

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra mechaniky

Diplomová práce

Analýza pohybu rotorů šroubového kompresoru

Plzeň, 2012

Jaromír Kašpar

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Plzni dne

Poděkování

Chtěl bych poděkovat vedoucímu mé práce Doc. Ing. Jaromíru Švíglerovi CSc. za vzorné vedení a cenné rady, které mi během psaní práce udělil. Dále děkuji své rodině za podporu, kterou mně poskytovala během celého mého studia.

Abstrakt

Analýza pohybu rotorů šroubového kompresoru

Práce popisuje způsob tvorby přidružených šroubových ploch a určení jejich kontaktu s aplikací na šroubové kompresory. Zabývá se otázkou stanovení ekvivalentní náhrady tlakového pole pomocí síly a momentu. Poznatků bylo využito k určení deformace skříně kompresoru a ložisek. V práci je popsán algoritmus pro hledání dotykového bodu šroubových ploch, které jsou v důsledku provozních podmínek v mimoběžné poloze. Algoritmus založený na geometrickém a kinematickém principu je aplikován při stanovování trajektorie dotykového bodu po zubních plochách šroubových rotorů a určování záběrové křivky.

Abstract

Analysis of screw compressor rotor's motion

The diploma thesis begins with description of surfaces of screw rotor. Next part deals with determination of force effects acting at rotors of screw compressor. This knowledge is further used for computing of deformation of screw compressor's housing and bearings. Algorithm used for finding of contact point is describe in the next part and is based on geometric and kinematic principles. This algorithm is used at the end for computing trajectory of contact point on screw surfaces and computing of stroke curves.

Obsah

1 Úvod	7
2 Vytváření přidružených ploch a jejich nekorektní kontakt	7
3 Zubní plochy šroubového kompresoru	8
3.1 Šroubová plocha vedlejšího rotoru.....	8
3.2 Šroubová plocha hlavního rotoru.....	10
3.3 Výchozí poloha rotorů.....	12
4 Zatížení rotorů	14
4.1 Silové účinky od tlakových sil.....	14
4.1.1 Stanovení objemů pracovních komor.....	15
4.1.2 Tlak v pracovních komorách.....	15
4.1.3 Ekvivalentní náhrada tlakového pole.....	17
4.2 Další silové účinky působící na rotory.....	21
4.3 Teplotní zatížení rotorů.....	22
5 Dotykový bod rotorů	22
5.1 Reakce v uložení.....	23
5.2 Deformace skříně kompresoru a ložisek.....	24
5.2.1 Trajektorie středů ložisek.....	29
5.3 Algoritmus pro určení dotykového bodu.....	32
5.3.1 Relativní poloha os.....	35
5.3.2 Poloha dotykového bodu na časovém intervalu.....	37
6 Závěr	50

Hlavní používané značení

C	dotykový bod přidružených ploch
c_z	záběrová křivka zubních ploch rotorů
d_X	vektor posunutí bodu, kde X označuje příslušný bod
F_i	vektor síly vyvolaný tlakovým polem působícím na i -tý rotor
$l [m]$	délka rotorů
L_i	obecný bod na i -tém rotoru
M_i	vektor momentu vyvolaného tlakovým polem působícího na i -tý rotor
$m\sigma_3$	tažná plocha hlavního rotoru odpovídající m -tému zubu
n	jednotkový vektor normály v dotykovém bodě
N_C	vektor normálové síly v dotykovém bodě C
$N_C [N]$	velikost normálové síly v bodě C
$n\sigma_2$	tažná plocha vedlejšího rotoru odpovídající n -tému zubu
p_i	profil i -tého rotoru
$R=(i, j, k)$	základní souřadnicový systém
$R_2=(i_2, j_2, k_2)$	souřadnicový systém spojený s vedleším rotorem ve výchozím stavu
$R_2^A=(i_2^A, j_2^A, k_2^A)$	souřadnicový systém spojený s vedleším rotorem v provozním stavu
$R_3=(i_3, j_3, k_3)$	souřadnicový systém spojený s hlavním rotorem ve výchozím stavu
$R_3^A=(i_3^A, j_3^A, k_3^A)$	souřadnicový systém spojený s hlavním rotorem v provozním stavu
r_X	polohový vektor bodu X
R_X	vektor reakční síly v bodě X
s	trajektorie dotykového bodu po zubní ploše
$S [m^2]$	obsah plochy
$u [MPa]$	tlak
$V [m^3]$	objem pracovní komory
$\gamma [rad]$	úhel stoupání šroubovice
A_{23}	vektor relativního posunutí souřadnicového systému R_2 vůči systému R_3
ζ_i	natočení osy i -tého rotoru kolem osy x
v_i	jednotkový vektor osy i -tého rotoru v nedeformovaném stavu
v_i^A	jednotkový vektor osy i -tého rotoru v deformovaném stavu
ζ_i	natočení osy i -tého rotoru kolem osy y
$\varphi_i [^\circ]$	úhel natočení i -tého rotoru kolem své osy

1 Úvod

Předkládaná práce navazuje na předchozí autorovu práci [2]. Má za cíl podrobně analyzovat dotyk rotorů šroubového kompresoru v provozních podmínkách aplikováním obecně platné kinematické metody pro určení kontaktu ploch vyvinuté na katedře mechaniky ZČU v Plzni a stanovit na jeho vliv na chod stroje.

Šroubové kompresory a šroubové motory jsou stroje, jejichž hlavními komponentami je skříň a dvojice spoluzabírajících rotorů, které [9] tvoří obecnou kinematickou dvojici. V případě kompresorů dochází v důsledku otáčivého pohybu rotorů ke stlačování nasátého média. V případě motorů dochází vlivem expanze média k roztáčení rotorů. Tato práce je zaměřena na šroubové kompresory bez vloženého synchronizačního soukolí. U nich, na rozdíl od tzv. suchých šroubových kompresorů se synchronizačním soukolím, dochází k přímému kontaktu obou rotorů, kterým se přenáší kroutící moment z hlavního rotoru na vedlejší rotor. Ačkoliv se zde zaměříme pouze na kompresory, lze postupy a závěry této práce použít i pro další mechanismy a strojní zařízení, u kterých dochází ke kontaktu ploch.

V případě šroubových kompresorů je jedna šroubová plocha vytvářena jako obálka druhé plochy, která se nazývá výtvarná. Tento výtvarný princip je použit v případě, že osy šroubových ploch jsou rovnoběžné. Dotyk těchto ideálních ploch je pak křivkový. V důsledku provozního zatížení šroubových kompresorů dochází k deformaci skříně kompresoru, popřípadě i samotných rotorů. V důsledku tohoto, dojde k natočení os rotorů do navzájem mimoběžné pozice a původně křivkový dotyk se změní na bodový. Tento změněný dotyk nazveme nekorektním kontaktem. Nekorektní kontakt šroubových ploch bude předmětem našeho zájmu v předkládané práci, neboť může zásadním způsobem ovlivnit chod stroje.

V první části práce je představení způsobu tvorby profilů obou rotorů a následně i šroubových ploch. Poté lze přejít k podrobné analýze silového zatížení rotorů, kde prim hrají tlakové síly vyvolané stlačeným médiem. Tyto silové účinky jsou nestacionární a jsou jedním ze vstupů pro určení deformací skříně kompresoru a ložisek. Druhým důležitým aspektem při stanovování deformací skříně je teplotní pole, které budeme uvažovat jako stacionární. V důsledku těchto účinků dojde k posunutí os rotorů do mimoběžné pozice a k nekorektnímu kontaktu zubních ploch rotorů. Poté lze provést analýzu dotyku šroubových ploch aplikováním kinematické metody a určit polohu dotykového bodu, trajektorie dotykového bodu po plochách a záběrovou křivku.

Vzhledem ke složitosti problému, která se postupně objevovala při řešení kontaktu ploch, je práce zaměřena na analýzu kontaktu a pohybu rotorů, které jsou nezbytným předpokladem pro navazující dynamickou analýzu, která není v předkládané práci prezentována. Základní dynamický model předmětné vázané mechanické soustavy je uveden v mé bakalářské práci [2].

2 Vytváření přidružených ploch a jejich nekorektní kontakt

Ozubení šroubových kompresorů se značně odlišuje od ozubení běžných ozubených kol, neboť jsou na něj kladeny jiné nároky a požadavky. Ozubení šroubových kompresorů na tažné (hnací) straně je odlišné od ozubení na tlakové straně. Ozubení na tažné straně je vytvářeno odvalovacím principem, kdežto ozubení na tlakové straně je převážně trochoidní.

V této práci použijme profily označované jako SLF4, které jsou v dnešní době hojně rozšířeny u šroubových strojů. Tento typ profilů je odvozen od tzv. asymetrického SRM profilu. Bližší popis lze najít v [8].

Dvojici přidružených profilů SLF4 lze získat tak, že z analyticky zadaných křivek, kterými jsou kruhové oblouky, přímka a trochoida, sestavíme profil zubu vedlejšího rotoru. Profil zubu hlavního rotoru získáme obálkovým principem tak, že necháme odvalovat profil vedlejšího rotoru po

valivých kružnicích. Přidružené šroubové plochy získáme prošroubováním profilů podél osy hlavního, resp. vedlejšího rotoru. Postup vytváření přidružených šroubových ploch bude podrobněji popsán v kapitole 3.

Jak bylo zmíněno v úvodu, v důsledku silových a tepelných účinků působících na skříň kompresoru dochází k posunutí místa uložení rotorů. Osy rotorů, které byly původně rovnoběžné se posunou a natočí do navzájem mimoběžné pozice. Dotyk rotorů, který byl v nezátíženém stavu křivkový, se změní na bodový. Dochází tak k nekorektnímu kontaktu šroubových ploch.

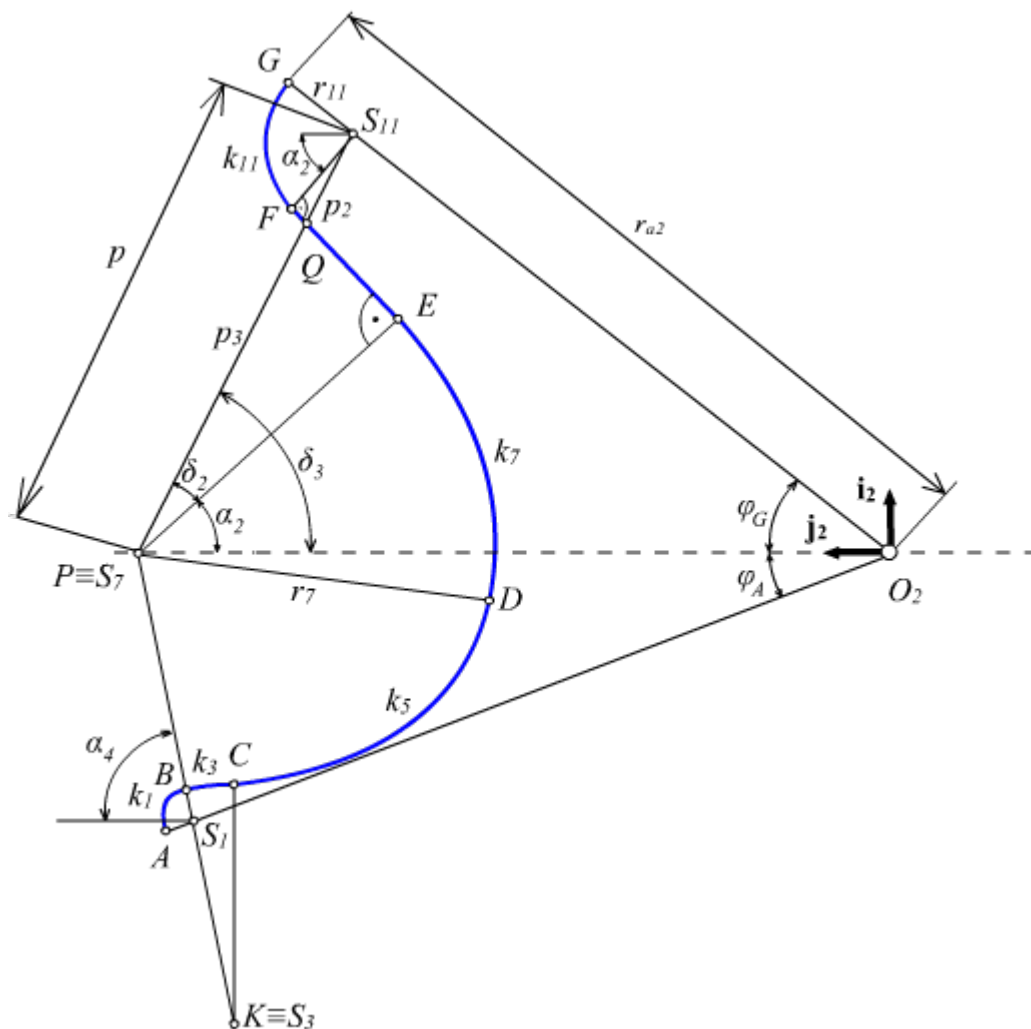
K vyšetřování nekorektního kontaktu ploch využijeme postupu, který představuje Machulda ve své práci [3]. Tato metodika kombinuje kinematický a geometrický přístup, který zajišťuje zabránění vzájemného průniku šroubových ploch. Jedná se numerický iterační postup, jehož výhodou je skutečnost, že je nezávislý na velikosti posuvů středů ložisek a tudíž na velikosti vzájemného natočení a posunutí os rotorů. Podrobně je tento postup popsán v kapitole 5.3.

3 Zubní plochy šroubového kompresoru

Ozubení rotorů je tvořeno šroubovými plochami složitěho tvaru. Pro určení geometrie rotorů je proto nezbytné nejprve definovat oba profily v čelní rovině. V této kapitole ukážeme také způsob výpočtu normály k oběma šroubovým plochám, založeném na kinematickém principu.

3.1 Šroubová plocha vedlejšího rotoru

Profil vedlejšího rotoru $p_2(\chi)$ se skládá z analyticky zadaných křivek. Pro popis profilu stačí definovat jeden zub profilu a zbylých pět zubů získáme pootočením kolem bodu O_2 , obrázek 3.1. Křivky určující jeden zub profilu vedlejšího rotoru jsou zobrazeny modře na obrázku 3.1. Křivky k_{11} , k_7 , k_3 a k_1 jsou kruhové oblouky, k_5 je trochoida, k_9 je úsečka. Tyto křivky na sebe tečně navazují a jejich bližší popis lze najít v autorově dřívější práci [2].



Obr. 3.1: Zub vedlejšího rotoru

Šroubovou plochu v prostoru $R_2 = (\mathbf{i}_2, \mathbf{j}_2, \mathbf{k}_2)$ získáme šroubovým pohybem profilu vedlejšího rotoru podél osy vedlejšího rotoru o_2 . Využijeme-li zápisu pomocí rozšířených vektorů, můžeme libovolný bod L_2 plochy σ_2 vyjádřit

$${}_{R_1} \mathbf{r}_{L_2}(\psi_2, \chi) = \begin{bmatrix} \cos \psi_2 & -\sin \psi_2 & 0 & 0 \\ \sin \psi_2 & \cos \psi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \delta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{2x}(\chi) \\ p_{2y}(\chi) \\ p_{2z}(\chi) \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

kde pro posunutí δ_2 platí

$$\delta_2 = r_{w_2} \psi_2 \tan \gamma. \quad (3.2)$$

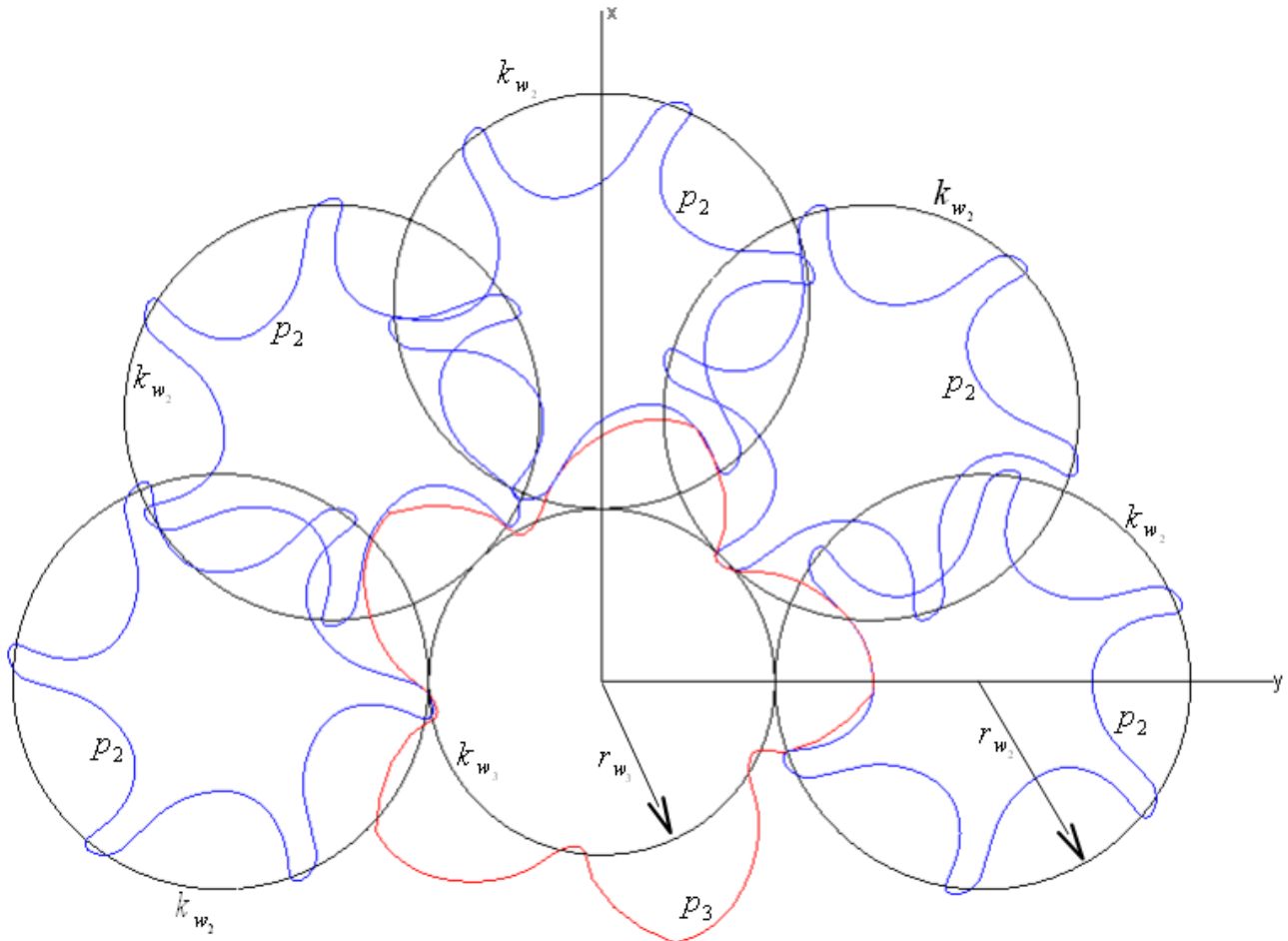
Úhel γ označuje stoupání šroubovice na valivých válcích, v našem případě je $\gamma = \frac{\pi}{4}$. Symbol r_{w_2} označuje poloměr valivého válce, resp. valivé kružnice k_{w_2} , obrázek 3.2.

Později budeme pracovat s normálou ke šroubové ploše v bodě L_2 . Tečný vektor k profilu p_2 označíme \mathbf{t}_{p_2} , tečný vektor ke šroubovici procházející bodem L_2 označíme \mathbf{t}_s . Jednotkový vektor normály k ploše σ_2 tak získáme vztahem

$$\mathbf{n}_2 = \frac{\mathbf{t}_{p_2} \times \mathbf{t}_s}{|\mathbf{t}_{p_2} \times \mathbf{t}_s|}. \quad (3.3)$$

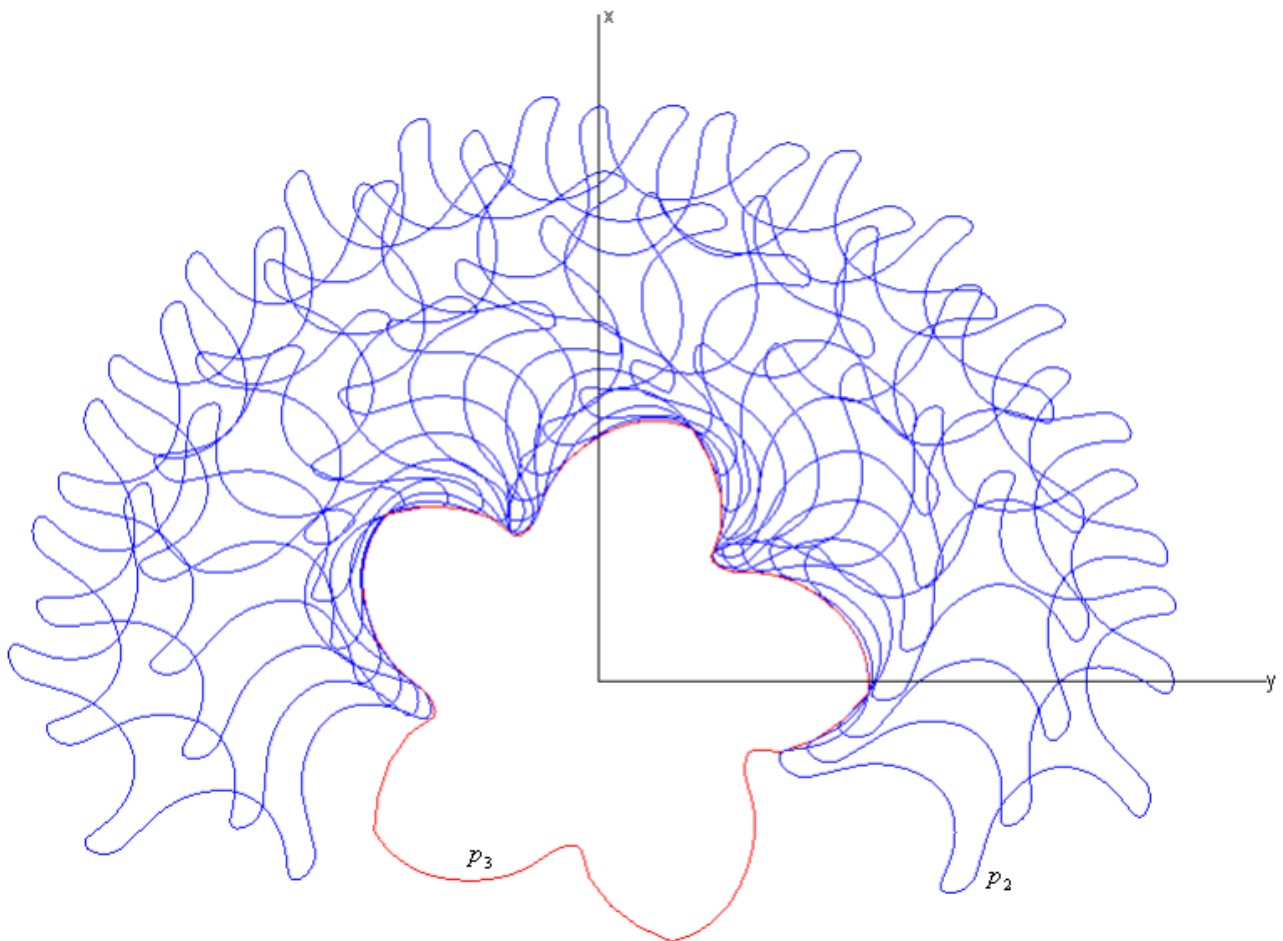
Podrobný popis lze najít např. v [3].

3.2 Šroubová plocha hlavního rotoru



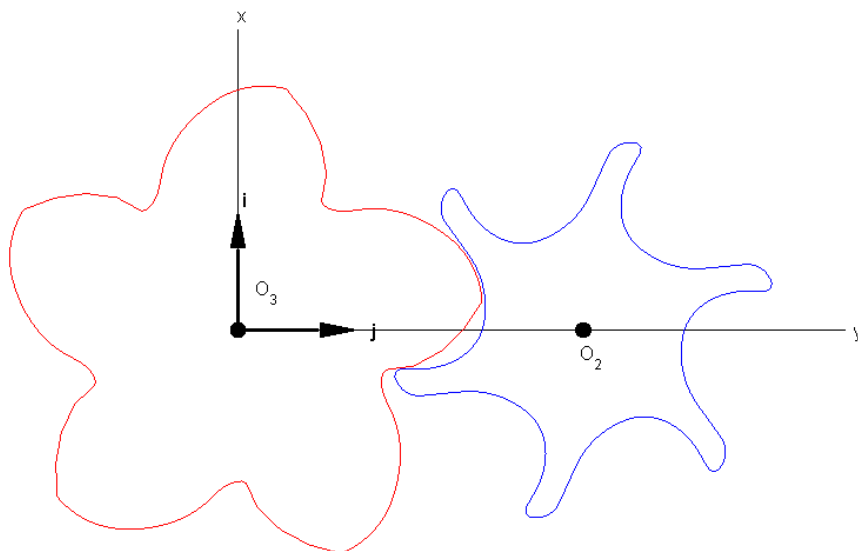
Obr. 3.2: Odvalování kružnice k_{w2} po kružnici k_{w3}

Profil hlavního rotoru p_3 v čelní rovině vytvoříme, jak bylo řečeno, odvalením dle Distelliho teorému. To znamená, že křivky tvořící profil hlavního rotoru jsou obálkami křivek tvořících vedlejší rotor. Na obrázcích 3.2 a 3.3 je znázorněno odvalování profilu vedlejšího rotoru p_2 po valivé kružnici hlavního rotoru k_{w3} a vytváření profilu p_3 . Profily získané popsáním postupem umístíme do polohy, kterou nazveme výtvarnou, viz obr. 3.4. Na obrázku 3.5 je profil zubu vedlejšího rotoru tvořený křivkami $k_1, k_3, k_5, k_7, k_9, k_{11}$, a k nim přidružené křivky $o_{k_1}, o_{k_3}, o_{k_5}, o_{k_7}, o_{k_{11}}$, které tvoří profil zubu hlavního rotoru. Jedinou křivkou, která nemá svojí obálku je trochoida k_5 .

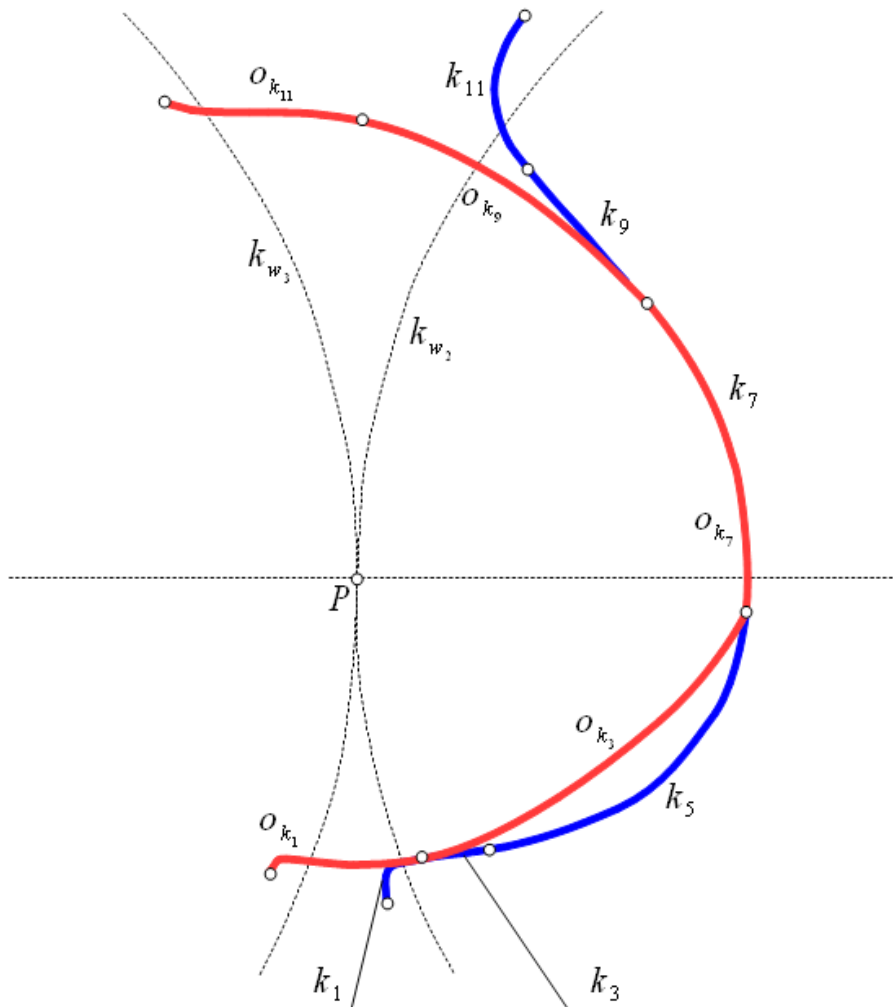


Obr. 3.3: Tvorba profilu p_3

Stejně jako v případě plochy σ_2 , získáme šroubovou plochu σ_3 v prostoru $R=(i, j, k)$ šroubovým pohybem profilu p_3 podél osy hlavního rotoru o_3 .



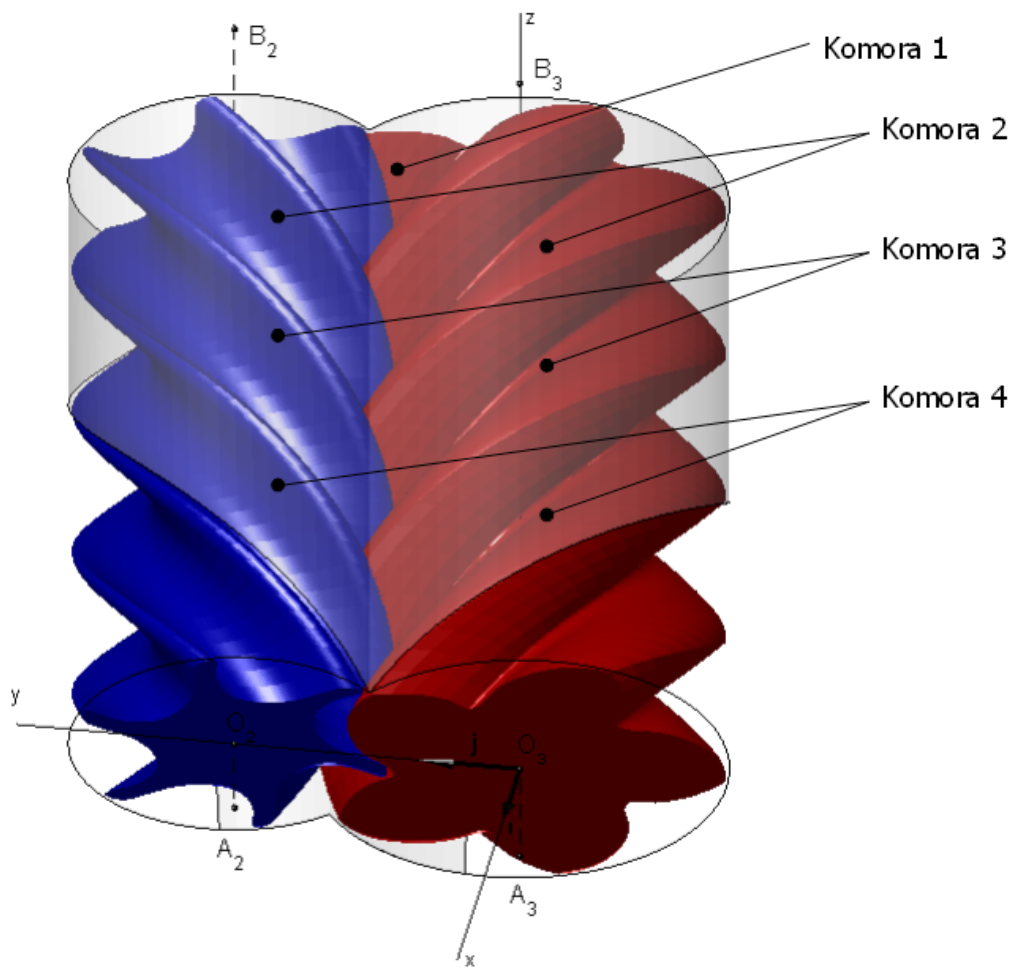
Obr. 3.4: Výtvarná poloha



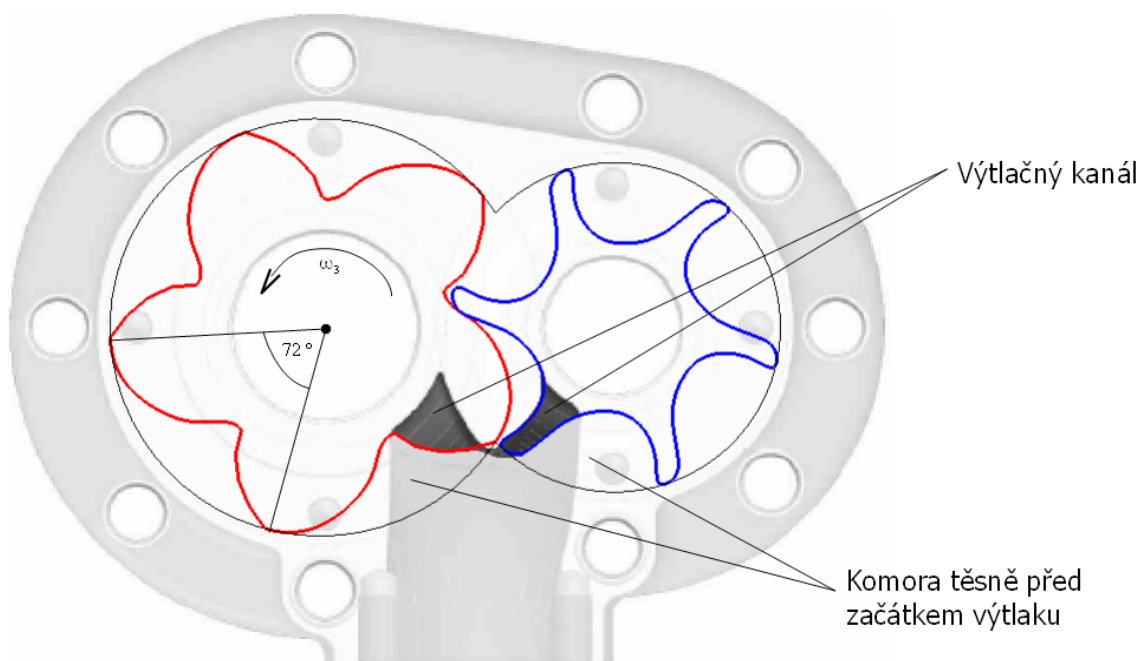
Obr. 3.5: Profil zubu vedlejšího rotoru a profil zubu hlavního rotoru

3.3 Výchozí poloha rotorů

Pootočením hlavního rotoru z výtvarné polohy o $\varphi_{30}=40,54^\circ$ se rotory nacházejí v pozici, kterou označíme $\varphi_3=0^\circ$ a která bude znamenat začátek pracovního cyklu. V této poloze právě došlo k uzavření komory 4 a začíná u ní stlačování, obr. 3.6. Komora číslo 1 se nachází v poloze těsně před otevřením výtlačného otvoru a začíná u ní výtlač, obr. 3.7. Z obrázku 3.7 je vidět, že pro úhel natočení hlavního rotoru $\varphi_3=0^\circ$ je výtlačný kanál ještě uzavřen. Pokud dojde k dalšímu natočení rotorů, výtlačný otvor se otevře a dochází k vytlačování stlačeného média. Tento proces trvá do doby, než dojde k opětovnému uzavření výtlačného otvoru, tj. než se hlavní rotor otočí o jednu zubovou rozteč, která činí 72° . Interval natočení hlavního rotoru $\varphi_3=(0^\circ, 72^\circ)$ nazveme jedním pracovním cyklem. Při úhlu natočení hlavního rotoru $\varphi_3=72^\circ$ začíná nový pracovní cyklus.



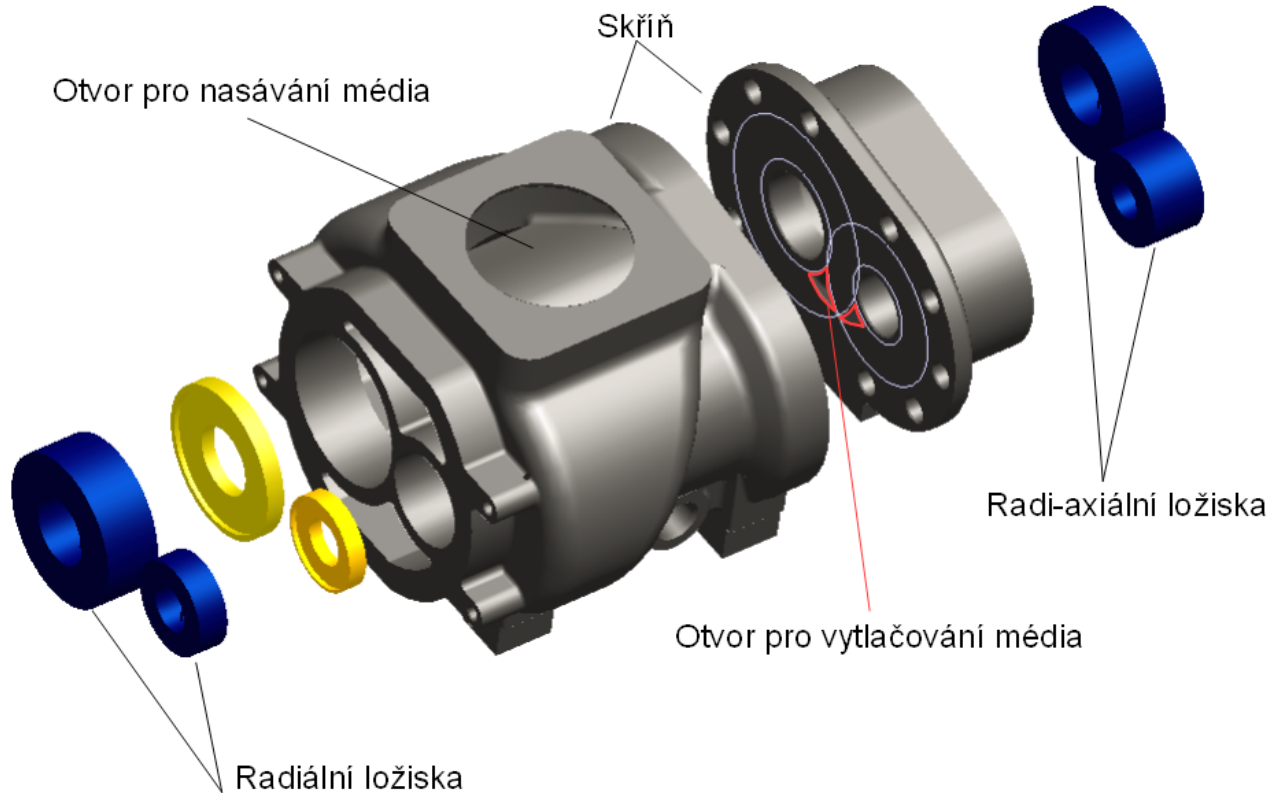
Obr. 3.6: Poloha rotorů na počátku pracovního cyklu



Obr. 3.7: Uzavření výtlačného kanálu

Na obrázku 3.7, který představuje čelní řez na konci rotorů, je šipkou vyznačen směr otáčení hlavního rotoru. Tento směr budeme v této práci uvažovat jako kladný směr otáčení.

Na obrázku 3.8 je znázorněna sestava skříň kompresoru včetně ložisek. Tento obrázek také dává ucelenější představu o poloze výtlačného otvoru.



Obr. 3.8: Skříň kompresoru

4 Zatížení rotorů

Na skříň kompresoru a na oba rotory působí teplotní a tlakové pole, které svými účinky rotory deformují. S ohledem na řešitelnost úlohy budeme v našem řešení uvažovat rotory jako dokonale tuhá tělesa, deformovatelná bude pouze skříň kompresoru.

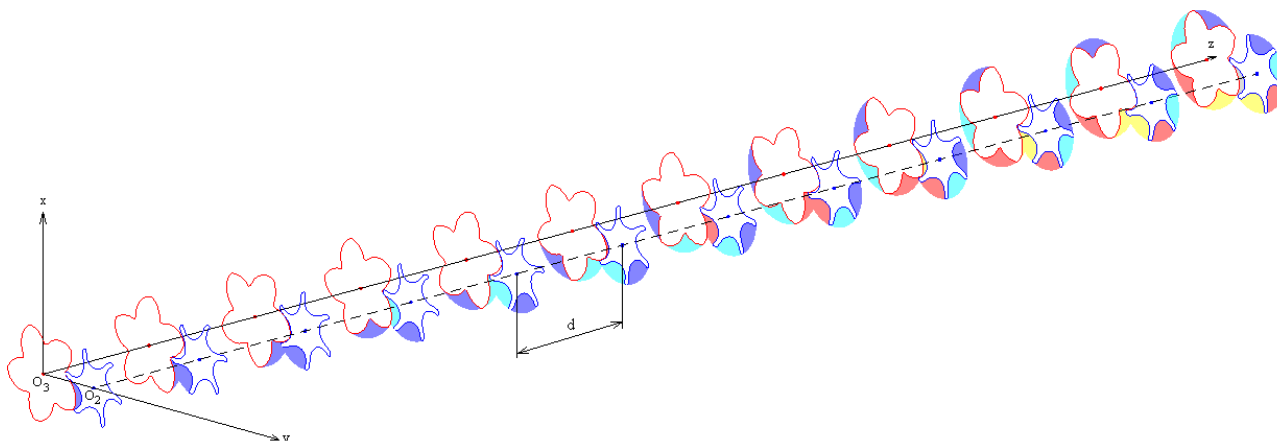
4.1 Silové účinky od tlakových sil

Zubní plochy rotorů šroubového kompresoru jsou během pracovního cyklu zatěžovány tlakem vyvolaným stlačeným médiem. Účinky tlakových sil je možné ekvivalentně nahradit výslednou silou a momentem ve zvoleném bodě. Určení výsledného silového účinku je proces skládající se z několika kroků. V první řadě je třeba určit objemy komor, ve kterých dochází ke stlačování média. Na základě znalosti objemů jednotlivých komor v daném okamžiku a maximálního objemu pracovní komory V_0 je možné stanovit tlak média v komoře. V dalším kroku jsou zubní šroubové plochy rozděleny na elementární trojúhelníkové plochy, které jsou zatíženy příslušným tlakem. Velikost síly působící na tento elementární trojúhelník je součinem plochy trojúhelníka a tlaku na něj působícího. Sílu působící na elementární trojúhelník lze za připojení momentu přesunout do vybraného bodu. Výsledný silový účinek působící na uvažovaný rotor je pak součtem všech přesunutých sil a momentů. Popsaný postup podrobněji popíšeme níže.

4.1.1 Stanovení objemů pracovních komor

Oba rotory rozdělíme na N řezů vzdálených od sebe o vzdálenost d . V každém řezu určíme plochu jednotlivých komor. Na obrázku 4.1 jsou plochy příslušející dané komoře barevně odlišeny. Objem i -té pracovní komory stanovíme podle vzorce (4.1).

$$V^i = \sum_{j=a}^{N-1} \frac{S_j^i + S_{j+1}^i}{2} d \quad (4.1)$$



Obr. 4.1: Plochy příslušející jednotlivým komorám

4.1.2 Tlak v pracovních komorách

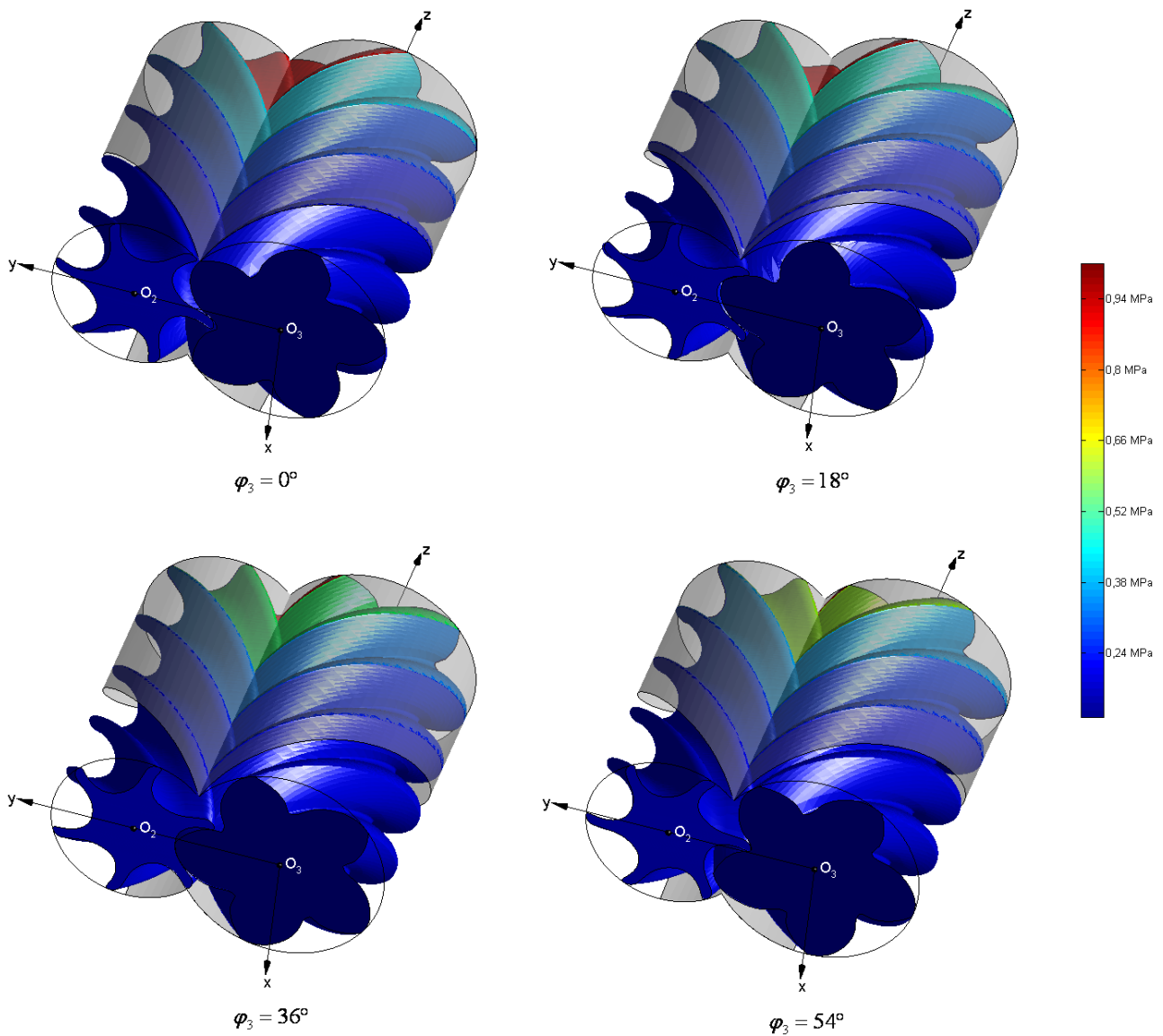
Stlačování média pokládáme za adiabatický děj, pro který platí Poissonův zákon

$$uV^\kappa = konst., \quad (4.2)$$

kde u označuje tlak a κ Poissonovu konstantu, v našem případě $\kappa=1,4$. Na základě znalosti maximálního objemu pracovní komory V_0 , v ní působícího tlaku u_0 a ze vztahu (4.2) lze odvodit vztah (4.3), který udává okamžitý tlak v i -té komoře.

$$u_i = u_0 \left(\frac{V_0}{V_i} \right)^\kappa \quad (4.3)$$

Obrázek 4.2 znázorňuje zubní plochy obou rotorů v daném okamžiku a tlak, který na ně působí.



Obr. 4.2: Tlak působící na rotory pro vybrané úhly natočení rotorů

Pracovní cyklus rozdělíme na dvanáct časových hladin, které odpovídají natočení hlavního rotoru o úhel $\varphi_3 = 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66^\circ$. Tlaky v jednotlivých komorách pro zvolené časové hladiny jsou uvedeny v tabulce 4.1. V komoře číslo 1 dochází, podle přijatého předpokladu, k výtlačku stlačeného média do zásobníku. Uvažujeme zde proto stálý tlak 1,0212 MPa.

	komora 1 [MPa]	komora 2 [MPa]	komora 3 [MPa]	komora 4 [MPa]
$\varphi_3=0^\circ \equiv 72^\circ$	0,1030	0,1579	0,3004	1,0212
$\varphi_3=6^\circ$	0,1058	0,1650	0,3221	1,0212
$\varphi_3=12^\circ$	0,1089	0,1726	0,3466	1,0212
$\varphi_3=18^\circ$	0,1124	0,1808	0,3746	1,0212
$\varphi_3=24^\circ$	0,1162	0,1897	0,4064	1,0212
$\varphi_3=30^\circ$	0,1203	0,1994	0,4434	1,0212
$\varphi_3=36^\circ$	0,1247	0,2100	0,4865	1,0212
$\varphi_3=42^\circ$	0,1293	0,2216	0,5374	1,0212
$\varphi_3=48^\circ$	0,1343	0,2343	0,5981	1,0212
$\varphi_3=54^\circ$	0,1397	0,2484	0,6718	1,0212
$\varphi_3=60^\circ$	0,1453	0,2638	0,7618	1,0212
$\varphi_3=66^\circ$	0,1514	0,2811	0,8753	1,0212

Tabulka 4.1: Tlaky v jednotlivých komorách pro vybrané úhly natočení rotorů

4.1.3 Ekvivalentní náhrada tlakového pole

Zubní šroubové plochy obou rotorů rozdělíme na elementární trojúhelníkové plochy, které následně zatížíme příslušným tlakem. Síla působící na j -tou elementární plochu bude dána vztahem

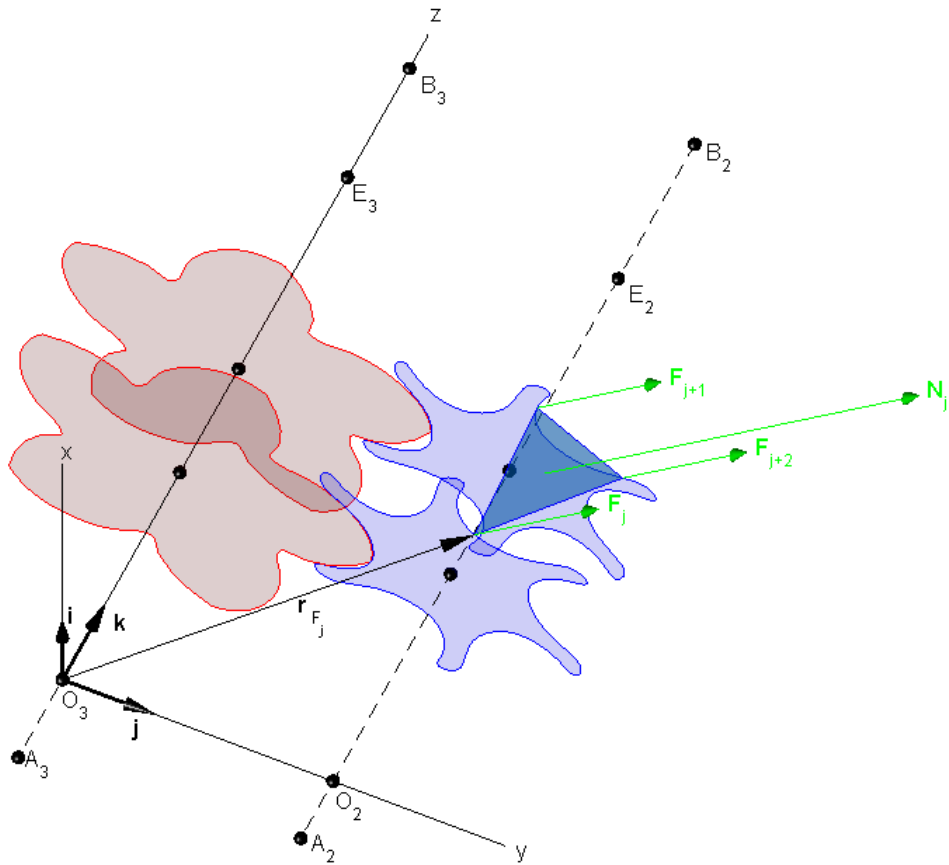
$$\mathbf{N}_j = u_i S_j \mathbf{n}_j, \quad (4.4)$$

kde u_i je tlak v i -té komoře, S_j je obsah elementární trojúhelníkové plochy a \mathbf{n}_j je normála trojúhelníkové plochy. Síla \mathbf{N}_j působí v těžišti trojúhelníkové plochy. Poloha těžiště není v tento okamžik známa. Abychom nemuseli polohu těžiště určovat, můžeme trojúhelníkovou plochu zatížit třemi silami $\mathbf{F}_{jk} = \frac{1}{3} \mathbf{N}_j$ působícími ve vrcholech uvažované trojúhelníkové plochy. Síly působící na každou elementární plochu lze, za připojení momentu, přesunout do libovolného bodu. V případě hlavního rotoru, obrázek 4.3, bude tímto bodem bod O_3 , v případě rotoru vedlejšího to bude bod O_2 . Výsledný silový účinek od všech sil s působištěm v bodě O_3 , popř. O_2 bude dán vztahy

$$\mathbf{F}_i = \sum_j \mathbf{F}_j \quad (4.5)$$

$$\mathbf{M}_i = \sum_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{o_i}) \times \mathbf{F}_j, \quad (4.6)$$

kde $i=2, 3$, označuje rotor na který daný silový účinek působí. Symbolem \mathbf{r}_j označujeme polohový vektor působiště síly \mathbf{F}_j , \mathbf{r}_{o_i} označuje polohový vektor bodu O_i .



Obr. 4.3: Elementární trojúhelníková plocha

V tabulce 4.2 je uvedena ekvivalentní náhrada tlakového pole pro vybrané úhly natočení hlavního rotoru. Na obrázcích 4.4 až 4.7 jsou zobrazeny průběhy složek silových účinků uvedených v tabulce 4.2. Na těchto obrázcích odpovídají modře označené body hodnotám silových účinků uvedených pro jednotlivé časové hladiny v tabulce 4.2. Těmito hodnotami je proložena červeně vyznačená křivka, která určuje spojitý průběh silových a momentových složek. Jedná se o trigonometrický polynom, který byl použit také v [2]. Jeho bazové funkce jsou

$$\vartheta_0(\varphi_i) = 1 \quad (4.7)$$

$$\vartheta_{2k-1}(\varphi_i) = \cos \frac{2\pi k \varphi_i}{T} \quad (4.8)$$

$$\vartheta_{2k}(\varphi_i) = \sin \frac{2\pi k \varphi_i}{T}, \quad (4.9)$$

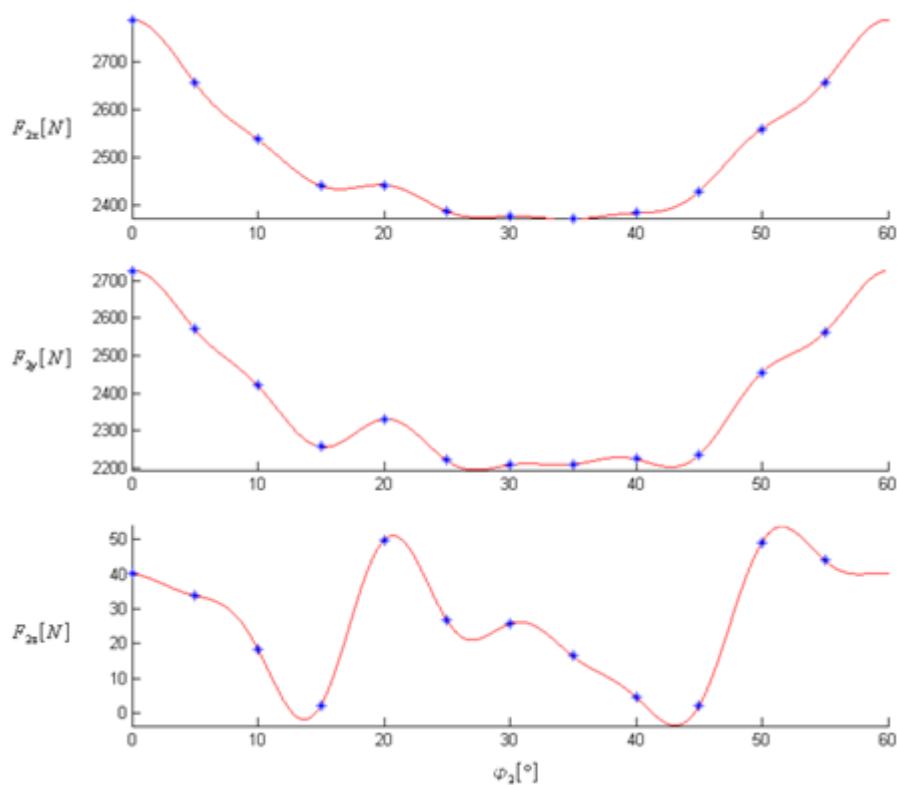
kde $i=2, 3$ označuje silový účinek příslušející vedlejšímu, resp. hlavnímu rotoru a $k=1, 2, \dots, 6$. Funkci síly nebo momentu pak můžeme vyjádřit jako lineární kombinaci bazových funkcí (4.7) až (4.9), což můžeme vyjádřit jako

$$X_i(\varphi_i) = a_1 + a_2 \cos \frac{2\pi \varphi_i}{T} + a_3 \sin \frac{2\pi \varphi_i}{T} + a_4 \cos \frac{2\pi 2\varphi_i}{T} + \dots + a_{12} \cos \frac{2\pi 6\varphi_i}{T}, \quad (4.10)$$

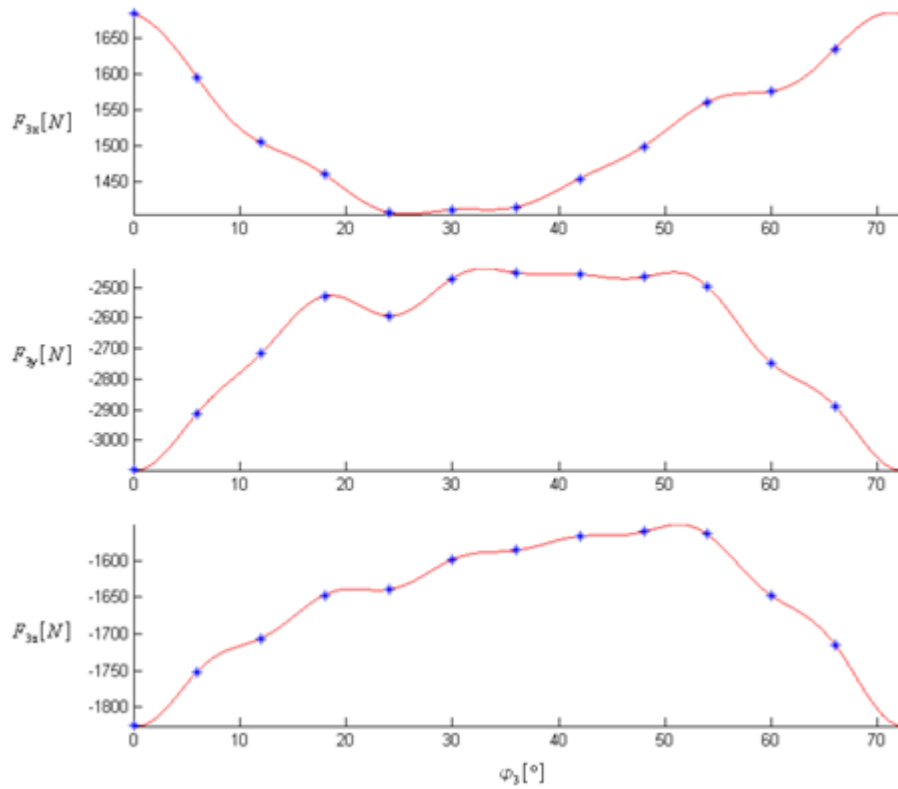
kde $X=F, M$ označuje konkrétní silový účinek.

	F_2 [N]			F_3 [N]			M_2 [Nm]			M_3 [Nm]		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
$\varphi_3=0^\circ \equiv 72^\circ$	2789,96	2727,06	40,09	1682,81	-3096,65	-1825,30	-441,21	417,76	1,47	405,95	250,12	70,45
$\varphi_3=6^\circ$	2656,87	2570,94	33,84	1594,55	-2912,12	-1752,24	-416,54	397,57	1,18	380,39	233,51	67,45
$\varphi_3=12^\circ$	2537,99	2419,68	18,27	1505,02	-2717,60	-1706,11	-391,05	379,03	0,20	351,04	216,81	65,71
$\varphi_3=18^\circ$	2440,22	2256,19	2,28	1461,12	-2529,20	-1646,84	-363,41	363,23	-0,56	322,55	207,92	63,44
$\varphi_3=24^\circ$	2441,58	2329,72	49,73	1408,38	-2592,89	-1639,25	-373,27	361,07	1,73	328,68	201,87	63,19
$\varphi_3=30^\circ$	2386,96	2220,39	26,72	1411,95	-2471,57	-1598,55	-353,87	351,47	0,74	309,80	202,87	61,63
$\varphi_3=36^\circ$	2375,86	2207,43	25,70	1415,58	-2451,97	-1585,62	-353,11	349,65	0,79	308,32	203,44	61,14
$\varphi_3=42^\circ$	2369,68	2208,88	16,47	1454,92	-2457,04	-1566,22	-354,11	348,80	0,24	311,11	210,46	60,20
$\varphi_3=48^\circ$	2382,38	2223,32	4,66	1499,26	-2466,31	-1559,99	-356,63	351,00	-0,63	314,03	218,58	60,00
$\varphi_3=54^\circ$	2427,09	2233,66	2,04	1560,61	-2496,65	-1563,38	-359,00	358,81	-0,78	319,88	229,09	60,18
$\varphi_3=60^\circ$	2559,44	2453,95	49,11	1575,61	-2746,23	-1646,78	-392,64	378,56	1,68	352,47	234,05	63,53
$\varphi_3=66^\circ$	2658,40	2562,13	43,97	1633,56	-2887,75	-1714,85	-411,81	395,38	1,55	374,47	243,30	66,18

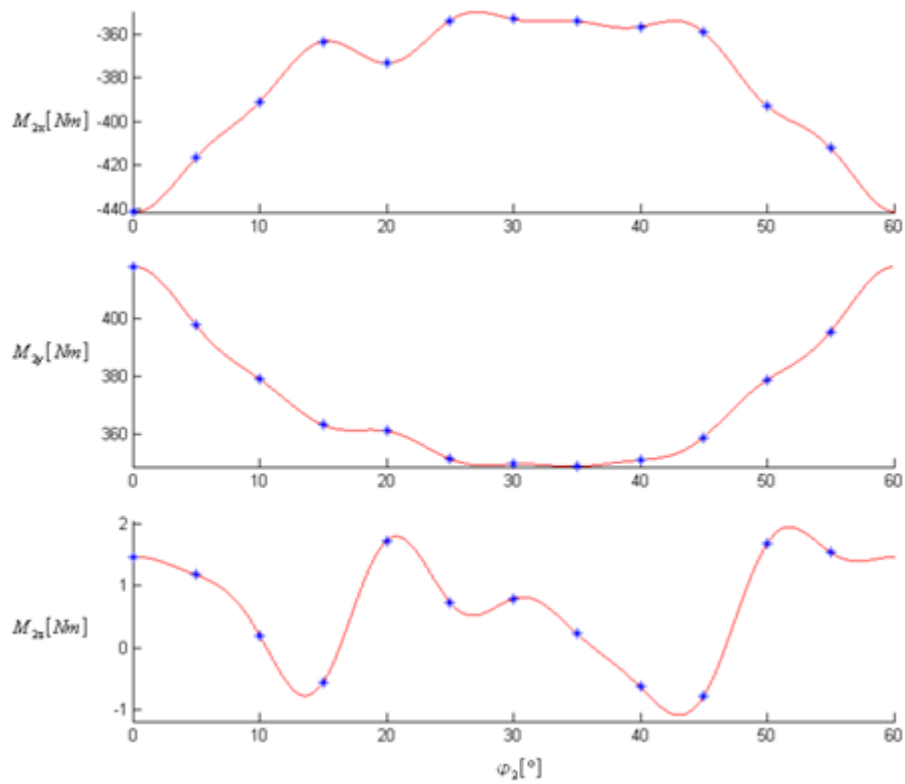
Tabulka 4.2: Ekvivalentní náhrada tlakového pole působícího na rotory



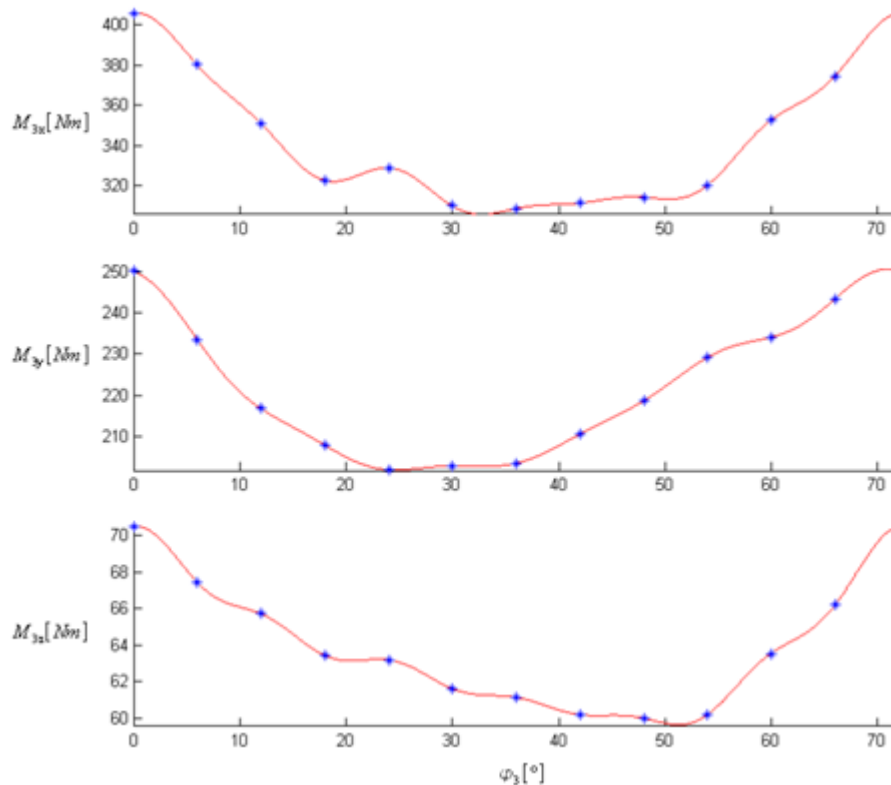
Obr. 4.4: Průběh složek síly F_2



Obr. 4.5: Průběh složek síly F_3



Obr. 4.6: Průběh složek momentu M_2



Obr. 4.7: Průběh složek momentu M_3

4.2 Další silové účinky působící na rotory

V důsledku deformace skříně kompresoru došlo k posunutí os rotorů do mimoběžné polohy a původně křivkový dotyk zubních ploch se změnil na dotyk bodový. Kromě silových účinků vyvolaných stlačovaným médiem, působí na rotory také reakční síly v místě uložení rotorů do ložisek a normálová síla mezi zuby rotorů. Velikost reakčních sil je závislá na poloze dotykového bodu C zubních ploch, která se odvíjí od deformace skříně kompresoru, která je závislá na reakcích v místě uložení rotorů. Jedná se tedy o sdruženou úlohu. K jejímu řešení využijeme iteračního postupu, který je podobný postupu, který použil Siegl [1].

Pro prvotní určení reakcí v uložení rotorů uvažujeme, stejně jako Švígler [10], str. 106, že se rotory nedotýkají. Rotory jsou uváděny do statické rovnováhy pomocí fiktivního momentu, díky kterému jsme schopni určit reakce v uložení rotorů a tedy i deformaci skříně

1. Pro $\varphi_3 = 0^\circ$ určíme reakce v uložení za pomoci fiktivního momentu, určíme deformaci skříně.
2. Určíme polohový vektor \mathbf{r}_{C0} dotykového bodu, viz kapitola 5.3.
3. Určíme reakce v uložení rotorů na základě rovnic (5.1) až (5.4), přičemž poloha dotykového bodu je dána vektorem \mathbf{r}_{C0} .
4. Určíme posunutí středů ložisek za využití metody konečných prvků.
5. Určíme polohový vektor \mathbf{r}_{C1} dotykového bodu pro dané φ_3 . Pokud není splněna podmínka $|\mathbf{r}_{C1} - \mathbf{r}_{C0}| < \varepsilon$, položíme $\mathbf{r}_{C0} = \mathbf{r}_{C1}$ a postupujeme od bodu 3.
6. Není-li $\varphi_3 = 66^\circ$ zvětšíme φ_3 o 6° , položíme $\mathbf{r}_{C0} = \mathbf{r}_{C1}$ a postupujeme od bodu 3.

7. Proces ukončíme

Jednotlivé body tohoto iteračního postupu jsou podrobně rozebrány v následujících kapitolách.

Hlavní rotor je poháněn pomocí motoru, který je s kompresorem spojen pomocí hřídele a přenáší na něj kroutící moment od motoru.

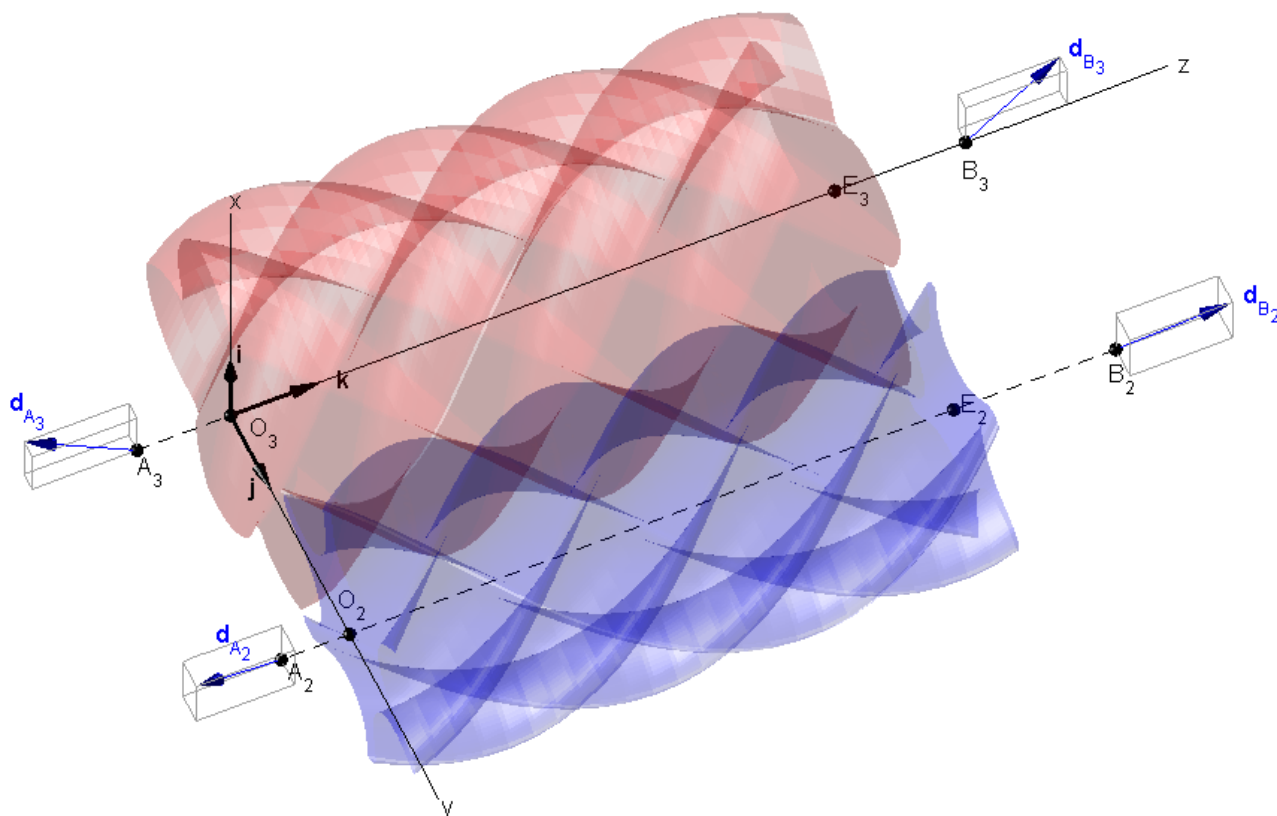
Protože se v našem případě jedná o kompresor bez synchronizačního soukolí, dochází k přenosu kroutícího momentu z hlavního rotoru na vedlejší rotor pomocí vzájemného dotyku obou rotorů. V dotykovém bodě proto vzniká normálová síla, která působí na každý z rotorů.

4.3 Teplotní zatížení rotorů

Teplotní pole působící na soustavu skříň kompresoru a rotorů uvažujeme jako stacionární. Jeho vliv na rotory, jak bylo uvedeno v kapitole 4, s ohledem na obtížnou řešitelnost úlohy neuvažujeme. Jako teplotně deformovatelnou uvažujeme pouze skříň kompresoru. Teplotní pole bylo vyšetřeno měřením [10], str. 107.

5 Dotykový bod rotorů

Vlivem tlakového pole popsaného v kapitole 4 a teplotního pole dochází k deformování skříň kompresoru. Středů ložisek označené A_2, A_3, B_2, B_3 se posunou o vektory $d_{A_2}, d_{A_3}, d_{B_2}, d_{B_3}$, viz obr. 5.1. Osy rotorů, které byly v klidovém stavu rovnoběžné, se tak přesunou do nových poloh. Původní křivkový dotyk rotorů, jak bylo zmíněno v kapitole 4.2, se změní na bodový.



Obr. 5.1: Posunutí středů ložisek

Popis teplotního pole působícího na soustrojí a posunutí středů ložisek vlivem teplotní

deformace skříně je uvedeno v [1]. Naším cílem tedy je určit deformace skříně způsobené vlivem tlakového pole.

5.1 Reakce v uložení

Pro stanovení deformace skříně a deformace ložisek vlivem silových účinků je nezbytné znát reakce v uložení rotorů. K tomuto lze využít závěry kapitoly 4, neboť pomocí silových účinků uváděných v této kapitole je možné určit síly, kterými působí rotory v místech jejich uložení na skříně kompresoru. Na obrázku 5.2 jsou zobrazeny silové účinky působící na rotory. Silové účinky označené F_3 , M_3 , F_2 , M_2 představují ekvivalentní náhradu tlakového pole, kterou jsme určili v kapitole 4.1.3. Síly R_{A_2} , R_{A_3} , R_{B_2} , R_{B_3} představují reakce, kterými působí skříně na rotory. Dále je na obrázku zobrazena normálová síla N_C a polohový vektor dotykového bodu r_C . Složková podmínka statické rovnováhy pro vedlejší rotor má podobu

$$R_{A_2} + R_{B_2} + N_C n = -F_2, \quad (5.1)$$

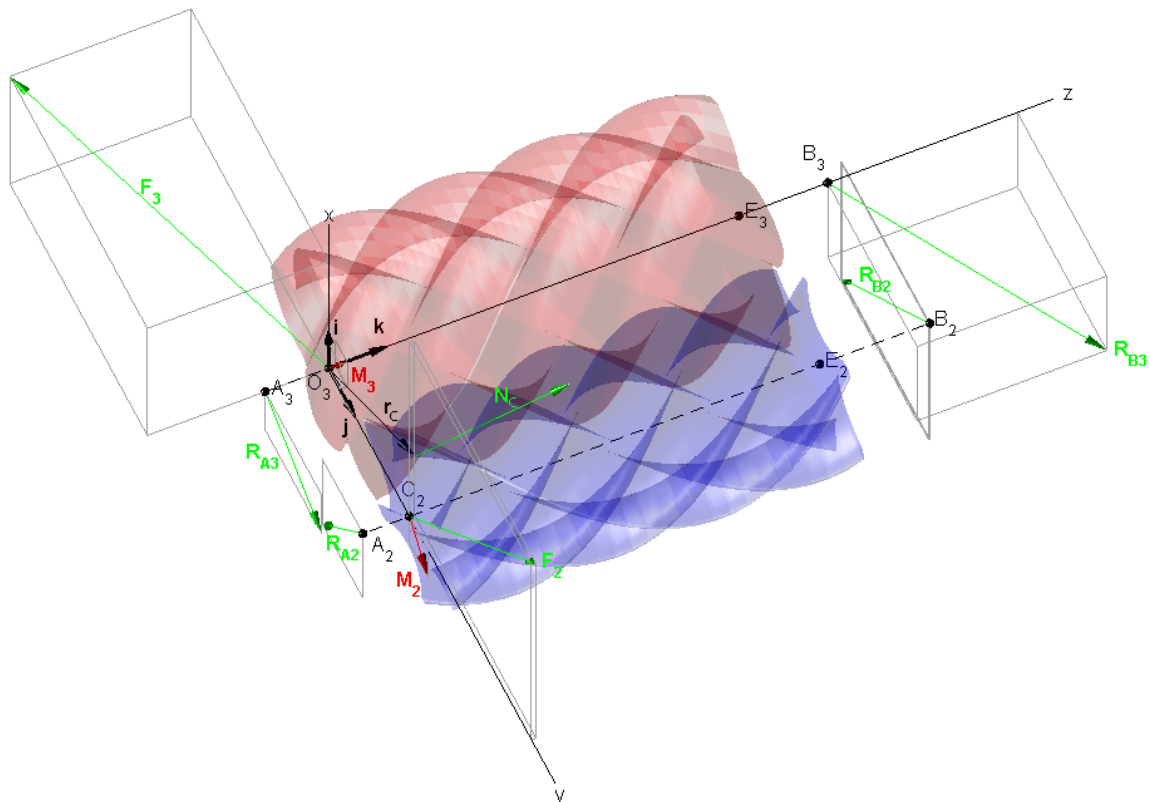
kde n představuje jednotkový vektor vnější normály ke šroubové ploše vedlejšího rotoru. Momentová podmínka rovnováhy pro vedlejší rotor je

$$(r_{B_2} - r_{O_2}) \times R_{B_2} + (r_{A_2} - r_{O_2}) \times R_{A_2} + M_2 + (r_C - r_{O_2}) \times (N_C n) = 0 \quad (5.2)$$

Obdobné vztahy dostáváme i pro hlavní rotor

$$R_{A_3} + R_{B_3} = N_C n - F_3 \quad (5.3)$$

$$r_{B_3} \times R_{B_3} + r_{A_3} \times R_{A_3} + M_3 + r_C \times (-N_C n) + M_m = 0 \quad (5.4)$$



Obr. 5.2: Silové účinky působící na rotory

Výsledné složky vektorů reakčních sil v uložení rotorů udává tabulka 5.1. Síly R_{A_3} a R_{A_2} mají složku ve směru osy z nulovou, neboť rotory jsou zde uloženy v radiálních ložiskách.

	R_{A_3}			R_{A_2}			R_{B_3}			R_{B_2}		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
$\varphi_3=0^\circ$ $\equiv 72^\circ$	-581,1	1189,5	0	-987,8	-849,8	0	-1133,8	1876,6	1793,6	-1770,0	-1846,6	-8,4
$\varphi_3=6^\circ$	-559,4	1128,5	0	-946,1	-802,3	0	-1060,5	1759,4	1726,8	-1685,4	-1744,4	-8,4
$\varphi_3=12^\circ$	-524,0	1087,1	0	-923,7	-771,5	0	-985,3	1626,4	1701,6	-1609,9	-1644,0	-13,8
$\varphi_3=18^\circ$	-503,8	1043,4	0	-906,2	-734,0	0	-945,1	1497,4	1659,0	-1546,2	-1533,9	-14,5
$\varphi_3=24^\circ$	-523,6	1029,4	0	-875,2	-736,4	0	-921,9	1529,6	1601,8	-1529,2	-1559,4	-12,3
$\varphi_3=30^\circ$	-504,0	1014,8	0	-875,6	-719,5	0	-923,7	1444,3	1582,6	-1495,6	-1488,3	-10,8
$\varphi_3=36^\circ$	-506,3	999,4	0	-870,8	-707,0	0	-926,4	1436,3	1568,6	-1488,0	-1484,2	-8,6
$\varphi_3=42^\circ$	-504,2	1005,4	0	-879,9	-713,8	0	-955,9	1446,9	1561,1	-1484,6	-1490,4	-11,4
$\varphi_3=48^\circ$	-496,2	1020,3	0	-901,0	-730,2	0	-989,3	1458,1	1573,7	-1495,2	-1505,3	-18,3
$\varphi_3=54^\circ$	-508,4	1029,2	0	-915,9	-734,0	0	-1035,3	1483,5	1580,2	-1528,0	-1515,8	-18,9
$\varphi_3=60^\circ$	-550,0	1075,7	0	-916,2	-775,0	0	-1061,6	1636,2	1610,5	-1607,2	-1644,7	-12,8
$\varphi_3=66^\circ$	-564,1	1121,4	0	-947,9	-805,8	0	-1102,6	1734,7	1681,4	-1677,3	-1724,7	-10,5

Tabulka 5.1: Reakce v ložiskách

5.2 Deformace skříně kompresoru a ložisek

Jak bylo uvedeno dříve, skřín kompresoru je deformována vlivem teplotního pole. Toto teplotní pole uvádí Švígler [10], str. 107, na základě práce [11], str. 167. Dále uvádí deformace skříně, které jsou tímto polem způsobeny. Posunutí středů ložisek, které uvažujeme konstantní během celého pracovního cyklu, způsobené vlivem teplotního pole uvádí tabulka 5.2.

	d_x [μm]	d_y [μm]	d_z [μm]
A_3	28,196	-9,398	-54,159
A_2	29,791	16,421	-50,770
B_3	26,864	-8,033	56,831
B_2	27,296	17,711	56,911

Tabulka 5.2: Posunutí středů ložisek vlivem působení teplotního pole

Na skřín kompresoru dále působí silové účinky, které způsobují deformace samotné skříně a také deformace ložisek. Stejně jako v [3], i v tomto případě určíme posunutí středů ložisek pomocí

vztahů, které uvádí Fröhlich [4] na straně 118 pro válečková ložiska. Pro efektivní zatěžující sílu v radiálním směru použijeme vztah

$$Q_r = \frac{5\sqrt{R_x^2 + R_y^2}}{z \cos \alpha}, \quad (5.5)$$

kde z zde značí počet valivých prvků, α je dotykový úhel elementů, R_x označuje x -ovou složku reakční síly v příslušném ložisku a R_y označuje y -ovou složku reakce. Efektivní zatěžující sílu v axiálním směru určíme

$$Q_a = \frac{R_z}{z \sin \alpha}, \quad (5.6)$$

kde R_z označuje z -ovou složku reakční síly v ložisku. S využitím vztahu (5.1) můžeme určit posunutí středu ložiska v radiálním směru jako

$$d_r = \frac{7,68 \cdot 10^{-5}}{\cos \alpha} \frac{Q_r^{0,9}}{l_a^{0,8}}. \quad (5.7)$$

Obdobný vztah použijeme i pro výpočet deformací ložisek v axiálním směru

$$d_a = \frac{7,68 \cdot 10^{-5}}{\sin \alpha} \frac{Q_a^{0,9}}{l_a^{0,8}}. \quad (5.8)$$

Ve vztazích (5.3) a (5.4) značí l_a délku valivého elementu. Potřebné charakteristiky ložisek udává tabulka 5.3.

ložisko	A_3	A_2	B_3	B_2
z	13	13	13	13
l_a [mm]	24	12	20	35
α [°]	0	0	60	60

Tabulka 5.3: Charakteristiky ložisek

Výsledné deformace ložisek udává tabulka 5.4.

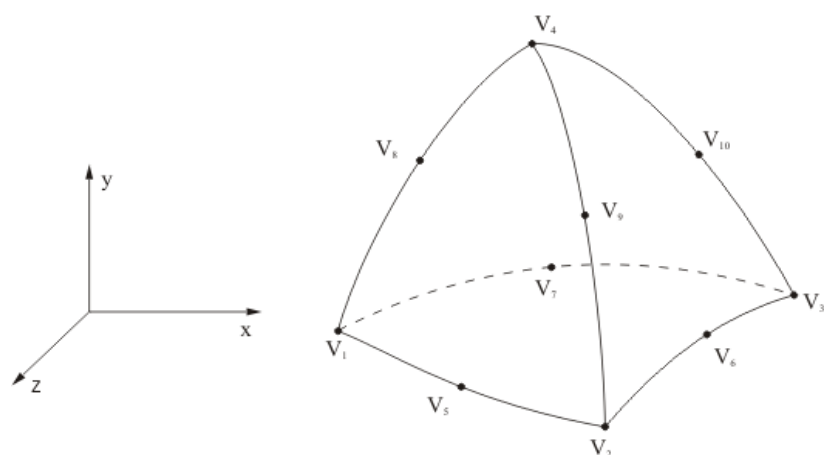
	$d_{A_{3i}}$ [μm]			$d_{A_{2i}}$ [μm]			$d_{B_{3i}}$ [μm]			$d_{B_{2i}}$ [μm]		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
$\varphi_3=0^\circ\equiv 72^\circ$	0,724	-1,482	0	2,147	1,847	0	4,490	-7,431	-0,775	5,699	5,945	0,004
$\varphi_3=6^\circ$	0,700	-1,413	0	2,066	1,752	0	4,180	-6,935	-0,749	5,455	5,646	0,004
$\varphi_3=12^\circ$	0,659	-1,367	0	2,023	1,690	0	3,810	-6,289	-0,738	5,238	5,349	0,006
$\varphi_3=18^\circ$	0,636	-1,318	0	1,991	1,613	0	3,605	-5,711	0,722	5,059	5,018	0,006
$\varphi_3=24^\circ$	0,661	-1,300	0	1,927	1,621	0	3,584	-5,946	-0,700	5,002	5,101	0,006
$\varphi_3=30^\circ$	0,638	-1,284	0	1,929	1,585	0	3,559	-5,564	-0,692	4,909	4,885	0,005
$\varphi_3=36^\circ$	0,641	-1,266	0	1,921	1,559	0	3,580	-5,550	-0,686	4,886	4,873	0,004
$\varphi_3=42^\circ$	0,6386	-1,273	0	1,939	1,573	0	3,721	-5,687	-0,684	4,874	4,893	0,005
$\varphi_3=48^\circ$	0,628	-1,291	0	1,981	1,605	0	3,858	-5,687	-0,688	4,905	4,938	0,008
$\varphi_3=54^\circ$	0,643	-1,301	0	2,011	1,612	0	4,067	-5,827	-0,691	5,005	4,965	0,008
$\varphi_3=60^\circ$	0,6916	-1,353	0	2,007	1,698	0	4,237	-6,531	-0,703	5,230	5,352	0,005
$\varphi_3=66^\circ$	0,707	-1,405	0	2,069	1,759	0	4,395	-6,914	-0,731	5,433	5,587	0,005

Tabulka 5.4: Deformace ložisek

Skříň kompresoru je současně deformována působením tlakového pole. V kapitole 4.1.3 byla určena ekvivalentní náhrada tlakového pole, které působí na oba rotory. Dosazením těchto silových účinků do rovnic 5.1 až 5.4 můžeme určit reakce v místě uložení rotorů do skříně kompresoru. Rovnice 5.1 až 5.4 jsou formulovány jako rovnice statické rovnováhy pro oba rotory. Na skříň kompresoru pak působí v bodech A_2, A_3, B_2, B_3 síly $-\mathbf{R}_{A_2}, -\mathbf{R}_{A_3}, -\mathbf{R}_{B_2}, -\mathbf{R}_{B_3}$. Na vnitřní stěnu skříně kompresoru dále působí tlak, který působí v jednotlivých komorách. Jeho hodnoty jsou uvedeny v tabulce 4.1.

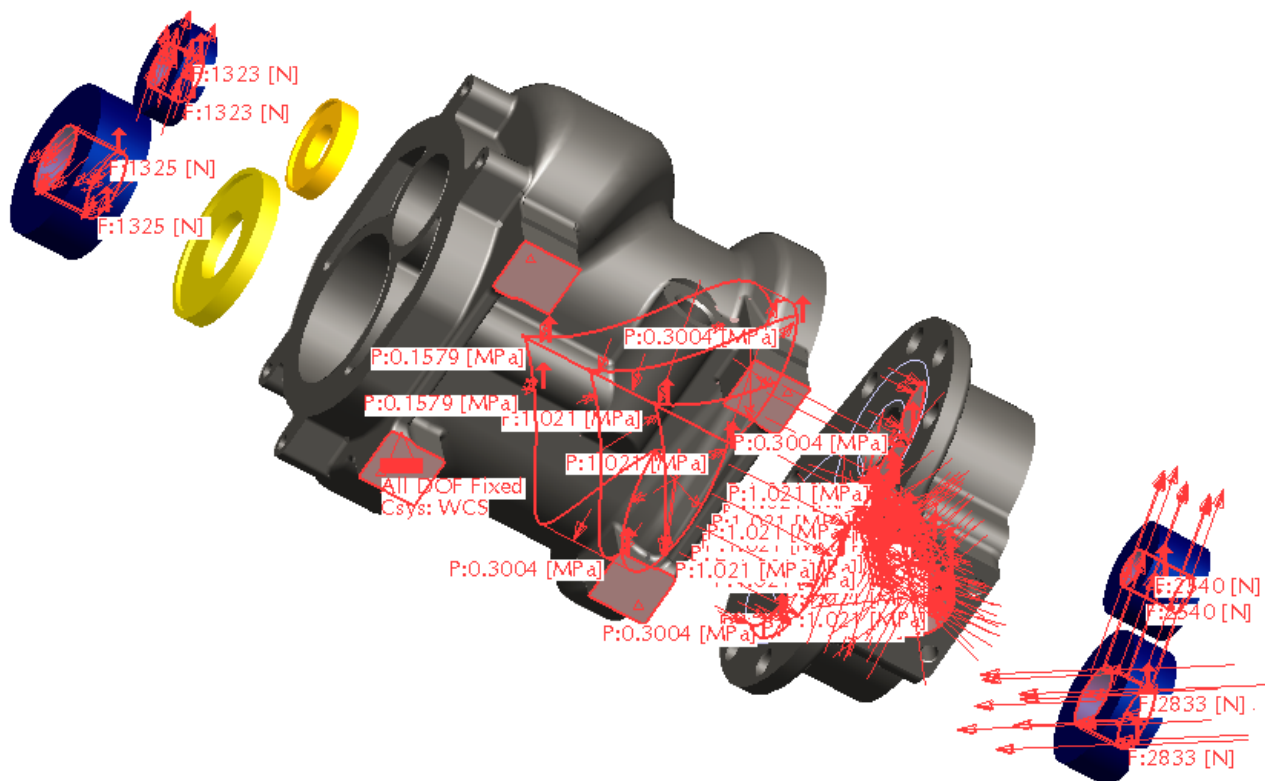
K určení posunutí středů ložisek vlivem silových účinků využijeme metodu konečných prvků. Okrajovými podmínkami jsou tedy síly $-\mathbf{R}_{A_2}, -\mathbf{R}_{A_3}, -\mathbf{R}_{B_2}, -\mathbf{R}_{B_3}$ působící v ložiscích, tlak působící na vnitřní stěnu skříně vyvolaný stlačeným médiem v jednotlivých komorách a výtlačném kanále. Další okrajovou podmínkou jsou nulové posuvy uzlů v místě uložení skříně. V konečnoprvkovém modelu uvažujeme ložiska jako tuhá tělesa, neboť jejich deformace jsme již stanovili dříve. Deformaci skříně, v každé z dvanácti zvolených časových hladin, řešíme jako úlohu statiky.

Jako preprocesor pro přípravu výpočtového modelu použijeme systém Pro/Engineer resp. jeho modul Pro/Mechanica. Na obrázku 5.4 jsou zobrazeny okrajové podmínky zadané v systému Pro/Engineer. Podrobnosti o použití modulu Pro/Mechanica ke statickým analýzám lze najít například v [7]. Jako procesor a postprocesor samotného výpočtu použijeme systém ANSYS. Zvoleným typem konečného prvku pro model skříně je prvek Solid92, [6], obr. 5.3. Tento prvek je určen deseti uzly. Posuvy jsou aproximovány polynomem druhého stupně.

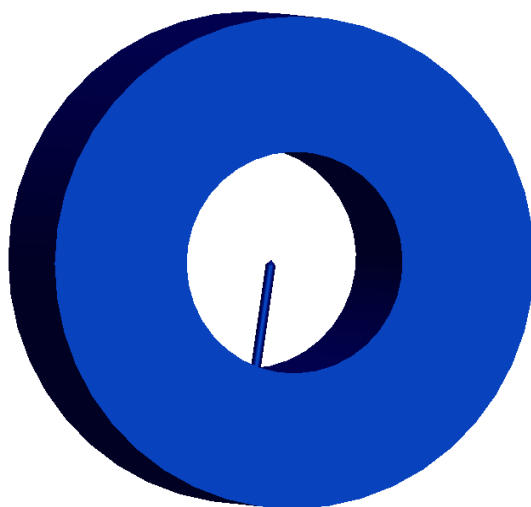


Obr. 5.3: Prvek typu Solid92

Kromě samotné skříně vidíme na obrázku 5.4 také zjednodušené modely ložisek označené modrou barvou. Protože určujeme pouze posuvy středů ložisek, doplníme model ložiska o kuželovitý výběžek, viz obrázek 5.5. Posunutí vrcholu tohoto kuželu určuje posunutí středu ložiska.



Obr. 5.4: Sestava skříně kompresoru



Obr. 5.5: Model ložiska

Celkové posunutí středů ložisek je dáno vztahem

$$d_{X_i} = d_{X_{i1}} + d_{X_{i2}} + d_{X_{pi}}, \quad (5.9)$$

pro $X=A, B$ a $i=2, 3$. Toto posunutí udává tabulka 5.5.

	d_{A_3} [μm]			d_{A_2} [μm]			d_{B_3} [μm]			d_{B_2} [μm]		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
$\varphi_3=0^\circ$ $\equiv 72^\circ$	28,335	-11,187	-56,043	31,796	17,966	-52,534	33,945	-16,196	53,671	36,452	23,082	54,831
$\varphi_3=6^\circ$	28,269	-11,107	-55,956	31,668	17,871	-52,412	33,615	-15,716	53,791	36,183	22,761	54,911
$\varphi_3=12^\circ$	28,128	-11,205	-56,040	31,541	17,659	-52,497	33,254	-15,199	53,745	36,012	22,331	54,851
$\varphi_3=18^\circ$	28,095	-11,031	-56,272	31,488	17,717	-52,775	33,161	-14,370	53,465	35,885	22,241	54,463
$\varphi_3=24^\circ$	28,213	-12,086	-55,723	31,723	16,632	-52,416	32,751	-14,799	54,126	35,586	22,171	54,952
$\varphi_3=30^\circ$	28,284	-10,956	-55,783	31,571	17,730	-50,919	32,789	-14,274	54,088	35,353	22,063	55,130
$\varphi_3=36^\circ$	28,299	-12,002	-55,509	31,784	16,622	-52,198	32,595	-14,396	54,415	35,268	21,954	55,245
$\varphi_3=42^\circ$	28,201	-10,957	-56,093	31,520	17,709	-52,580	33,382	-14,375	53,765	35,765	22,047	54,783
$\varphi_3=48^\circ$	28,263	-10,980	-55,776	31,626	17,731	-52,247	32,941	-14,485	54,102	35,231	22,039	55,140
$\varphi_3=54^\circ$	28,423	-10,922	-55,502	31,734	17,821	-52,098	32,826	-14,098	54,348	34,965	22,587	55,347
$\varphi_3=60^\circ$	28,413	-11,022	-55,716	31,720	17,851	-52,205	33,469	-15,268	54,153	35,677	22,514	55,237
$\varphi_3=66^\circ$	28,434	-11,080	-55,733	31,797	17,907	-52,220	33,660	-15,672	54,090	35,931	22,731	55,223

Tabulka 5.5: Celkové posunutí středů ložisek

5.2.1 Trajektorie středů ložisek

Abychom zkoumané děje související s kontaktem přidružených ploch mohli analyzovat spojitě na časovém intervalu, tedy během celého pracovního cyklu a ne pouze v několika diskrétních bodech, proložíme polohami středů ložisek v deformované poloze kubickou spline křivku. Vzhledem k tomu, že vzdálenost bodů, kterými křivky prokládáme se značně liší, je účelné použít chordálovou parametrizaci oblouků, tj. krok parametru je určen na základě vzdálenosti krajních bodů oblouku. Označíme-li $\mathbf{r}_{iX_j^\Delta} = \mathbf{r}_{iX_j} + \mathbf{d}_{iX_j}$; $i=0, \dots, 11$; $j=2, 3$; $X=A, B$ polohové vektory opěrných bodů iX_j^Δ spline křivky, můžeme podle [5] napsat soustavu rovnic pro určení tečných vektorů $\mathbf{r}'_{iX_j^\Delta}$ křivky $\mathbf{P} = \mathbf{P}(t)$ v opěrných bodech jako

$$\frac{1}{i k} \mathbf{r}'_{iX_j^\Delta} + \left(\frac{2}{i k} + \frac{2}{i+1 k} \right) \mathbf{r}'_{i+1X_j^\Delta} + \frac{1}{i+1 k} \mathbf{r}'_{i+2X_j^\Delta} = \frac{3}{i+1 k^2} \mathbf{r}_{i+2X_j^\Delta} + \left(\frac{3}{i k^2} - \frac{3}{i+1 k^2} \right) \mathbf{r}_{i+1X_j^\Delta} - \frac{3}{i k^2} \mathbf{r}_{iX_j^\Delta}, \quad (5.10)$$

kde $i=1, \dots, 9$. Protože se jedná o uzavřenou křivku, doplníme soustavu (5.10) o další dvě rovnice. Opět použijeme formuli (5.10) pro $i=10$ a $i=11$. Je-li index $i > 11$, odečteme od i hodnotu 12. Ve výrazu (5.10) je $i k = t_{i+1} - t_i$.

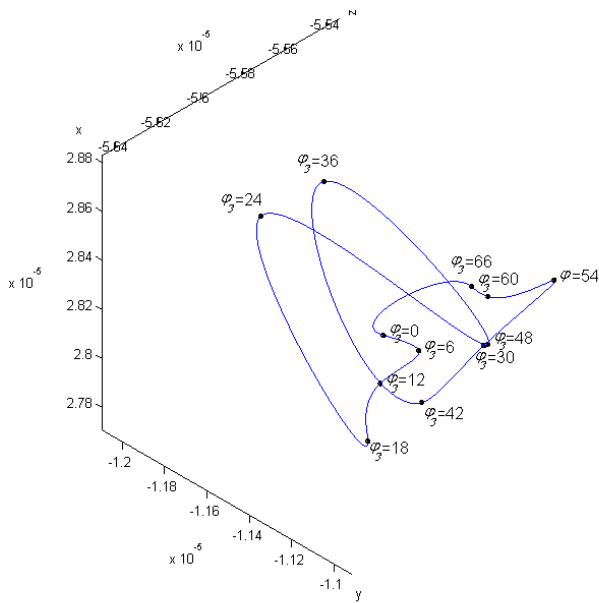
Spline křivkou s opěrnými body iX_j^Δ a pro hodnoty parametru $t_0 < t_1 < \dots < t_{11}$, je křivka $\mathbf{P} = \mathbf{P}(t)$, $t \in \langle t_0, t_{11} \rangle$ jejíž jednotlivé oblouky jsou dány Fergusonovými kubikami

$$\mathbf{P}(t) = H_0(t-t_i) \mathbf{r}_{iX_j^\Delta} + H_1(t-t_i) \mathbf{r}_{i+1X_j^\Delta} + H_2(t-t_i) \mathbf{r}'_{iX_j^\Delta} + H_3(t-t_i) \mathbf{r}'_{i+1X_j^\Delta}, \quad (5.11)$$

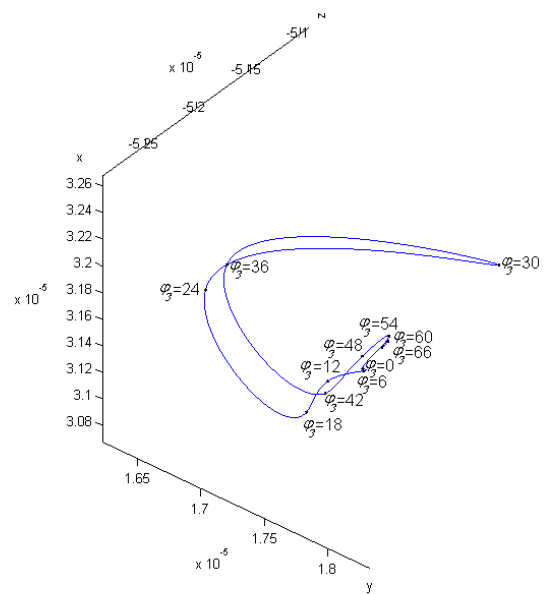
kde H_0, H_1, H_2, H_3 jsou polynomy třetího stupně mající tvar

$$\begin{aligned} H_0(s) &= \frac{2}{i k^3} s^3 - \frac{3}{i k^2} s^2 + 1, \\ H_1(s) &= \frac{-2}{i k^3} s^3 + \frac{3}{i k^2} s^2, \\ H_2(s) &= \frac{1}{i k^2} s^3 - \frac{2}{i k} s^2 + s, \\ H_3(s) &= \frac{1}{i k^2} s^3 - \frac{1}{i k} s^2, \end{aligned} \quad (5.12)$$

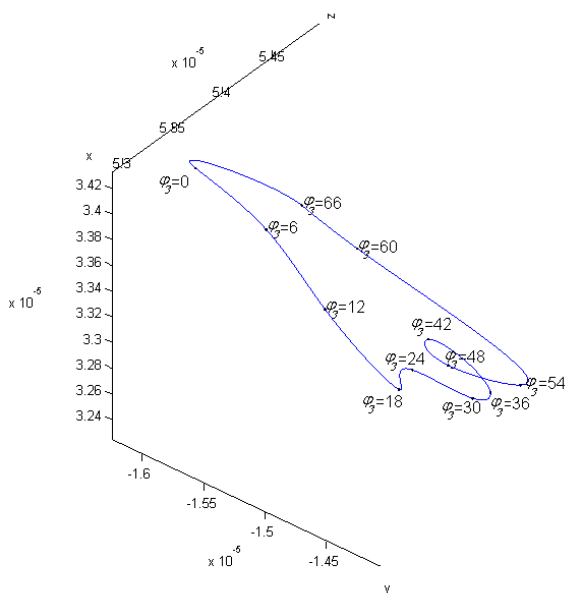
s tím, že $s = t - t_i$. Proložení kubických spline křivek polohami středů ložisek v deformované poloze pro uvažovaných dvanáct časových hladin, zobrazuje obrázek 5.6.



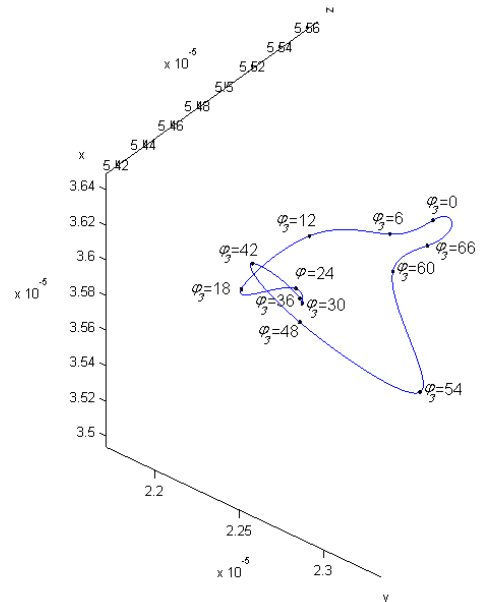
A₃



A₂



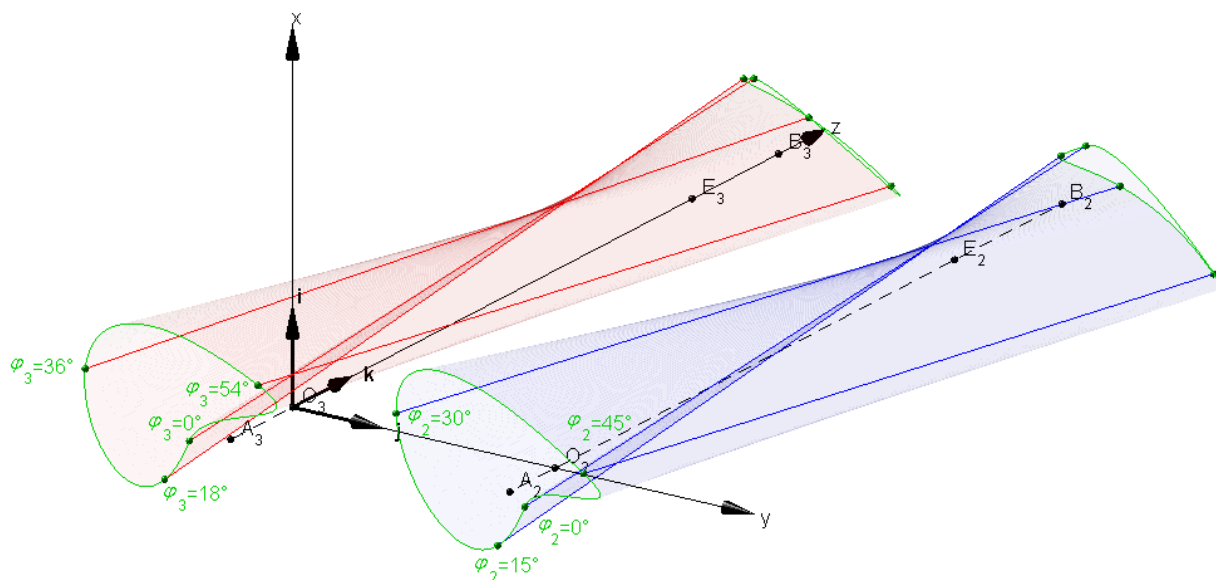
B₃



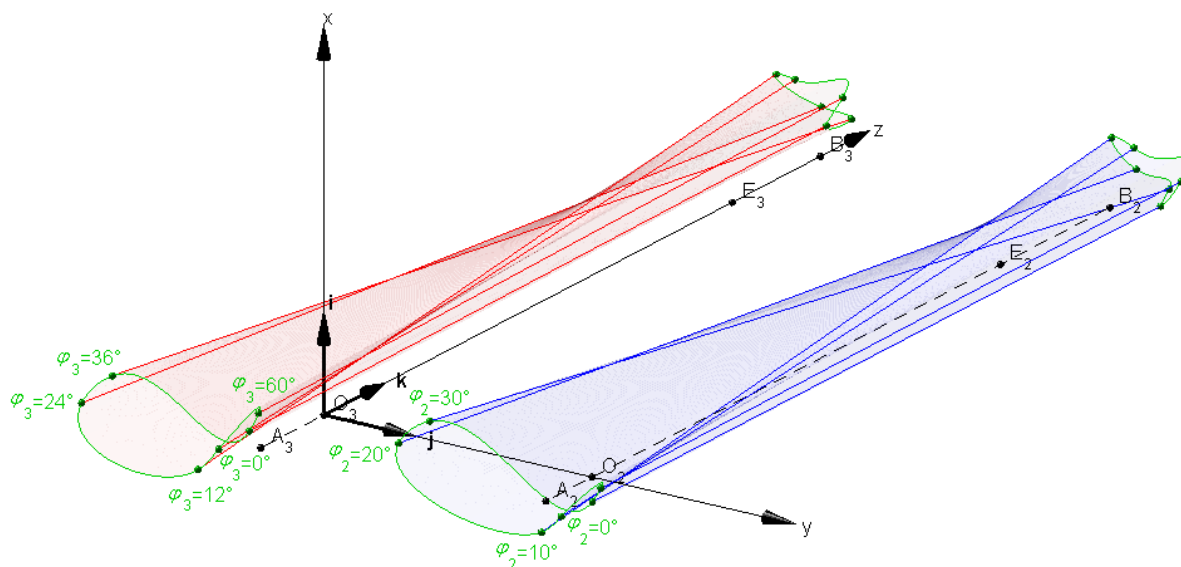
B₂

Obr. 5.6: Interpolace středů ložisek spline křivkou

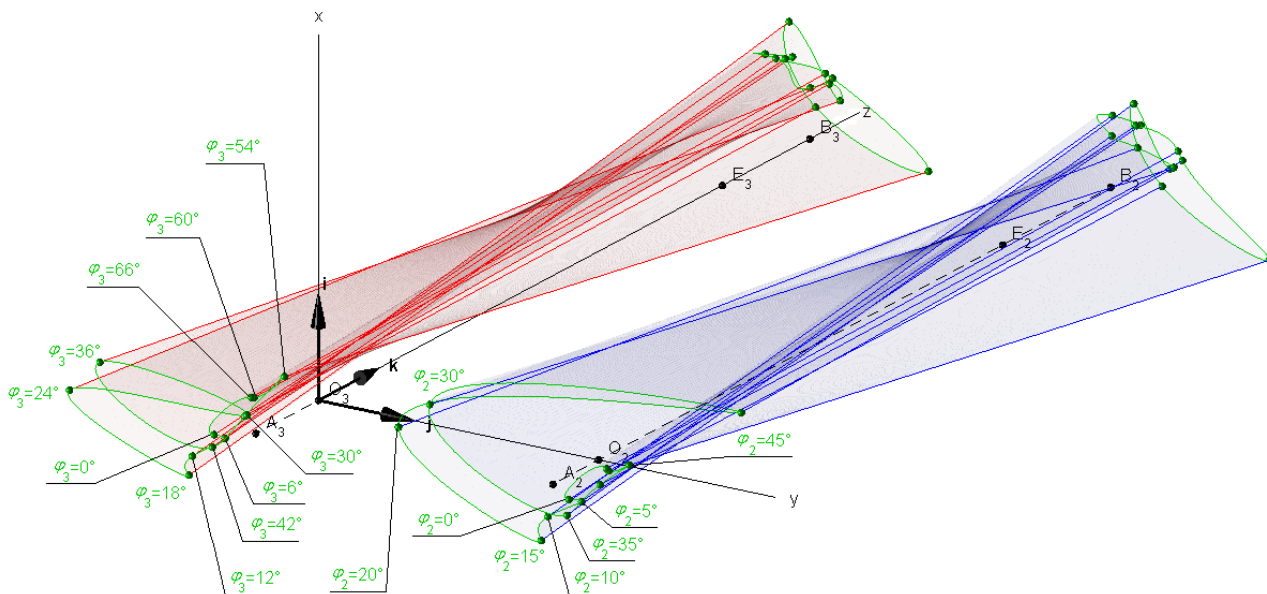
Změnu vzájemné polohy os obou rotorů během pracovního cyklu zobrazují obrázky 5.7 až 5.9. Tyto obrázky demonstrují, jaký vliv má počet zvolených časových hladin na změnu vzájemné polohy os. Na obrázku 5.7 jsou zvoleny pouze čtyři časové hladiny, tak jak je volil Machulda [3]. Na obrázku 5.8 je zobrazena vzájemná změna polohy os rotorů při uvažování šesti časových hladin odpovídajících natočení hlavního rotoru $\varphi_3 = 0, 12, 24, 36, 48, 60^\circ$. Obrázek 5.9 představuje změnu polohy os při zde uvažovaných dvanácti časových hladinách, které výrazně zpřesňuje představu o složitosti pohybu os.



Obr. 5.7: Změna vzájemné polohy os rotorů při čtyřech časových hladinách



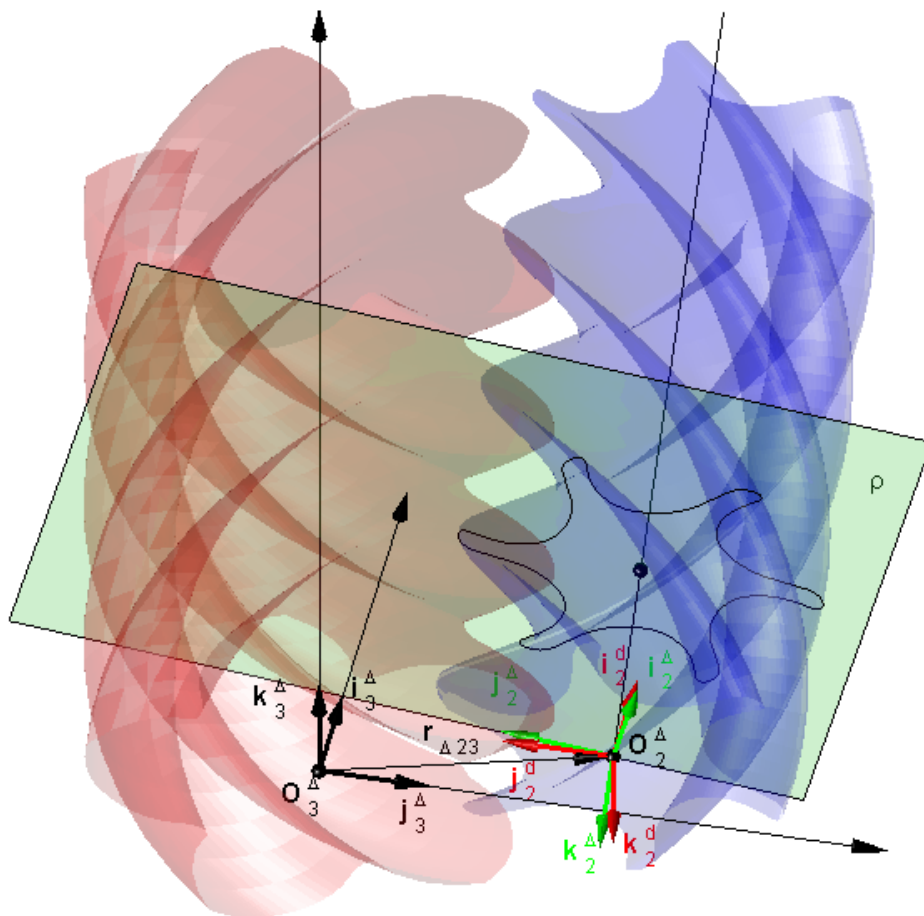
Obr. 5.8: Změna vzájemné polohy os rotorů při šesti časových hladinách



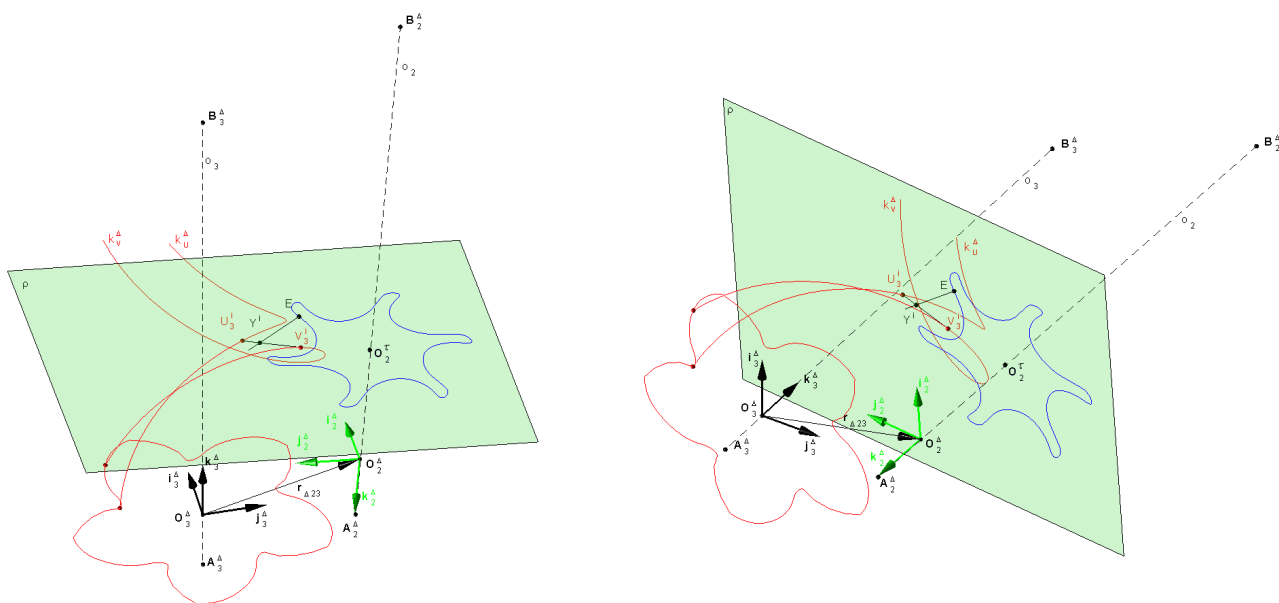
Obr. 5.9: Změna vzájemné polohy os rotorů při dvanácti časových hladinách

5.3 Algoritmus pro určení dotykového bodu

Pro určení dotykového bodu zubních ploch rotorů šroubového kompresoru vycházíme z postupu použitého v [3]. Hledání dotykového bodu je výhodné provádět v souřadnicovém systému $R_2^A = (i_2^A, j_2^A, k_2^A)$, který je pevně spojený s vedlejším rotorem. Vedlejší rotor rozdělíme rovinou ρ , která je kolmá k jeho ose, na několik ekvidistantních řezů, viz obrázek 5.10. V rovině ρ známe profil vedlejšího rotoru, tak jak byl popsán v kapitole 3.1. Vzhledem k tomu, že rovina ρ není kolmá k ose hlavního rotoru, je obtížné určit průsečnou křivku roviny ρ se šroubovou plochou hlavního rotoru. Ve zde použitém postupu není nezbytné tuto průsečnou křivku určovat. Vystačíme vždy se dvěma body, které na průsečné křivce leží. Tyto body označíme U_3^i a V_3^i , viz obrázky 5.11 a 5.12.



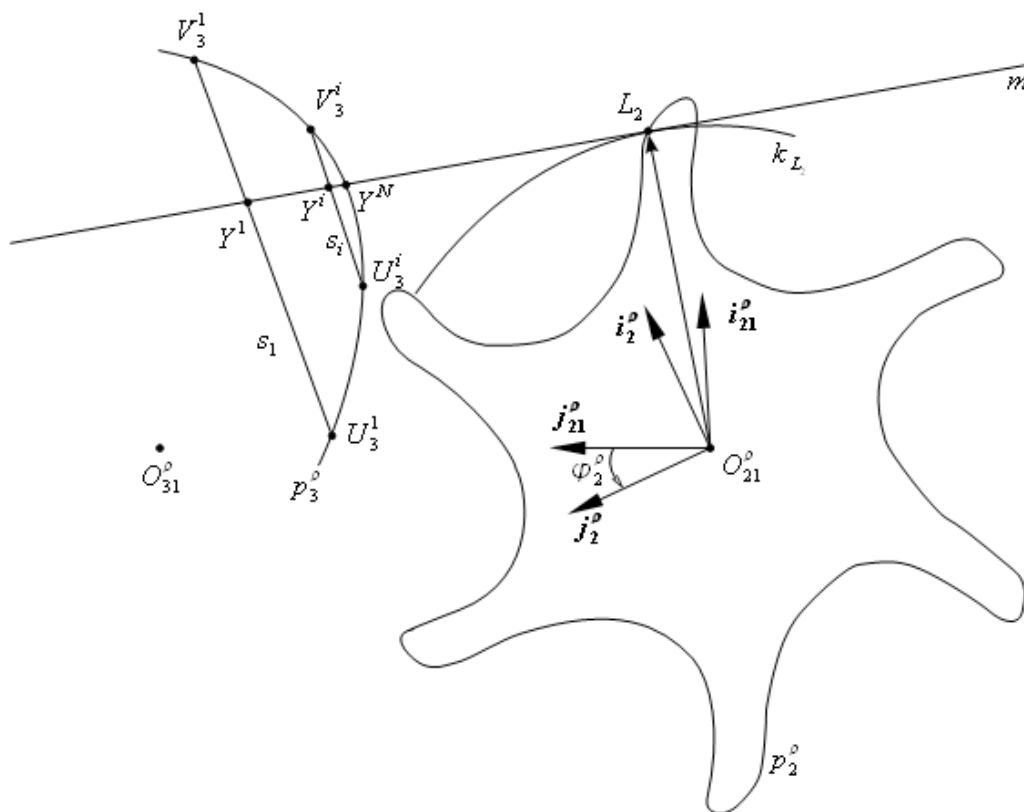
Obr. 5.10: Hledání dotykového bodu



Obr. 5.11: Prošroubování bodů $U_3^{\sigma_3}$ a $V_3^{\sigma_3}$ do roviny ρ

V okolí bodu L_2 na profilu p_2 , obrázek 5.12, zvolíme body $U_2^{\sigma_2}$, $V_2^{\sigma_2}$ a určíme k nim přidružené body $U_3^{\sigma_3}$, $V_3^{\sigma_3}$ v nedeformované poloze. Těmito body $U_3^{\sigma_3}$ a $V_3^{\sigma_3}$ vedeme šroubovice, které

posuneme a natočíme stejně jako je posunut a natočen systém $R_3^A=(\mathbf{i}_3^A, \mathbf{j}_3^A, \mathbf{k}_3^A)$ vůči systému $R_2^A=(\mathbf{i}_2^A, \mathbf{j}_2^A, \mathbf{k}_2^A)$. Dostaneme šroubovice k_U^A a k_V^A , obrázek 5.11. Průnikem šroubovic s rovinou ρ získáme body U_3^i, V_3^i , obrázek 5.12.



Obr. 5.12: Hledání dotykového bodu v rovině ρ

Na profilu vedlejšího rotoru zvolíme bod L_2 . Trajektorií bodu L_2 při rotaci rotorů je kružnice k_{L_2} . Ke křivce k_{L_2} zkonstruujeme tečnu m . Nyní hledáme průsečík tečny m s profilem hlavního rotoru. K tomu využijeme sečnu s_1 určenou body U_3^1 a V_3^1 . Nejprve určíme průsečík tečny m se sečnou s_1 , který označíme Y^1 , jak je naznačeno na obr. 5.12. Body U_3^i, V_3^i pro zvyšující se index i postupně vzájemně přibližujeme, až tyto body splynou v jediný bod Y^N , který je průsečíkem tečny m s profilem šroubové plochy hlavního rotoru v rovině ρ .

V dalším kroku postup opakujeme pro natočení profilu vedlejšího rotoru o úhel φ_2^o a pokračujeme tak dlouho, až dojde ke splnutí bodů Y^N a L_2 . Je-li v tomto bodě splněna podmínka

$$\mathbf{n}_{L_3}^{\sigma_3} \equiv \mathbf{n}_{L_2}^{\sigma_2} \wedge \varphi_2^o \equiv \min \varphi_2^o, \quad (5.13)$$

je bod $L_2 \equiv L_3 \equiv C^o$ bodem dotyku rotorů v rovině ρ . Ve vztahu (5.13) značí $\mathbf{n}_{L_2}^{\sigma_2}$ jednotkový vektor vnější normály k zubní ploše vedlejšího rotoru v bodě L_2 , $\mathbf{n}_{L_3}^{\sigma_3}$ označuje jednotkový vektor vnější normály k zubní ploše hlavního rotoru. Shodnost obou normálových vektorů v bodě C^o zaručuje, že nedochází k průniku šroubových ploch.

Dále označíme

$$\min \varphi_2^\rho = \dot{\varphi}_2^\rho. \quad (5.14)$$

Bod C^ρ , jehož $\dot{\varphi}_2^\rho$ je minimální pro množinu čelních ploch ρ pro danou polohu rotorů, je bodem dotyku šroubových ploch, tj. $C^\rho \equiv C$.

5.3.1 Relativní poloha os

Na obr. 5.13 je znázorněna vzájemná poloha mezi jednotlivých uvažovaných souřadnicových systémů. Systém R budeme nazývat základní. V teoretické konfiguraci je osa z systému R totožná s osou hlavního rotoru. Pokud dojde k deformaci skříně kompresoru, systém $R_3^\Delta = (i_3^\Delta, j_3^\Delta, k_3^\Delta)$ pevně spojený s hlavním rotorem se posune o vektor d_{O_3} , a natočí o úhly ξ_3 a ζ_3 , resp. systém $R_2^\Delta = (i_2^\Delta, j_2^\Delta, k_2^\Delta)$ pevně spojený s vedlejším rotorem se posune o vektor d_{O_2} , a natočí o úhly ξ_2 , ζ_2 , viz obr. 5.14.

Směrový vektor osy hlavního rotoru v systému R lze vyjádřit pomocí polohy bodů A_3^Δ , B_3^Δ , což jsou posunutá středy ložisek hlavního rotoru, jako

$${}_R \mathbf{v}_3^\Delta = \frac{{}_R \mathbf{r}_{B_3^\Delta} - {}_R \mathbf{r}_{A_3^\Delta}}{|{}_R \mathbf{r}_{B_3^\Delta} - {}_R \mathbf{r}_{A_3^\Delta}|} = \begin{bmatrix} \sin \xi_3 \\ \cos \xi_3 \sin \zeta_3 \\ \cos \xi_3 \cos \zeta_3 \end{bmatrix}. \quad (5.15)$$

Obdobně lze psát vztah pro směrový vektor osy vedlejšího rotoru

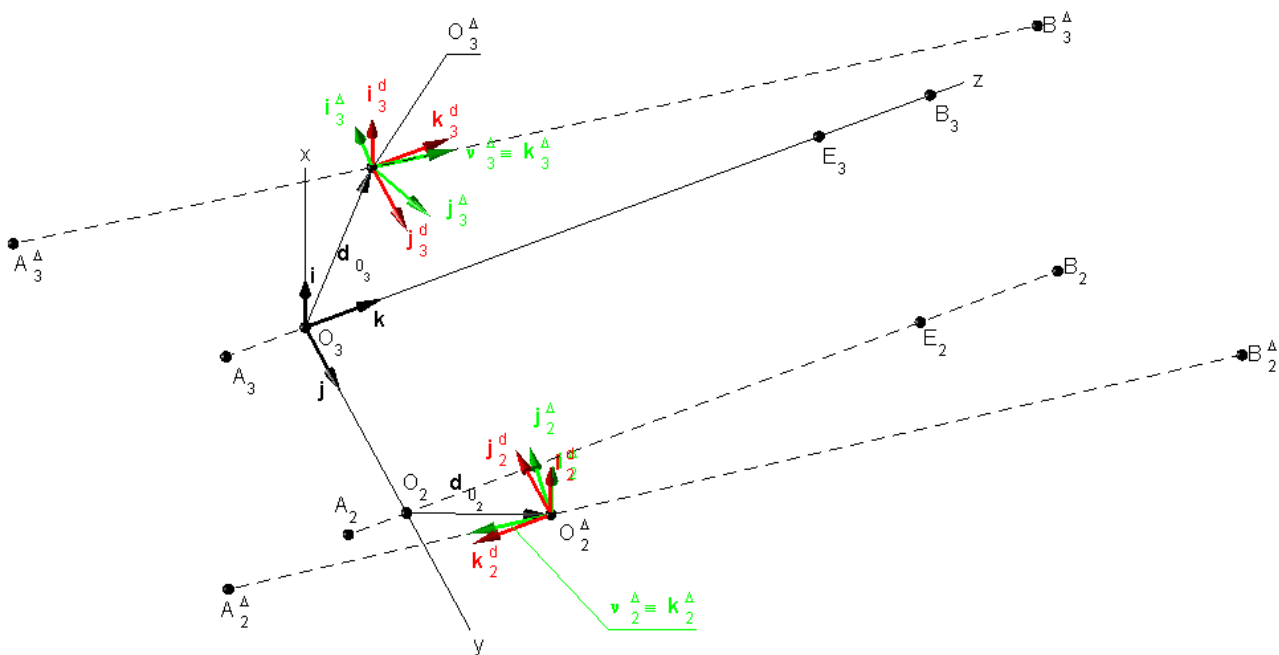
$${}_R \mathbf{v}_2^\Delta = \frac{{}_R \mathbf{r}_{A_2^\Delta} - {}_R \mathbf{r}_{B_2^\Delta}}{|{}_R \mathbf{r}_{A_2^\Delta} - {}_R \mathbf{r}_{B_2^\Delta}|} = \begin{bmatrix} -\sin \xi_2 \\ -\cos \xi_2 \sin \zeta_2 \\ -\cos \xi_2 \cos \zeta_2 \end{bmatrix}. \quad (5.16)$$

Pro posunutí bodu O_3 a tudíž i pro posunutí systému R_3^Δ vůči systému R lze psát

$$\mathbf{d}_{O_3} = \mathbf{r}_{B_3^\Delta} - \mathbf{r}_{B_3} | \mathbf{v}_3^\Delta. \quad (5.17)$$

Obdobný vztah dostáváme i pro posunutí bodu O_2

$$\mathbf{d}_{O_2} = \mathbf{r}_{B_2^\Delta} - \mathbf{r}_{B_2} | \mathbf{v}_2^\Delta - \mathbf{r}_{O_2}. \quad (5.18)$$

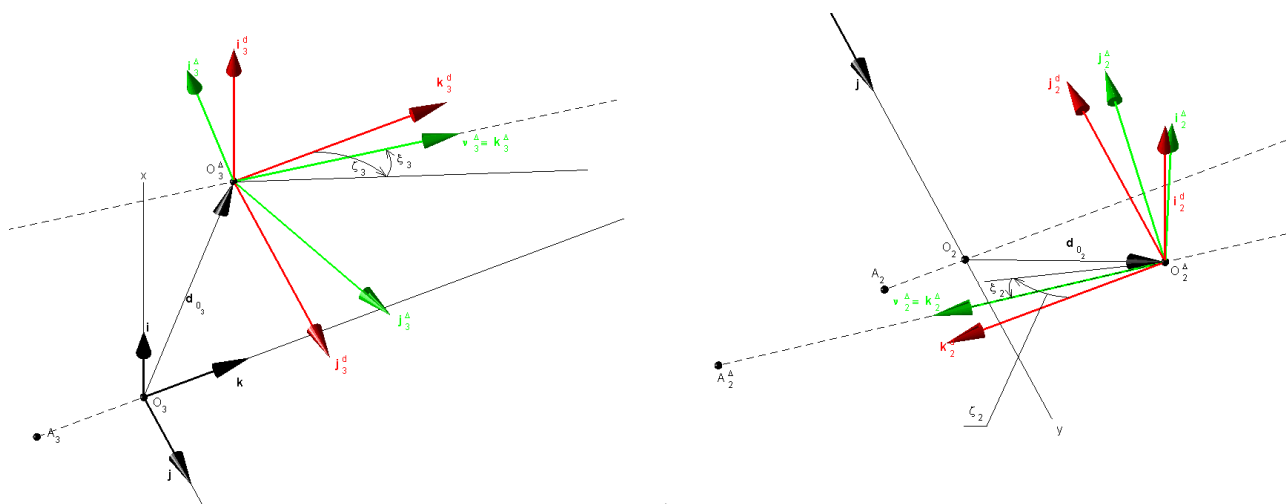


Obr. 5.13: Relativní poloha os

Tyto vztahy respektují fakt, že rotory jsou v bodech B_i , $i=2,3$, uloženy v radi-axiálních ložiskách a v bodech A_i , $i=2,3$, jsou uloženy v radiálních ložiskách. Vztahy (5.17) a (5.18) využijeme pro určení relativního posunutí bodu O_2^Δ vůči bodu O_3^Δ

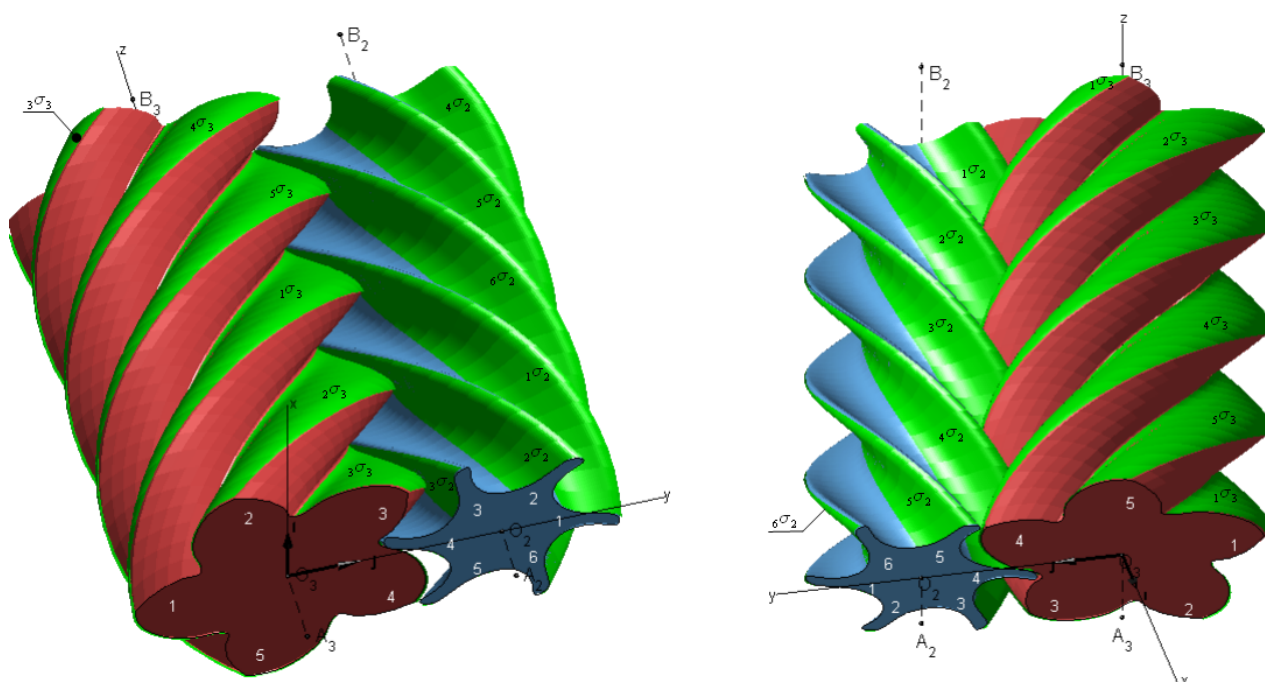
$${}^R\Delta_{23} = d_{o_2} - d_{o_3} \quad (5.19)$$

Jak bylo uvedeno v úvodu kapitoly, hledání dotykového bodu provádíme v prostoru spojeném s vedlejším rotorem. Je proto účelné vyjádřit relativní posunutí Δ_{23} v systému $R_2^\Delta = (i_2^\Delta, j_2^\Delta, k_2^\Delta)$ spojeném s vedlejším rotorem.



Obr. 5.14: Natočení souřadnicových systémů

5.3.2 Poloha dotykového bodu na časovém intervalu



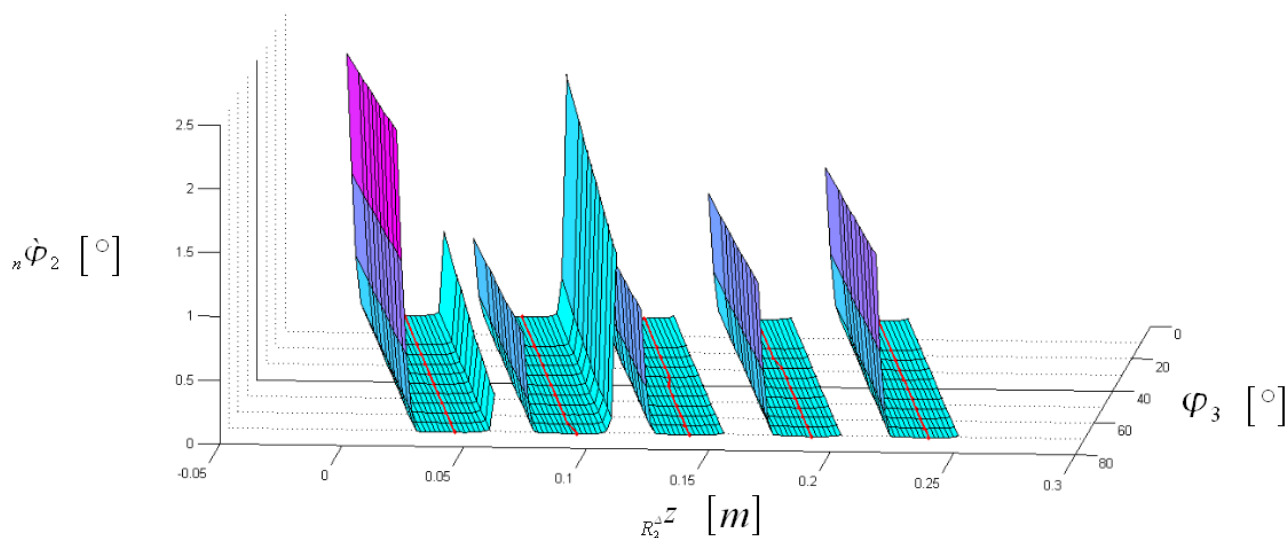
Obr. 5.15: Značení zubních ploch pro $\varphi_3=0^\circ$

Na rotorech označíme tažné plochy ${}_m\sigma_3$, resp. ${}_n\sigma_2$, kde $m=1,2,\dots,5$, $n=1,2,\dots,6$ označují příslušnost plochy k zubu a jsou vyznačeny na obrázku 5.15 zeleně. Tažnou plochou budeme rozumět tu část šroubové plochy u, které předpokládáme vzájemný dotyk. Plochy ${}_1\sigma_3$, ${}_1\sigma_2$ tvoří první pár zubů, spoluvytvářejí komoru 1, obrázek 5.15 vpravo. Jak bylo udáno v kapitole 3.3, tato komora se pro úhel natočení hlavního rotoru $\varphi_3=0^\circ$ nachází v poloze těsně před začátkem výtlačku. Ostatní zubní plochy, které vytvářejí odpovídající páry zubů čísujeme od ploch ${}_1\sigma_3$, resp. ${}_1\sigma_2$, směrem do předu. V tabulce 5.6 jsou označeny vytvořené páry zubů. Dále jsou v tabulce 5.6 plochy, které vytvářejí páry zubů.

Pár zubů	Zubní plocha hlavního rotoru	Zubní plocha vedlejšího rotoru
0	${}_5\sigma_3$	${}_6\sigma_2$
1	${}_1\sigma_3$	${}_1\sigma_2$
2	${}_2\sigma_3$	${}_2\sigma_2$
3	${}_3\sigma_3$	${}_3\sigma_2$
4	${}_4\sigma_3$	${}_4\sigma_2$
5	${}_5\sigma_3$	${}_5\sigma_2$
6	${}_1\sigma_3$	${}_6\sigma_2$
7	${}_2\sigma_3$	${}_1\sigma_2$
...

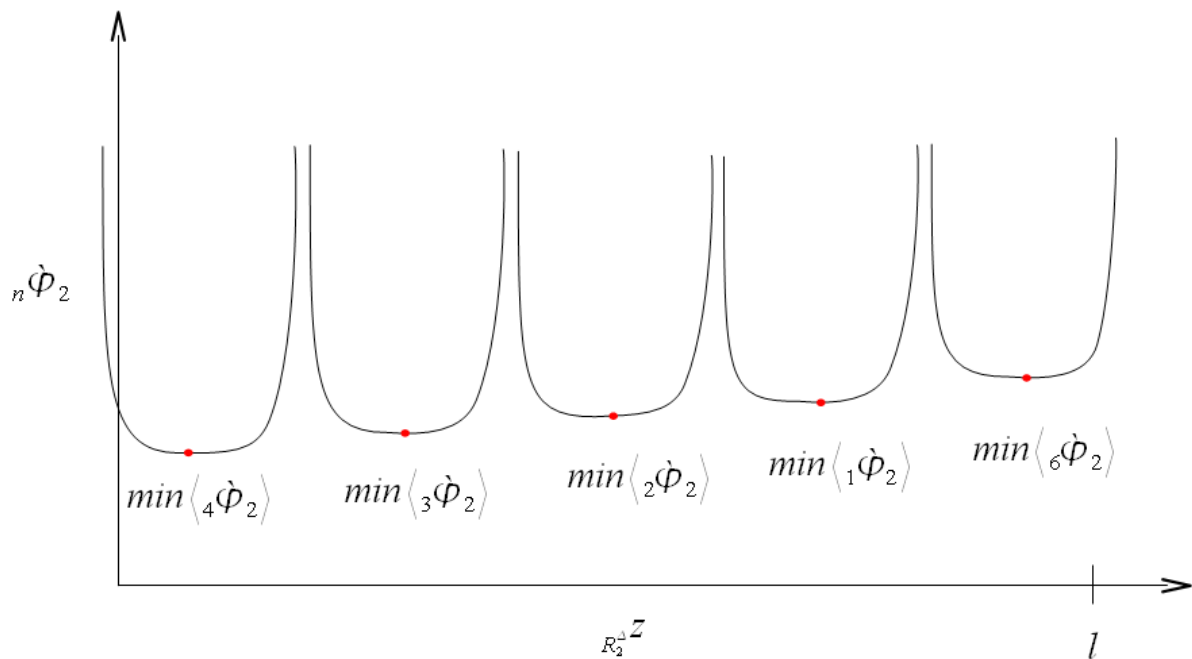
Tabulka 5.6: Značení párů zubů

Každou tažnou plochou na vedlejším rotoru, při daném úhlu natočení, vedeme několik ekvidistantních řezů a na j -tém řezu zvolíme množinu bodů E_i^j . Každý bod z této množiny podrobíme postupu popsanému v úvodu kapitoly 5.3, kde bodu E_i^j bude odpovídat úhel natočení φ_{2i}^j . Úhel, jenž je v j -tém řezu minimální, označíme $\dot{\varphi}_2^j$. Zobrazíme-li velikost tohoto úhlu v závislosti na vzdálenosti j -tého řezu od bodu O_2^A , tj. na $R_2^A z$, a zároveň na úhlu natočení hlavního rotoru, dostaneme graf zachycený na obrázku 5.16. Na obrázku vidíme pět ploch, které odpovídají pěti zubním plochám přicházejícím během pracovního cyklu do záběru. Vedeme-li grafem na obrázku 5.16 řez rovnoběžný s rovinou $(\dot{\varphi}_2^j, R_2^A z)$, dostaneme graf, který kvalitativně odpovídá grafu na obrázku 5.17.



Obr. 5.16: Závislost $\dot{\varphi}_2^j$ na φ_3 a $R_2^A z$

Na obrázku 5.17 jsou minima na každém z intervalů označena $\min\langle {}_n\dot{\varphi}_2 \rangle$, kde index n označujeme příslušnost k tažné ploše. Tato minima vytvoří na obrázku 5.16 křivky, které jsou v tomto grafu označeny červeně. Řešíme-li kontakt uvažovaných pěti párů tažných ploch odděleně, můžeme pomocí úhlů $\min\langle {}_n\dot{\varphi}_2 \rangle$ rozhodnout o poloze dotkového bodu na každé z tažných ploch. Poloha dotkového bodu na všech pěti přidružených zubních plochách v daném časovém okamžiku je zobrazena na obrázku 5.18. Na tomto obrázku je zeleně označena záběrová křivka tažných ploch, oranžově označena trajektorie dotkových bodů po ploše hlavního rotoru a modře označena trajektorie dotkových bodů po ploše vedlejšího rotoru. Z obrázku 5.18 je patrné, že v případě nultého páru zubů a čtvrtého páru zubů leží část trajektorie mimo skutečné rotory.



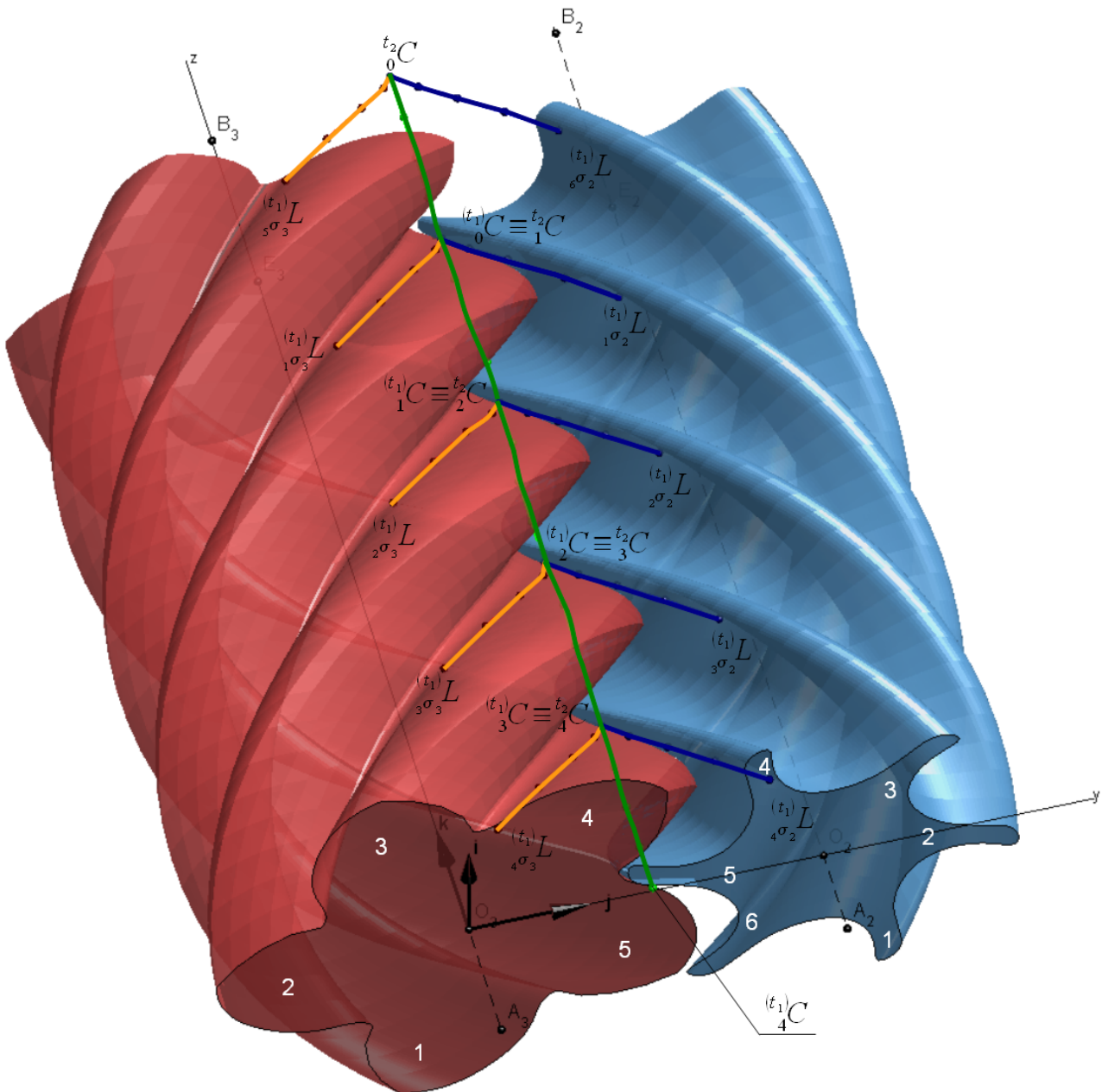
Obr. 5.17: Závislost $n\dot{\Phi}_2$ na $R_2^a Z$

Dále v této kapitole zavedeme, pro určení časové souslednosti, následující značení. Levým horním indexem označíme čas. Je-li čas v závorce, jedná se o minulost. Je-li čas bez závorky, jedná se o přítomnost.

Z obrázku 5.18 vidíme, že platí

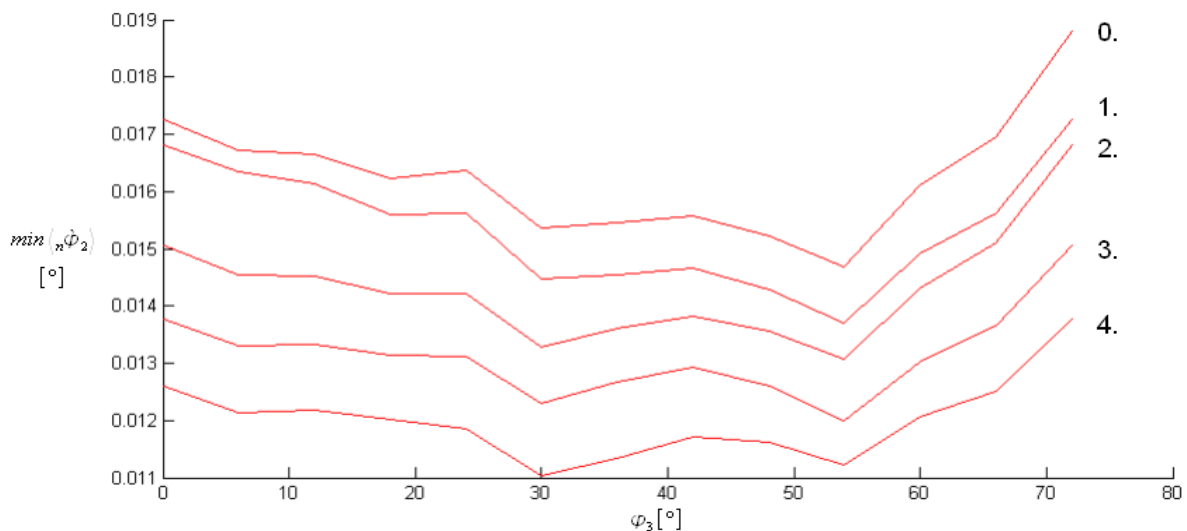
$${}^{(t_1)}_k C \equiv {}^{t_2}_{k+1} C, \quad (5.20)$$

tj. dotykový bod zubních ploch na počátku pracovního cyklu na k -tém páru zubů je totožný s dotykovým bodem zubních ploch na konci pracovního cyklu na páru zubů $k+1$.



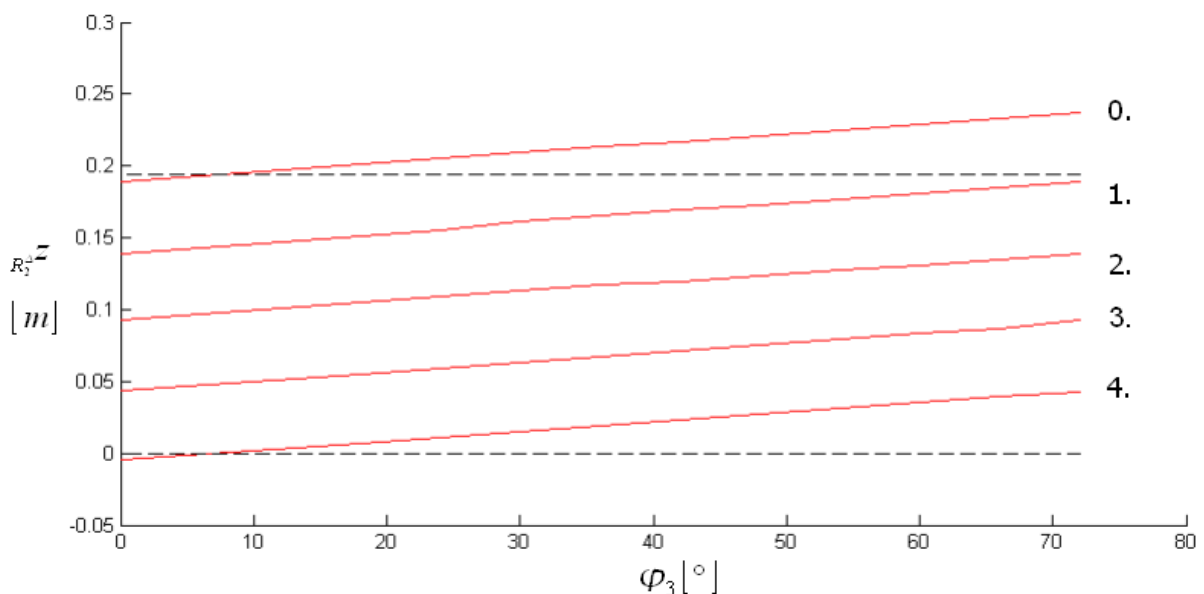
Obr. 5.18: Poloha dotykového bodu na jednotlivých zubních plochách

Určili jsme dotykové body u pěti párů spoluzabírajících ploch v daném časovém okamžiku. Nyní musíme rozhodnout, na kterém páru, případně párech, se nachází reálný dotykový bod. Abychom určili, který bod z množiny získaných teoretických bodů dotyku je reálně možný, zkonstruujeme graf závislosti $\min \langle {}_n\dot{\varphi}_2 \rangle$ na úhlu natočení hlavního rotoru φ_3 , obrázek 5.19.



Obr. 5.19: Závislost $\min\langle_n\dot{\Phi}_2\rangle$ na φ_3

Jak již bylo uvedeno dříve, ke kontaktu dojde na tom páru tažných ploch, kde je v daném časovém okamžiku úhel pootočení $\dot{\Phi}_2$ minimální. Z obrázku 5.19 bychom tedy mohli usoudit, že kontaktní bod bude po celý pracovní cyklus na čtvrté tažné ploše. To ovšem není zcela pravda. Promítneme-li červeně označené křivky v grafu z obrázku 5.16 do roviny $(R_2^A z, \varphi_3)$, obdržíme graf 5.20. Z tohoto grafu vidíme, že v případě čtvrté zubní plochy, je na počátku souřadnice z dotykového bodu záporná. To by znamenalo, že se dotykový bod nachází mimo skutečný rotor. V první fázi proto musí ležet dotykový bod na třetím páru tažných ploch a to až pro takový úhel natočení hlavního rotoru φ_3 , pro který bude souřadnice z dotykového bodu na čtvrtém páru tažných ploch záporná. Poté dojde k přesunu polohy dotykového bodu z třetího páru zubů na čtvrtý pár zubních ploch.



Obr. 5.20: Závislost $R_2^A z$ na φ_3

Polohu takto určeného dotykového bodu C , udává tabulka 5.7. Jednotkovou normálu k ploše

obou rotorů v dotykovém bodě C uvádí tabulka 5.8.

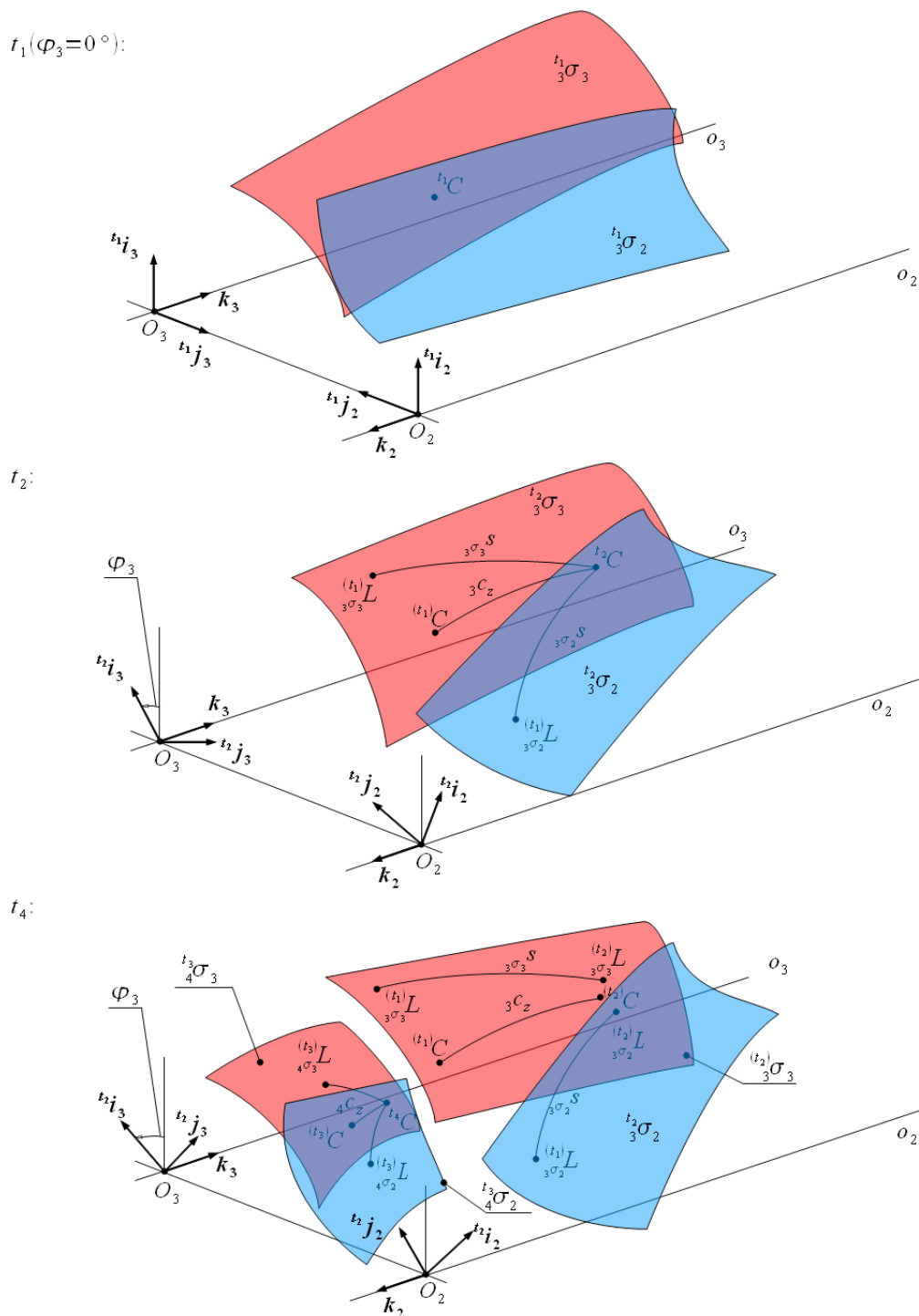
	x [m]	y [m]	z [m]
$\varphi_3=0^\circ\equiv 72^\circ$	0,008364276537302	0,043085109244951	0,043089104244318
$\varphi_3=6^\circ$	0,008405782601668	0,043093290307437	0,047089223645783
$\varphi_3=12^\circ$	0,008038072776437	0,042827578673282	0,003089204770870
$\varphi_3=18^\circ$	0,008079934655559	0,042835567595427	0,007088840570580
$\varphi_3=24^\circ$	0,008122018280141	0,042842506511636	0,011089186283516
$\varphi_3=30^\circ$	0,008163752598639	0,042851583946349	0,015089554243560
$\varphi_3=36^\circ$	0,008205809939905	0,042858555516665	0,019089522032374
$\varphi_3=42^\circ$	0,008247549092679	0,042867742047521	0,023089191076168
$\varphi_3=48^\circ$	0,008289417980431	0,042875916951766	0,027089570670148
$\varphi_3=54^\circ$	0,008331270065538	0,042884178790632	0,031089722668629
$\varphi_3=60^\circ$	0,008280688069833	0,043068629421013	0,035089604322148
$\varphi_3=66^\circ$	0,008322481378904	0,043076854905544	0,039089559120036

Tabulka 5.7: Poloha dotykového bodu v systému R

	x [m]	y [m]	z [m]
$\varphi_3=0^\circ\equiv 72^\circ$	-0,656549482974549	-0,346777594898988	-0,669841829152171
$\varphi_3=6^\circ$	-0,656204900205978	-0,347429068333018	-0,669841900318958
$\varphi_3=12^\circ$	-0,658552592557786	-0,339527421900399	-0,671587382708376
$\varphi_3=18^\circ$	-0,658215369285611	-0,340180690136671	-0,671587392447435
$\varphi_3=24^\circ$	-0,657876351291715	-0,340830733478426	-0,671589992128871
$\varphi_3=30^\circ$	-0,657537816874133	-0,341485966459613	-0,671588679246116
$\varphi_3=36^\circ$	-0,657198091223508	-0,342135376322767	-0,671590688709020
$\varphi_3=42^\circ$	-0,656860357909965	-0,342789407715429	-0,671587590835699
$\varphi_3=48^\circ$	-0,656518491096264	-0,343440706851646	-0,671589124186750
$\varphi_3=54^\circ$	-0,656176467466440	-0,344090501976775	-0,671590775690550
$\varphi_3=60^\circ$	-0,657234272310966	-0,345475873297131	-0,669842916115010
$\varphi_3=66^\circ$	-0,656891772224482	-0,346127068051744	-0,669842707167648

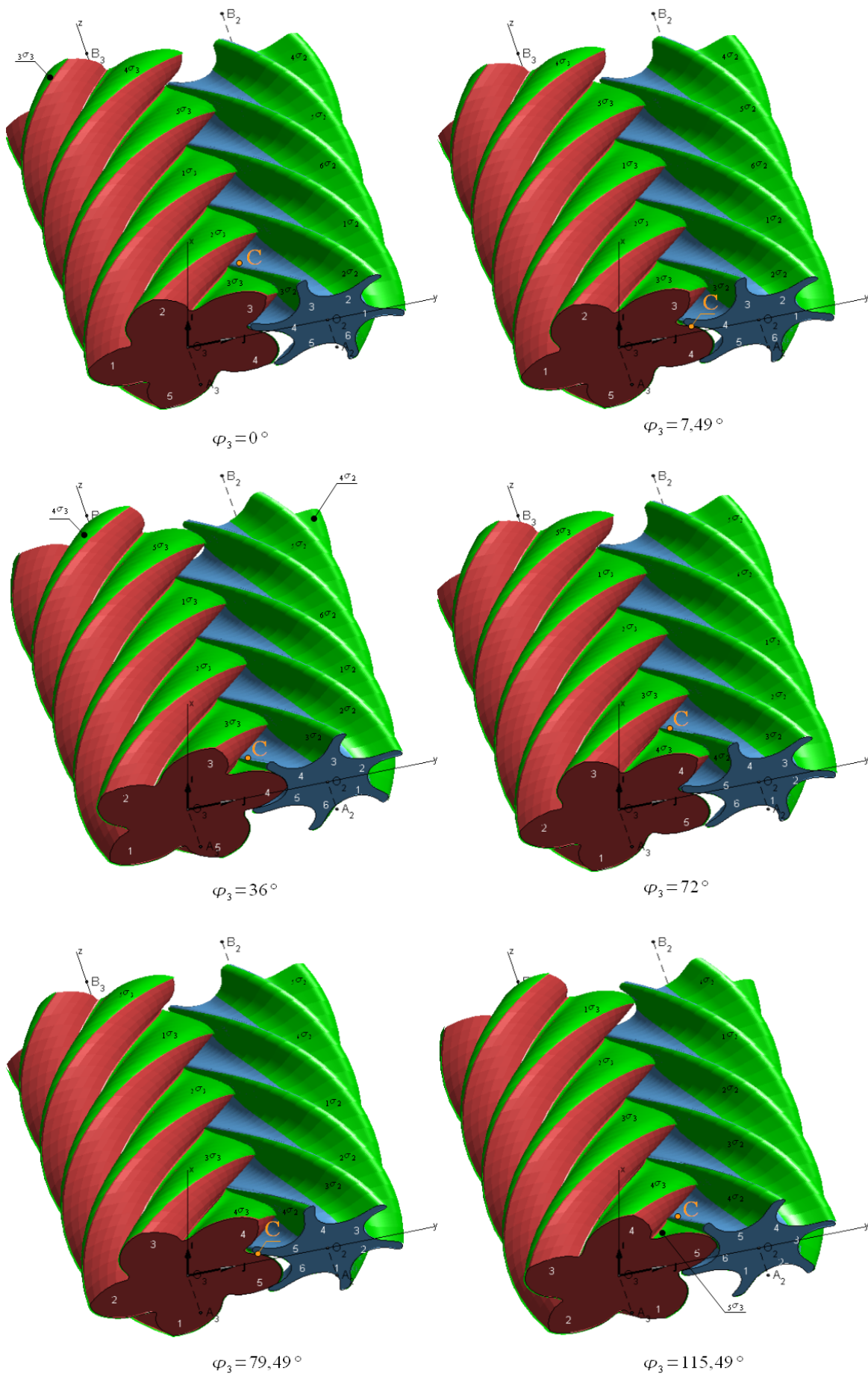
Tabulka 5.8: Jednotková normála ke šroubové ploše v dotykovém bodě

Obrázek 5.21 ilustruje pohyb dotykového bodu během pracovního cyklu. V první části obrázku 5.21 je zobrazen dotykový bod 1C v čase $t_1=0$. Natočení hlavního rotoru je v tomto případě ${}^1\varphi_3=0^\circ$. V další části obrázku 5.21 je znázorněna situace v čase t_2 , kdy se hlavní rotor natočil do polohy ${}^2\varphi_3=7,4908^\circ$. Dotykový bod 1C se posunul po záběrové křivce 3c_z do krajní polohy. V této části obrázku jsou zobrazeny také trajektorie dotykového bodu na zubních plochách. Jsou označeny ${}^3\sigma_2^S$ a ${}^3\sigma_3^S$. Natočí-li se hlavní rotor v časový okamžik t_3 do polohy ${}^3\varphi_3={}^2\varphi_3+\Delta\varphi_3$, dojde k přesunutí dotykového bodu na následující pár zubů, tj. na plochy ${}^4\sigma_2$ a ${}^4\sigma_3$. Tato situace je zobrazena ve třetí části obrázku 5.21. Dále zde vidíme, že dalším otáčením rotorů se dotykový bod posouvá po druhé části záběrové křivky 4c_z . Situace ve třetí části obrázku 5.21 tak odpovídá času t_4 . Natočením hlavního rotoru o $\varphi_3=72^\circ$ se dotykový bod opět dostane do výchozí polohy, která je zobrazena na obrázku 5.21 nahoře.



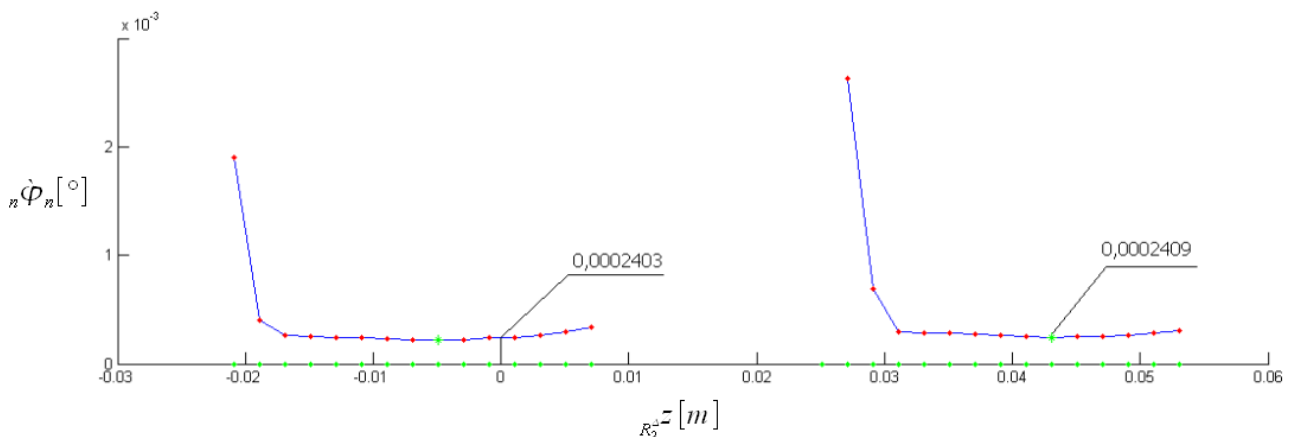
Obr. 5.21: Trajektorie dotykového bodu

Pohyb dotykového bodu ještě jednou rekapituluje obrázek 5.22. V první části obrázku, kdy je úhel natočení hlavního rotoru $\varphi_3=0^\circ$, je dotykový bod C na plochách ${}_3\sigma_3$ a ${}_3\sigma_2$. V druhé části obrázku 5.22 došlo k přesunutí dotykového bodu C na plochy ${}_4\sigma_3$ a ${}_4\sigma_2$ a na těchto plochách setrvává až pro úhel natočení hlavního rotoru $\varphi_3=79,49^\circ$. Poté dojde k přesunu dotykového bodu na následující pár zubních ploch, kterým jsou plochy ${}_5\sigma_3$ a ${}_5\sigma_2$ a na těchto plochách zůstává do doby, než se hlavní rotor otočí o jednu zubovou rozteč, tj. o 72° , poslední část obrázku 5.22.



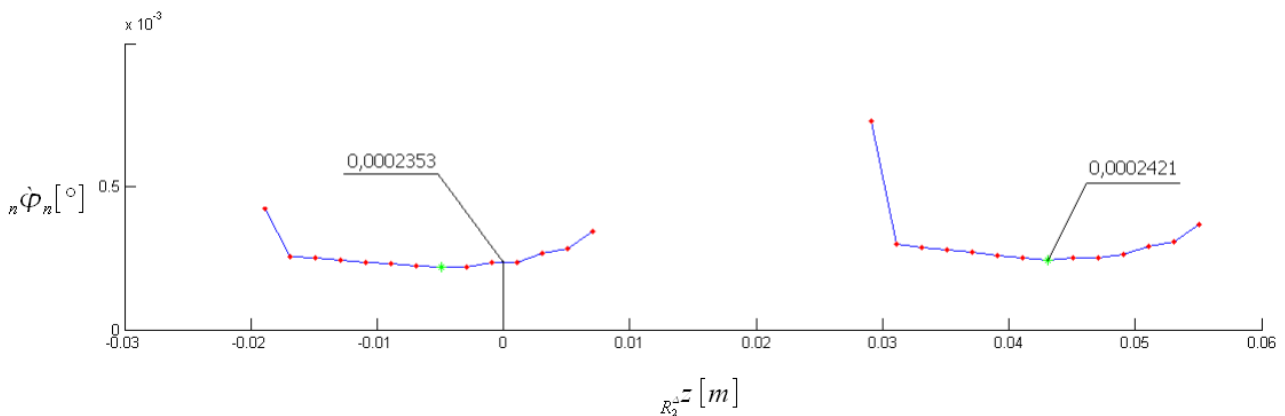
Obr. 5.22: Plochy v záběru

Podrobnější analýzu si nyní zaslouží okamžik, kdy dochází k přesunu dotykového bodu ze třetího na čtvrtý pár zubních ploch. Doposud jsme uvažovali dvanáct časových hladin, které nám neumožňovaly okamžik přesunu dotykového bodu ze třetího na čtvrtý pár zubních ploch postihnout. Nyní využijeme poznatků kapitoly 5.2.1, kde jsme diskrétními polohami středů ložisek proložili spline křivku. Toto proložení nám umožní podrobněji prozkoumat tento děj, neboť díky němu známe vzájemnou polohu os v jakémkoliv okamžiku. Vykreslíme-li závislost z obrázku 5.17 pro třetí a čtvrtý pár zubních ploch při úhlu natočení $1,4^\circ$, dostaneme obrázek 5.23. Vidíme, že výpočtové natočení ${}_3\dot{\Phi}_2$ odpovídající třetímu páru zubních ploch a výpočtové natočení ${}_4\dot{\Phi}_2$ odpovídající čtvrtému páru zubních ploch, při předem zvolené přesnosti, můžeme považovat za totožné. To znamená, že při úhlu natočení hlavního rotoru $\varphi_3=1,4^\circ$ je dotykový bod současně na třetím a čtvrtém páru zubních ploch.



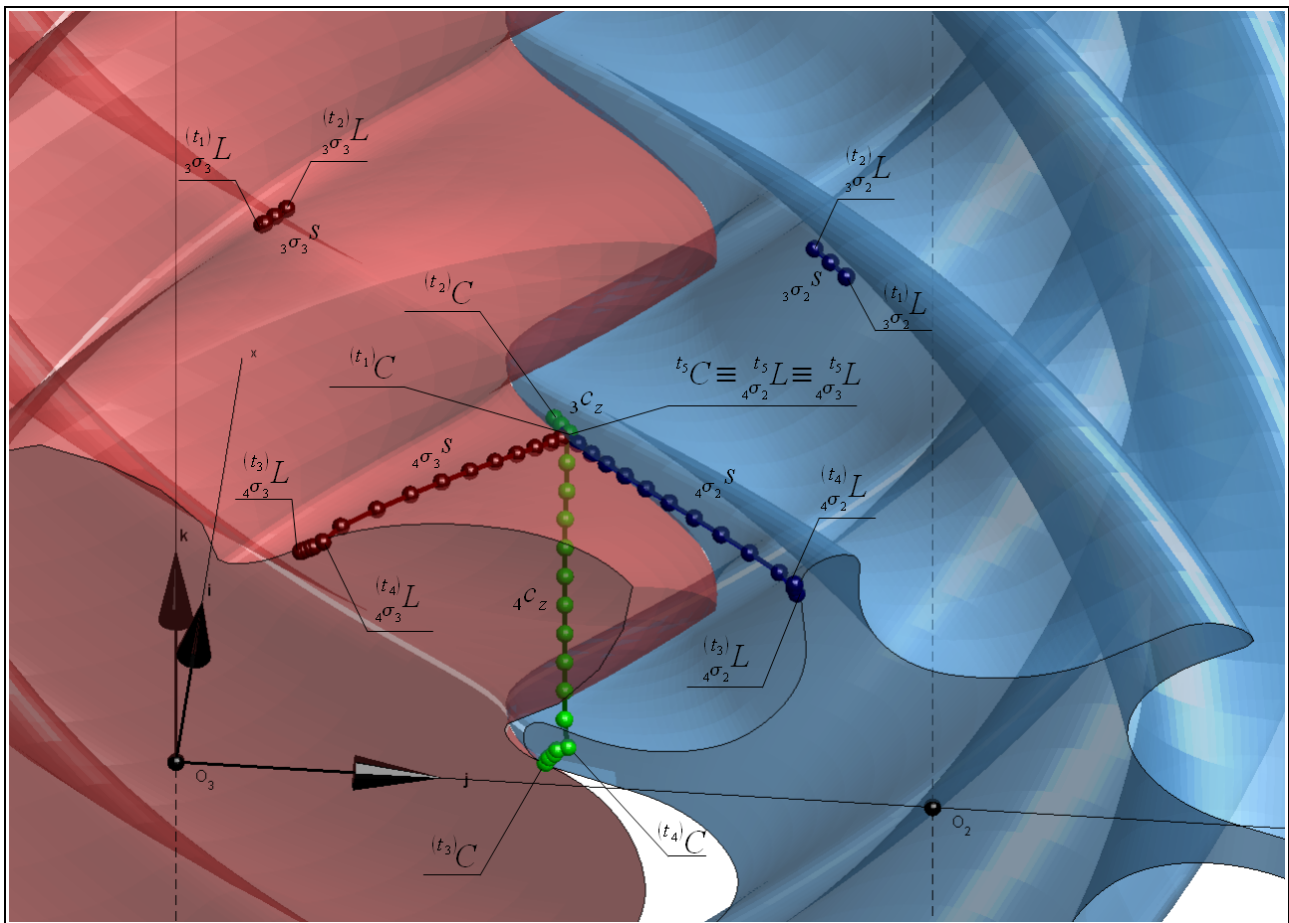
Obr. 5.23: Závislost ${}_n\dot{\Phi}_2$ na $R_2^\Delta z$ pro třetí a čtvrtý pár zubních ploch při $\varphi_3=1,4^\circ$

Dojde-li k dalšímu pootočení hlavního rotoru, dojde zároveň k nárůstu výpočtového natočení ${}_4\dot{\Phi}_2$ a k poklesu výpočtového natočení ${}_3\dot{\Phi}_2$. To znamená, že dojde k odlehnutí zubních ploch tvořících třetí pár zubních ploch a dotykový bod leží pouze na čtvrtém páru zubních ploch, obrázek 5.24. Dotykový bod leží v tomto okamžiku v přední čelní rovině vedlejšího rotoru a setrvává zde až do okamžiku, kdy vzroste φ_3 na hodnotu $\varphi_3=7,49^\circ$, viz dříve. Od této chvíle se dotykový bod začne pohybovat po čtvrtém páru zubních ploch podél osy z .



Obr. 5.24: Závislost ${}_n\dot{\Phi}_2$ na $R_2^\Delta z$ pro třetí a čtvrtý pár zubních ploch při $\varphi_3=1,5^\circ$

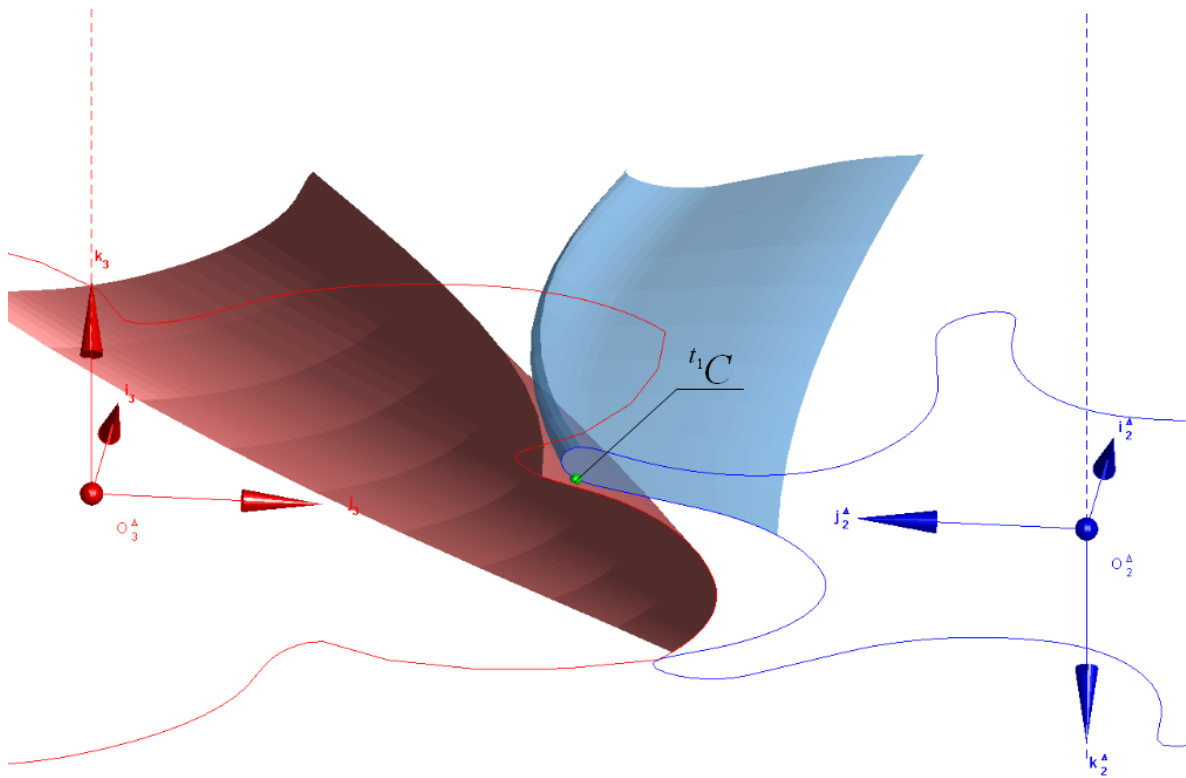
Na obrázku 5.25 jsou podrobně zobrazeny trajektorie dotykového bodu po zubních plochách a záběrová křivka, označena zeleně, pro jeden pracovní cyklus, tj pro pootočení $\varphi_3 = \langle 0^\circ, 72^\circ \rangle$. Pracovní cyklus začíná v okamžiku, kdy se dotykový bod nachází na třetím páru zubních ploch, body ${}^{(t_1)}L$, ${}^{(t_1)}L$, ${}^{(t_1)}C$. Dotykový bod se pohybuje po třetím páru zubních ploch až do okamžiku, kdy se dotykový bod dostane do polohy, která je označena ${}^{(t_2)}L$, ${}^{(t_2)}L$, ${}^{(t_2)}C$. V tomto okamžiku dojde k přesunu dotykového bodu na čtvrtý pár zubních ploch, body ${}^{(t_3)}L$, ${}^{(t_3)}L$, ${}^{(t_3)}C$. V tomto okamžiku se dotykový bod nachází v přední čelní rovině. Dotykový bod se poté pohybuje po hraně zuby až do okamžiku, kdy se dotykový bod nachází v pozici, která je označena jako ${}^{(t_4)}L$, ${}^{(t_4)}L$, ${}^{(t_4)}C$. Od tohoto okamžiku postupuje dotykový bod ve směru osy z po čtvrtém páru zubních ploch až do konce pracovního cyklu, bod ${}^{t_5}L \equiv {}^{t_5}L \equiv {}^{t_5}C$.



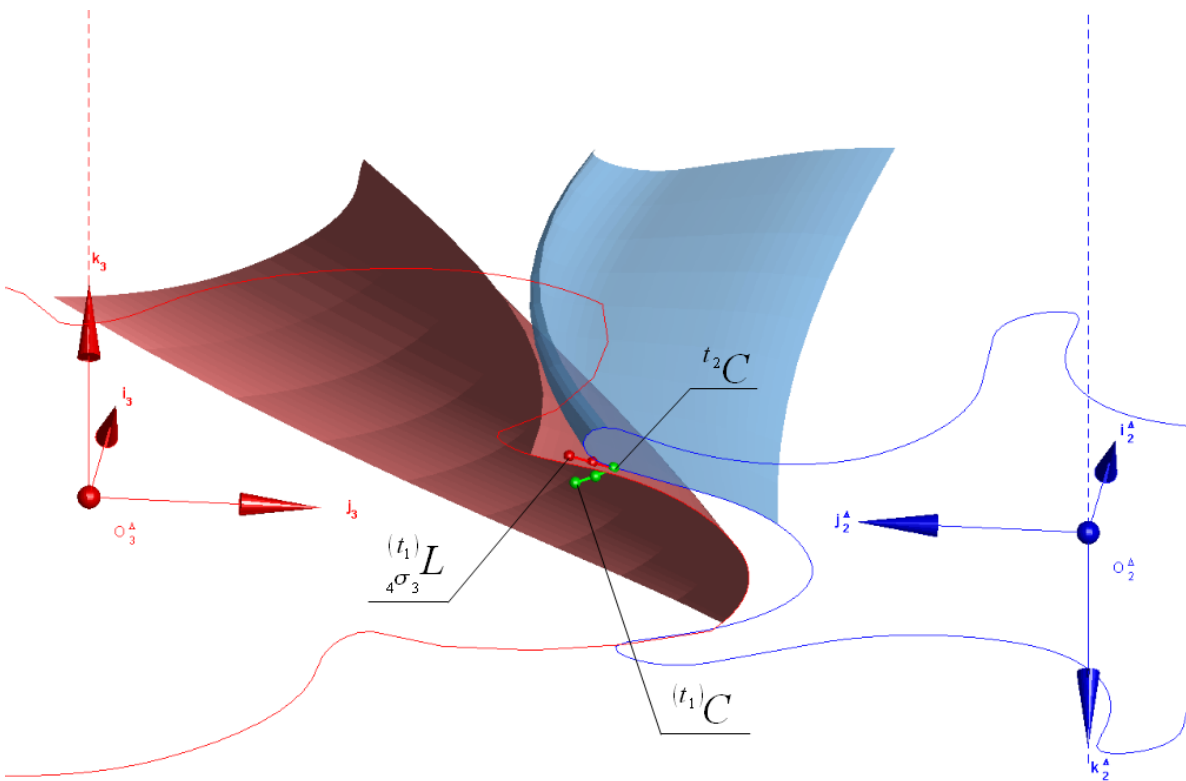
Obr. 5.25: Trajektorie dotykového bodu

Nyní upřeme pozornost na okamžik, kdy se dotykový bod pohybuje v přední čelní rovině vedlejšího rotoru. Z tabulky 5.5 plyne, že hlavní rotor je předsunut před rotor vedlejší. V okamžiku, kdy se dotykový bod pohybuje v přední čelní rovině vedlejšího rotoru, dochází k dotyku hrany vedlejšího rotoru s plochou hlavního rotoru. Toto je detailně ilustrováno na sérii obrázků 5.26 až 5.28, kde je také zobrazen způsob, jakým dojde k přemístění dotykového bodu z hrany vedlejšího rotoru na plochu vedlejšího rotoru. Na obrázku 5.26 je zobrazena situace, kdy došlo k přemístění dotykového bodu ze třetího páru zubních ploch na čtvrtý pár. Na obrázku 5.27 je zeleně zobrazena část záběrové přímky pro případ, že se dotykový bod pohybuje po hraně vedlejšího rotoru. Dále zde vidíme červeně vyznačenou trajektorii dotykového bodu po zubní ploše hlavního rotoru. Na

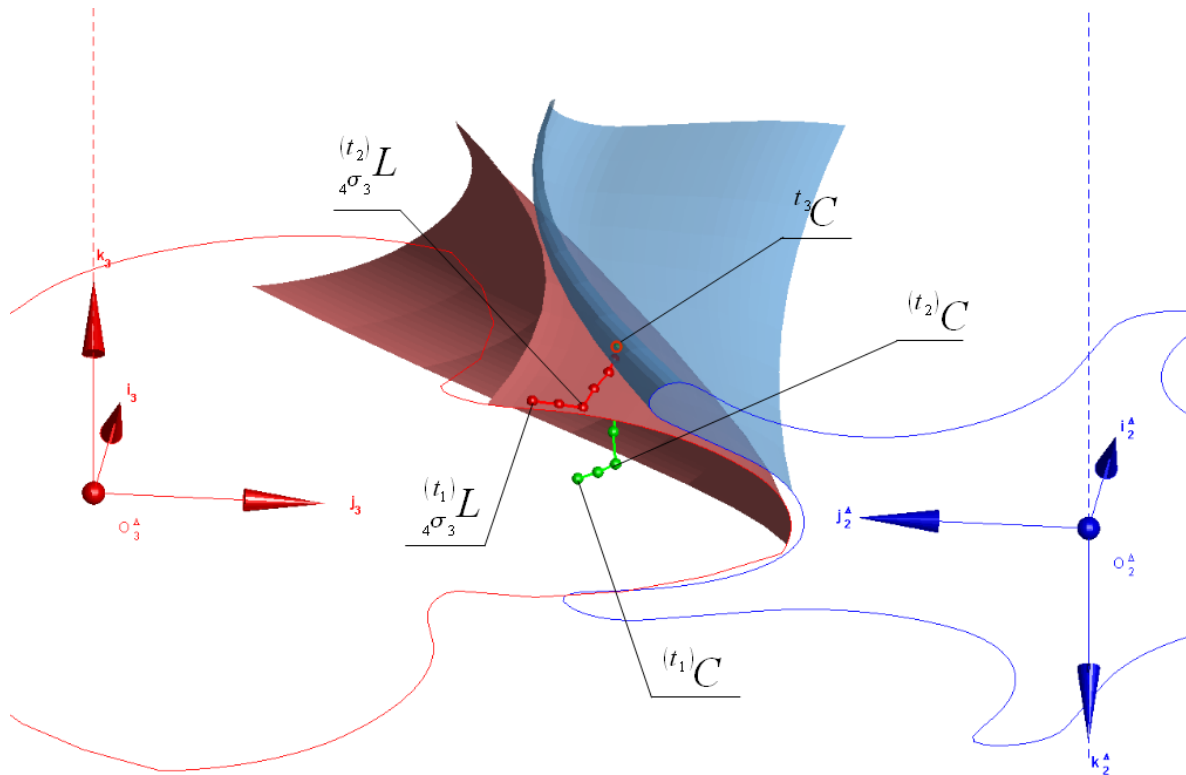
obrázku 5.28 je znázorněna situace, kdy se dotykový bod přesunul z hrany vedlejšího rotoru na plochu vedlejšího rotoru.



Obr. 5.26: Dotyk hrany vedlejšího rotoru s plochou hlavního rotoru, $\varphi_3=1,4^\circ$

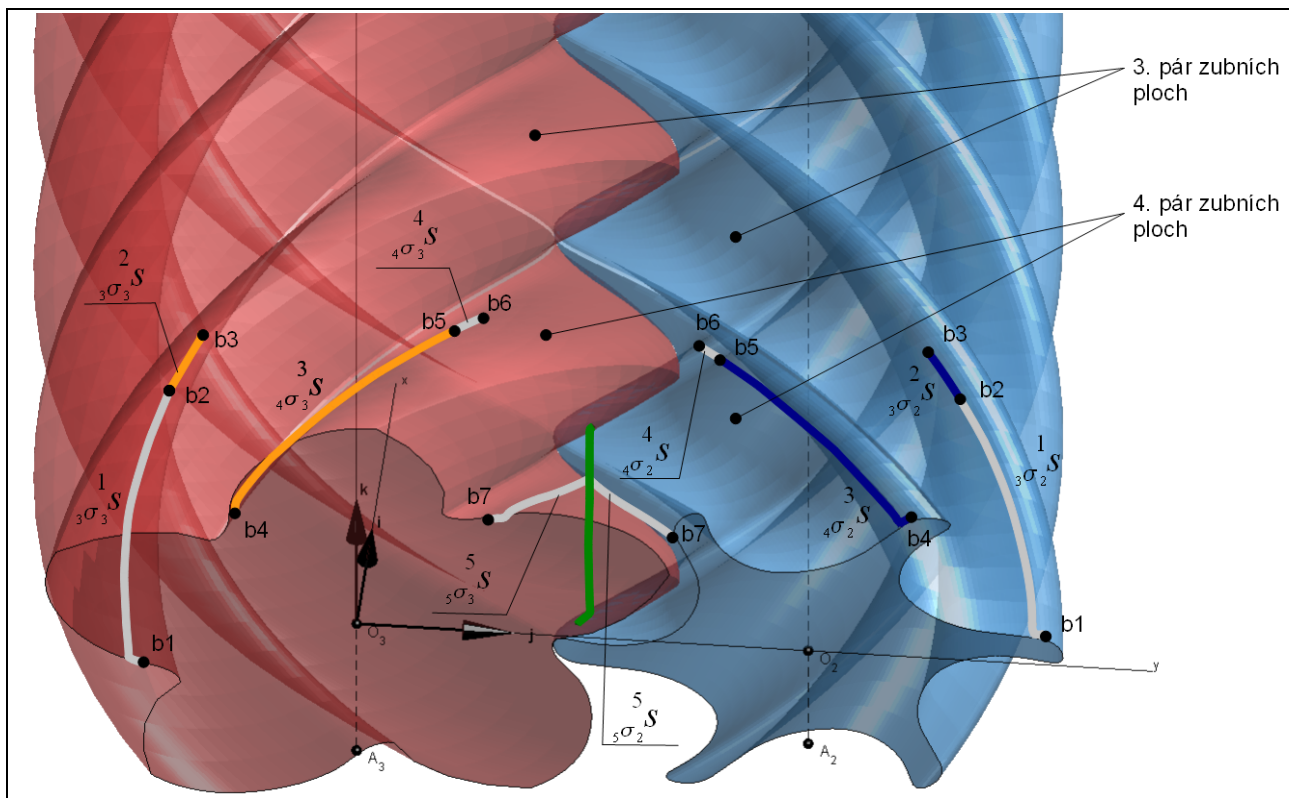


Obr. 5.27: Pohyb dotykového bodu po hraně vedlejšího rotoru



Obr. 5.28: Přesun dotykového bodu z hrany vedlejšího rotoru na plochu vedlejšího rotoru

Návaznost jednotlivých pracovních cyklů znázorňuje obrázek 5.29, na kterém jsou zobrazeny trajektorie dotykového bodu po zubních plochách a záběrová křivka. Pohyb dotykového bodu začneme sledovat v okamžiku, kdy dojde k přesunu dotykového bodu na třetí pár zubních ploch, bod $b1$. Poté se dotykový bod pohybuje po třetím páru zubních ploch po trajektorii ${}_{3\sigma_3}^1s$, ${}_{3\sigma_2}^1s$. V bodě $b2$ začíná pracovní cyklus, který jsme sledovali na obrázku 5.25. V první fázi tohoto pracovního cyklu se dotykový bod pohybuje po třetím páru zubních ploch po trajektorii ${}_{3\sigma_3}^2s$ a ${}_{3\sigma_2}^2s$. Poté dojde k přemístění dotykového bodu ze třetího páru zubních ploch, bod $b3$, na čtvrtý pár zubních ploch do bodu $b4$. Dotykový bod se v námi sledovaném pracovním cyklu pohybuje po čtvrtém páru zubních ploch po trajektoriích ${}_{4\sigma_3}^3s$ a ${}_{4\sigma_2}^3s$. Námi sledovaný pracovní cyklus končí v okamžiku, kdy dotykový bod je v bodě $b5$. V následujícím pracovním cyklu se dotykový bod pohybuje po čtvrtém páru zubních ploch po trajektoriích ${}_{4\sigma_3}^4s$ a ${}_{4\sigma_2}^4s$. Poté se dotykový bod přesune na pátý pár zubních ploch a setrvává na něm až do okamžiku, kdy dojde k přesunu na pár číslo šest.



Obr. 5.29: Návaznost pracovních cyklů

6 Závěr

V první část práce je zmíněna obecná teorie vytváření přidružených ploch a je popsán způsob tvorby konkrétních šroubových ploch, které se vyskytují u ozubení rotorů šroubových kompresorů s profily SLF4. Geometrická znalost zubních ploch byla použita při určování tlaků působících v jednotlivých pracovních komorách šroubového kompresoru a ke stanovení ekvivalentní náhrady tlakového pole působícího na rotory šroubového kompresoru. Jak se ukázalo v dřívějších pracích, uvažování pouze čtyř časových hladin bylo pro popis pracovního cyklu nedostatečné. Proto v této práci došlo ke zvýšení počtu časových hladin na dvanáct. Silová náhrada tlakového pole vyčíslená ve dvanácti časových hladinách zde byla použita k určení reakcí v ložiscích, ovšem její využití může být daleko širší. Uplatnění najde zejména při sestavování matice buzení u dynamického modelu šroubového kompresoru, což je naznačeno v [2] a [3]. Po určení reakcí a při znalosti tlaků v jednotlivých pracovních komorách lze přejít k určení deformace skříně a tím následně k určení posunutí středů ložisek a definování relativní polohy os obou rotorů. Při řešení byla dále uvažována teplotní deformace skříně. Pro složitost problému teplotní deformace zubních ploch rotorů uvažována nebyla.

Další část této práce byla zaměřena na určení prostorového uspořádání os rotorů v důsledku deformace skříně a stanovení kontaktu šroubových ploch s mimoběžně uspořádanými osami. Byl popsán algoritmus pro hledání dotykového bodu založený na kinematickém a geometrickém principu. Tento algoritmus byl aplikován při vyšetřování polohy dotykového bodu při jednom pracovním cyklu. Určení dotykového bodu umožnilo zpřesnit výpočet silového zatížení obou rotorů a místo fiktivního momentu zavést moment vyvolaný normálovou silou v bodě dotyku. Kvazistatické silové zatížení rotorů představuje sdužený problém.

Zvýšení počtu časových hladin vedlo k vyčíslení tlaků, ekvivalentní náhrady tlakového pole a k určení posunutí středů ložisek ve dvanácti časových hladinách. Díky tomuto bylo možné podrobně

vyšetřit trajektorie dotykového bodu po zubních plochách a záběrovou křivku. Dále bylo možné detailně určit způsob, kterým dochází k přesunutí dotykového bodu z jednoho páru zubních ploch na pár následující. Změnou polohy dotykového bodu dojde k náhlé změně působíště normálové síly, kterému předchází současný kontakt, v jisté časové hladině, ve dvou kontaktních bodech současně. Tato skutečnost způsobí rychlou změnu silového zatížení rotorů a může být zdrojem vnitřního buzení při chodu kompresoru. Námětem pro další práci v této oblasti tak může být vyšetřování kontaktního namáhání rotorů s navazujícím sestavením dynamického modelu s vnitřního buzením a vyšetření odezvy stroje.

Předpoklad dokonalé tuhosti rotorů, který byl v této práci uplatněn je značným zjednodušením. V dalších pracích bude třeba uvažovat teplotní, popřípadě i silovou poddajnost rotorů. Toto povede k tvorbě nových postupů a algoritmů a zřejmě důsledkem bude zpřesnění případně i revidování zde prezentovaných závěrů.

Použitá literatura

- [1] Siegl J.: Modelling of bodies contact. Dissertation thesis, Pilsen, 2010
- [2] Kašpar J.: Modelování nestacionárního pohybu rotorů šroubového kompresoru. Bakalářská práce, Plzeň, 2010
- [3] Machulda V.: Nekorektní kontakt ploch a jeho důsledky. Disertační práce, Plzeň, 2010
- [4] Frölich J.: Technika uložení s valivými ložisky. Praha, SNTL, 1980
- [5] Ježek F.: Geometrické a počítačové modelování. Pomocný učební text, Plzeň, 2009
- [6] Moaveni S.: Finite element analysis - Theory and Application with ANSYS. Upper Saddle River, Pearson/Prentice Hall, 2008
- [7] Konečný Z., Krys V.: CAD III – Pevnostní analýzy. Učební text, Ostrava 2007
- [8] Švígler J., Albl P.: Šroubové kompresory II – Analýza geometrie ozubení šroubových kompresorů. Výzkumná zpráva č. 102-06-95, Plzeň, 1995
- [9] Stejskal V., Valášek M.,: Kinematic and dynamics of Machinery. Marcel Dekker, Inc. New York, 1996
- [10] Švígler J.,: A Treatise on the Theory of Screw Machines. Fakulta aplikovaných věd, ZČU v Plzni, Plzeň, 2010
- [11] Rinder L., Moser I.: Untersuchung der Ölverteilung in den Arbeitsräumen nasslaufender Schraubenkompressoren. VDI Berichte Nr. 859. VDI Verlag. Düsseldorf, 1990