2	128,9	139,8	142,3	146,8	133,2	138,8	162,3	155,9	159,2	165,7
540	116,6	138,6	85,6	90,9	146,7	128,9	155,6	155,4	123,3	133,4	138,4	142,4	128,6	135,6	159,9	152,3	155,6	162,9
600	107,5	131,2	79,3	85,1	138,7	121,2	150,2	149,9	118,3	127,6	132,4	138,7	124,8	132,7	156,4	149,7	152,3	159,8
660	100,2	122,2	75,4	80,3	130,2	116,7	146,6	145,3	114,3	122,3	129,8	134,6	121,2	130,1	153,0	146,4	149,9	156,3
720	94,8	115,3	70,1	76,1	123,9	112,2	142,3	141,2	111,2	119,1	126,7	131,1	118,9	128,2	151,2	143,2	146,8	152,2
780	90,1	110,6	66,8	72,8	117,8	108,8	139,7	137,3	108,7	116,7	124,2	127,6	116,8	126,5	149,8	141,8	144,2	149,6
840	86,6	106,2	63,2	69,2	112,7	104,6	136,8	133,4	105,6	114,2	122,7	124,3	115,2	125,1	147,6	139,6	141,9	147,2
900	83,2	101,8	60,9	66,4	107,4	100,8	134,1	129,8	103,4	112,8	120,3	121,2	114,1	124,0	146,2	138,3	139,7	145,3



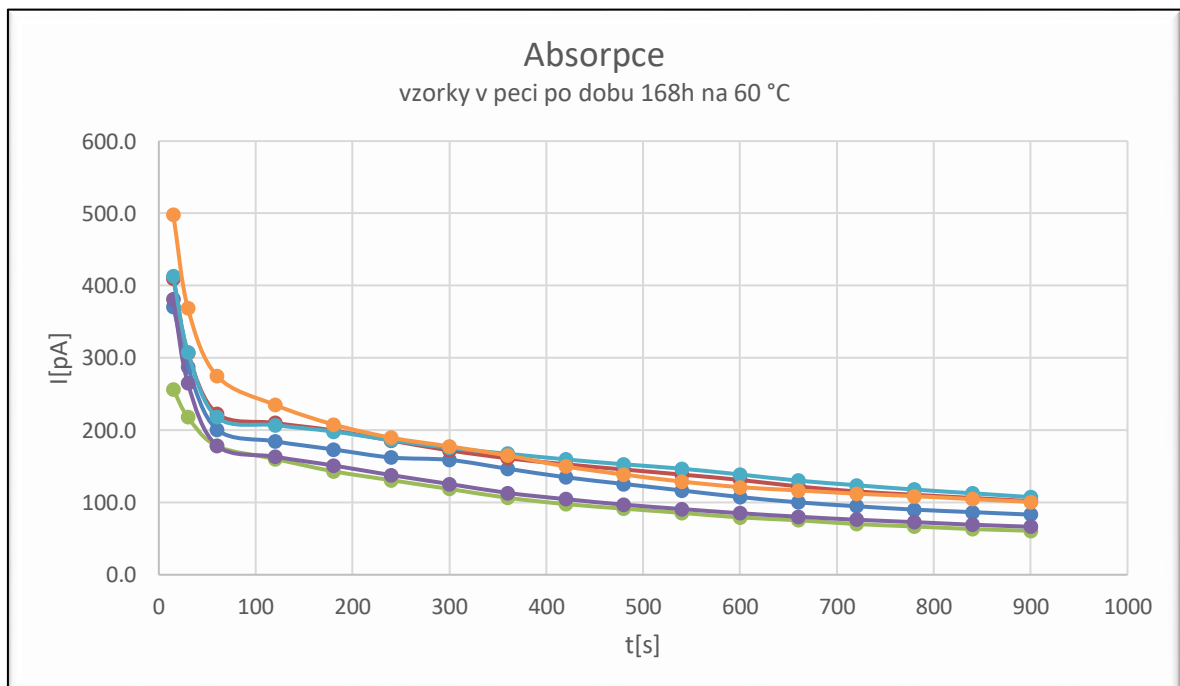
Obr. P.1 Absorpční proudy vzorků vystavených 60 °C po dobu 48 hodin



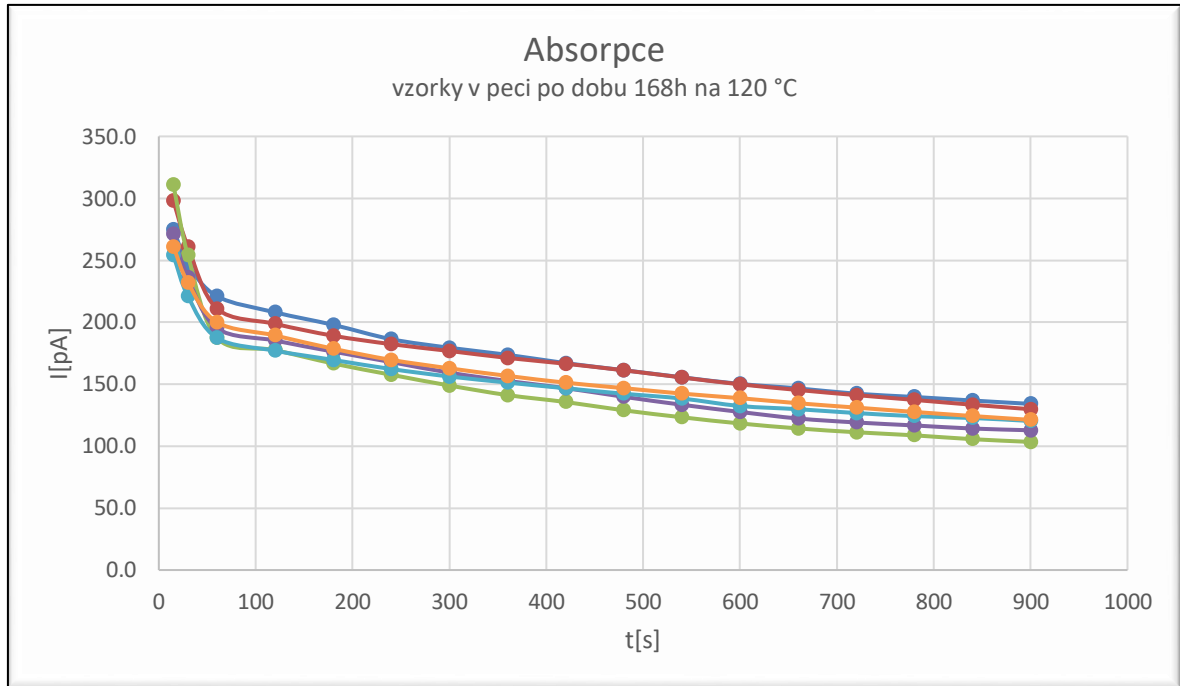
Obr. P.2 Absorpční proudy vzorků vystavených 120 °C po dobu 48 hodin



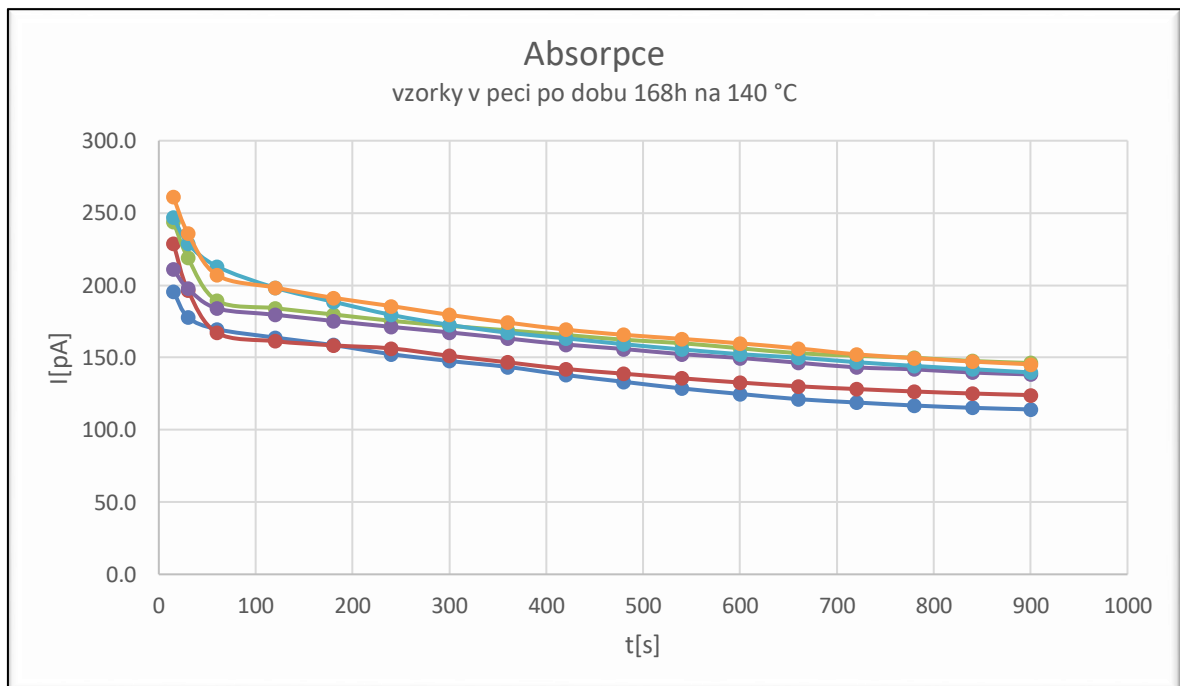
Obr. P.3 Absorpční proudy vzorků vystavených 140 °C po dobu 48 hodin



Obr. P.4 Absorpční proudy vzorků vystavených 60 °C po dobu 168 hodin



Obr. P.5 Absorpční proudy vzorků vystavených 120 °C po dobu 168 hodin



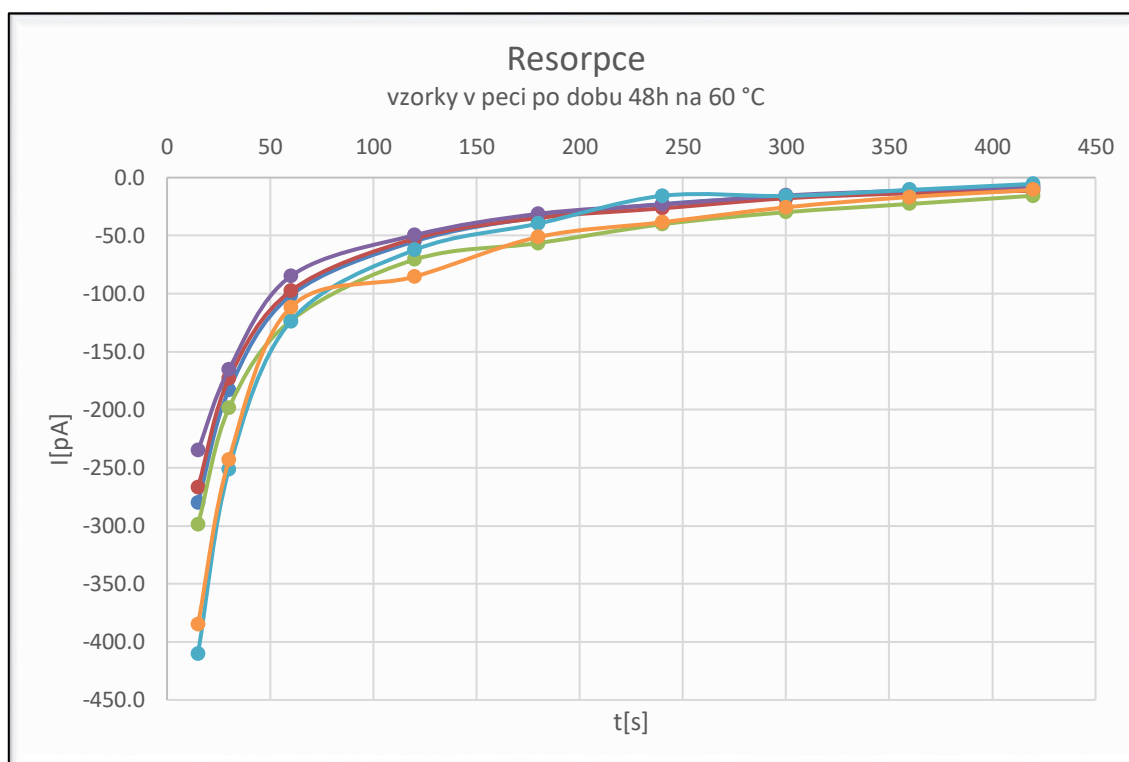
Obr. P.6 Absorpční proudy vzorků vystavených 140 °C po dobu 168 hodin

Tab. P.3 Naměřené hodnoty resorpčních proudů u vzorků umístěných v peci po dobu 48 hodin

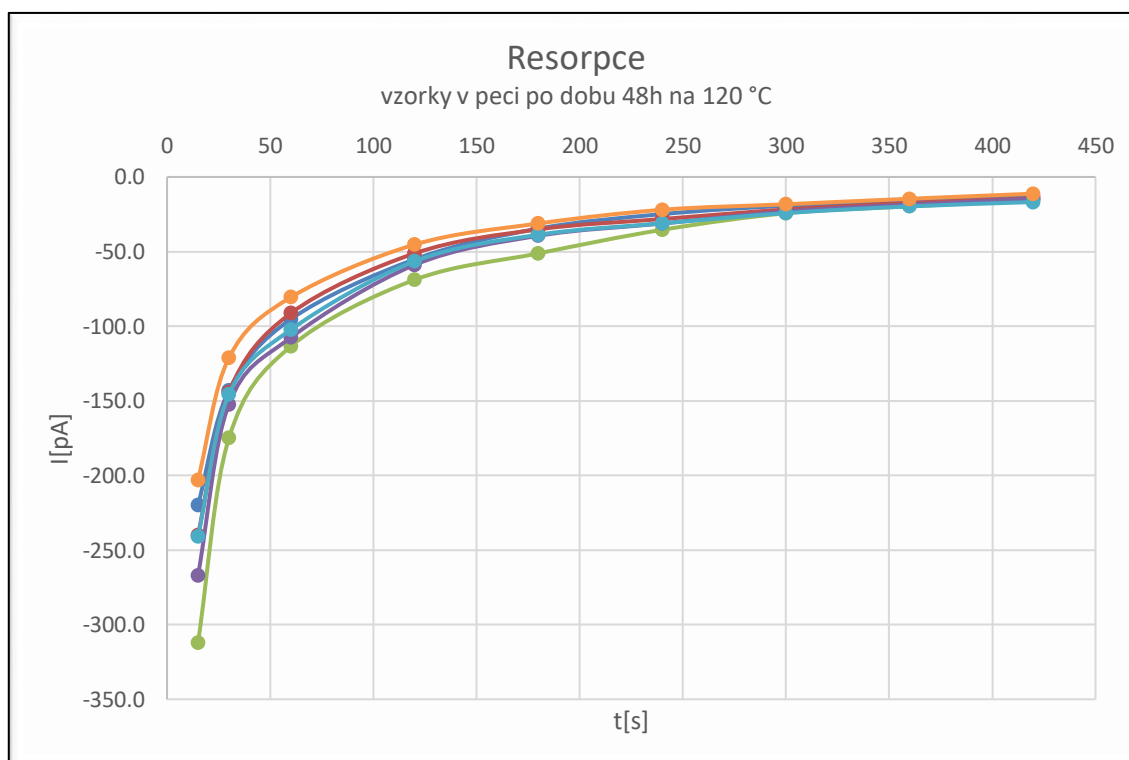
	vzorky v peci po dobu 48h na 60 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 120 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 140 °C					
t[s]	I[pA]						I[pA]						I[pA]					
15	-280,0	-267,0	-299,0	-235,0	-410,0	-385,0	-220,0	-240,0	-312,0	-267,0	-241,0	-203,0	-275,0	-255,0	-268,0	-299,0	-211,0	-123,0
30	-183,1	-173,2	-198,7	-165,3	-251,3	-243,1	-143,0	-144,2	-175,0	-152,3	-145,6	-121,2	-179,3	-173,2	-201,0	-222,0	-188,6	-85,6
60	-101,5	-97,6	-123,2	-84,9	-123,7	-111,6	-95,3	-91,3	-113,5	-107,6	-102,3	-80,6	-125,3	-117,6	-155,3	-176,5	-145,6	-54,3
120	-54,9	-52,6	-70,6	-49,6	-62,3	-85,3	-55,2	-51,2	-68,9	-58,9	-56,5	-45,3	-89,7	-88,5	-101,5	-132,1	-119,3	-39,5
180	-34,1	-34,8	-56,4	-31,2	-39,6	-51,2	-34,6	-35,1	-51,2	-39,4	-38,7	-31,2	-51,2	-52,3	-57,8	-87,6	-71,2	-28,7
240	-22,8	-26,5	-40,2	-23,2	-15,7	-38,5	-24,9	-28,2	-35,4	-31,2	-31,1	-22,0	-32,3	-34,3	-35,6	-51,2	-47,6	-21,2
300	-16,2	-17,8	-29,8	-15,4	-15,8	-25,6	-19,3	-21,8	-24,3	-23,1	-24,2	-18,3	-24,9	-25,9	-24,6	-32,8	-31,1	-17,6
360	-11,8	-13,5	-22,7	-11,1	-10,6	-16,7	-16,6	-17,4	-19,7	-18,5	-19,7	-14,6	-20,1	-21,5	-18,7	-25,7	-24,2	-12,1
420	-8,8	-11,3	-15,6	-7,6	-5,4	-10,6	-13,2	-14,3	-15,7	-14,7	-16,8	-11,2	-16,7	-17,1	-13,2	-19,6	-17,1	-8,4

Tab. P.4 Naměřené hodnoty resorpčních proudů u vzorků umístěných v peci po dobu 168 hodin

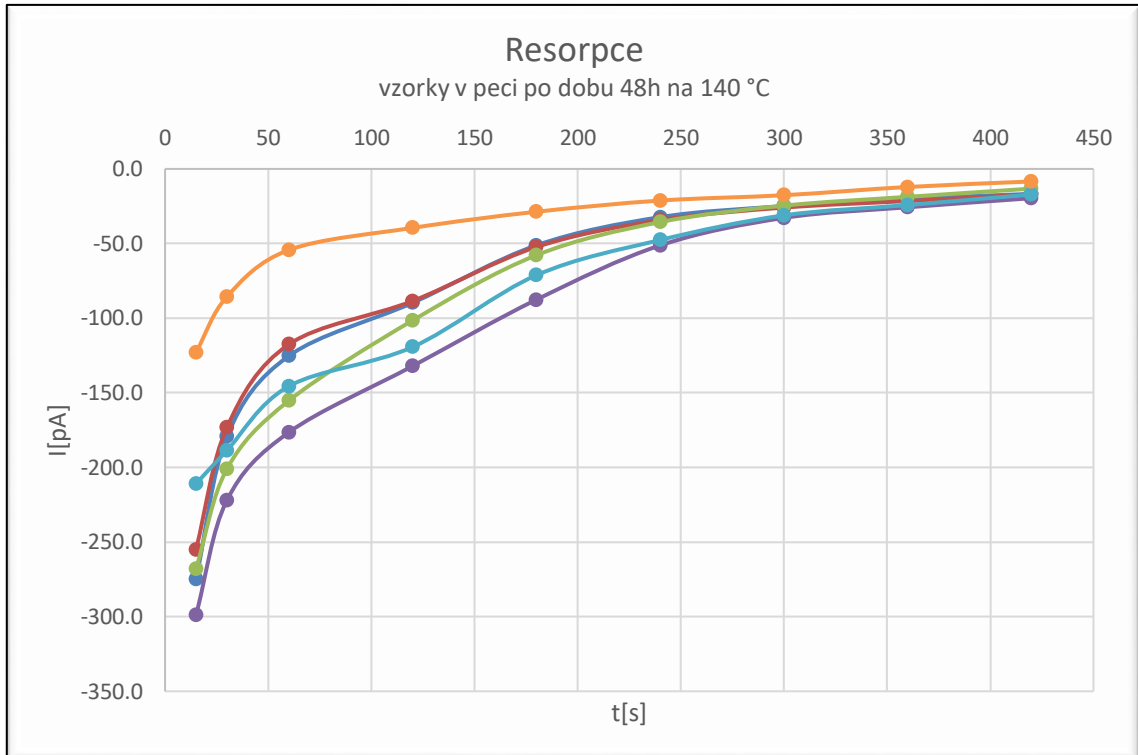
	vzorky v peci po dobu 168h na 60 °C						vzorky v peci po dobu 168h na 120 °C						vzorky v peci po dobu 168h na 140 °C					
t[s]	I[pA]						I[pA]						I[pA]					
15	-311,0	-232,0	-245,0	-288,0	-276,0	-325,0	-220,0	-123,4	-188,7	-117,3	-119,6	-154,6	-121,3	-145,8	-136,7	-189,6	-167,6	-139,9
30	-211,0	-165,7	-176,7	-201,0	-195,3	-263,0	-175,6	-106,5	-159,6	-88,7	-99,5	-120,1	-99,7	-125,4	-116,2	-155,5	-136,5	-118,7
60	-165,3	-102,3	-123,5	-156,3	-167,6	-207,0	-140,3	-89,7	-133,2	-71,8	-82,6	-98,7	-82,3	-107,6	-94,9	-131,7	-111,0	-102,3
120	-119,7	-76,7	-85,4	-118,7	-125,8	-151,9	-115,6	-72,3	-112,3	-59,3	-71,3	-81,2	-70,2	-92,1	-82,3	-112,5	-99,7	-88,9
180	-82,4	-59,7	-56,2	-91,2	-95,6	-110,3	-92,3	-58,6	-95,6	-48,6	-57,7	-69,7	-59,8	-76,2	-69,8	-101,0	-83,5	-73,4
240	-51,2	-44,9	-41,2	-60,0	-68,3	-71,2	-75,6	-47,6	-71,2	-40,3	-48,9	-62,5	-52,7	-59,8	-57,8	-88,3	-71,2	-55,6
300	-38,7	-32,1	-32,3	-41,7	-44,2	-53,0	-62,3	-34,9	-57,6	-36,4	-41,2	-57,8	-45,6	-51,7	-49,2	-70,1	-62,3	-48,7
360	-28,6	-26,7	-25,1	-34,5	-32,7	-41,2	-54,2	-31,2	-48,6	-32,1	-36,7	-52,4	-39,7	-45,4	-42,3	-59,8	-52,7	-41,2
420	-22,3	-18,3	-19,8	-24,7	-25,4	-32,3	-48,7	-28,7	-41,2	-29,6	-32,4	-48,7	-35,6	-40,1	-37,8	-49,6	-45,7	-36,2



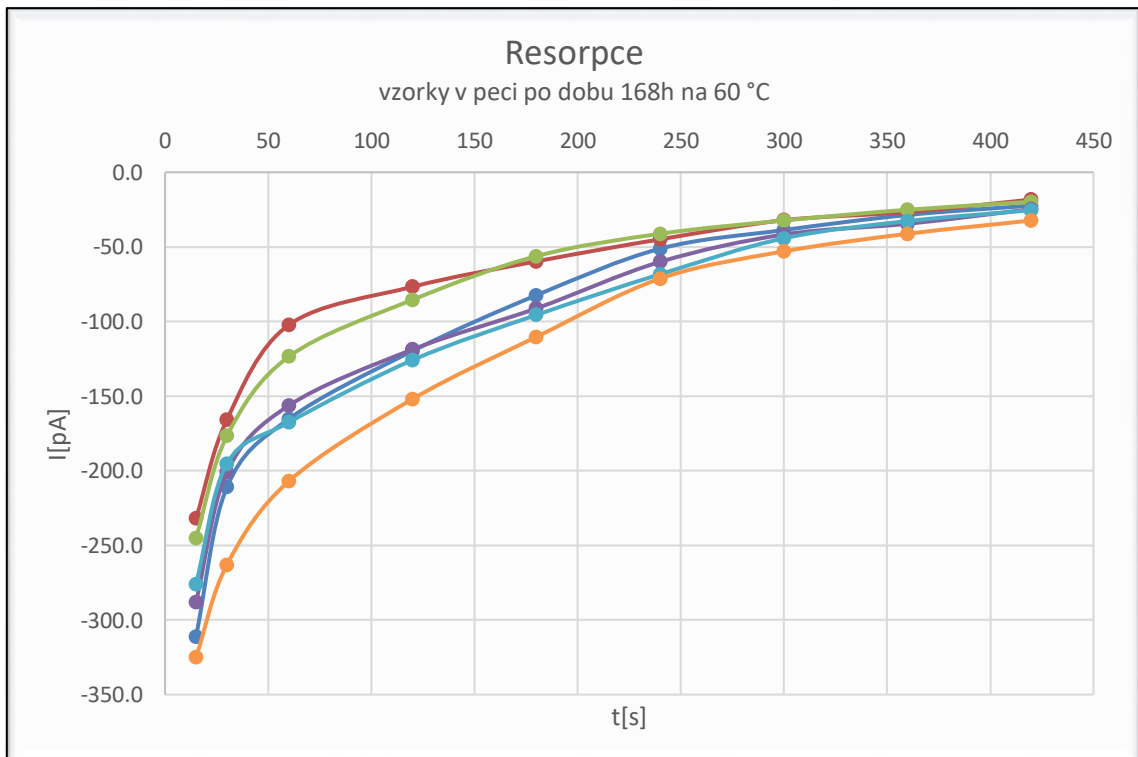
Obr. P.7 Resorpční proudy vzorků vystavených 60 °C po dobu 48 hodin



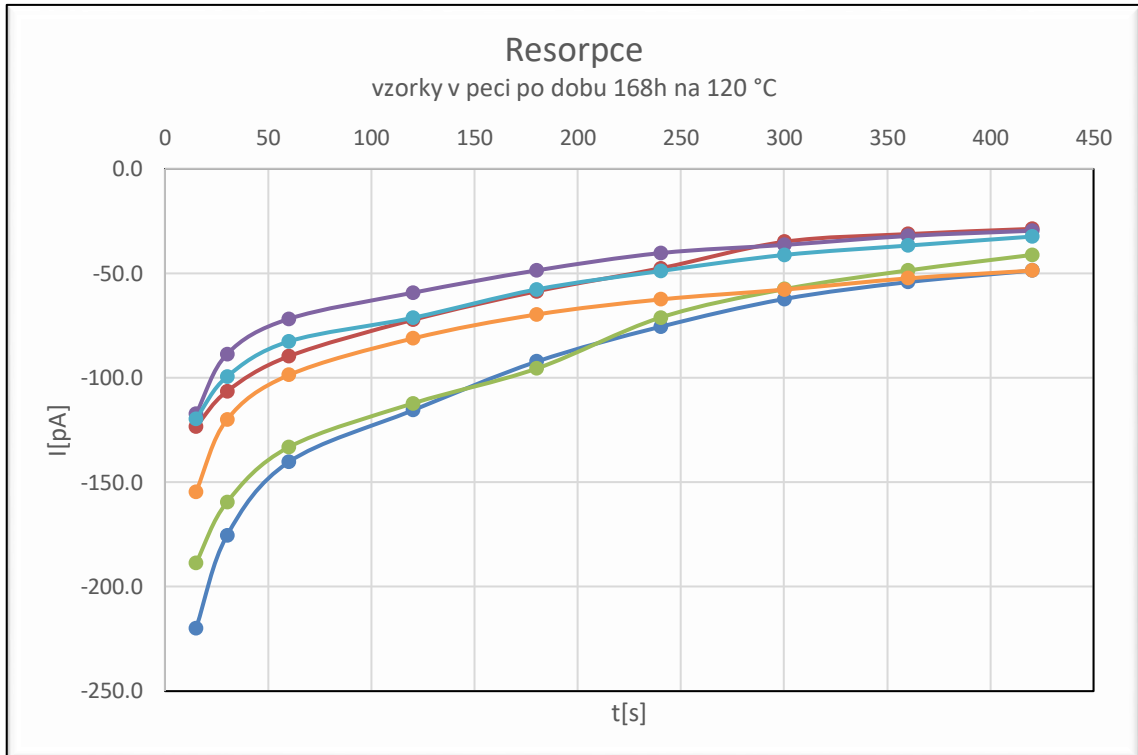
Obr. P.8 Resorpční proudy vzorků vystavených 120 °C po dobu 48 hodin



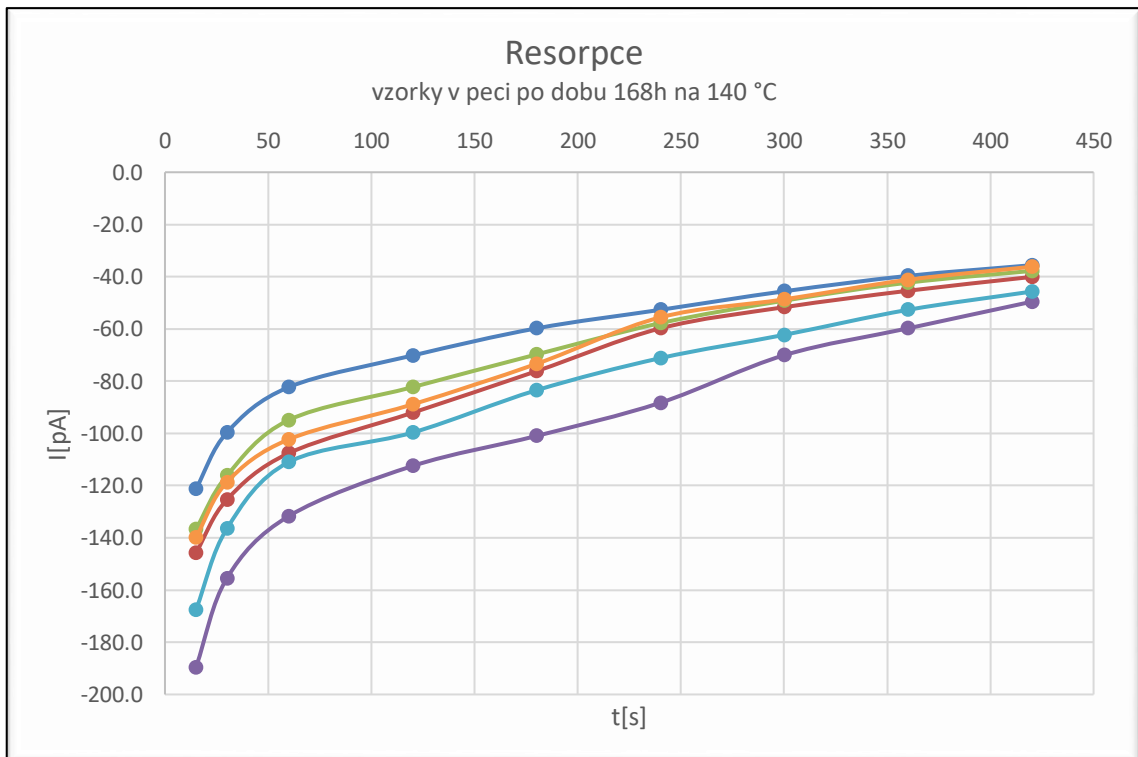
Obr. P.9 Resorpční proudy vzorků vystavených 140 °C po dobu 48 hodin



Obr. P.10 Resorpční proudy vzorků vystavených 60 °C po dobu 168 hodin



Obr. P.11 Resorpční proudy vzorků vystavených 120 °C po dobu 168 hodin



Obr. P.12 Resorpční proudy vzorků vystavených 140 °C po dobu 168 hodin

Příloha B - Vypočítané hodnoty vnitřního odporu a vnitřní rezistivity

Tab. P.5 Vypočítané hodnoty vnitřního odporu vzorků umístěných v peci po dobu 48 hodin

t[s]	vzorky v peci po dobu 48h na 600 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 120 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 140 °C					
	Rv[TΩ]						Rv[TΩ]						Rv[TΩ]					
15	0,78	1,27	0,68	0,90	1,16	1,19	0,95	1,29	1,19	1,08	1,06	1,19	1,10	1,56	1,42	1,50	1,35	1,27
30	1,47	2,10	1,05	1,63	2,12	2,08	1,29	2,06	1,56	1,46	1,54	1,74	1,39	1,82	1,74	1,74	1,75	1,56
60	3,54	3,85	1,84	2,84	3,58	3,70	1,91	3,18	2,01	2,35	2,16	2,69	1,79	2,26	2,04	2,39	2,55	1,95
120	4,42	4,89	2,36	3,75	4,46	4,19	2,16	3,75	2,17	2,61	2,37	2,96	1,98	2,49	2,37	2,66	2,90	2,09
180	5,26	5,93	2,83	4,60	5,01	4,60	2,49	4,14	2,37	2,89	2,56	3,19	2,19	2,71	2,60	2,87	3,13	2,24
240	6,08	6,87	3,33	5,48	6,05	5,25	2,80	4,60	2,56	3,31	2,80	3,46	2,43	2,89	2,79	3,10	3,48	2,39
300	6,96	7,91	3,74	6,23	7,31	6,51	3,07	5,02	2,80	3,65	3,13	3,78	2,60	3,10	3,08	3,40	3,87	2,56
360	8,03	9,12	4,34	7,14	8,74	8,29	3,30	5,45	3,05	4,05	3,46	4,19	2,80	3,35	3,35	3,65	4,24	2,73
420	8,82	11,82	4,82	7,91	10,18	10,22	3,57	6,03	3,30	4,50	3,83	4,59	2,87	3,61	3,59	3,92	4,70	2,90
480	10,29	14,45	5,35	8,59	11,31	12,14	3,85	6,51	3,57	4,94	4,17	5,00	3,10	3,89	3,78	4,17	5,02	3,10
540	11,66	18,25	6,16	9,40	12,95	14,08	4,15	7,12	3,89	5,42	4,60	5,62	3,25	4,18	3,95	4,41	5,29	3,28
600	13,23	22,83	7,13	10,04	14,84	16,03	4,45	7,67	4,20	5,87	5,09	6,16	3,44	4,42	4,11	4,65	5,57	3,47
660	15,48	27,32	7,97	10,85	16,72	17,54	4,73	8,09	4,50	6,20	5,39	6,54	3,62	4,61	4,27	4,88	5,84	3,63
720	17,48	31,85	9,16	11,71	19,08	18,59	5,01	8,68	4,74	6,58	5,68	6,97	3,77	4,80	4,45	5,06	6,08	3,81
780	19,01	38,46	10,35	12,76	21,28	20,16	5,24	9,23	5,00	6,96	5,91	7,42	3,92	4,96	4,61	5,41	6,27	3,96
840	20,66	42,37	11,57	13,66	23,81	21,46	5,54	9,60	5,17	7,43	6,16	7,79	4,06	5,12	4,77	5,62	6,44	4,10
900	22,03	45,87	12,76	14,41	25,13	22,52	5,79	9,84	5,43	7,73	6,35	8,17	4,17	5,24	4,89	5,84	6,65	4,24

Tab. P.6 Vypočítané hodnoty vnitřního odporu vzorků umístěných v peci po dobu 168 hodin

čas t [s]	vzorky v peci po dobu 48h na 60 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 120 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 140 °C					
	Rv[TΩ]						Rv[TΩ]						Rv[TΩ]					
15	1,35	1,22	1,95	1,31	1,21	1,00	1,82	1,68	1,61	1,85	1,97	1,92	2,55	2,18	2,05	2,37	2,02	1,92
30	1,74	1,63	2,29	1,89	1,62	1,36	2,02	1,92	1,97	2,12	2,26	2,16	2,81	2,54	2,28	2,53	2,18	2,12
60	2,49	2,24	2,81	2,80	2,29	1,82	2,26	2,37	2,67	2,56	2,67	2,50	2,95	2,99	2,64	2,72	2,35	2,42
120	2,71	2,38	3,12	3,06	2,42	2,13	2,40	2,52	2,82	2,70	2,82	2,64	3,05	3,10	2,72	2,78	2,52	2,52
180	2,88	2,50	3,49	3,31	2,52	2,40	2,53	2,64	3,00	2,84	2,95	2,80	3,15	33,33	2,78	2,85	2,65	2,61
240	3,08	2,69	3,82	3,63	2,69	2,64	2,68	2,74	3,17	2,98	3,08	2,95	3,28	3,20	2,85	2,92	2,79	2,69
300	3,15	2,91	4,21	3,98	2,85	2,82	2,79	2,83	3,36	3,14	3,20	3,07	3,39	3,31	2,91	2,99	2,90	2,79
360	3,41	3,10	4,69	4,42	2,99	3,03	2,88	2,92	3,54	3,28	3,30	3,19	3,48	3,41	2,96	3,06	2,99	2,87
420	3,71	3,27	5,11	4,78	3,13	3,34	2,99	3,00	3,69	3,41	3,41	3,31	3,63	3,52	3,02	3,14	3,06	2,95
480	3,98	3,43	5,47	5,15	3,27	3,61	3,10	3,10	3,88	3,58	3,51	3,41	3,75	3,60	3,08	3,21	3,14	3,02
540	4,29	3,61	5,84	5,50	3,41	3,88	3,21	3,22	4,06	3,75	3,61	3,51	3,89	3,69	3,13	3,28	3,21	3,07
600	4,65	3,81	6,31	5,88	3,60	4,13	3,33	3,34	4,23	3,92	3,78	3,60	4,01	3,77	3,20	3,34	3,28	3,13
660	4,99	4,09	6,63	6,23	3,84	4,28	3,41	3,44	4,37	4,09	3,85	3,71	4,13	3,84	3,27	3,42	3,34	3,20
720	5,27	4,34	7,13	6,57	4,04	4,46	3,51	3,54	4,50	4,20	3,95	3,81	4,21	3,90	3,31	3,49	3,41	3,29
780	5,55	4,52	7,49	6,87	4,24	4,60	3,58	3,64	4,60	4,28	4,03	3,92	4,28	3,95	3,34	3,53	3,47	3,34
840	5,77	4,71	7,91	7,23	4,44	4,78	3,65	3,75	4,73	4,38	4,07	4,02	4,34	4,00	3,39	3,58	3,52	3,40
900	6,01	4,91	8,21	7,53	4,66	4,96	3,73	3,85	4,84	4,43	4,16	4,13	4,38	4,03	3,42	3,62	3,58	3,44

Tab. P.7 Vypočítané hodnoty vnitřní resistivity vzorků umístěných v peci po dobu 48 hodin

čas	vzorky v peci po dobu 48h na 60 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 120 °C						vzorky v peci po dobu 48h na 140 °C					
t[s]	$\rho_v[\text{T}\Omega]$						$\rho_v[\text{T}\Omega]$						$\rho_v[\text{T}\Omega]$					
15	3,10	5,00	2,70	3,57	4,59	4,69	3,77	5,09	4,69	4,25	4,18	4,71	4,33	6,17	5,61	5,91	5,32	5,00
30	5,79	8,29	4,13	6,45	8,36	8,23	5,10	8,12	6,15	5,77	6,07	6,88	5,50	7,20	6,85	6,88	6,93	6,15
60	13,98	15,21	7,28	11,21	14,12	14,59	7,53	12,57	7,93	9,27	8,51	10,64	7,05	8,93	8,06	9,45	10,05	7,71
120	17,44	19,30	9,33	14,80	17,59	16,55	8,51	14,80	8,58	10,32	9,36	11,70	7,80	9,82	9,36	10,48	11,45	8,26
180	20,76	23,42	11,19	18,18	19,78	18,16	9,82	16,36	9,36	11,40	10,11	12,59	8,66	10,69	10,27	11,31	12,37	8,85
240	23,99	27,12	13,14	21,65	23,90	20,74	11,07	18,14	10,09	13,06	11,07	13,66	9,58	11,42	11,03	12,25	13,76	9,45
300	27,49	31,24	14,78	24,58	28,86	25,70	12,13	19,82	11,05	14,43	12,37	14,91	10,27	12,24	12,16	13,41	15,27	10,09
360	31,69	36,02	17,14	28,20	34,51	32,74	13,02	21,50	12,05	16,00	13,67	16,55	11,05	13,23	13,21	14,42	16,76	10,76
420	34,82	46,67	19,04	31,24	40,21	40,37	14,08	23,81	13,05	17,79	15,12	18,13	11,33	14,24	14,16	15,47	18,57	11,46
480	40,62	57,06	21,14	33,92	44,66	47,92	15,20	25,70	14,08	19,51	16,48	19,72	12,25	15,34	14,91	16,48	19,80	12,25
540	46,02	72,05	24,31	37,11	51,14	55,61	16,37	28,12	15,34	21,39	18,16	22,21	12,84	16,51	15,59	17,42	20,87	12,96
600	52,23	90,14	28,16	39,64	58,58	63,27	17,58	30,28	16,58	23,17	20,08	24,31	13,60	17,44	16,22	18,36	21,98	13,69
660	61,12	107,88	31,49	42,82	66,02	69,27	18,66	31,94	17,75	24,49	21,30	25,81	14,28	18,21	16,86	19,28	23,06	14,35
720	69,03	125,74	36,16	46,23	75,35	73,39	19,78	34,27	18,73	25,98	22,41	27,53	14,88	18,95	17,58	19,98	24,02	15,05
780	75,06	151,86	40,87	50,36	84,01	79,60	20,69	36,42	19,72	27,49	23,33	29,29	15,47	19,58	18,21	21,37	24,74	15,62
840	81,58	167,30	45,70	53,94	94,01	84,73	21,89	37,89	20,39	29,33	24,31	30,75	16,02	20,23	18,82	22,21	25,44	16,19
900	86,97	181,11	50,36	56,89	99,20	88,93	22,85	38,86	21,43	30,51	25,08	32,26	16,48	20,69	19,32	23,06	26,25	16,76

Tab. P.8 Vypočítané hodnoty vnitřní resistivity vzorků umístěných v peci po dobu 168 hodin

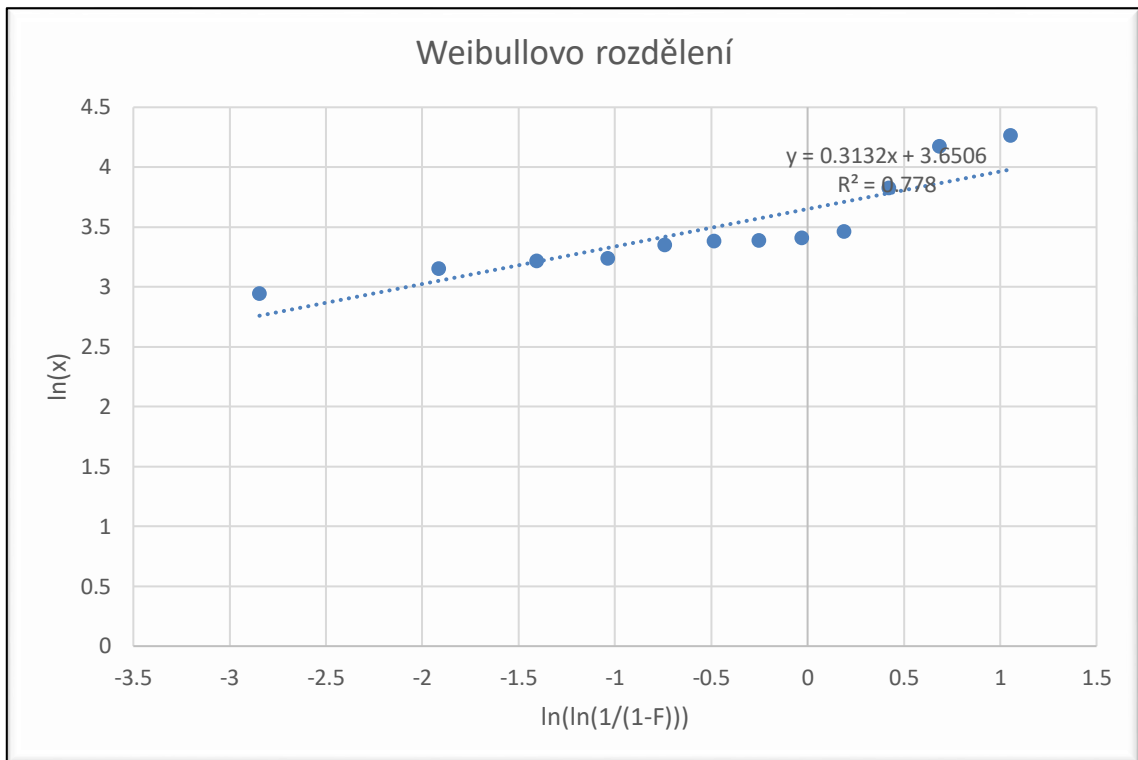
čas	vzorky v peci po dobu 168h na 60 °C						vzorky v peci po dobu 168h na 120 °C						vzorky v peci po dobu 168h na 140 °C					
t[s]	$\rho_v[\text{T}\Omega]$						$\rho_v[\text{T}\Omega]$						$\rho_v[\text{T}\Omega]$					
15	5,32	4,81	7,71	5,18	4,78	3,96	7,18	6,62	6,35	7,28	7,77	7,56	10,09	8,62	8,09	9,36	7,99	7,56
30	6,88	6,43	9,06	7,45	6,41	5,35	7,99	7,56	7,77	8,36	8,93	8,51	11,10	10,04	9,01	9,99	8,62	8,36
60	9,82	8,85	11,08	11,05	9,06	7,18	8,93	9,36	10,53	10,11	10,54	9,87	11,64	11,81	10,43	10,73	9,27	9,54
120	10,69	9,40	12,32	12,09	9,54	8,40	9,49	9,94	11,12	10,66	11,15	10,43	12,05	12,24	10,72	10,99	9,96	9,95
180	11,38	9,89	13,79	13,06	9,96	9,49	9,98	10,44	11,84	11,20	11,64	11,05	12,45	131,61	10,98	11,26	10,47	10,32
240	12,17	10,64	15,09	14,33	10,60	10,41	10,60	10,83	12,53	11,76	12,17	11,64	12,96	12,63	11,26	11,53	11,00	10,64
300	12,42	11,48	16,63	15,72	11,25	11,12	11,00	11,17	13,26	12,39	12,64	12,13	13,37	13,06	11,48	11,79	11,44	11,00
360	13,46	12,25	18,54	17,44	11,79	11,96	11,37	11,53	13,98	12,94	13,05	12,60	13,76	13,46	11,70	12,10	11,81	11,33
420	14,63	12,92	20,19	18,87	12,37	13,18	11,82	11,86	14,56	13,45	13,46	13,06	14,32	13,89	11,92	12,42	12,09	11,66
480	15,72	13,56	21,60	20,35	12,92	14,24	12,24	12,25	15,32	14,12	13,87	13,45	14,82	14,22	12,16	12,66	12,40	11,91
540	16,93	14,24	23,06	21,72	13,46	15,32	12,69	12,70	16,01	14,80	14,26	13,86	15,35	14,56	12,35	12,96	12,69	12,12
600	18,36	15,05	24,89	23,20	14,23	16,29	13,14	13,17	16,69	15,47	14,91	14,23	15,82	14,88	12,62	13,19	12,96	12,35
660	19,70	16,15	26,18	24,58	15,16	16,92	13,47	13,59	17,27	16,14	15,21	14,67	16,29	15,17	12,90	13,48	13,17	12,63
720	20,82	17,12	28,16	25,94	15,93	17,59	13,87	13,98	17,75	16,58	15,58	15,06	16,60	15,40	13,06	13,79	13,45	12,97
780	21,91	17,85	29,55	27,12	16,76	18,14	14,13	14,38	18,16	16,92	15,89	15,47	16,90	15,61	13,18	13,92	13,69	13,20
840	22,80	18,59	31,24	28,53	17,52	18,87	14,43	14,80	18,69	17,29	16,09	15,88	17,14	15,78	13,37	14,14	13,91	13,41
900	23,73	19,39	32,42	29,73	18,38	19,58	14,72	15,21	19,09	17,50	16,41	16,29	17,30	15,92	13,50	14,27	14,13	13,59

Příloha C – Naměřené hodnoty tloušťky vzorků

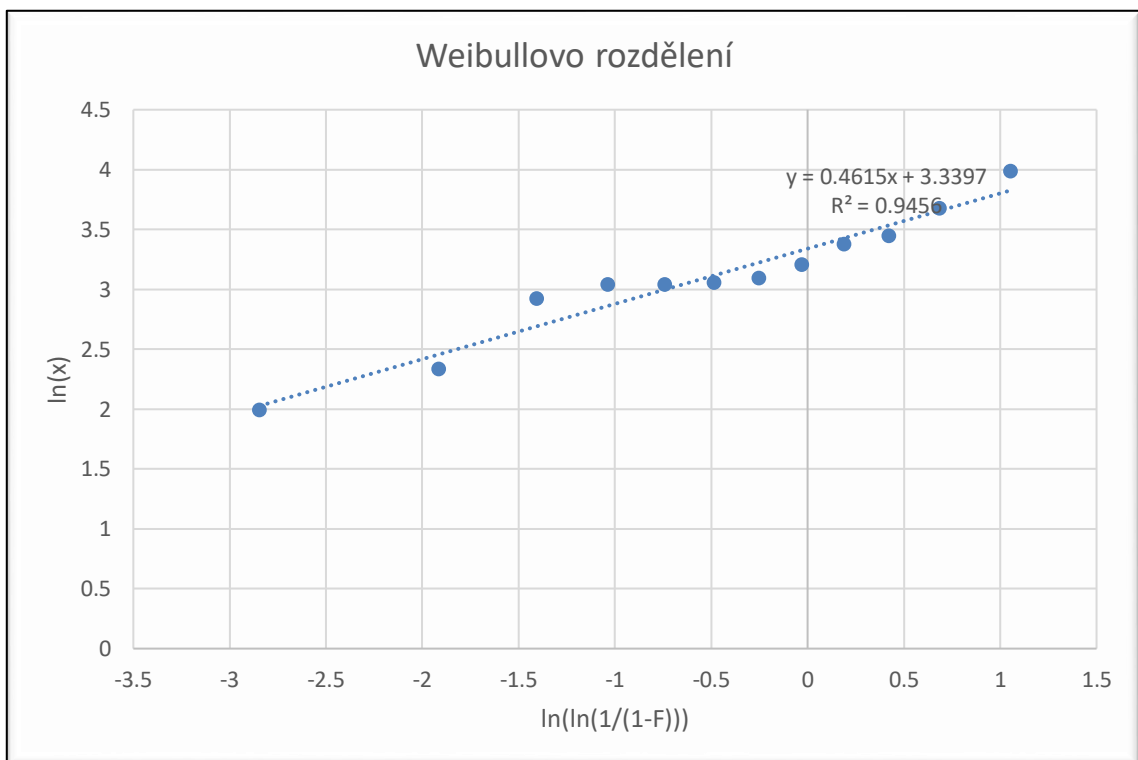
Tab. P.9 Naměřené hodnoty tloušťky vzorků

vzorek	tloušťka vzorku (mm)									ø (mm)
1	0,565	0,58	0,586	0,572	0,571	0,579	0,58	0,577	0,574	0,576
2	0,567	0,583	0,581	0,574	0,587	0,579	0,566	0,587	0,579	0,578
3	0,57	0,569	0,563	0,573	0,583	0,574	0,573	0,589	0,575	0,574
4	0,541	0,587	0,589	0,586	0,582	0,583	0,572	0,572	0,564	0,575
5	0,574	0,591	0,586	0,585	0,596	0,592	0,583	0,59	0,595	0,588
6	0,584	0,598	0,595	0,588	0,594	0,592	0,589	0,578	0,59	0,590

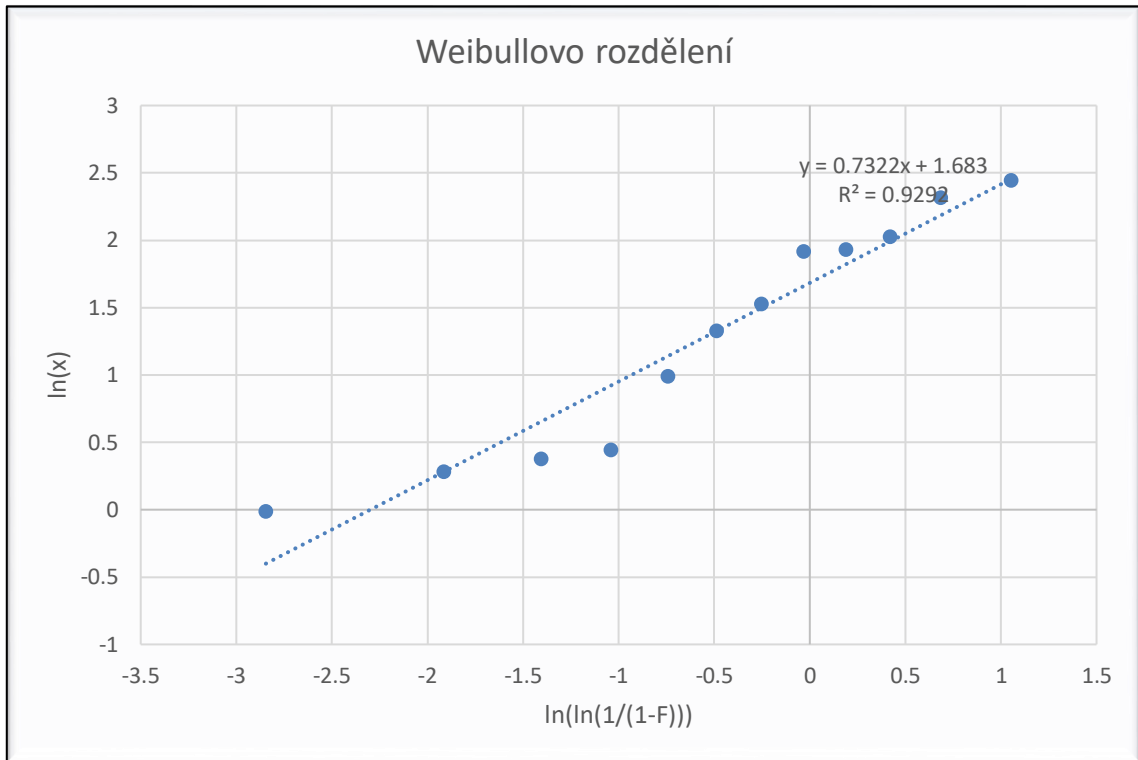
**Příloha D – Změřené hodnoty dob do průrazu a dopočítané statistické
charakteristiky**



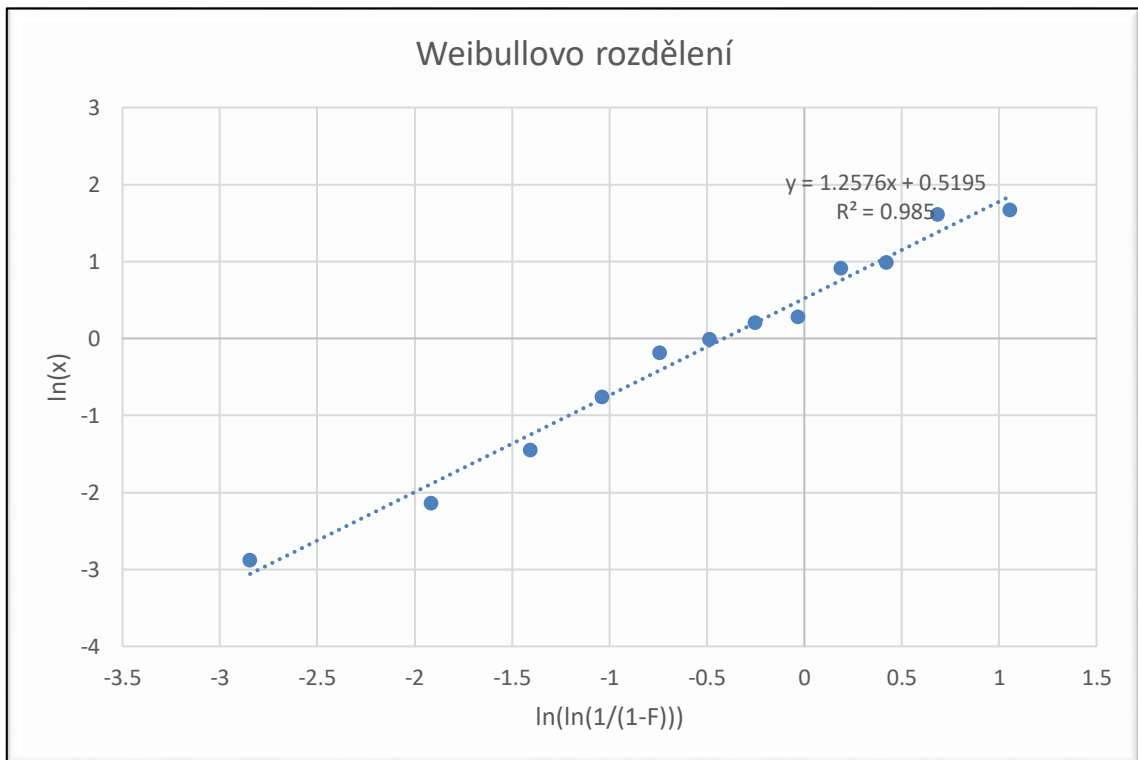
Obr. P.13 Odhad parametrů Weibullova rozdělení pro napětí 4kV



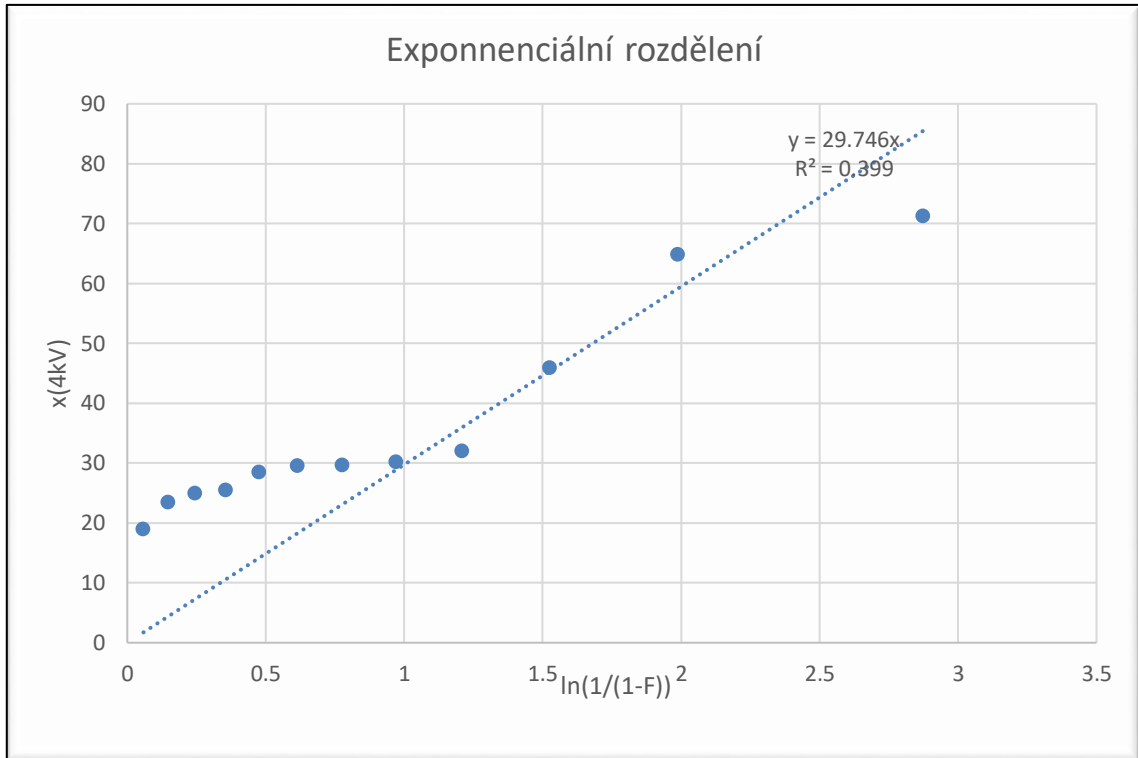
Obr. P.14 Odhad parametrů Weibullova rozdělení pro napětí 4,5kV



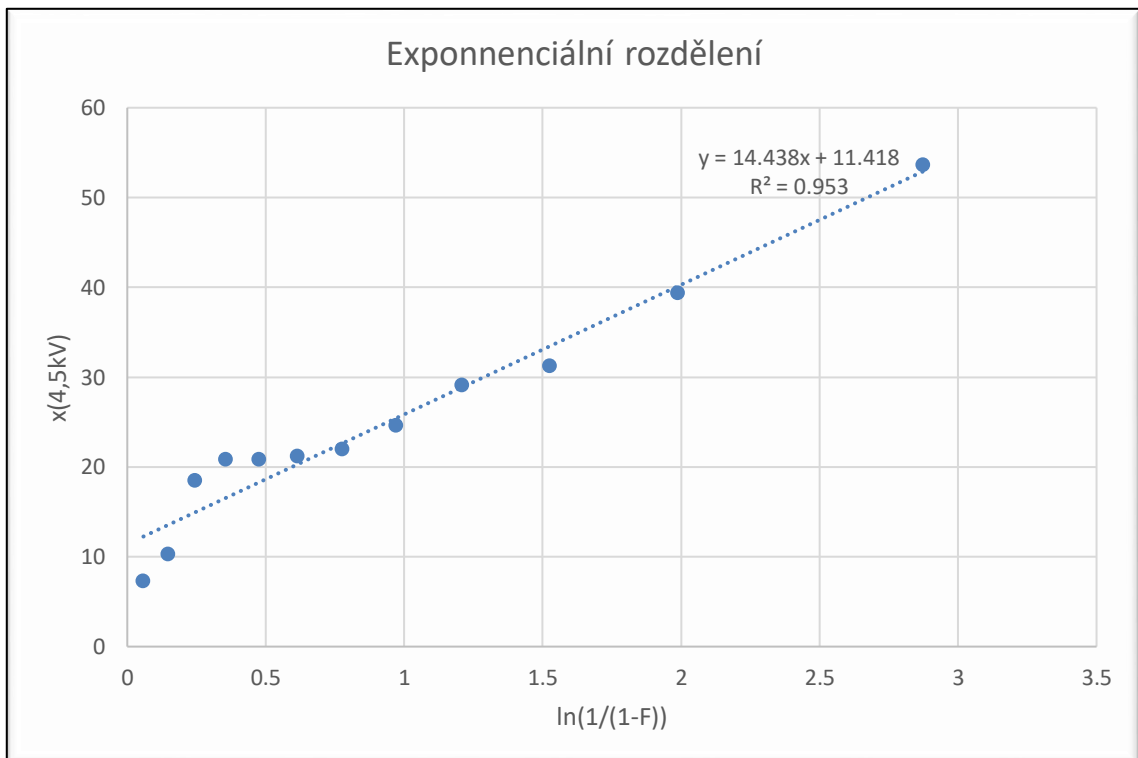
Obr. P.15 Odhad parametrů Weibullova rozdělení pro napětí 5kV



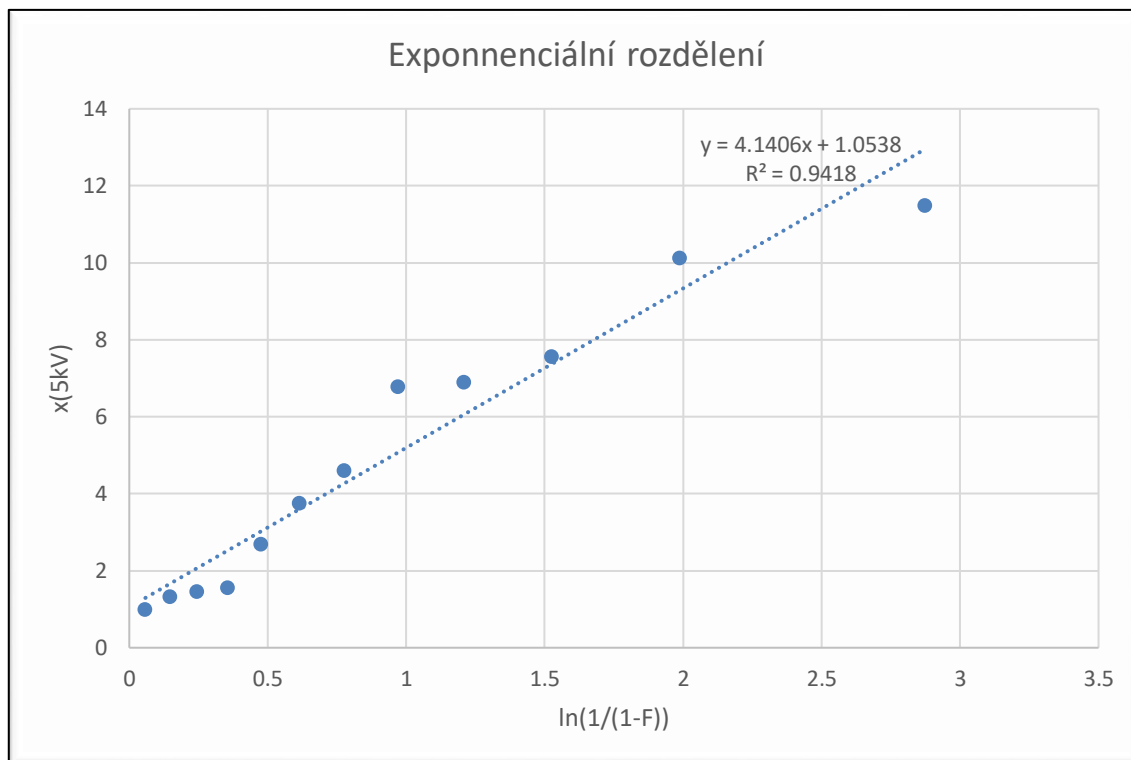
Obr. P.16 Odhad parametrů Weibullova rozdělení pro napětí 5,5kV



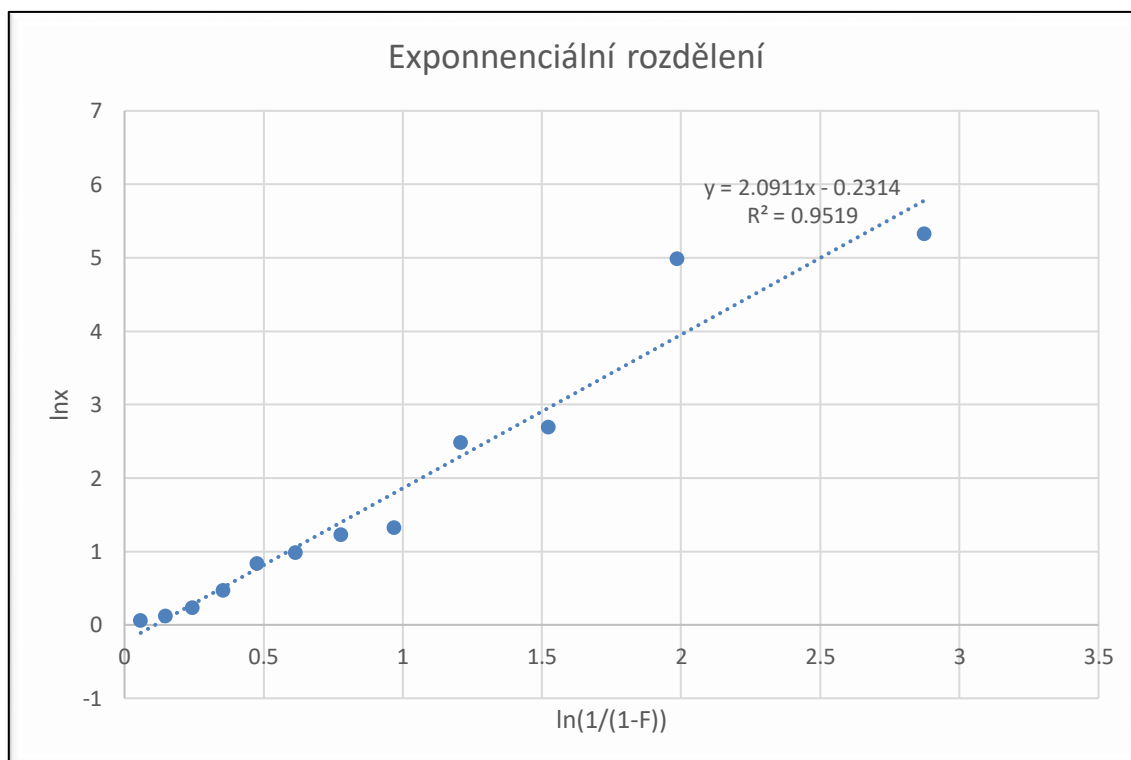
Obr. P.17 Odhad parametrů exponenciálního rozdělení pro napětí 4kV



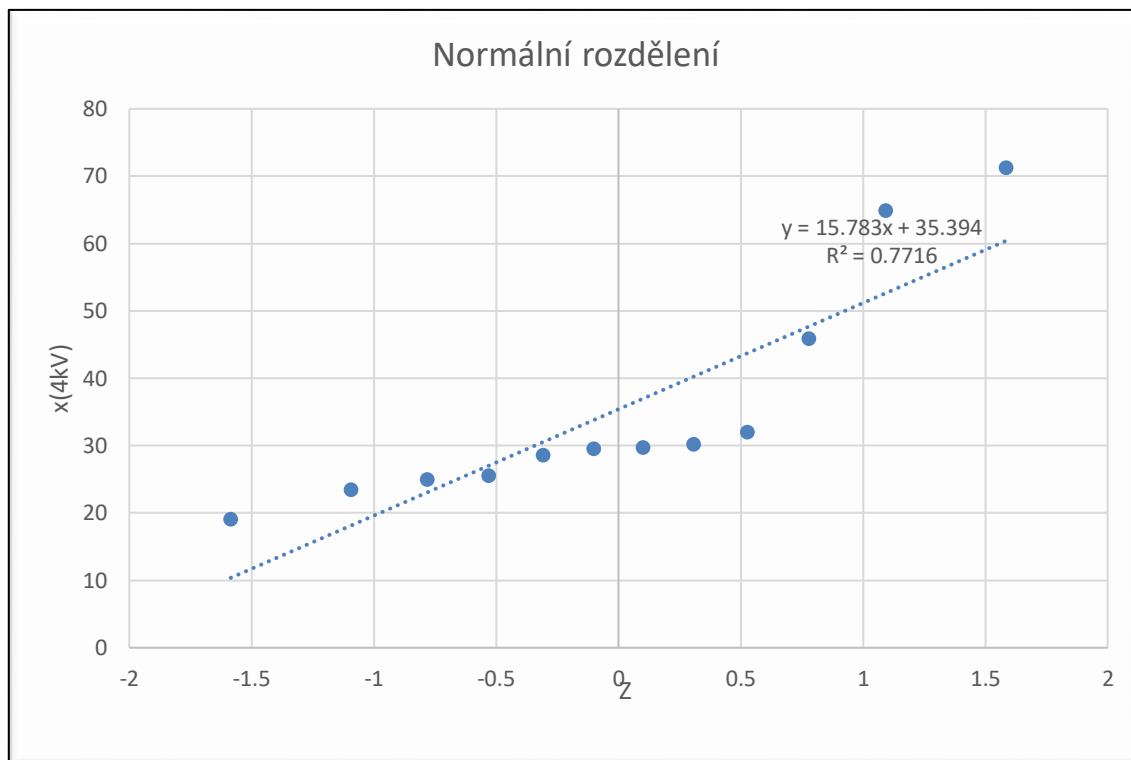
Obr. P.18 Odhad parametrů exponenciálního rozdělení pro napětí 4,5kV



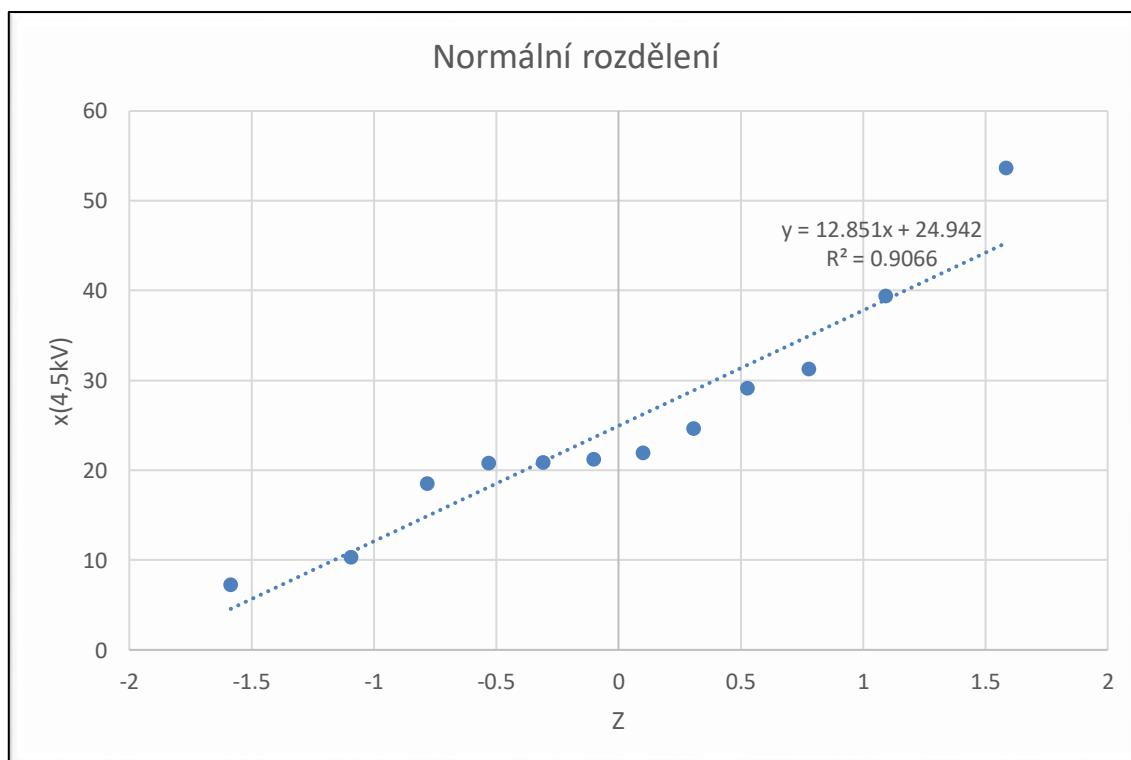
Obr. P.19 Odhad parametrů exponenciálního rozdělení pro napětí 5kV



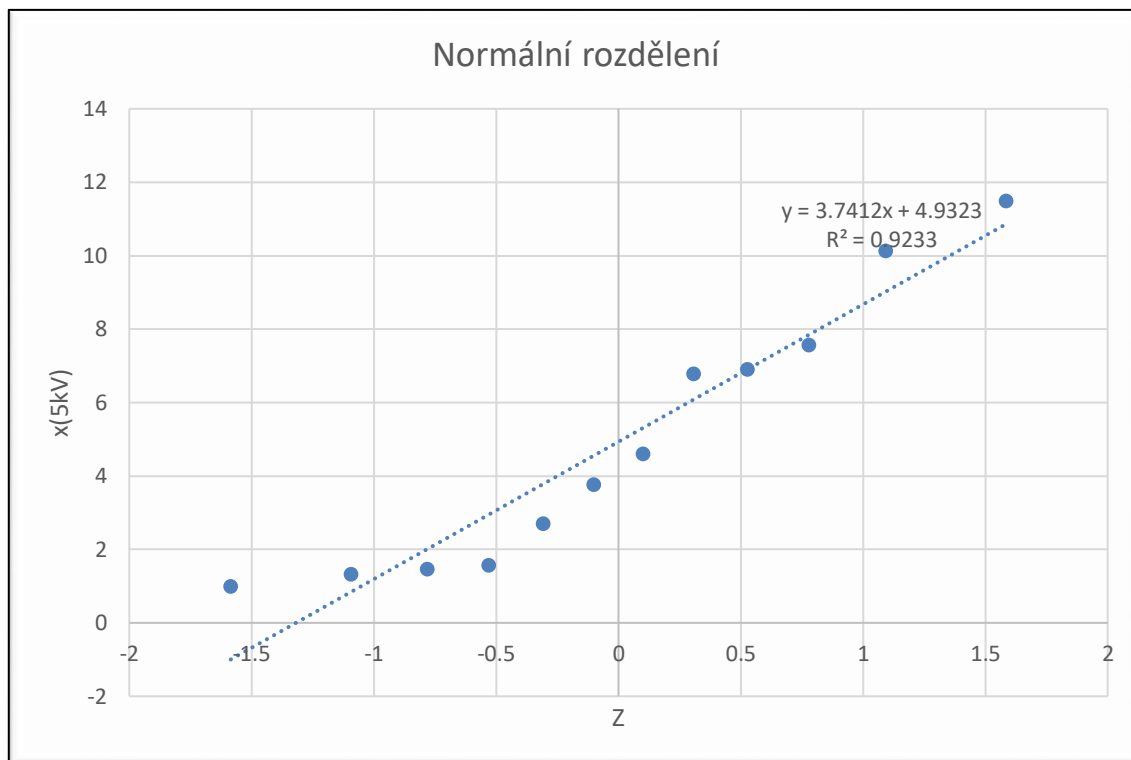
Obr. P.20 Odhad parametrů exponenciálního rozdělení pro napětí 5,5kV



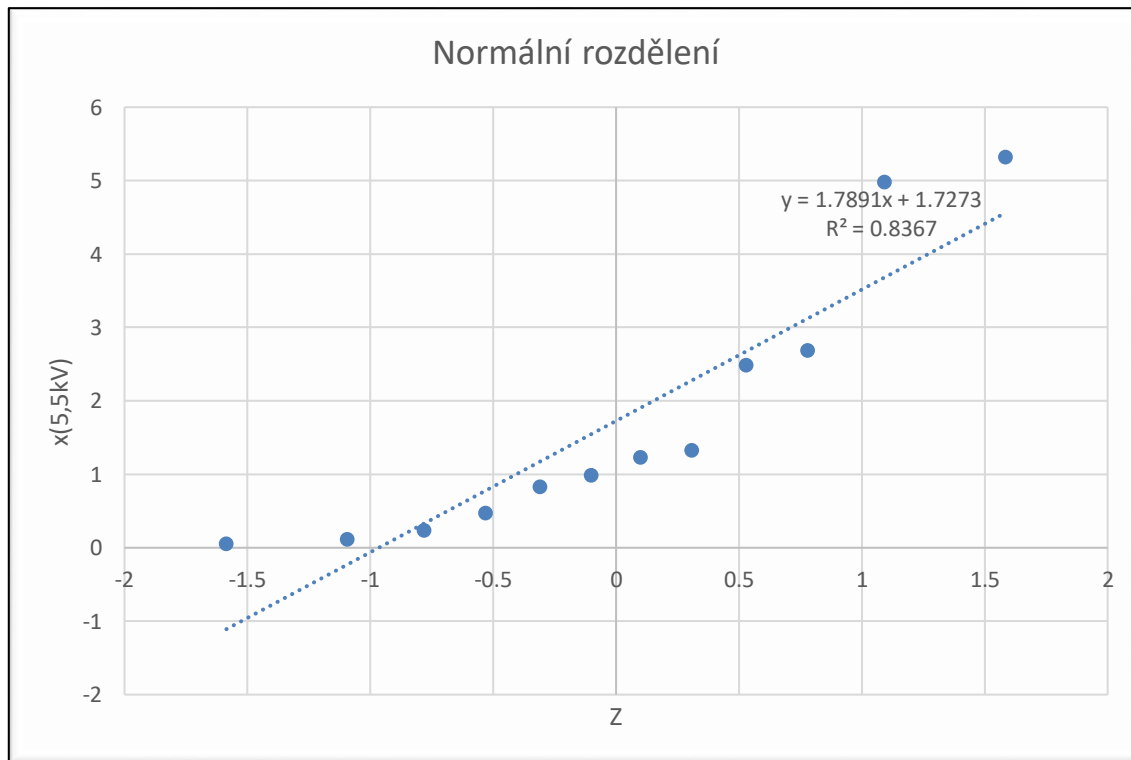
Obr. P.21 Odhad parametrů normálního rozdělení pro napětí 4kV



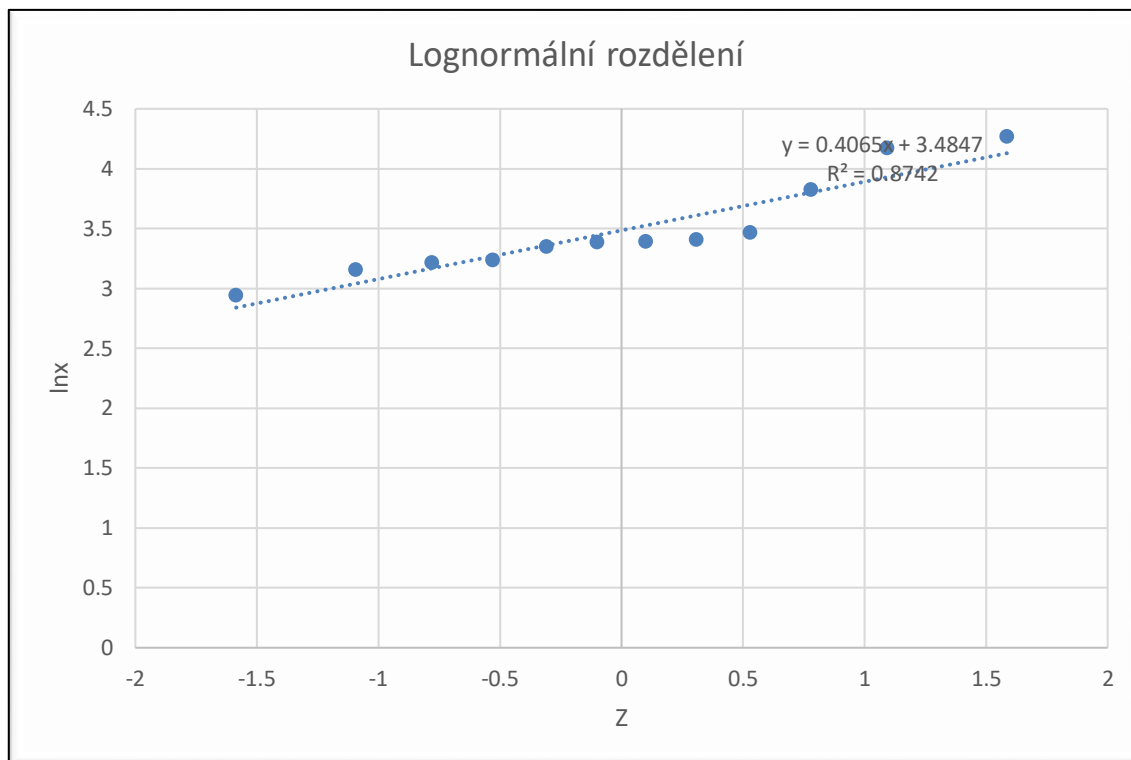
Obr. P.22 Odhad parametrů normálního rozdělení pro napětí 4,5kV



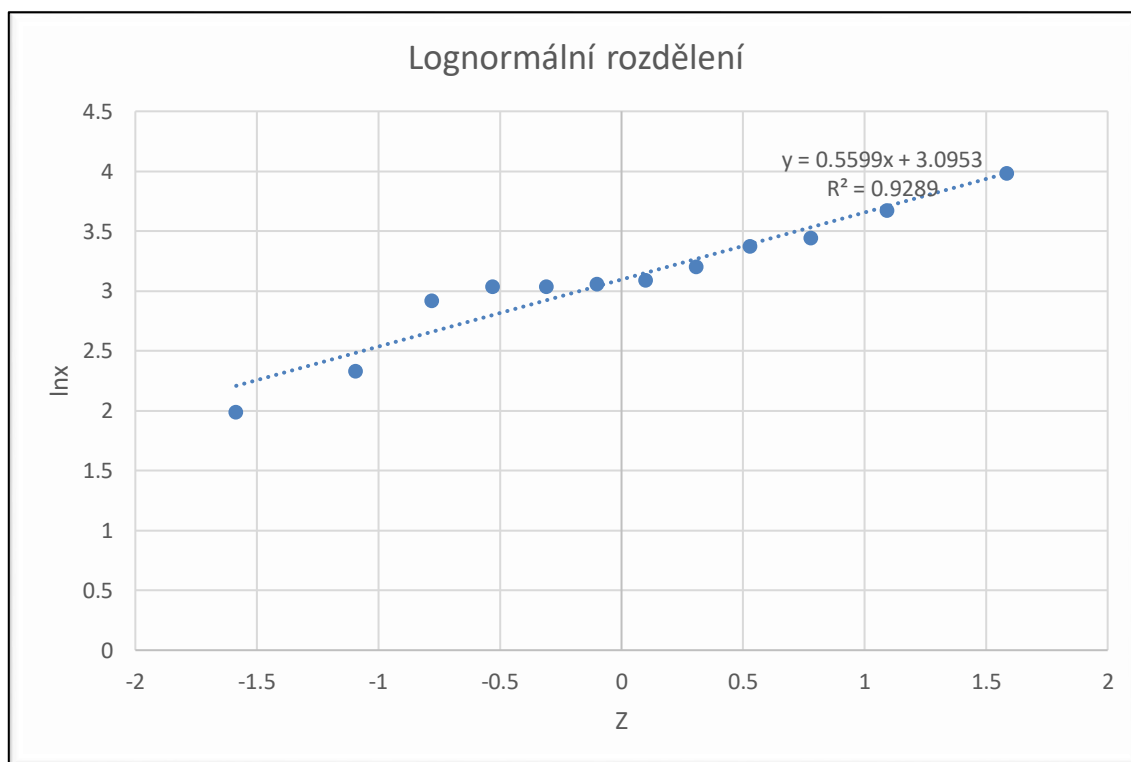
Obr. P.23 Odhad parametrů normálního rozdělení pro napětí 5kV



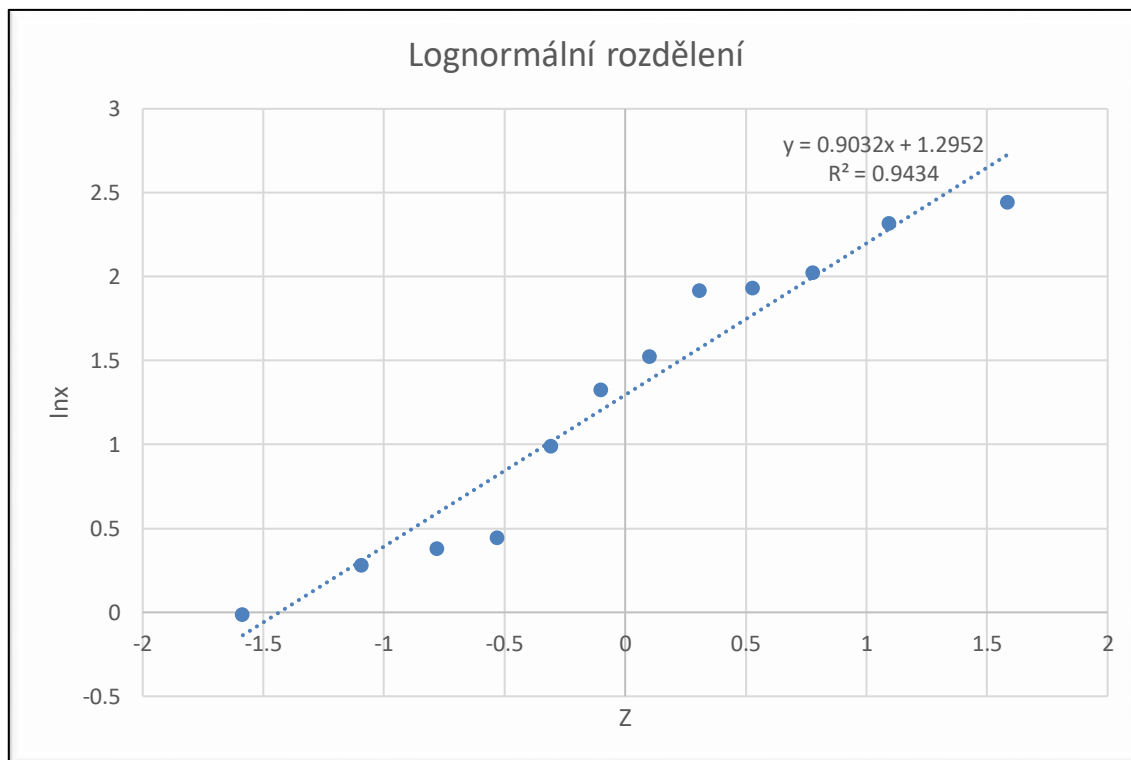
Obr. P.24 Odhad parametrů normálního rozdělení pro napětí 5,5kV



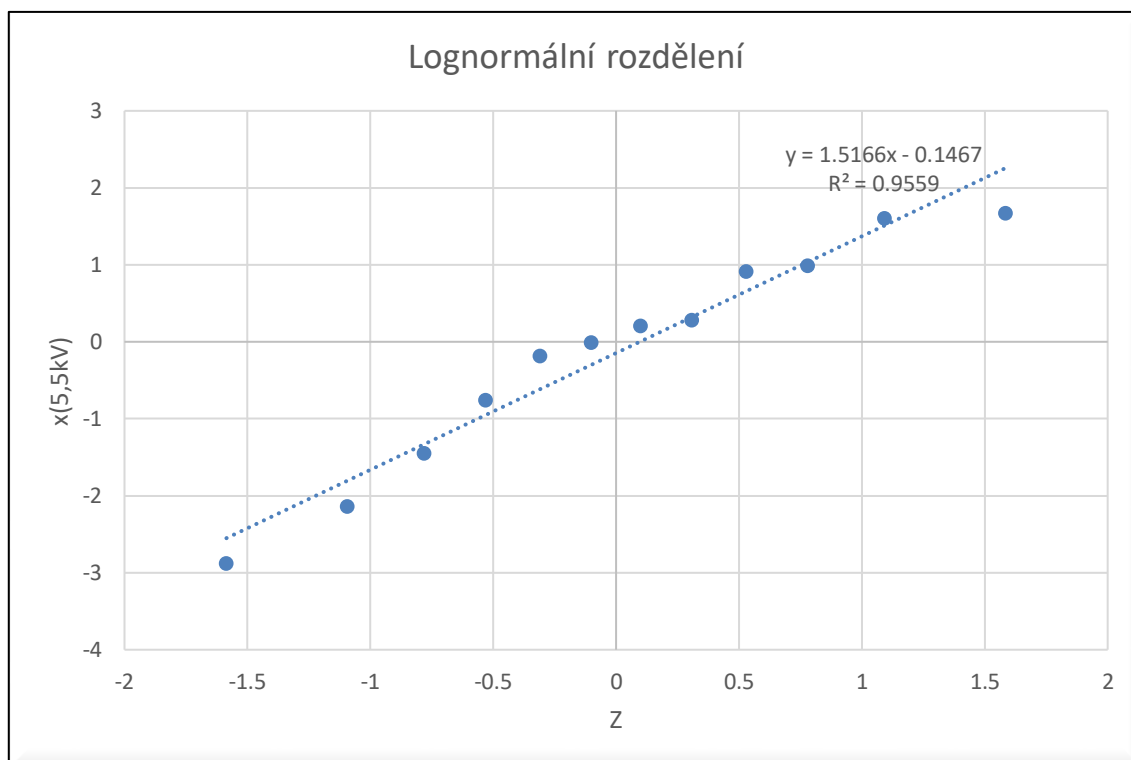
Obr. P.25 Odhad parametrů lognormálního rozdělení pro napětí 4kV



Obr. P.26 Odhad parametrů lognormálního rozdělení pro napětí 4,5kV



Obr. P.27 Odhad parametrů lognormálního rozdělení pro napětí 5kV

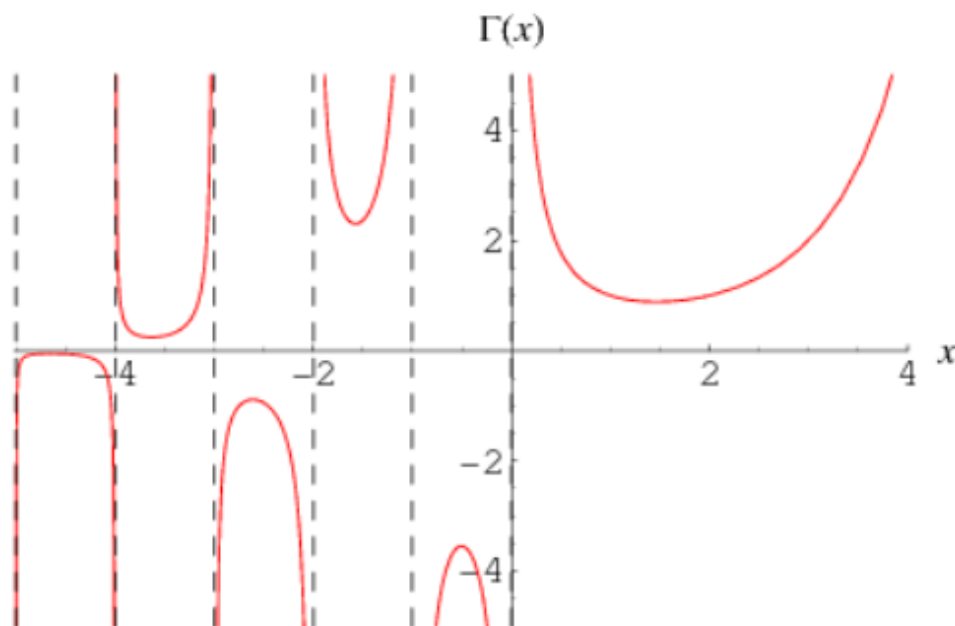


Obr. P.28 Odhad parametrů lognormálního rozdělení pro napětí 5,5kV

Příloha E – Funkce gamma

Funkce Gamma je definována jako rozšíření faktoriálu pro obor komplexních a reálných čísel. Není definována pro celá záporná čísla a 0. Používá se ve statistice pro popis některých rozdělení. Vztah Gamma funkce je [40], [41]:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} \cdot e^{-t} dt = 2 \int_0^{\infty} t^{2z-1} \cdot e^{-t^2} dt \quad (\text{P.1})$$



Obr. P.29 Průběh Gamma funkce pro reálná čísla (převzato z [41])

Horní nekompletní funkce Gamma je definována jako [40], [42]:

$$\Gamma(a, x) = \int_x^{\infty} t^{a-1} \cdot e^{-t} dt \quad (\text{P.2})$$

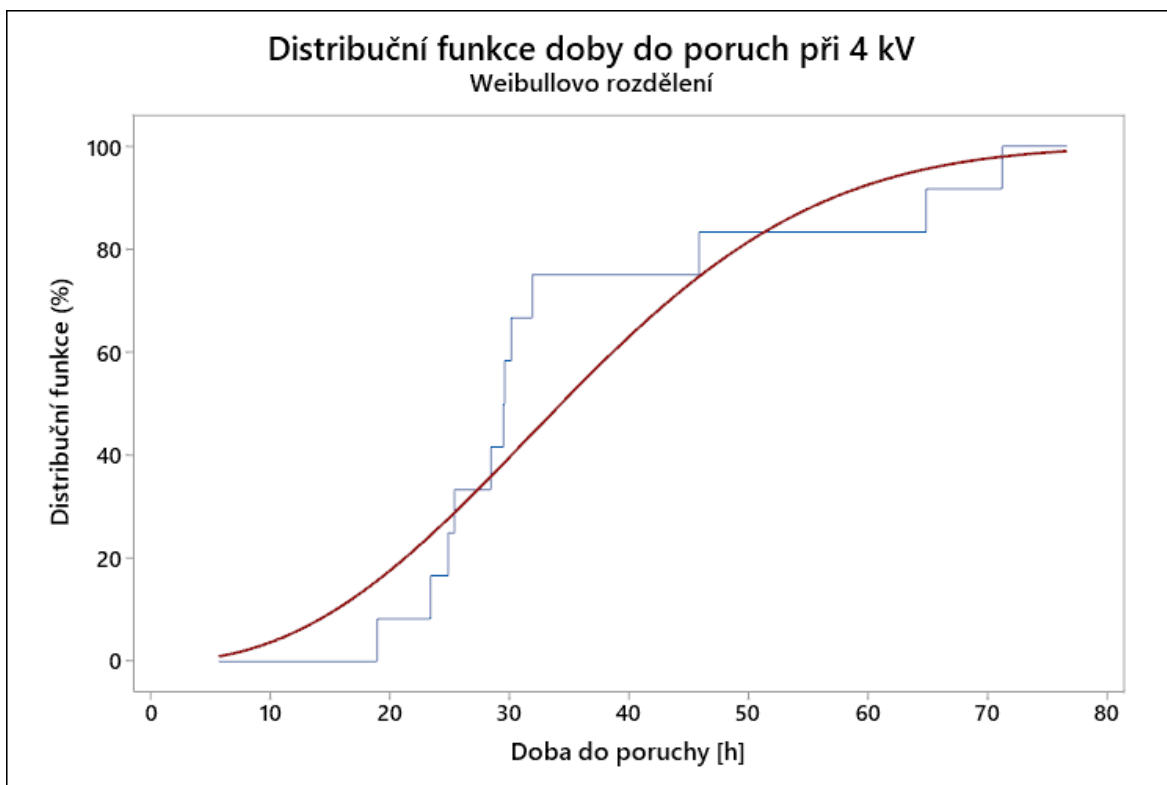
Dolní nekompletní funkce Gamma je definována jako [40], [42]:

$$\gamma(a, x) = \int_0^x t^{a-1} \cdot e^{-t} dt \quad (\text{P.3})$$

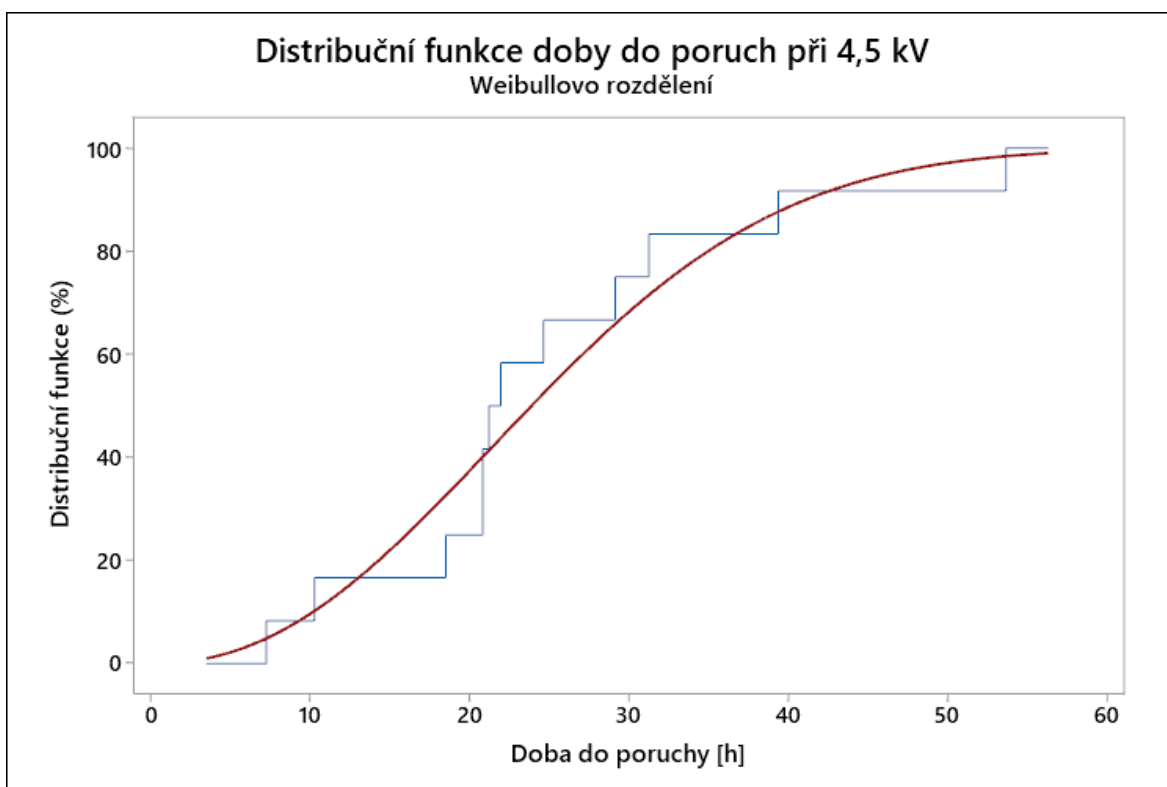
Součet dolní a horní nekompletní Gamma funkce rovná funkci Gamma [40], [42]:

$$\Gamma(a, x) + \gamma(a, x) = \Gamma(a) \quad (\text{P.4})$$

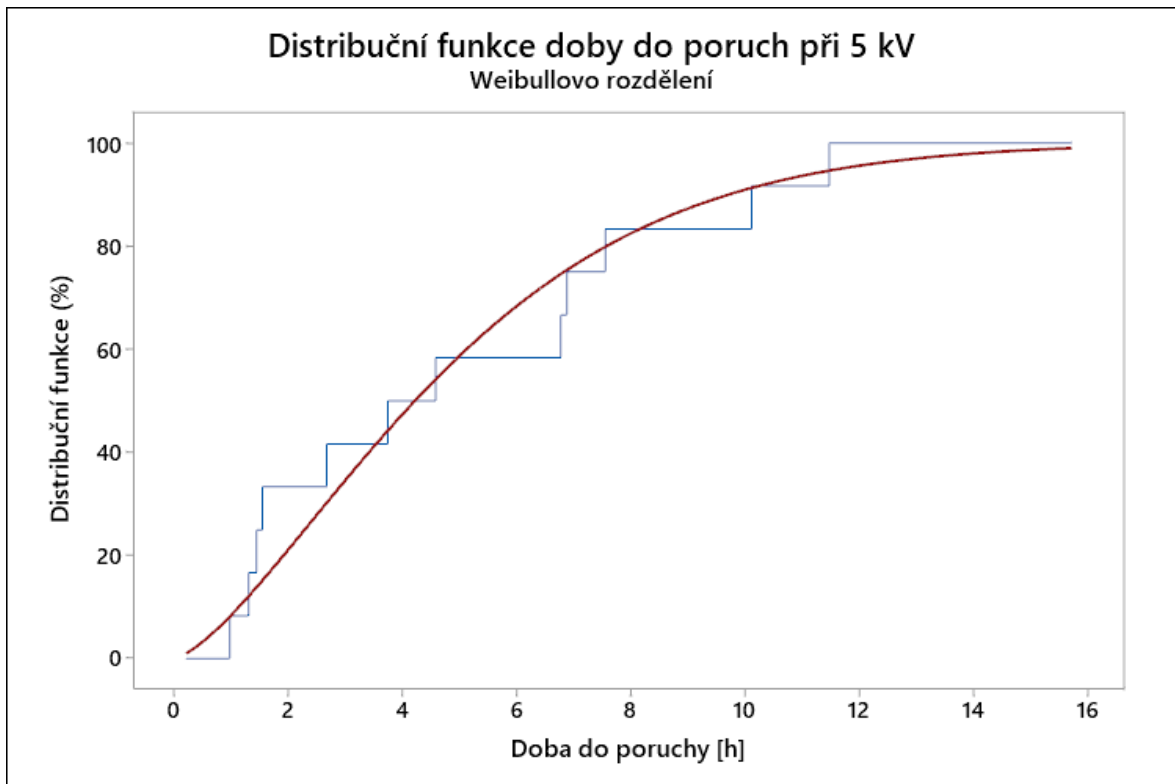
Příloha F – Distribuční funkce jednotlivých rozdění pro odlišné napět'ové hladiny



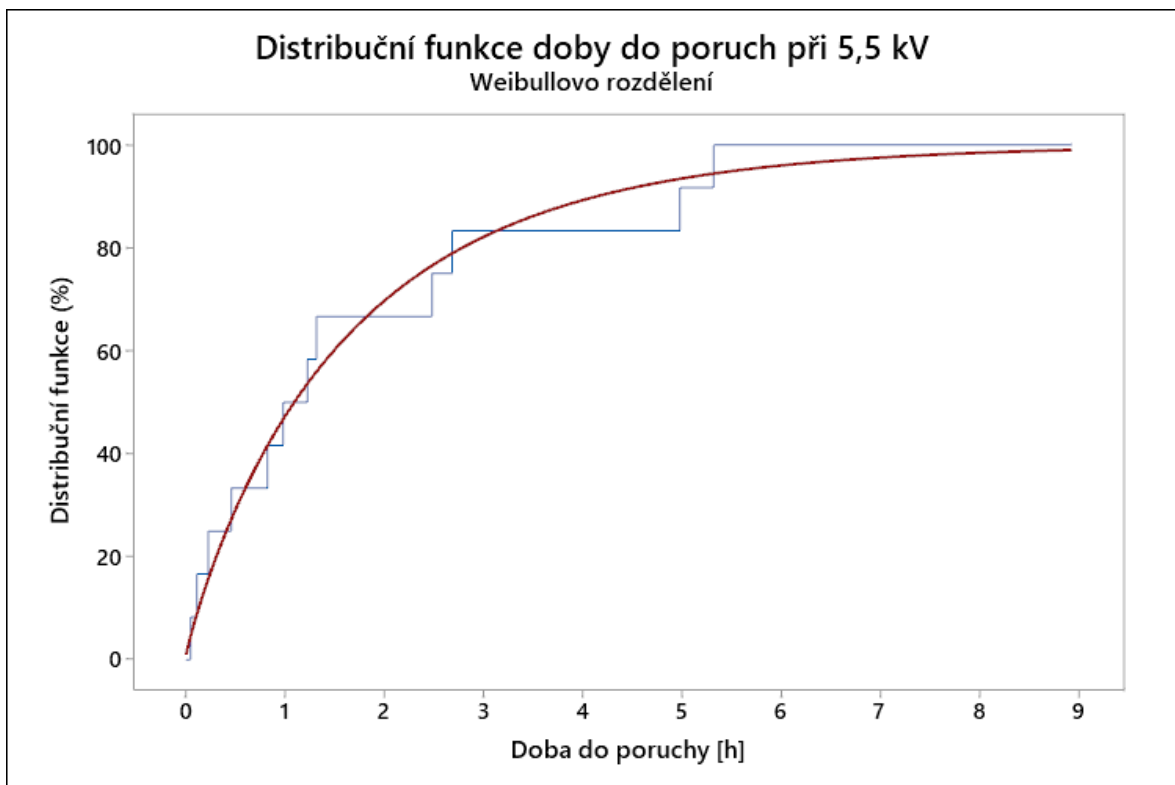
Obr. P.30 Graf distribuční funkce Weibullova rozdělení při působícím napětí 4kV



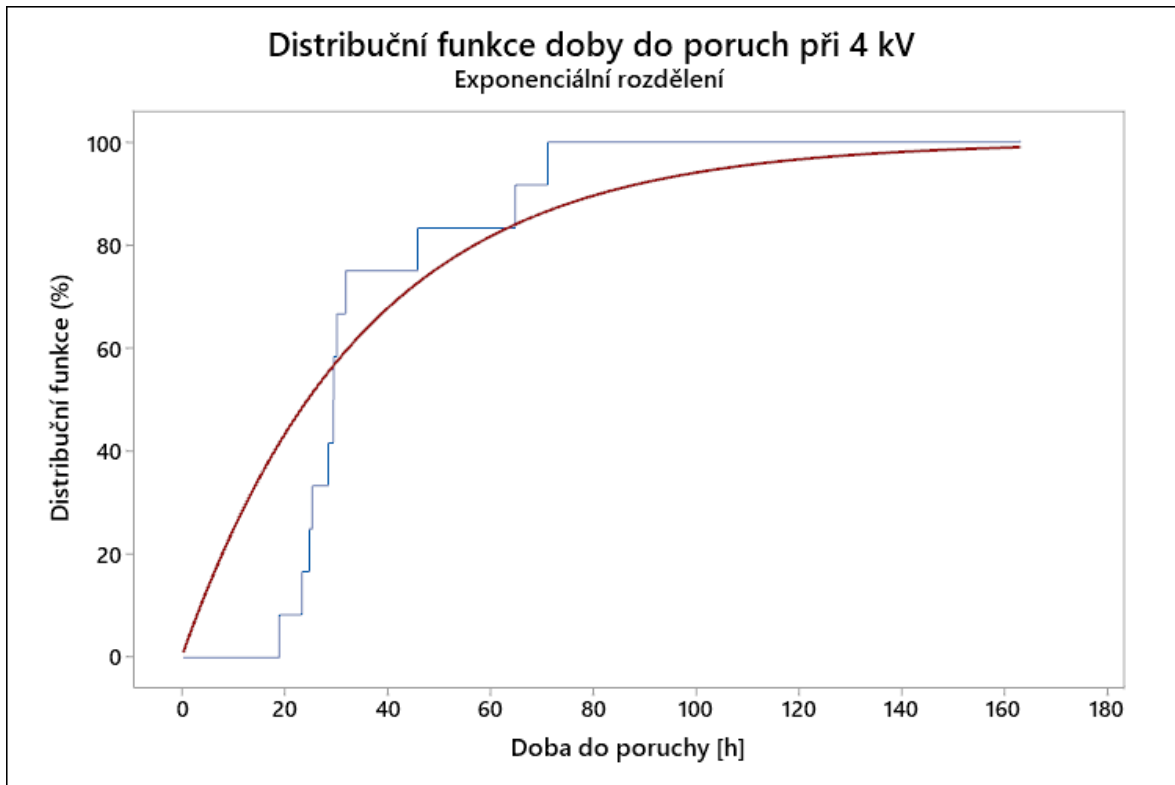
Obr. P.31 Graf distribuční funkce Weibullova rozdělení při působícím napětí 4,5kV



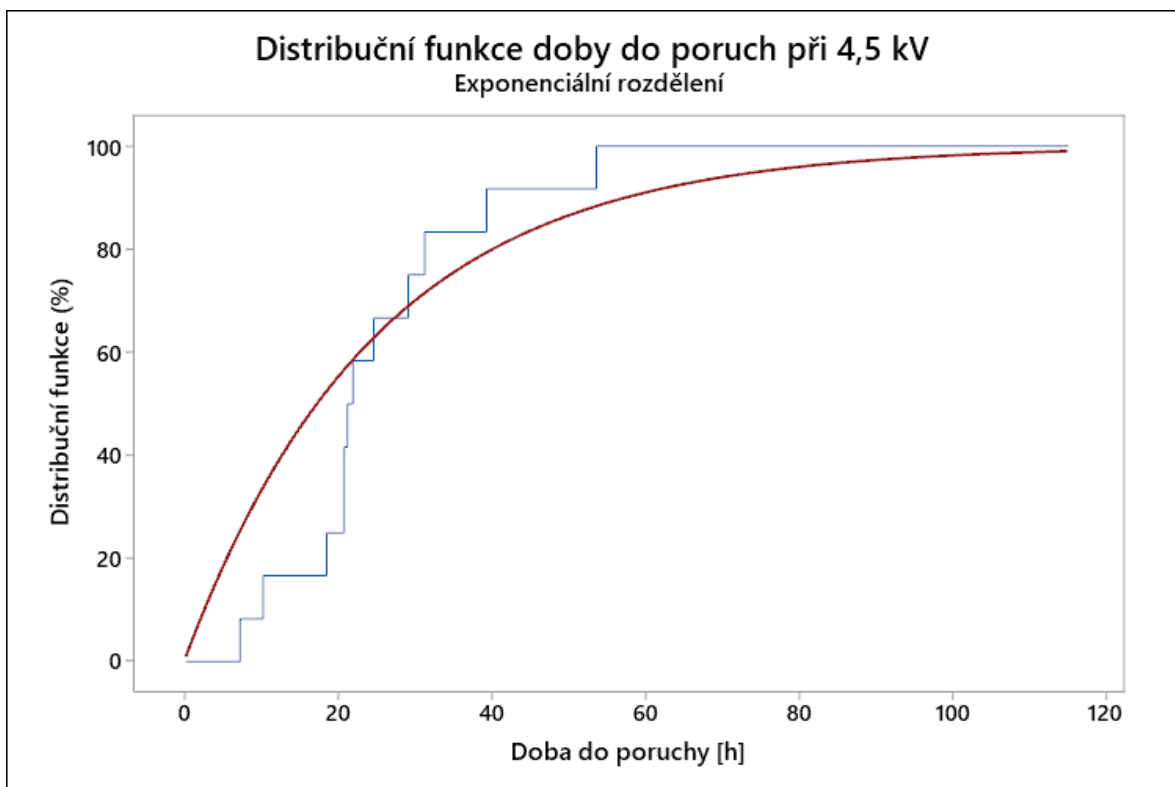
Obr. P.32 Graf distribuční funkce Weibullova rozdělení při působícím napětí 5kV



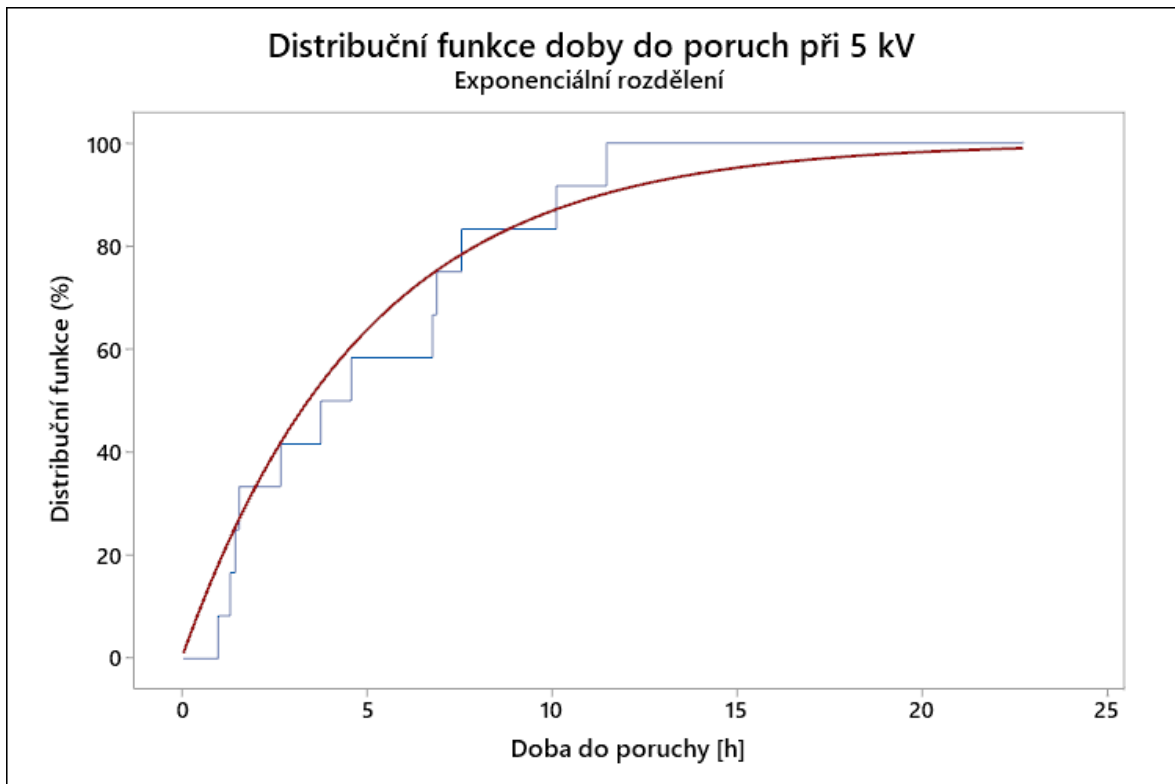
Obr. P.33 Graf distribuční funkce Weibullova rozdělení při působícím napětí 5,5kV



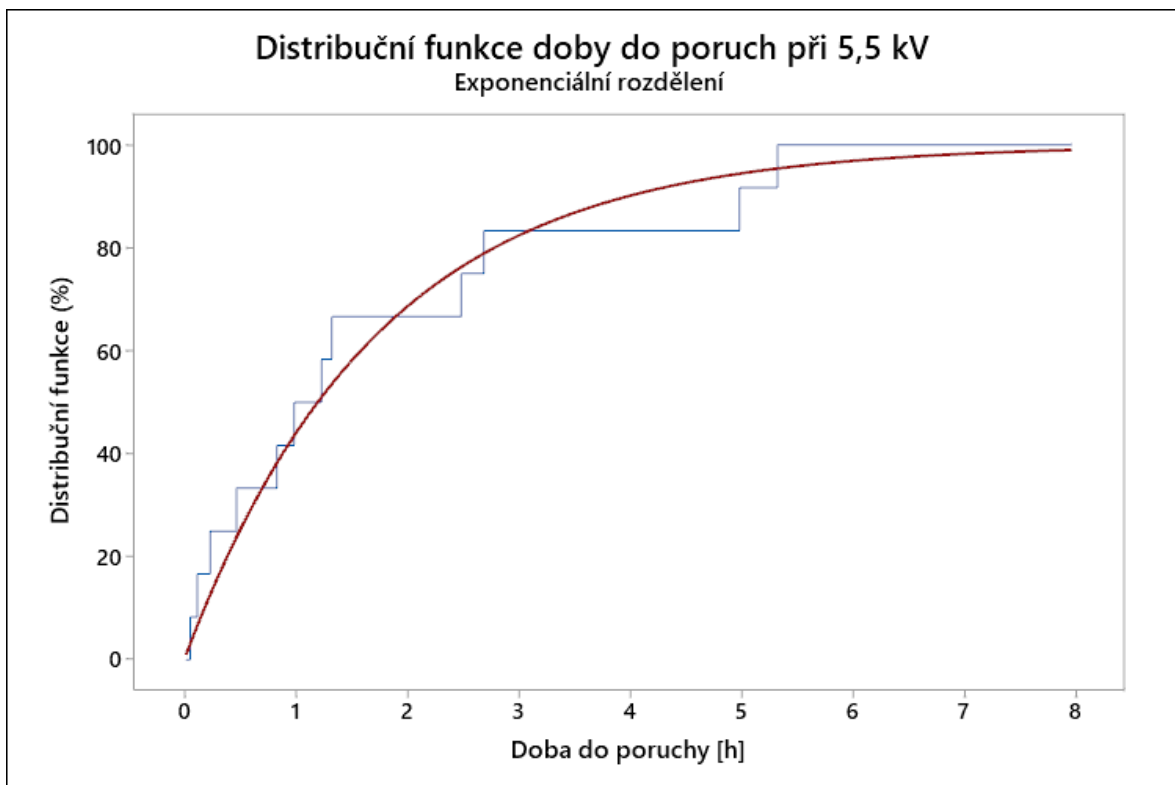
Obr. P.34 Graf distribuční funkce exponenciálního rozdělení při působícím napětí 4kV



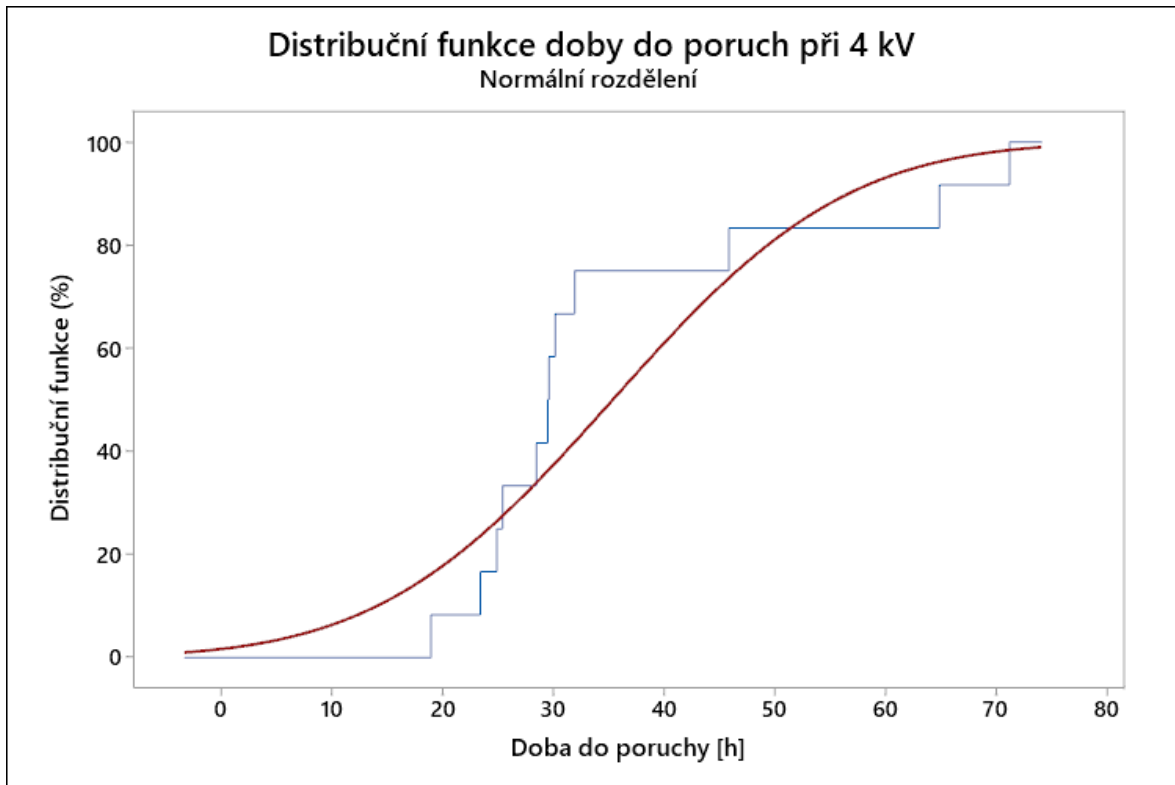
Obr. P.35 Graf distribuční funkce exponenciálního rozdělení při působícím napětí 4,5kV



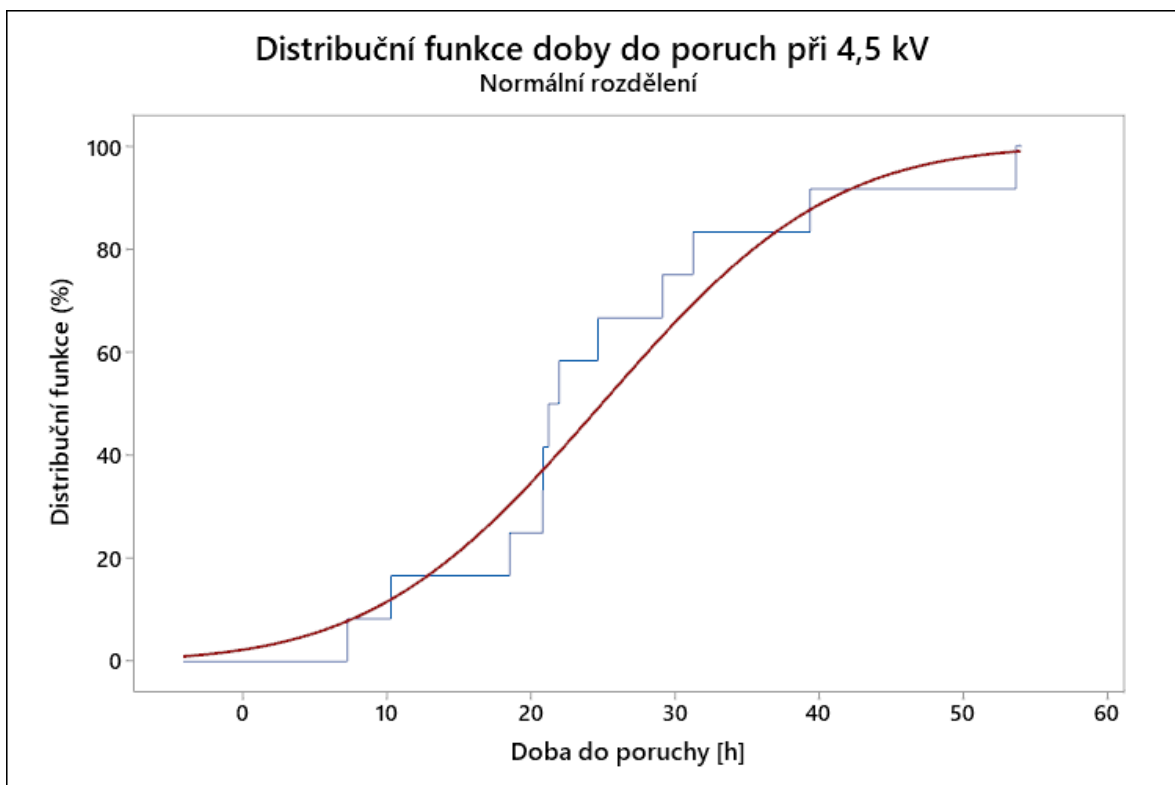
Obr. P.36 Graf distribuční funkce exponenciálního rozdělení při působícím napětí 5kV



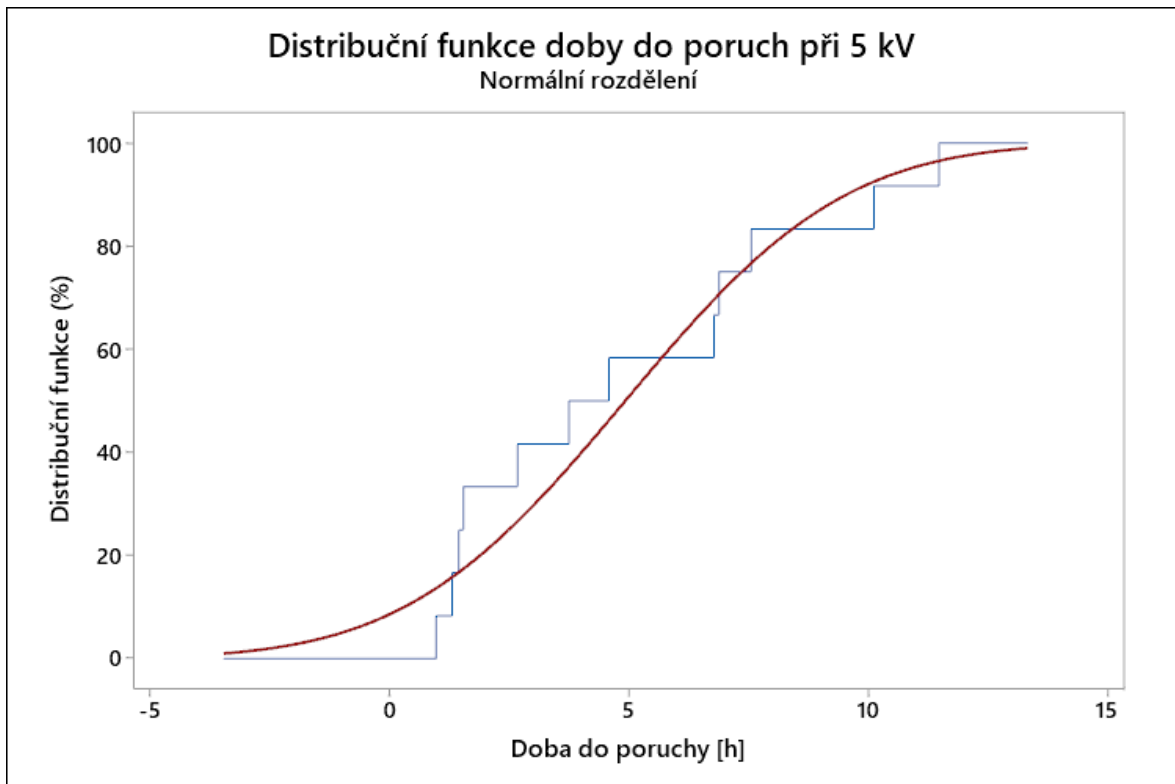
Obr. P.37 Graf distribuční funkce exponenciálního rozdělení při působícím napětí 5,5kV



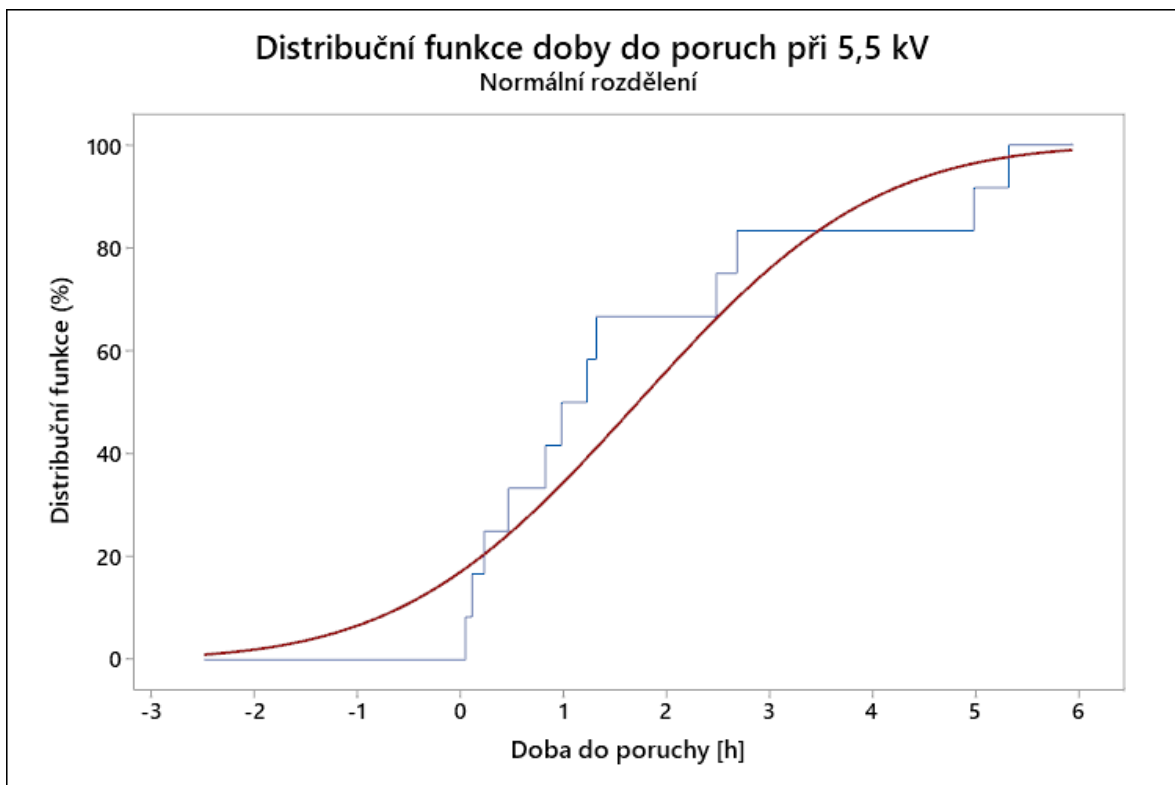
Obr. P.38 Graf distribuční funkce normálního rozdělení při působícím napětí 4kV



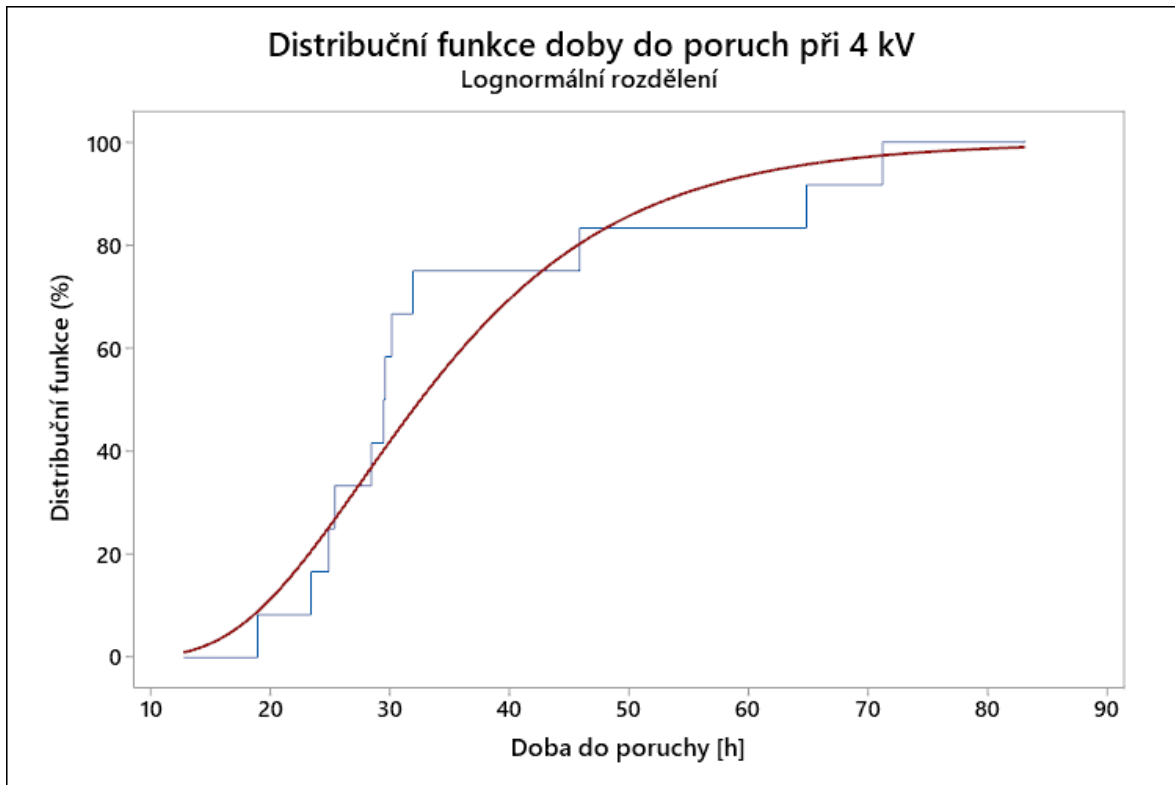
Obr. P.39 Graf distribuční funkce normálního rozdělení při působícím napětí 4,5kV



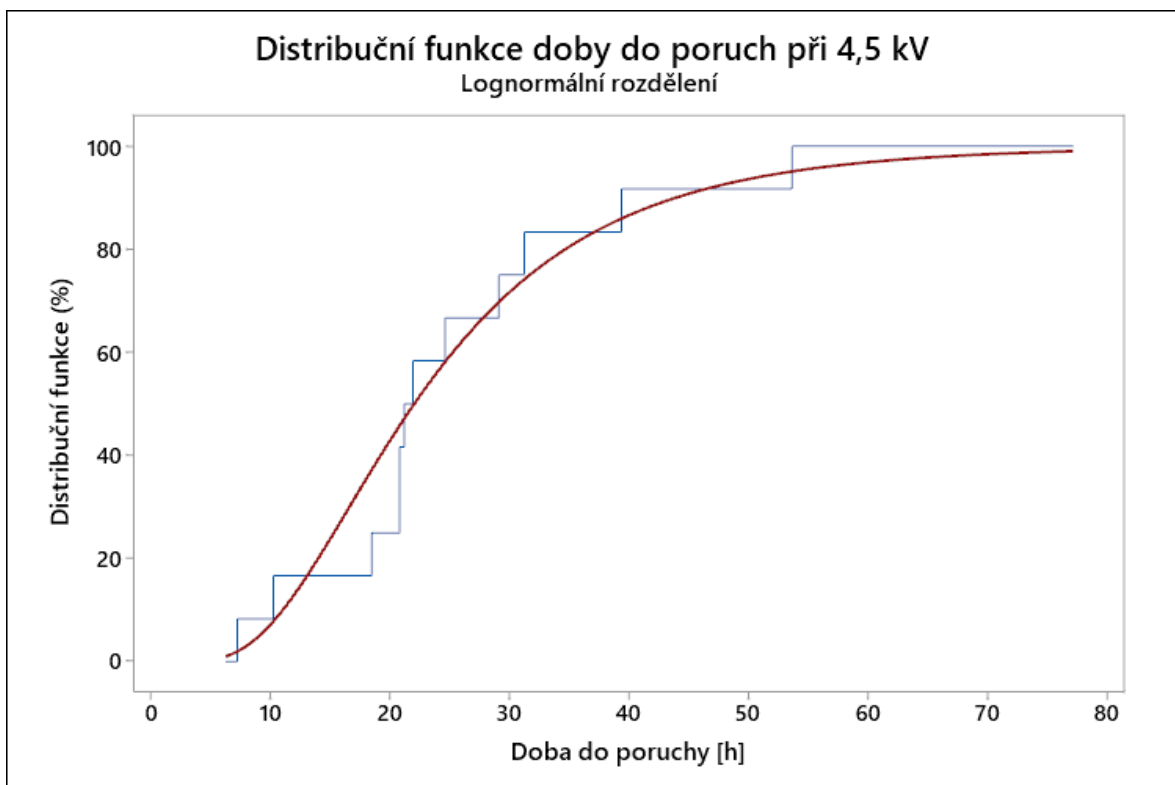
Obr. P.40 Graf distribuční funkce normálního rozdělení při působícím napětí 5kV



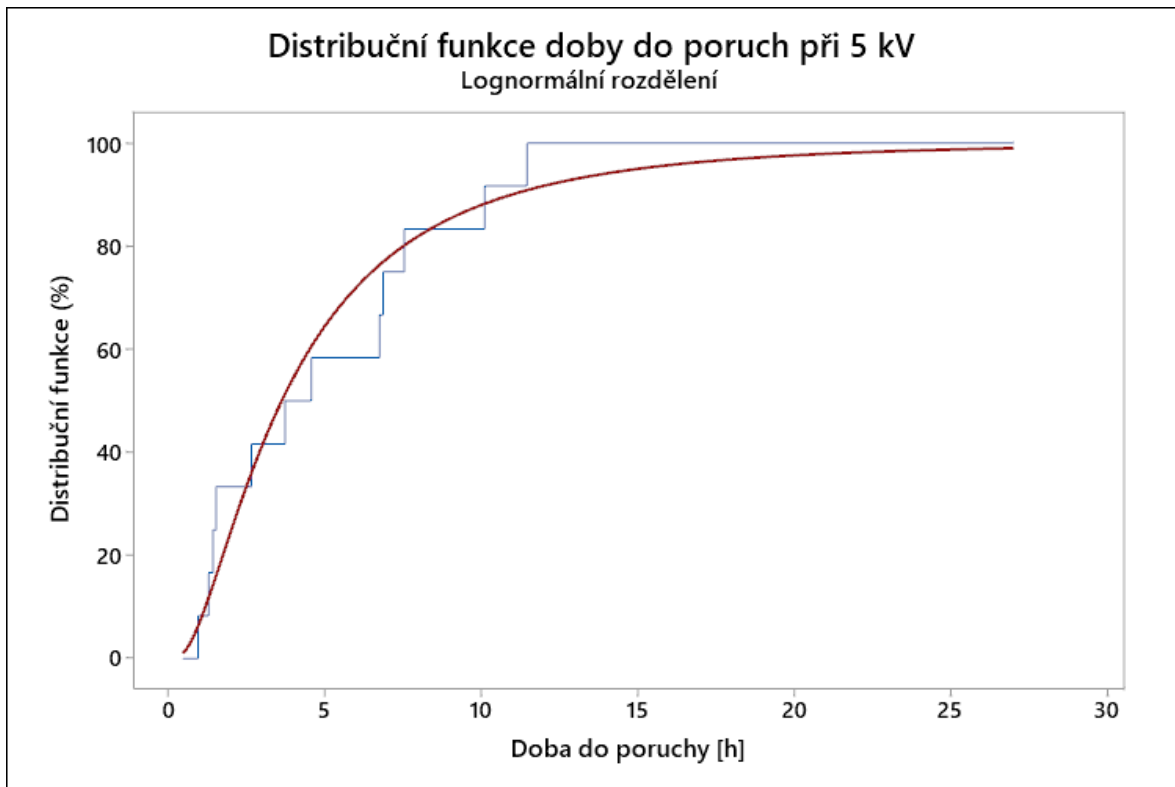
Obr. P.41 Graf distribuční funkce normálního rozdělení při působícím napětí 5,5kV



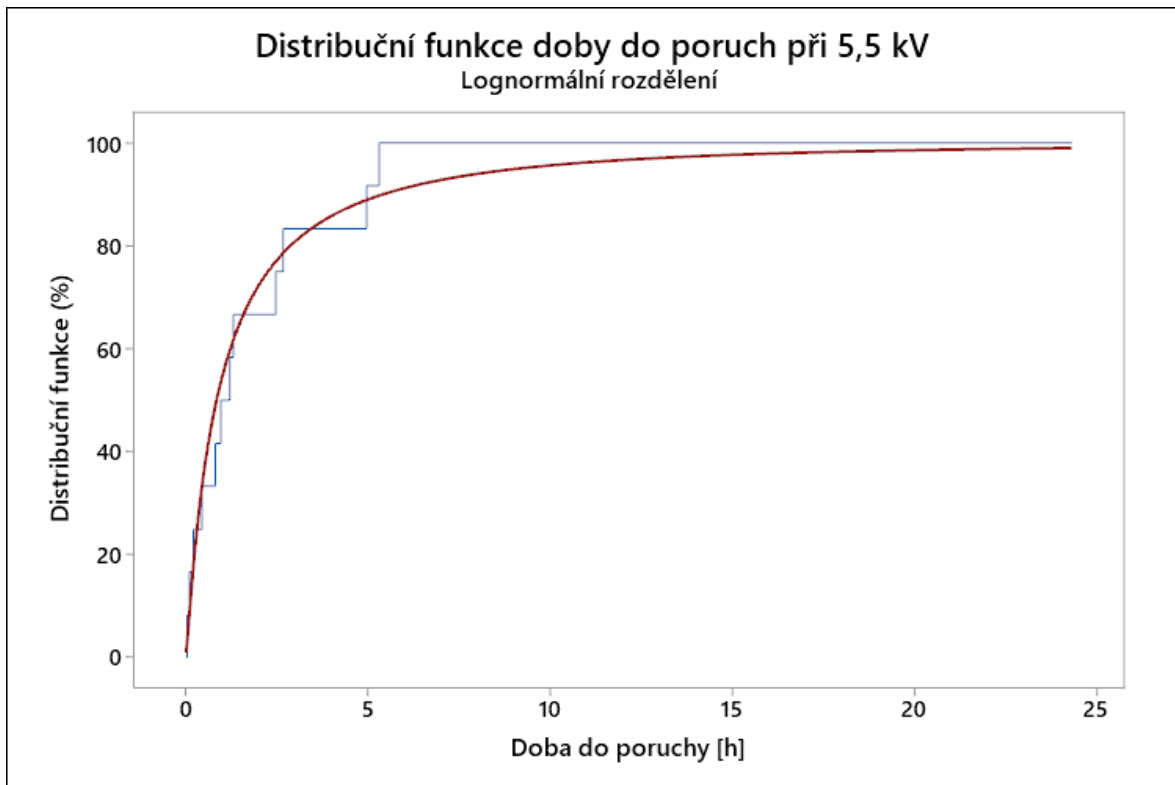
Obr. P.42 Graf distribuční funkce lognormálního rozdělení při působícím napětí 4kV



Obr. P.43 Graf distribuční funkce lognormálního rozdělení při působícím napětí 4,5kV



Obr. P.44 Graf distribuční funkce lognormálního rozdělení při působícím napětí 5kV



Obr. P.45 Graf distribuční funkce lognormálního rozdělení při působícím napětí 5,5kV