

**Západočeská univerzita v Plzni**

**Fakulta aplikovaných věd**

**MONITOROVÁNÍ VIBRACÍ OBĚŽNÝCH  
LOPATEK PARNÍCH TURBÍN S  
VYUŽITÍM ANALÝZY ROTOROVÉHO  
CHVĚNÍ**

**Ing. Vojtěch Vašíček**

**disertační práce  
k získání akademického titulu doktor  
v oboru Kybernetika**

**Školitel: Doc. Ing. Eduard Janeček, CSc.**

**Katedra: Katedra kybernetiky**

**Plzeň 2021**

**University of West Bohemia in Pilsen  
Faculty of Applied Sciences**

**STEAM TURBINE ROTATING BLADE  
VIBRATION MONITORING USING  
SHAFT VIBRATION ANALYSIS**

**Ing. Vojtěch Vašíček**

**A dissertation submitted in partial fulfillment of the  
requirements for the degree of  
Doctor of Philosophy in Cybernetics**

**Advisor: Doc. Ing. Eduard Janeček, CSc.**

**Department: Department of Cybernetics**

**Pilsen 2021**

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem předloženou disertační práci vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni, dne 11.5.2021

.....  
Vojtěch Vašíček

## **Poděkování**

Na tomto místě bych rád poděkoval všem, kteří přispěli ke vzniku této práce. Předně mému školiteli Doc. Ing. Eduardu Janečkovi, CSc. za odborné vedení a rady při vypracování této práce. Dále bych rád poděkoval Ing. Jindřichu Liškovi, Ph.D. za dosavadní spolupráci a jeho cenné postřehy. Podobně bych chtěl poděkovat také Ing. Janu Jaklovi, Ph.D. Další dík pak patří Ing. Jaromíru Strnadovi za pomoc při návrhu a realizaci desky plošných spojů pro experimentální buzení lopatek a Jáchymu Vašíčkovi za technický výkres lopatkového kola.

## Anotace

Monitorování a diagnostika energetických zařízení představuje důležitou úlohu pro zajištění bezpečného provozu takového stroje. Případná porucha může být nejenom nebezpečná, ale často je spojená s nákladnou opravou a ekonomickou ztrátou způsobenou dobou odstávky. Tato disertační práce se detailně zabývá diagnostikou a monitorováním oběžných lopatek parních turbín. Konkrétně se zaměřuje na lopatky posledního lopatkového kola nízkotlakého dílu, které jsou obecně vzhledem ke svým rozměrům vystaveny největšímu namáhání. Monitorování rotujících lopatek není triviální úlohou a její řešení se v praxi omezuje především na metodu BTT. Ta je založena na vyhodnocení kmitání lopatek z měření časů průletů jejich špiček pod speciálním snímačem, který je zabudován v statoru turbíny. Instalace takových snímačů je podmíněna navrtáním tělesa statoru, což není vždy možné. Náklady vynaložené na pořízení a provoz takového systému jsou hlavní překážkou jeho širokého nasazení. Je tak běžnou praxí, že se lopatky posledního kola NT dílu vůbec nemonitorují. Tato disertační práce popisuje alternativní způsob monitorování lopatek, který je založen na použití snímačů relativního rotorového chvění. Tyto snímače jsou na parní turbíně instalovány standardně a jejich použití je upravenou normou ISO 20816-2, resp. ISO 10817-1.

Úvodní část této práce popisuje vlastnosti navržené metody. Na příkladech ilustruje lopatkové komponenty, které jsou přítomny v rotorovém chvění. Jak bylo pozorováno, jedná se vždy o dvojici spektrálních složek na frekvencích, které odpovídají součtu a rozdílu otáčkové frekvence a vlastní frekvence kmitání lopatek. Exaktní význam obou složek však doposud nebyl v odborné literatuře popsán. Jedním z hlavních cílů této práce je vhodně popsat princip šíření kmitání lopatek do kmitání hřídele potažmo ke snímači relativního rotorového chvění. Zkoumaná hypotéza, že kmitání lopatek způsobuje ohybový moment působící na hřídel, který vyvolá radiální vibrace hřídele v místě snímače rotorového chvění, se studiem této problematiky potvrdil. Důležitým pojmem, který vznikl při psaní této práce, je nesymetrie kmitání lopatkového kola. Ta charakterizuje odchylku kmitání lopatkového kola jako celku oproti ideálnímu stavu. Právě tato odchylka – nesymetrie způsobuje buzení hřídele, pomocí které lze diagnostikovat stav oběžných lopatek.

Závěry v podobě matematicky odvozených rovnic jsou v další části této disertační práce validovány pomocí řady experimentů na rotorovém standu. Za tímto účelem byl použit stand Magnum od firmy SpectraQuest. Dále bylo navrženo a vyrobeno lopatkové kolo osazené piezoměniči. Těmi bylo možné jednotlivé lopatky vhodně budít a měřit odezvu pomocí snímačů rotorového chvění umístěných na ložiskovém stojanu. Ukázalo se, že výsledky experimentů odpovídají odvozené teorii, čímž byl cíl disertační práce splněn.

V následující části je analyzováno měření, které bylo realizováno na TG 660 MW. Paralelně zde byl instalován systém využívající metodu BTT a systém založený na měření rotorových vibrací. Signály z obou systémů byly vhodně zpracovány, aby bylo možné jejich vzájemné porovnání. Ukázalo se, že nesymetrie kmitání lopatek přímo určená pomocí BTT koresponduje s lopatkovými složkami v signále rotorového chvění. Diagnostiku lopatek založenou na snímačích BTT je tedy možné do jisté míry nahradit diagnostikou založenou na zpracování signálu rotorového chvění. Závěr podložený měřeními na TG 660 MW byl u zrodu aplikačního výstupu této disertační práce – aplikace pro automatické monitorování lopatkových vibrací ze signálu relativního rotorového chvění. Její detailní popis je v poslední části této práce. K současnému datu je komerčně realizována instalace na TG 215 MW.

---

## Summary

Monitoring and diagnostics of power systems is an important task to ensure its safe operation. A possible failure can be dangerous and is often associated with expensive repairs and financial loss due to downtime. This dissertation deals in detail with diagnostics and monitoring of steam turbine rotating blades. Specifically, it focuses on the rotating blades of the last bladed wheel of the low-pressure turbine. Blades installed in this part are forced to vibrate at most due to their size. Monitoring of these blades is not a trivial task and its solution is in practice mainly ensured by BTT method. This method is based on the blade tip time measurement using special sensor, which is placed in the stator body. The installation of such sensors is conditioned by the drilling into stator body, which is not always possible. The costs of acquisition and operation of such a system is a major obstacle to its widespread deployment. It is even a common practice that the blades of the last blisk of the LPT are not monitored at all. This dissertation describes an alternative method of blade monitoring, which is based on the use of relative rotor vibration sensors. These sensors are installed on the steam turbine as standard and their use is specified by the ISO 20816-2 and ISO 10817-1 standard.

The introductory part of this work describes the properties of the proposed method. It illustrates the blade components that are present in the rotor vibrations with figure examples. As observed, it is always a pair of spectral components at frequencies that correspond to the sum and difference of the rotational speed and the blade eigenfrequency. However, the exact meaning of both components has not been described in the literature yet. One of the main goals of this work is to describe the principle of propagation of blade vibrations into shaft oscillations and thus into the relative rotor vibration signal. The hypothesis that the blade vibrations cause a bending moment acting on the shaft that cause the shaft radial vibrations at the location of the shaft vibration sensor, was confirmed by the experiments described in this thesis. An important concept that is defined by the blisk vibration asymmetry was introduced as well. The asymmetry is characterized as a deviation of the blisk oscillations compared to its ideal state. This deviation – asymmetry is the source of blade vibrations in shaft oscillations and so can be used in blade state diagnostics.

Conclusions in the form of mathematically derived equations are validated in the next part of this dissertation using a series of experiments on a rotor stand. A Magnum SpectraQuest stand was used for this purpose. Furthermore, a bladed disk equipped with piezoelectric transducers was designed and manufactured. Using piezoelectric transducers it was possible to excite individual blades by adequate signal and measure the response using shaft vibration sensors installed on the bearing pedestals. It turned out that the results of the experiments correspond to the derived theory, which fulfilled the goal of the dissertation.

The following section analyzes the signals that were measured on TG 660 MW. In parallel, a system using the BTT method and a system based on shaft vibration measurement were installed there. The signals from both systems were suitably processed so that they could be compared with each other. It turned out that the blisk vibration asymmetry directly determined by BTT measurement corresponds to the blade components in the shaft vibration signal. Therefore, the blade diagnostics based on BTT sensors can be replaced with some limitations by diagnostics using shaft vibration signal analysis. The conclusion based on the measurement on TG 660 MW was at the beginning of designing the application output of this dissertation – the application for an automatic monitoring of the blade vibrations using relative shaft vibration signals. The detailed description of this application is in the last part of the dissertation. Up to the present time, the application is commercial installed on TG 215 MW.

## Obsah

<b>1. ÚVOD</b>	<b>11</b>
<b>2. SOUČASNÝ STAV MONITOROVÁNÍ VIBRACÍ OBĚŽNÝCH LOPATEK PARNÍCH TURBÍN</b>	<b>13</b>
2.1. Tenzometrické měření.....	13
2.2. BTT – Blade Tip Timing.....	13
2.3. Rešerše dalších způsobů monitorování lopatkových vibrací.....	16
2.3.1. Měření tlaku v průtočné části	16
2.3.2. Měření absolutních statorových vibrací	16
2.3.3. Měření torzních vibrací	17
<b>3. VYUŽITÍ SIGNÁLU RELATIVNÍHO ROTOROVÉHO CHVĚNÍ ZA ÚČELEM MONITOROVÁNÍ VIBRACÍ LOPATEK</b>	<b>18</b>
<b>4. LOPATKOVÉ VIBRACE</b>	<b>20</b>
4.1. Vlastní tvary kmitání lopatek .....	20
4.2. Uzlové průměry lopatkového kola .....	22
4.3. Typ lopatek, Campbellův diagram a rezonanční frekvence .....	22
4.4. Způsob měření rotorového chvění.....	24
4.5. Projevy kmitání lopatek v signále rotorového chvění .....	25
4.6. Amplitudová modulace s potlačenou nosnou.....	27
<b>5. ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLU ROTOROVÉHO CHVĚNÍ</b>	<b>31</b>
5.1. Fourierova transformace .....	31
5.1.1. Spojitá Fourierova transformace	31
5.1.2. Diskrétní Fourierova transformace	32
5.1.3. Váhová funkce, koherentní zisk, únik ve spektru	33
5.2. Krátkodobá Fourierova transformace.....	35
<b>6. PRINCIP ŠÍŘENÍ KMITÁNÍ LOPATEK NA HŘÍDEL</b>	<b>37</b>
6.1. 1D model – bodová nesymetrie kmitání hřídele v rotorovém chvění .....	37
6.2. 2D model – rovinná nesymetrie kmitání hřídele v rotorovém chvění .....	40
6.3. Nesymetrie kmitání lopatkového kola.....	47
<b>7. EXPERIMENTÁLNÍ OVĚŘENÍ NA ROTOROVÉM STANDU</b>	<b>52</b>
7.1. Experimenty při nulové otáčkové rychlosti hřídele .....	54
7.1.1. Závislost amplitudy kmitání hřídele na poloze lopatkového kola	54
7.1.2. Závislost amplitudy kmitání hřídele na velikosti buzení lopatek	56
7.1.3. Projevy kmitání lopatek v signále absolutních statorových vibrací	56
7.1.4. Ověření vektorového součtu nesymetrie kmitání lopatek	57
7.2. Experimenty při nenulové otáčkové rychlosti hřídele.....	60
7.2.1. Vliv tvaru trajektorie fázoru nesymetrie na relativní rotorové chvění	62
7.2.2. Průběh fáze LSB a USB a jejich využití při identifikaci kmitající lopatky	66
<b>8. OVĚŘENÍ V PROVOZU PARNÍ TURBÍNY TG 660 MW</b>	<b>70</b>

---

<b>9. NÁVRH SYSTÉMU AUTOMATICKÉHO MONITOROVÁNÍ LOPATKOVÝCH VIBRACÍ Z ROTOROVÉHO CHVĚNÍ</b>	<b>76</b>
9.1. Identifikace vlastních frekvencí lopatek v provozu TG .....	77
9.2. Předzpracování signálu rotorového chvění.....	78
9.2.1. Líftrace kepstra rotorového chvění	78
9.2.2. Průměrování amplitudových spekter	82
9.3. Automatická identifikace vibrací lopatek .....	84
9.3.1. Identifikace složek lopatkových vibrací – prahování a filtrace	84
9.3.2. Shlukování identifikovaných obrazů	87
9.4. Stanovení diagnostické veličiny a alarmování .....	92
<b>10. ZÁVĚR</b>	<b>94</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b>	<b>96</b>
<b>VLASTNÍ PUBLIKACE</b>	<b>100</b>
<b>A. VÝKRES LOPATKOVÉHO KOLA</b>	<b>102</b>
<b>B. SCHÉMA ZAPOJENÍ DESKY PRO BUZENÍ LOPATEK</b>	<b>103</b>



## Přehled často používaných označení

$A[k]$	jednostranné amplitudové spektrum diskrétní Fourierovy transformace
$A[l, k]$	jednostranný amplitudový spektrogram diskrétní krátkodobé Fourierovy transformace
$A(t, f)$	jednostranný amplitudový spektrogram krátkodobé Fourierovy transformace
$A(\omega)$	jednostranné amplitudové spektrum Fourierovy transformace
$A_{ALARM}$	amplitudová mez pro vyvolání alarmu
$A_B$	amplituda zpětně rotujícího fázoru nesymetrie lopatkového kola
$A_F$	amplituda dopředně rotujícího fázoru nesymetrie lopatkového kola
$A_L$	amplituda LSB
$A_L^+$	amplituda LSB jednostranného spektra/spektrogramu
$A_{THOLD}$	amplitudová mez pro identifikaci lopatkových vibrací
$A_U$	amplituda USB
$\alpha_{b2b}$	úhel mezi dvěma sousedními lopatkami
$BW_{AM}$	šířka frekvenčního pásma modulovaného signálu
$BW_m$	šířka frekvenčního pásma modulačního signálu
$C$	amplituda nosného signálu
$C_1[t]$	množina frekvenčních obrazů splňující podmínku pro percentil v čase $t$
$C_2[t]$	množina frekvenčních obrazů splňující podmínku pro medián v čase $t$
$c[n]$	reálné kepstrum signálu $x[n]$
$c(t)$	nosný signál AM
$c_w[n]$	liftované kepstrum signálu $x[n]$
$\Delta f$	frekvenční rozlišení
$\Delta s_i$	výchylka špičky $i$ -té lopatky pod senzorem BTT
$\Delta t_i$	časová odchylka očekávaného a skutečného průletu $i$ -té lopatky pod senzorem BTT
$\Delta \varphi$	fázový rozdíl signálů $r(t)$ a $i(t)$
$\Delta_w$	časový posun okénkové funkce ve vzorcích
$\delta$	frekvenční rozsah pro výpočet mediánu při identifikaci lopatkových vibrací
$\varepsilon$	chyba určení počáteční fáze mimo rastr DFT
$\varepsilon_L^+$	chyba určení počáteční fáze LSB mimo rastr DFT
$\varepsilon_U$	chyba určení počáteční fáze USB mimo rastr DFT
$F[t, f]$	podmnožina $X_I$ definující počet všech $X_I$ v okolí obrazu $X_I[t, f]$
$f$	frekvence
$f_{ALARM-}$	dolní frekvenční mez pro vyvolání alarmu
$f_{ALARM+}$	horní frekvenční mez pro vyvolání alarmu
$f_{FILT}$	frekvenční parametr filtrace obrazů lopatkových vibrací
$f_L$	frekvence LSB
$f_L^+$	frekvence LSB jednostranného spektra/spektrogramu
$f_{MAX}$	horní mez sledovaného frekvenčního pásma signálu $x[n]$
$f_{MAX\_BTT}$	maximální frekvence signálu splňující Nyquistův teorém při použití metody BTT
$f_{MIN}$	dolní mez sledovaného frekvenčního pásma signálu $x[n]$
$f_N$	Nyquistova frekvence
$f_{SBS}$	frekvence single-blade spektra
$f_{THOLD}$	mez založení nového shluku [Hz]
$f_U$	frekvence USB
$f_c$	frekvence nosného signálu

$f_{lop}$	lopatková frekvence
$f_m$	frekvence modulačního signálu
$f_{m\_MAX}$	maximální frekvence modulačního signálu
$f_{m\_MIN}$	minimální frekvence modulačního signálu
$f_{rot}$	otáčková frekvence
$f_s$	vzorkovací frekvence
$\Phi[k]$	fázové spektrum diskrétní Fourierovy transformace
$\Phi[l, k]$	jednostranný fázový spektrogram diskrétní krátkodobé Fourierovy transformace
$\Phi(\omega)$	fázové spektrum Fourierovy transformace
$\Phi_{DFT}$	fázové spektrum DFT
$\Phi_{DTFT}$	fázové spektrum DTFT
$\varphi_B$	počáteční fáze zpětně rotujícího fázoru nesymetrie lopatkového kola
$\varphi_F$	počáteční fáze dopředně rotujícího fázoru nesymetrie lopatkového kola
$\varphi_{FZ}$	úhel fázové značky
$\varphi_I$	počáteční fáze radiálního kmitání hřídele ve směru imaginární souřadnice
$\varphi_L$	počáteční fáze LSB
$\varphi_L^+$	počáteční fáze LSB jednostranného spektra/spektrogramu
$\varphi_R$	počáteční fáze radiálního kmitání hřídele ve směru reálné souřadnice
$\varphi_{SV}$	úhel snímače rotorového chvění
$\varphi_U$	počáteční fáze USB
$\varphi_{Z_i}$	počáteční fáze radiálního kmitání hřídele ve směru $i$ -té lopatky
$\varphi_c$	počáteční fáze nosného signálu
$\varphi_i$	úhel $i$ -té lopatky k fázové značce
$\varphi_m$	počáteční fáze modulačního signálu
$\varphi_{rot}$	počáteční fáze natočení hřídele – fázové značky - ke snímači rotorového chvění
$\gamma_i$	fázová korekce kmitání $i$ -té lopatky při synchronizaci BTT
$I$	amplituda radiálního kmitání hřídele ve směru imaginární souřadnice
$I_{MIN}$	index nejbližšího shluku k obrazu lopatkových vibrací
$i(t)$	radiální kmitání hřídele ve směru imaginární souřadnice
$ir(t)$	radiální kmitání hřídele v komplexních souřadnicích
$ir_{SV}(t)$	vývoj radiální výchylky středu hřídele v souřadnicích snímačů SV – 2D model
$ir_{SV}^{RE}(t)$	radiální kmitání hřídele ve směru snímače SV – 2D model
$K$	celkový počet shluků uvnitř sledovaného pásma $\langle f_{MIN}, f_{MAX} \rangle$
$L$	počet vzorků okénkové funkce $w[n]$
$M$	amplituda modulačního signálu
$M_{MIN}$	vzdálenost obrazu lopatkových vibrací k nejbližšímu shluku
$m(t)$	modulační signál AM
$\mu_k$	průměrná frekvenční hodnota obrazů v $S_k$ - střed $S_k$
$N$	počet vzorků signál $x[n]$
$N_{THOLD}$	mez počtu $X_I$ obrazů uvnitř $F[t, f]$ aktivující filtraci obrazu $X_I[t, f]$
$N_k$	počet obrazů v $S_k$
$N_{lop}$	celkový počet lopatek na lopatkovém kole
$N_{rot}$	celkový počet otáček hřídele v měřeném signálu
$Q_k$	$k$ -tý percentil sledovaného frekvenčního pásma $\langle f_{MIN}, f_{MAX} \rangle$
$R$	amplituda radiálního kmitání hřídele ve směru reálné souřadnice
$r$	vzdálenost špičky lopatky od středu hřídele

---

$r(t)$	radiální kmitání hřídele ve směru reálné souřadnice
$r_{SV}(t)$	vývoj radiální výchylky středu hřídele v souřadnicích snímačů SV – 1D model
$r_{SV}^{RE}(t)$	radiální kmitání hřídele ve směru snímače SV – 1D model
$\sigma$	parametr Gaussovy funkce
$S_k$	k-tý shluk obrazů lopatkových vibrací v pásmu $\langle f_{MIN}, f_{MAX} \rangle$
$T$	časová délka signálu $x[n]$
$T_w$	časová délka okénkové funkce
$t$	čas
$t_{Ei}$	očekávaný čas průletu špičky $i$ -té lopatky pod snímcem BTT
$t_{FILT}$	časový parametr filtrace obrazů lopatkových vibrací
$t_{Mi}$	skutečný čas průletu špičky $i$ -té lopatky pod snímačem BTT
$t_{THOLD}$	mez zapomínání obrazů lopatkových vibrací [s]
$t_{b2b}$	doba mezi průletem dvou sousedních lopatek pod senzorem BTT
$w[n]$	okénková funkce
$\omega$	úhlová rychlost
$\omega_c$	úhlová rychlost nosného signálu
$\omega_m$	úhlová rychlost modulačního signálu
$\omega_{rot}$	otáčková rychlost
$X[k]$	diskrétní Fourierova transformace signálu $x[n]$
$X[l, k]$	diskrétní krátkodobá Fourierova transformace $x[n]$
$X(t, f)$	krátkodobá Fourierova transformace $x(t)$
$X(\omega)$	Fourierova transformace signálu $x(t)$
$X_I$	množina identifikovaných nefiltrovaných časofrekvenčních obrazů vibrací lopatek
$X_{If}$	množina identifikovaných filtrovaných časofrekvenčních obrazů vibrací lopatek
$X_a[k]$	průměrné amplitudové spektrum z $X_f[l, k]$
$X_f[k]$	filtrované amplitudové spektrum signálu $x[n]$
$X_f[l, k]$	filtrovaný amplitudový spektrogram signálu $x[n]$
$X_w[k]$	liftrované spektrum signálu $x[n]$
$x[n]$	vzorkovaný signál relativního rotorového chvění
$x(t)$	signál relativního rotorového chvění
$y(t)$	modulovaný signál AM DSB SC
$Z_i$	amplituda radiálního kmitání hřídele ve směru $i$ -té lopatky
$z_i(t)$	radiální kmitání hřídele ve směru $i$ -té lopatky

## Zavedené zkratky

AM	amplitudová modulace
AM DSB SC	amplitudová modulace s potlačenou nosnou (Double-Sideband Suppressed-Carrier Amplitude Modulation)
BPF	frekvence prolétávání lopatek (Blade Passing Frequency)
BTT	Blade Tip-Timing
DFT	diskrétní Fourierova transformace (Discrete Fourier Transform)
GT	plynová turbína (Gas Turbine)
IDFT	inverzní diskrétní Fourierova transformace (Inverse Discrete Fourier Transform)
DTFT	Fourierova transformace s diskrétním časem (Discrete-Time Fourier Transform)
FT	Fourierova transformace (Fourier Transform)
LSB	dolní postranní pásmo amplitudové modulace (Lower Sideband)
LSBs	lopatky posledního lopatkového kola (Last Stage Blades)
NC	uzlová kružnice (Nodal Circle)
ND	uzlový průměr (Nodal Diameter)
NT (LPT)	nízkotlaká turbína (Low-Pressure Turbine)
PCB	deska plošných spojů (Printed Circuit Board)
RAMS	Monitorovací systém založený na měření relativních rotorových vibrací (Rotor Advanced Monitoring System)
RSVS	snímač relativního rotorového chvění (Radial Shaft Vibration Sensor)
STFT	krátkodobá Fourierova transformace (Short-Time Fourier Transform)
SV	rotorové chvění (Shaft Vibration)
TG	turbogenerátor (Turbo Generator)
USB	horní postranní pásmo amplitudové modulace (Upper Sideband)
VMS	Systém monitorování vibrací lopatek metodou BTT (Vibration Monitoring System)

## 1. ÚVOD

Monitorování a diagnostika představují důležitou úlohu v mnoha průmyslových odvětvích. Jejich uplatnění je především v případě strojů, jejichž případná porucha je spojena s nákladnou opravou. Odhalení závady v jejím počátku může znamenat nemalou ekonomickou úsporu pro provozovatele takového zařízení. Příkladem může být parní turbína, jejíž případná porucha by znamenala nejen nákladnou opravu, ale představovala by i ekonomickou ztrátu vzniklou ušlým ziskem pro nemožnost vyrábět elektřinu v době odstávky.

Parní turbína je turbosoustrojí, které se skládá z několika částí. Podle tlaku procházející páry lze turbínu rozdělit na vysokotlaký díl, středotlaký díl a nízkotlaký díl (NT). Teplo vzniklé spalováním uhelného prachu v kotli ohřívá v primárním okruhu upravenou vodu, která se v kotli mění na přehřátou páru. Ta je vedena přes rozváděcí lopatky instalované ve statorové části do prostoru vnitřního tělesa turbíny. Tady silově působí na oběžné lopatky roztáčející hřídel, která je spojena s alternátorem, který generuje elektrickou energii. Z tohoto stručného popisu funkce parní turbíny je zřejmé, že kritickým místem, kde dochází k interakci páry a rotoru, tj. dochází k přeměně energie přehřáté páry na energii mechanickou, jsou právě oběžné lopatky. Jejich monitorování a diagnostika je tak nezbytným předpokladem pro bezporuchový provoz celé turbíny. V praxi se jedná především o oběžné lopatky posledního kola nízkotlaké turbíny NT, kde jsou lopatky obecně nejdelší. Jejich mechanické namáhání je vzhledem k ostatním lopatkám největší současně jako riziko možného poškození. Tyto lopatky jsou v odborné literatuře nazývány Last Stage Blades a budou značeny v této práci jako LSBs. Tato práce se věnuje právě problematice monitorování oběžných lopatek LSBs.

Monitorování vibrací oběžných lopatek je důležitou úlohou v diagnostice parních turbín. Je obecně založeno na dvojitým způsobu měření, na kontaktním a bezkontaktním. Historicky starší kontaktní způsob je založen na tenzometrickém měření. Bezkontaktní přístup je v této práci reprezentován zejména metodou BTT. Vlastnosti obou přístupů jsou detailněji popsány v následující kapitole, která je zároveň rešerší metod monitorování a diagnostiky stavu lopatek publikovaných v odborné literatuře. Ambicí nově vznikajících metod je právě bezkontaktní způsob měření, který je na rozdíl od kontaktního způsobu vhodný pro dlouhodobé monitorování (Forbes, Randall 2007).

Tlak ze strany provozovatele parní turbíny je minimalizovat náklady na její provoz a současně zajistit její bezporuchovost. Toho lze docílit právě dlouhodobým monitorováním a včasnou detekcí případné poruchy. Nicméně je častou praxí, že se vibrace lopatek parních turbín dlouhodobě vůbec nesledují. Důvodem jsou vysoké pořizovací a provozní náklady diagnostického systému. Motivací této práce je proto nalézt způsob, který by tento nedostatek eliminoval, aby ekonomické hledisko nebylo překážkou pro pořízení monitorovacího systému.

Zajímavým přístupem k dlouhodobému monitorování lopatkových vibrací se jeví využití snímačů relativního rotorového chvění. Jedná se o standardně instalované snímače dle normy ISO 10817-1, jejichž využití dále upravuje ISO 20816-2. To znamená, že takto navržený diagnostický systém by využíval již instalované snímače a odpadla by tak potřeba investice do speciálních snímačů, na nichž jsou ostatní diagnostické systémy založeny. Zároveň odpadá potřeba odstavení turbíny. Jelikož tento přístup stále není v odborné literatuře dostatečně popsán, bude cílem této práce přinést ucelený pohled na tento způsob monitorování a diagnostiky oběžných lopatek. Tato práce zahrnuje poznatky, které byly během studia získány a publikovány v odborných časopisech a prezentovány na konferencích, jejichž ucelený seznam je přílohou této práce.

Práce je rozdělena do několika kapitol. Za úvodní kapitolou následuje krátká představení metod, které se v současné době používají pro monitorování lopatkových vibrací. Souhrn metod je koncipován tak, aby co nejlépe vyjádřil výhody ale především nedostatky jednotlivých metod. Toho je využito v třetí kapitole při formulaci problému, kterému se tato práce věnuje. Následující kapitola se věnuje

---

kmitání lopatek z mechanického hlediska a způsobu jakým lze kmitání lopatkového kola monitorovat pomocí signálu relativního rotorového chvění. V této kapitole jsou uvedeny příklady tohoto signálu, které byly naměřeny na TG 660 MW, na nichž jsou ukázány projevy lopatkových vibrací. Na konci čtvrté kapitoly je představen princip amplitudové modulace s potlačenou nosnou, a její vztah s pozorováním lopatkových frekvencí v signálu relativního rotorového chvění na reálné turbíně. Pátá kapitola popisuje frekvenční a časofrekvenční metody Fourierovy transformace, které jsou v této práci využity pro zpracování signálu rotorového chvění. V následující kapitole je sestaven model popisující způsob, jakým se lopatkové vibrace přenáší do signálu relativního rotorového chvění. V této části práce je definován pojem nesymetrie kmitání lopatkového kola, který je důvodem, proč lze kmitání lopatek monitorovat i nepřímou pomocí signálu rotorového chvění. Sedmá kapitola této práce popisuje sérii experimentů provedených na experimentálním rotorovém standu za účelem potvrzení teorie popsané v šesté kapitole. Osmá kapitola je ověřením předložené teorie a z ní plynoucích důsledků v praxi pomocí paralelního měření na TG 660 MW. Devátá kapitola popisuje návrh a implementaci systému pro monitorování lopatkových vibrací ze signálu rotorového chvění. Jedná se aplikační výstup této práce, kde poznatky získané studiem a výzkumem této problematiky byly využity pro sestavení aplikace pro diagnostiku a monitorování v průmyslu. Desátá závěrečná kapitola je následována seznamem použité a vlastní literatury, která byla publikována v odborných časopisech a na konferencích. Na tomto místě je vhodné uvést, že velká část grafů a ilustrací, jež je součástí této práce, byla převzata právě z článků a konferenčních příspěvků, které jsem doposud publikoval, a které jsou uvedeny na konci této práce. Jelikož většina z nich byla mezinárodní a tudíž vedená v anglickém jazyce, jsou i popisky obrázků, proměnných, atd. uvedeny v témže jazyce. Uvedené jsem dodržel napříč celou prací, aby byla zachována její jednotná forma.

## 2. SOUČASNÝ STAV MONITOROVÁNÍ VIBRACÍ OBĚŽNÝCH LOPATEK PARNÍCH TURBÍN

Tato kapitola stručným, ale uceleným způsobem, popisuje přehled metod, které jsou pro monitorování lopatkových vibrací v současnosti používány. Popis výhod a nevýhod jednotlivých metod je nezbytnou součástí formulace problému uvedeného na konci této kapitoly. Podrobný popis všech zmíněných metod je sepsán v Práci ke státní doktorské zkoušce (Vašíček, 2018a).

Jak bylo uvedeno v úvodu této práce, monitorování lopatkových vibrací je obecně založeno na dvojitým přístupem – kontaktním a bezkontaktním. Kontaktní způsob je založen na tenzometrickém měření. Bezkontaktní způsob je v této práci reprezentován zejména metodou BTT. Ambicí nově vznikajících metod je právě bezkontaktní způsob měření, který je na rozdíl od kontaktního způsobu vhodný pro dlouhodobé monitorování (Forbes, Randall, 2007). Popsané metody založené na měření tlaku v průtočné části, měření absolutních statorových vibrací a měření torzních vibrací jsou všechno příklady bezkontaktního přístupu k měření lopatkových vibrací.

### 2.1. TENZOMETRICKÉ MĚŘENÍ

Tenzometrické měření poskytuje informaci o mechanickém napětí na povrchu lopatky. Jedná se o kontaktní měření, kdy je snímač s lopatkou pevně spojen, což umožňuje získat velmi přesné hodnoty mechanického namáhání. Tento přístup umožňuje měřit s vysokou vzorkovací frekvencí, čehož lze využít v pozdější analýze signálu a časofrekvenčním zpracování. Nejčastěji využívanými snímači jsou odporové tenzometry, které pracují na principu změny elektrického odporu vodiče v důsledku jeho protažení. Monitorování mechanického napětí oběžných lopatek však přináší nutnost vyvést měřenou veličinu ve formě elektrického signálu mimo rotující systém. Toho lze docílit pomocí systému sběrných kroužků, nebo bezkontaktně pomocí radiové telemetrie (Russhard, 2014). Řešení pomocí systému sběrných kroužků není v praxi příliš vhodné (Gabriel a Donato, 1986) a hodí se spíše pro laboratorní měření. Možným řešením zůstává telemetrický způsob přenosu signálu, kdy uvnitř rotujícího systému je vysílač a vně přijímač. Instalovaný snímač však musí být konstruován takovým způsobem, aby vydržel extrémní podmínky panující v průtočné části turbíny. Možným řešením je využití vysokoteplotních tenzometrů. Jejich praktické využití však naráží na náklady nutné k jejich instalaci. Nevýhodou je také potřeba externího napájení vysílače např. pomocí baterie, což má za následek omezenou operační dobu. Existuje také možnost pro napájení vysílače využít indukovaného napětí, což může prodloužit operační dobu systému. Obecně je však tenzometrické měření vlivem extrémních vlastností pracovního média interagujícího v průtočné části s instalovanými snímači a kanály dlouhodobě nepoužitelné. To uvádí např. (Russhard, 2014) nebo (Daněk et al., 1993). Limitujícím faktorem tenzometrického měření v případě monitorování vibrací oběžných lopatek tak zůstává nutnost instalace snímačů do průtočné části turbíny, odolnost vůči panujícím podmínkám a způsob vyvedení měřených signálů z rotujícího systému. Pro dlouhodobé monitorování je tak použití tenzometrů nevhodné a lze je využít především pro krátkodobá měření a experimenty.

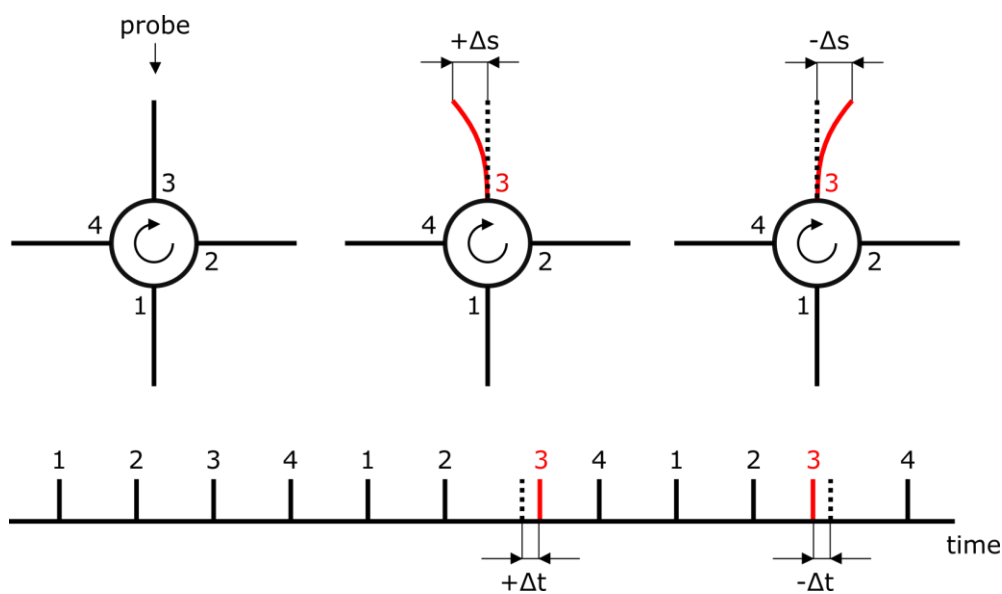
### 2.2. BTT – BLADE TIP TIMING

Pro dlouhodobé monitorování lopatkových vibrací lze použít některý z bezkontaktních způsobů měření. Populární metodou často používanou pro měření vibrací oběžných lopatek parních turbín je metoda, v odborné literatuře nazývaná Non-Intrusive Stress Measurement, označovaná též jako Blade Tip-Timing – BTT (Russhard, 2014). Jedná se o sadu senzorů zabudovaných ve statorové části nad

sledovaným lopatkovým kolem. Z naměřeného signálu se identifikuje náběžná hrana prolétávající lopatky, resp. čas jejího průletu pod senzorem. Ze znalosti geometrického rozložení lopatek po obvodu lopatkového kola a ze znalosti pozice referenčního bodu, kterým může být například fázová značka, lze určit očekávané časy průletu lopatek pod senzorem – v této práci značené jako  $t_{Ei}$ , přičemž  $i$  reprezentuje číslo lopatky. Porovnáním s identifikovanými časy skutečných průletů –  $t_{Mi}$  lze definovat časovou odchylku lopatky  $\Delta t_i$  (1.2). Pomocí té je možné určit odpovídající výchylku špičky lopatky  $\Delta s_i$  (1.1), přičemž otáčková rychlost je značena  $\omega_{rot}$  a vzdálenost špičky lopatky od osy rotace hřídele je  $r$ .

$$\Delta s_i = r \cdot \omega_{rot} \cdot \Delta t_i \quad (1.1)$$

$$\Delta t_i = t_{Mi} - t_{Ei} \quad (1.2)$$



Obrázek 2-1: Princip metody BTT

Uvedený princip ilustruje obrázek 1-1, kde je černou barvou ilustrován ideální stav, kdy lopatky nekmitají a předpokládaný i skutečný čas průletu lopatek pod snímačem je totožný. Červenou barvou je ilustrována situace výkmitu jedné z lopatek spolu s vlivem na naměřený signál. Z výše uvedeného je zřejmé, že pro každou lopatku je identifikována jedna hodnota výchylky za jednu otáčku lopatkového kola. Vzorkovací frekvence  $f_s$  je tak omezena hodnotou  $f_{rot}$ . Maximální vybuzeňá frekvenční složka  $f_{MAX\_BTT}$  by pro přesnou rekonstrukci měřeného signálu měla splňovat Nyquistův teorém, tj.  $f_{MAX\_BTT} < f_N$ , kde  $f_N$  je Nyquistova frekvence, pro kterou zároveň platí rovnost  $f_N = 0,5 \cdot f_s$ . Nyquistův teorém tak lze pro případ BTT, kdy  $f_s = f_{rot}$  zapsat pomocí (1.3).

$$f_{MAX\_BTT} < 0,5 \cdot f_{rot} \quad (1.3)$$

Lopatkové frekvence jsou však obecně mnohem vyšší a ve spektru vibračního signálu, který byl získán metodou BTT vzniká aliasing. Zvýšení vzorkovací frekvence může být docíleno např. použitím vyššího počtu senzorů. Konfigurace jejich instalace pak hraje zásadní roli pro korektní vyhodnocení sledovaných frekvencí.



Jsou-li senzory instalovány ekvidistantně po obvodu statorové části, pak jsou i naměřené výchylky každé z lopatek rozloženy ekvidistantně v čase a takto složený signál lze přímo spektrálně analyzovat. Jedná se o tzv. řádovou analýzu popsanou například v (Hewlett-Packard, 1997). Instalací  $M$  snímačů se Nyquistova frekvence zřejmě zvýší  $M$ -krát (Heath a Imregun, 1998). Tato konfigurace však neumožňuje sledovat synchronní vibrace, tj. takové, které jsou celočíselným násobkem vzorkovací frekvence, resp. otáčkové rychlosti  $\omega_{rot}$ . Jsou-li senzory instalovány neekvidistantně, pak se lze tomuto efektu vyhnout a je možné monitorovat jak asynchronní tak i synchronní kmitání. Zde je vhodné zmínit, že neekvidistantní umístění snímačů je běžné, neboť opaku lze v praxi jen těžko docílit ať už kvůli požadavku na přesnost, nebo z důvodu, že instalace velkého množství snímačů na statoru je ekonomicky nákladná nebo prakticky nemožná. Sestavení signálu vhodného pro spektrální analýzu z takto umístěných snímačů je netriviální úloha, kterou se mnozí autoři pokoušejí řešit, viz např. (Lin et al., 2015).

Mezi nejoblíbenější snímače BTT patří především optické snímače, nebo např. indukční snímače odolné vůči působícímu prostředí průtočné části. Jelikož se jedná o bezkontaktní metodu, odpadá nutnost řešení vývodu měřených signálů z rotorové části, což je největší výhodou oproti tenzometrickému měření (Zielinski a Ziller, 2005), a BTT se tak pro svoji dlouhou životnost hodí pro dlouhodobé monitorování. Oproti tenzometrům je také výhodou použití jediného snímače pro vyhodnocení kmitání všech lopatek, avšak s omezením na vzorkovací frekvenci. Naopak nevýhodou je, že na rozdíl od tenzometrického měření, není měřeno přímo mechanické napětí lopatky.

Metoda BTT je tak velmi populární. Autor (Forbes a Randall, 2007) uvádí, že se v současné době jedná o dominantní metodu při monitorování lopatkových vibrací. Instalace snímačů však přesto vyžaduje zásah do konstrukce statorové části turbíny, na což je nutné vynaložit nemalé finanční prostředky. Tlak ze strany provozovatele turbíny je minimalizovat náklady spojené s instalací a provozem monitorovacího systému s ohledem na kvalitu získaných výsledků. Dokonce je častou praxí, že se vibrace oběžných lopatek právě z tohoto důvodu dlouhodobě vůbec nesledují.

Kmitání každé z lopatek lze monitorovat pomocí signálu, který je sestaven z časů průletů  $i$ -té lopatky pod snímačem. Takový signál lze definovat předpisem (1.2). Tento signál lze vyjádřit také ve tvaru (1.4), který explicitně definuje jeho délku pomocí indexu  $r$ , který reprezentuje číslo otáčky, resp. průletu lopatky pod snímačem, začínající od jedničky do  $N_{rot}$  – celkového počtu otáček.

$$x_i = \{x_{i,r}\}_{r=1}^{N_{rot}} \quad (1.4)$$

$$f_{SBS} = |k \cdot f_{rot} - f_{lop}| \quad (1.5)$$

Analýza kmitání jedné lopatky je v odborné literatuře nazývána jako single-blade analýza. Frekvenční spektrum signálu (1.4) je nazýváno single-blade spektrum a časofrekvenční spektrogram je označován jako single-blade spektrogram (Heath a Imregun, 1998). Z principu metody BTT je maximální spektrální frekvence rovna polovině vzorkovací frekvence, kterou je otáčkové frekvence. To má za následek, že spektrální složky odpovídající frekvencím vyšším než je polovina otáčkové rychlosti, jsou ve spektru pozorovány ve formě aliasingu. To ilustruje přepočítání mezi skutečnou lopatkovou frekvencí  $f_{lop}$  a frekvencí single-blade spektra  $f_{SBS}$  signálu (1.4) v rozsahu 0 až polovina otáčkové frekvence  $f_{rot}$  (1.5). Je zřejmé, že díky aliasingu je  $f_{SBS}$  tvořena několika spektrálními složkami, které odpovídají různým hodnotám  $f_{lop}$ . Například hodnota  $f_{SBS} = 10$  Hz je v případě, že  $f_{rot} = 50$  Hz složena z komponent  $f_{lop} = 10, 40, 60, \dots$  [Hz]. Parametr  $k$  je ve výrazu (1.5) celočíselným indexem.

## 2.3. REŠERŠE DALŠÍCH ZPŮSOBŮ MONITOROVÁNÍ LOPATKOVÝCH VIBRACÍ

V předchozích dvou odstavcích byly představeny dvě významné metody pro monitorování lopatkových vibrací - tenzometrické měření, které lze ze své podstaty přímého měření považovat za základní způsob měření vibrací a metodu BTT, kterou lze v současné době považovat za jednu z nejpůlárnějších způsobů monitorování lopatkových vibrací v průmyslu, viz např. (Forbes a Randall, 2007). Technik pro měření a vyhodnocení takových vibrací však existuje mnohem více. Tento odstavec je jejich stručnou rešerší a zahrnuje dle autora zajímavé techniky pro řešení tohoto problému, které byly publikované v odborné literatuře, např. (Abdelrhman et al., 2015).

### 2.3.1. MĚŘENÍ TLAKU V PRŮTOČNÉ ČÁSTI

Mathioudakis et al. ve svých publikacích (1989) a (1991) popisuje využití tlakových snímačů pro vyhodnocení stavu rotorových lopatek. Ukázalo se, že rotující lopatky způsobují kolísání tlaku ve vnitřní části statoru, především pak mezi špičkou lopatky a stěnou statoru. Je zřejmé, že frekvence tohoto kolísání je rovna násobku otáčkové frekvence rotoru a počtu rotujících lopatek. Tato frekvence (1.6) je v odborné literatuře označována jako BPF (Blade Passing Frequency). Jak sami autoři uvádějí, tento způsob je vhodný pro včasnou detekci změny stavu lopatky, což ve své práci také ilustrují.

$$BPF = f_{rot} \cdot N_{lop} \quad (1.6)$$

Tlakové snímače jsou instalovány na vnitřní straně statorového tělesa. Umístění snímačů lze srovnat s umístěním snímačů BTT. Samotné měření na rozdíl od BTT není principiálně omezeno vzorkovací frekvencí danou otáčkovou rychlostí hřídele, a z časového průběhu tak lze velice dobře pozorovat vývoj tlaku v blízkosti místa instalace snímače. Průlet každé z rotujících lopatek navyšuje hodnotu měřeného tlaku. Proměnná hodnota tlaku je dána geometrickým profilem rotující lopatky. Změna v periodicitě průběhu měřeného tlaku mezi průlety jednotlivých lopatek tak signalizuje změnu v geometrické struktuře instalované lopatky.

### 2.3.2. MĚŘENÍ ABSOLUTNÍCH STATOROVÝCH VIBRACÍ

Lopatkové kolo, jak bylo uvedeno v předchozím odstavci, způsobuje svojí rotací kolísání tlaku na vnitřní straně statoru. Fluktuace tlaku vyvolává silové působení na stěnu statoru, a dochází tak k buzení statorových vibrací. Z principu je zřejmé, že frekvence tlakových oscilací je rovna násobku otáčkové frekvence rotoru a počtu lopatek rotujícího lopatkového kola, tj. BPF (1.6). Z uvedeného vyplývá, že měřením statorových vibrací lze monitorovat také lopatkové vibrace. Běžně používaným snímačem absolutních vibrací je v takovém případě akcelerometr – snímač zrychlení.

Výhodou tohoto přístupu je, na rozdíl od měření tlaku uvnitř statoru, relativní jednoduchost instalace snímače, neboť není nutný významný zásah do konstrukce turbíny. Obdobně jako u snímače tlaku nelze přímo určit hodnotu výkmitu lopatky, případně její mechanické namáhání. Diagnostika je omezena na sledování odchylky zvolené charakteristiky od nominálního stavu, kdy je stav lopatky známý a předpokládá se v mezích normy. Umístění akcelerometru je obvykle nad lopatkovým kolem, jehož vibrace jsou sledovány. Pokud to situace nedovoluje, lze použít standardně instalovaný snímač absolutních vibrací, který je instalován na ložiskovém stojanu, avšak v takovém případě může propagací vibrací materiálem docházet ke změně sledované amplitudy BPF.

### 2.3.3. MĚŘENÍ TORZNÍCH VIBRACÍ

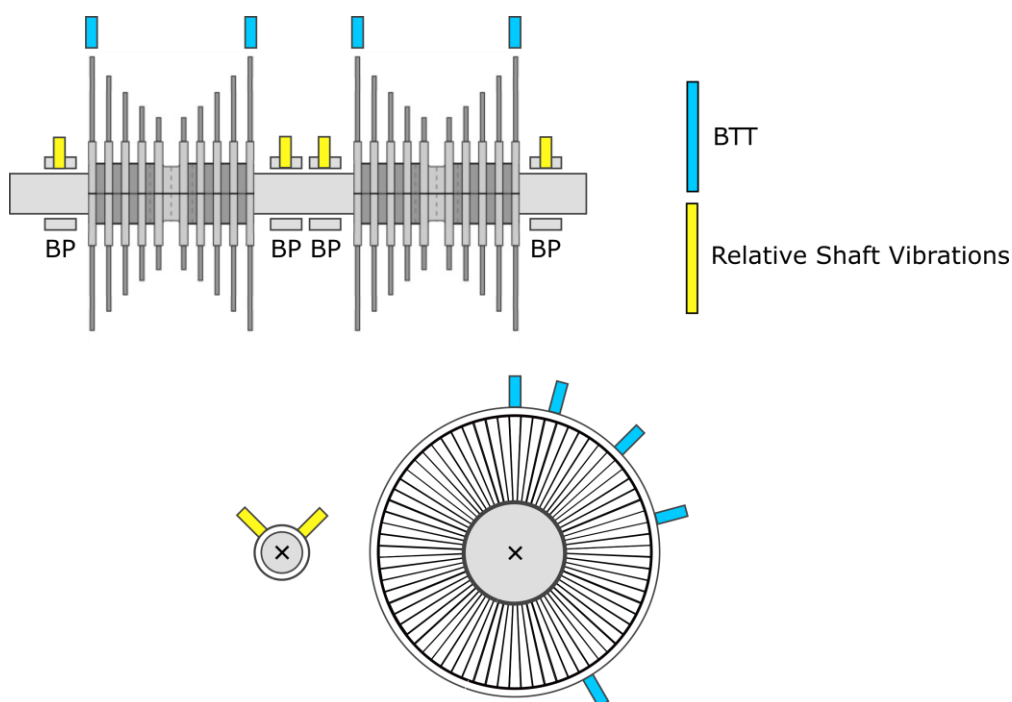
Monitorování lopatkových vibrací s využitím torzních rotorových vibrací uvádějí ve své práci Gubran a Sinha (2014). Torzní rotorové vibrace lze charakterizovat jako úhlové kmitání hřídele. Jednou z technik měření torzních vibrací, na které lze dobře celý princip demonstrovat, je způsob využívající reflexní pásky instalované po obvodu rotoru. Reflexní páska se skládá z navzájem se střídajících světlých a tmavých proužků, které slouží jako referenční značky. Během rotace je reflexní páska osvětlována a intenzita odraženého světla je měřena optickým snímačem. Takto naměřený signál má charakter pulsního signálu, pomocí kterého lze detekovat tzv. čase detekce podobně jako u metody BTT. Rozdíl časů detekce dvou po sobě jdoucích kontrastních přechodů reflexní pásky udává dobu snímání proužku. Pomocí něho lze určit tzv. okamžitou úhlovou rychlost, která je definována jako podíl úhlové velikosti poružku a doby snímání proužku (Gubran a Sinha, 2014). Její vývoj může být frekvenčně analyzován, přičemž se ukazuje, že výsledné spektrum obsahuje projev lopatkových vibrací. Kromě optického přístupu k měření torzních vibrací a reflexní pásky, lze využít i jiných referenčních značek po obvodu hřídele, jimiž mohou být např. měděná páska společně se snímači výřivých proudů, aj. Měření torzních vibrací lze porovnat s měřením BTT, neboť obě metody jsou založené na precizním měření časů detekce.

Doposud se pomocí měření torze podařilo detekovat pouze 0 ND kmitání lopatek. Fyzikální představu o způsobu šíření kmitání lopatek do signálu okamžité úhlové rychlosti popisuje např. Bachschmid et al. (2015). Uvádí, že celkový moment setrvačnosti daný příspěvkem od všech lopatek musí být natolik velký, aby se na hřídeli projevil. Je zřejmé, že příspěvky jednotlivých lopatek se v celkovém momentu setrvačnosti vzájemně vyruší. Výjimkou pro případ tangenciálních vlastních vibrací lopatek, které mohou způsobit torzní kmitání hřídele, je právě 0 ND, kdy všechny lopatky kmitají se stejnou fází.

### 3. VYUŽITÍ SIGNÁLU RELATIVNÍHO ROTOROVÉHO CHVĚNÍ ZA ÚČELEM MONITOROVÁNÍ VIBRACÍ LOPATEK

Metody uvedené v předchozí kapitole mají jedno společné. Jejich nasazení je podmíněno speciální instrumentací, kterou musí provozovatel turbíny zakoupit a instalovat. Jak bylo uvedeno v úvodní kapitole, vysoké pořizovací a provozní náklady diagnostického systému jsou často překážkou pro jeho nasazení. Častou praxí je situace, kdy se vibrace oběžných lopatek parní turbíny vůbec nesledují, což představuje potencionální riziko. Motivací této práce tak bylo nalézt způsob, jakým by bylo možné stav lopatek monitorovat bez nutnosti instalace snímače, který by byl k takovému účelu primárně určen.

Možným řešením je využití některého ze standardně instalovaných snímačů. Tato práce se zabývá využitím snímače relativního rotorového chvění, který se řídí standardem ISO 20816, resp. ISO 10817-1. Jelikož se jedná o standardně instalovaný snímač, odpadá tím nutnost investice do speciálního měřicího zařízení. Pro provozovatele turbíny tak může být tento způsob monitorování lopatkových vibrací ekonomicky zajímavou variantou. Důležitou vlastností tohoto přístupu je fakt, že se jedná o nepřímé měření, neboť není měřeno přímo kmitání lopatek jako například v případě populární metody BTT. Měření jsou vibrace rotoru, ze kterých se kmitání lopatek až následně vyhodnocuje. Uvedené ilustruje obrázek 3-1, na kterém je ukázán rozdíl v rozmístění snímačů relativního rotorového chvění – žlutě a snímačů BTT – modře. Jakým způsobem dochází k šíření lopatkových vibrací do rotorového chvění, nebylo v odborné literatuře doposud popsáno.



Obrázek 3-1: Umístění snímačů pro případ metody BTT a pro relativní rotorové chvění

Problematice monitorování lopatek s využitím signálu relativního rotorového chvění se věnuje publikace (Zilly, 2014). Tato práce vznikla ve spolupráci centra Institut für Kraftwerkstechnik, Dampf- und Gasturbine na univerzitě v Cáchách a společností Siempelkamp. Autor uvádí, že pomocí signálu relativního rotorového chvění lze sledovat vibrace lopatek a to zejména posledního případně předposledního kola nízkotlaké turbíny, kde jsou lopatky nejdelší a dochází tudíž k největšímu buzení

rotoru. Rozpoznatelnost jednotlivých vlastních tvarů kmitu lopatky je v signále rotorového chvění odlišná, neboť vibrační síla je pro jednotlivé vlastní tvary také různá. Autor uvádí, že byly zaznamenány vibrace příslušící prvnímu, druhému a čtvrtému vlastnímu módu. Torzní módy nejsou dle autora pozorovány. Autor také diskutuje faktory, jež ovlivňují hodnotu lopatkových frekvencí, jako jsou například provozní podmínky, aj. Autor ve své práci také popisuje samotný princip šíření lopatkových vibrací do rotorových vibrací pomocí amplitudové modulace. Dle autora jsou lopatkové vibrace modulovány otáčkovou rychlostí, což má za následek vznik dvou spektrálních složek v signále relativního rotorového chvění na frekvencích (3.1).

$$f = f_{lop} \pm f_{rot} \quad (3.1)$$

Příkladem článků popisujících spojitost vibrací lopatek s vibracemi hřídele mohou být publikace (Okabe et al., 1991 a Bachschmid et al., 2015). Obě publikace uvádějí, že vibrace lopatek lze na hřídeli pozorovat pouze za předpokladu, že se jedná o 1 ND. Bachschmid et al. (2015) uvádí, že k vybuzení hřídele dochází působením momentu setrvačnosti kmitající lopatky. Příspěvek od všech lopatek musí být v součtu natolik velký, aby se na hřídeli projevil. Je zřejmé, že příspěvek od jednotlivých lopatek se v případě ideálních uzlových průměrů vzájemně vyruší. Výjimkou je případ axiálních vibrací právě 1 ND.

Paralelně publikované odborné práce na téma monitorování lopatkových vibrací s využitím rotorových vibrací byly vypracovány ve výzkumném centru NTIS v Plzni (Strnad et al., 2014, Liška a Jakl, 2015, Liška et al., 2016) a dále pak publikace navazující na dosavadní výzkum za spoluúčasti autora této práce, viz seznam vlastních publikací, který je uveden na konci této práce.

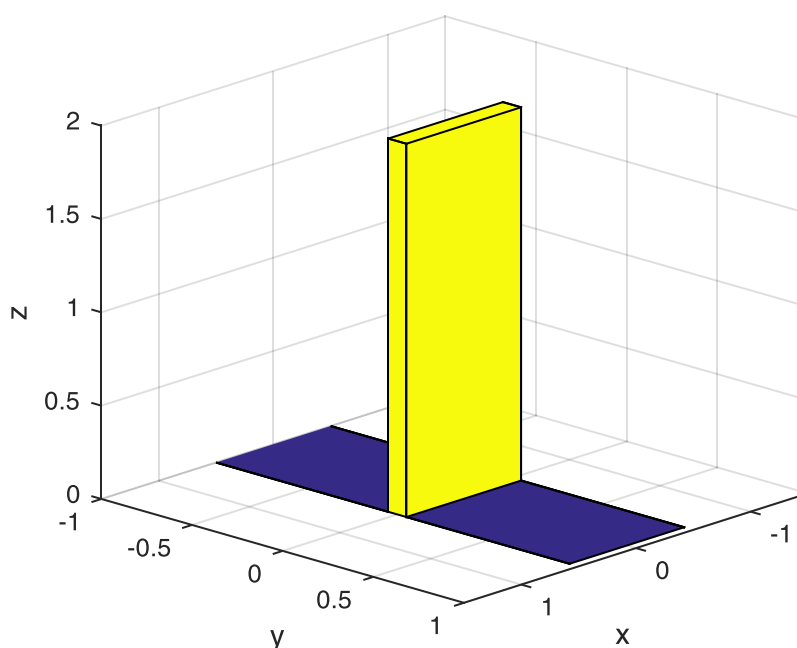
Způsob monitorování kmitání lopatek s využitím signálu relativního rotorového chvění je stále ještě v literatuře neúplně popsán. Jelikož je založen na standardně instalovaných snímačích, lze jej považovat za potencionálně zajímavý způsob pro monitorování a diagnostiku stavu lopatek, neboť odpadá potřeba investice do speciálních snímačů a jejich instalace.

## 4. LOPATKOVÉ VIBRACE

Aby bylo možné lopatkové vibrace monitorovat a případně diagnostikovat jejich stav, je nutné nejprve popsat a pochopit mechanický původ jejich chování. Popis vlastních tvarů kmitu lopatek a uzlových průměrů je součástí následující kapitoly. Ta popisuje také způsob, jakým je signál relativních rotorových vibrací měřen a jaké jsou v něm obsaženy projevy lopatkových vibrací. Na konci této části je pak popsána amplitudová modulace, která lopatkové projevy v signále relativního rotorového chvění matematicky popisuje.

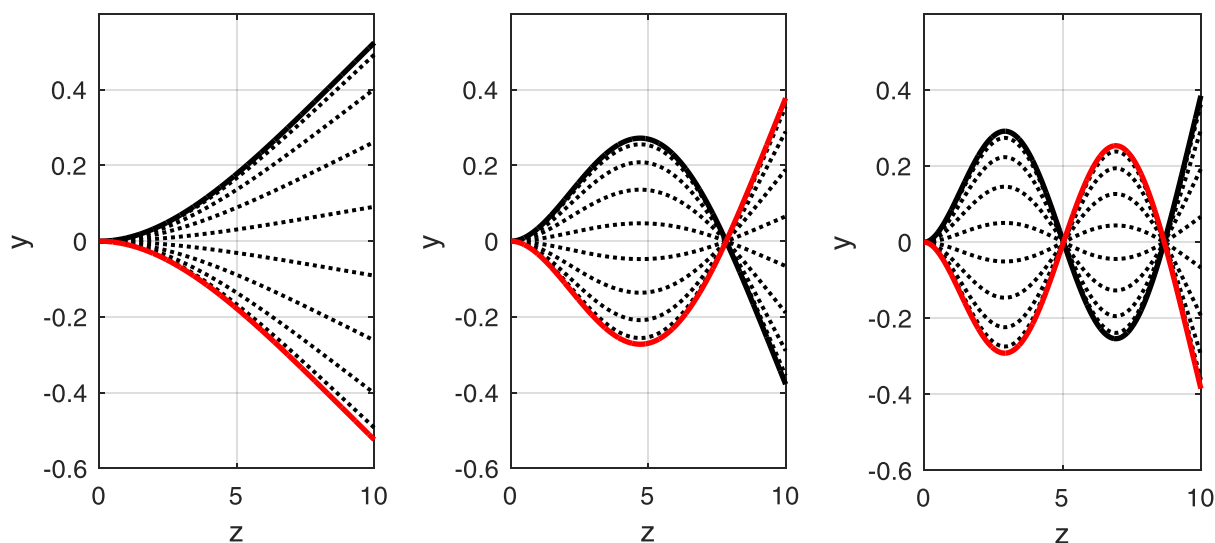
### 4.1. VLASTNÍ TVARY KMITÁNÍ LOPATEK

Modální analýzou lze experimentálně zjistit, případně pomocí modelu určit, vlastní frekvence lopatky a jím příslušící vlastní tvary kmitání. Rozlišují se 3 typy vlastních tvarů kmitu – axiální (v odborné literatuře značené jako flapwise), torzní (torsional) a tangenciální (edgewise), viz Imregun (1999). To lze ilustrovat na obrázku 4-1, na kterém je žlutě ilustrován vetknutý nosník, který lze pro objasnění problému použít. Fialovou barvou je naznačena hřídel. Typ vlastního tvaru lze rozlišit podle osy, vzhledem ke které je lopatka ohýbána, resp. podle osy kolem které vzniká ohybový moment působící na hřídel. Axiální tvar kmitu vyvolává ohybový moment působící v ose  $x$ . Torzní tvar kmitu vyvolává ohybový moment působící v ose  $y$ . Tangenciální tvar kmitu vyvolává ohybový moment působící v ose  $z$ . Hodnota vlastní frekvence je obvykle nejmenší pro první axiální tvar kmitu.



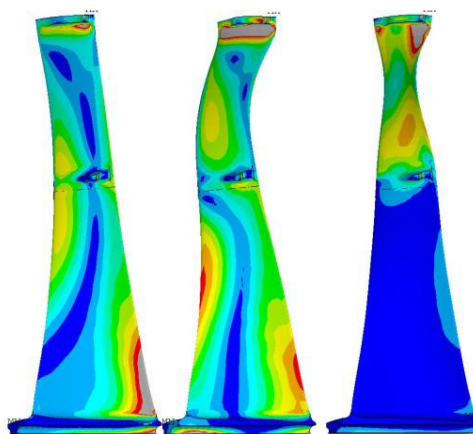
**Obrázek 4-1: Ilustrace zjednodušeného modelu lopatky v 3D souřadném systému**

Obrázek 4-2 ilustruje první tři ohybové vlastní tvary kmitu lopatky, resp. vetknutého nosníku, kterým lze chování lopatky ilustrovat, což je popsáno např. v (Imregun, 1999). Z obrázku 4-2 jsou patrné také uzlové kružnice, které reprezentuje bod, jehož výchylka je v čase neměnná a je nulová. Kromě místa vetknutí je na obrázku 4-2 uprostřed patrná jedna uzlová kružnice, na obrázku 4-2 vpravo jsou pak dvě uzlové kružnice.



Obrázek 4-2: Ilustrace prvních tří vlastních tvarů kmitu lopatky

Uvedené chování vetknutého nosníku ilustrované v předchozích obrázcích lze použít pro zjednodušenou reprezentaci vlastních tvarů skutečné lopatky. Je však zřejmé, že vlastní tvar kmitání je v případě takové lopatky závislý na jejím geometrickém uspořádání. K hledání vlastních tvarů kmitání se tak využívají numerické metody jako např. metoda konečných prvků, kterými lze lopatku v příslušném programu modelovat a analyzovat její dynamické vlastnosti. Na obrázku 4-3 je zobrazeno několik základních vibračních módů jedné konkrétní lopatky (Kubín, 2014). Nicméně využití vetknutého nosníku pro studium vlastních tvarů kmitání je v této kapitole z hlediska popisu zkoumané problematiky dostatečně ilustrativní. Zde je vhodné doplnit, že výchylku špičky překroucené lopatky je možné pro zvolený vlastní tvar rozložit jako kombinaci výchylky v axiálním a tangenciálním směru, čehož bude později využito při zpracování signálu ze systému BTT, neboť ten měří právě tangenciální směr kmitání lopatek.

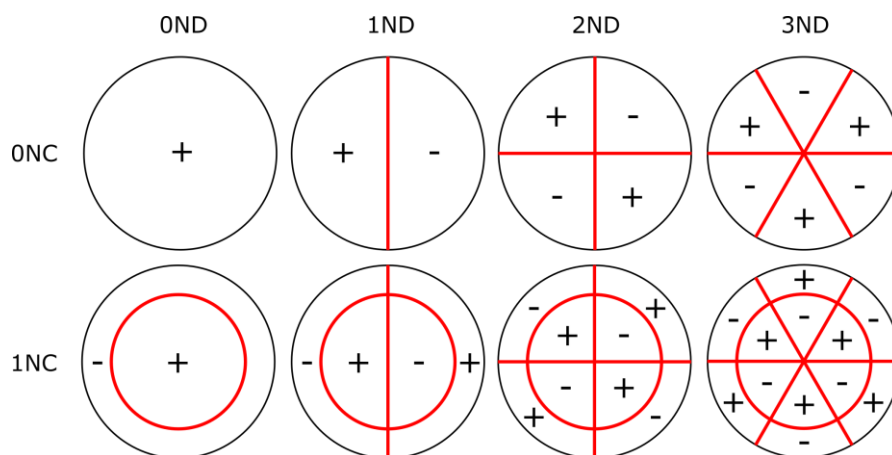


Obrázek 4-3: Základní tvary lopatkového kmitání (Kubín, 2014)

## 4.2. UZLOVÉ PRŮMĚRY LOPATKOVÉHO KOLA

Kmitání samotné lopatky bylo popsáno v předchozí kapitole. Praktické využití má ovšem také popis kmitání lopatek v rámci celého lopatkového kola. Na takto uspořádané lopatky lze nahlížet jako na konečnou řadu hmotných bodů, které mohou se sousedními body (lopatkami) interagovat. Kmitající lopatka může vyvolat postupnou vlnu šířící se po obvodu lopatkového kola (Strnad, 2017), která může být charakterizována pomocí skalární celočíselné veličiny, tzv. uzlového průměru (Nodal Diameter - ND). Ten udává počet period vlnění přítomného po obvodu lopatkového kola. Tato situace je ilustrováno pomocí obrázku 4-4, kde sloupce reprezentují nultý až třetí uzlový průměr, tzn. 0-3 vlnové periody. Červenou barvou jsou zobrazeny uzly, tj. takové body lopatkového kola, které mají nulovou amplitudu kmitání. Řádky na tomto obrázku ilustrují první a druhý vlastní tvar kmitání lopatky. Charakteristickým projevem vyšších vibračních módů lopatky v rámci lopatkového kola jsou tzv. uzlové kružnice (Nodal Circle - NC), viz např. (Imregun, 1999). Na obrázku 4-4 jsou uzlové kružnice pro druhý ohybový mód patrné – jedná se o kružnice procházející uzly stojatého vlnění skrz jednotlivé lopatky.

Kmitající lopatka může obecně vyvolat postupné vlnění šířící se oběma směry kola. Je-li amplituda obou vln totožná, vzniká na lopatkovém disku stojaté vlnění, a uzlový průměr lze ztotožnit s konkrétní dvojicí lopatek – uzlový průměr pak vzhledem k lopatkovému kolu nerotuje.



Obrázek 4-4: Uzlové průměry a kružnice lopatkového kola

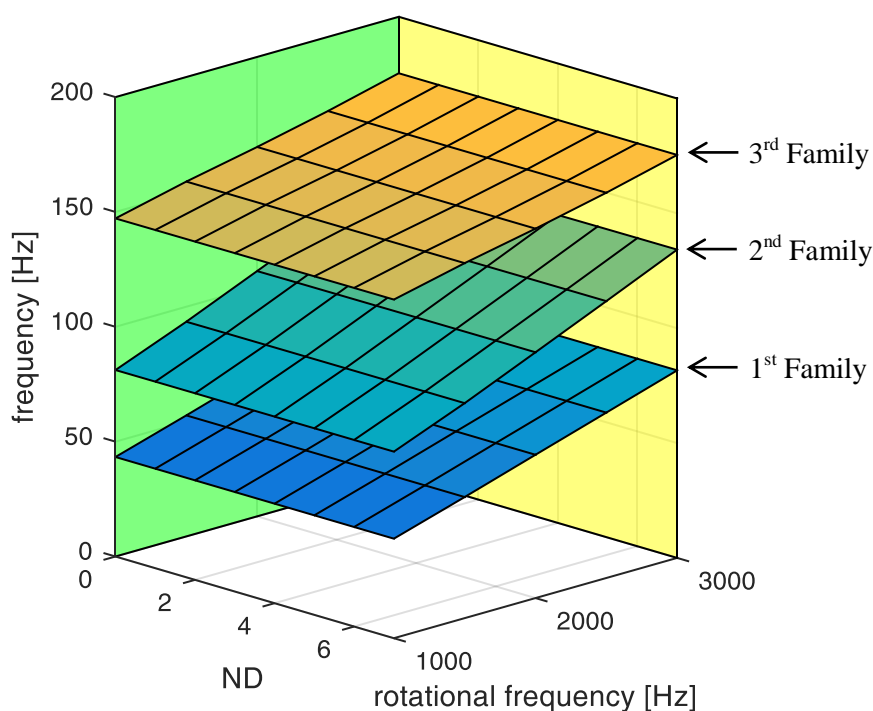
## 4.3. TYP LOPATEK, CAMPBELLŮV DIAGRAM A REZONANČNÍ FREKVENCE

Aby bylo možné turbínu, resp. NT část provozovat, je nutná znalost všech vlastních frekvencí, které se obvykle počítají již během návrhu lopatek některou z konečně prvkových metod. Napočítané vlastní frekvence kmitání lopatek pak lze ilustrovat například pomocí obrázku 4-5. Na něm je vynesena vlastní frekvence v závislosti na otáčkové rychlosti a uzlovém průměru. Frekvence odpovídající jednotlivým vlastním tvarům zde vytváří zdánlivé vrstvy. Každá takové vrstva, tzn. soubor uzlových průměrů se stejným tvarem kmitu, se nazývá rodina – v odborné literatuře značená jako Family. Příklad první, druhé a třetí rodiny je ilustrován na obrázku 4-5. V praxi se obvykle takové zobrazení nepoužívá. Častěji je používán tzv. Campbellův diagram, který je projekcí výše uvedeného 3D zobrazení do roviny, která je definována otáčkami a frekvencí. Tato rovina je pro jednoduchost na obrázku 4-5 ilustrována zeleně. Odpovídající Campbellův diagram je ilustrován na obrázku 4-6. Druhým v praxi hojně používaným zobrazením je tzv. SAFE diagram viz např. (Singh, 1988). Ten vznikne projekcí 3D zobrazení do roviny, která je definována ND a frekvencí, případně jako průmět

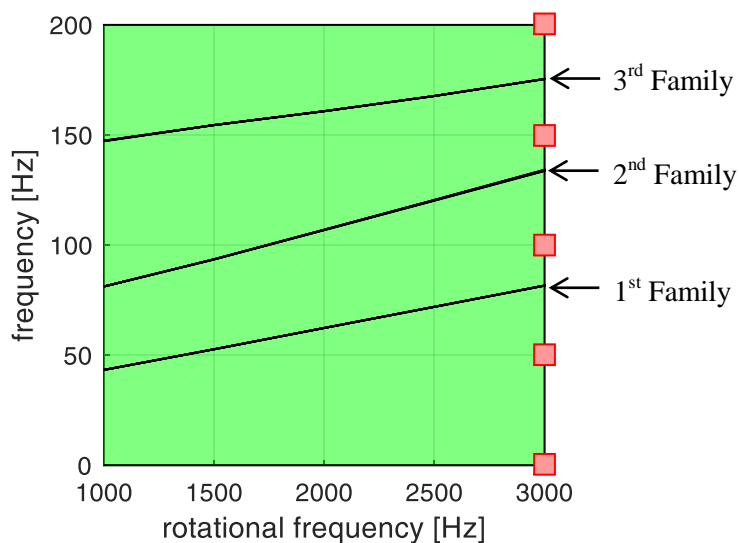


do roviny požadované otáčkové rychlosti, kterou často bývají nominální otáčky. Tato rovina je pro jednoduchost na obrázku 4-5 ilustrována žlutě. Odpovídající SAFE diagram je ilustrován na obrázku 4-7. Důležitou informací je umístění jednotlivých uzlových průměrů vzhledem k otáčkové rychlosti. Jak je uvedeno např. v (Lošák, 2011), v případě, že je násobek otáčkové frekvence roven hodnotě ND, může na lopatkovém kole vzniknout rezonance. Taková frekvence se nazývá rezonanční a příslušné otáčky se nazývají kritická rychlost olopatkovaného disku. Body, pro které platí předchozí rovnost jsou červeně vyznačeny v SAFE diagramu na obrázku 4-7. Pro provozování turbíny na nominálním stavu je nutné zajistit, aby olopatkovaný disk nebyl v rezonanci a červené body byly dostatečně vzdáleny od frekvencí příslušícím vlastním tvarům kmitu lopatek. Podrobněji je tato problematika vysvětlena v (Lošák, 2011). Ekvivalentně jsou červené body SAFE diagramu promítnuty i do Campbellova diagramu na obrázku 4-6. Je zřejmé, že při najíždění turbíny dojde k rovnosti budící otáčkové frekvence a vlastní frekvence kmitání lopatek. Dobu strávenou provozem stroje na těchto otáčkách je třeba minimalizovat, aby kmitající lopatky nečerpaly svoji zbytkovou životnost více než je nutné.

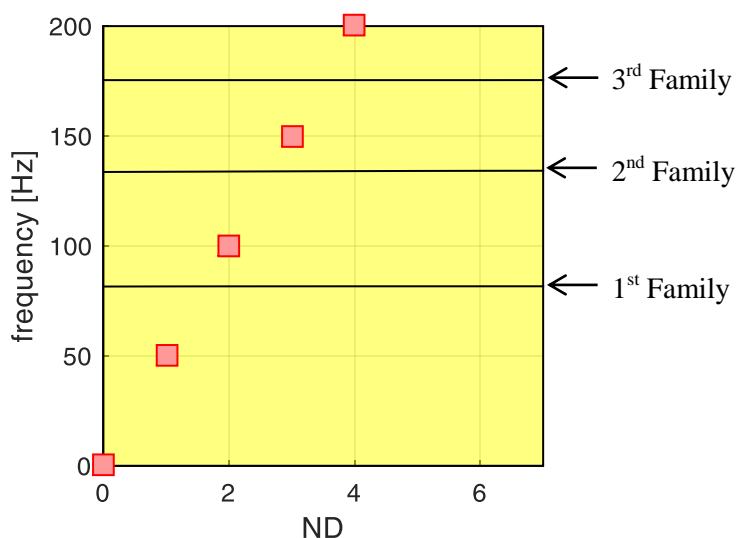
Lopatky instalované na lopatkovém kole se rozlišují na volné a vázané. Vázané lopatky jsou mechanicky spojeny vazbou, anebo bandáží. Příkladem mohou být např. bandáže integrální, které jsou přímo součástí každé lopatky. Jejich funkcí je vymezení amplitudu kmitání lopatek pomocí spoje se sousedními lopatkami (Strnad, 2011). Volné lopatky nejsou vzájemně spojeny žádným mechanickým členem, a kmitání každé z nich je tak téměř nezávislé na kmitání ostatních. Na obrázku 4-5, 4-6, 4-7 je příklad volných lopatek. Je zřejmé, že vlastní frekvence odpovídající jednotlivým uzlovým průměrům, jsou si v případě volných lopatek v rodině natolik blízké, že prakticky přecházejí v jednu křivku, viz obrázek 4-6. V případě vázaných lopatek by situace byla odlišná a uzlové průměry by v rámci rodiny bylo možné jednoduše separovat, což by se také projevilo na tvaru SAFE diagramu. Lopatkové frekvence ovlivňují také provozní parametry, jakými jsou například teplota uvnitř tělesa turbíny, která mění vlastnost materiálu, což způsobuje změnu hodnoty vlastní frekvence, aj. (Imregun, 1999). Vliv otáčkové frekvence však lze považovat obecně za dominantní, neboť vznikající odstředivá síla působící na lopatky způsobí nárůst tuhosti, a tím i nárůst hodnoty vlastní frekvence. Uvedené lze pozorovat na obrázku 4-6.



Obrázek 4-5: Vlastní frekvence volných lopatek



Obrázek 4-6: Campbellův diagram

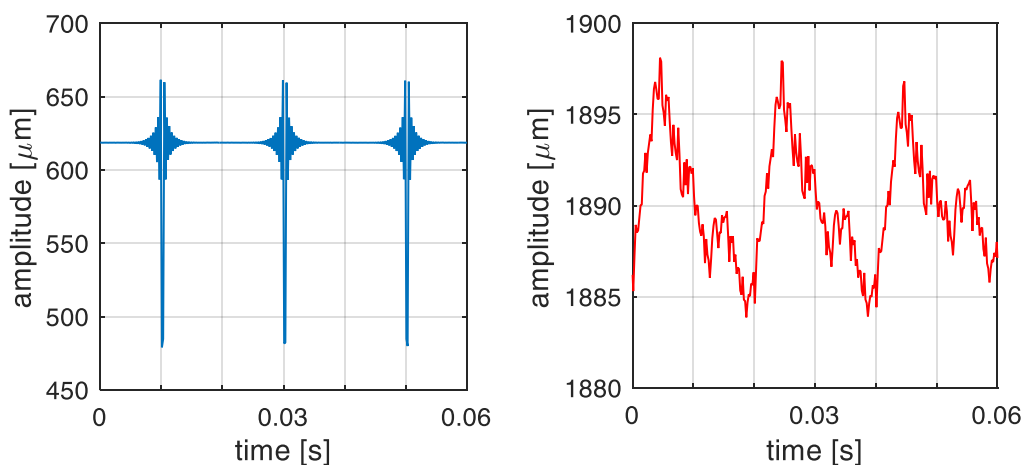


Obrázek 4-7: SAFE diagram pro nominální otáčky

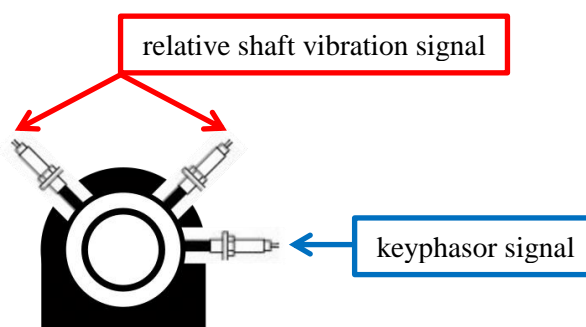
#### 4.4. ZPŮSOB MĚŘENÍ ROTOROVÉHO CHVĚNÍ

Signál relativního rotorového chvění, jehož příklad je na obrázku 4-8 vpravo, je v průmyslové praxi parních turbín standardně měřenou veličinou, která je primárně určena k monitorování úrovně vybudování kmitání rotoru. Měření probíhá na ložiskovém stojanu, který je osazen snímači vzdálenosti. Standardně se jedná o snímače založené na principu vířivých proudů. Konfigurace instalace těchto snímačů je ilustrována červeně na obrázku 4-9. Jedná se vždy o dva snímače na měřenou rovinu, jež jsou umístěny ve dvou vzájemně kolmých směrech. Pro měření otáčkové rychlosti rotoru a pro svázání rotujícího souřadného systému rotoru a souřadného systému statoru se využívá třetí snímač měřící signál fázové značky – keyphasor signal, jenž je na obrázku 4-8 vlevo a 4-9 ilustrován modře. Fázová značka generuje při průchodu nad snímačem impuls, který lze ve formě náběžné hrany detekovat v signálu fázové značky a určit tak dobu otočení hřídele. Signál relativního rotorového chvění obsahuje časovou posloupnost vzorků mezi snímačem a povrchem hřídele v místě ložiskového

stojanu. Na velikosti této mezery má mimo jiné jistě vliv např. samotná rotace, která jakožto budící síla působí na nevyvahu rotoru generující harmonické kmitání.



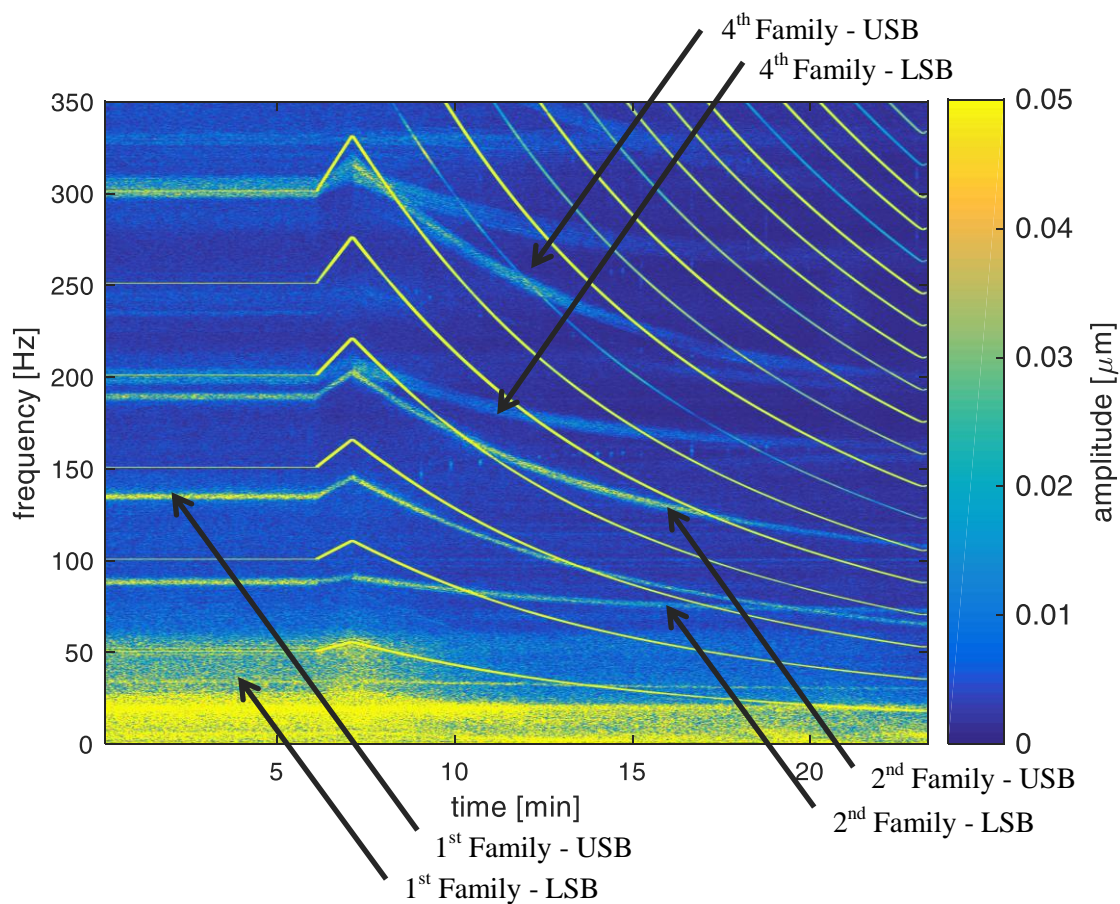
Obrázek 4-8: Signál fázové značky (vlevo), signál relativního rotorového chvění (vpravo)



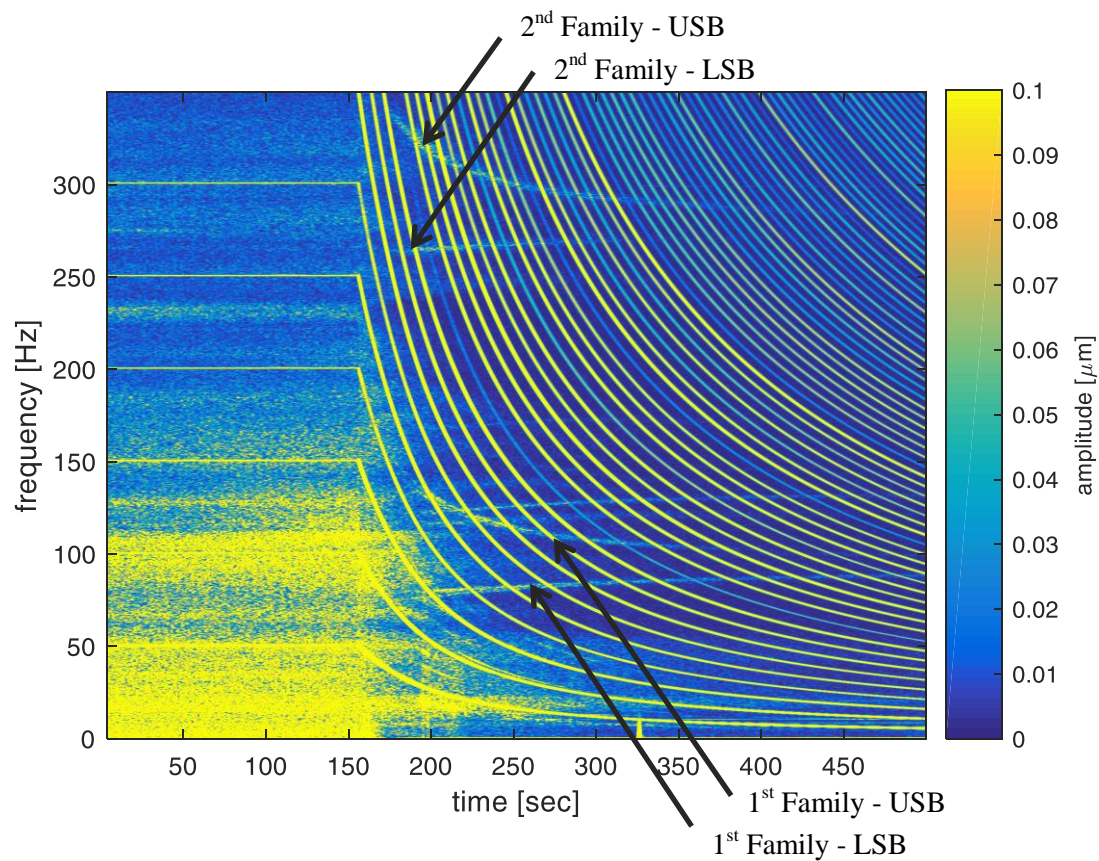
Obrázek 4-9: Ložiskový stojan a jeho instrumentace pro měření rotorového chvění

#### 4.5. PROJEVY KMITÁNÍ LOPATEK V SIGNÁLE ROTOROVÉHO CHVĚNÍ

Signál relativního rotorového chvění obsahuje kromě jiného právě také informaci o kmitání oběžných lopatek. Složky pocházející od vibrací lopatek jsou patrné ve spektrální rovině signálu rotorového chvění. Na obrázku 4-10 je amplitudový STFT spektrogram relativních rotorových vibrací, které byly naměřeny na TG 660 MW při sjezdu z nominálních otáček 3000 ot/min. V tomto případě byly na turbíně instalované volné lopatky. Na spektrogramu 4-10 je patrná první harmonická a její vyšší celočíselné násobky, které reprezentují dynamické chování hřídele způsobené rotací. Kromě jiného jsou na spektrogramu velmi dobře patrné frekvenční složky, jež dle příslušného Campbellova diagramu souvisejí s kmitáním oběžných lopatek. Jak bylo pozorováno, jedná se vždy o dvojici frekvenčních pásem pro každou z vlastních lopatkových frekvencí. Jedná se dolní postranní pásmo LSB (Lower Sideband) a horní postranní pásmo frekvencí USB (Upper Sideband). Detailní popis obou složek, které zcela jistě souvisejí s kmitáním oběžných lopatek, bude součástí následujících kapitol. Na obrázku 4-11 je amplitudový STFT spektrogram relativních rotorových vibrací, které byly v tomto případě naměřeny na plynové turbíně. Je zřejmé, že kromě parních turbín je možné pozorovat obdobný jev, tj. přítomnost dvojice složek souvisejících s kmitáním oběžných lopatek, mj. i na plynových turbínách.



Obrázek 4-10: Amplitudový spektrogram STFT rotorového chvění TG 660 MW



Obrázek 4-11: Amplitudový spektrogram STFT rotorového chvění GT

#### 4.6. AMPLITUDOVÁ MODULACE S POTLAČENOU NOSNOU

Pro pochopení projevů kmitání lopatek v signále rotorového chvění, viz předchozí kapitola, je vhodné na tomto místě uvést detailní popis amplitudové modulace s potlačenou nosnou. Ta bude sloužit také jako základ po pozdější odvození způsobu šíření kmitání lopatek hřídelí v šesté kapitole.

Amplitudová modulace je technika, při které dochází ke změně amplitudy nosného signálu v závislosti na aktuální hodnotě modulačního signálu. Nosný signál lze popsat harmonickým průběhem (4.1) obdobně jako modulační signál pomocí (4.2).

$$c(t) = C \cos(\omega_c t + \varphi_c) \quad (4.1)$$

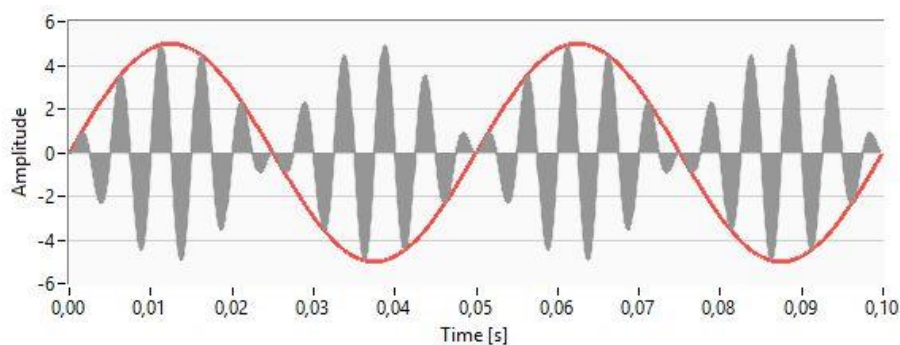
$$m(t) = M \cos(\omega_m t + \varphi_m) \quad (4.2)$$

Existuje celá řada typů amplitudové modulace v závislosti na způsobu, jakým je amplituda nosného signálu modulována. Jedním ze způsobů je prosté vynásobení obou signálů (4.3).

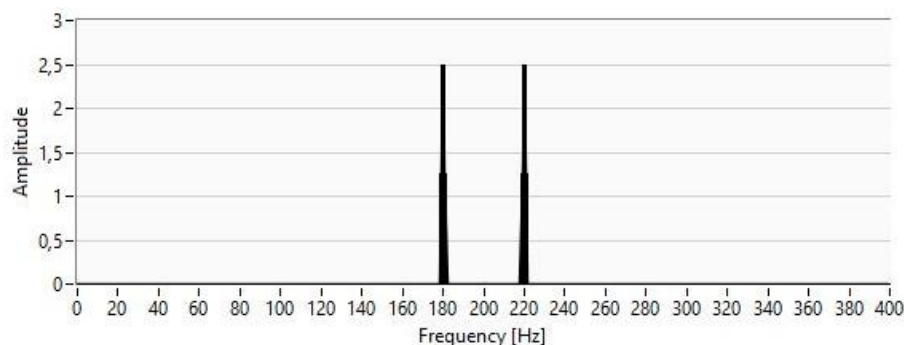
$$y(t) = c(t) \cdot m(t) \quad (4.3)$$

Využitím vzorce pro součin kosinů lze předchozí výraz (4.3) upravit do tvaru (4.4), z něhož je zřejmé, že amplitudová modulace tohoto typu obsahuje právě dvě frekvenční složky, tj.  $\omega_c - \omega_m$  a  $\omega_c + \omega_m$ . Tento typ modulace je v odborné literatuře nazýván jako modulace s potlačenou nosnou (Double-Sideband Suppressed-Carrier Amplitude Modulation, zkráceně AM DSB SC). Frekvenční složka  $\omega_c - \omega_m$  je nazývána jako dolní postranní frekvence (LSB) a frekvenční složka  $\omega_c + \omega_m$  je horní postranní frekvence (USB). Uvedené lze porovnat se spektrálním složením naměřených signálů z předchozí kapitoly 4.5.

$$y(t) = \frac{CM}{2} [\cos((\omega_c - \omega_m)t + \varphi_c - \varphi_m) + \cos((\omega_c + \omega_m)t + \varphi_c + \varphi_m)] \quad (4.4)$$



Obrázek 4-12: Ukázka AM DSB SC v časové oblasti



Obrázek 4-13: Ukázka AM DSB SC ve frekvenční oblasti – amplitudové spektrum

Obrázky 4-12 a 4-13 ilustrují AM DSB SC pro případ nosné s parametry:  $C = 1$ ,  $f_c = 200$  Hz,  $\varphi_c = 0$  a modulačního signálu:  $M = 5$ ,  $f_m = 20$  Hz,  $\varphi_m = 0$ . Na obrázku 4-12, jenž reprezentuje časovou oblast, je modulovaná nosná znázorněna šedou barvou a modulační signál červenou. Obrázek 4-13 ilustruje frekvenční spektrum modulovaného signálu, ze kterého je zřejmé jeho frekvenční složení, tj. LSB 180 Hz a USB 220 Hz, shodně s amplitudou 2,5 podle (4.4). Lopatkové vibrace přítomné v signálech rotorových vibrací jsou, jak bylo pozorováno, modulovány právě tímto typem amplitudové modulace. Nosným signálem je v takovém případě kosinus velikosti úhlu pootočení hřídele, který je dán otáčkovou frekvencí, a může být vyjádřen ve tvaru (4.5).

$$c(t) = \cos(2\pi f_{rot}t + \varphi_{rot}) \quad (4.5)$$

Předpis (4.4) pak přejde do tvaru (4.6), přičemž úhlovou rychlost modulačního signálu  $\omega_m$  [rad] lze popsat pomocí  $f_m$  v úhlových stupních.

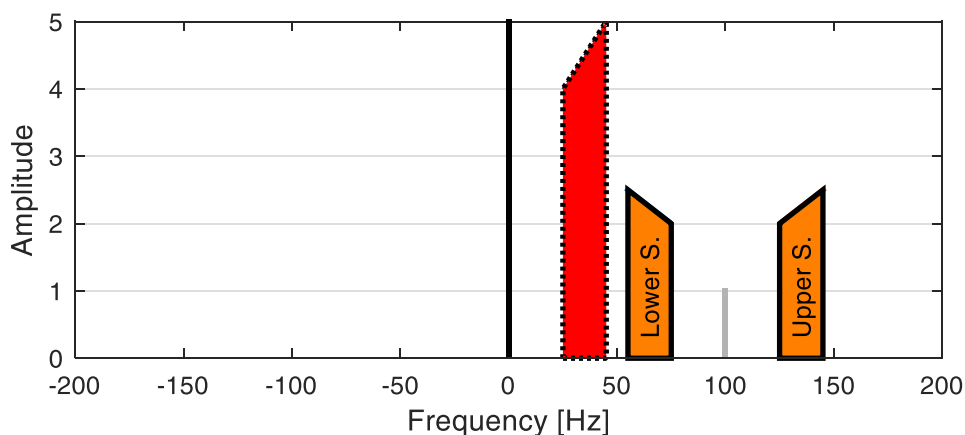
$$y(t) = \frac{M}{2} [\cos(2\pi(f_{rot} - f_m)t + \varphi_{rot} - \varphi_m) + \cos(2\pi(f_{rot} + f_m)t + \varphi_{rot} + \varphi_m)] \quad (4.6)$$

Technika amplitudové modulace je jednou z nejstarších modulací používaných při zpracování a přenosu signálu. Modulační signál je obvykle předpokládán jako dolnoproputní filtr, obecněji jako pásmová propust se šířkou pásma  $BW_m = f_{m\_MAX} - f_{m\_MIN}$ , kde  $f_{m\_MAX}$  a  $f_{m\_MIN}$  reprezentuje maximální, resp. minimální spektrální frekvenci. Šířka pásma modulovaného signálu AM je pak dána dvojnásobkem maximální frekvence, tj.  $BW_{AM} = 2 \cdot f_{m\_MAX}$  (Tretter, 2013).

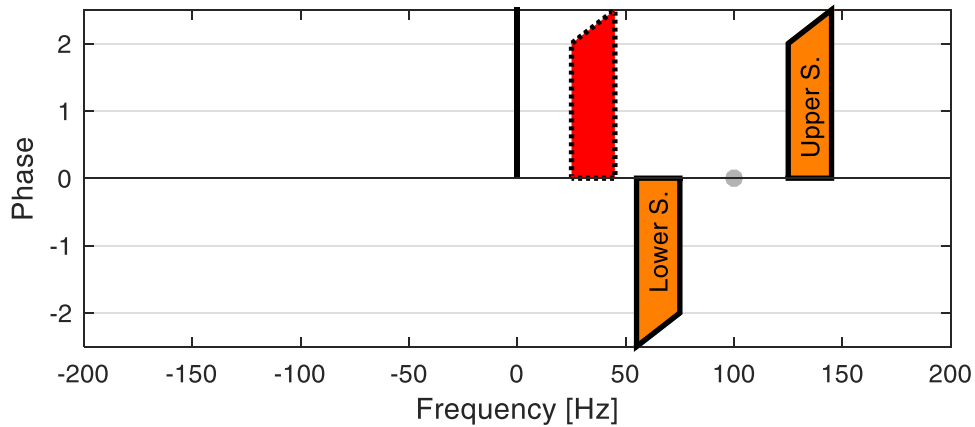
Exaktnost použití AM podmiňuje splnění následující podmínky (4.7). Často je pro praktické použití uváděna nerovnost  $f_c \gg f_{m\_MAX}$ , kdy zvyšující se nosná frekvence snižuje velikost antény pro radiovou komunikaci. Změnou hodnoty  $f_c$  dochází k posunu frekvenčního spektra modulovaného signálu, přičemž velikost odstupů LSB a USB je zachována. Je-li  $f_c$  z intervalu  $f_{m\_MIN} < f_c < f_{m\_MAX}$ , dochází k překryvu LSB a USB a demodulace signálu je nemožná.

$$f_c > f_{m\_MAX} \quad (4.7)$$

Uvedenou situaci ilustruje obrázek 4-14 a 4-15, kde je červeně znázorněno spektrum modulačního signálu (25-40 Hz). Frekvence nosného signálu je ilustrována šedou složkou a je 100 Hz. Spektrum modulovaného signálu je dáno pomocí dvou pásem – LSB (55-75 Hz) a USB (125-145 Hz). Amplituda nosné je jednotková, a tudíž jsou amplitudy obou složek modulovaného signálu poloviční, než je amplituda modulačního signálu, viz (4.6) a obr. 4-14. Příslušný fázový spektrogram je pak na obrázku 4-15, přičemž počáteční fáze nosné  $\varphi_c$  je nulová.



Obrázek 4-14: Amplitudové spektrum AM DSB SC

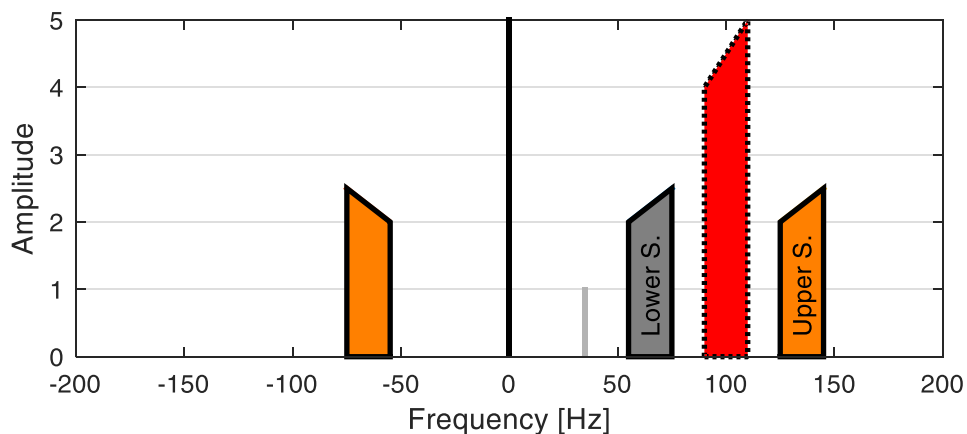


Obrázek 4-15: Fázové spektrum AM DSB SC

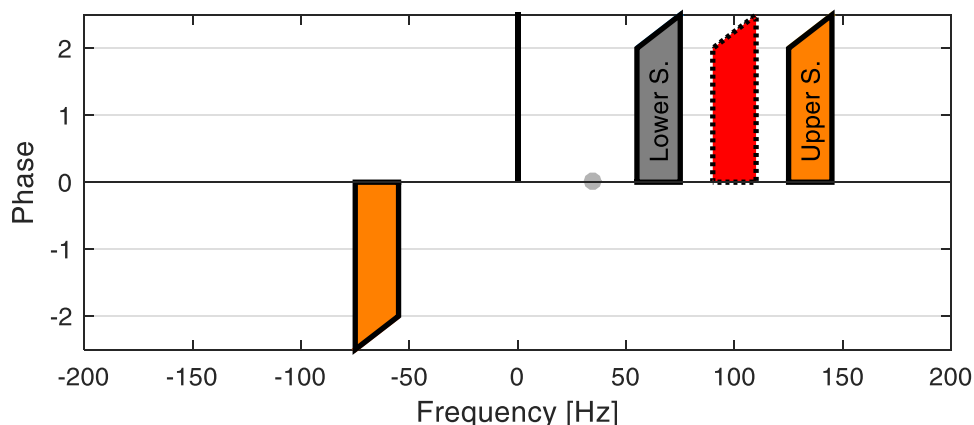
Lopatkové vibrace obsažené v signálu relativního rotorového chvění však, jak bylo pozorováno, podmínku (4.7) obvykle nesplňují, neboť vlastní frekvence lopatek je větší než otáčková frekvence  $f_{rot}$ . Amplitudová modulace (4.4) byla pro takovou situaci analyzována a její vlastnosti při splnění podmínky (4.8) jsou popsány a demonstrovány dále. Změnou hodnoty  $f_c$  tentokrát nedochází k posunu frekvenčního spektra modulovaného signálu, ale mění se odstup LSB a USB. To znamená, že je-li  $f_c$  z intervalu  $0 < f_c < 1/2 \cdot BW_m$ , dochází k překryvu LSB a USB, a demodulace signálu je tak opět nemožná.

$$\frac{1}{2}BW_m < f_c < f_{m\_MIN} \quad (4.8)$$

Situace, kdy není splněna podmínka (4.7), je ilustrována na obrázku 4-16 a 4-17. Spektrum modulačního signálu bylo v tomto případě 90-110 Hz a otáčková rychlost  $f_{rot} = 35$  Hz. Spektrum modulovaného signálu je opět dáno pomocí dvou složek. LSB se však v tomto případě dostává do záporných frekvencí. Jelikož je však amplitudové spektrum Fourierovy transformace sudou funkcí, je jeho záporná část zrcadlena do kladných frekvenčních hodnot, resp. je osově souměrná podle osy y. Tvar pozorovaného LSB lze porovnat se situací na obrázku 4-14. Příslušný fázový spektrogram je pak na obrázku 4-17, přičemž počáteční fáze nosné  $\varphi_c$  je opět nulová. Fázové spektrum Fourierovy transformace je lichou funkcí, a proto je v kladných frekvenčních hodnotách pozorována fáze, která je středově souměrná podle počátku souřadnic.



Obrázek 4-16: Amplitudové spektrum AM DSB SC rotujících lopatek



Obrázek 4-17: Fázové spektrum AM DSB SC rotujících lopatek

Popsanou situaci si je nutné uvědomit především v případě, kdy jsou při zpracování signálu využita jednostranná spektra (5.11) a (5.12), a mohlo by tak dojít k dezinterpretaci významu parametrů jednotlivých spektrálních komponent.

Pro detailní zkoumání výše popsané amplitudové modulace může být s úspěchem použita komplexní analýza. Ta bude později využita při popisu principu šíření kmitání lopatek na hřídel v kapitole 6. Jedním z jejich základních vztahů je Eulerův vzorec (4.9) spojující komplexní exponenciálu a goniometrické funkce sinus a kosinus.

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x \quad (4.9)$$

Vyčíslením předchozí rovnice (4.9) pro  $-x$  a  $x$  a s využitím faktu, že sinus a kosinus je lichá, resp. sudá funkce, lze vyjádřit vztah pro obě goniometrické funkce, tj. (4.10) a (4.11), na které tak lze nahlížet jako na vážený součet exponenciál.

$$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} \quad (4.10)$$

$$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \quad (4.11)$$



## 5. ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLU ROTOROVÉHO CHVĚNÍ

Zpracování signálu lze obecně provést v časové nebo frekvenční rovině. Signál relativního rotorového chvění je velmi často pod vlivem provozního šumu, který omezuje možnost analýzy v časové oblasti. Ta je nevhodná také z důvodu, že signál rotorového chvění není monokomponentní, ale obsahuje mj. harmonickou složku, její násobky a také složky pocházející od kmitání lopatek, jejichž popis bude uveden později v této práci. K nalezení potřebných charakteristik, které budou signál rotorového chvění vhodně popisovat, což je dále popsáno v kapitole 6, je tak vhodné signál transformovat do frekvenční oblasti, která vhodně popisuje spektrální vlastnosti signálu.

Jednou ze základních metod zpracování signálu ve frekvenční oblasti je Fourierova transformace. Předpokladem pro korektní interpretaci jejích výsledků je stacionarita analyzovaného signálu, což znamená, že jeho vibrační vlastnosti, tj. amplituda, frekvence a fáze, se v čase nemění. V případě, že je předpokládána nestacionarita signálu a je nutné sledovat frekvenční charakteristiky proměnné v čase, je vhodné použít jednu z časofrekvenčních metod, např. metodu krátkodobé Fourierovy transformace. V následující části této práce jsou popsány metody jak ve spojité oblasti, tak v oblasti diskrétní. S ohledem na řešení praktické části pomocí číslicové výpočetní techniky je kladen důraz na diskrétní verze metod. Při psaní této části jsem vycházel především ze zdrojů (Randall, 2011; Jakl, 2014; Delgutte a Greenberg, 1999).

### 5.1. FOURIEROVA TRANSFORMACE

Fourierova transformace – FT – je základní metoda pro popis signálů ve frekvenční oblasti. Její princip vychází z myšlenky, že každý aperiodický signál lze vyjádřit sumou vážených komplexních exponenciál. Fourierova transformace je limitním případem Fourierových řad pro velikost periody signálu jdoucí do nekonečna.

#### 5.1.1. SPOJITÁ FOURIEROVA TRANSFORMACE

Spojité Fourierova transformace je definovaná vztahem (5.1), kde  $X(\omega)$  je Fourierův obraz funkce  $x(t)$ , na kterou je kladen požadavek absolutní integrovatelnosti. Inverzní FT je definována vztahem (5.2).

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \quad (5.1)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (5.2)$$

Funkce  $X(\omega)$  je funkcí reálné proměnné  $\omega$ , která může být vztažena k frekvenci  $f$  podle vztahu  $\omega = 2\pi f$ . Zároveň je obecně komplexní funkcí, a může být proto zapsána v polárním tvaru (5.3).

$$X(\omega) = |X(\omega)|e^{j\Phi(\omega)} \quad (5.3)$$

$|X(\omega)|$  je amplitudové spektrum Fourierovy transformace definované předpisem (5.4).

$$|X(\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}^2\{X(\omega)\} + \operatorname{Im}^2\{X(\omega)\}} \quad (5.4)$$

Fázové spektrum Fourierovy transformace je dáno předpisem (5.5).

$$\Phi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}\{X(\omega)\}}{\operatorname{Re}\{X(\omega)\}} \quad (5.5)$$

Obě spektra (5.4) a (5.5) jsou nazývána oboustranná, neboť jsou definována pro kladné i záporné  $\omega$ . Jestliže je originál Fourierovy transformace  $x(t)$  reálnou funkcí, pak je amplitudové spektrum  $|X(\omega)|$  sudou reálnou funkcí a fázové spektrum  $\Phi(\omega)$  lichou reálnou funkcí. Pro reálné signály tak postrádá používání záporné frekvence fyzikální význam, a proto je používáno jednostranné amplitudové spektrum dané předpisem (5.6).

$$A(\omega) = \begin{cases} |X(\omega)|, & \omega = 0 \\ 2|X(\omega)|, & \omega > 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

### 5.1.2. DISKRÉTNÍ FOURIEROVA TRANSFORMACE

Pro výpočet Fourierovy transformace vzorkovaného signálu konečné délky  $x[n]$  se využívá diskretní Fourierovy transformace – DFT, která je definována pomocí vztahu (5.7). Inverzní DFT je pak dána vztahem (5.8). Počet vzorků signálu vstupujícího do DFT označuje v tomto případě parametr  $N$ .

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi kn/N}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (5.7)$$

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j2\pi kn/N}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (5.8)$$

Ze vztahu (5.7) je zřejmé, že, je-li analyzovaný signál reprezentován konečně mnoha vzorky, je i jeho DFT definována na konečném počtu frekvencí, pro které platí (5.9). Z tohoto vztahu vyplývá, že rozlišení frekvenční osy  $\Delta f$ , tj. vzdálenost mezi dvěma sousedními frekvencemi, je nepřímo úměrné délce analyzovaného signálu, tj. platí (5.10), přičemž  $f_s$  je vzorkovací frekvence a  $T$  je časová délka signálu vstupujícího do DFT.

$$f_k = \frac{k \cdot f_s}{N} = k \cdot \Delta f \quad (5.9)$$

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{f_s}{T \cdot f_s} = \frac{1}{T} \quad (5.10)$$

Podobně jako u spojité Fourierovy transformace lze definovat jednostranné amplitudové spektrum (5.11) a fázové spektrum (5.12) diskretního signálu.

$$A[k] = \begin{cases} |X[k]|, & k = 0 \\ 2|X[k]|, & k > 0 \end{cases} \quad (5.11)$$

$$\Phi[k] = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}\{X[k]\}}{\operatorname{Re}\{X[k]\}} \quad (5.12)$$

Limitním případem diskretní Fourierovy transformace pro případ, kdy délka analyzovaného signálu  $N \rightarrow \infty$  je tzv. Fourierova transformace v diskretním čase – DTFT. Spektrum této transformace je obdobně jako v případě DFT periodické, avšak na rozdíl od DFT je spojitě. DTFT konečného signálu lze aproximovat pomocí DFT a tzv. zero-paddingu, při němž je vzorkovaný signál uměle rozšířen o sadu nul, tak aby jeho délka byla dostatečná, přičemž body DFT leží právě na DTFT.

### 5.1.3. VÁHOVÁ FUNKCE, KOHERENTNÍ ZISK, ÚNIK VE SPEKTRU

DFT poskytuje korektní výsledky pro případ, kdy je analyzovaný signál periodický, resp. je analyzován celočíselný počet period všech spektrálních složek. V případě její aplikace na neperiodické signály dochází k tzv. úniku ve spektru, kdy se v amplitudovém spektru objevují kromě nenulové amplitudy skutečné frekvence částečně i nenulové amplitudy na frekvencích v jejím okolí. Výše uvedené bude ilustrováno v závěru této kapitoly.

Obecně je velmi problematické určit délku signálu, jehož frekvenční složení není známo, tak, aby obsahoval celočíselný počet period všech spektrálních složek. K řešení tohoto problému se používá váhová (okénková) funkce, kterou se signál před DFT přenásobí. Výsledkem je signál, který obsahuje jednu periodu, jejíž velikost je daná délkou váhové funkce, a spektrální únik je tak potlačen. Výběr vhodné váhové funkce je expertní úlohou závislou na konkrétní aplikaci. Jednou z nejčastěji používaných váhových funkcí právě při časofrekvenční analýze je Hanningovo okénko (Harris, 1978), jehož matematický popis je (5.13).

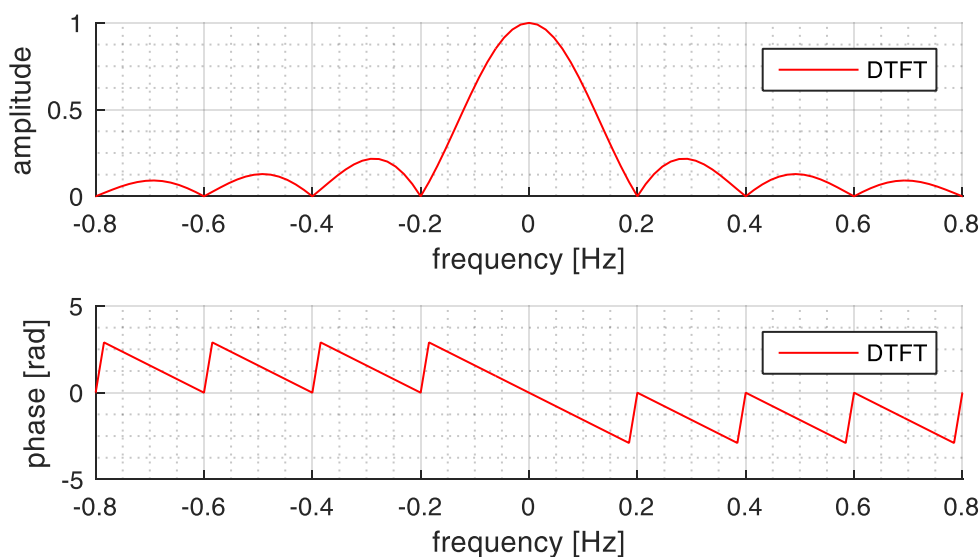
$$w[n] = 0,5 - 0,5 \cos\left(\frac{2n}{N} \pi\right), \quad n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (5.13)$$

Někdy se ve jmenovateli argumentu funkce kosinus v (5.13) uvádí  $N - 1$  místo  $N$ . Okénko odpovídající jmenovateli  $N - 1$  je symetrické. Druhé z okének je nazýváno periodické. Lze dokázat, že periodické okénko o délce  $N$  je identické symetrickému okénku o délce  $N + 1$ , ze kterého byl odstraněn poslední vzorek. Při řešení této práce je při použití DFT využito periodické okénko definované vztahem (5.13).

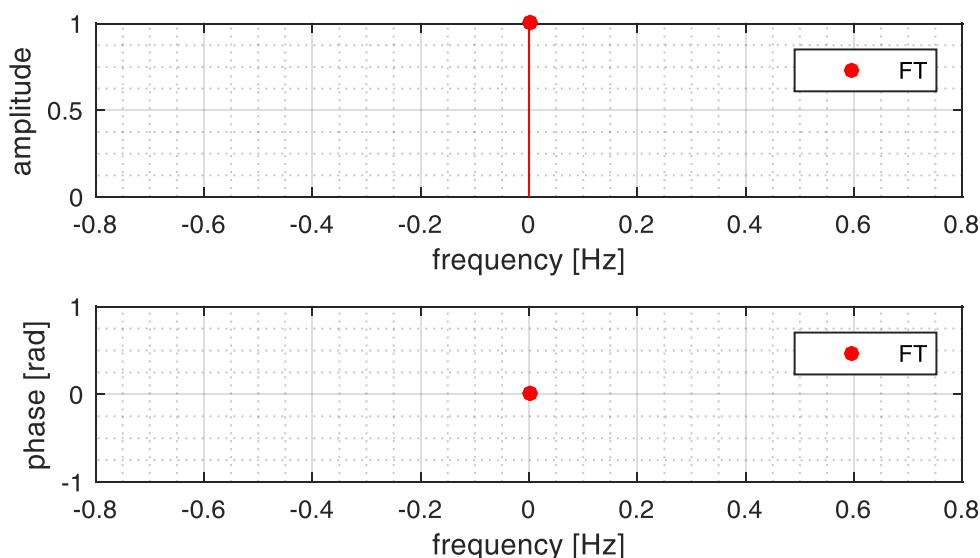
Přenásobením signálu  $x[n]$  váhovou funkcí  $w[n]$  dojde ke změně energie signálu, která je dána součinem  $x[n] \cdot w[n]$ . Vážený signál je tak nutné korigovat převrácenou hodnotou koherentního zisku, který udává poměr amplitud frekvenčních složek signálu  $x[n] \cdot w[n]$  a  $x[n]$ . Koherentní zisk, odpovídá střední hodnotě okénkové funkce. Tento problém je podrobně řešen v (Harris, 1978). Pokud dále nebude uvedeno jinak, je předpokládán výpočet DFT pomocí (5.14).

$$X[k] = \frac{1}{\sum_{l=0}^{N-1} w[l]} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} x[n] w[n] e^{\frac{-j2\pi kn}{N}}, \quad k = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (5.14)$$

Jelikož vstupem do DFT je součin signálu  $x[n]$  a váhové funkce  $w[n]$ , tak dle konvolučního teorému lze výsledné spektrum (5.14) interpretovat jako konvoluci Fourierových obrazů obou signálů (Graham, 2009). Diskretní Fourierova transformace popsána pomocí (5.7) může být interpretována také pomocí konvoluce, přičemž váhová funkce je v takovém případě tzv. pravoúhlé okénko. DTFT pravoúhlého okénka jehož délka je 5 s, tzn. rozlišení frekvenční osy je 0,2 s, je ilustrováno na obrázku 5-1. Krom hlavního laloku jsou přítomné i postranní laloky, které by v případě ideálního okénka byly nulové. Toho ale reálně nelze docílit a volba okénka, tak zahrnuje dostatečný útlum postranních laloků a šířku hlavního laloku. Na obrázku 5-2 je ilustrována FT jednotkového kosinového signálu s nulovou počáteční fází o frekvenci 20 Hz.



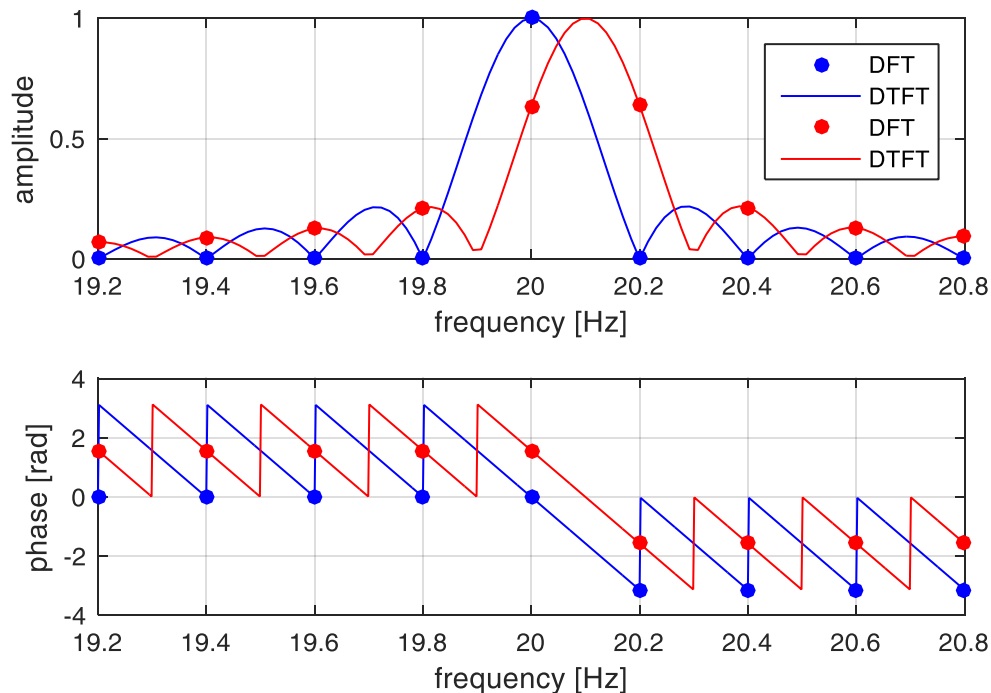
**Obrázek 5-1: Amplitudové a fázové spektrum DTFT obdélníkové okénkové funkce**



**Obrázek 5-2: Amplitudové a fázové spektrum FT jednotkového kosinového signálu s nulovou fází**

Takový signál může být analyzován pomocí DFT, resp. může být analyzována jeho konečná část, která byla v tomto případě 5 s. Dle konvolučního teorému je pak výsledné spektrum (5.14) dáno pomocí konvoluce Fourierových obrazů analyzovaného signálu a okénkové funkce, které jsou ilustrovány na obrázku 5-1 a 5-2. Jelikož je spektrum analyzovaného signálu monokomponentní způsobí konvoluce posunutí spektra okénkové funkce do středu frekvence analyzovaného signálu, což je ilustrováno na obrázku 5-3 modře. Modré body pak ilustrují DFT konečného signálu, z nichž je patrné, že jsou to diskrétní hodnoty DTFT. V tomto případě byla analýza provedena pro celočíselný počet period signálu, neboť signál s frekvencí 20 Hz a délkou trvání 5 s obsahuje přesně 100 period. DFT tak pro celočíselný počet period ideálně popisuje analyzovaný signál. Červeným průběhem na obrázku 5-3 je pak obdobná analýza tentokrát pro signál, jehož frekvence je 20.1 Hz, což pro 5 s odpovídá 100,5 periody. V takovém případě, kdy je analyzován neceločíselný počet period je zřejmá přítomnost úniku ve spektru, neboť v okolních bodech skutečné frekvence, kde je DFT definována jsou její hodnoty nenulové, což dezinterpretuje obsah analyzovaného signálu. Lze konstatovat, že DFT

pro neceločíslný počet period signálu, který je způsoben právě rozdílem púlperiody, je výsledek DFT ve smyslu úniku ve spektru nejhorší.



**Obrázek 5-3: Amplitudové a fázové spektrum DTFT vzorkovaného signálu konečné délky pro celočíselný – modře – a neceločíselný – červeně – počet period**

## 5.2. KRÁTKODOBÁ FOURIEROVA TRANSFORMACE

Fourierova transformace je metoda zpracování signálu ve frekvenční oblasti, která předpokládá stacionární signál. V případě nedodržení tohoto předpokladu se vypočtené amplitudové spektrum stává nečitelným. Pro případ, kdy je předpokládán nestacionární signál, je vhodné použít metodu krátkodobé Fourierovy transformace (STFT – Short Time Fourier Transform), což je jedna ze základních metod časofrekvenční analýzy. Principem této metody je rozdělení analyzovaného signálu pomocí okénka  $w(t)$  na krátké úseky, u kterých lze předpokládat, že jsou stacionární. Nad každým takovým úsekem je pak určena Fourierova transformace definovaná v kapitole 5.1. Spojitá verze STFT je definovaná vztahem (5.15).

$$X(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)w(\tau - t)e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (5.15)$$

Pro případ zobrazení vývoje amplitud jednotlivých frekvenčních komponent v čase je vztahem (5.16) definován jednostranný amplitudový spektrogram.

$$A(t, f) = \frac{2|X(t, f)|}{\frac{1}{T_w} \int_0^{T_w} w(\tau) d\tau} \quad (5.16)$$

Pro případ vzorkovaného signálu konečné délky je vztahem (5.17) definována diskrétní verze STFT, kde váhová funkce  $w[n]$  je dlouhá  $L$  vzorků a její posun ve vzorkách je označen  $\Delta_w$ . Koherentní zisk rovnice (5.17) může být korigován obdobně jako v kapitole 5.1.3, tj. lze psát (5.18).

$$X[l, k] = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} x[n + \Delta_w l] w[n] e^{-\frac{j2\pi kn}{L}} \quad (5.17)$$

$$X[l, k] = \frac{1}{\sum_{z=0}^{L-1} w[z]} \cdot \sum_{n=0}^{L-1} x[n + \Delta_w l] w[n] e^{-\frac{j2\pi kn}{L}} \quad (5.18)$$

Pokud nebude uvedeno jinak, je předpokládán výpočet diskrétní STFT v rámci této práci pomocí (5.18) a značen STFT. Výpočet amplitudového a fázového spektrogramu, tj.  $A[l, k]$  a  $\Phi[l, k]$ , je pak (5.19), resp. (5.20).

$$A[l, k] = \begin{cases} |X[l, k]|, & k = 0 \\ 2|X[l, k]|, & k > 0 \end{cases} \quad (5.19)$$

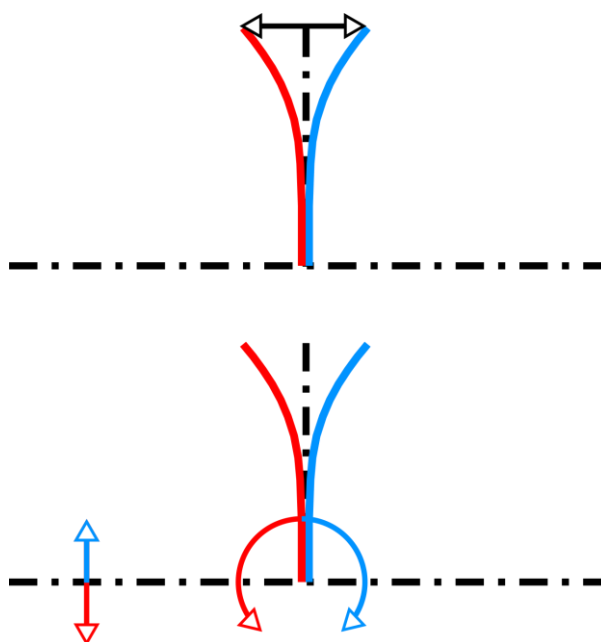
$$\Phi[l, k] = \arctg \frac{\text{Im}\{X[l, k]\}}{\text{Re}\{X[l, k]\}} \quad (5.20)$$

Mezi indexy  $l$  a  $k$  a časovými, resp. frekvenčními indexy  $t_l$  a  $f_k$  platí vztahy (5.21).

$$t_l = \frac{\Delta_w \cdot l}{f_s}, f_k = \frac{k \cdot f_s}{L} \quad (5.21)$$

## 6. PRINCIP ŠÍŘENÍ KMITÁNÍ LOPATEK NA HŘÍDEL

Princip šíření kmitání lopatek na hřídel vychází z fyzikální představy sil působících na hřídel, jejichž původ je právě ve výchylce špiček lopatek. Tato situace je ilustrována na obrázku 6-1. Lopatka interaguje s protékající párou, což způsobuje její kmitání. To lze charakterizovat například výkmitem špičky lopatky, což je ilustrováno na obrázku 6-1 nahoře. Výkmit špičky lopatky je zde použit pro pozdější využití metody BTT pro validaci odvozeného modelu. Výchylka lopatky z rovnovážného stavu v axiálním směru způsobí vznik ohybového momentu působícího v místě vetknutí lopatky na hřídel, což ilustruje obrázek 6-1 dole. Takto vzniklý ohybový moment působící na hřídel způsobí, že střednice – pomyslná čára procházející geometrickým středem hřídele – nebude v rovnovážném stavu a na hřídeli bude pozorováno stojaté vlnění. V případě, že snímač rotorového chvění nebude nad uzlem takového vlnění, pak jím lze pozorovat radiální kmitání hřídele, které je na obrázku 6-1 dole ilustrováno vertikální šipkou. Cílem této kapitoly tak je popsat princip šíření axiálních vibrací lopatek do radiálního kmitání hřídele. Maximální výkmit z rovnovážného stavu je vždy na každou ze stran ilustrován modře, resp. červeně. Pro monitorování lopatkových vibrací z rotorového chvění tak je nutnou podmínkou, aby nad měřenou rovinou nebyl uzel stojatého vlnění hřídele, a zároveň aby radiální výchylka byla větší než šumové pozadí měřeného signálu. Výchylka lopatek v případě měření BTT může být v řádu milimetrů pro případ volných lopatek. V případě vyhodnocení pomocí signálu relativního rotorového chvění bylo pozorováno vybuzení v řádu desetin mikrometrů.



Obrázek 6-1: Princip šíření kmitání lopatky na hřídel

### 6.1. 1D MODEL – BODOVÁ NESYMETRIE KMITÁNÍ HŘÍDELE V ROTOROVÉM CHVĚNÍ

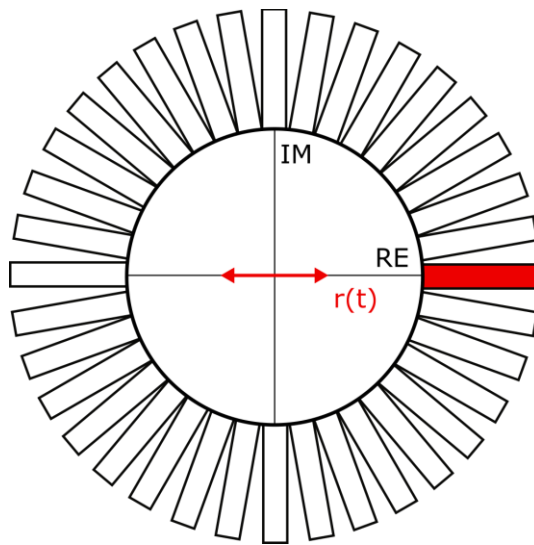
Pojem nesymetrie kmitání lopatkového kola je v této práci zaveden jako veličina popisující zvoleným způsobem odchylku souhrnného kmitání lopatkového kola od jeho symetrické – idealizované podoby, kterou lze charakterizovat pomocí ND, viz kapitola 4.2. Význam nesymetrie je podrobněji popsán v kapitole 6.3.

Existuje-li nesymetrie kmitání lopatkového kola, která je dána jako důsledek kmitání jedné z lopatek, pak je na hřídeli rotoru pozorováno kmitání dané vztahem (6.1). Zde je vhodné uvést, že

silové působení lopatkového kola na hřídel musí být v takovém případě dostatečně velké, aby (6.1) bylo možné pozorovat. Matematický popis projevu vibrací hřídele v signále relativního rotorového chvění je předmětem této šesté kapitoly.

Obrázek 6-2 ilustruje model lopatkového kola a uprostřed umístěné hřídele rotoru. Nenulový ohybový silový moment jedné z lopatek (červeně) v axiálním směru má za následek šíření vzniklé ohybové vlny hřídelí, která koná pohyb v radiálním směru vzhledem k rotoru s frekvencí rovnou kmitající lopatce, viz obr. 6-1. Tento pohyb lze předpokládat právě ve tvaru harmonického kmitání (6.1). Na tomto místě je vhodné uvést, že veličiny popisující kmitání lopatek, resp. příslušný ohybový moment budou v této kapitole uvažovány ve formě axiální složky reálného kmitání.

$$r(t) = R \cos(2\pi f_{lop}t + \varphi_R) \quad (6.1)$$



**Obrázek 6-2: 1D nesymetrie kmitání hřídele**

Dosazením (4.10) do (6.1) lze psát (6.2). Uvedený vztah reprezentuje radiální výchylku středu hřídele v komplexních souřadnicích, které jsou svázány s lopatkovým kolem, viz obrázek 6-2.

$$r(t) = R \frac{e^{j(2\pi f_{lop}t + \varphi_R)} + e^{-j(2\pi f_{lop}t + \varphi_R)}}{2} \quad (6.2)$$

Takto kmitající hřídel se bude za rotace navíc otáčet kolem své osy rotace. To lze popsat součinem (6.2) a výrazu reprezentujícího rotaci proti směru hodinových ručiček, tj.  $e^{j(2\pi f_{rot}t + \varphi_{rot})}$ . Výsledkem je předpis (6.3), který vyjadřuje kmitání hřídele v komplexních souřadnicích, které jsou svázány se snímači rotorového chvění. Souřadnice svázané se snímači rotorového chvění budou v této práci označeny indexem SV. Předpis (6.3) lze upravit do tvaru (6.4).

$$r_{SV}(t) = R \frac{e^{j(2\pi f_{lop}t + \varphi_R)} + e^{-j(2\pi f_{lop}t + \varphi_R)}}{2} \cdot e^{j(2\pi f_{rot}t + \varphi_{rot})} \quad (6.3)$$

$$r_{SV}(t) = \frac{R}{2} \left[ e^{j(2\pi(f_{rot} + f_{lop})t + \varphi_{rot} + \varphi_R)} + e^{j(2\pi(f_{rot} - f_{lop})t + \varphi_{rot} - \varphi_R)} \right] \quad (6.4)$$

Na tomto místě je nutné si uvědomit, že měřený signál je reálnou funkcí. Model popisující komplexní kmitání hřídele za rotace je tak nutné promítnout do reálné souřadnice, kterou lze ztotožnit s jedním ze snímačů rotorového chvění (6.5).



$$r_{SV}^{RE}(t) = Re\{r_{SV}(t)\} \quad (6.5)$$

Dosazením (6.4) do (6.5) a následnou úpravou lze popsat rotující systém takovým způsobem, jakým je pozorován pozorovatelem – snímačem (6.6). Z uvedeného výrazu je zřejmá amplitudová modulace DSB SC (viz kapitola 4.6), a lze jej tak porovnat je s přepisem (4.6).

$$r_{SV}^{RE}(t) = \frac{R}{2} [\cos(2\pi(f_{rot} + f_{lop})t + \varphi_{rot} + \varphi_R) + \cos(2\pi(f_{rot} - f_{lop})t + \varphi_{rot} - \varphi_R)] \quad (6.6)$$

## ESTIMACE 1D NESYMETRIE POMOCÍ FOURIEROVY TRANSFORMACE

Modelovaný signál relativního rotorového chvění (6.6) lze přepsat do tvaru součtu dvou harmonických složek (6.7), tzv. USB s parametry ( $A_U, f_U, \varphi_U$ ) a LSB ( $A_L, f_L, \varphi_L$ ) viz kapitola 4.6.

$$r_{SV}^{RE}(t) = A_U \cdot \cos(2\pi f_U t + \varphi_U) + A_L \cdot \cos(2\pi f_L t + \varphi_L) \quad (6.7)$$

Jednotlivé parametry lze pro LSB a USB porovnáním (6.6) a (6.7) vyjádřit a sepsat do tabulky 6-1. Amplitudové spektrum (5.11) a fázové spektrum (5.12) příslušného signálu rotorového chvění lze využít pro estimaci amplitud a fází obou frekvenčních složek AM. Na tomto místě je důležité rozlišovat LSB a jeho obraz v kladných frekvencích. Jsou-li analyzovány právě kladné frekvenční hodnoty, např. v případě jednostranných spekter, je možné použít hodnoty v prostředním sloupci tabulky 6-1. Pomocí odvozených vlastností Fourierovy transformace lze svázat LSB a jeho obraz v kladných frekvencích, tzv.  $LSB^+$  pomocí vztahů (6.8) – (6-10). Barevné rozlišení tabulky 6-1 odpovídá barevnému schématu, které je použito na obrázku 4-14 – 4-17.

LSB	$LSB^+$	USB
$f_L = f_{rot} - f_{lop}$	$f_L^+ = f_{lop} - f_{rot}$	$f_U = f_{rot} + f_{lop}$
$A_L = \frac{1}{2} \cdot R$	$A_L^+ = \frac{1}{2} \cdot R$	$A_U = \frac{1}{2} \cdot R$
$\varphi_L = \varphi_{rot} - \varphi_R$	$\varphi_L^+ = \varphi_R - \varphi_{rot}$	$\varphi_U = \varphi_{rot} + \varphi_R$

**Tabulka 6-1: Parametry USB a LSB pro 1D model**

$$f_L = -f_L^+ \quad (6.8)$$

$$A_L = A_L^+ \quad (6.9)$$

$$\varphi_L = -\varphi_L^+ \quad (6.10)$$

Pomocí vztahů uvedených v tabulce 6-1 lze určit parametry harmonického signálu (6.1), tj. (6.11) – (6.13), společně s jeho umístěním – lokalizovat číslo kmitající lopatky, tj. (6.14).

Dolní postranní frekvence pro případ vlastních lopatkových frekvencí, kde zřejmě  $f_{lop} > f_{rot}$ , je záporná. Je potřeba věnovat pozornost případu, kdy je pro estimaci parametrů využito jednostranné spektrum, neboť fáze odpovídající frekvenci  $-f_L$  pak je  $-\varphi_L$ .

$$f_{lop} = \frac{1}{2} \cdot (f_U - f_L) \quad (6.11)$$

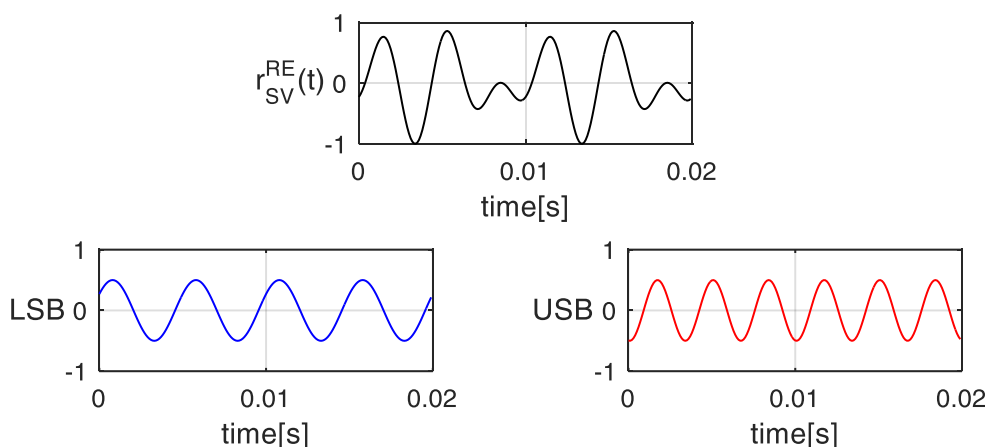
$$\varphi_R = \frac{1}{2} \cdot (\varphi_U - \varphi_L) \quad (6.12)$$

$$R = A_L + A_U \quad (6.13)$$

$$\varphi_{rot} = \frac{1}{2} \cdot (\varphi_U + \varphi_L) \quad (6.14)$$

Na tomto místě je vhodné výše popsanou situaci doplnit. Je zřejmé, že počáteční pozice kmitající lopatky (6.1) je dána parametrem  $\varphi_{rot}$ , tj. úhlem mezi snímačem SV a kmitající lopatkou. Je také zřejmé, že dle uvedeného modelu, je účinek lopatky (6.1) kmitající na pozici  $\varphi_{rot}$  stejný jako účinek lopatky umístěné na druhé straně lopatkového kola, tj. v pozici  $\varphi_{rot} + \pi$ , kmitající s opačnou fází, tj.  $\varphi_R + \pi$ . Estimace dvojice fází  $\varphi_{rot}$  a  $\varphi_R$  tak může být zřejmě dvojnásobná kombinace, avšak tvar výsledné trajektorie hřídele je pro obě situace totožný.

Na obrázku 6-3 nahoře je ilustrován průběh signálu (6.7). Na stejném obrázku dole pak průběhy LSB a USB, které signál (6.7) tvoří, a jehož parametry byly voleny následujícím způsobem, tj.  $R = 1, \varphi_R = 1 \text{ rad}, f_{lop} = 250 \text{ Hz}, f_{rot} = 50 \text{ Hz}, \varphi_{rot} = 2 \text{ rad}$ .



**Obrázek 6-3: Rozklad signálu 1D modelu na LSB a USB**

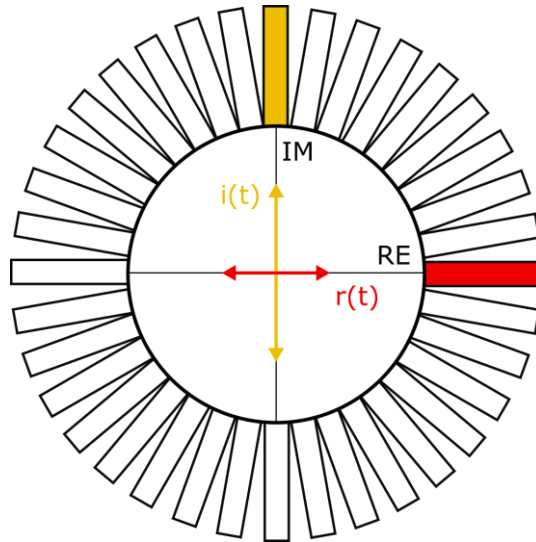
Aproximace kmitání lopatek takto definovaným 1D modelem, resp. snímačem, který je umístěn mimo rotující systém, je dána amplitudovou modulací s potlačenou nosnou. Frekvence LSB a USB 1D modelu – odpovídají pozorovaným frekvencím reálné situace. Avšak amplitudy jsou pro obě tyto komponenty totožné, viz např. tabulka 6-1, což je s naměřenými hodnotami a pozorováním reálné situace v rozporu. Neboť při reálném měření bylo zjištěno, že obě frekvenční složky mohou mít obecně různé amplitudové vybuzení. 1D model předpokládá kmitání pouze jedné z lopatek. Je zřejmé, že v reálné situaci bude nutné zahrnout kmitání obecně všech lopatek NT.

## 6.2. 2D MODEL – ROVINNÁ NESYMETRIE KMITÁNÍ HŘÍDELE V ROTOROVÉM CHVĚNÍ

Nenulový ohybový moment působící na hřídel může být důsledkem kmitání obecně libovolného počtu lopatek, neboť v praxi je prakticky nemožné pozorovat lopatku, jejíž amplituda kmitání by byla nulová. Výslednice silového působení způsobující ohyb hřídele, resp. kmitání lopatkového kola, tak může být rozložena do ortogonální báze. Tento proces je uveden v kapitole 6.3. Obrázek 6-4 ilustruje

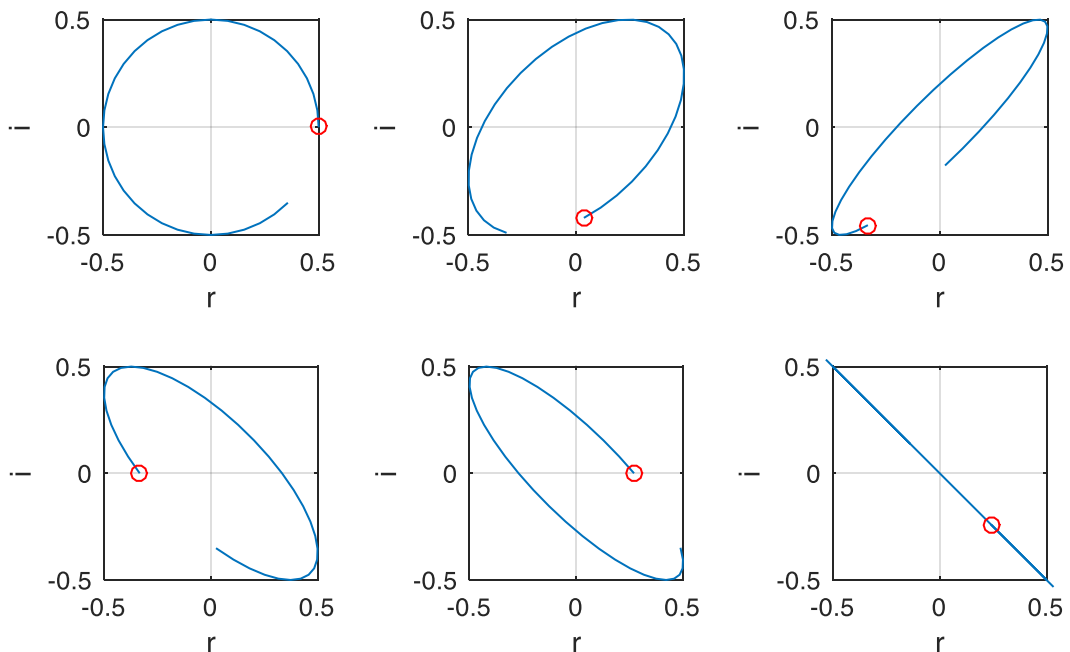
výsledné kmitání lopatkového kola, resp. hřídele v ortogonální bázi komplexní souřadnice. Kromě signálu  $r(t)$  tak existuje harmonický signál  $i(t)$  daný předpisem (6.15), a trajektorii hřídele  $ir(t)$  tak lze vyjádřit pomocí (6.16). Na obrázku 6-5 jsou ilustrovány pro různé parametry příklady trajektorií, které jsou dány právě předpisem (6.16). Zde je nutno uvést, že se jedná o simulační data, resp. simulované trajektorie lopatkového kola. Parametrů, pomocí kterých byly generovány trajektorie na obrázku 6-5, jsou uvedeny v tabulce 6-2.

$$i(t) = I \sin(2\pi f_{lop}t + \varphi_I) \quad (6.15)$$



Obrázek 6-4: 2D nesymetrie kmitání hřídele

$$ir(t) = r(t) + j \cdot i(t) = R \cos(2\pi f_{lop}t + \varphi_R) + j \cdot I \sin(2\pi f_{lop}t + \varphi_I) \quad (6.16)$$



Obrázek 6-5: Příklady trajektorií hřídele vlivem kmitání lopatek

$R = 0,5, \varphi_R = 0$ $I = 0,5, \varphi_I = 0$	$R = 0,5, \varphi_R = -1,5$ $I = 0,5, \varphi_I = -1$	$R = 0,5, \varphi_R = 2,3$ $I = 0,5, \varphi_I = -2$
$R = 0,5, \varphi_R = 2,3$ $I = 0,5, \varphi_I = 0$	$R = 0,5, \varphi_R = 1$ $I = 0,5, \varphi_I = 0$	$R = 0,5, \varphi_R = -1,07$ $I = 0,5, \varphi_I = -2,64$

**Tabulka 6-2: Parametry trajektorií hřídele z obrázku 6-5**

Aplikací vztahů (4.10) a (4.11) v (6.16) lze složené kmitání přepsat do tvaru (6.17). Model hřídele rotujícího proti směru hodinových ručiček je definován pomocí (6.18). Jedná se opět o vyjádření v souřadnicovém systému snímačů rotorového chvění - SV. Tento předpis lze následně upravit do tvaru (6.19).

$$ir(t) = \frac{R}{2} \left( e^{j(2\pi f_{lop}t + \varphi_R)} + e^{-j(2\pi f_{lop}t + \varphi_R)} \right) + \frac{I}{2} \left( e^{j(2\pi f_{lop}t + \varphi_I)} - e^{-j(2\pi f_{lop}t + \varphi_I)} \right) \quad (6.17)$$

$$ir_{SV}(t) = ir(t) \cdot e^{j(2\pi f_{rot}t + \varphi_{rot})} \quad (6.18)$$

$$ir_{SV}(t) = \frac{R}{2} \left( e^{j(2\pi(f_{rot} + f_{lop})t + \varphi_{rot} + \varphi_R)} + e^{j(2\pi(f_{rot} - f_{lop})t + \varphi_{rot} - \varphi_R)} \right) + \frac{I}{2} \left( e^{j(2\pi(f_{rot} + f_{lop})t + \varphi_{rot} + \varphi_I)} - e^{j(2\pi(f_{rot} - f_{lop})t + \varphi_{rot} - \varphi_I)} \right) \quad (6.19)$$

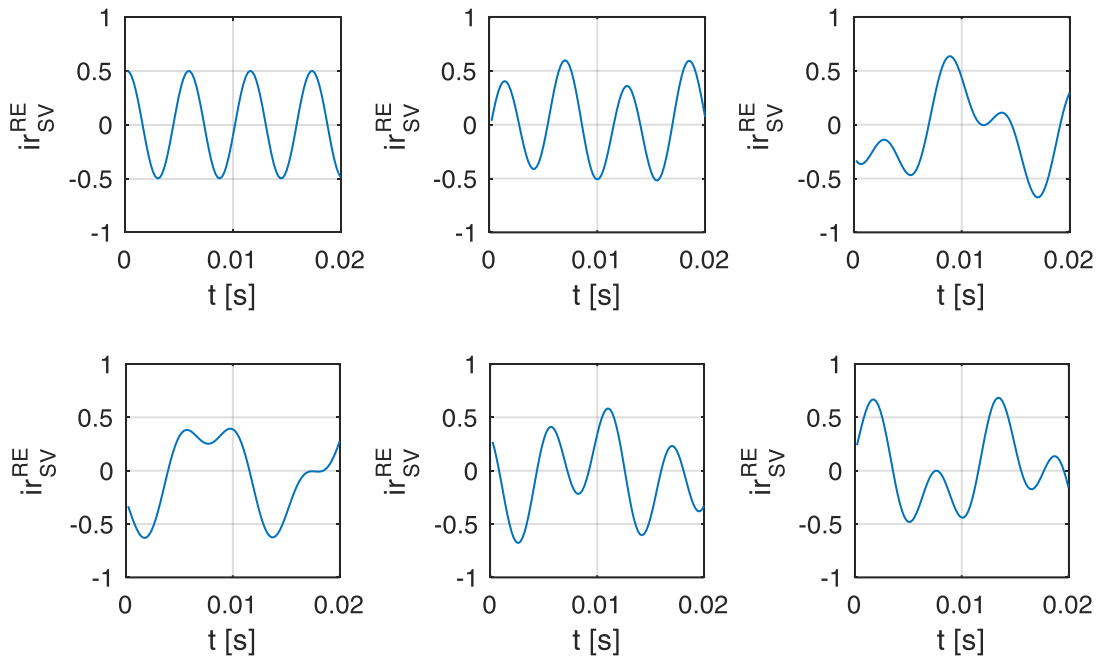
Je zřejmé, že model předpokládá analýzu hřídele na jedné frekvenci. Lze také definovat rozdíl počátečních fází obou ortogonálních signálů způsobujících ohybový moment (6.20).

$$\Delta\varphi = \varphi_R - \varphi_I \quad (6.20)$$

$ir_{SV}(t)$  (6.19) tak může být s využitím (6.20) upraven do tvaru (6.21).

$$ir_{SV}(t) = \frac{1}{2} (R - I \cdot e^{j\Delta\varphi}) \cdot e^{j(2\pi(f_{rot} - f_{lop})t + \varphi_{rot} - \varphi_R)} + \frac{1}{2} (I + R \cdot e^{j\Delta\varphi}) \cdot e^{j(2\pi(f_{rot} + f_{lop})t + \varphi_{rot} + \varphi_I)} \quad (6.21)$$

Na tomto místě je nutné si opět uvědomit, že signál měřený v reálné situaci je také reálný. Uvažovaný komplexní model je tak nutné promítnout do reálné souřadnice (6.22). Dosazením (6.21) do (6.22) lze psát (6.23). Příklady průmětů do reálné osy pro konfigurace vycházející z obrázků 6-5, jsou na obrázku 6-6. Zde je vhodné uvést několik parametrů, které byly pro tento příklad zvoleny:  $f_{lop} = 125$  Hz,  $\varphi_{rot} = 0$ ,  $f_{rot} = 50$  Hz. Parametry z tabulky 6-2, resp. příslušné trajektorie z obrázku 6-5 lze popsat také pomocí fázového rozdílu  $\Delta\varphi$  (6.20), jenž byl pro horní řadu postupně volen jako  $\Delta\varphi = 0$ ,  $\Delta\varphi = -0,5$ ,  $\Delta\varphi = 4,3$  a pro dolní řadu jako  $\Delta\varphi = 2,3$ ,  $\Delta\varphi = 1$ ,  $\Delta\varphi = 0,5\pi$ , vždy zleva doprava. Uvedené lze určit pomocí tabulky 6-2 a předpisu (6.20).



Obrázek 6-6: Příklady průmětů trajektorie hřídele do směru snímače

$$ir_{SV}^{RE}(t) = \text{Re}\{ir_{SV}(t)\} \quad (6.22)$$

$$\begin{aligned} ir_{SV}^{RE}(t) = & \\ = \frac{R}{2} & (\cos(2\pi(f_{rot} + f_{lop})t + \varphi_{rot} + \varphi_R) + \cos(2\pi(f_{rot} - f_{lop})t + \varphi_{rot} - \varphi_R)) + \\ & + \frac{I}{2} (\cos(2\pi(f_{rot} + f_{lop})t + \varphi_{rot} + \varphi_I) - \cos(2\pi(f_{rot} - f_{lop})t + \varphi_{rot} - \varphi_I)) \end{aligned} \quad (6.23)$$

Matematický zápis (6.23) lze zapsat i ve formě (6.24) s využitím (6.6), a lze tak porovnat 2D model s dříve uvedeným 1D modelem. Rozdílnost amplitud LSB a USB je z tohoto předpisu zřejmá.

$$\begin{aligned} ir_{SV}^{RE}(t) = & r_{SV}^{RE}(t) + \\ & + \frac{I}{2} (\cos(2\pi(f_{rot} + f_{lop})t + \varphi_{rot} + \varphi_I) - \cos(2\pi(f_{rot} - f_{lop})t + \varphi_{rot} - \varphi_I)) \end{aligned} \quad (6.24)$$

## ESTIMACE 2D NESYMETRIE POMOCÍ FOURIEROVY TRANSFORMACE

Modelovaný signál relativního rotorového chvění (6.24) lze přepsat do tvaru součtu dvou harmonických složek, tzv. USB s parametry  $(A_U, f_U, \varphi_U)$  a LSB  $(A_L, f_L, \varphi_L)$  viz (6.25).

$$ir_{SV}^{RE}(t) = A_U \cdot \cos(2\pi f_U t + \varphi_U) + A_L \cdot \cos(2\pi f_L t + \varphi_L) \quad (6.25)$$

Tento signál ilustruje rozložení amplitud a fází obou frekvenčních složek amplitudové modulační DSB SC pro uvedený 2D model. Je zřejmé, že frekvence  $f_L$  a  $f_U$  jsou totožné jako v případě 1D modelu. Amplitudy LSB a USB jsou definovány vztahy (6.26) a (6.27). Jedná se de facto o vzorec pro součet dvou harmonických signálů stejného směru a frekvence (Haber, 2009).

$$A_L = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{R^2 + I^2 - 2RI \cdot \cos(\Delta\varphi)} \quad (6.26)$$

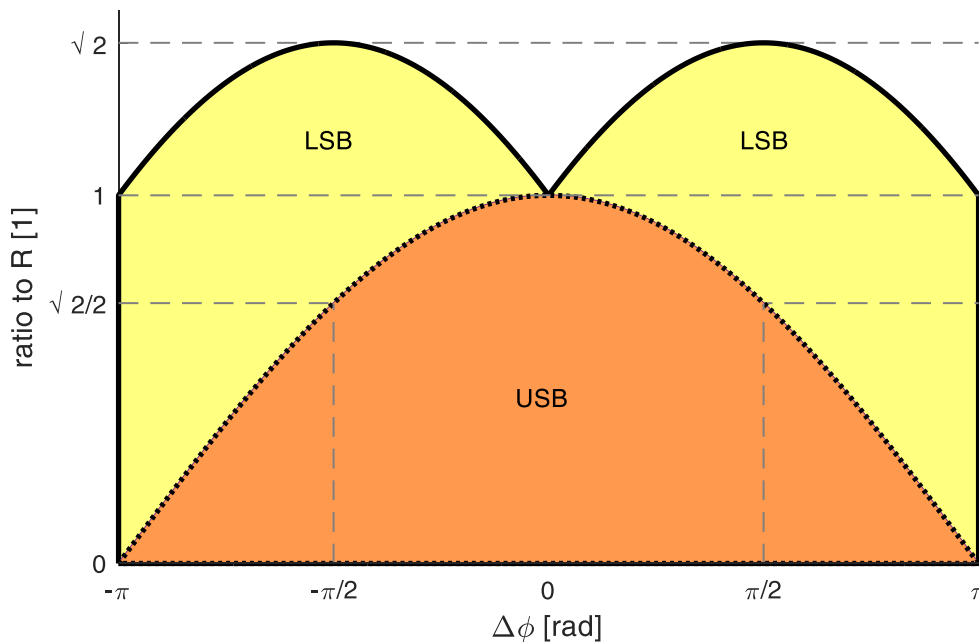
$$A_U = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{R^2 + I^2 + 2RI \cdot \cos(\Delta\varphi)} \quad (6.27)$$

Amplitudy (6.26) a (6.27) lze získat i z předpisu (6.21), což ilustruje (6.28), resp. (6.29).

$$\begin{aligned} A_L &= \frac{1}{2} \cdot |R - I \cdot e^{j\Delta\varphi}| = \frac{1}{2} \cdot |R - I \cdot (\cos \Delta\varphi + j \cdot \sin \Delta\varphi)| = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(R - I \cdot \cos \Delta\varphi)^2 + (I \cdot \sin \Delta\varphi)^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{R^2 + I^2 - 2RI \cdot \cos(\Delta\varphi)} \end{aligned} \quad (6.28)$$

$$\begin{aligned} A_U &= \frac{1}{2} \cdot |R + I \cdot e^{j\Delta\varphi}| = \frac{1}{2} \cdot |R + I \cdot (\cos \Delta\varphi + j \cdot \sin \Delta\varphi)| = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(R + I \cdot \cos \Delta\varphi)^2 + (I \cdot \sin \Delta\varphi)^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{R^2 + I^2 + 2RI \cdot \cos(\Delta\varphi)} \end{aligned} \quad (6.29)$$

Na tomto místě je třeba si uvědomit, že amplituda LSB a USB, tj. (6.26), resp. (6.27) závisí na fázovém rozdílu (6.20) a nikoliv na absolutních hodnotách obou fází. To má za následek, že z amplitudového spektra rotorového chvění lze zjistit pouze tvar nesymetrie kmitání lopatkového kola. Pro určení počáteční fáze je nutné využít např. fázové spektrum. Zajímavé je například také zobrazení závislosti amplitudy USB a LSB, tj. (6.27), resp. (6.26), resp. jejich součtu na fázovém rozdílu (6.20). To ilustruje obrázek 6-7, který reprezentuje speciální případ, pro nějž platí  $R = I$ . Oranžová barevná plocha reprezentuje velikost amplitudy USB a žlutá plocha pak velikost amplitudy LSB. Je zřejmé, že součet obou amplitud není při měnícím se fázovém rozdílu konstantní, ale kolísá od 1 do  $\sqrt{2}$ .



**Obrázek 6-7: Závislost poměru amplitud LSB a USB na fázovém rozdílu**

Pomocí vzorce pro součet 2 harmonických signálů stejné frekvence a stejného směru (Haber, 2009) lze určit předpis pro počáteční fázi LSB (6.30) a USB (6.31).

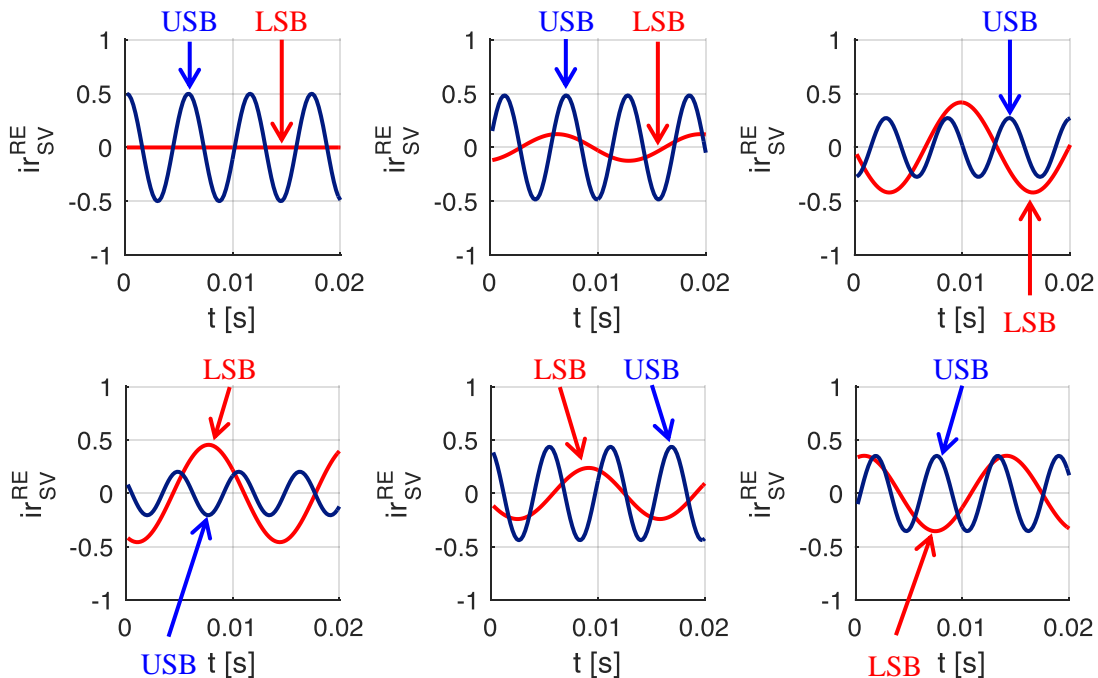
$$\varphi_L = \tan^{-1} \frac{R \sin(-\varphi_R + \varphi_{rot}) - I \sin(-\varphi_I + \varphi_{rot})}{R \cos(-\varphi_R + \varphi_{rot}) - I \cos(-\varphi_I + \varphi_{rot})} \quad (6.30)$$

$$\varphi_U = \tan^{-1} \frac{R \sin(\varphi_R + \varphi_{rot}) + I \sin(\varphi_I + \varphi_{rot})}{R \cos(\varphi_R + \varphi_{rot}) + I \cos(\varphi_I + \varphi_{rot})} \quad (6.31)$$

Na tomto místě je třeba zdůraznit, že pro řešení lopatkových vibrací, kdy lze očekávat platnost nerovnosti  $f_{rot} < f_{lop}$ , je frekvence LSB  $f_{rot} - f_R$  záporná. Pro případ jednostranného spektra lze opět využít lichosti fázového spektra a využít dříve definované vztahy (6.8) – (6.10). Fáze LSB v kladné polorovině frekvenčního spektra tak lze psát jako (6.32).

$$\varphi_L^+ = \tan^{-1} \frac{R \sin(\varphi_R - \varphi_{rot}) - I \sin(\varphi_I - \varphi_{rot})}{R \cos(\varphi_R - \varphi_{rot}) - I \cos(\varphi_I - \varphi_{rot})} \quad (6.32)$$

Obrázek 6-8 vychází z předchozího obrázku 6-6 a ilustruje spektrální rozklad modelovaného signálu relativního rotorového chvění, resp. obsažených lopatkových vibrací, na LSB – ilustrováno červeně a USB – ilustrováno modře. Z obrázku je zřejmá frekvence obou složek.  $f_L = 75$  Hz a  $f_U = 175$  Hz, neboť  $f_{rot} = 50$  Hz a  $f_{lop} = 125$  Hz, viz tabulka 6-1. Parametry obou složek, tj. LSB a USB jsou uvedeny v tabulce 6-3 a barevně rozlišeny dle barevného schématu na obrázku 6-8. Hodnoty v tabulce lze opět vyčíslit pomocí odvozených předpisů (6.26), (6.27), (6.31), (6.32). Na tomto místě je důležité zdůraznit, že v reálném signálu, v případě jednostranného amplitudového spektra, je počáteční fáze dána předpisem (6.32), neboť právě ta odpovídá záporné frekvenci za předpokladu  $f_{lop} > f_{rot}$ .

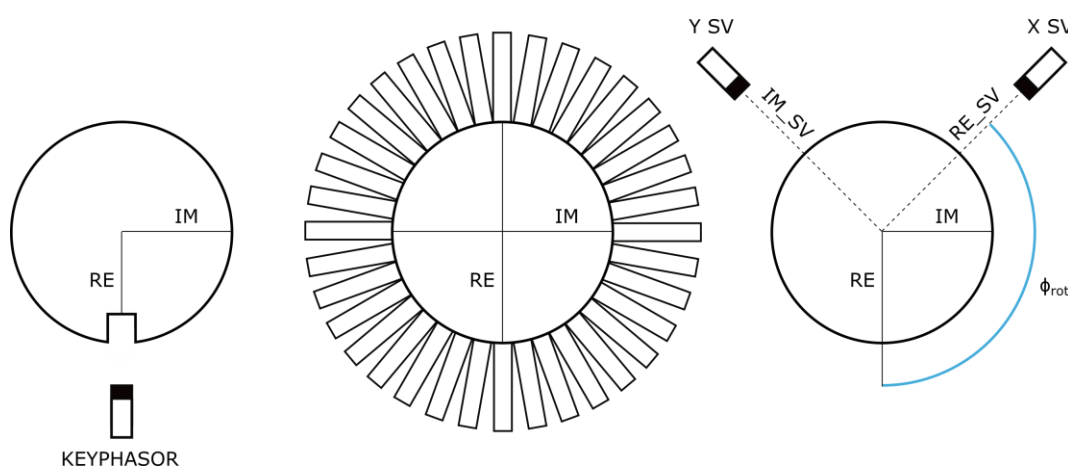


Obrázek 6-8: Příklady rozkladu modelovaných signálů na LSB a USB

$A_L = 0, \varphi_L^+ = 0$ $A_U = 0,50, \varphi_U = 0$	$A_L = 0,12, \varphi_L^+ = -2,82$ $A_U = 0,48, \varphi_U = -1,25$	$A_L = 0,42, \varphi_L^+ = 1,72$ $A_U = 0,27, \varphi_U = -2,99$
$A_L = 0,46, \varphi_L^+ = 2,72$ $A_U = 0,20, \varphi_U = 1,15$	$A_L = 0,24, \varphi_L^+ = 2,07$ $A_U = 0,44, \varphi_U = 0,50$	$A_L = 0,35, \varphi_L^+ = -0,29$ $A_U = 0,35, \varphi_U = -1,86$

Tabulka 6-3: Parametry spektrálních složek LSB a USB po rozkladu trajektorií hřídele

Parametr, který svazuje souřadný systém rotujícího lopatového kola, resp. hřídele, a souřadný systém snímačů rotorového chvění je  $\varphi_{rot}$  (6.33). Pomocí něj lze lokalizovat nesymetrii kmitání v souřadnicích lopatkového kola použitím měření v souřadném systému snímačů SV. Následující popis bude vycházet z obrázku 6-9, kde jsou zobrazeny 3 axiální roviny podél hřídele, pomocí nichž je svázání souřadných systémů lopatkového kola a snímačů SV provedeno.



Obrázek 6-9: Svázání souřadnicového systému lopatkového kola a snímačů rotorového chvění

Na obrázku 6-9 vlevo je rovina snímače fázové značky, uprostřed je ilustrována rovina lopatkového kola a vpravo je rovina snímačů rotorového chvění. Nejprve je nutné definovat souřadný systém rotujícího systému – hřídele. Ten je definován pomocí fázové značky, kterou lze ztotožnit s kladnou poloosou reálné souřadnice, viz obrázek 6-9 vlevo. Takto definovaná souřadná soustava je společná napříč délkou hřídele, tzn. i pro lopatkové kolo, viz obrázek 6-9 uprostřed. Komplexní rovinu snímačů rotorového chvění lze opět bez ztráty obecnosti zvolit dle obrázku 6-9 vpravo. Snímačem X prochází kladná poloosa reálné souřadnice a snímačem Y kladná poloosa imaginární souřadnice. Takto definované souřadné systémy rotujícího (hřídel, resp. lopatkové kolo) a nerotujícího systému (snímač SV) lze svázat pomocí synchronního měření signálu fázové značky a rotorového chvění. V čase, kdy je detekována fázová značka, je vzájemné natočení obou systémů dáno pomocí (6.33). Prakticky se jedná o úhlový rozdíl mezi snímačem fázové značky  $\varphi_{FZ}$  a snímačem relativních rotorových vibrací  $\varphi_{SV}$  a na obrázku 6-9 je vyznačeno modře.

$$\varphi_{rot} = \varphi_{FZ} - \varphi_{SV} \quad (6.33)$$



### 6.3. NESYMETRIE KMITÁNÍ LOPATKOVÉHO KOLA

V předchozích dvou kapitolách bylo popsáno kmitání hřídele způsobené kmitáním jedné – 1D model, resp. dvěma lopatkami umístěnými ve vzájemně ortogonálním směru. Takto definovaná trajektorie střednice hřídele je v této práci nazývána zavedeným pojmem nesymetrie kmitání lopatkového kola. Ta zvoleným způsobem popisuje odchylku souhrnného kmitání lopatkového kola od jeho symetrické – idealizované podoby. Nesymetrie je dána jako výsledné axiální silové působení od všech lopatek. Jinými slovy se jedná o moment síly působící na hřídel rotoru, který je složen z dílčích axiálních momentů sil jednotlivých lopatek. Je-li tento moment dostatečně velký, může způsobit ohybové namáhání hřídele, resp. jeho kmitání. Nesymetrii kmitání lopatkového kola bude v následujícím textu pro jednoduchost označovat také zkrácený pojem nesymetrie. Význam obou pojmů je ekvivalentní. Je zřejmé, že v případě reálného lopatkového kola nekmitá pouze jedna nebo dvě lopatky, ale obecně mohou kmitat všechny nenulovou amplitudou. Způsob jakým lze účinek kmitání všech lopatek převést na ekvivalentní kmitání hřídele v místě snímačů rotorového chvění, což ilustruje 2D nesymetrie, bude popsáno v této kapitole.

Kmitání každé z lopatek může být rozloženo do časového průběhu výchylky v axiálním a tangenciálním směru. Kmitání  $i$ -té lopatky v axiálním směru lze předpokládat v harmonické podobě. Axiální složka výchylky lopatky ze své ustálené polohy má za následek vznik ohybového momentu, jehož průběh je také harmonický. Takový ohybový moment bude působit na hřídel rotoru v místě lopatkového kola a v případě, že bude dostatečně velký, může způsobit ohybové vlnění podél rotoru měřitelné snímačem rotorového chvění, což ilustruje obrázek 6-1. Průběh radiální výchylky je opět předpokládán harmonický, což reflektuje výraz (6.34).

$$z_i(t) = Z_i \cos(2\pi f_{lop}t + \varphi_{z_i}) \cdot e^{j\varphi_i} \quad (6.34)$$

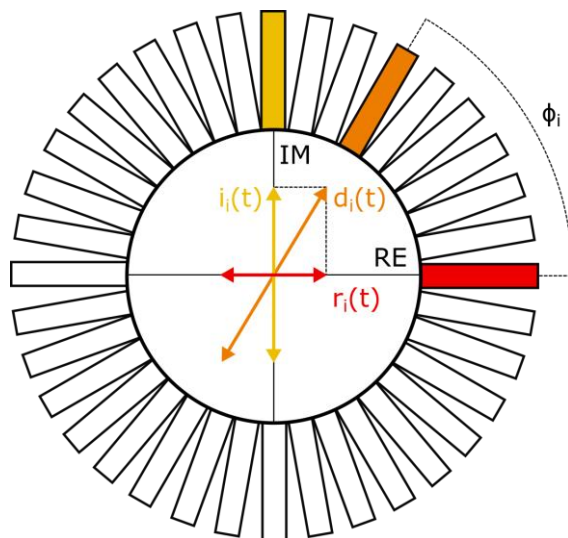
Je předpokládáno, že frekvence a fáze axiální výchylky lopatky a příslušného účinku v podobě radiální výchylky hřídele jsou stejné. Je také předpokládána linearita přepočtu mezi oběma veličinami. Platnost tohoto předpokladu potvrzují experimentální měření, která jsou popsána v následující sedmé kapitole. Linearitu mezi axiální výchylkou lopatky a ohybovým momentem působícím na hřídel uvádí také např. (Hicks, 2002). Směr radiální výchylky hřídele, která je způsobena kmitáním  $i$ -té lopatky lze popsat pomocí parametru  $\varphi_i$ . Ten vyjadřuje umístění lopatky po obvodu lopatkového kola vzhledem k reálné souřadnici, tj. vzhledem k fázové značce, viz (6.34).

Rozklad kmitání hřídele do dvou navzájem kolmých směrů, resp. do reálné a imaginární souřadnice ilustruje obrázek 6-10. Radiální kmitání hřídele jako důsledek oscilace  $i$ -té lopatky je na tomto obrázku vyznačeno oranžovou barvou. Červeně a žlutě je pak reprezentováno kmitání v obou souřadnicích komplexní roviny. Uvedený rozklad lze popsat pomocí (6.35) a (6.36).

Nesymetrii kmitání lopatkového kola lze definovat jako superpozici příspěvků od jednotlivých lopatek. Tu lze opět vyjádřit v kartézských souřadnicích komplexní roviny hřídele. Matematicky se jedná o součet harmonických funkcí stejného směru a stejné frekvence. Součet příspěvků lopatek promítajících se do imaginární osy (6.36) lze sečíst do (6.38). Součet příspěvků lopatek promítajících se do reálné osy (6.35) lze sečíst do (6.37). Vztahy (6.37) a (6.38) definují výslednou nesymetrii kmitání lopatkového kola v kartézských souřadnicích hřídele tak, jak je tomu v kapitole 6.2.

$$r_i(t) = \operatorname{Re}\{z_i(t)\} \quad (6.35)$$

$$i_i(t) = \operatorname{Im}\{z_i(t)\} \quad (6.36)$$



Obrázek 6-10: Rozklad kmitání lopatky do 2D nesymetrie kmitání hřídele

$$r(t) = \sum_i r_i(t) = \sum_i Z_i \cdot \cos(\varphi_i) \cos(2\pi f_{lop}t + \varphi_{Z_i}) \quad (6.37)$$

$$i(t) = \sum_i i_i(t) = \sum_i Z_i \cdot \sin(\varphi_i) \cos(2\pi f_{lop}t + \varphi_{Z_i}) \quad (6.38)$$

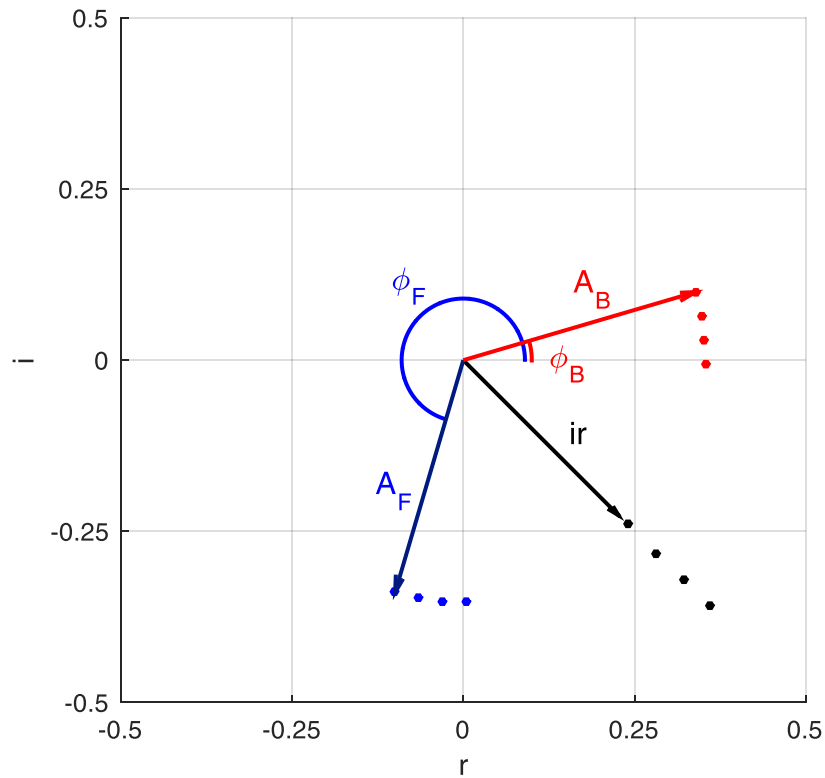
Imaginární i reálná složka kmitání výsledné nesymetrie je dle (6.38) a (6.37) vyjádřena pomocí funkce kosinus. Imaginární složka ale byla při odvození matematického modelu v úvodní části této kapitoly předpokládána ve tvaru funkce sinus (6.15). Aby tak bylo možné  $i(t)$  přímo dosadit do tohoto modelu, je nutné ještě (6.38) převést do tvaru funkce sinus, tj. (6.39).

$$i(t) = \sum_i Z_i \cdot \sin(\varphi_i) \sin(2\pi f_{lop}t + \varphi_{Z_i} - \pi/2) \quad (6.39)$$

Z uvedeného je zřejmé, že v případě, že všechny lopatky kmitají se stejnou amplitudou a fází, je výsledná nesymetrie nulová. To odpovídá např. nulovému uzlovému průměru. Nulová nesymetrie je například i v případě, že žádná z lopatek nekmitá. V případě, že kmitá právě jedna z lopatek, což je detailně ilustrováno v kapitole 6.1, pak je nesymetrie jistě nenulová.

Odvození 2D nesymetrie kmitání lopatkového kola lze provést také pomocí rozkladu eliptické trajektorie na 2 protichůdné fáze. Toho se v diagnostice často využívá pro určení směru precese střednice hřídele na konkrétní frekvenci (Jakl, 2014). Eliptickou trajektorii středu hřídele způsobenou silovým působením kmitajících lopatek (6.16) lze uvažovat ve formě dvě protichůdných fázorů.  $A_F$  reprezentuje velikost fázoru rotujícího proti směru hodinových ručiček,  $A_B$  pak reprezentuje velikost fázoru rotujícího po směru hodinových ručiček.  $\varphi_F$  a  $\varphi_B$  jsou příslušné počáteční fáze. Tuto skutečnost ilustruje obrázek 6-11, na němž jsou oba protichůdné fáze zobrazeny v okamžiku  $t = 0$ . Vývoj fázorů v čase je pak naznačen několika body. Je zřejmé, že výsledný fázor reprezentující nesymetrii je vektorovým součtem obou protichůdných fázorů (6.40).

$$ir(t) = A_F e^{j(2\pi f_{lop}t + \varphi_F)} + A_B e^{j(-2\pi f_{lop}t + \varphi_B)} \quad (6.40)$$



**Obrázek 6-11: Rozklad elipsy na dva protiběžné fázy**

Levou stranu rovnice (6.40) lze vyčíslit pomocí (6.16) do (6.41).

$$R \cos(2\pi f_{lop}t + \varphi_R) + j \cdot I \sin(2\pi f_{lop}t + \varphi_I) = A_F e^{j(2\pi f_{lop}t + \varphi_F)} + A_B e^{j(-2\pi f_{lop}t + \varphi_B)} \quad (6.41)$$

Aplikací Eulerova vzorce (4.9) - (4.11) lze levou stranu rovnice (6.41) upravit do tvaru (6.42)

$$ir(t) = \frac{R}{2} \left[ e^{j(2\pi f_{lop}t + \varphi_R)} + e^{-j(2\pi f_{lop}t + \varphi_R)} \right] + \frac{jI}{2j} \left[ e^{j(2\pi f_{lop}t + \varphi_I)} - e^{-j(2\pi f_{lop}t + \varphi_I)} \right] \quad (6.42)$$

Předchozí rovnici lze upravit do tvaru (6.43), ze které je jsoou oba protichůdné fázy zřejmé.

$$ir(t) = e^{j2\pi f_{lop}t} \left[ \frac{R}{2} \cdot e^{j\varphi_R} + \frac{I}{2} \cdot e^{j\varphi_I} \right] + e^{-j2\pi f_{lop}t} \left[ \frac{R}{2} \cdot e^{-j\varphi_R} - \frac{I}{2} \cdot e^{-j\varphi_I} \right] \quad (6.43)$$

Fázor s kladným směrem rotace lze porovnat s prvním členem pravé strany (6.40) a psát (6.44). Fázor se záporným směrem rotace lze porovnat s druhým členem pravé strany (6.40) a psát (6.45).

$$A_F e^{j\varphi_F} = \frac{R}{2} \cdot e^{j\varphi_R} + \frac{I}{2} \cdot e^{j\varphi_I} \quad (6.44)$$

$$A_B e^{j\varphi_B} = \frac{R}{2} \cdot e^{-j\varphi_R} - \frac{I}{2} \cdot e^{-j\varphi_I} \quad (6.45)$$

Aplikací Eulerova vzorce (4.9) - (4.11) lze předchozí rovnice upravit do tvaru (6.46) a (6.47).

$$A_F e^{j\varphi_F} = (R \cos \varphi_R + I \cos \varphi_I) + j(R \sin \varphi_R + I \sin \varphi_I) \quad (6.46)$$

$$A_B e^{j\varphi_B} = (R \cos \varphi_R - I \cos \varphi_I) + j(R \sin \varphi_R - I \sin \varphi_I) \quad (6.47)$$

Amplitudy obou protichůdných fázorů  $A_F$  a  $A_B$  lze vyjádřit převedením pravé strany rovnice (6.46), resp. (6.47) do polárního tvaru s využitím vzorců (6.48) a (6.49). Lze tak psát (6.50), resp. (6.51).

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (6.48)$$

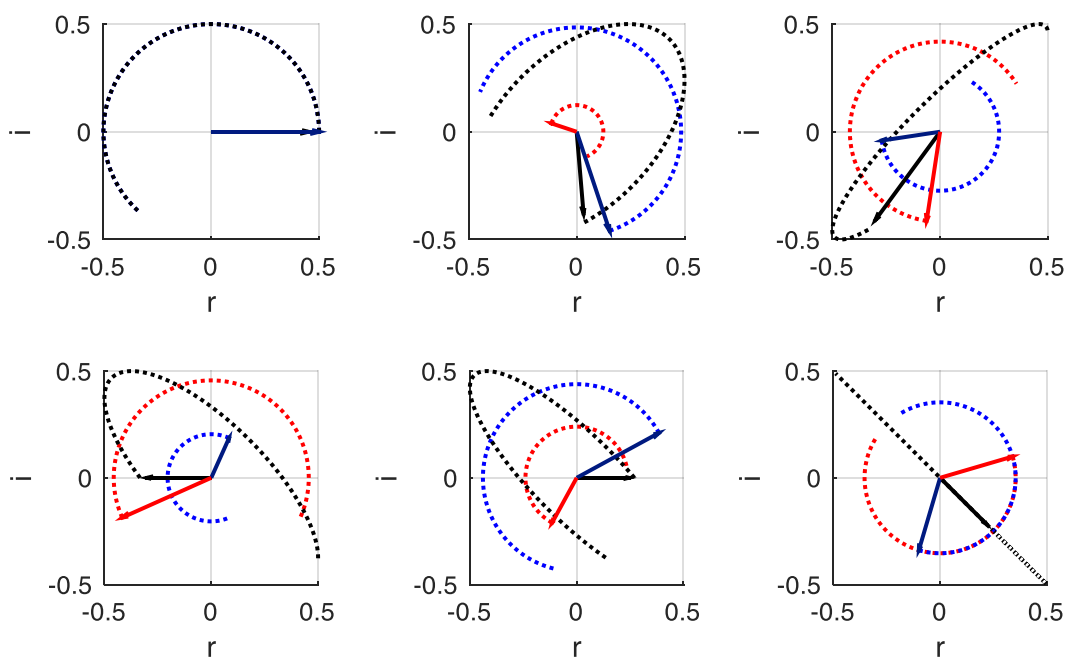
$$\sin x \sin y + \cos x \cos y = \cos(x - y) \quad (6.49)$$

$$A_F = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{R^2 + I^2 + 2RI \cdot \cos(\Delta\varphi)} \quad (6.50)$$

$$A_B = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{R^2 + I^2 - 2RI \cdot \cos(\Delta\varphi)} \quad (6.51)$$

$A_B = 0, \varphi_B = 0$ $A_F = 0,50, \varphi_F = 0$	$A_B = 0,12, \varphi_B = 2,82$ $A_F = 0,48, \varphi_F = -1,25$	$A_B = 0,42, \varphi_B = -1,72$ $A_F = 0,27, \varphi_F = -2,99$
$A_B = 0,46, \varphi_B = -2,72$ $A_F = 0,20, \varphi_F = 1,15$	$A_B = 0,24, \varphi_B = -2,07$ $A_F = 0,44, \varphi_F = 0,50$	$A_B = 0,35, \varphi_B = 0,29$ $A_F = 0,35, \varphi_F = -1,86$

Tabulka 6-4: Parametry spektrálních složek LSB a USB po rozkladu trajektorií hřídele



Obrázek 6-12: Příklady rozkladu elipsy na dva protiběžné fázory

Podobně lze vyjádřit fáze  $\varphi_F$  a  $\varphi_B$  obou protichůdných fázorů, tj. (6.52), (6.53).

$$\varphi_F = \tan^{-1} \frac{R \sin(\varphi_R) + I \sin(\varphi_I)}{R \cos(\varphi_R) + I \cos(\varphi_I)} \quad (6.52)$$

$$\varphi_B = \tan^{-1} \frac{-R \sin(\varphi_R) + I \sin(\varphi_I)}{R \cos(\varphi_R) - I \cos(\varphi_I)} \quad (6.53)$$

Na obrázku 6-12 je ilustrován rozklad trajektorií nesymetrie na dva protichůdné fázory tak, jak byly definovány na obrázku 6-5. Je zřejmé, že trajektorie získané součtem obou fázorů jsou shodné s těmi na obrázku 6-5. Fázory lze porovnat také s obrázkem 6-7, ze kterého je zřejmé, že i amplitudově se fázory získané rozkladem elipsy a pomocí odvození z úvodu této kapitoly shodují. Detailní hodnoty amplitudy a fáze pro každý z rozkladů jsou popsány v tabulce 6-4.

Takto popsaná situace vyjadřuje trajektorii hřídele, jež vznikla silovým působením lopatek. Do výše uvedeného modelu je nutné ještě zahrnout rotaci hřídele kolem své osy, která je dána otáčkovou rychlostí. Tuto situaci lze popsat rovnicí (6.18), která je pro přehlednost přepsána do tvaru (6.54). Roznásobením (6.54) lze psát (6.55).

$$ir_{rot}(t) = ir(t) \cdot e^{j(2\pi f_{rot}t + \varphi_{rot})} \quad (6.54)$$

$$ir_{rot}(t) = A_F e^{j(2\pi(f_{rot} + f_{lop})t + \varphi_F + \varphi_{rot})} + A_B e^{j(2\pi(f_{rot} - f_{lop})t + \varphi_B + \varphi_{rot})} \quad (6.55)$$

Z předchozí rovnice (6.55) je zřejmé, jakým způsobem se do vlastností protichůdně rotujících fázorů projeví přítomnost rotace hřídele. Jelikož jsou fáze vztaženy k reálné komplexní souřadnici, ke které byl v předchozí kapitole dělán průmět pro modelování signálu relativního rotorového chvění, můžou být spektrální parametry protichůdných fázorů jednoduše svázané s parametry USB a LSB, což reprezentují rovnice (6.56) - (6.59). Změna způsobená rotací hřídele oproti stavu bez rotace se projeví na frekvenci a fázi obou protichůdně rotujících fázorů. Frekvence obou fázorů se změní o hodnotu  $f_{rot}$  v kladném smyslu rotace. Fáze se změní o hodnotu  $\varphi_{rot}$ . Amplitudy obou fázorů zůstávají zachovány, viz (6.56) a (6.57).

Obrázek 6-8, resp. příslušnou tabulku 6-3, lze porovnat s obrázkem 6-12 a tabulkou 6-4. Přepočítání mezi uvedenými veličinami se řídí právě pomocí (6.56) - (6.59), z čehož je zřejmá fyzikální interpretace obou lopatkových komponent obsažených v signále relativního rotorového chvění. Pro názornost byla fáze  $\varphi_{rot}$  v případě obou uvedených příkladů volena nulová. I v tomto případě platí rovnost (6.10), tj.  $\varphi_L^+ = -\varphi_L$ , což je při porovnání tabulek 6-3 a 6-4 zřejmé.

$$A_U = A_F \quad (6.56)$$

$$A_L = A_B \quad (6.57)$$

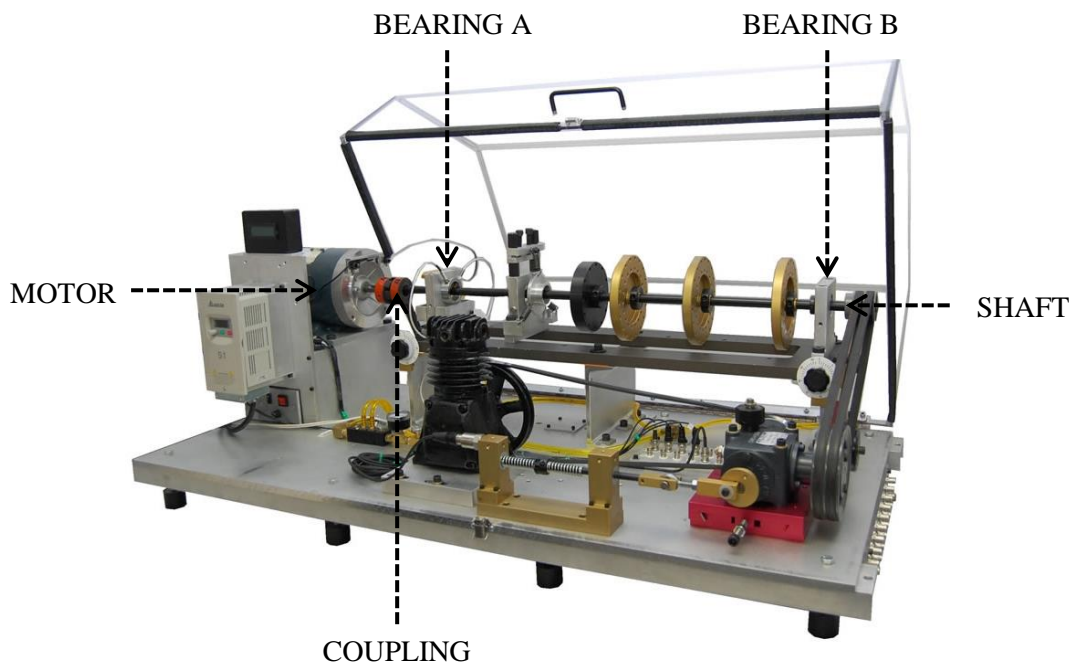
$$\varphi_U = \varphi_F + \varphi_{rot} \quad (6.58)$$

$$\varphi_L = \varphi_B + \varphi_{rot} \quad (6.59)$$

## 7. EXPERIMENTÁLNÍ OVĚŘENÍ NA ROTOROVÉM STANDU

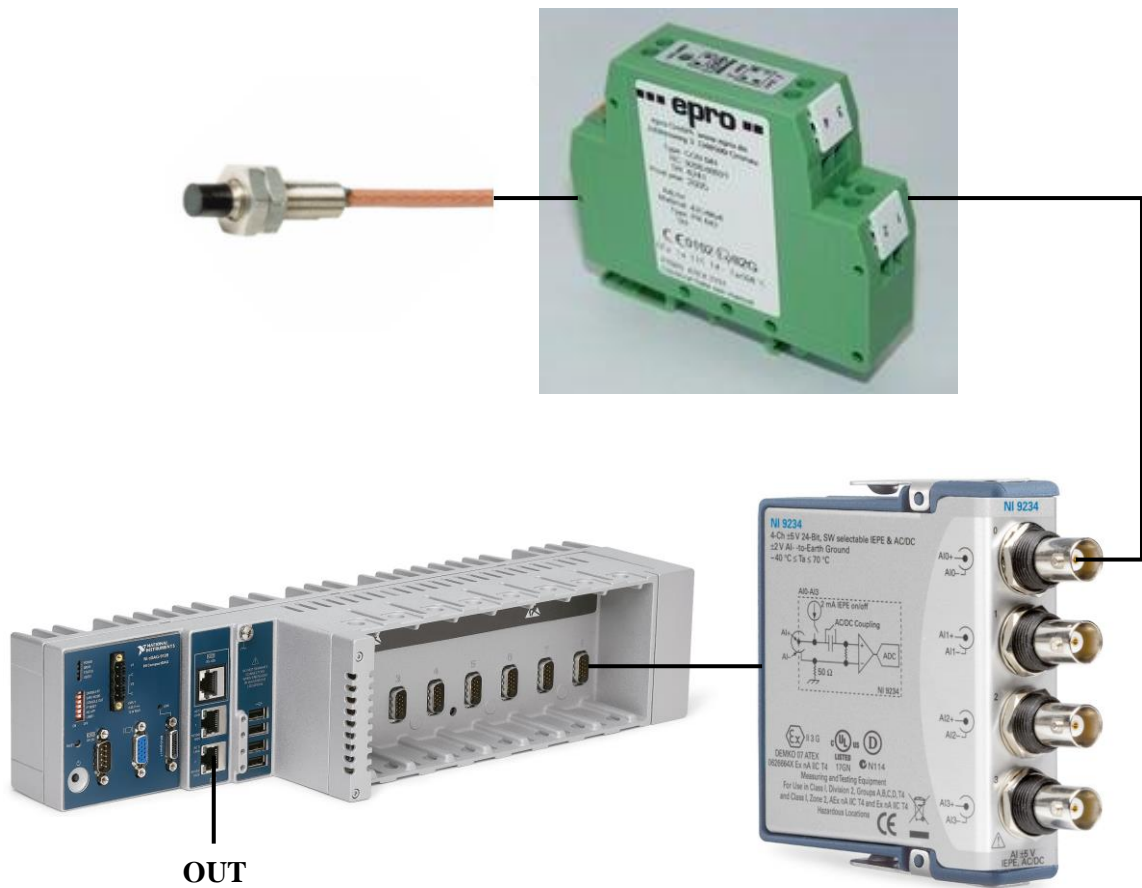
Platnost principu šíření lopatkových vibrací na hřídel, který byl popsán v předchozí kapitole, bylo nutné experimentálně ověřit. Za tímto účelem bylo zbudováno experimentální laboratorní pracoviště. Validace chování hřídele za přítomnosti vibrací lopatek byla provedena pomocí rotorového standu Magnum od firmy SpectraQuest, viz obrázek 7-1. Jedná se o hřídel, jež je uložena v kluzných ložiskách. Olejové hospodářství zajišťuje externí zdroj napětí. Délka a průměr hřídele jsou 0,889 m, resp. 0,019 m. Vzdálenost kluzných ložisek je přibližně 0,724 m. Motor pohánějící hřídel má výkon 1 hp, přičemž maximální otáčková rychlost je 6000 ot/min. Točivý moment je z motoru na hřídel přenášen pomocí spojky, viz obrázek 7-1 (SpectraQuest, 2018).

Pro experimentální potřeby bylo navrženo a vyrobeno lopatkové kolo. Jeho technický výkres je přílohou A na konci této práce. Lopatkové kolo je vyrobeno z 2 mm širokého plechu a na hřídel je upevněno pomocí dvou přírub. Ty jsou na hřídel z obou stran nasunuty a spolu s lopatkovým kolem sešroubovány. Každou lopatkou prochází jeden ze šroubů M6. Momentem dotažení šroubů lze dle potřeby měnit vlastní frekvence kmitání jednotlivých lopatek.

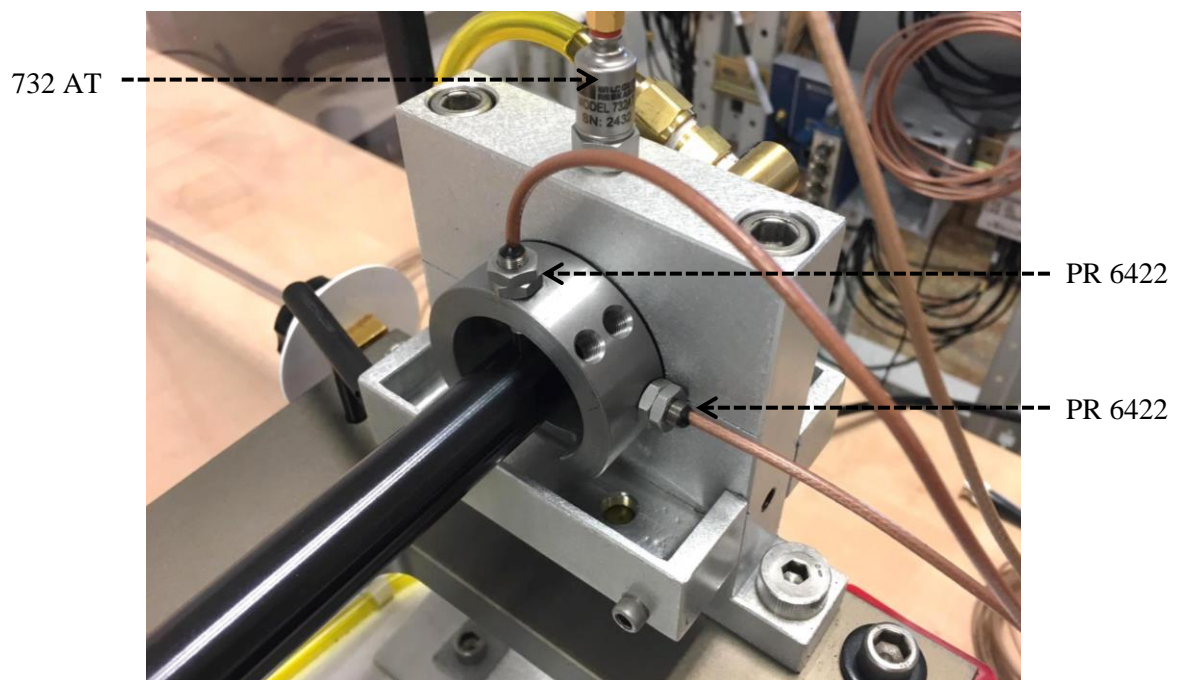


Obrázek 7-1: Experimentální rotorový stand SpectraQuest Magnum

Měření signálu relativního rotorového chvění je zajištěno pomocí snímačů PR 6422 od firmy EPRO, které jsou založeny na principu vířivých proudů. Jejich citlivost je  $16 \text{ mV}/\mu\text{m}$  a měřicí rozsah 1 mm. Snímače PR 6422 navíc splňují normu ISO 10717-1, která definuje standard pro snímání radiálních vibrací v průmyslové praxi. Ilustrace tohoto snímače je na obrázku 7-2 vlevo nahoře (Profess, 2020). Snímač je připojen do signálového konvertoru, jehož výstupem je napětíová hodnota z rozsahu minus 4-20 V, která koresponduje se vzduchovou mezerou mezi snímačem a povrchem hřídele v místě měření. Signálový konvertor je ilustrován na obrázku 7-2 vpravo nahoře (Profess, 2020). Jeho výstup je přiveden na kartu NI 9234 (National Instruments, 2016a), která je zapojena pomocí VGA konektoru do šasi NI cDAQ-9139 (National Instruments, 2016b), které je možné pomocí ethernetového kabelu spojit s počítačem a ovládat celý proces měření. Oboje je ilustrováno na obrázku 7-2 dole.

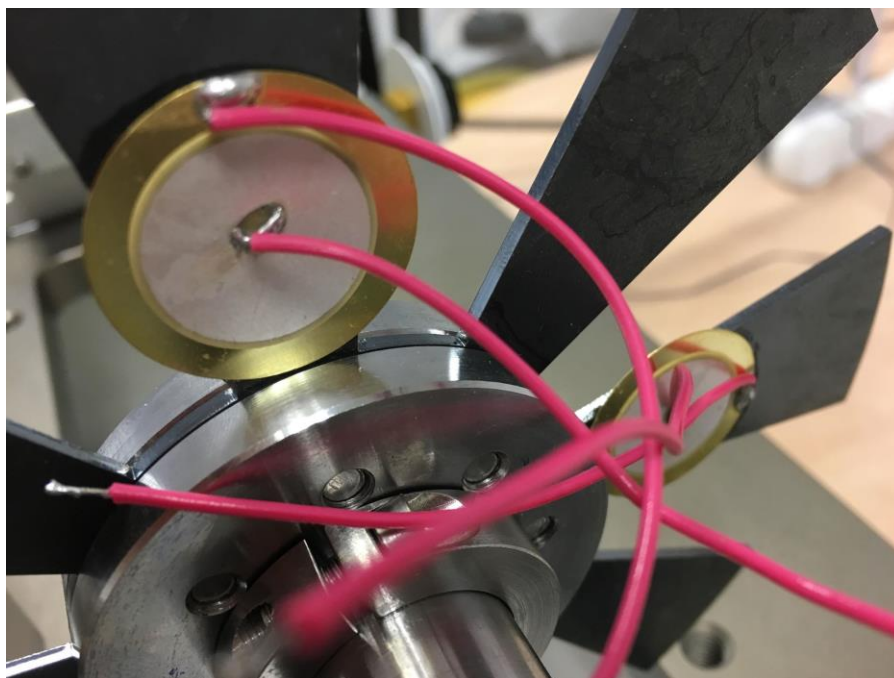


Obrázek 7-2: Snímač PR 6422 – vlevo nahoře, signálový konvertor CON 041 – vpravo nahoře, NI cDAQ-9139 – vlevo dole, měřicí karta NI 9234 – vpravo dole



Obrázek 7-3: Ložiskový stojan B – rozmístění snímačů

Na každém z ložisek jsou instalovány 2 snímače PR 6422 – jeden v horizontálním směru a jeden ve vertikálním směru. Ložiskový stojan je také osazen akcelerometrem 732AT (Wilcoxon, 2018), který měří absolutní statorové vibrace. Rozmístění snímačů na ložiskovém stojanu je ilustrováno na obrázku 7-3. Experimentální rotorový stand má k dispozici také měření fázové značky, takže celkově je využito 7 kanálů. Buzení lopatek je realizováno pomocí piezoměničů, které jsou napájeny napětím -20 V až 20 V. Piezoměniče jsou k patkám lopatek přilepeny epoxidovým lepidlem a jejich instalace je ilustrována na obrázku 7-4.



Obrázek 7-4: Piezoměnič instalovaný na lopatkovém kole experimentálního standu

## 7.1. EXPERIMENTY PŘI NULOVÉ OTÁČKOVÉ RYCHLOSTI HŘÍDELE

Budícím signálem v experimentech uvedených v této kapitole je harmonický signál, kterým lze generovat požadovaný tvar nesymetrie, neboť ta, jak bylo uvedeno kapitole 6.3, je předpokládána také harmonická.

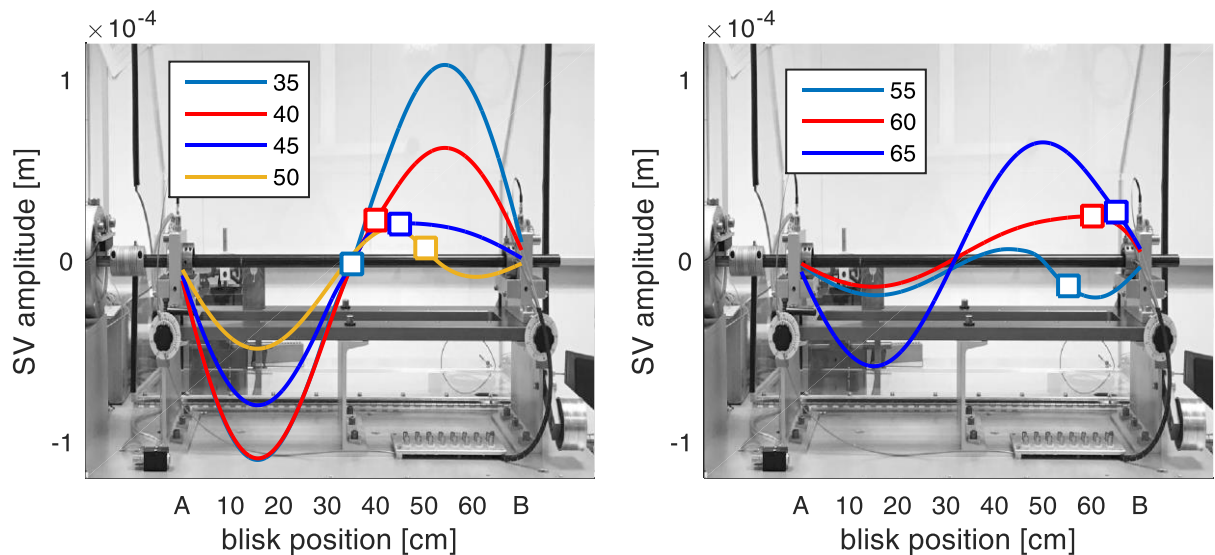
### 7.1.1. ZÁVISLOST AMPLITUDY KMITÁNÍ HŘÍDELE NA POLOZE LOPATKOVÉHO KOLA

Jak bylo uvedeno v předchozí šesté kapitole, vzniklá nesymetrie kmitání lopatkového kola vyvolá ohybový moment, který svými silovými účinky působí na rotor a způsobuje vznik stojatého vlnění. Jeho tvar bude jistě závislý na místě působení ohybového momentu, resp. na pozici umístění lopatkového kola. Tato hypotéza byla nejprve ověřena simulací pomocí modelu a metody konečných prvků. Pomocí nástroje Ansys bylo namodelováno lopatkové kolo dle výkresu, jenž je přílohou A, společně s hřídelí rotorového standu a ložisky, ve kterých byla hřídel uchycena. Nad takto sestaveným modelem byla provedena frekvenční analýza pro frekvenci 303 Hz, která byla zvolena jako budící síla lopatky. Tvary kmitu pro jednotlivá umístění lopatkového kola jsou ilustrovány na obrázku 7-5. Z něj je patrné, že se jedná o stojaté vlnění a na hřídeli existují místa, kde je radiální výchylka spektrální složky budící frekvence nulová. Taková místa se nazývají uzly. Naopak místa s maximální výchylkou jsou nazývány kmitny. Důležité pro měření projevu nesymetrie pomocí signálu rotorového chvění je,

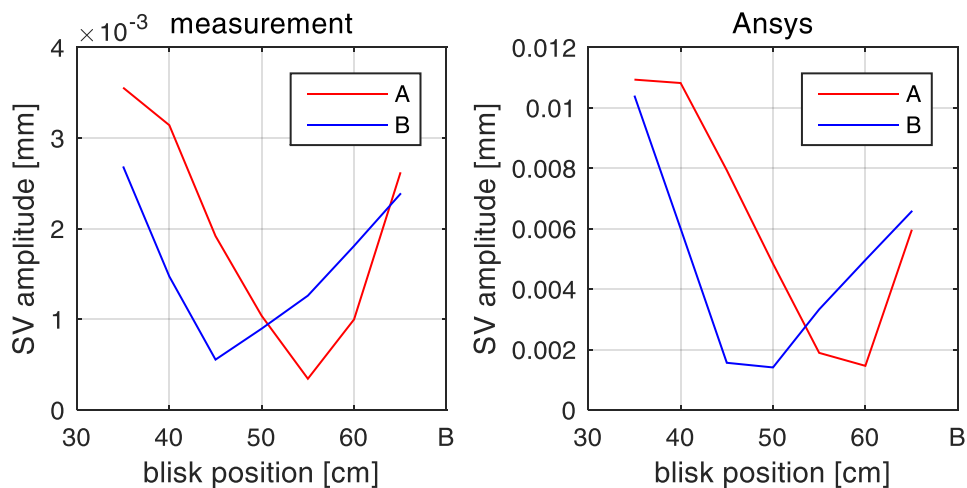


že v místě snímače rotorového chvění je amplituda radiálního kmitání hřídele nenulová. Z obrázku 7-5 je také patrné, že amplituda je u ložiska A a u ložiska B obecně různá právě v závislosti na umístění lopatkového kola.

Amplituda tvaru kmitu hřídele byla pro obě ložiska, resp. roviny snímače rotorového chvění pro různé umístění lopatkového kola ilustrována na obrázku 7-6 vpravo. Pro porovnání, že simulace odpovídá skutečnému chování rotorového standu, bylo provedeno měření na obou ložiskách pomocí snímačů PR 6422. Amplituda kmitání hřídele byla určena pomocí DFT a byla měřena s krokem 5 cm posunutí lopatkového kola. Výsledky reálného měření jsou ilustrovány na obrázku 7-6 vlevo. Z porovnání obou grafů na obrázku 7-6 je patrné, že závislost vybuzení hřídele v rovině snímače rotorového chvění na pozici lopatkového kola má obdobný trend, a lze tak mj. konstatovat, že způsob šíření nesymetrie kmitání lopatkového kola, resp. axiálního kmitání lopatek do radiálního kmitání hřídele se děje právě pomocí vybuzení tvaru kmitu stojatého vlnění. Na tomto místě je třeba zmínit, že hodnoty simulace a reálného měření nejsou amplitudově totožné. To je způsobeno rozdílnou silou buzení lopatek v simulaci a v reálném měření. Koeficienty ložisek použité při simulaci byly voleny heuristicky, neboť skutečné parametry ložisek rotorového standu nebyly známy.



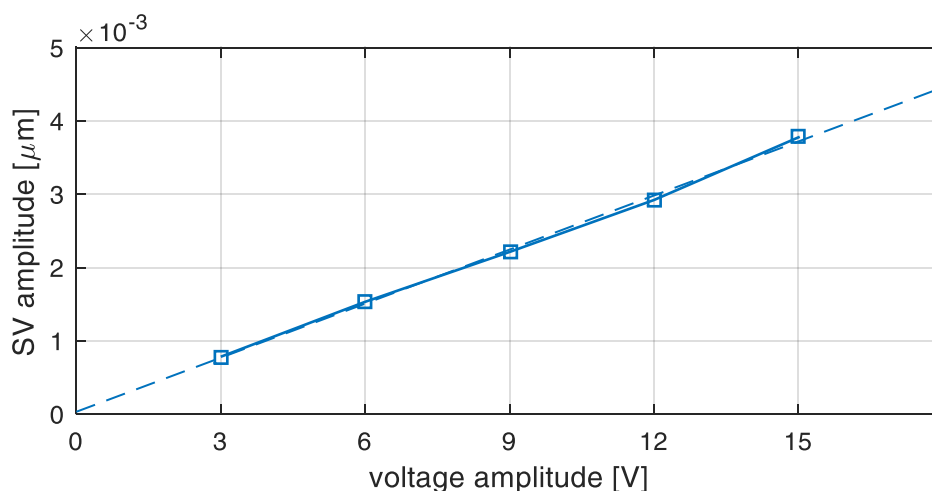
Obrázek 7-5: Tvar kmitu hřídele rotorového standu v závislosti na umístění lopatkového kola



Obrázek 7-6: Závislost amplitudy kmitání hřídele na poloze lopatkového kola – měření vs. simulace

### 7.1.2. ZÁVISLOST AMPLITUDY KMITÁNÍ HŘÍDELE NA VELIKOSTI BUZENÍ LOPATEK

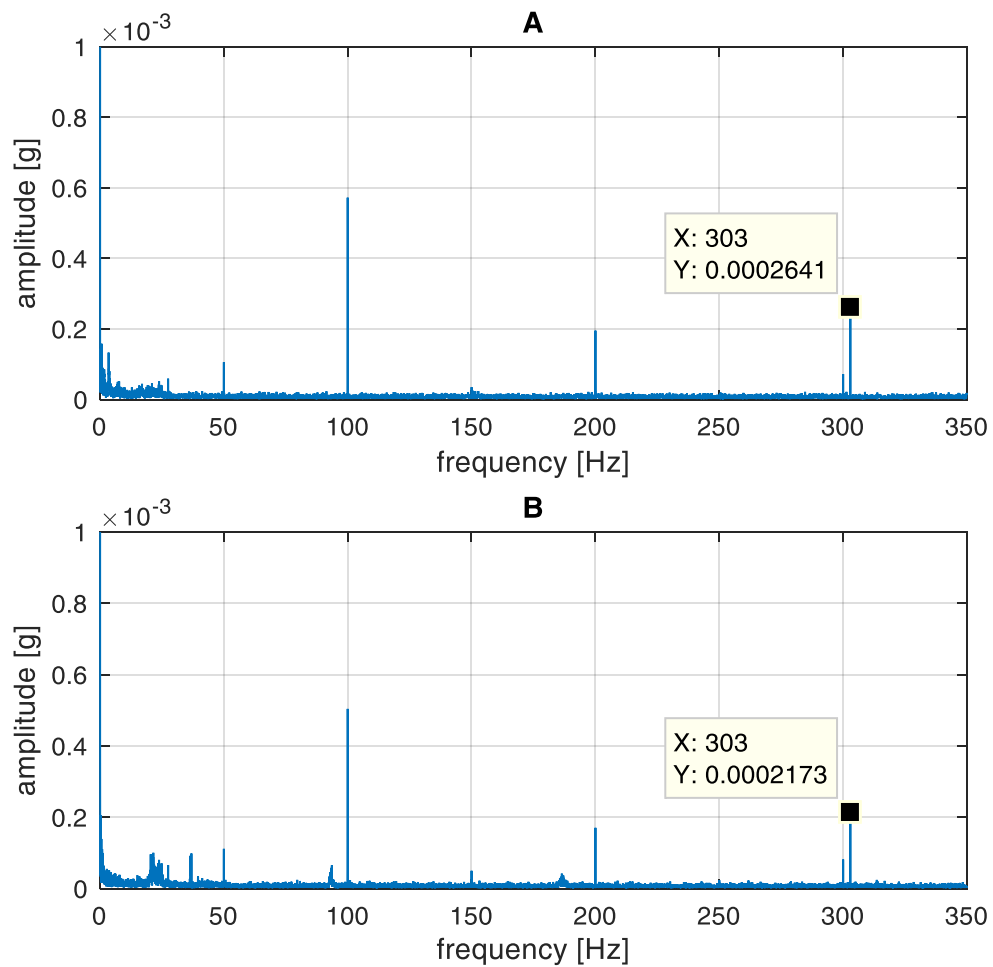
Jak bylo uvedeno v kapitole 6.3, pro platnost předloženého matematického aparátu se předpokládá lineární závislost mezi amplitudou harmonického buzení lopatky, resp. ohybovým momentem, a amplitudou harmonické radiální výchylky hřídele v místě snímače rotorového chvění. Platnost tohoto tvrzení byla ověřena experimentem, jehož výsledek je ilustrován na obrázku 7-7. Lopatkové kolo bylo umístěno uprostřed mezi oběma ložisky a buzeno postupně zvyšujícím se budícím napětím. Z obrázku 7-7 je patrné, že experimentálně naměřená závislost amplitudy radiálního kmitání hřídele na amplitudě axiálního buzení má skutečně lineární charakter, a implikuje tak platnost předpokladu linearit uvezeného v kapitole 6.3.



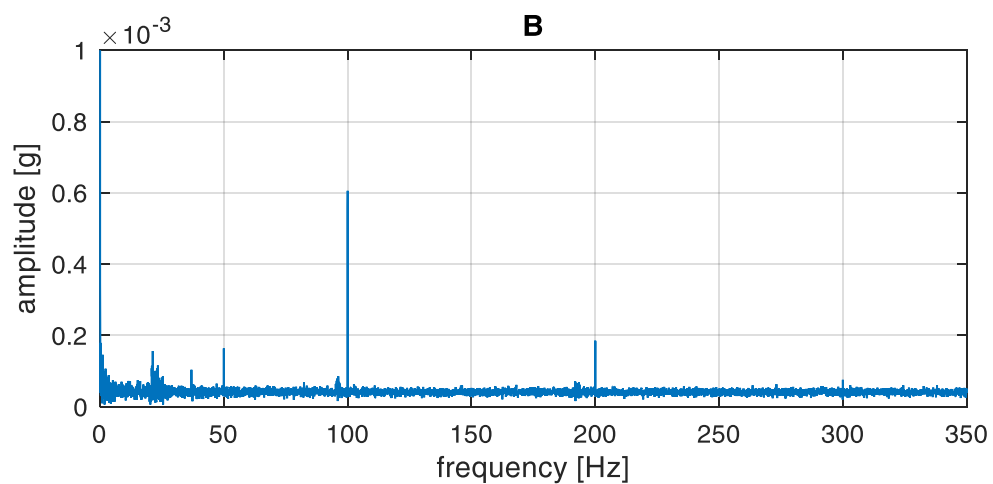
Obrázek 7-7: Závislost amplitudy kmitání hřídele na amplitudě buzení lopatky

### 7.1.3. PROJEVY KMITÁNÍ LOPATEK V SIGNÁLE ABSOLUTNÍCH STATOROVÝCH VIBRACÍ

Předmětem této práce je diagnostika kmitání lopatek s využitím signálu relativního rotorového chvění. Jak však bylo uvedeno v úvodní kapitole, pro diagnostiku oběžných lopatek lze využít např. také signál absolutních statorových vibrací. Na rotorovém standu bylo uvedené měření provedeno a signál absolutních statorových vibrací byl následně podroben analýze na přítomnost informace o lopatkových vibracích. Na obrázku 7-8 jsou zobrazena amplitudová spektra absolutních statorových vibrací pro obě z měřených rovin – A, B. Z obou spekter je patrná přítomnost spektrální složky 303 Hz, kterou byly lopatky nuceně buzeny. Pro porovnání pak může sloužit amplitudové spektrum na obrázku 7-9, na kterém je spektrální složení signálu absolutních rotorových vibrací za situace, kdy bylo buzení minimální. Uvedená měření byla provedena pro případ nulové otáčkové rychlosti hřídele, neboť v takovém případě byl odstup signál-šum dostatečný, aby byla hledaná amplituda pocházející od lopatek detekována. V opačném případě by tato informace byla skryta v šumovém pozadí, neboť vybuzení lopatek by nebylo dostatečné. Signál absolutních statorových vibrací byl měřen také při experimentu, který byl popsán v předchozí kapitole 7.1.2. Bylo zjištěno, že obdobně jako v případě relativních rotorových vibrací, i v případě absolutních statorových vibrací je závislost amplitudy kmitání ložiska na velikosti buzení lopatky lineární.



Obrázek 7-8: Amplitudové spektrum absolutních statorových vibrací při buzení lopatek – ložisko A a B



Obrázek 7-9: Amplitudové spektrum absolutních statorových vibrací bez buzení lopatek

#### 7.1.4. OVĚŘENÍ VEKTOROVÉHO SOUČTU NESYMETRIE KMITÁNÍ LOPATEK

Nesymetrie kmitání lopatkového kola byla popsána v kapitole 6.3. Ověření, zdali lze nesymetrii v praxi popsat pomocí vektorového součtu působících sil, je demonstrováno na experimentu, jenž je popsán v tomto odstavci. Byla zvolena trojí konfigurace kmitání lopatek – A, B, C. Výčet vlastností jednotlivých konfigurací je shrnut v tabulce 7-1, kde  $\varphi_z$  reprezentuje fázi kmitu lopatky, resp. hřídele

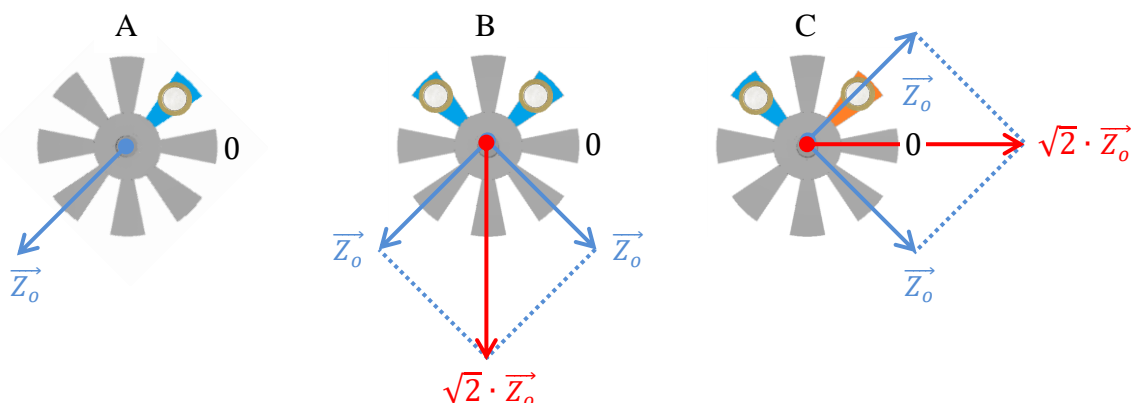
a  $\varphi$  je pozice po obvodu lopatkového kola. Tabulka 7-2 popisuje očekávanou velikost fázoru kmitání hřídele  $Z$  a jeho směr  $\varphi$  v případě, že zvolené lopatky jsou buzeny jednotnou amplitudou  $Z_0$ . Popsaná situace je názorně ilustrována pomocí obrázku 7-10, kde jsou modře ilustrovány fáze buzení lopatek, resp. silového působení na hřídel a červeně je ilustrována výsledná nesymetrie kmitání lopatkového kola. V případě konfigurace A byla buzena právě a pouze jedna lopatka, což je ilustrováno na obrázku 7-10 vlevo. Nesymetrie kmitání lopatkového kola je v případě buzení právě jedné z lopatek shodná s tímto kmitáním. V případě konfigurace B byly buzeny 2 lopatky. Kromě lopatky na pozici  $45^\circ$ , obdobně jako v případě A, byla buzena také lopatka na pozici  $135^\circ$ . Výsledné silové působení na hřídel, resp. nesymetrie kmitání lopatkového kola, by měla být dle kapitoly 6.3, vektorovým součtem fázorů kmitání od jednotlivých lopatek, a lze ji tak reprezentovat fázorem ve směru  $90^\circ$  s amplitudou  $\sqrt{2} \cdot Z$ , což je ilustrováno na obrázku 7-10 uprostřed. Konfigurace C se liší od konfigurace B pouze opačnou fází buzení jedné z lopatek. Tato změna vyvolá změnu směru působení výsledné nesymetrie kmitání lopatkového kola, která bude působit v kolmém směru oproti směru v případě konfigurace B, což je ilustrováno na obrázku 7-10 vpravo.

	A	B	C
$\varphi$ [°]	45	45, 135	45, 135
$\varphi_Z$ [°]	0	0, 0	180, 0

Tabulka 7-1: Parametry buzení lopatek pro konfiguraci A, B, C

	A	B	C
$\varphi$ [°]	45	90	0
$Z$	$Z_0$	$\sqrt{2} \cdot Z_0$	$\sqrt{2} \cdot Z_0$

Tabulka 7-2: Předpokládané hodnoty nesymetrie kmitání lopatkového kola pro konfiguraci A, B, C



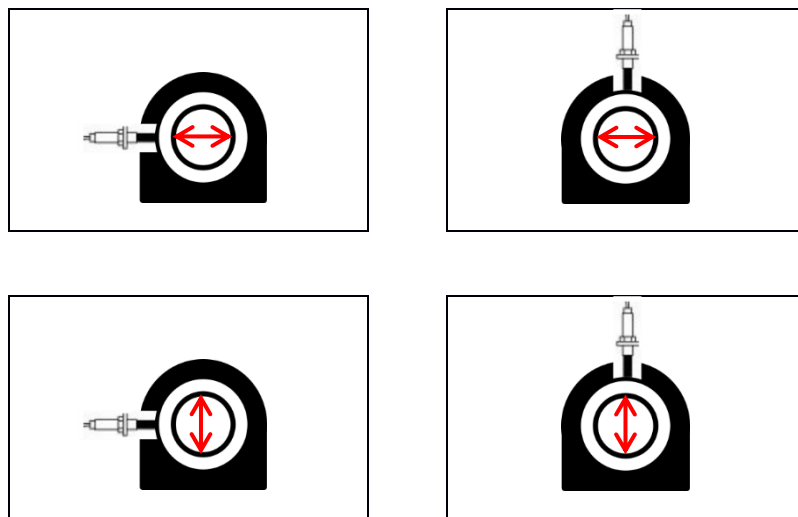
Obrázek 7-10: Buzení lopatek a výsledná nesymetrie pro konfiguraci A, B, C

Předpokládané hodnoty nesymetrie kmitání lopatkového kola – amplituda a směr, které byly pro jednotlivé konfigurace popsány v předchozím textu, a které vychází z kapitoly 6.3, je nutné porovnat s experimentálně naměřenými výsledky. Praktickou volbou se zdá být umístění předpokládané nesymetrie kmitání lopatkového kola pro každou z konfigurací vždy ve směru jednoho ze snímačů relativního rotorového chvění, čehož lze docílit pootočením lopatkového kola. Měření pro každou

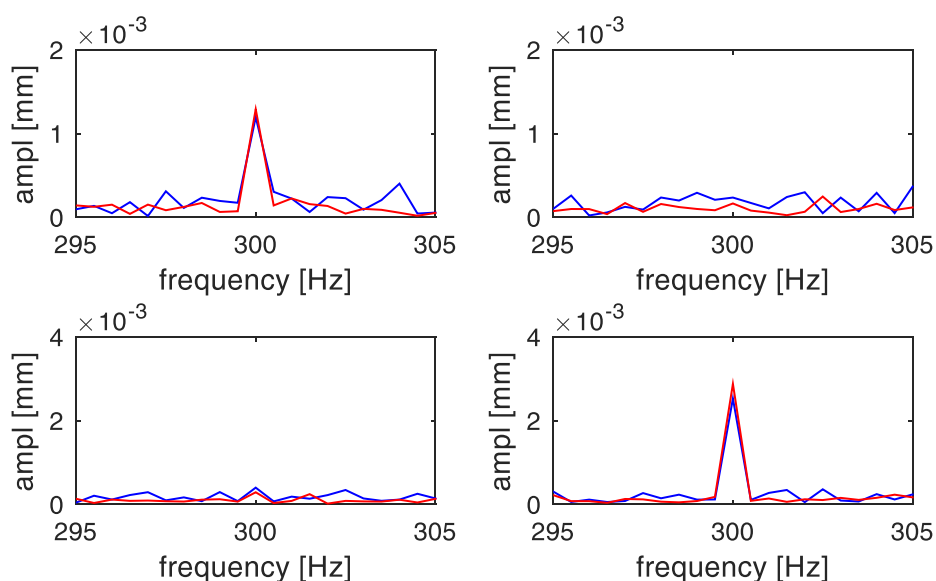
z konfigurací A, B, C bylo provedeno pro případ, kdy směr fázoru předpokládané nesymetrie působí ve směru horizontálního snímače rotorového chvění a pro případ, kdy směr fázoru předpokládané nesymetrie působí ve směru vertikálního snímače rotorového chvění. To ilustruje obrázek 7-11, na kterém je v horní části případ, kdy fázor nesymetrie reprezentovaný červeně působí v horizontálním směru, v dolní části tohoto obrázku je pak případ, kdy působí ve vertikálním směru. Obrázek 7-11 vlevo reprezentuje měření horizontálním snímačem, vpravo pak vertikálním snímačem, čímž jsou pokryty všechny 4 kombinace snímačů a umístění fázoru nesymetrie.

Z obrázku 7-11 vychází zobrazení na obrázku 7-12 a 7-13, které porovnává experimentálně naměřené hodnoty s předpokladem z kapitoly 6.3.

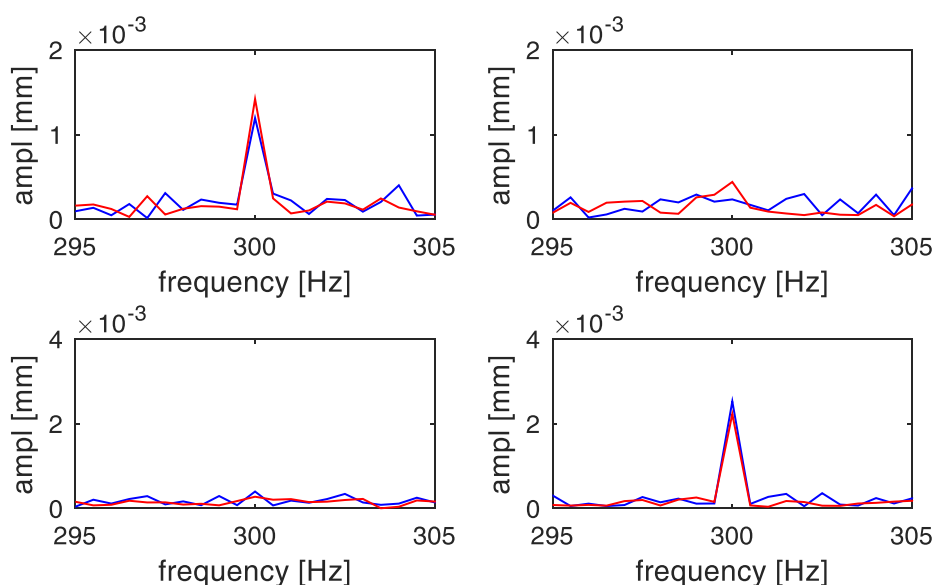
Obrázek 7-12 porovnává výsledky pro konfiguraci A a B. Modře je zobrazeno amplitudové spektrum rotorového chvění pro případ konfigurace A, červeně pak amplitudové spektrum pro konfiguraci B. Amplitudové spektrum pro případ konfigurace A bylo navíc vynásobeno konstantou  $\sqrt{2}$ , aby bylo možné porovnat amplitudy kmitání hřídele na frekvenci buzení lopatek. Ta byla pro obě konfigurace 300 Hz.



**Obrázek 7-11: Kombinace použitého snímače rotorového chvění a směru buzené nesymetrie**



**Obrázek 7-12: Porovnání výsledků experimentu pro konfiguraci A a B**



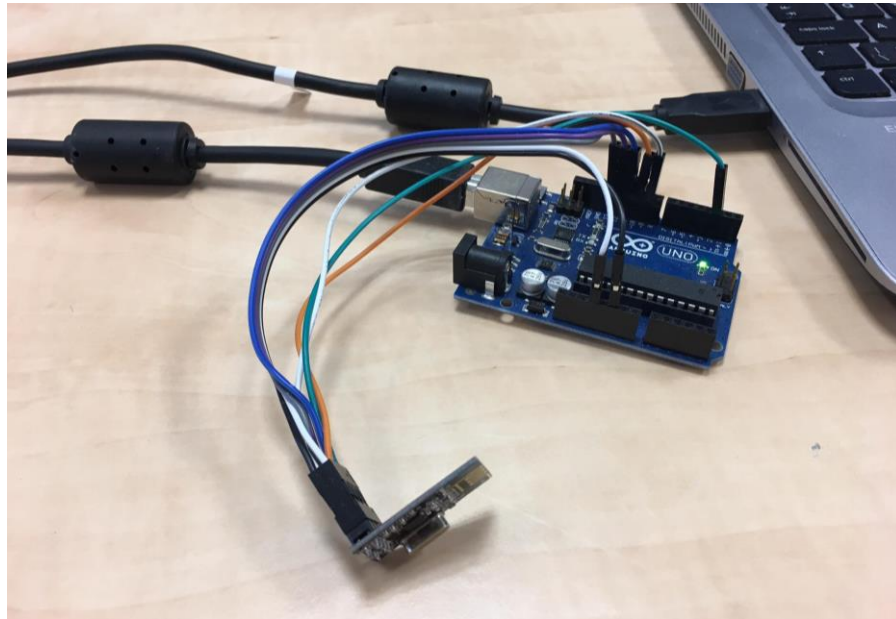
**Obrázek 7-13: Porovnání výsledků experimentu pro konfiguraci A a C**

Obrázek 7-13 porovnává výsledky pro konfiguraci A a C. Modře je zobrazeno amplitudové spektrum rotorového chvění pro případ konfigurací A, červeně pak amplitudové spektrum pro konfiguraci C. Budicí frekvence byla opět zvolena 300 Hz tak, aby byla dostatečně daleko od identifikovaných vlastních frekvencí lopatek a hřídele, čímž byl zajištěn vznik nuceného kmitání s požadovanými budicími parametry. Z obrázku 7-12, resp. 7-13 je zřejmé, že kmitání hřídele se projevuje na snímači, v jehož směru je umístěn fázor nesymetrie. Naopak ve směru druhého ze snímačů není vybuzení hřídele vůbec patrné.

## 7.2. EXPERIMENTY PŘI NENULOVÉ OTÁČKOVÉ RYCHLOSTI HŘÍDELE

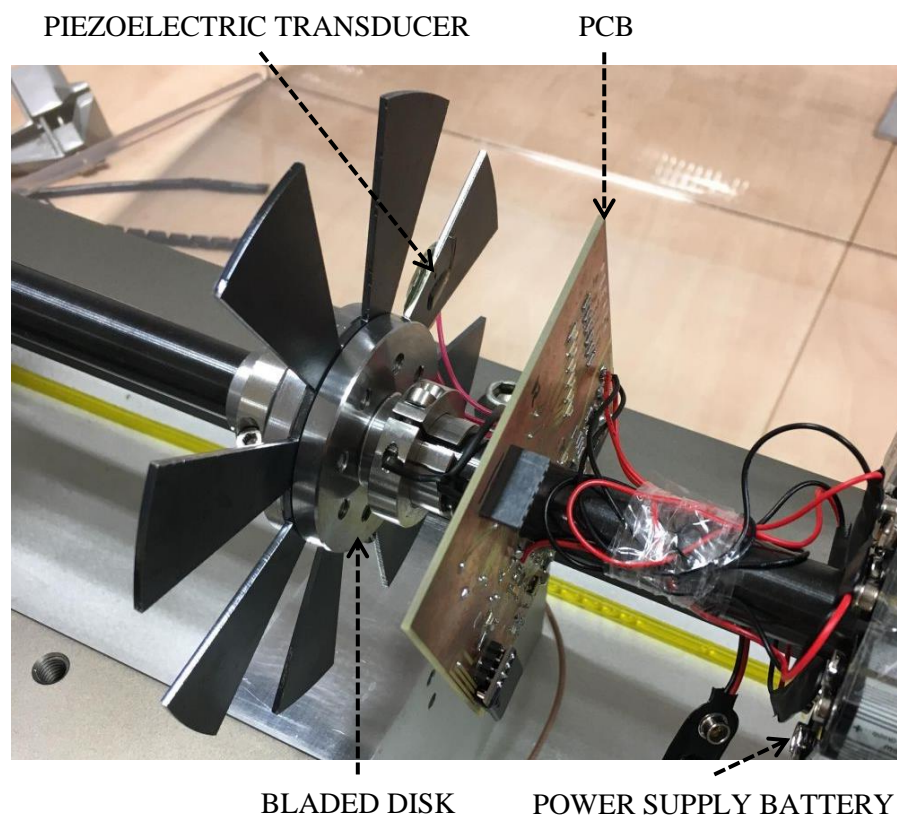
Za účelem buzení lopatek při nenulové otáčkové rychlosti hřídele muselo být navrženo a vytvořeno vhodné zařízení, kterým by bylo možné jednotlivé lopatky za rotace budit. Systém buzení se sestává ze dvou modulů – vysílací modul, přes který lze pomocí PC bezdrátově ovládat druhý z modulů, který generuje harmonické buzení požadovaného tvaru. Vysílací modul je založen na desce Arduino Nano s mikročipem atmega328 a NRF24L01. Obrázek tohoto modulu je na obrázku 7-14. Připojením k PC přes USB lze vysílací modul ovládat. Pomocí platformy LabView bylo vytvořeno prostředí pomocí kterého lze nastavit parametry harmonického buzení, které se pomocí vysílače posílají na druhý modul, který je upevněn na hřídeli rotorového standu.

Druhý modul, který přijímá příkazy z vysílacího modulu, a který zároveň generuje požadovaný tvar harmonického napětového buzení jednotlivých piezoměničů, je založen na platformě Arduino, mikropočítači atmega328 a komunikačním RF modulu NRF24L01. Budicí signál je generován pomocí AD9833 a zesilován z úrovní 38-650 mV na napětí -20 V až 20 V pomocí zesilovače s operačními zesilovači. Zesílení je ovládáno pomocí digitálního potenciometru MCP4651-103E. Logická část je napájena 9V baterií, přičemž napětí je snižováno pomocí lineárního stabilizátoru na 5 V a na 3.3 V. Analogová část je napájena -18 V a 18 V ze 4 ks 9V baterií – každá dvojice baterií zajišťuje napájení jednoho piezoměniče. Tento modul je spolu s bateriemi přichycen na rotoru tak, aby odolal působící odstředivé síle způsobené rotací. Napětím jsou buzeny piezoměniče přilepené epoxidovým lepidlem k patkám lopatek.



**Obrázek 7-14: Vysílací modul bezdrátové komunikace**

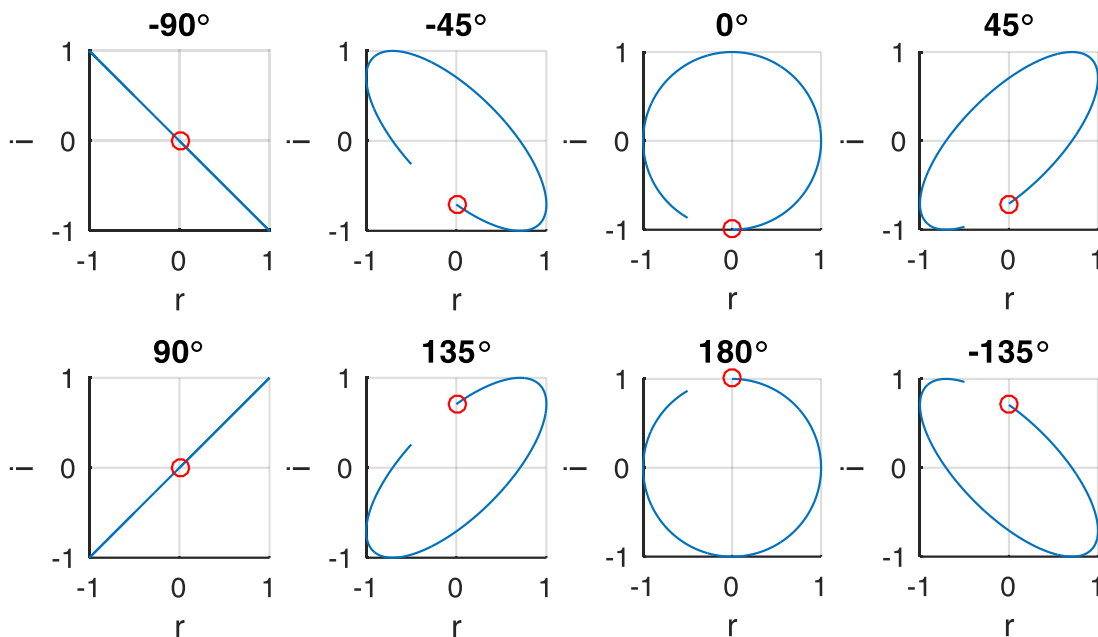
Na obrázku 7-15 je ilustrována instalace desky pro buzení lopatek na hřídeli rotorového standu, společně s bateriemi a lopatkovým kolem. Z obrázku je zřejmý způsob přivedení napětí z desky na piezoměniče, které byly na lopatky přilepeny.



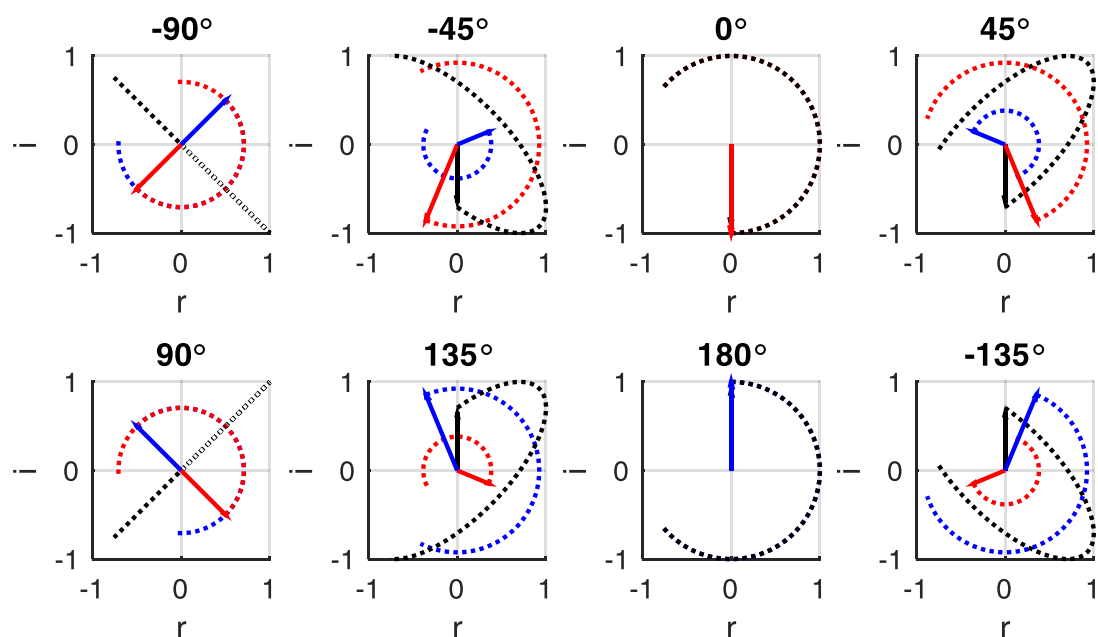
**Obrázek 7-15: Uchycení lopatkového kola a modulu pro buzení lopatek na hřídel**

### 7.2.1. VLIV TVARU TRAJEKTORIE FÁZORU NESYMETRIE NA RELATIVNÍ ROTOROVÉ CHVĚNÍ

Pro buzení lopatek, resp. lopatkového kola, byly použity piezoměniče v konfiguraci uvedené v předchozím experimentu, tj. s vzájemným odstupem  $90^\circ$ . To umožnilo experimentálně budit požadovaný tvar nesymetrie a to pomocí signálu (6.1), kterým byla buzena jedna z lopatek, a pomocí signálu (6.15), kterým byla buzena druhá z lopatek dle matematického aparátu uvedeného v kapitole 6.



Obrázek 7-16: Příklady generovaných nesymetrií buzení lopatek v závislosti na fázovém rozdílu

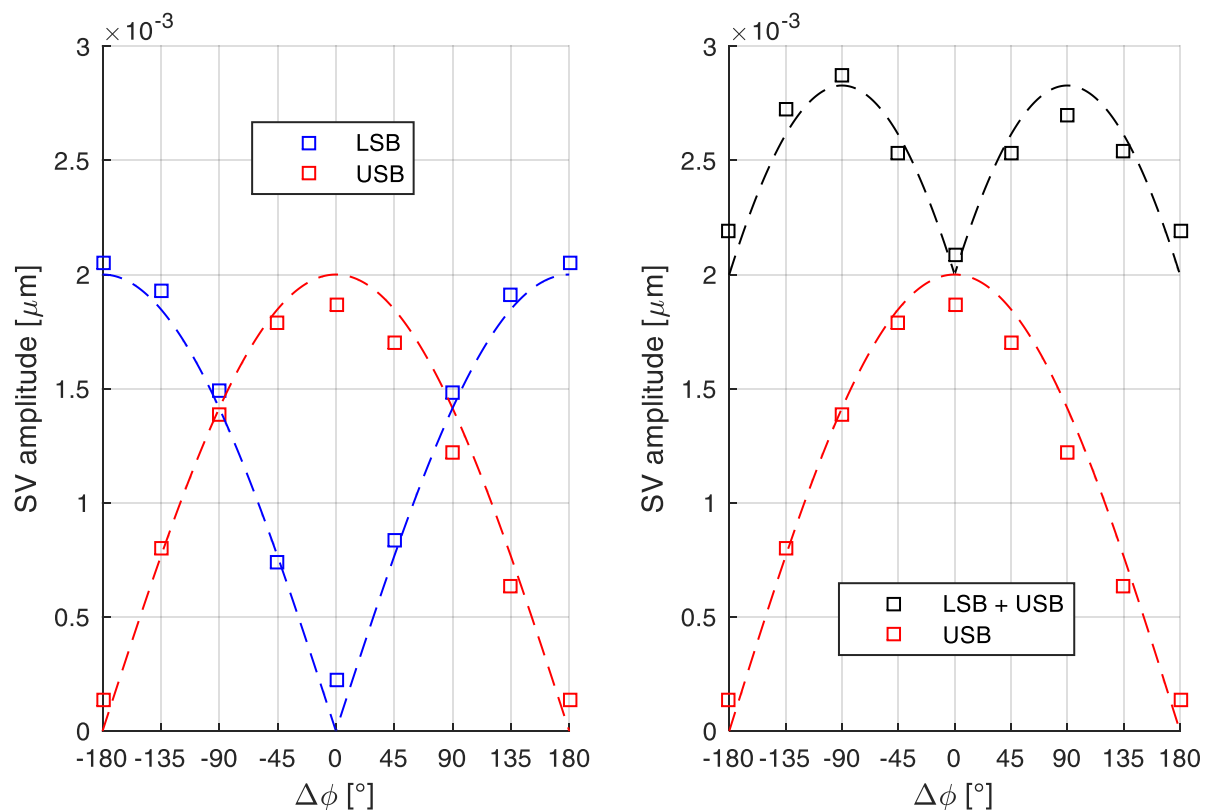


Obrázek 7-17: Rozklad generované nesymetrie na 2 protichůdné fázy



Experiment byl proveden pro speciální případ, kdy amplitudy obou budících signálů byly shodné, a bylo tak možné vybudit požadovaný tvar trajektorie fázoru nesymetrie, kterým byla mj. kružnice. Příklady buzených trajektorií jsou ilustrovány na obrázku 7-16. Experiment byl proveden pro 8 různých tvarů nesymetrie kmitání lopatkového kola. Rozklad generovaných trajektorií vždy na dva protichůdné fázory, viz kapitola 6.3, je ilustrován na obrázku 7-17. Na tomto místě je vhodné zmínit, že směr rotace byl volen dle matematického aparátu v kapitole 6, tzn. proti hodinovým ručičkám. Z toho vyplývá, že za rotace hřídele bude červený fázor reprezentovat USB a modrý fázor LSB. Nesymetrie lopatkového kola byla na rotorovém standu buzena ve formě uvedených trajektorií a na ložiskovém stojanu byl měřen průběh radiálních rotorových vibrací, tj. signál relativního rotorového chvění. Signál byl posléze časofrekvenčně analyzován a byly identifikovány složky USB a LSB. Identifikované amplitudy LSB a USB pro jednotlivé trajektorie fázoru nesymetrie jsou ilustrovány na obrázku 7-18. Zde je třeba uvést, že budící frekvence byla 303 Hz a byla volena s přihlédnutím na fakt, že v okolí této frekvence nebyla identifikována vlastní frekvence žádné ze součástí rotorového standu, tj. hřídele ani lopatkového kola, což by mohlo výsledky experimentu znehodnotit.

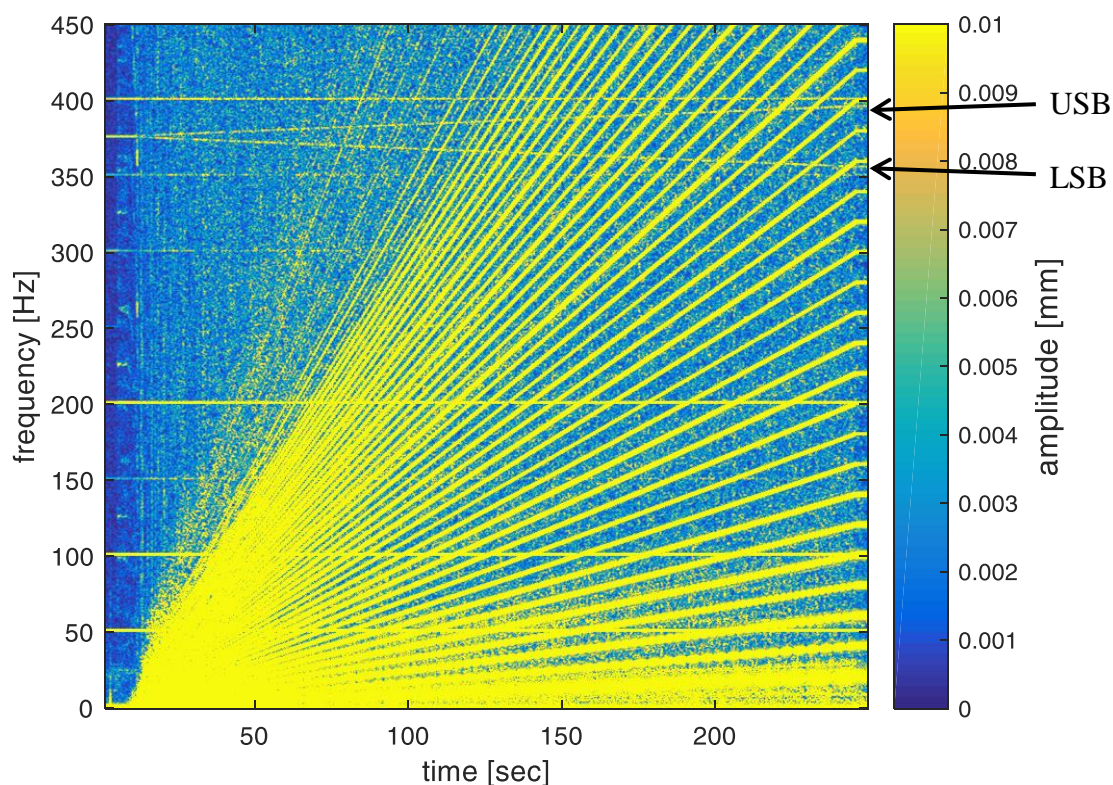
Experimentálně získané hodnoty amplitud USB a LSB buzených trajektorií nesymetrie dle obrázku 7-17 jsou ilustrovány na obrázku 7-18 vlevo. Ten je doplněn předpokládaným tvarem průběhů obou veličin, tj. USB a LSB pro měnící se fázový rozdíl (6.20) – čárkovaně. Z obrázku je patrná shoda mezi předpokládaným a experimentálně získaným poměrem obou veličin. Na obrázku 7-18 vpravo je zobrazen součet amplitud USB a LSB a jejich porovnání s předpokládanou hodnotou. Ta je odvozena v šesté kapitole a obrázek 7-18 navazuje na obrázek 6-7. Výsledky tohoto experimentu opět souhlasí s matematickým aparátem popsáním v kapitole 6.



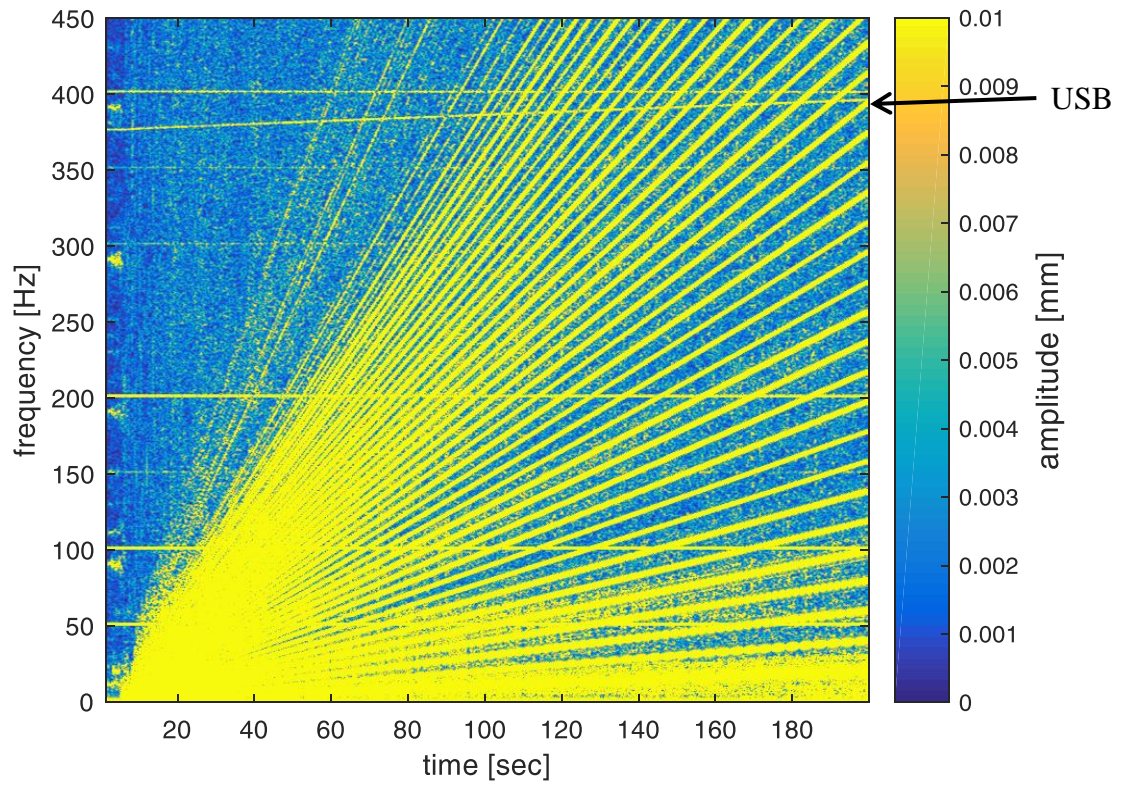
Obrázek 7-18: Experimentálně naměřené amplitudy LSB a USB dle generovaných trajektorií nesymetrie

Závěry z této kapitoly mohou složit k pochopení informace obsažené v amplitudovém spektrogramu signálu relativního rotorového chvění. Z kapitoly 6.3 je zřejmé, že trajektorii nesymetrie – obecně eliptickou – lze interpretovat pomocí dvou protichůdně rotujících fázorů. Ukázalo se, že amplituda LSB reprezentuje amplitudu fázoru rotujícího proti směru rotace hřídele. Amplituda USB pak reprezentuje amplitudu fázoru rotujícího v souhlasném směru s rotací hřídele.

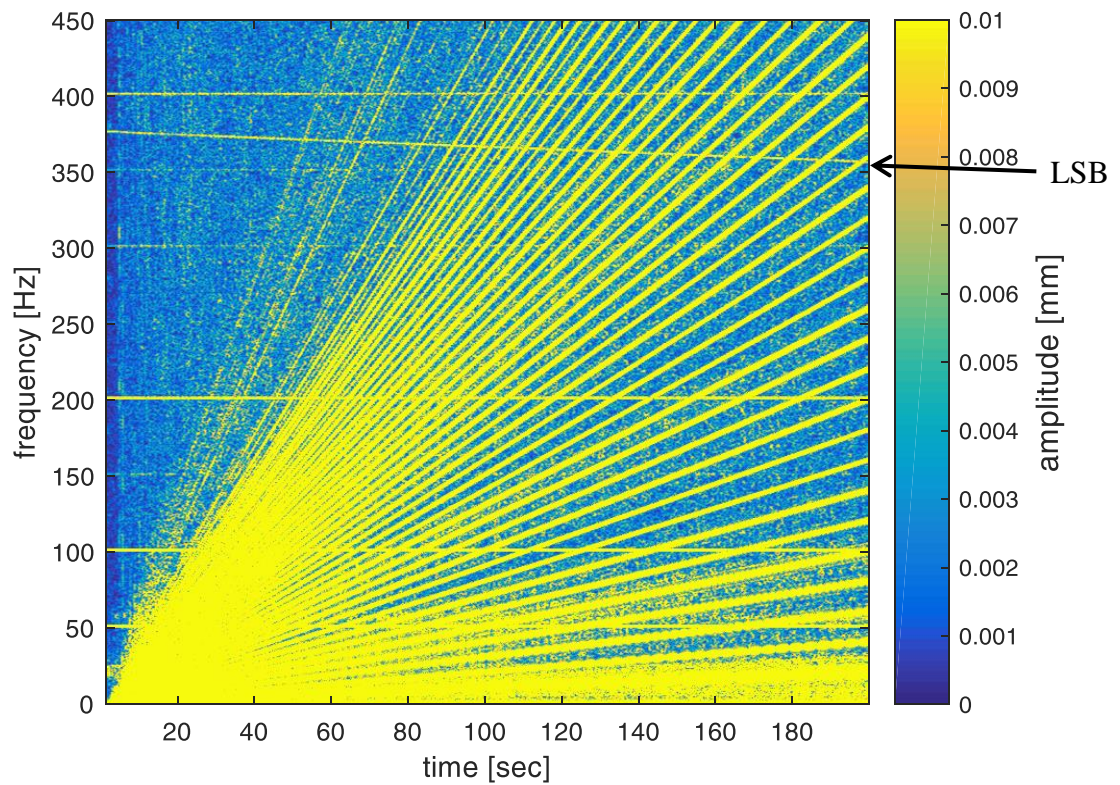
Pro názornost byl změřen nájezd experimentálního rotorového standu z nulových otáček na rychlost 1200 ot/min, což odpovídá frekvenci 20 Hz, pro 3 vybrané trajektorie. První příklad byl pro případ úsečkové nesymetrie, která může být způsobena buzením jedné z lopatek, nebo např. buzením dvou vzájemně ortogonálně umístěných lopatek totožným signálem. Odpovídající amplitudový spektrogram je ilustrován na obrázku 7-19, na němž je patrné, že jsou vybuzeny obě složky USB a LSB, navíc s podobnou amplitudou. Druhý příklad byl pro kruhovou trajektorii nesymetrie, přičemž směr precese byl totožný se směrem rotace. Odpovídající amplitudový spektrogram je ilustrován na obrázku 7-20, na němž je patrné, že je vybuzena pouze složka USB. Třetí příklad byl pro kruhovou trajektorii nesymetrie, přičemž směr její precese byl tentokrát opačný ke směru rotace. Odpovídající amplitudový spektrogram je ilustrován na obrázku 7-21, na němž je patrné, že je vybuzena pouze složka LSB. Tento experiment tak pomohl pochopit a především experimentálně ověřit význam obou složek amplitudové modulace obsažené v rotorovém chvění, které souvisí s kmitáním lopatek.



**Obrázek 7-19: STFT pro buzení lopatek s fázovým rozdílem  $\pm 90^\circ$**



Obrázek 7-20: STFT pro buzení lopatek s fázovým rozdílem  $0^\circ$



Obrázek 7-21: STFT pro buzení lopatek s fázovým rozdílem  $\pm 180^\circ$

## 7.2.2. PRŮBĚH FÁZE LSB A USB A JEJICH VYUŽITÍ PŘI IDENTIFIKACI KMITAJÍCÍ LOPATKY

Kapitola 5 popisuje frekvenční a časofrekvenční metody, které lze využít pro analýzu naměřeného signálu. Základní metodou používanou v praxi je diskretní verze Fourierovi transformace – DFT. Na cestě mezi spojitým průběhem měřené veličiny a její reprezentací pomocí DFT může dojít k několika chybám, které mohou interpretaci signálu pomocí DFT znehodnotit. Tyto chyby je třeba minimalizovat případně respektovat jejich přítomnost a vhodně s nimi pracovat. První chyba může vzniknout vzorkováním spojitě veličiny, tj. tzv. aliasingu efekt. Toho se lze vyvarovat splněním vzorkovacího teorému. Další chybou je analýza neceločíselného počtu period signálu. Řešením uvedeného je použití vhodné okénkové funkce pro převážení signálu. Poslední chyba, která může při zpracování signálu nastat, a která na rozdíl od předchozích nebyla v této práci zatím nijak řešena, je tzv. chyba frekvenční mřížky, resp. jakým způsobem lze určit hodnotu DTFT mimo frekvenční mřížku DFT. Možným řešením je dříve zmíněný zero-padding, který rozšíří počet definovaných bodů DFT. Nicméně se ukazuje, že chyba hodnoty fáze je mimo body DFT lineární, což je vidět např. na obrázku 5-3. Otázkou tak je, jak využít tuto vlastnost pro identifikaci hodnot počátečních fází spektrálních komponent USB a LSB ze signálu relativního rotorového chvění. Ty totiž vstupují do předpisu (6.14), pomocí kterého lze určit úhel nesymetrie 1D kmitání lopatkového kola, resp. číslo kmitající lopatky v případě, že kmitá právě jedna lopatka, případně aproximovat případ, kdy je kmitání jedné z lopatek dominantní. Předpis (6.14) lze upravit do tvaru, kde vystupují počáteční fáze USB a LSB jednostranného spektra, tj. (7.1).

$$\varphi_{rot} = \frac{1}{2} \cdot (\varphi_U - \varphi_L^+) \quad (7.1)$$

Lze předpokládat, že obecně bude frekvence USB, tj.  $f_U$ , pro kterou platí  $f_U = f_{rot} + f_{lop}$  a  $LSB^+$ , tj.  $f_L^+$ , pro kterou platí  $f_L^+ = f_{lop} - f_{rot}$  mimo frekvenční rastr DFT, neboť pro okénko definované délkou nelze předpokládat celočíselný počet period obou složek. Jejich odhad tak musí být proveden pomocí nejbližších bodů DFT. Na obrázku 5-3 bylo ukázáno, že fáze DTFT okénkové funkce má pilovitý průběh přičemž sklon tohoto signálu je  $\pi/\Delta f$ . Uvedené pozorování bylo shrnuto do vztahu (7.2) a (7.3). Fázi signálu o frekvenci, která leží mimo frekvenční rastr DFT lze popsat jako součet nejbližšího bodu DFT a chyby  $\varepsilon$ .

$$\Phi_{DTFT}(f) = \Phi_{DFT}\left(\left[\frac{f}{\Delta f}\right]\right) + \varepsilon \quad (7.2)$$

$$\varepsilon = \left(\left[\frac{f}{\Delta f}\right]\Delta f - f\right) \frac{\pi}{\Delta f} \quad (7.3)$$

Zde je třeba uvést, že platnost předchozích vztahů je podmíněná tím, že zkoumané frekvence  $f$  jsou dostatečně vzdálené od dalších spektrálních složek srovnatelné amplitudy. V případě, kdy by byly známy frekvence  $f_L^+$  a  $f_U$  bylo možné tento poznatek použít pro přímou korekci složek USB a  $LSB^+$ . Protože ale v reálné situaci nemusí být  $f_{lop}$  známá, nejsou známy ani  $f_L^+$  a  $f_U$ . Jelikož ve vztahu pro výpočet úhlu kmitání lopatky (7.1) vystupuje rozdíl fází  $\varphi_U - \varphi_L^+$ , který lze psát jako (7.4), lze využít faktu, že není třeba určit absolutní fáze obou frekvenčních složek USB a  $LSB^+$ , ale lze se zaměřit na otázku, zda by šel tento rozdíl určit přímo z fázového spektra.

$$\varphi_U - \varphi_L^+ = \Phi_{DTFT}(f_U) - \Phi_{DTFT}(f_L^+) \quad (7.4)$$

Ten lze pomocí (7.2) a (7.3) definovat jako (7.5). V případě, že by platila rovnost (7.6), tj. chyby mezi DTFT a DFT by pro obě frekvenční složky  $\varphi_U$  a  $\varphi_L^+$  byly stejné, pak by bylo možné fázový rozdíl z (7.1) určit přímo z DFT (7.7). Předpokládat platnost (7.6) lze pro případ, kdy jsou obě frekvenční složky dostatečně vzdáleny ve spektru od ostatních složek srovnatelné amplitudy a zároveň jsou od rastru DFT ve stejné vzdálenosti. To lze zaručit v případě, že je analyzován signál obsahující celočíselný počet period otáček. Uvedené vyplývá z vlastností amplitudové modulace s potlačenou nosnou a matematického aparátu, který byl popsán v předešlých částech této práce.

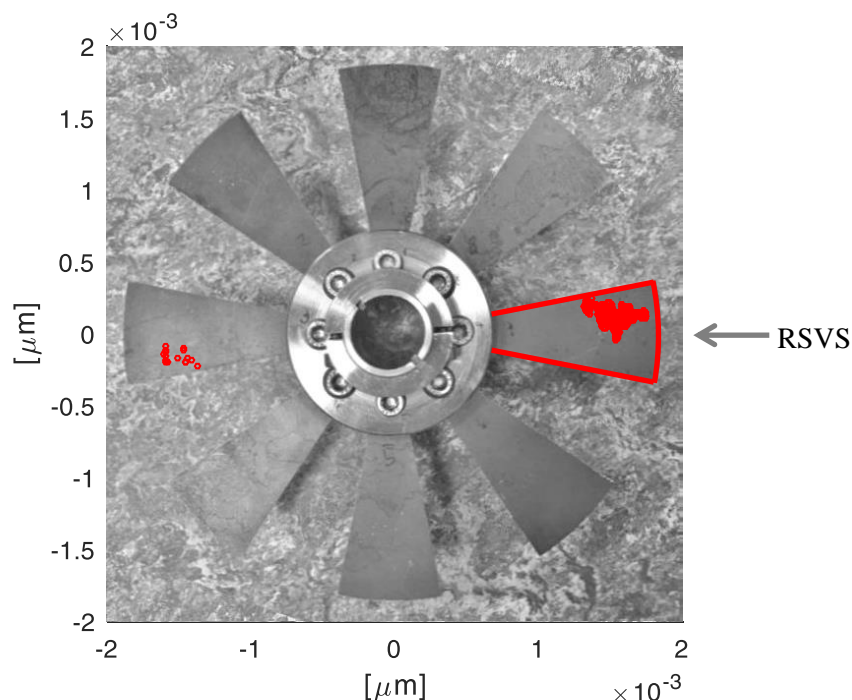
$$\Phi_{\text{DTFT}}(f_U) - \Phi_{\text{DTFT}}(f_L^+) = \Phi_{\text{DFT}}\left(\left[\frac{f_U}{\Delta f}\right]\right) + \varepsilon_U - \Phi_{\text{DFT}}\left(\left[\frac{f_L^+}{\Delta f}\right]\right) - \varepsilon_L^+ \quad (7.5)$$

$$\varepsilon_U = \varepsilon_L^+ \quad (7.6)$$

$$\Phi_{\text{DTFT}}(f_U) - \Phi_{\text{DTFT}}(f_L^+) = \Phi_{\text{DFT}}\left(\left[\frac{f_U}{\Delta f}\right]\right) - \Phi_{\text{DFT}}\left(\left[\frac{f_L^+}{\Delta f}\right]\right) \quad (7.7)$$

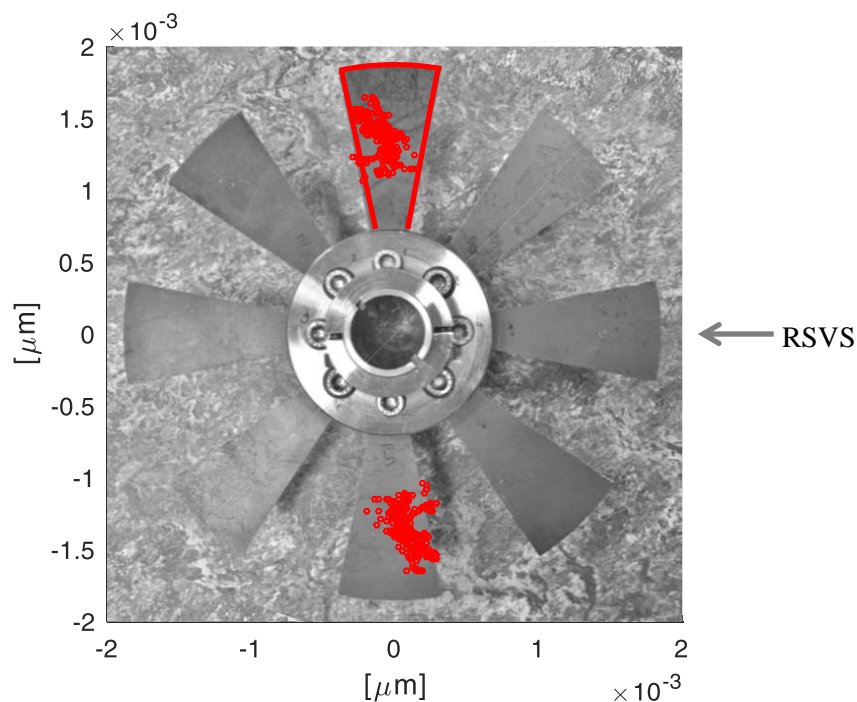
Praktické použití předchozích vztahů bylo ověřeno experimentem. V technické praxi, resp. při diagnostice oběžných lopatek parních turbín zůstává otázkou, zda lze zaručit přítomnost lopatkových frekvencí, jejichž pásmo bude dostatečně úzké tak, aby bylo možné zajistit platnost předchozích vztahů, potažmo správnou interpretaci získaných výsledků. U volných lopatek by předpoklad jedné lopatkové frekvence byl negován přítomným mistuningem. U vázaných lopatek by byla situace opačná. Nicméně primární motivací experimentu popsaného v této kapitole bylo podpořit platnost matematického aparátu, který byl sestaven v kapitole 6.

Celkem byly provedeny 4 experimenty, při kterých se postupně měnil parametr  $\varphi_{rot}$  (6.33), tj. počáteční fáze natočení lopatkového kola vzhledem k referenčnímu bodu, kterým byla fázová značka. Buzena byla právě jedna z lopatek pomocí piezoměniče, viz předchozí text. Aby bylo možné získané výsledky jednoduše interpretovat, byla reálná souřadnice lopatkového kola ztotožněna s osou buzené lopatky. Lopatkové kolo bylo na hřídel upevněno tak, aby úhel mezi snímačem a buzenou lopatkou byl  $0^\circ$ , tj.  $\varphi_{rot} = 0^\circ$ , právě v okamžiku, kdy signál fázové značky generuje náběžnou hranu. Tento okamžik byl prohlášen za počátek měření, přičemž bylo měřeno vždy 600 otáček lopatkového kola při rychlosti otáčení  $f_{rot} = 10$  Hz, vzorkovací frekvenci  $f_s = 25$  kHz a budicí frekvenci lopatky  $f_{lop} = 375$  Hz. Hodnota buzení byla opět volena mimo oblast rezonance jakékoliv součásti rotorového standu. Takto naměřený signál relativního rotorového chvění byl následně zpracován Fourierovou transformací, ze které měla být hodnota  $\varphi_{rot}$  estimována pomocí (7.1), resp. (7.7). Zpracován byl úsek signálu obsahující právě 100 otáček, přičemž takových úseků bylo v naměřeném signálu 500 s krokem jedna otáčka. Výsledek estimace parametru  $\varphi_{rot}$ , který v tomto případě přímo vyjadřuje úhel buzené lopatky, tzn. konkrétní lopatku v rámci celého kola, je ilustrován na obrázku 7-22. Buzená lopatka je na obrázku ilustrována červeným obrysem. Počáteční pozice buzené lopatky vzhledem ke snímači rotorového chvění je naznačena šedou šipkou s popiskem RSVS (Radial Shaft Vibration Sensor). Červené body ilustrují koncový bod fázoru identifikované nesymetrie, přičemž právě úhel tohoto fázoru reprezentuje  $\varphi_{rot}$ . Z obrázku je zřejmé, že červené body identifikace leží skutečně na buzené lopatce, případně na lopatce, která je středově souměrná podle středu hřídele. To vychází z poznatku, že kmitání jedné lopatky a kmitání opačně umístěné lopatky s opačnou fází způsobí stejný průběh trajektorie hřídele. Jinými slovy – jelikož i nesymetrie je kmitavá veličina, není možné její fázor interpretovat pouze v jedné polorovině komplexní roviny ale naopak.

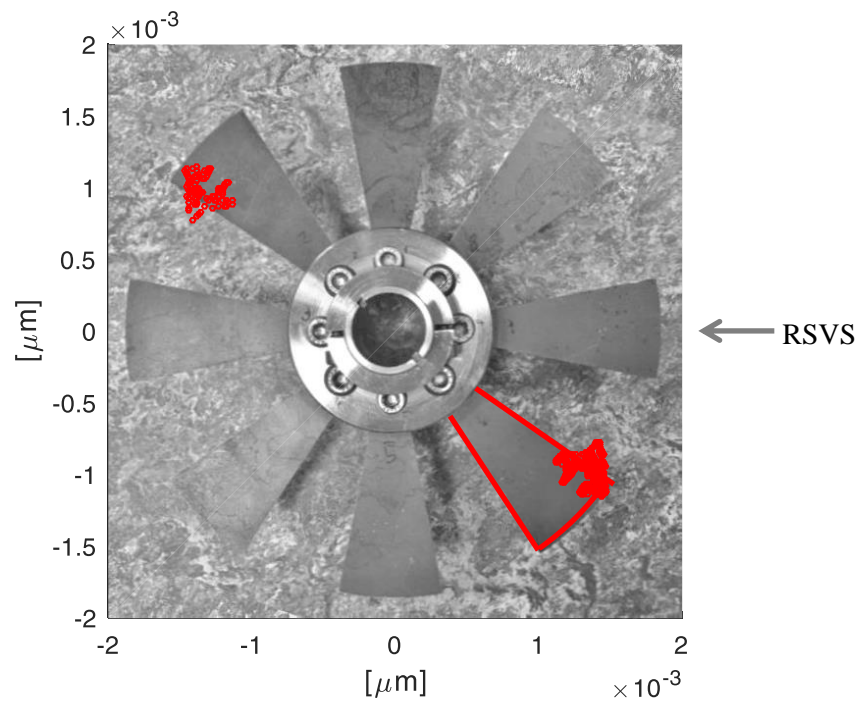


Obrázek 7-22: Identifikace kmitající lopatky pro  $\varphi_{rot} = 0^\circ$

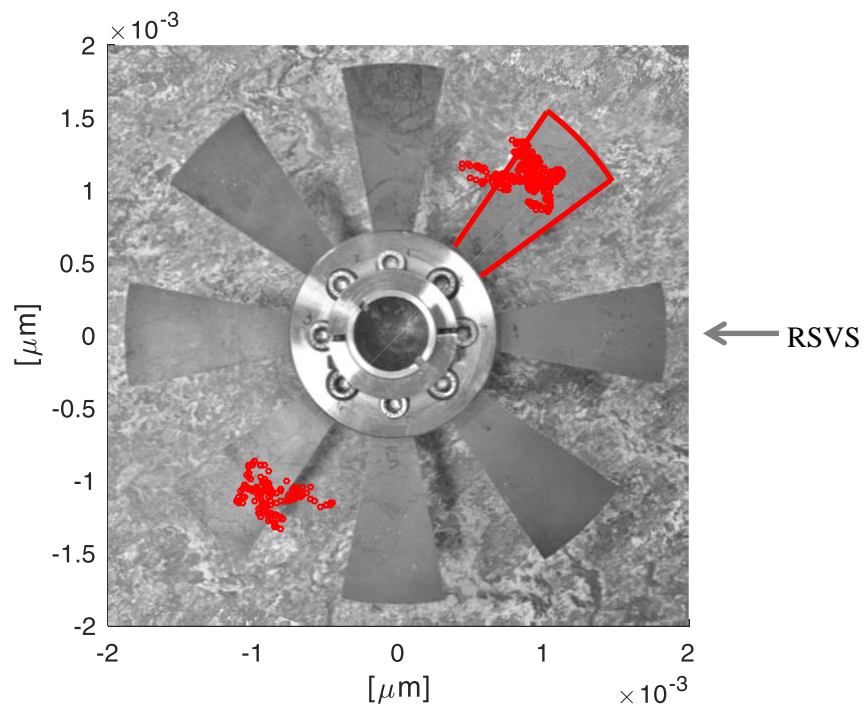
Experiment byl postupně proveden také pro případ  $\varphi_{rot} = 45^\circ$ ,  $\varphi_{rot} = 90^\circ$ ,  $\varphi_{rot} = -45^\circ$ . Příslušné výsledky jsou ilustrovány na obrázku 7-25, resp. 7-23 a 7-24. Z uvedených výsledků je zřejmé, že korespondují s matematickým aparátém odvozeným v kapitole 6. Takto provedená identifikace dává dobré výsledky i přesto, že byly analyzovány reálně naměřené signály zatížené šumem. Přesnost identifikace může být ovlivněna také přesností upevnění lopatkového kola na hřídel. Určení roviny, v němž lopatkové kolo kmitá, tj. číslo kmitající lopatky, bylo nicméně ve všech případech určeno spolehlivě - pouze v případě  $\varphi_{rot} = 45^\circ$  byla přesnost určení kmitající lopatky, resp. jejího směru, nad změřenými daty 98,8%.



Obrázek 7-23: Identifikace kmitající lopatky pro  $\varphi_{rot} = 90^\circ$



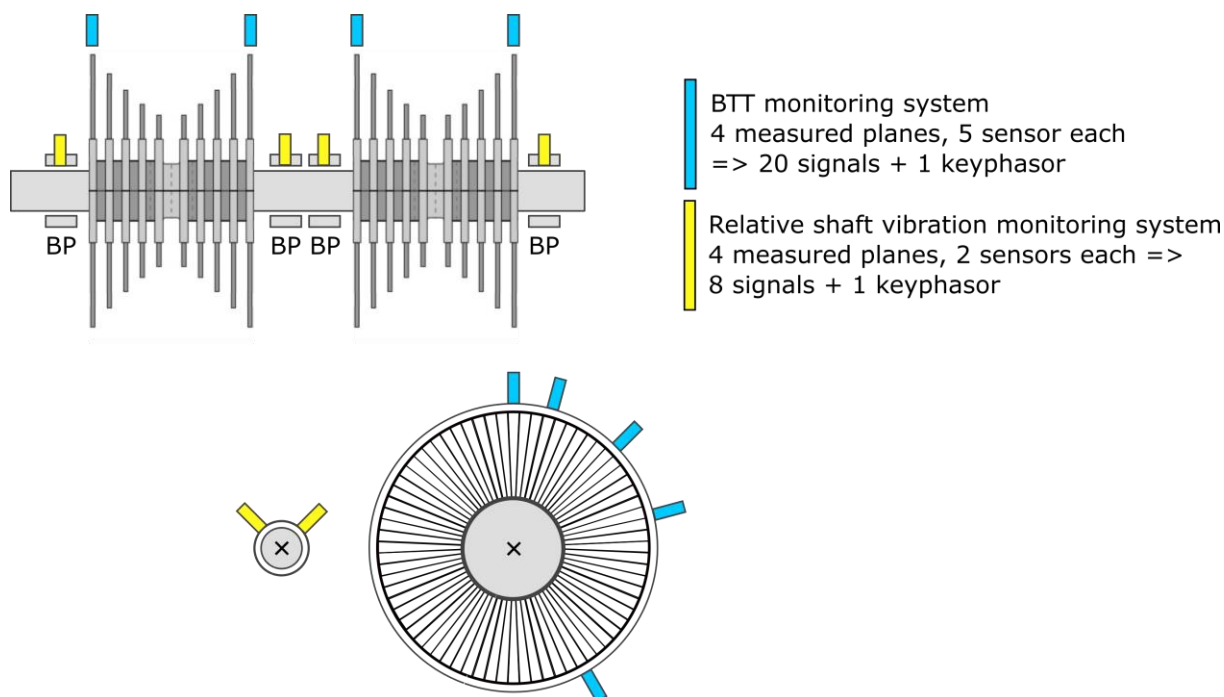
Obrázek 7-24: Identifikace kmitající lopatky pro  $\varphi_{rot} = -45^\circ$



Obrázek 7-25: Identifikace kmitající lopatky pro  $\varphi_{rot} = 45^\circ$

## 8. OVĚŘENÍ V PROVOZU PARNÍ TURBÍNY TG 660 MW

V předchozí kapitole byla ověřena platnost odvozeného způsobu šíření kmitání lopatek na hřídel pomocí měření na rotorovém standu. V této kapitole bude popsáno měření, které bylo realizováno na reálném turbosoustrojí. Konkrétně se jednalo o TG 660 MW, na kterém byly paralelně instalovány 2 systémy měření vibrací – systém VMS založený na metodě BTT, který měří kmitání špiček lopatek, viz kapitola 2, a systém založený na měření relativního rotorového chvění – RAMS. Konfigurace jejich paralelní instalace je ilustrována na obrázku 8-1. Měřeny byly 4 roviny – v případě systému BTT se jednalo vždy o rovinu posledního lopatkového kola LSB, v případě systému relativního rotorového chvění byly snímače instalovány v rovině ložiskového stojanu sousedícího s LSB. Každá rovina byla v případě metody BTT osazena snímači neekvidistantně umístěnými po obvodu lopatkového kola. Měřená rovina v případě systému relativního rotorového chvění byla ve standardní konfiguraci dvou snímačů, které jsou vzhledem k sobě pootočené o  $90^\circ$  a o  $45^\circ$  vzhledem ke svislici. Snímače BTT jsou na obrázku 8-1 ilustrovány modře a snímače rotorového chvění žlutě. BP (Bearing Pedestal) označuje ložiskový stojan.

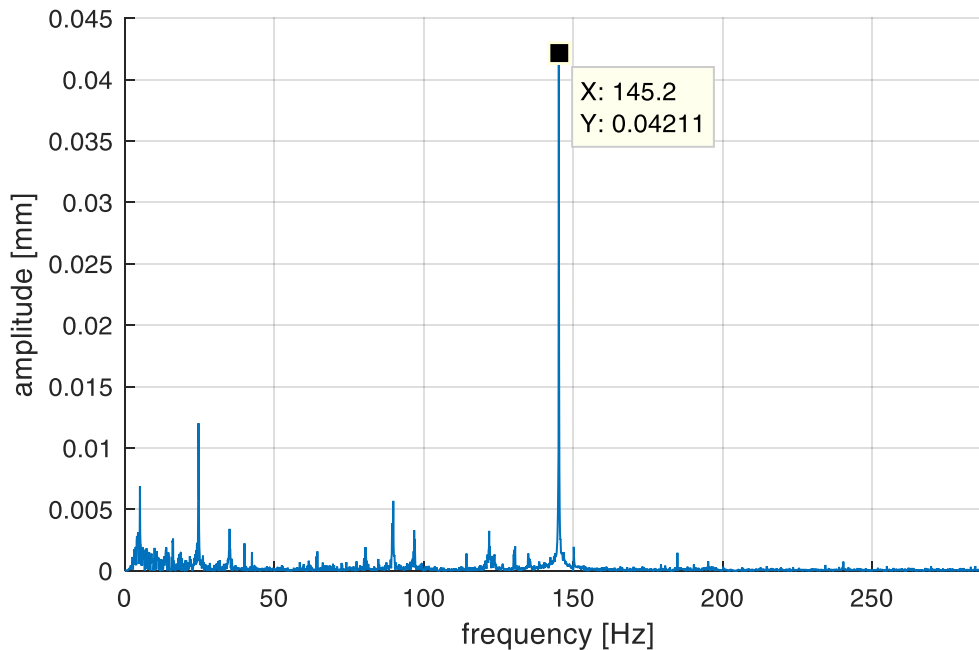


**Obrázek 8-1: Konfigurace paralelní instalace systému VMS pro měření lopatkových vibrací a RAMS pro měření relativních rotorových vibrací**

Monitorovaný TG 660 MW byl osazen vázanými lopatkami, které byly vzájemně propojeny tak, aby si sousední lopatky byly zároveň tlumícím prvkem, viz kapitola 4. Měření metodou BTT bylo použito jako referenční měření pro vyhodnocení lopatkových vibrací z rotorového chvění dle modelu, který byl popsán v kapitole 6. Na tomto místě je třeba si uvědomit, že měření metodou BTT nesnímá přímo axiální složku kmitání lopatek, ale ze svého principu se jedná o tangenciální složku kmitání. Díky tvaru hrany snímané lopatky však měření metodou BTT dokáže zachytit obě složky kmitání lopatek. V případě axiálního tvaru kmitu lze předpokládat, že axiální složka bude v naměřených datech metodou BTT dominantní, a BTT tak lze použít jako referenční měření.



Metodou BTT byla vyhodnocena amplituda, frekvence a fáze kmitání jednotlivých lopatek vždy pro časové okno 10 s. Ukázka amplitudového spektra kmitání jedné z monitorovaných lopatek je na obrázku 8-2. Z něj je patrná dominantní složka 145,2 Hz, která odpovídá prvnímu axiálnímu vlastnímu tvaru kmitu lopatky.



Obrázek 8-2: Amplitudové spektrum kmitání lopatky č. 1, TG 660 MW

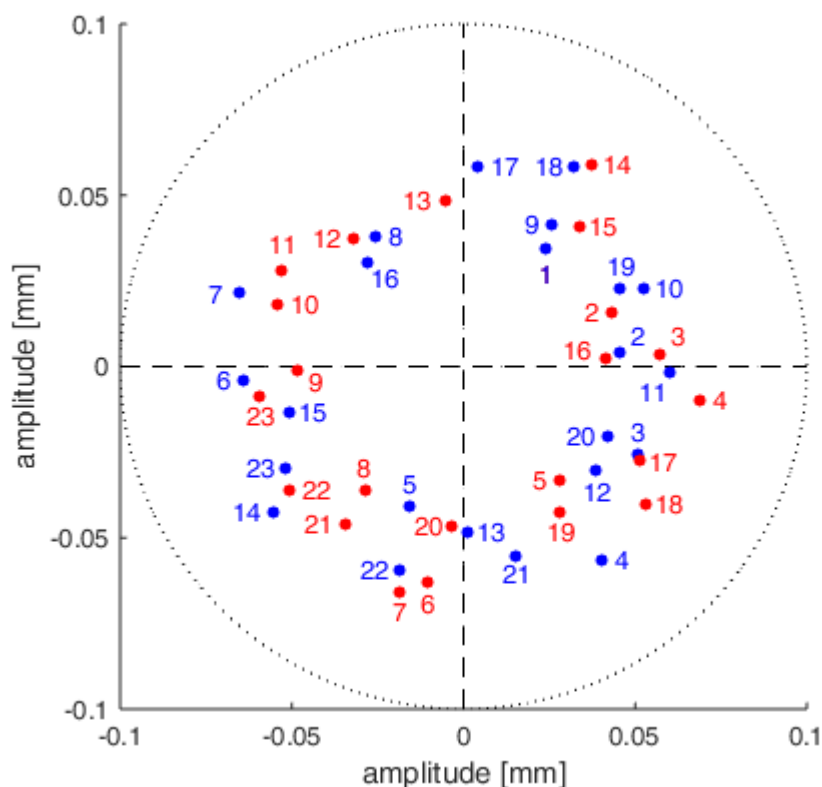
Pomocí fázového spektra lze obdobným způsobem identifikovat fáze kmitání lopatek. Na tomto místě je důležité si uvědomit, že z principu metody BTT, je kmitání každé z lopatek měřeno v jiném čase, který je dán okamžikem průletu špičky lopatky pod snímačem BTT, je proto nutné počáteční fáze kmitání jednotlivých lopatek synchronizovat ke společnému referenčnímu času. Je zřejmé, že počáteční fáze  $i$ -té lopatky bude opožděná oproti počáteční fázi lopatky, která ji následuje. Z tohoto důvodu je nutné počáteční fázi každé následující lopatky kompenzovat výrazem (8.1). Člen  $t_{b2b}$  v (8.1) reprezentuje očekávaný čas mezi průletem dvou po sobě jdoucích lopatek a lze jej vyjádřit pomocí (8.2). Člen  $\alpha_{b2b}$  reprezentuje úhel mezi dvěma po sobě jdoucími lopatkami (8.3), přičemž je předpokládáno jejich rovnoměrné rozmístění po obvodu lopatkového kola.

Příklad časové synchronizace počáteční fáze je pro prvních 23 lopatek ilustrován na obrázku 8-3. Fáze jsou synchronizovány k času průletu lopatky č. 1 pod snímačem. Úhel mezi lopatkami je  $\alpha_{b2b} \doteq 0,0924$  rad, neboť  $N_{lop} = 68$  (8.3). Čas mezi průletem dvou po sobě jdoucích lopatek pod snímačem je  $t_{b2b} \doteq 0,000294$  s, neboť  $f_{rot} = 50$  Hz (8.2). Korekce počáteční fáze pro  $i$ -tou lopatku tak je  $\gamma_i \doteq i \cdot 0,268$  rad, neboť  $f_{lop} = 145,2$  Hz (8.1), viz obrázek 8-2.

$$\gamma_i = i \cdot 2\pi \cdot f_{lop} \cdot t_{b2b} \quad (8.1)$$

$$t_{b2b} = \frac{\alpha_{b2b}}{2\pi \cdot f_{rot}} \quad (8.2)$$

$$\alpha_{b2b} = \frac{2\pi}{N_{lop}} \quad (8.3)$$

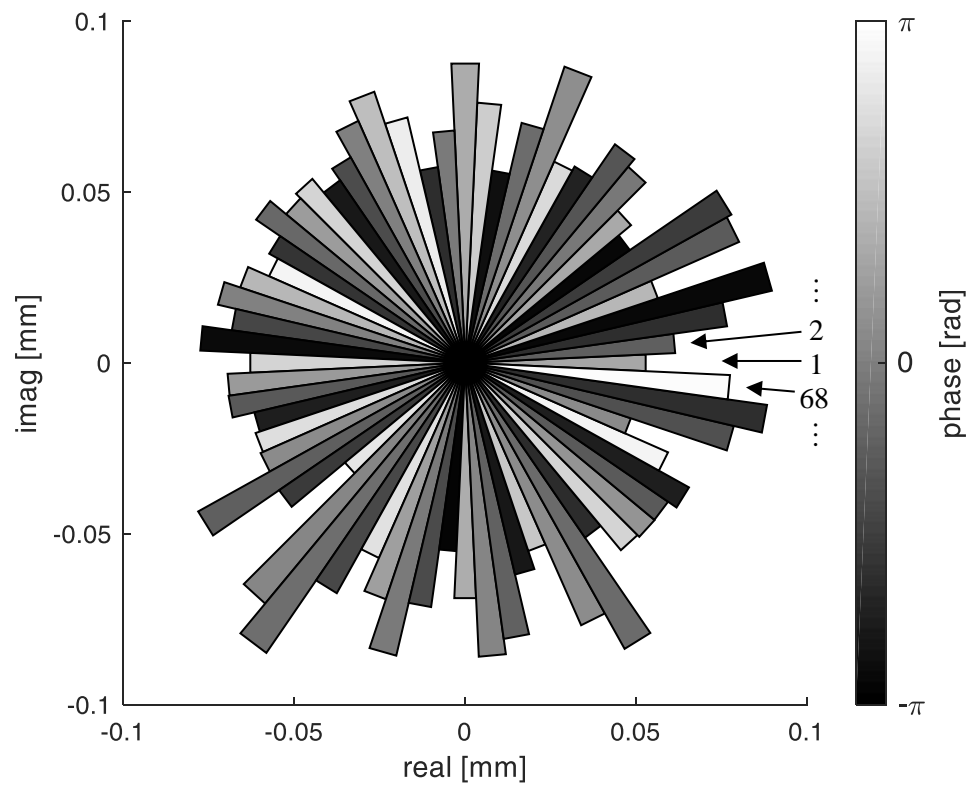


**Obrázek 8-3: Časová synchronizace fáze kmitajících lopatek identifikovaná metodou BTT**

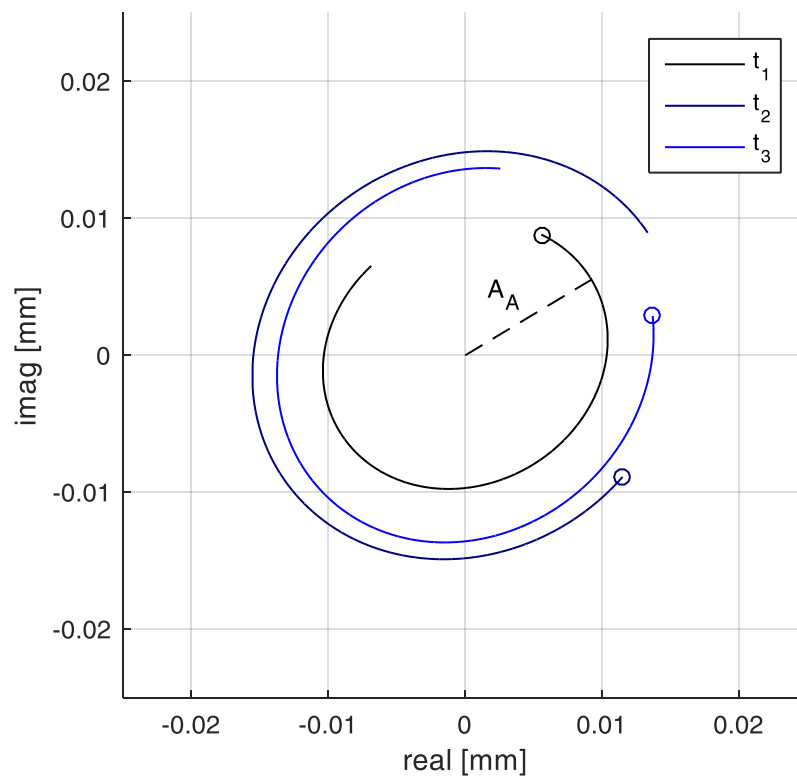
Fázory kmitání lopatek identifikované přímo z BTT jsou na obrázku 8-3 ilustrovány červeně. Fázory s korigovanou fází jsou ilustrovány modře. Korigovaný fázor mění svou fázi, resp. úhel na obrázku 8-3, dle (8.1). Z porovnání fázorů stejné lopatky před a po korekci a jejího čísla je princip korekce z tohoto obrázku zřejmý. Z uvedeného plyne také volba 23 lopatek na obrázku 8-3, neboť fázová korekce lopatky 24 je již větší než  $2\pi$  a obrázek by ztratil ilustrativnost.

Synchronizované kmitání lopatek lze zobrazit dle skutečného uspořádání lopatek pomocí amplitudo-fázové ilustrace na obrázku 8-4. Amplitudu kmitání reprezentuje velikost příslušné lopatky. Fází kmitu pak reprezentuje její barva. Číslování lopatek je proti směru hodinových ručiček a je na obrázku 8-4 naznačeno. Z obrázku je patrné, že lopatkové kolo obsahuje 8 uzlových průměrů, a dominantním tvarem kmitání je tak 8 ND, viz kapitola 4. To koresponduje s provedenou all-blade analýzou, při které je zpracováván signál vzniklý posloupností časů detekce od všech lopatek, na rozdíl od single-blade analýzy, při které je posloupnost časů detekce omezena jen na jednu konkrétní lopatku, viz kapitola 2.2. Tento výsledek mj. potvrzuje nutnost provedení fázové synchronizace.

Takto získané parametry kmitání jednotlivých lopatek již mohou vstupovat do odvozeného matematického modelu z kapitoly 6.3, pomocí něhož lze určit průběh nesymetrie kmitání lopatkového kola pomocí (6.37), (6.38). Pro několik časových okamžiků je výsledná nesymetrie ilustrována na obrázku 8-5, z něhož je patrné, že identifikované trajektorie nesymetrie mají velmi podobný tvar, nepříliš vzdálený kružnici, se souhlasnou precesí vzhledem ke směru otáčení hřídele. Ta se otáčí směrem postupného průchodu lopatek pod snímačem BTT s rostoucím číslem, tzn. také po směru hodinových ručiček. Pro pozdější využití je na tomto místě definovaná velikost hlavní poloosy trajektorie nesymetrie kmitání lopatek a značena  $A_A$ .

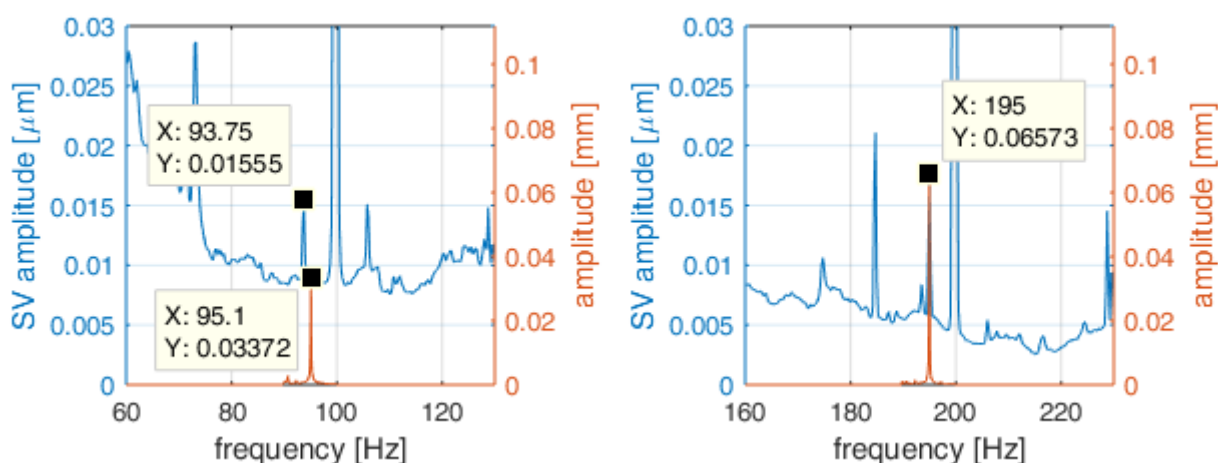


Obrázek 8-4: Amplitudo-fázová ilustrace kmitání lopatek 1F NT dílu TG 660 MW



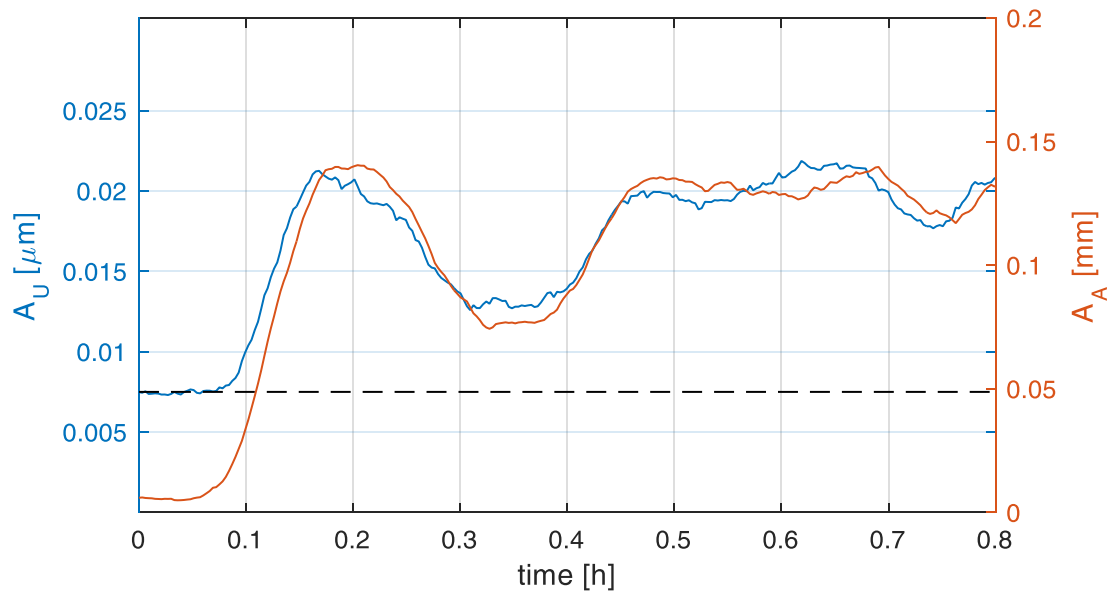
Obrázek 8-5: Nesymetrie kmitání lopatkového kola

Způsob, jakým se bude identifikovaná nesymetrie projevat v signálu relativního rotorového chvění, lze určit dle matematického modelu, který byl odvozen v kapitole 6. Amplitudové spektrum, resp. amplitudy LSB a USB budou dány pomocí (6.57) a (6.56). Na obrázku 8-6 je modře ilustrováno amplitudové spektrum relativního rotorového chvění v pásmu okolo LSB a USB, tj. kolem frekvence 95 Hz, resp. 195 Hz. Z obrázku je patrné, že ve spektru je viditelná pouze složka USB. Červeně je ilustrován projev nesymetrie, která byla spočítána pomocí (6.57) a (6.56). Aby bylo možné porovnat poměr amplitudy LSB a USB definovaných pomocí matematického modelu z kapitoly 6 a amplitud získaných přímo ze spektra rotorového chvění, byly hodnoty amplitud USB obou přístupů v obrázku 6-6 ztotožněny. Důležitým poznatkem je, že po této operaci, je hodnota estimované amplitudy LSB a naměřené amplitudy LSB prakticky shodná, což vyjadřuje, že poměr LSB a USB je v případě estimovaných hodnot shodná s naměřenými hodnotami, což potvrzuje odvozenou teorii, která byla uvedena v předchozí části této práce. Je také zřejmé, že LSB není v amplitudovém spektru rotorového chvění patrná, neboť dle uvedeného porovnání je její velikost na úrovni okolního šumu pozadí.

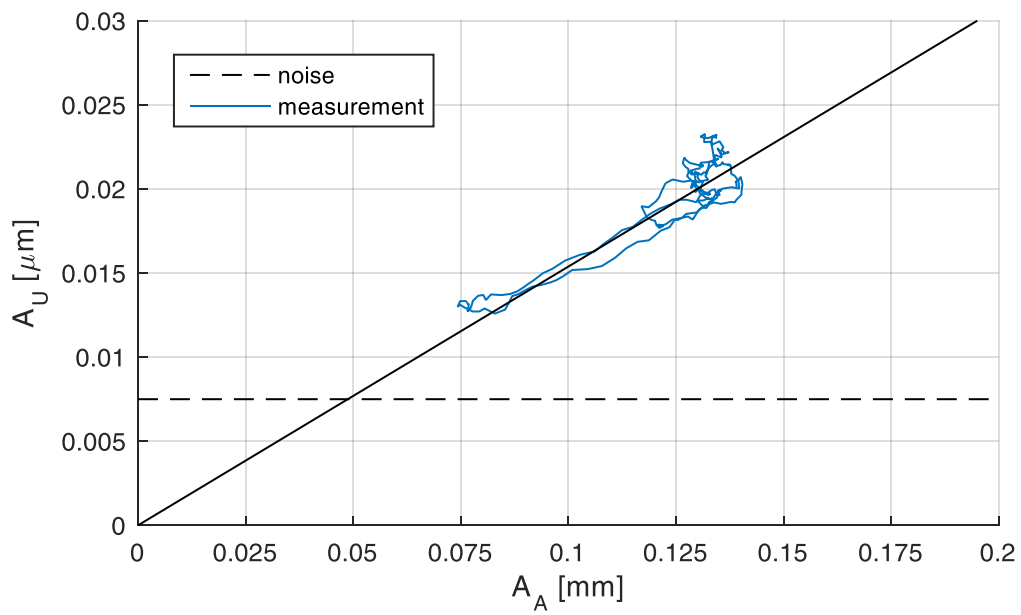


**Obrázek 8-6: Porovnání estimace projevu nesymetrie s naměřeným signálem rotorového chvění – LSB, USB**

Na podporu výše uvedeného bylo provedeno porovnání také v časové rovině obou paralelně instalovaných systémů – VMS, RAMS, viz obrázek 8-7. První veličinou, která je na obrázku 8-7 reprezentována červeně, je velikosti hlavní poloosy eliptické trajektorie nesymetrie, která byla získána pomocí vztahů odvozených v kapitole 6 na základě měření systémem VMS. Druhou z veličin, která je na obrázku 8-7 reprezentována modře, je amplituda USB identifikovaná ze signálu relativního rotorového chvění, resp. systému RAMS. Byla zvolena právě amplituda USB, neboť amplituda LSB nebyla v signále rotorových vibrací dostatečně vybudena, viz obrázek 8-6. Na obě veličiny byl aplikován klouzavý průměr o délce okna 4 minuty. Z obrázku 8-7 je zřejmé, že obě veličiny jsou vzájemně dobře korelované. Výjimkou je stav, kdy velikost nesymetrie není dostatečná, aby byl její projev větší, než je šum v signále relativního rotorového chvění. Tato úroveň je ilustrována čárkovanou černou linií. Závislost obou veličin je ilustrována také na obrázku 8-8. Z něj je patrné, že korelační vztah obou veličin je téměř lineární. Oblast pod čárkovanou černou linií reprezentuje stav, kdy je šum větší než velikost nesymetrie, která se tak v signále rotorového chvění neprojevuje. Tím se opět potvrzuje závěr uvedený v kapitole 6, že nesymetrie kmitání lopatkové kola musí být dostatečně velká, aby bylo možná ji detekovat v signále rotorového chvění. Ověřením vlastností nesymetrie nad reálnými daty z provozu TG 660 MW bylo ukázáno, že projev kmitání lopatek v signále rotorového chvění je zcela jistě ve vztahu s velikostí nesymetrie. Tento vztah lze navíc v případě pozorovaného TG 660 MW považovat za lineární, viz obrázek 8-8.



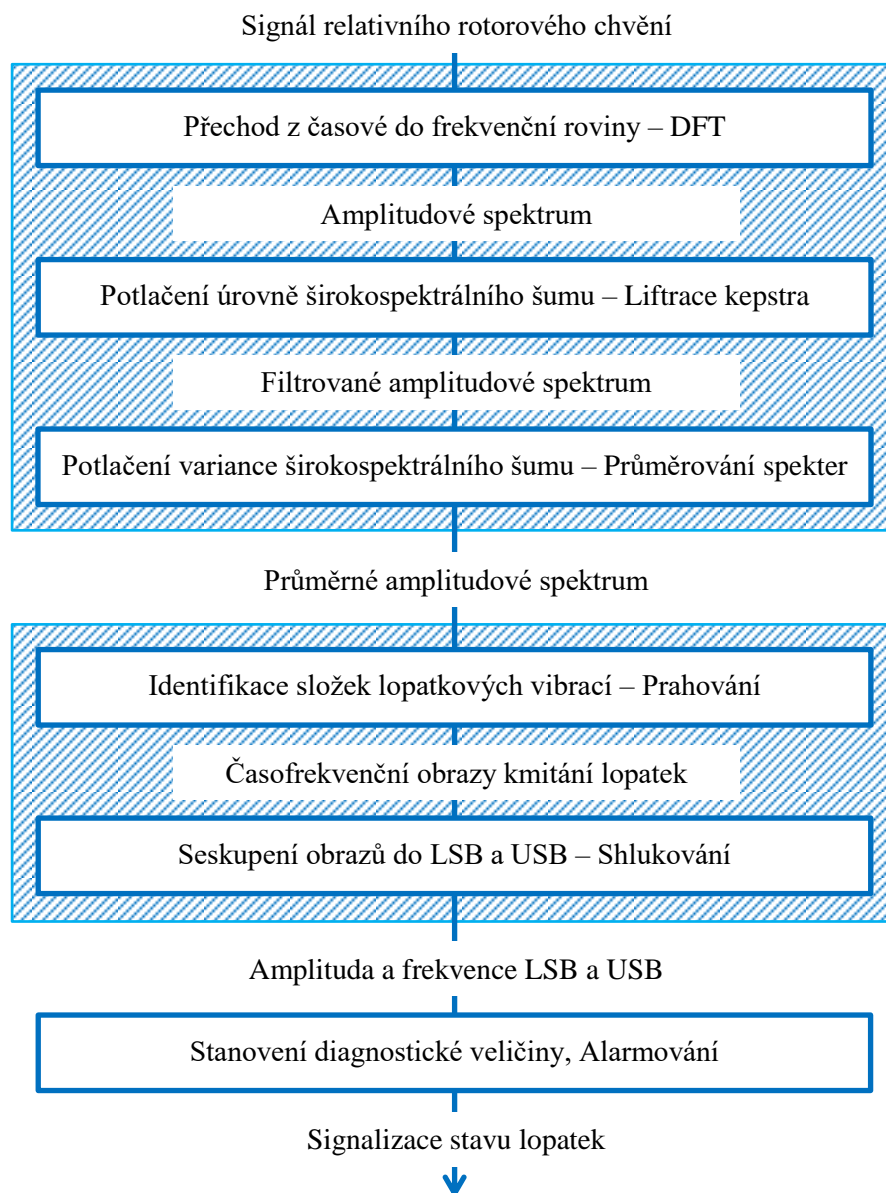
Obrázek 8-7: Porovnání velikosti hlavní poloosy nesymetrie s velikostí amplitudy USB



Obrázek 8-8: Závislost velikosti hlavní poloosy nesymetrie na velikostí amplitudy USB

## 9. NÁVRH SYSTÉMU AUTOMATICKÉHO MONITOROVÁNÍ LOPATKOVÝCH VIBRACÍ Z ROTOROVÉHO CHVĚNÍ

Pro potřeby monitorování lopatkových vibrací pomocí signálu relativního rotorového chvění byl navržen algoritmus, jenž vychází ze závěrů, které byly sepsány v předchozích částech této práce. Blokové schéma navrženého SW je ilustrováno na obrázku 9-1. Signál rotorového chvění je nejprve předzpracován, což je reprezentováno prvním světle modrým boxem. Předzpracování zahrnuje přechod z časové do frekvenční roviny pomocí diskrétní Fourierovy transformace, potlačení úrovně šumu signálu pomocí liffrování kepra a konečně průměrování amplitudových spekter, pro potlačení variance šumu. Po předzpracování signálu následuje identifikace složek lopatkových vibrací. Uvedené je ilustrováno druhým světle modrým boxem na obrázku 9-1. Identifikace zahrnuje proces prahování, shlukování a filtraci. Posledním krokem je stanovení diagnostické veličiny, její sledování a vyvolání alarmu v případě, že je její hodnota mimo definované meze. Detailní popis jednotlivých operací je součástí následujících subkapitol.



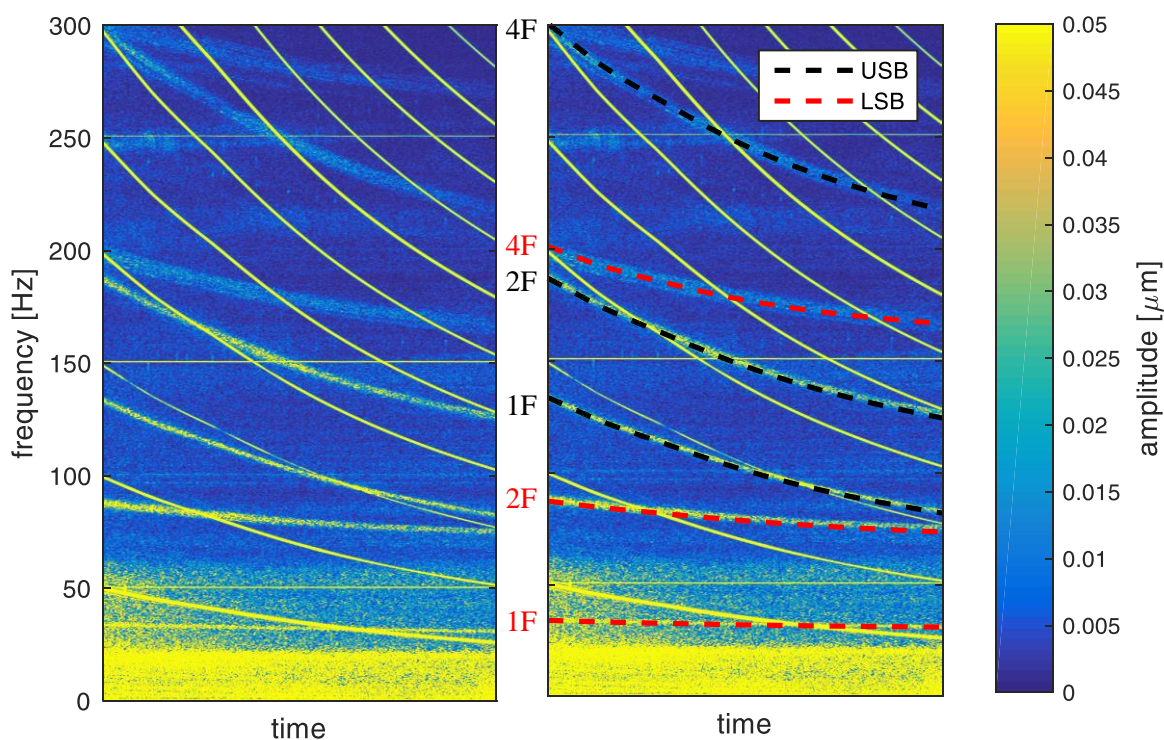
Obrázek 9-1: Blokové schéma navrženého algoritmu automatického monitorování lopatkových vibrací

## 9.1. IDENTIFIKACE VLASTNÍCH FREKVENCÍ LOPATEK V PROVOZU TG

Aby bylo možné automaticky monitorovat lopatkové vibrace pomocí navrženého algoritmu, je požadována alespoň přibližná znalost vlastních lopatkových frekvencí. Ty se obvykle počítají již během návrhu lopatky některou z konečně prvkových metod a lze je ilustrovat pomocí Campbellova diagramu, který je podrobněji popsán v kapitole 4.3. Vlastní frekvence kmitání lopatek se však mohou změnit samotnou instalací uvnitř turbosoustrojí, což se v praxi děje a což takto získaný Campbellův diagram nereflektuje. Je tak nutné rozlišovat tzv. výpočtový Campbellův diagram, který je jedinečný pro jeden typ lopatek, a tzv. provozní Campbellův diagram, který se i pro jeden typ lopatek může stroj od stroje lišit.

Pro identifikaci provozního Campbellova diagramu, tj. vlastních frekvencí instalovaných lopatek, byl navržen nástroj, který je podrobně popsán např. v (Liška et al., 2018). Jeho vstupem je výpočtový Campbellův diagram, signál relativního rotorového chvění a signál fázové značky. Ze signálu rotorových vibrací jsou postupně extrahovány komponenty příslušící vibračním lopatek, tj.  $f_U$  a  $f_L^+$ . To, zdali se jedná o složku LSB nebo USB, se určuje pomocí výpočtového Campbellova diagramu. Skutečné vlastní frekvence kmitání lopatek lze snadno určit ze znalosti vztahů odvozených v kapitole 6, tj.  $f_{lop} = f_U - f_{rot}$ , resp.  $f_{lop} = f_L^+ + f_{rot}$ , přičemž  $f_{rot}$  lze určit zpracováním signálu fázové značky. Uvedené lze provést pro všechny rodiny, případně uzlové průměry, jsou-li v rotorovém chvění dostatečně vybudeny. Výstupem je provozní Campbellův diagram, jehož definiční obor odpovídá otáčkové rychlosti, při které byl vibrační signál rotorového chvění naměřen. Nespornou výhodou tohoto přístupu je skutečnost, že vlastní frekvence kmitání lopatek lze určit přímo za provozu turbíny bez nutnosti její odstávky.

Příkladem může být situace ilustrovaná na obrázku 9-2. Na něm je zobrazen amplitudový spektrogram signálu relativního rotorového chvění, který byl naměřen na TG 660 MW. Jedná se o snížení otáčkové rychlosti z nominálního provozu, tj. 3000 ot/min na hodnotu 1500 ot/min.



Obrázek 9-2: STFT spektrogram sjezdu z nominálních otáček a identifikace LSB a USB

V pravé části jsou do tohoto spektrogramu zobrazeny identifikované komponenty lopatkových vibrací. Z obrázku je zřejmé, že v signále rotorového chvění byly vybudeny a identifikovány vlastní tvary odpovídající první, druhé a čtvrté rodině. Třetí rodina není v signále vybudena, což odpovídá teorii uvedené v kapitole 3, neboť třetí rodina přísluší torznímu tvaru kmitu, viz kapitola 4.1. Ten způsobuje jen zanedbatelný ohybový moment v axiálním směru, což diskutuje např. také Zilly (2014).

Příklad použití tohoto nástroje v praxi může být ilustrováno na situaci TG 250 MW. Najíždění této turbíny probíhalo standardním způsobem dle najížděcího diagramu. Ten definuje tzv. prohřívací otáčky, během kterých je rotor provozován na konstantních otáčkách, tak aby došlo k jeho postupnému prohřátí. Tím se eliminuje možná deformace materiálu způsobená nerovnoměrným teplotním působením. Je zásadní, aby prohřívací otáčky nebyly v kolizi s kritickými otáčkami turbíny, ani s jinou frekvencí způsobující rezonanci některé části rotoru. Pomocí výše uvedeného nástroje pro identifikaci vlastních frekvencí lopatek se pro TG 250 MW sestavil provozní Campbellův diagram. Pomocí něj se podařilo zjistit, že jedna z vyšších harmonických otáčkové frekvence je v kolizi s vlastní frekvencí lopatek právě pro případ hodnoty prohřívacích otáček. Uvedenou situaci detailně popisuje kapitola 4.3. Tato skutečnost byla způsobena neznalostí rozdílu mezi výpočtovým a provozním Campbellovým diagramem, který může být až v řádu jednotek Hertz. Provozovateli turbíny tak stačilo zvýšit hodnotu prohřívacích otáček tak, aby při dalším nájězdě turbíny na prohřívacích otáčkách eliminoval možné čerpání životnosti lopatek vlivem jejich rezonance. Tento příklad ilustruje, jak důležitá je znalost skutečných vlastních frekvencí instalovaných lopatek, a zároveň, jakým způsobem lze jednoduše a neinvazivně tuto závislost získat právě pomocí teorie popsané v předchozí části této práce.

## 9.2. PŘEDZPRACOVÁNÍ SIGNÁLU ROTOROVÉHO CHVĚNÍ

První částí navrženého algoritmu automatického monitorování lopatkových vibrací je předzpracování signálu relativního rotorového chvění. Jedná se o zpracování ve frekvenční oblasti pomocí DFT, liffrování keprsta a průměrování amplitudových spekter. Uvedené operace jsou do detailu popsány pomocí příkladů uvedených v této kapitole.

### 9.2.1. LIFTRACE KEPSTRA ROTOROVÉHO CHVĚNÍ

Prvním krokem předzpracování časového signálu rotorového chvění je jeho převod do frekvenční oblasti. K tomu je využita diskrétní Fourierova transformace blíže popsána v kapitole 5. Jejím výstupem je spektrum  $X[k]$  definované vztahem (5.14). Další zpracování pomocí navrženého algoritmu automatického monitorování lopatkových vibrací vychází z amplitudového spektra, které lze označit jako  $|X[k]|$ . Příklad amplitudového spektra DFT je ilustrován na obrázku 9-3, přičemž se jedná o zpracování reálného signálu rotorového chvění, které bylo naměřeno na TG 250 MW při otáčkách 3000 ot/min. Délka signálu je 5 s, použito bylo Hanningovo okénko a zároveň byla kompenzována energie, viz kapitola 5. Amplitudové spektrum obecně obsahuje širokopásmový šum, který je v celém frekvenčním rozsahu nerovnoměrně rozložen. Pro potřeby automatické identifikace lopatkových vibrací je nutné tento šum vhodně filtrovat. K tomuto účelu je využita keprstrální analýza. Pro její popis jsem vyšel především z publikací (Jakl, 2014; Smith, 2020; Satyam, 1994).

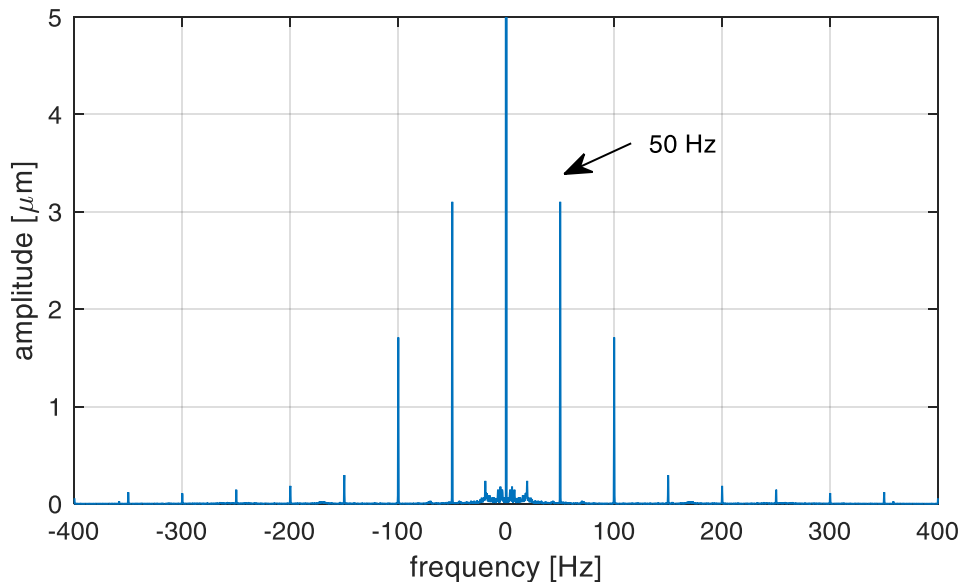
Základní metodou keprstrální analýzy je výpočet keprsta (v odborné literatuře – cepstrum). Jedná se o inverzní Fourierovu transformaci logaritmu spektra signálu. Základní proměnnou keprsta je kvefrencence [s]. Tzv. reálné keprstrum (Jakl, 2014), na které se v této práci omezíme je definováno vztahem (9.1), kde  $DFT^{-1}$  označuje inverzní DFT. Spektrum signálu  $x[n]$  lze vyjádřit pomocí (9.2)



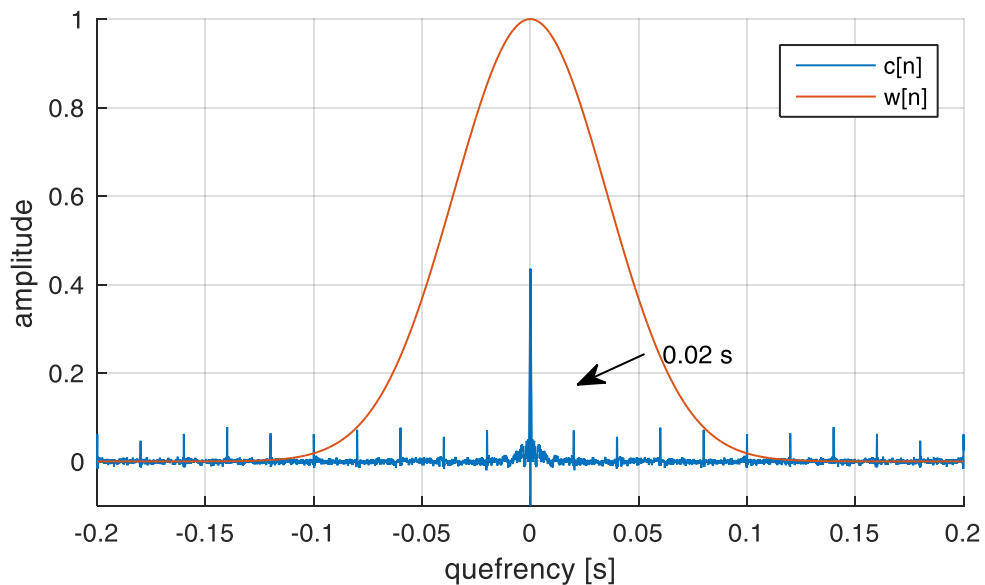
jako DFT signálu  $x[n]$ , přičemž výpočet  $X[k]$  vychází ze vztahu (5.14). S ohledem na praktické využití se v této práci omezíme pouze na diskrétní zpracování signálu.

$$c[n] = \text{DFT}^{-1}\{\ln(|X[k]|)\} \quad (9.1)$$

$$X[k] = \text{DFT}\{x[n]\} \quad (9.2)$$



Obrázek 9-3: Amplitudové spektrum rotorového chvění TG 250 MW



Obrázek 9-4: Reálné kepstrum rotorového chvění TG 250 MW a Gaussova funkce

Příklad reálného kepstra amplitudového spektra z obrázku 9-3 je ilustrováno modře na obrázku 9-4. Z obrázku 9-3 je patrné, že vyšší harmonické složky amplitudového spektra, tj. celočíselné násobky základní harmonické složky, jsou periodické s frekvencí otáček, tj. 50 Hz. Tomu odpovídá periodičita kepstra s periodou převrácené hodnoty otáčkové frekvence, tj. 0.02 s. Kepstrum tak lze využít k popisu periodicity ve spektru. Kepstrální složky pro nízké kvefrencce odpovídají složkám s nízkou periodicitou ve spektru a naopak.

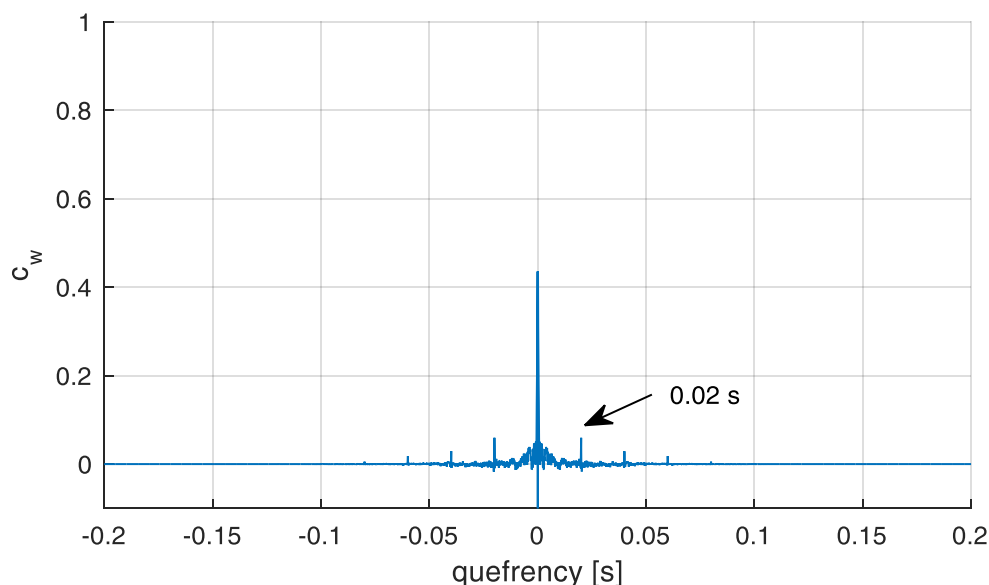
Toho lze využít při tzv. liftování kepru, jež je založeno na podobném principu jako filtrování časových signálů. Filtrováním lze vhodným způsobem potlačit nechtěné spektrální složky signálu a inverzní Fourierovou transformací získat zpět filtrovaný signál. Podobným způsobem lze získat tzv. liftované spektrum. Kepru signálu je liftováno – jsou potlačeny nežádoucí složky pomocí vážení jednotlivých keprálních koeficientů váhovou funkcí označovanou jako liftr  $w[n]$ . Uvedené je vyjádřeno vztahem (9.3). Liftované amplitudové spektrum  $|X_w[k]|$  lze následně vyjádřit ze vztahu (9.2) v případě, že je za  $c[n]$  dosazeno  $c_w[n]$  z (9.3), což vyjadřuje vztah (9.4).

$$c_w[n] = c[n] \cdot w[n] \quad (9.3)$$

$$|X_w[k]| = e^{\text{DFT}\{c_w[n]\}} \quad (9.4)$$

Expertní úlohou je výběr vhodného liftru  $w[n]$ . Liftování spektra je v této práci využito k určení tzv. spektrální obálky, která by vhodně charakterizovala úroveň šumového pozadí, a pomocí které by tak bylo možné šum vhodným způsobem potlačit. Při řešení této práce byl zvolen liftr  $w[n]$  ve tvaru Gaussovy funkce (9.5). Ta je ilustrována červeně na obrázku 9-4. Uvedené má za následek, že nízko-kvofrenční složky, které korespondují s pomalými změnami logaritmického spektra, jsou zachovány a vysoko-kvofrenční složky jsou liftovány. Liftované kepru, tj. součin reálného kepru a kvofrenčního filtru je pro případ TG 250 MW ilustrován pomocí obrázku 9-5.

$$w[n] = e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2}} \quad (9.5)$$

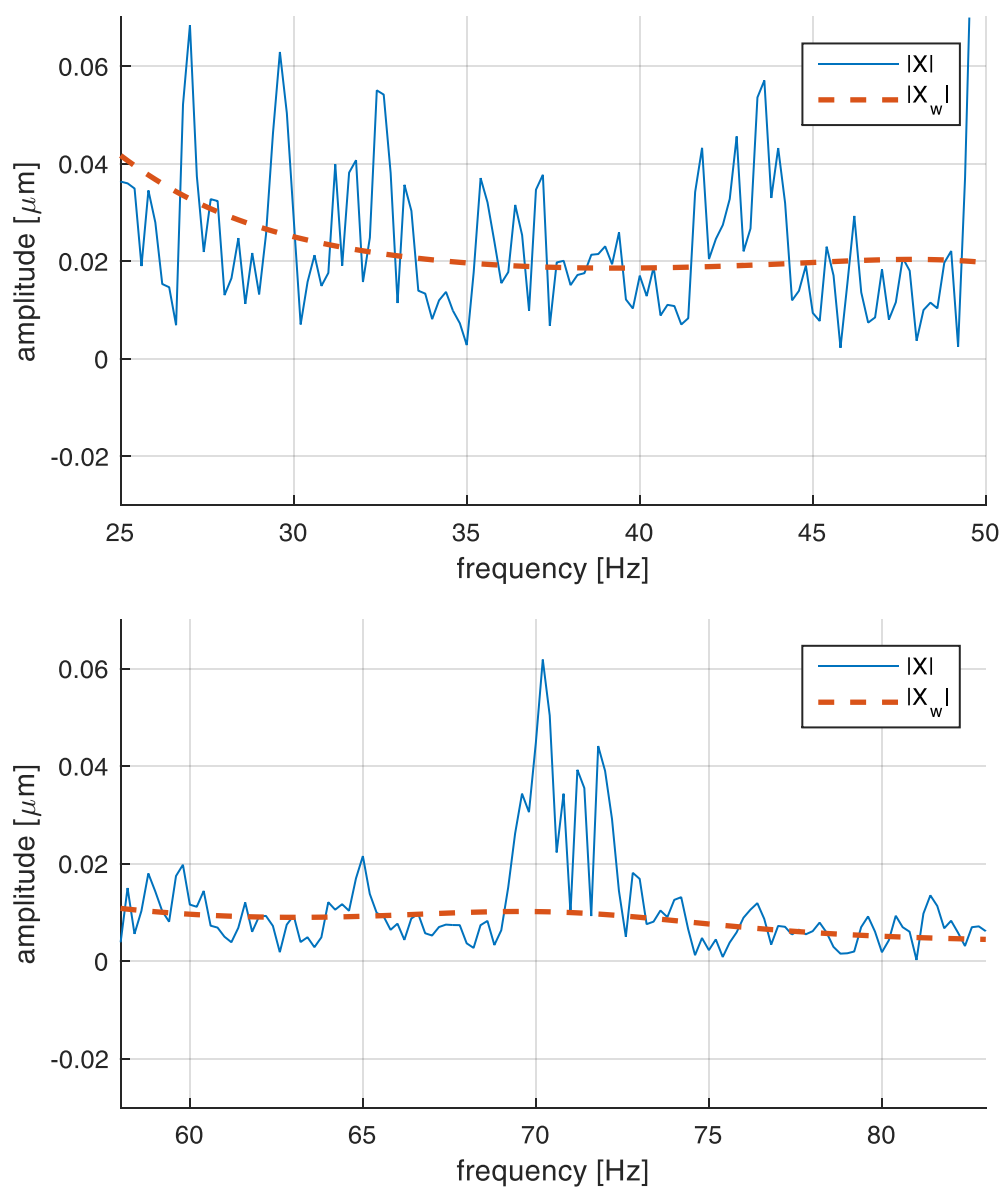


**Obrázek 9-5: Liftované kepru rotorového chvění TG 250 MW**

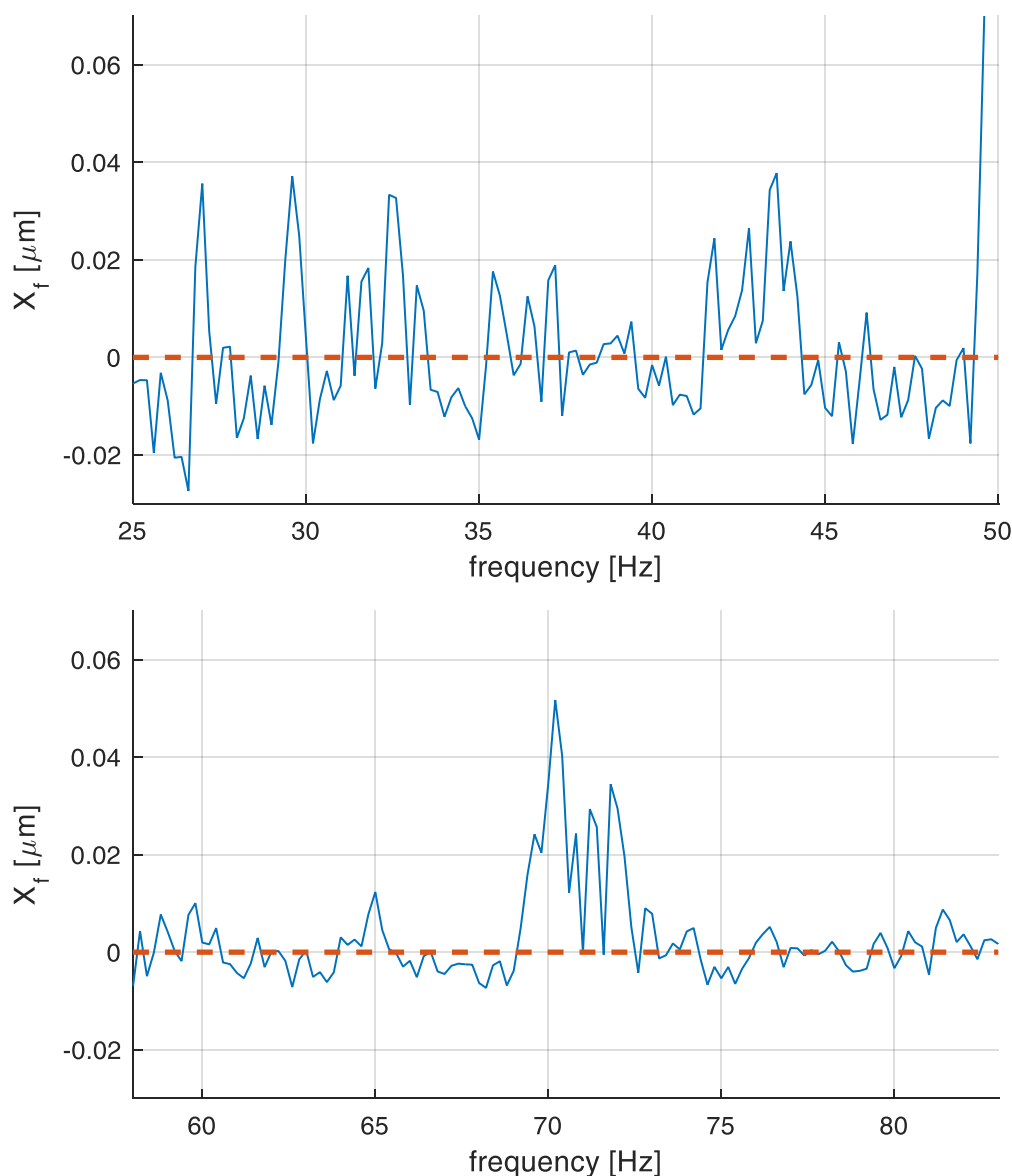
Porovnání amplitudového spektra DFT a liftovaného amplitudového spektra, tzv. spektrální obálky, je ilustrováno na obrázku 9-6. Modře je ilustrováno amplitudové spektrum signálu relativních rotorových vibrací, který byl naměřen na TG 250 MW. Délka signálu je 5 s, přičemž je použito Hanningovo okénko a zároveň kompenzována energie signálu, viz kapitola 5. Červeně je na obrázku 9-6 ilustrována příslušná spektrální obálka vzniklá liftováním kepru, přičemž jako liftr byla použita Gaussova funkce, viz obrázek 9-4. Parametr  $\sigma$  byl volen tak, aby dělitel ve zlomku exponentu (9.5) byl roven 0.05, tj.  $\sigma \doteq 0,16$ . Spektrální obálka vzniklá liftováním kepru je v odborné literatuře

nazývá též jako vyhlazené spektrum. Na obrázku 9-6 jsou ilustrovány dva různé frekvenční intervaly jednoho amplitudového spektra. Horní obrázek ilustruje spektrum pro frekvence 25-50 Hz, dolní obrázek pak pro 58-83 Hz. Na tomto místě je vhodné uvést, že horní spektrum obsahuje pouze šum, kdežto spektrum v dolní části obsahuje kromě šumu i složky odpovídající lopatkovým vibracím. To však v této fázi předzpracování signálu rotorového chvění není ještě zcela zřejmé. Amplitudová úroveň je v obou případech podobná a rozlišení komponent souvisejících s kmitáním lopatek od šumu je prakticky nemožné. Důvodem aplikace keprální analýzy byl požadavek právě na potlačení úrovně širokopásmového šumu. Toho lze docílit odečtením spektrální obálky od amplitudového spektra, čímž vznikne tzv. filtrované amplitudové spektrum. To definuje předpis (9.6).

$$X_f[k] = |X[k]| - |X_w[k]| \quad (9.6)$$



**Obrázek 9-6: Amplitudové spektrum vs. lftrované spektrum**



**Obrázek 9-7: Filtrované amplitudové spektrum**

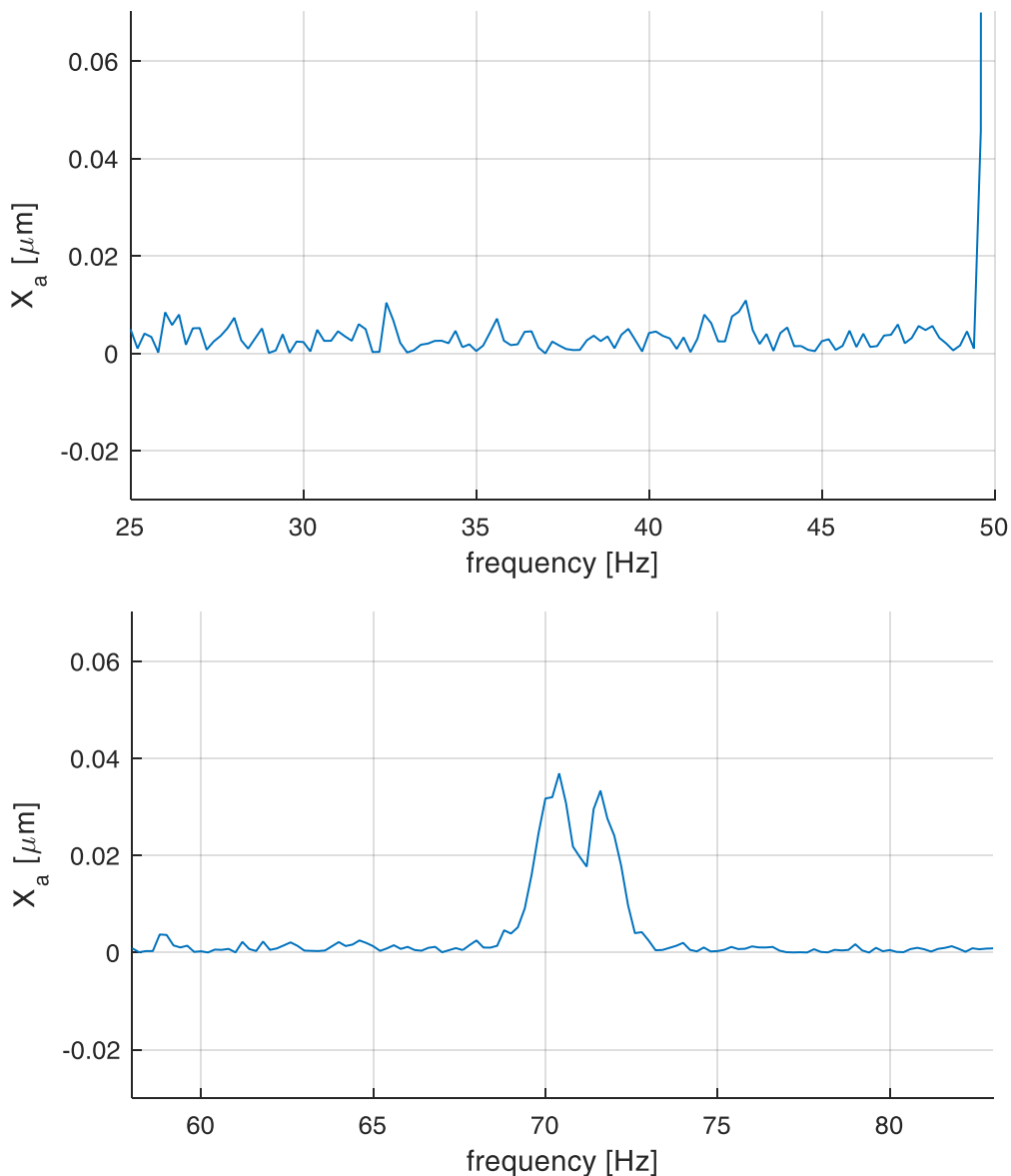
Pro amplitudové spektrum, resp. oba frekvenční intervaly ilustrované na obrázku 9-6, bylo vypočteno filtrované amplitudové spektrum dle (9.6). To je v obdobné formě dvou frekvenčních intervalů ilustrováno modře na obrázku 9-7. Z obrázku je také patrné, že touto operací byla původní červeně zobrazená spektrální obálka z obrázku 9-6 ponížena na nulu, čímž bylo docíleno potlačení střední hodnoty spektrálního šumu. Důsledek této operace bude zřejmý z následující subkapitoly – průměrování amplitudových spekter.

### 9.2.2. PRŮMĚROVÁNÍ AMPLITUDOVÝCH SPEKTER

Dalším krokem předzpracování relativního rotorového chvění pro algoritmus automatické identifikace lopatkových vibrací je časové průměrování filtrovaných amplitudových spekter z předchozí subkapitoly. Předpokládá se, že každá spektrální složka signálu je charakterizována amplitudou, která je aditivně zatížena šumem. Průměrováním, lze velikost variance tohoto šumu potlačit, přičemž potlačení jeho střední hodnoty bylo realizováno lfiltrací kepstra, což detailně popisuje právě předchozí subkapitola. Průměrné spektrum je v této práci definováno pomocí (9.7).

$$X_a[k] = \frac{1}{N} \left| \sum_{l=1}^N X_f[l, k] \right| \quad (9.7)$$

Frekvenční popis  $X_f[k]$  (9.6) je v tomto případě nutné rozšířit na časofrekvenční popis, tj.  $X_f[l, k]$  obdobně jako přechod od (5.14) k (5.18) v kapitole 5. Takto definované průměrné spektrum je ilustrováno na obrázku 9-8. Pro jeho výpočet bylo použito 10 filtrovaných amplitudových spekter, tj.  $N = 10$ . Jedná se o stejný signál, jenž byl ve frekvenční rovině ilustrován na obrázku 9-6 a 9-7. V případě průměrného spektra na obrázku 9-8 je již zcela zřejmé, že horní frekvenční interval obsahuje pouze šum a dolní část spektra obsahuje 2 vybuzené složky. Ty lze ze znalosti vlastních frekvencí kmitání instalovaných lopatek přiřadit lopatkovým vibracím, resp. LSB složce. Uvedeným zpracováním, tj. výpočtem DFT, liffrováním amplitudového kepstra, ponížením amplitudového spektra o liffrované spektrum a jeho časovým průměrováním, lze vhodně předzpracovat signál rotorového chvění tak, aby byla možná automatická identifikace lopatkových vibrací, jejíž popis je součástí následující kapitoly.



**Obrázek 9-8: Průměrné amplitudové spektrum**

### 9.3. AUTOMATICKÁ IDENTIFIKACE VIBRACÍ LOPATEK

Předzpracovaný signál rotorového chvění, jenž je výstupem předchozí kapitoly, je vstupem do procesu automatické identifikace lopatkových vibrací. Konkrétně je využito průměrné amplitudové spektrum, viz kapitola 9.2.2, ze kterého jsou extrahovány komponenty související s kmitáním lopatek, tj. LSB a USB, jejichž význam byl detailně popsán v kapitole 4.6 a 6. Na tomto místě je vhodné uvést předpoklad pro získání korektních výsledků procesu identifikace – monitorovaný frekvenční interval nesmí zahrnovat složky, které nesouvisí s lopatkovými vibracemi, jakými jsou například vyšší harmonické apod. Expertní úlohou je tak volba monitorovaného intervalu.

#### 9.3.1. IDENTIFIKACE SLOŽEK LOPATKOVÝCH VIBRACÍ – PRAHOVÁNÍ A FILTRACE

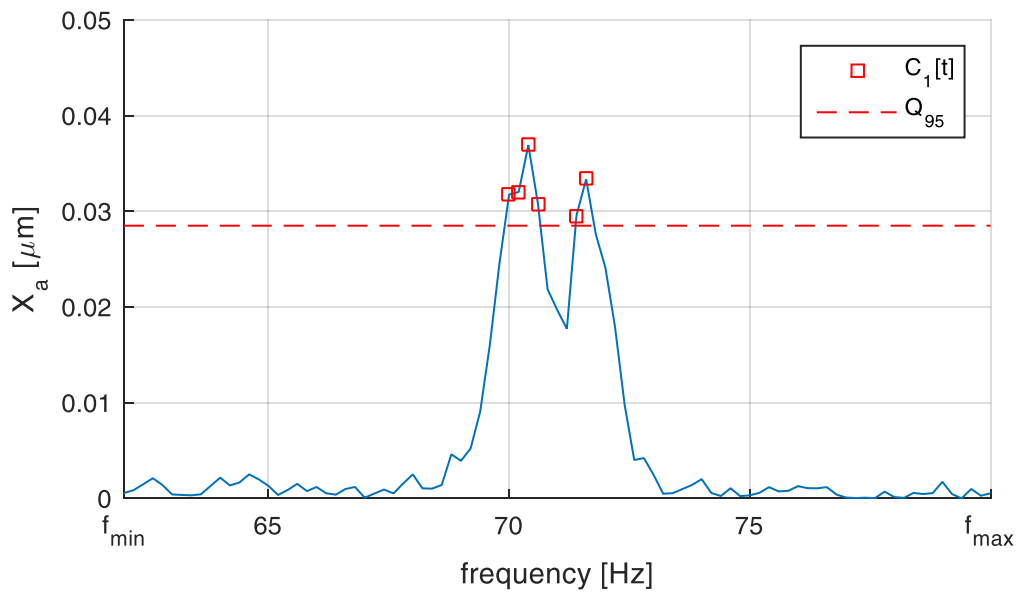
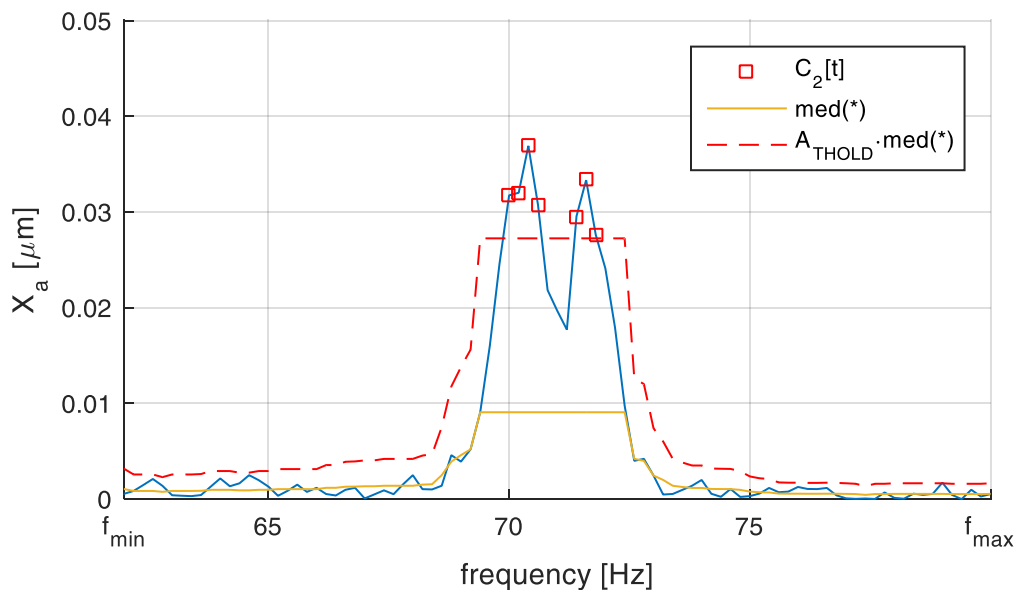
Frekvenční interval, ve kterém je při identifikačním procesu průměrné amplitudové spektrum  $X_a[k]$  analyzováno, lze definovat krajními body  $f_{MIN}$  a  $f_{MAX}$ . Jeho volba je expertní úlohou, neboť se předpokládá, že uvnitř tohoto intervalu jsou právě a pouze složky související s vibracemi lopatek. K tomuto účelu lze využít např. nástroj popsáný v kapitole 9.1. Takto definovaný frekvenční interval se následně analyzuje. Jsou definovány dvě množiny spektrálních složek  $C_1[t]$  a  $C_2[t]$ , které splňují (9.8), resp. (9.9). Podmínka množiny (9.8) zahrnuje ty složky  $X_a$ , jejichž amplituda je větší než je  $k$ -tý percentil  $Q_k$  průměrného amplitudového spektra na intervalu  $\langle f_{MIN}, f_{MAX} \rangle$ . Velikost takto definované množiny bude neměnná a zároveň nenulová. To bude platit pro případ, kdy jsou amplitudy spektra  $X_a$  různé, což lze bez ztráty obecnosti předpokládat. Druhá množina definována pomocí (9.9) zahrnuje ty složky  $X_a$ , jejichž amplituda je větší než je součin expertně volitelného prahu -  $A_{THOLD}$  a mediánu amplitud  $X_a$  okolo analyzované složky. Jinými slovy, spektrální složka  $X_a$  je prvkem množiny  $C_2$  právě tehdy, je-li dostatečně vybuzená s ohledem na amplitudy sousedních složek  $X_a$ . Velikost intervalu pro výpočet mediánu je definována parametrem  $\delta$  [Hz]. Množiny  $C_1[t]$  a  $C_2[t]$  obsahují vybrané složky  $X_a$  definované v čase  $t$ . Pro následující zpracování je nicméně opět nutné přejít do časofrekvenční roviny, tj. definovat množinu, která by zahrnovala složky  $X_a$  v časové posloupnosti. To reflektuje množina  $X_I$  (9.10), která je sjednocením množin  $C_1[t]$  a  $C_2[t]$  pro časovou posloupnost danou okamžiky, ve kterých jsou definována průměrná amplitudová spektra.

$$C_1[t] = \{X_a | X_a > Q_k \wedge f \in \langle f_{MIN}, f_{MAX} \rangle\} \quad (9.8)$$

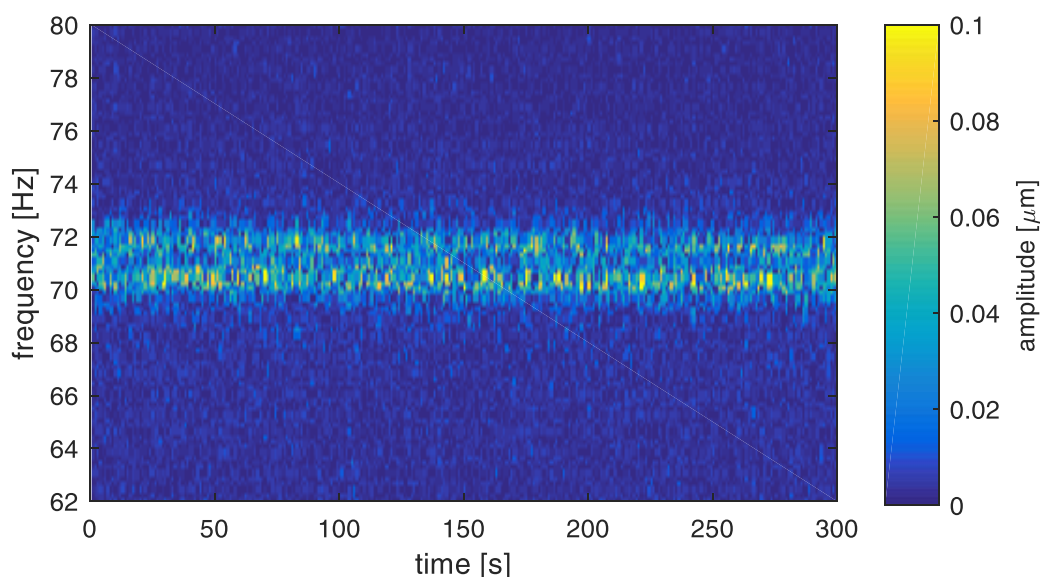
$$C_2[t] = \{X_a | X_a > A_{THOLD} \cdot \text{med}(X_a | f \in \langle f - 0,5 \cdot \delta, f + 0,5 \cdot \delta \rangle)\} \quad (9.9)$$

$$X_I = \bigcup C_1[t] \cap C_2[t] \quad (9.10)$$

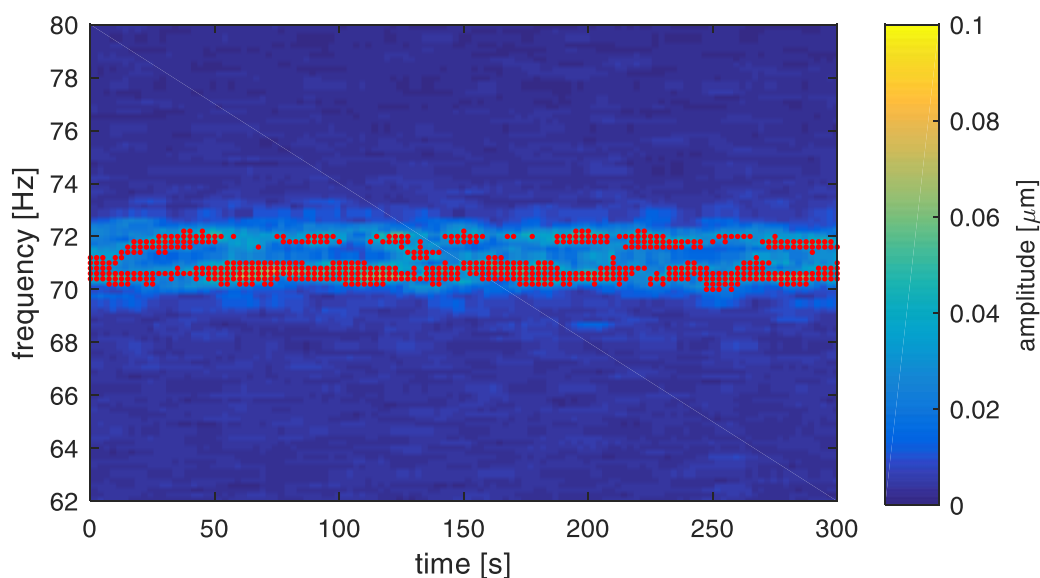
Příkladem množiny  $C_1[t]$  může být situace na obrázku 9-9. Na něm je ilustrováno průměrné amplitudové spektrum z dolní části obrázku 9-8. Mez pro určení bodů  $C_1[t]$  byla zvolena pomocí 95procentního percentilu z rozsahu  $\langle f_{MIN}, f_{MAX} \rangle$ , který byl  $\langle 62,80 \rangle$  Hz. Tato mez je na obrázku 9-9 ilustrována přerušovanou červenou čarou. Červené body pak reprezentují ty body průměrného amplitudového spektra, které překračují definovanou mez, a náleží tak do množiny  $C_1[t]$ . Obdobným způsobem je pomocí obrázku 9-10 ilustrována množina  $C_2[t]$  nad stejným průměrným amplitudovým spektrem jako v případě obrázku 9-9. Oranžovou čarou je ilustrován medián dle (9.9), přičemž  $\delta = 6$  Hz. Červeně je ilustrována mez pro určení bodů  $C_2[t]$  jako součin výše uvedeného mediánu a parametru  $A_{THOLD}$ . Ten měl v případě obrázku 9-10 hodnotu 3. Červené body na obrázku 9-10 pak reprezentují ty body průměrného amplitudového spektra, které náleží do množiny  $C_2[t]$ .

Obrázek 9-9: Definování množiny  $C_1[t]$ Obrázek 9-10: Definování množiny  $C_2[t]$ 

Pomocí spektrogramu na obrázku 9-11 a 9-12 je proces identifikace ilustrován v časofrekvenční rovině. Na obrázku 9-11 je filtrovaný amplitudový spektrogram STFT pětiminutového úseku signálu relativního rotorového chvění, který byl naměřen na TG 250 MW, a který byl zpracován do podoby (9.6). Na obrázku 9-12 je ilustrován průměrný amplitudový spektrogram, přičemž průměrné spektrum bylo počítáno za 15 s,  $\sigma = 0,16$ ,  $f_{MIN} = 62$  Hz,  $f_{MAX} = 80$  Hz,  $k = 95$ ,  $A_{THOLD} = 3$ ,  $\delta = 10$  Hz a vzorkovací frekvence byla 10420 Hz. Z obrázku je patrné, že navržený algoritmus mezi 70 a 72 Hz dobře našel vybuzené lopátkové vibrace, které jsou ilustrovány pomocí červených bodů, a které splňují (9.10). Jedná se o stejný typ signálu, nad kterým byl demonstrován proces předzpracování pomocí obrázků v kapitole 9.2.



Obrázek 9-11: Filtrovaný amplitudový spektrogram STFT TG 250 MW



Obrázek 9-12: Průměrný amplitudový spektrogram TG 250 MW a identifikované lopatkové složky

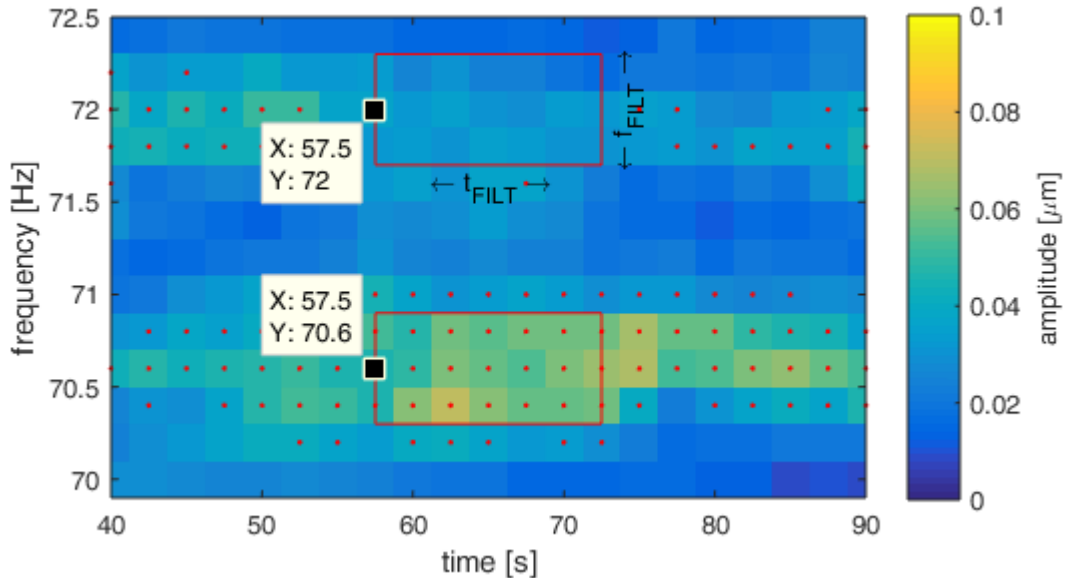
Identifikované složky  $X_I$  (9.10) je nutné ještě filtrovat pomocí (9.12), neboť se může stát, že nastavení parametrů procesu předzpracování bude takové, že čas od času bude podmínka (9.10) splňovat i složka, která nebude nutně svázaná s kmitáním lopatek. Takovou složkou může být např. krátkodobý šum, apod. Z tohoto důvodu se zavádí množina  $F[t, f]$ , pro kterou platí  $F[t, f] \subset X_I[t, f]$ . Tu lze interpretovat jako podmnožinu  $X_I$ , která se z geometrického pohledu nachází uvnitř obdélníku se stranami  $f_{FILT}$  a  $t_{FILT}$ . Množinu konečných identifikovaných prvků  $X_{If}$ , tak tvoří ty složky, pro něž platí, že velikost příslušné promnožiny  $F[t, f]$  je větší než expertně nastavitelný parametr  $N_{THOLD}$ .

Uvedené je ilustrováno na obrázku 9-13, který je detailním zobrazením obrázku 9-12. Je zde ilustrováno vyhodnocení filtrace dvou bodů –  $X_I[57,5; 70,6]$  a  $X_I[57,5; 72]$ , přičemž  $f_{FILT} = 0,6$  Hz,  $t_{FILT} = 15$  s a  $N_{THOLD} = 5$ . Množina  $F[57,5; 70,6]$  obsahuje 21 složek  $X_I$ , které jsou reprezentovány červenými body. Jelikož platí  $21 > N_{THOLD}$ , tak prvek  $X_I[57,5; 70,6]$  bude prvek také množiny  $X_{If}$ . Naopak množina  $F[57,5; 72]$  je prázdná a tudíž  $X_I[57,5; 72]$  prvek množiny  $X_{If}$  nebude.



$$F[t, f] = \{X_I | t \in \langle t, t + t_{FILT} \rangle \wedge f \in \langle f - 0,5 \cdot f_{FILT}, f + 0,5 \cdot f_{FILT} \rangle\} \quad (9.11)$$

$$N_{THOLD} > |F[t, f]| \Rightarrow X_I[t, f] \in X_{If} \quad (9.12)$$



Obrázek 9-13: Filtrace identifikovaných lopatkových složek

### 9.3.2. SHLUKOVÁNÍ IDENTIFIKOVANÝCH OBRAZŮ

Identifikované lopatkové vibrace, jejichž popis byl uveden v předchozí kapitole, je nutné pro praktické využití vhodným způsobem interpretovat. Každou z lopatkových frekvencí je žádoucí reprezentovat jednou frekvenční a amplitudovou hodnotou, namísto všech identifikovaných složek, viz kapitola 9.3.1. Za tímto účelem byla využita shluková analýza, která identifikované složky shlukuje do množin dle definované míry podobnosti. Červené složky identifikované v předchozí části a ilustrované na obrázku 9-12, resp. 9-13 lze nazvat obrazy lopatkových vibrací v časofrekvenční rovině signálu relativního rotorového chvění. Tato terminologie bude při psaní této kapitoly použita, přičemž jsem vycházel zejména z publikace (Kumar, 2005).

Míra podobnosti dvou složek je v této práci založena na jejich frekvenční vzdálenosti. Tu lze definovat pomocí Eukleidovské vzdálenosti, která pro jednorozměrný prostor přejde do tvaru (9.13), a která je reprezentována operátorem  $D$ . Tento vztah definuje vzdálenost  $i$ -tého a  $j$ -tého obrazu  $X_{If}$ .

$$D(X_{If}[t_j, f_j], X_{If}[t_i, f_i]) = |f_j - f_i| \quad (9.13)$$

Shlukovací proces použitý při řešení této úlohy je sestaven dle následujícího algoritmu. V prvním kroku výpočtu v čase  $t_1$  je prvním shlukem prohlášen obraz číslo 1, viz (9.14). Každý shluk lze kromě množiny obrazů reprezentovat pomocí jeho centra – středu. V případě  $k$ -tého shluku se jedná o aritmetický průměr, viz (9.15), přičemž  $N_k$  značí počet obrazů  $X_{If}$  přiřazených ke shluku  $S_k$ .

$$X_{If}[t_1, f_1] \in S_1 \quad (9.14)$$

$$\mu_k = \frac{1}{N_k} \sum_{f \in S_k} f \quad (9.15)$$

V  $j$ -tém kroku je iterativně opakován postup (9.16) – (9.19) pro  $j$ -tý obraz  $X_{If}[t_j, f_j]$ , kde  $t_j: t_j \geq t_1$  a zároveň  $t_j: t_{j+1} \geq t_j$ , tzn. je zpracovávána časově seřazená posloupnost obrazů  $X_{If}$ . Aby byl navržený algoritmus schopen reagovat na případnou změnu frekvence kmitání lopatek, je nutné vycházet pouze z takových dat, která času  $t_j$  bezprostředně předcházejí. Za tímto účelem byl definován tzv. faktor zapomínání  $t_{THOLD}$  [s]. Pomocí něj jsou z každého shluku vyjmuty ty obrazy, které jsou starší než je právě hodnota  $t_{THOLD}$  [s], viz (9.16). Pokud po této operaci neobsahuje shluk již žádný obraz, tak zaniká.

$$S_k = S_k \setminus \{X_{If} | t < (t_j - t_{THOLD})\} \quad (9.16)$$

Následně se pro analyzovaný obraz  $X_{If}[t_j, f_j]$  určí jeho vzdálenost ke středům všech shluků. Pomocí (9.17), resp. (9.18) je pak určena minimální vzdálenost  $M_{MIN}$  obrazu k  $I_{MIN}$ -tému shluku, přičemž  $K$  označuje celkový počet shluků.

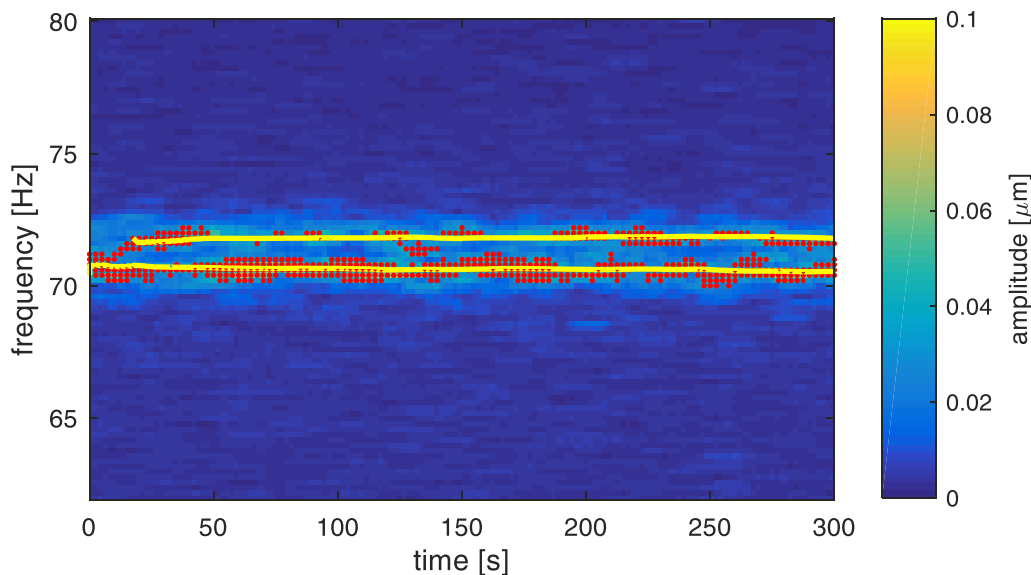
$$M_{MIN} = \min_k D(X_{If}[t_j, f_j], \mu_k), k = 1, \dots, K \quad (9.17)$$

$$I_{MIN} = \operatorname{argmin}_k D(X_{If}[t_j, f_j], \mu_k), k = 1, \dots, K \quad (9.18)$$

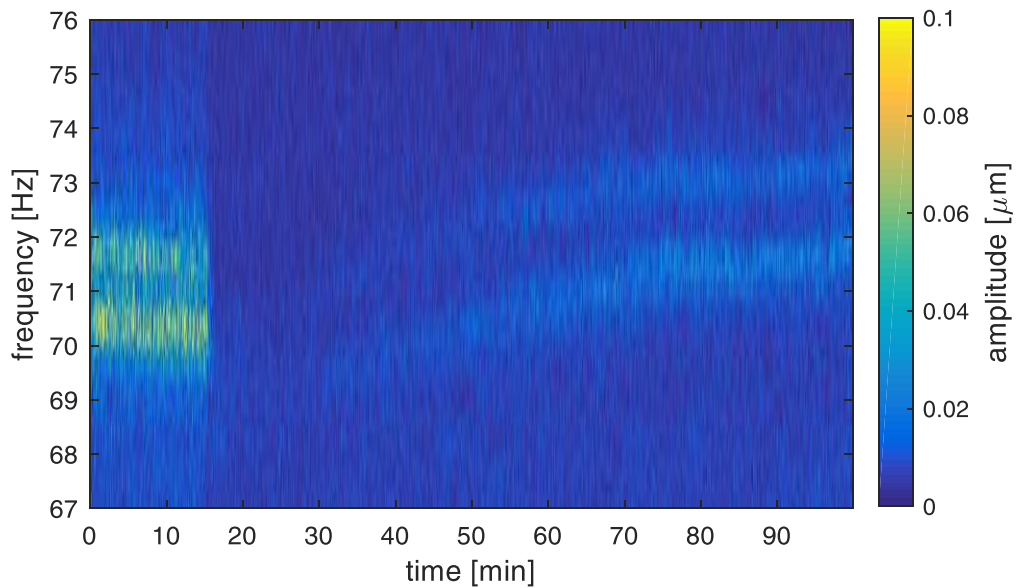
Je-li vzdálenost  $M$  menší než stanovený frekvenční práh  $f_{THOLD}$ , pak je analyzovaný obraz přiřazen k  $I$ -tému shluku. V opačném případě je založen nový shluk, jehož množinu obrazů bude tvořit právě a pouze obraz  $X_{If}[t_j, f_j]$ . Uvedené ilustruje (9.19).

$$X_{If}[t_j, f_j] \in \begin{cases} S_{k+1}, & M_{MIN} > f_{THOLD} \\ S_{I_{MIN}}, & M_{MIN} \leq f_{THOLD} \end{cases} \quad (9.19)$$

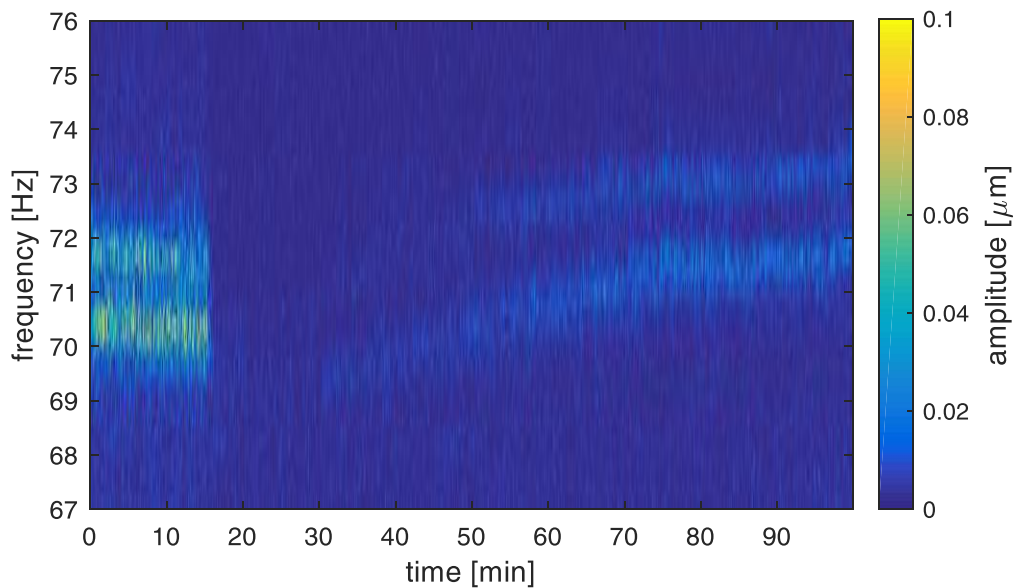
Shlukovací algoritmus byl vykonán nad daty z obrázku 9-12, přičemž průběh  $\mu_k$  (9.15), který reprezentuje vývoj středu každého ze shluků, je ilustrován na obrázku 9-14 žlutě. Z obrázku je zřejmé, že algoritmus dobře sleduje obě lopátkové složky, které jsou v signálu rotorového chvění přítomny.



Obrázek 9-14: Shlukování lopátkových složek



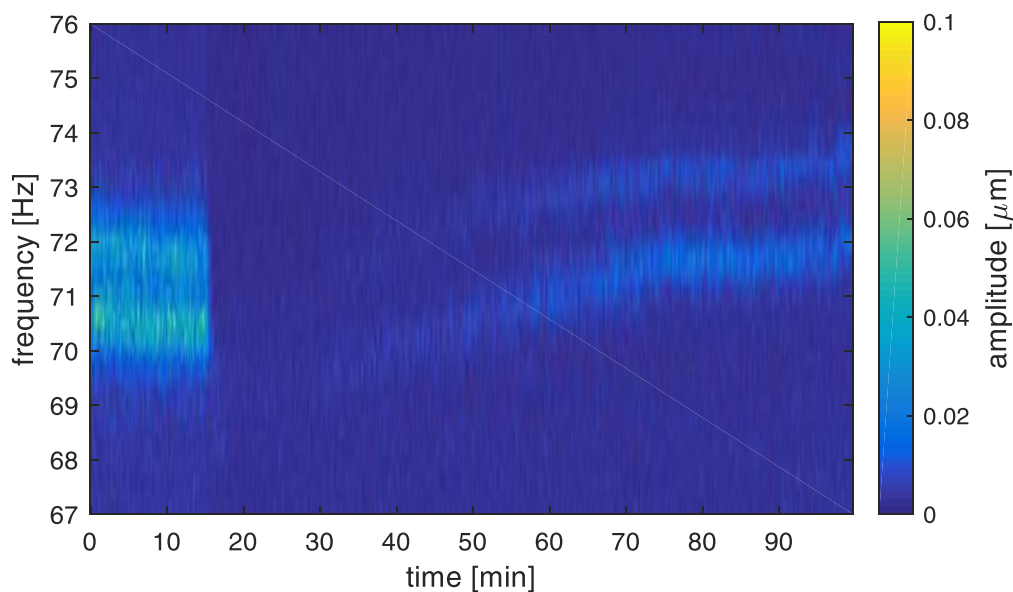
Obrázek 9-15: Amplitudový spektrogram TG 250 MW



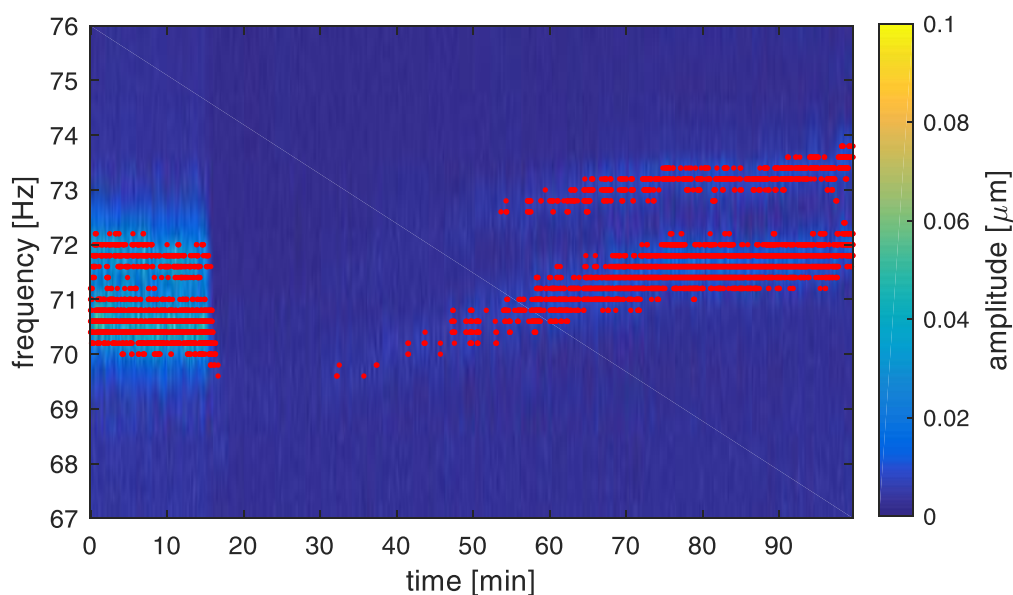
Obrázek 9-16: Filtrovaný amplitudový spektrogram TG 250 MW

Předchozí text deváté kapitoly popisoval navržený algoritmus a detailně jej demonstroval na jednotlivých příkladech. V následující části bude algoritmus stručně shrnut pomocí dílčích výstupů v podobě spektrogramů signálu rotorového chvění. Jedná se opět o signál, který byl naměřen na TG 250 MW, nicméně jeho délka je v tomto případě 100 minut při vzorkovací frekvenci 10240 Hz. Lopatkové vibrace jsou v tomto signálu obsaženy v různých úrovních, a může tak být demonstrována robustnost navrženého algoritmu. Amplitudový spektrogram STFT uvedeného signálu je ilustrován na obrázku 9-15. Při výpočtu spektrogramu bylo použito Hanningovo okénko s délkou 5 sekund s procentuálním překryvem 50 %.

Na obrázku 9-16 je ilustrován filtrovaný amplitudový spektrogram dle (9.6), přičemž  $\sigma = 0,16$ . Účinek lífrace kepstra je při porovnání obrázku 9-15 a 9-16 zřejmý.



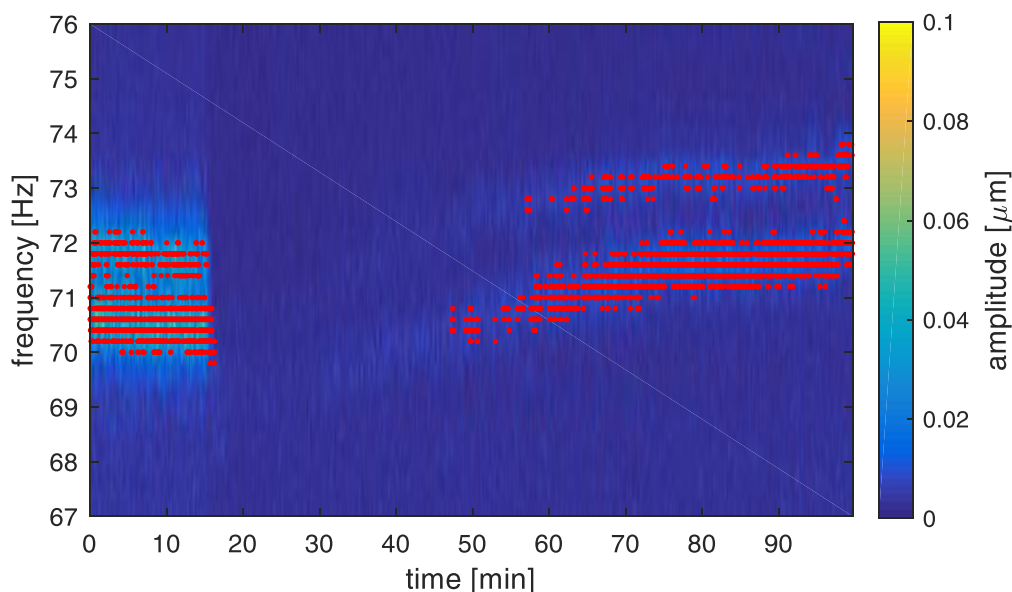
Obrázek 9-17: Průměrný amplitudový spektrogram TG 250 MW



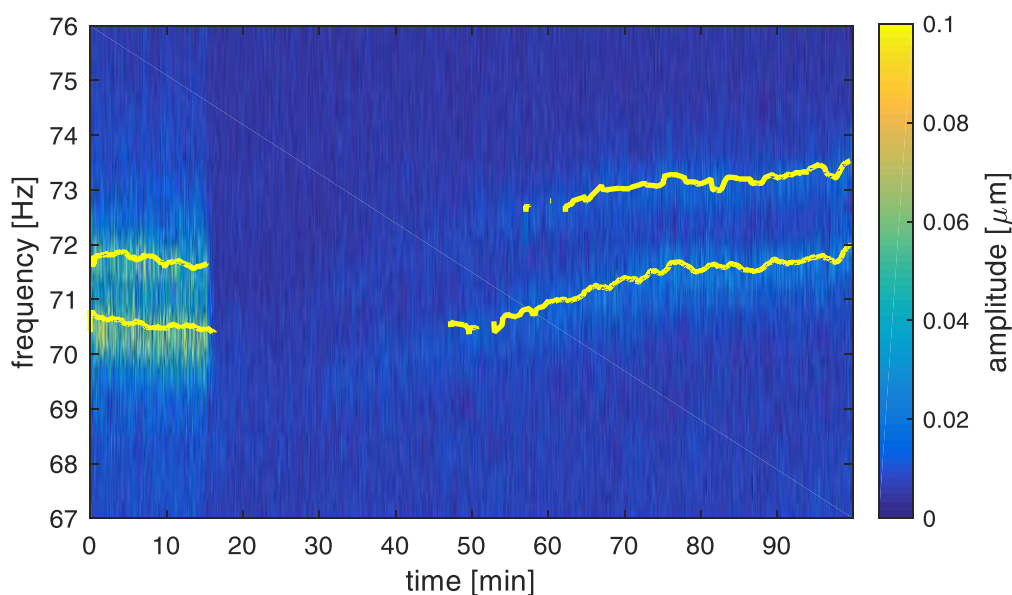
Obrázek 9-18: Identifikované časofrekvenční obrazy lopatkových vibrací

Na obrázku 9-17 je ilustrován příslušný průměrný amplitudový spektrogram. Ten byl sestaven průměrováním vypočítaných spekter každých 15 sekund, což pro nastavení STFT odpovídá pěti spektrům.

Na obrázku 9-18 je červeně ilustrována množina identifikovaných složek (obrazů) lopatkových vibrací dle (9.10). Pro krok prahování byl použit 95procentní percentil. Analyzovaný frekvenční interval byl  $\langle 62,80 \rangle$  Hz. Parametr  $\delta$  definující interval pro výpočet mediánu byl 10 Hz. Hodnota meze pro identifikaci  $A_{THOLD}$  byla 3. Faktor zapomínání obrazů lopatkových vibrací  $t_{THOLD}$  byl 100 s. Mez založení nového shluku  $f_{THOLD}$  byla 1 Hz. Z obrázku je patrné, že navržený algoritmus dobře našel lopatkové složky v místech, kde byly v signále rotorového chvění skutečně vybudeny. Současně mezi dvacátou a třicátou minutou neidentifikoval nic, neboť v tomto časovém okně lopatkové složky vybudeny zjevně nebyly.



**Obrázek 9-19: Filtrované časofrekvenční obrazy lopatkových vibrací**



**Obrázek 9-20: Amplitudový spektrogram TG 250 MW vs. výstup shlukovacího algoritmu**

Na obrázku 9-19 je červeně ilustrována filtrovaná množina identifikovaných složek lopatkových vibrací z předchozího obrázku 9-18. Filtrování bylo provedeno pomocí (9.12). Nastavení parametrů bylo:  $t_{FILT} = 10$  s,  $f_{FILT} = 0,8$  Hz,  $N_{THOLD} = 5$ . Porovnáním obrázků 9-18 a 9-19 je vliv filtrování patrný. Například kolem času  $t = 40$  s byly identifikovány složky, v jejichž blízkém okolí nebyl objeven dostatek dalších složek, čímž došlo k jejich vyfiltrování.

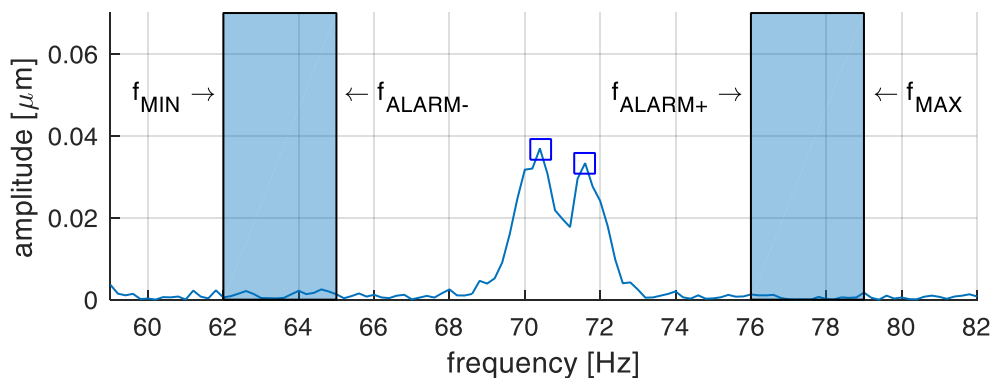
Na obrázku 9-20 je žlutě ilustrován výstup shlukovacího algoritmu. Jedná se o průběh středů všech utvořených shluků podle (9.15), resp. (9.19). Aby bylo možné zhodnotit a posoudit kvalitu navrženého algoritmu, byl do obrázku společně s průběhem středů shluků zobrazen také původní amplitudový spektrogram STFT, viz obrázek 9-15. Z obrázku 9-20 je patrné, že žlutý průběh dobře koresponduje s lopatkovými vibracemi. Navržený algoritmus popsany v této kapitole tak lze využít pro automatické monitorování lopatkových vibrací.

## 9.4. STANOVENÍ DIAGNOSTICKÉ VELIČINY A ALARMOVÁNÍ

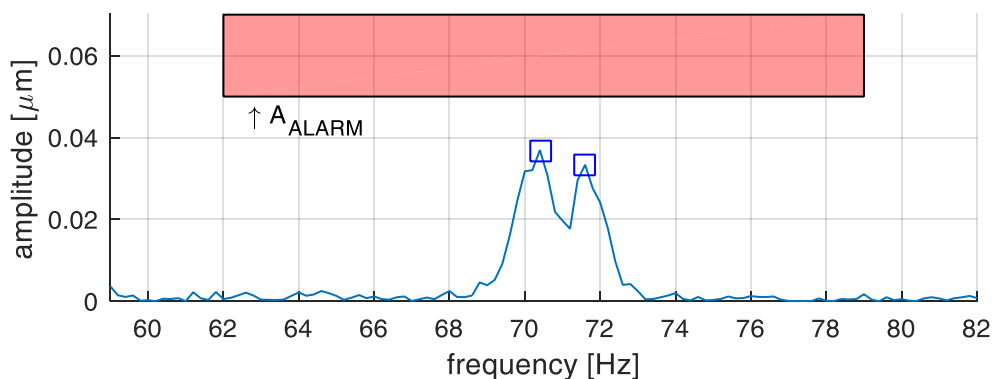
V předchozích dvou subkapitolách byl detailně popsán způsob, jakým se ze signálu rotorového chvění získávají parametry složek lopatkových vibrací. Aby bylo možné chování lopatek, resp. lopatkového kola jako celku, monitorovat, je třeba definovat diagnostickou veličinu, která bude mít o stavu lopatek dostatečně vypovídající informaci. V kapitole 8 bylo ukázáno, že přímo amplituda LSB, resp. USB dobře koresponduje s velikostí kmitání lopatek měřených pomocí BTT. Velikost kmitání lopatek se tak ze signálu relativního rotorového chvění stanovuje pomocí amplitudy LSB a USB. Pomocí frekvence LSB a USB se navíc monitoruje, jestli nedochází ke změně vlastní frekvence kmitání lopatek, která by mohla být způsobena propagací případné praskliny. Frekvence LSB, resp. USB se určuje přímo pomocí (9.15). V případě, že sledovaná frekvence přísluší složce LSB, tj.  $f_L$ , lze průběh její frekvence vyjádřit pomocí (9.20). Průběh jí příslušné amplitudy lze vyjádřit pomocí (9.21). Jedná se o amplitudu určenou z amplitudového STFT spektrogramu signálu rotorového chvění pro stejný čas a frekvenci, pro jakou byl identifikován obraz lopatkových vibrací, a který zároveň přísluší monitorovanému shluku, existuje-li takový. Uvedené je blíže popsáno v páté kapitole, resp. pomocí vztahu (5.11). Obdobným způsobem je definována frekvence  $f_U$  a amplituda  $A_U$  v případě, že se jedná o složku USB. Rozhodnutí, zdali je ve sledovaném pásmu složka LSB nebo USB vychází ze znalosti vlastních lopatkových frekvencí, které lze určit pomocí nástroje, který je blíže popsán v kapitole 9.1.

$$f_L[t] = \mu_k[t] \quad (9.20)$$

$$A_L[t] = 2 \cdot |X[t, f]|, [t, f]: X_{If}[t, f] \neq \emptyset \quad (9.21)$$



Obrázek 9-21: Monitorování lopatkových vibrací ve frekvenci



Obrázek 9-22: Monitorování lopatkových vibrací v amplitudě

Pro indikaci stavu lopatek je nutné stanovit frekvenční a amplitudovou mez, jejíž překročení bude doprovázeno vyvoláním příslušného alarmu. Uvedené meze jsou definovány pomocí parametrů  $f_{ALARM-}$ ,  $f_{ALARM+}$  a  $A_{ALARM}$ . Jejich význam je patrný z obrázku 9-21 a 9-22. Obrázek 9-21 ilustruje monitorování lopatkových vibrací ve frekvenční rovině. Pokud dojde k identifikaci lopatkových vibrací uvnitř oblasti, která je na obrázku 9-21 vymezena parametry  $f_{MIN}$ ,  $f_{ALARM-}$  a  $f_{ALARM+}$ ,  $f_{MAX}$ , a která je ilustrována světle modře, pak je vyvolán alarm. Obdobným způsobem je definován světle červený obdélník na obrázku 9-22, který definuje oblast nadlimitního kmitání lopatek v amplitudě.

Navržený algoritmus z předchozí části této kapitoly byl implementován pomocí grafického programovacího jazyka LabView do samostatné aplikace, která je společně s navrženým hardwarem součástí portfolia laboratoře DiagEn. Prvotní fáze implementace zahrnovala testování prototypu navrženého systému. Ten byl od roku 2016 nasazen v provozu TG 170 MW. Po otestování bylo možné tímto algoritmem rozšířit systém RAMS (Rotor Advanced Monitoring System), který obsahuje již několik podobně specializovaných modulů pro pokročilou diagnostiku rotačních zařízení (viz obrázek 9-23). K aktuálnímu dni je metoda navržená v této práci instalována pro dlouhodobý monitoring turbíny o výkonu 215 MW v estonské Narvě, kde jsou pomocí popsání systému monitorovány vibrace oběžných lopatek dvou NT dílů.



Obrázek 9-23: Systém RAMS – Rotor Advanced Monitoring System

## 10. ZÁVĚR

Monitorování oběžných lopatek parních turbín je důležitou úlohou poskytující provozovateli turbosoustrojí informaci o chování a stavu oběžných lopatek. Oboje je zásadní pro včasné odhalení přílišného materiálového namáhání, které může v krajním případě vést až k ulomení lopatky a havárii celého turbosoustrojí.

V případě monitorování oběžných lopatek parních turbín se věnuje pozornost především poslednímu lopatkovému kolu nízkotlakého dílu, kde jsou lopatky nejdelší a jejich mechanické namáhání je obecně největší. Současný trend, kdy se výrobci turbín snaží o zvyšování jejich účinnosti zvětšováním lopatek, tuto skutečnost ještě umocňuje.

Metody používané k monitorování vibrací lopatek jsou uvedeny a blíže popsány v kapitole 2. Bez ztráty obecnosti lze uvést dva dominantní směry – kontaktní a bezkontaktní. Kontaktní způsob využívá tenzometrických snímačů nalepených přímo na těle lopatky. Tento přístup je vhodný především k experimentálnímu měření, neboť instalované snímače nejsou v současné době schopny dlouhodobě odporovat podmínkám, které panují v průtočné části turbíny. Bezkontaktní způsob lze reprezentovat metodou BTT. Ta je založena na detekci špiček prolétávajících lopatek pod senzorem, který je zabudován v těle statoru. Jelikož se jedná o bezkontaktní metodu, lze ji s úspěchem použít pro dlouhodobé monitorování. Její nevýhodou je nutnost zavrtání snímačů do konstrukce turbíny a finanční náklady spojené s měřicím zařízením. Přestože se jedná o jednu z nejpoužívanějších metod pro monitorování vibrací lopatek parních turbín, jsou pořizovací náklady systému založeného na metodě BTT pro provozovatele stále značné. Běžnou praxí tak je, že oběžné lopatky NT dílu nejsou monitorovány vůbec. Cílem této disertační práce bylo představit způsob monitorování lopatkových vibrací, který by byl finančně zajímavou alternativou k již existujícím metodám.

Jako vhodný přístup se za tímto účelem jeví využití snímačů relativních rotorových vibrací, neboť se jedná o standardně instalované snímače. Jejich použití je upraveno normou ISO 10817-1, resp. ISO 20816-2. Formulace problému, kterým se zabývá tato práce, je uvedena v kapitole 3. Uvedený přístup není v odborné literatuře stále dostatečně popsán. Existující publikace, kromě článků autora této disertace, zahrnují pouze práce vedené Dr. Dietmarem Bloemersem, viz např. Zilly (2014). Cílem této disertační práce tak je popsat zkoumaný princip a jeho využití při monitorování vibrací oběžných lopatek parních turbín.

Mechanická podstata kmitání lopatek je detailně popsána v kapitole 4. V této kapitole jsou také na příkladech ukázány projevy kmitání lopatek v signále relativního rotorového chvění, který byl naměřen na TG 660 MW. Je zde ukázáno, že se jedná o dvojici frekvenčních složek. Tento projev je vysvětlen pomocí amplitudové modulace s potlačenou nosnou v téže kapitole. Zilly (2014) mluví pouze o AM, což je zjevně nedostatečný popis. Zilly (2014) navíc definuje dvojici frekvenčních složek na frekvencích  $f_{lop} \pm f_{rot}$ , přičemž je ukázáno, že ve skutečnosti se jedná o frekvence  $f_{rot} \pm f_{lop}$ , což je pro následné využití těchto složek zásadní.

Zpracování signálu relativního rotorového chvění, které je v této práci využito, je detailně popsáno v kapitole 5. Jedná se především o popis časového signálu ve frekvenční rovině pomocí diskrétní Fourierovy transformace a krátkodobé Fourierovy transformace.

Detailní popis šíření kmitání lopatek do místa snímače rotorového chvění je součástí kapitoly 6. V této kapitole je definována tzv. nesymetrie kmitání lopatkového kola. Ta je, jak bylo v této práci ukázáno, příčinou toho, proč lze kmitání lopatek pozorovat právě pomocí vibrací hřídele. V této kapitole je postupně odvozen 1D model bodové nesymetrie, který je následně zobecněn ve 2D model rovinné nesymetrie. Tento model je řešením formulovaného problému z úvodní části této disertační práce, neboť je odpovědí na otázku, jaký je princip šíření kmitání lopatek na hřídel, resp. ke snímači



rotorového chvění. Pochopení tohoto principu je zásadním pro to, aby bylo možné sestavit smysluplný monitorovací systém.

Nezbytnou je v tomto případě sedmá kapitola, která je sérií experimentů na rotorovém standu, které validují teoretický základ odvozený v předchozí šesté kapitole. Nejprve jsou zde popsány experimenty provedené při nulové otáčkové rychlosti hřídele. Následně jsou popsány experimenty za rotace. Pomocí nich je ukázáno, jakým způsobem se řídí velikost amplitud obou spektrálních složek, tj. LSB a USB. Obdobně jsou využity fáze LSB a USB, pomocí nichž je provedena identifikace kmitající lopatky. Na rozdíl od práce Zilly (2014), která popisuje pouze význam frekvence LSB a USB, vysvětluje tato práce také význam amplitud a fází obou spektrálních složek – LSB a USB. Na tomto místě je vhodné uvést, že pro experimentální potřeby bylo navrženo a vyrobeno lopatkové kolo a dvě příruby, pomocí nichž bylo kolo k hřídeli experimentálního rotorového standu přichyceno. Tato část zahrnovala také návrh a realizaci desky plošných spojů pro buzení lopatek, která byla instalována přímo na hřídel a bezdrátového modulu, kterým bylo možné měnit požadovaný tvar buzení lopatek za rotace.

Kapitola 8 zahrnuje ověření teorie odvozené v kapitole 6, experimentálně potvrzené v kapitole 7, pomocí měření během provozu reálné parní turbíny. Jednalo se o TG 660 MW, kde byly paralelně instalovány dva monitorovací systémy – systém VMS založený na metodě BTT zajišťující přímé měření kmitání lopatek a systém RAMS, který je založen na měření signálu relativních rotorových vibrací, a reprezentuje tak nepřímé měření kmitání lopatek. Pomocí vhodného zpracování přímého měření metodou BTT byl určen průběh nesymetrie kmitání lopatkového kola. Ten byl následně porovnán s příslušnou amplitudou kmitání lopatek, která byla identifikována z nepřímého měření systému RAMS. Ukázalo se, že obě veličiny dobře korespondují, a rotorové chvění tak lze použít k monitorování vibrací lopatek i v reálném provozu.

Získané závěry při řešení této disertační práce byly použity při návrhu a realizaci aplikačního výstupu v podobě monitorovacího systému, jehož popis je uveden v kapitole 9. V té je detailně popsán algoritmus použitý pro extrahování parametrů lopatkových vibrací ze signálu relativního rotorového chvění, jakožto i volba diagnostické veličiny a její alarmování. Navržený algoritmus byl testován nad reálnými daty TG 250 MW, což je v této části práce názorně ilustrováno. Mimo to byl prototyp tohoto systému v předchozích letech nasazen a testován také na TG 170 MW. V současné době je tento monitorovací systém, využívající rotorové vibrace pro určení stavu oběžných lopatek posledních kol NT dílu, komerčně nasazen na TG 215 MW.

Na tomto místě je ještě vhodné stručně zrekapitulovat vhodnost použití tohoto přístupu, tj. monitorování vibrací lopatek pomocí signálu relativního rotorového chvění, a jeho omezení. Jak bylo ukázáno v této práci, přítomnost informace o kmitání oběžných lopatek je v rotorovém chvění výsledkem působení nesymetrie kmitání lopatkového kola na hřídel. Důsledkem je, že ze svého principu nelze pomocí tohoto přístupu, na rozdíl od např. metody BTT, monitorovat kmitání každé lopatky nezávisle. Naopak je sledována souhrnná informace o kmitání všech lopatek instalovaných v rámci lopatkového kola, což právě charakterizuje definovaná nesymetrie. Tento přístup monitorování vibrací oběžných lopatek je tak alternativou ke stávajícím metodám, jakou je např. metoda BTT. Jeho využití nachází své uplatnění zejména tam, kde nasazení např. metody BTT není z procesních, ekonomických, či jiných důvodů možné.

Budoucí výzkum v této oblasti by měl zahrnovat monitorování fáze pro detailní diagnostiku místa, kde dochází ke změně nominálního kmitání, případně hledat další diagnostické veličiny, které by vedle stávajících ukazatelů mohly být použity k monitorování a diagnostice stavu lopatek.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

ABDELRHMAN, A. M., HEE L. M., LEONG, M. S., AL-OBAIDI, S., 2015. *Condition Monitoring of Blade in Turbomachinery: A Review* [online]. Advances in Mechanical Engineering [cit. 2017-08-06]. Dostupné z: <https://doi.org/10.1155/2014/210717>.

BACHSCHMID, N., SALVINI, G., TANZI, E., PESATORI, E., 2015. *The Influence of Blade Row Dynamics on Lateral and Torsional Shaft Vibrations in Steam Turbines*. Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics. Springer, Switzerland.

DANEK, O., VANEK, F., CIBULKA, J., 1993. *Experimental Investigation of Turbine Blades in Service*. In: *Diagnostics of Rotating Machines in Power Plants*. Proceedings of the CISM-IFToMM Sympo., October 27-29, Udine, Italy, s. 167-175. ISBN 978-3-211-82613-3.

DELGUTTE, B., GREENBERG, J., 1999. *Chapter 4 – The Discrete Fourier Transform* [online]. MIT [cit. 2020-04-19]. Dostupné z: [http://web.mit.edu/~gari/teaching/6.555/lectures/ch\\_DFT.pdf](http://web.mit.edu/~gari/teaching/6.555/lectures/ch_DFT.pdf).

FORBES, G. L., RANDALL, R. B., 2007. *Simulated Gas Turbine Casing Response to Rotor Blade Pressure Excitation*. 5th Australasian Congress on Applied Mechanics. Brisbane, Australia.

FORBES, G. L., RANDALL, R. B., 2013. *Estimation of turbine blade natural frequencies from casing pressure and vibration measurement*. Mechanical Systems and Signal Processing 36, s. 549-561.

GABRIEL, F. K., DONATO, V., 1986. *Telemetry Measurement of Combustion Turbine Blade Vibration in a High Temperature Environment*. ASME 1986 International Gas Turbine Conference and Exhibit, vol. 5, June 8-12, Düsseldorf, West Germany. ISBN 978-0-7918-7932-0.

GRAHAM, J. R., 2009. *Convolution, Correlation & Fourier Transforms* [online]. UC Berkeley [cit. 2018-09-11]. Dostupné z: <http://ugastro.berkeley.edu/infrared09/PDF-2009/convolution2.pdf>.

GUBRAN, A. A., SINHA, J. K., 2014. *Shaft instantaneous angular speed for blade vibration in rotating machine*. Mech Syst Sig Process 44 (1–2), 47–59, Special issue on Instantaneous Angular Speed (IAS) processing and angular applications.

HABER, Howard, E., 2009. *How to add sine functions of different amplitude and phase* [online]. University of California, Santa Cruz [cit. 2017-11-03]. Dostupné z: <http://scipp.ucsc.edu/~haber/ph5B/addsine.pdf>.

HARRIS, Fredric, 1978. J. *On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform* [online]. Proceedings of the IEEE, Vol. 66, No. 1, January 1978 [cit. 2015-03-05]. Dostupné z: <http://web.mit.edu/xiphmont/Public/windows.pdf>.

HEATH, S., IMREGUN, M., 1998. *A survey of Blade Tip-Timing Measurement Techniques for Turbomachinery Vibration*. ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 120, s. 784-791.

Hewlett-Packard, 1997. *Order Analysis of Rotating Machinery* [online]. Realtime Update. Fall 1996 – Winter 1997 [cit. 2018-08-01]. Dostupné z: [http://www.keysight.com/upload/cmc\\_upload/All/6C06DATAACQ\\_ORDER.pdf?&cc=CZ](http://www.keysight.com/upload/cmc_upload/All/6C06DATAACQ_ORDER.pdf?&cc=CZ).

HICKS, Tyler G., 2002. *Civil Engineering Formulas*. Second Edition. The McGraw-Hill Companies, Inc. ISBN 978-0-07-161470-2.

HU, Z., LIN, J., CHEN, Z-S., YANG, Y-M., LI, X-J., 2015. *A Non-Uniformly Under-Sampled Blade Tip-Timing Signal Reconstruction Method for Blade Vibration Monitoring*. Sensors. 2419-2437, ISSN 1424-8220.

CHI R. M., 1984. *Conceptual design of a non-interference stress measurement system for gas turbine engines*. Arnold Engineering Development Centre.

IMREGUN, M., 1999. *Basics of Blade and Disc Vibration* [online]. Von Karman Institute, Department of Energy Technology, Stockholm, Sweden [cit. 2018-02-08]. Dostupné z: <http://www.energy.kth.se/compedu/webcompedu/WebHelp/media%5Cslides%5CS5B3C4.pdf>.

JAKL, Jan, 2014. *Výzkum a vývoj metod a algoritmů pro detekci a lokalizaci rubbingu na parních turbínách*. Plzeň. Disertační práce. ZČU.

KUBÍN, Zdeněk., 2014. *Bezkontaktní monitorování oběžných lopatek turbín – samobuzené kmitání*. Plzeň. Práce ke státní doktorské zkoušce. ZČU.

KUMAR, V., 2005. *Cluster Analysis: Basic Concepts and Algorithms* [online]. Department of Computer Science and Engineering. University of Minnesota, USA [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: <https://www-users.cs.umn.edu/~kumar001/dmbook/ch8.pdf>.

LIŠKA, J., JAKL, J., 2015. *Application of Rub Advanced Monitoring System for Monitoring of Last Stage LP Rotor Blades*. Turbostroje 2015. Praha: TechSoft Engineering, spol. s r.o., s. 74-81. ISBN 978-80-905040-5-9.

LIŠKA, J., JAKL, J., STRNAD, J., 2016. *Monitoring of steam turbine blade state from the relative rotor vibration signals*. Condition Monitor, 2016, roč. 350, č. May 2016, s. 6-9. ISSN 0268-8050.

LOŠÁK, Petr, 2011. *Optimalizace modálního tlumení lopatek vysokotlakých stupňů parních turbín*. Brno. Dizertační práce. VUT.

MATHIOUDAKIS, K., LOUKIS, E., PAPILIOU, K., 1989. *Casing vibration and gas turbine operating conditions*. American Society of Mechanical Engineers (ASME). June 5-8, Toronto, Canada. Paper 89-GT-78.

MATHIOUDAKIS, K., PAPATHANASIOU, A., LOUKIS, E., PAPILIOU, K., 1991. *Fast response wall pressure measurement as a means of gas turbine blade fault identification*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. 113, no. 2, pp. 269–275.

National Instruments, 2016a. *NI-9234* [online]. © 2020 National Instruments [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: <https://www.ni.com/cs-cz/support/model.ni-9234.html>.

National Instruments, 2016b. *cDAQ-9139* [online]. © 2020 National Instruments [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: <https://www.ni.com/cs-cz/support/model.cdaq-9139.html>.

OKABE, Y., OTAWARA, Y., KANEKO, R., MATSUSHITA, O., NAMURA, K., 1991. *An equivalent reduced modelling method and its application to shaft-blade coupled torsional vibration analysis of a turbine-generator set*. Institution of Mechanical Engineers. Journal of Power and Energy. Volume: 205, issue: 3, s. 173-181.

Profess, 2020. *Snímače dráhy na principu vířivých proudů* [online]. PROFESS, spol. s r.o. 326 00 Plzeň [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: <https://www.profess.cz/mms/cs/produkty/snimace-drahy-na-principu-virivych-proudu>.

RANDALL, Robert, Bond, 2011. *Vibration-based Condition Monitoring*. John Wiley & Sons Ltd. ISBN 978-0-470-74785-8.

RAO, A. R., DUTTA, B. K., 2010. *Non Intrusive Method of Detecting Turbine Blade Vibration in an Operating Power Plant*. International Conference on Noise and Vibration Engineering 2010 (ISMA 2010), Leuven, Belgium. ISBN 9781617822773.

RAO, A. R., DUTTA, B. K., 2014. *Blade vibration triggered by low load and high back pressure*. Engineering Failure Analysis 46, 40-48.

RUSSHARD, P., 2014. *The Rise and Fall of the Rotor Blade Strain Gauge*. In: *Vibration Engineering and Technology of Machinery*. Proceedings of VETOMAC X 2014, University of Manchester, s. 27-37. ISBN 978-3-319-09917-0.

SATYAM, M., SUDHAKARA RAO V., DEVY, C. G., 1994. *Cepstrum Analysis – An Advanced Technique in Vibration Analysis of Defects in Rotating Machinery*. Defence Science Journal, vol. 44, no. 1, January 1994, pp. 53-60.

Siemens, 2014. *Identifying best practices for measuring and analyzing torsional vibration* [online]. 2014 [cit. 2018-02-05]. Dostupné z: [https://community.plm.automation.siemens.com/siemensplm/attachments/siemensplm/Simcenter\\_Test\\_tkb/26/1/Torsional%20Vibration%20White%20Paper.pdf](https://community.plm.automation.siemens.com/siemensplm/attachments/siemensplm/Simcenter_Test_tkb/26/1/Torsional%20Vibration%20White%20Paper.pdf).

SINGH, M. P., VARGO, J. J., SCHIFFER, D. M., DELLO J. D., 1988. *SAFE DIAGRAM – DESIGN AND RELIABILITY TOOL FOR TURBINE BLADING* [online]. Proceedings of the 17th Turbomachinery Symposium. Dallas, Texas, USA [cit. 2018-09-11]. Dostupné z: <http://oaktrust.library.tamu.edu/bitstream/handle/1969.1/163593/T1793-102.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.

SMITH, J. O., 2020. *Cross Synthesis Using Cepstral Smoothing or Linear Prediction for Spectral Envelopes* [online]. Stanford University, California, USA [cit. 2021-01-21]. Dostupné z: <https://ccrma.stanford.edu/~jos/SpecEnv/SpecEnv.pdf>.

SpectraQuest, 2018. *Machinery Fault Simulator - Magnum* [online]. SpectraQuest, Inc. 8227 Hermitage Road, Richmond, VA 23228 USA [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: <https://spectraquest.com/machinery-fault-simulator/details/mfs-mg/>.

---

STEPHERD, R. S., 1999. *Thin Film Sensor Techniques for the Instrumentation of Ceramic/Metal Interfaces in Next Generation Aero Gas Turbines*. University of Salford, Salford, UK.

STRNAD, Jaromír, 2011. *Metody bezkontaktního monitorování kmitání bandážovaných lopatek*. Plzeň. Diplomová práce. ZČU.

STRNAD, Jaromír, 2017. *Časofrekvenční metody pro bezkontaktní monitorování kmitů bandážovaných lopatek turbín*. Plzeň. Rigorózní práce. ZČU.

STRNAD, J., JAKL, J., LIŠKA, J., 2014. *Monitorování stavu lopatek parních turbín ze signálů relativního rotorového chvění*. Sborník 9. konference Zvyšování životnosti komponent energetických zařízení v elektrárnách. Plzeň: Západočeská univerzita, s. 229-232. ISBN 978-80-261-0406-3.

TRETTNER, Steven, A., 2013 [online]. *Double-Sideband Suppressed-Carrier Amplitude Modulation* [online]. University of Maryland [cit. 2018-11-02]. Dostupné z: <http://www.ece.umd.edu/~trettner/commlab/c6713slides/ch6.pdf>.

Wilcoxon, 2018. *High frequency accelerometers* [online]. Wilcoxon Sensing Technologies, Frederick, MD 21701, USA [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: <https://wilcoxon.com/wp-content/uploads/2018/11/732A-732AT-98084E.1.pdf>.

ZIELINSKI, M., ZILLER, G., 2005. *Noncontact Blade Vibration Measurement System for Aero Engine Application*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, ISABE-2005-1220.

ZILLY, Andrés, 2014. *Entwicklung einer Bewertungsmethodik für mit betrieblichen Wellenschwingungssensoren gemessene Schaufelschwingungen*. Fakultät für Maschinenwesen Institut für Kraftwerkstechnik, Dampf- und Gasturbinen, Aachen, März. Diplomarbeit.

## VLASTNÍ PUBLIKACE

VAŠÍČEK, V. 2015. *Analýza vibrací lopatek turbín ze signálů relativního rotorového chvění*. Plzeň. Diplomová práce. ZČU.

LIŠKA, J., KÁŠ, M., VAŠÍČEK, V., POLREICH, V., 2016. *Vývoj metod a softwaru pro analýzu a vizualizaci dat vzdáleného monitoringu parních turbín*. Souhrnná výzkumná zpráva. Plzeň.

VAŠÍČEK, V., LIŠKA, J., JAKL, J., 2016a. *Monitorování stavu lopatek metodou pokročilé řádové analýzy*. Trubostroje 2016, A.S.I., Plzeň. ISBN 978-80-270-0055-5.

VAŠÍČEK, V., LIŠKA, J., JAKL, J., 2016b. *Turbine Blades State Monitoring based on Advanced order Analysis*. Proceedings of 13th International Conference on Condition Monitoring and Failure Prevention Technologies, British Institute of NDT. ISBN 978-0-903132-63-X.

VAŠÍČEK, V., 2017. *Vliv provozních veličin na vyhodnocení stavu lopatek pomocí signálu relativního rotorového chvění*. Studentská vědecká konference FAV 2017. Západočeská univerzita v Plzni. s. 85-86. ISBN 978-80-261-0706-4.

VAŠÍČEK, V., LIŠKA, J., JAKL, J., 2017. *Rotating blades state evaluation using relative rotor vibration measurement considering the impact of operating conditions*. First World Congress on Condition Monitoring – WCCM 2017. London, UK. ISBN 978-0-903132-64-0.

LIŠKA, J., VAŠÍČEK, V., JAKL, J., 2018. *On possibilities of using relative shaft vibration signals for rotating blades monitoring*. Proceedings of ASME Turbo Expo 2018, Turbomachinery Technical Conference and Exposition. June 11-15. Oslo, Norway. ISBN 978-0-7918-5117-3.

VAŠÍČEK, V., 2018a. *Monitorování vibrací oběžných lopatek parních turbín s využitím analýzy rotového chvění*. Plzeň. Práce ke státní doktorské zkoušce. ZČU.

VAŠÍČEK, V., 2018b. *Trajektorie olopatkovaného kola při monitorování kmitání lopatek ze signálu rotorového chvění*. Studentská vědecká konference FAV 2018. Západočeská univerzita v Plzni. s. 84-85. ISBN 978-80-261-0790-3.

JAKL, J., LIŠKA, J., VAŠÍČEK, V., 2019. *Usage of shaft vibration signals for turbine blades monitoring*. Proceedings of 16th International Conference on Condition Monitoring and Asset Management, 2019 – CM 2019. Glasgow, UK. ISSN 2632-637X.

KALISTA, K., LIŠKA, J., JAKL, J., VAŠÍČEK, V., 2019. *Identification of seal dynamic force coefficients for turbine rotor monitoring purposes*. Proceedings of 16th International Conference on Condition Monitoring and Asset Management, 2019 – CM 2019. Glasgow, UK. ISSN 2632-637X.

LIŠKA, J., VAŠÍČEK, V., KÁŠ, M., 2019a. *Real-Time Remote Monitoring of Power Plants in terms of IIoT and Cloud Computing*. The 12th International Workshop on Structural Health Monitoring, September 10-12, 2019. Stanford, California, USA. ISBN 978-1-60595-601-5.

LIŠKA, J., JAKL, J., KUNKEL, S., VAŠÍČEK, V., KÁŠ, M., 2019b. *Vibration monitoring of rotating machine components*. Proceedings of 16th International Conference on Condition Monitoring and Asset Management, 2019 – CM 2019. Glasgow, UK. ISSN 2632-637X.

LIŠKA, J., JAKL, J., VAŠÍČEK, V., 2019c. *Rotating blades monitoring using standard turbine instrumentation*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. ISSN 0954-4062.

LIŠKA, J., JAKL, J., VAŠÍČEK, V., 2019d. *Diagnostika provozu parních turbín z vibračních signálů rotorového chvění*. Technická diagnostika, roč. 28, č. 2, s. 14-17, CZ. ISSN 1210-311X.

VAŠÍČEK, V., 2019. *Měření kmitání lopatek na ložiskovém stojanu experimentálního rotorového standu*. Studentská vědecká konference FAV 2019. Západočeská univerzita v Plzni. s. 72-73. ISBN 978-80-261-0867-2.

VAŠÍČEK, V., LIŠKA, J., JAKL, J., 2019a. *Monitoring and experimental validation of blade vibration forces acting on rotor*. Proceedings of 16th International Conference on Condition Monitoring and Asset Management, 2019 – CM 2019. Glasgow, UK. ISSN 2632-637X.

VAŠÍČEK, V., LIŠKA, J., STRNAD, J., JAKL, J., 2019b. *Experimental validation of the blade excitation in a shaft vibration signals*. Proceedings of the Second World Congress on Condition Monitoring – WCCM, 2-5 December, 2019. Singapore. ISBN 978-981-11-0744-3.

JAKL, J., LIŠKA, J., VAŠÍČEK, V., 2020. *Usage of shaft vibration signals for turbine blades monitoring*. Condition Monitor, Issue 401, August 2020. Northampton, UK. ISSN 0268-8050.

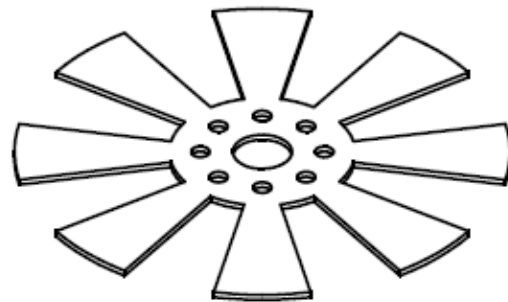
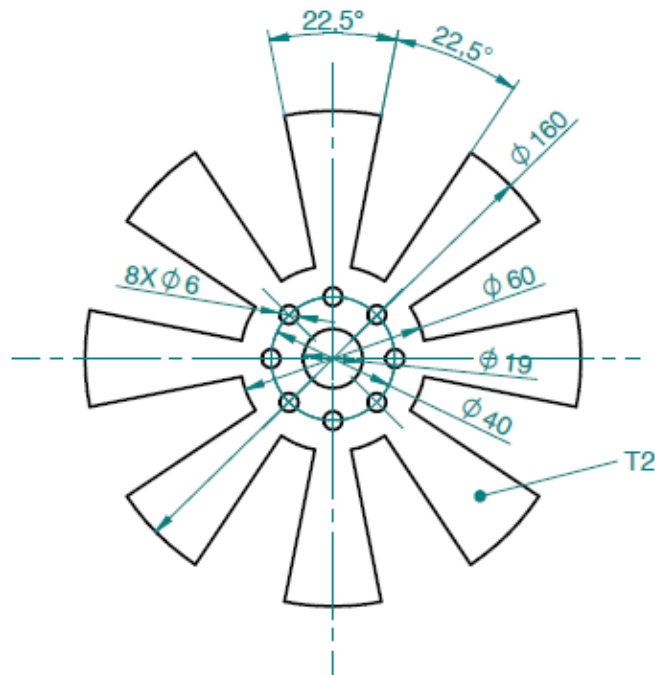
LIŠKA, J., JAKL, J., KUNKEL, S., VAŠÍČEK, V., KÁŠ, M., 2020. *Vibration monitoring of rotating machine components*. Condition Monitor, Issue 395, February 2020. Northampton, UK. ISSN 0268-8050.

LIŠKA, J., KÁŠ, M., KUNKEL, S., VAŠÍČEK, V., 2020. *Výzkum a vývoj v oblasti vyhodnocení a datové analýzy LPMS SW*. Souhrnná výzkumná zpráva. Framatome GmbH, Erlangen.

VAŠÍČEK, V., LIŠKA, J., STRNAD, J., JAKL, J., 2021a. *Experimental validation of the blade excitation in a shaft vibration signals*. Advances in Condition Monitoring and Structural Health Monitoring, January 2021. Springer Singapore. ISBN 978-981-15-9199-0.

VAŠÍČEK, V., LIŠKA, J., STRNAD, J., JAKL, J., 2021b. *Identification of dynamic behavior of steam turbine blades using rotor vibration measurement*. Proceedings of 14th European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics & Thermodynamics ETC14, April 12-16. Gdansk, Poland.

## A. VÝKRES LOPATKOVÉHO KOLA



Jméno		Datum		Revize		Změna					
Delka	Tol.	Radius / Zkos	Tol.								
120 < x ≤ 400	± 0,5	6 < x	± 1								
30 < x ≤ 120	± 0,8	3 < x ≤ 6	± 0,5	Navrhl	Zkontroloval	Měřítko	Hmotnost	Material	Tloušťka		
6 < x ≤ 30	± 0,2	0,5 < x ≤ 3	± 0,2	VASICEK		1:2	0.171 kg	11 523	T2		
0,05 < x ≤ 6	± 0,1			Datum	Datum	Chemicko-tepelné zpracování / povrch					
Sámost	Tol.	Kolmost	Tol.	19.11.2018							
120 < x ≤ 400	± 10	1000 < x ≤ 3000	1								
30 < x ≤ 120	± 20	300 < x ≤ 1000	0,8								
10 < x ≤ 30	± 30	100 < x ≤ 300	0,6								
0 < x ≤ 10	± 1*	0 < x ≤ 100	0,4								
Prmost / Plochost	Tol.	Soumístost	Tol.	Název							
300 < x ≤ 1000	0,6	1000 < x ≤ 3000	1	LOPATKOVE KOLO							
100 < x ≤ 300	0,4	300 < x ≤ 1000	0,8								
30 < x ≤ 100	0,2	0 < x ≤ 300	0,6								
10 < x ≤ 30	0,1			Číslo výkresu							
0 < x ≤ 10	0,05			023-00-001							
Kruhové házení	Tol.	ISO 2768 mK		Revise							
x	0,2			A							
										List	
										1/1	



## B. SCHÉMA ZAPOJENÍ DESKY PRO BUZENÍ LOPATEK

