

Západočeská univerzita v Plzni

Fakulta aplikovaných věd

Katedra mechaniky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Plzeň, 2023

Jakub Šroubek

Západočeská univerzita v Plzni

Fakulta aplikovaných věd

**Simulace a měření účinků náhodného
buzení na komponenty v dopravních
prostředcích**

Bc. Jakub Šroubek

**Vedoucí práce: Ing. Luboš Smolík, Ph.D.
Katedra mechaniky**

Plzeň, 2023

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta aplikovaných věd
Akademický rok: 2022/2023

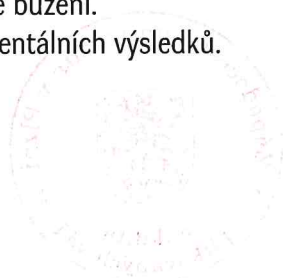
ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Bc. Jakub ŠROUBEK**
Osobní číslo: **A21N0087P**
Studijní program: **N0715A270006 Aplikovaná mechanika**
Specializace: **Dynamika konstrukcí a mechatronika**
Téma práce: **Simulace a měření účinků náhodného buzení na komponenty v dopravních prostředcích**
Zadávací katedra: **Katedra mechaniky**

Zásady pro vypracování

1. Rešerše – Působení náhodného buzení na dopravní prostředky.
2. Rozbor standardních metod pro řešení ustálené odezvy kmitavých systémů.
3. Návrh a dokumentace vzorku pro experiment.
4. Výpočet odezvy vzorku na náhodné buzení pomocí MKP.
5. Měření odezvy vzorku na náhodné buzení.
6. Porovnání teoretických a experimentálních výsledků.



Rozsah diplomové práce: **40 – 60 stran A4**

Rozsah grafických prací:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná**

Seznam doporučené literatury:

1. DUPAL, Jan. Mechanika stochastických systémů. Plzeň: Západočeská univerzita, 2008.
2. RANDALL, Robert B. Frequency Analysis. 3. vyd. Naerum (Dánsko): Brüel & Kjaer, 1987.
3. SLAVIČ, Janko, MRŠNIK Matjaž, ČESNIK Martin, JAVH Jaka a BOLTEŽAR Miha. Vibration Fatigue by Spectral Methods. Amsterdam (Nizozemí): Elsevier, 2021.
4. ZEMAN, Vladimír a HLAVÁČ Zdeněk. Kmitání mechanických soustav. Plzeň: Západočeská univerzita, 1999.

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Luboš Smolík, Ph.D.

Nové technologie pro informační společnost

Datum zadání diplomové práce:

26. října 2022

Termín odevzdání diplomové práce:

31. května 2023

Doc. Ing. Miloš Železný, Ph.D.
děkan



Doc. Ing. Jan Vimmr, Ph.D.
vedoucí katedry

V Plzni dne 26. října 2022

Prohlášení

Prohlašuji, že tuto diplomovou práci jsem vypracoval samostatně na základě pravidelných konzultací s vedoucím této diplomové práce. Využil jsem uvedené literatury a vědeckých pramenů.

Poděkování

Zde bych velmi rád poděkoval vedoucímu mé diplomové práce, Ing. Luboši Smolíkovi, Ph.D. za jeho odborné a inspirativní rady, cenné připomínky, nekonečný zájem o tuto práci a především za velkou trpělivost při tvorbě mé diplomové práce. Další poděkování patří konzultantovi této práce, Ing. Radkovi Bulínovi, Ph.D. za jeho odborné rady, především se softwarem ANSYS a Ing. Romanovi Křoftovi za ohromnou pomoc při realizaci experimentu, který je nedílnou součástí této práce.

Nevyčísitelné díky patří také mé rodině, která mě po celou dobu tvorby práce velmi podporovala.

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá problematikou simulací a měření odezvy na náhodné buzení v dopravních prostředcích a na jejich komponentách, základním přístupem k modelování profilu vozovky, výpočtovými modely buzení, návržením a výrobou testovacího vzorku pro vibrační zkoušky a samotným experimentálním měřením s tímto vzorkem.

Ve druhé kapitole práce je vysvětlen základní přístup k modelování náhodného buzení od profilu vozovky, po které se vozidlo pohybuje. Čtenář se seznámí se základními rovnicemi a parametry pro popis nerovnosti vozovky a s rešerší norem, které se touto problematikou zabývají.

Třetí kapitola se zabývá výpočtovými modely buzení pro řešení ustálené odezvy kmitavých systémů. V této kapitole jsou popsány tři modely buzení, kterými lze kmitavé systémy budit, dále základní veličiny a parametry, které se v těchto přístupech objevují a způsoby řešení, kterými lze k tomuto problému přistupovat. Na konci této kapitoly jsou shrnuty výsledky jednotlivých modelů buzení, porovnání výsledků mezi přístupy řešení a kvantifikace jejich odchylek.

Čtvrtá kapitola je věnována samotnému vzorku pro vibrační zkoušky, jeho návrhu včetně návržení konstrukce pro přichycení k budiči vibrací a samotnému popisu průběhu výroby. V této kapitole je také detailně popsána výpočtová analýza v software ANSYS včetně detailního popisu KP modelu. Výpočtová analýza v software ANSYS zahrnuje také odezvu vzorku na předepsaný profil výkonové spektrální hustoty (PSD).

Pátá kapitola se zabývá experimentálním měřením speciálního vzorku, konkrétně se jedná o experimentální analýzu, o odezvu vzorku na průběh náhodného buzení předepsaný pomocí profilu PSD. Dalším úkolem experimentálního měření je zjistit, jak je experiment ovlivněn podmínkami zkoušky, mezi které patří utažení matic a upevnění snímačů k vzorku.

V poslední kapitole jsou porovnány výsledky výpočtů a experimentálních měření a je provedena diskuze, která se týká odchylek mezi výpočty a měřeními.

Abstract

This thesis deals with the issues of simulations and measurements of the response to random excitation in vehicles and their components, the basic approach to modelling the road profile, computational models of excitation, design and production of a test specimen for vibration testing.

The second chapter of the thesis explains the basic approach to modelling random excitation from the road profile on which the vehicle is moving. The reader is introduced to the basic equations and parameters for describing pavement roughness and a survey of standards that address this issue.

The third chapter deals with computational models for the steady-state response of linear oscillating systems. This chapter describes three excitation models that can be used to excite linear oscillating systems, basic quantities and parameters that appear in the related equations, and methods to obtain the response to the introduced excitation types. At the end of this chapter, the results of each excitation model are summarized, comparing the results between the solution methods and quantifying their differences.

The fourth chapter is devoted to the specimen for vibration testing, its design, including the design of the attachment to the vibration exciter, and the description of the manufacturing process. In this chapter, the computational analysis in ANSYS software is also described in detail, including a detailed description of a FE model. The computational analysis in ANSYS software also includes the response of the specimen to random excitation prescribed by the power spectral density (PSD).

The fifth chapter deals with the vibration testing of the specimen, specifically its operational model analysis and response to the random excitation prescribed by the PSD. Another objective of the experiments is to determine how the test conditions, including the fastening torques and the usage sensors mounted directly to the specimen, affect the results.

In the last chapter, the computational and experimental results are compared, and all differences are discussed.

Obsah

1 Úvod	9
1.1 Motivace	9
1.2 Cíle a členění diplomové práce	9
2 Modelování náhodného buzení	10
3 Výpočtové modely buzení	13
3.1 Ustálená odezva na harmonické silové buzení	13
3.1.1 Analytické řešení amplitudové charakteristiky	14
3.2 Ustálená odezva na harmonické kinematické buzení	14
3.2.1 Analytické řešení amplitudové charakteristiky	15
3.3 Rychlá Fourierova transformace - frekvenční analýza	16
3.3.1 AutoFFT algoritmus	16
3.4 Numerické řešení pomocí řešiče ode45 - harmonické buzení	17
3.5 Numerické řešení pomocí řešiče ode45 - harmonické kinematické buzení	19
3.6 Stochastické buzení ve formě procesu	20
3.7 Výsledky výpočtů v programu MATLAB	23
3.7.1 Chyba v měření	25
4 Vzorek pro vibrační zkoušky	27
4.1 Návrh vzorku	27
4.1.1 Kritéria pro návrh Y-vzorku	27
4.1.2 Konstrukce vzorku	28
4.1.3 Výroba Y-vzorku	29
4.1.4 Přichycení k budiči vibrací	32
4.2 Výpočtová analýza vzorku	35
4.2.1 KP model	35
4.2.2 Modální analýza	37
4.2.3 Odezva na náhodné buzení	40
5 Experimentální měření	43
5.1 Příslušenství k experimentu	43
5.2 Experimentální identifikace vlastních frekvencí	44
5.3 Příprava měření odezvy na náhodné buzení	46
5.4 Průběhy náhodného buzení předepsané pomocí profilů PSD	47
5.5 Zpracování výsledků vysokorychlostní kamerou	48
5.5.1 Výsledky měření vysokorychlostní kamerou	49
5.6 Zpracování výsledků analyzátozem vibrací	51
5.6.1 Výsledky měření analyzátozem vibrací	51
6 Porovnání výsledků	53

7 Závěr	55
Literatura	57

1 Úvod

1.1 Motivace

V dnešní době, kdy je vývoj automobilů extrémně rychlý, je velmi důležité klást důraz na všechny možné aspekty, které se týkají návrhu automobilu. Samostatný vývoj automobilu zahrnuje mnoho testování, analýz a simulací, než vůbec dojde k samostatné výrobě. Například při navrhování podvozků, odpružení a zavěšení náprav je důležité znát odezvu na buzení od samotné vozovky, po které se automobil pohybuje. Znalost odezvy na buzení od vozovky je neméně důležitá také pro návrh elektrovýzbroje automobilu, zejména statorů elektromotorů, kde buzení od vozovky může poškodit fázové vodiče atd.

Tento problém je velice komplexní, protože je potřeba vytvořit matematický model nerovnosti vozovky, jímž se zabývá několik studií a norem. Nerovnosti, které jsou zpravidla nahodilého charakteru, zkoumá například slovinský tým ve složení Matjaž Mršnik, Janko Slavič a Martin Česnik, kteří o tomto problému doposud vydali několik studií, např. [1] a [2]. Popisem profilu vozovky, samotným průběhem jeho měření, zpracování a budícími účinky se zabývají například normy ČSN ISO 13473-2 [3], ISO 8608 [4] a ČSN EN 60068-2-64 [5].

1.2 Cíle a členění diplomové práce

Hlavním cílem této diplomové práce je navrhnout a vyrobit speciální vzorek pro vibrační zkoušky, experimentálně naměřit odezvy vzorku na náhodné buzení a ověřit vlastnosti tohoto vzorku. Dalším cílem práce je vytvořit také výpočtový model tohoto speciálního vzorku a vypočítat odezvy na náhodné buzení. Práce by dále měla porovnat výsledky experimentu a výpočtů odezev na náhodné buzení. Mezi dílčí cíle této práce patří představení základních přístupů modelování profilu vozovky a rozbor standardních metod pro řešení ustálené odezvy kmitavých systémů.

Práce je členěna následovně: Ve druhé kapitole je stručně vysvětlen přístup k modelování profilu vozovky. Třetí kapitola se zabývá základními způsoby modelování buzení kmitavých systémů a řešením ustálené odezvy na toto buzení. Čtvrtá kapitola je věnována speciálnímu vzorku pro měření účinků náhodného buzení, jeho návrhu a výrobě a následně výpočtové a experimentální analýze tohoto vzorku. Pátá kapitola se věnuje zkoušení vzorku, respektive jeho vibrační odezvě na předepsaný průběh náhodného buzení, zkoumání vlivu přítomnosti akcelerometru na výslednou odezvu a vlivu utahovacího momentu matic, které drží závaží na vzorku. V šesté kapitole je porovnání výsledků mezi výpočty provedenými v software ANSYS a experimentálním měřením.

2 Modelování náhodného buzení

Ke kmitání vozidla a k nežádoucím vibracím dochází především vlivem budících sil od pohonného ústrojí a nerovnosti vozovky, po které se vozidlo pohybuje. Aby bylo možné sestavit dostatečný výpočtový model vozidla dobře popisující realitu, který zahrnuje modely hnacího a převodového ústrojí, brzdných systémů, odpružení náprav atd., je nutné znát matematický model nerovnosti vozovky. Existuje několik studií a norem, které se zabývají popisem profilu vozovky. Jednou z nich je norma ČSN ISO 13473-2 [3], která se zabývá popisem textury vozovky pomocí profilů povrchu [3], norma ISO 8608 [4], která stanovuje jednotnou metodu záznamu naměřených dat o svislém profilu vozovky nebo norma ČSN EN 60068-2-64, jež uvádí typické průběhy náhodného zrychlení na vybraných částech vozidel včetně šasi, motorového prostoru a ploch pro přepravu nákladu [5]. Norma ISO 8608 se vztahuje na data získaná měřením na silnicích v zástavbě i mimo zástavbu, dálnicích i v terénu (mimo silnice). Nevztahuje se na údaje o železničních tratích. Zároveň zkoumá i buzení vozovek a inženýrských staveb od dopravních prostředků.

Automobily se pohybují po nerovnostech, které se vyskytují nahodile, tudíž je nutná znalost statistické vlastnosti právě těchto nerovností povrchů vozovek. Pro sestavení matematického modelu nerovnosti jsou neméně důležité i harmonické nerovnosti, i když se v praxi nevyskytují, ale jsou důležité pro teoretické vyšetřování kmitavé soustavy [6].

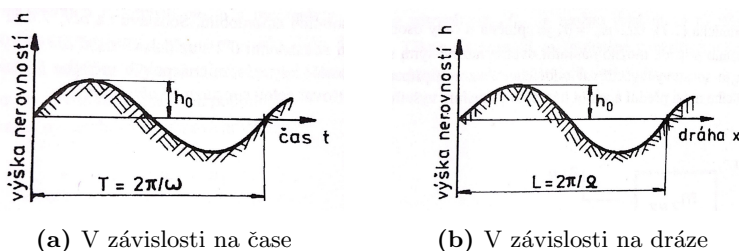
Jsou-li harmonické nerovnosti ve směru jízdy sinový průběh, pak pro výšku nerovnosti h v závislosti na čase t platí

$$h(t) = h_0 \sin(\omega t) = h_0 \sin \frac{2\pi}{T} t, \quad (2.1)$$

kde ω je úhlová frekvence nerovnosti, h_0 je amplituda nerovnosti vozovky a T je perioda [6]. Výška nerovnosti lze vyjádřit i v závislosti na dráze x . Pak zřejmě platí

$$h(x) = h_0 \sin(\Omega_L x) = h_0 \sin \frac{2\pi}{L} x, \quad (2.2)$$

kde Ω_L je dráhová úhlová frekvence a L je vlnová délka, jež vyjadřuje horizontální rozměr nepravidelnosti profilu textury, který vyjadřuje odchylku povrchu vozovky od ideálně rovného povrchu s vlnovou délkou textury menší než 0,5 m [3].



Obrázek 2.1: Harmonický průběh výšky nerovnosti [6]

Dráhovou úhlovou frekvenci a vlnovou délku váže vztah

$$\Omega_L = \frac{2\pi}{L}. \quad (2.3)$$

Z porovnání rovnic 2.1 a 2.2 plyne vztah

$$\omega = \Omega_L v = \frac{2\pi}{L} v, \quad (2.4)$$

kde v je konstantní rychlost jízdy vozidla. Detailní vztahy, které vyjadřují budící funkci vyjádřenou výškou nerovnosti h pro dvounápravové vozidlo s rozvorem l jsou nad rámec této práce a jsou vyjádřeny v [6].

Jak již bylo řečeno na začátku této kapitoly, vozovky mají profil nerovnosti zpravidla neuspořádaný a ve smyslu statistické dynamiky nahodilý. V tomto případě je výška nerovnosti h vyjádřena dvourozměrnou náhodnou funkcí polohy v rovině vozovky, jež je dána souřadnicemi x a y , tedy v podélném, respektive v příčném směru

$$h = h(x, y). \quad (2.5)$$

Pokud se funkce (2.5) zaznamená, nazývá se realizací a při vyšším počtu zaznamenání se jedná o tzv. soubor realizací [6]. Všechny vlastnosti náhodného procesu je možné jednoznačně určit, pokud ustálený náhodný proces bude ergodický a jeho jedna realizace bude dostatečně dlouhá, k čemuž je potřeba samozřejmě dostatečně dlouhý úsek vozovky pro pozorování a zaznamenání funkce (2.5). Zaznamenávaný děj, respektive funkce $h(t)$ na intervalu $\langle -T, T \rangle$ má tzv. střední kvadratickou hodnotu, respektive střední výkon, který je vyjádřen pravou stranou následující rovnice

$$\overline{h^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T h^2(t) dt, \quad (2.6)$$

jejíž odvození je detailně popsáno v [6]. Rovnici (2.6) je možné upravit na tvar

$$\overline{h^2(t)} = \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} S_h(\omega) d\omega, \quad (2.7)$$

kde $S_h(\omega)$, jejíž jednotka je $[m^2/Hz]$, je tzv. výkonová spektrální hustota ustáleného náhodného děje $h(t)$ a je zjišťována obvykle experimentálně. Anglicky je často označována jako PSD (power spectral density) a jinak je známá jako výkonová spektrální hustota výšky nerovnosti vozovky. PSD udává, jak je po celém frekvenčním pásmu rozdělen celkový výkon děje $h(t)$ [3], [4], [6]. Střední kvadratickou hodnotu výšky je možné také vyjádřit v závislosti na dráze

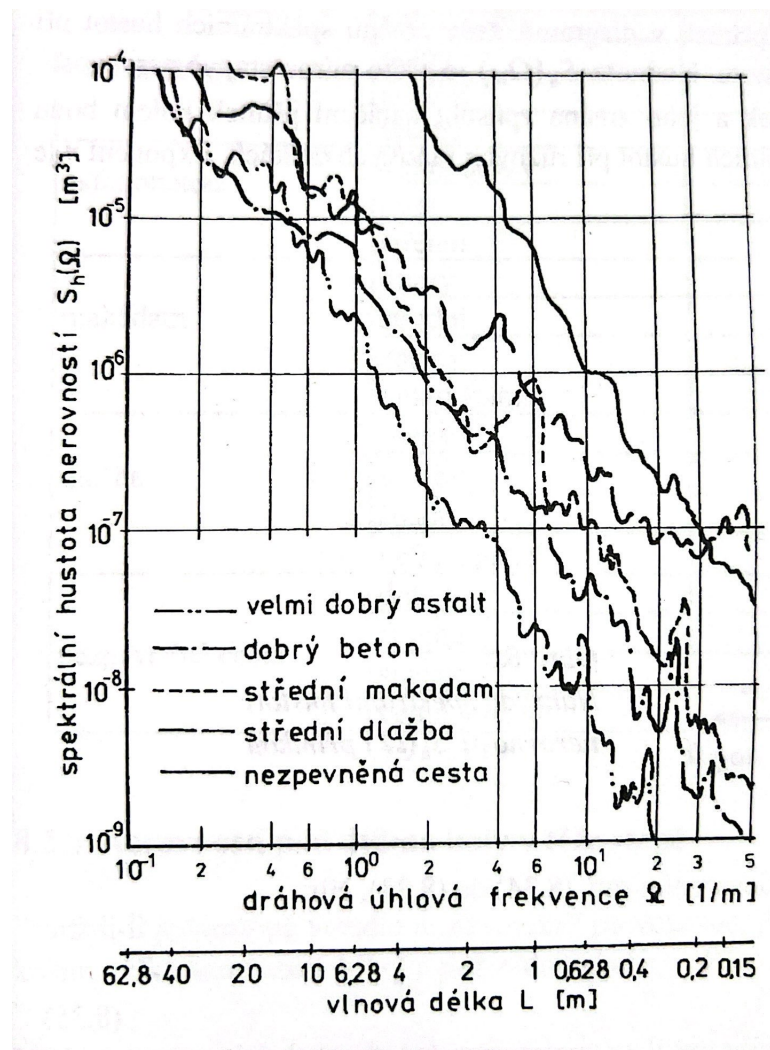
$$h^2(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_h(\Omega_L) d\Omega_L, \quad (2.8)$$

kde $S_h(\Omega_L)$ se udává v jednotkách $[m^3]$. Výkonové spektrální hustoty v závislosti na frekvenci ω a na dráhové úhlové frekvenci Ω_L váže vztah

$$S_h(\omega) = \frac{1}{v} S_h(\Omega_L). \quad (2.9)$$

Výše bylo zmíněno, že výkonová spektrální hustota výšky nerovnosti $S_h(\omega)$ se zjišťuje výhradně experimentálně. Tomuto experimentu předchází několik příprav, mezi které určitě patří přesná

definice parametrů konkrétní analýzy, například Rychlá Fourierova transformace (FFT - Fast Fourier Transformation) a její nastavení. Nedílnou součástí je také popis vozovky, na které se experiment provádí, tzn. průměrný počet projetých aut za den, průměrná rychlost automobilů na vybraném úseku, stáří vozovky apod. Jeden z příkladů tohoto měření nerovnosti povrchů vozovky je znázorněn na obr. 2.2.



Obrázek 2.2: Spektrální hustota výšky nerovnosti $S_h(\Omega_L)$ v závislosti na dráhové úhlové frekvenci Ω_L a vlnové délce L [6]

3 Výpočtové modely buzení

Hlavním cílem této kapitoly je rozbor standardních metod pro řešení ustálené odezvy kmitavých systémů v software MATLAB pomocí amplitudové charakteristiky, kde na vstupu je zadána hmotnost, tlumení, amplituda a frekvence budící síly. Pro výpočet ustálené odezvy je uvažován model lineární kmitavé tlumené soustavy (viz obr. 3.1) ve tvaru

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F(t), \quad (3.1)$$

kde m [kg] je výše zmíněná hmotnost, b [Ns/m] je koeficient viskózního tlumení, k [N/m] je tuhost, x [m] je zobecněná souřadnice, respektive výchylka a její derivace (rychlost \dot{x} [m/s] a zrychlení \ddot{x} [m/s²]), a $F(t)$ [N] je budící síla. Z fyzikálního hlediska můžeme buzení rozdělit na dva způsoby, jako je tomu v této kapitole. V prvním případě síla $F(t)$ působí ve stejném směru jako je kótování výchylky výše zmíněné kmitavé tlumené soustavy, a tím pádem se jedná o tzv. silové buzení. Druhým typem buzení je tzv. kinematické buzení, ke kterému dochází pevným spojením konce pružiny a rámu, který koná předepsaný pohyb $y(t)$.

Budit kmitavě tlumenou soustavu lze také náhodným procesem ve frekvenční oblasti. V této práci se jedná o ergodické náhodné procesy, což je například teoretický bílý šum [6]. Soustava má tvar (3.1) s rozdílem pravé strany, která je nahrazena právě náhodným procesem $P(t)$ [7].

3.1 Ustálená odezva na harmonické silové buzení

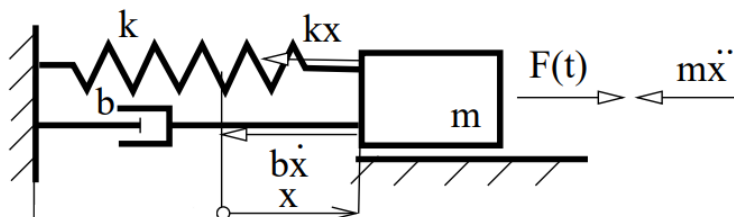
Jak již bylo zmíněno výše, mezi nejvýznamnější případy z teoretického hlediska patří zcela jistě harmonické buzení s pohybovou rovnicí (3.1). Budící funkce na pravé straně je v tomto případě ve tvaru

$$F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (3.2)$$

přičemž F_0 je amplituda buzení a ω je úhlová frekvence buzení. Pohybovou rovnicí (3.1) lze upravit vydělením hmotností m a zavedením parametrů vlastní frekvence $\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ a poměrného útlumu $D = \frac{b}{2\sqrt{km}} \Leftrightarrow \frac{b}{m} = 2D\Omega$. Po úpravě má rovnice (3.2) tvar

$$\ddot{x} + 2D\Omega\dot{x} + \Omega^2x = \frac{F_0 \sin(\omega \cdot t)}{m}. \quad (3.3)$$

Na následujícím schématu je znázorněn model podélně kmitavé tlumené soustavy s budící silou ve tvaru (3.2)



Obrázek 3.1: Schéma kmitavé tlumené soustavy s harmonickým buzením [8]

3.1.1 Analytické řešení amplitudové charakteristiky

Amplitudová charakteristika je závislost velikosti amplitudy ustálených vynucených kmitů na frekvenci budící síly.

Pro vykreslení grafu amplitudové charakteristiky, respektive rezonanční křivky, je nezbytné znát její analytický předpis, který byl důkladně odvozen v [9] a je ve tvaru

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + 4D^2\Omega^2\omega^2}} = \frac{\frac{f_0}{m}}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + 4D^2\Omega^2\omega^2}}, \quad (3.4)$$

kde X je amplituda harmonického partikulárního řešení a je závislá na vzdálenosti budící frekvence ω k vlastní frekvenci Ω [9] a $f_0 = \frac{F_0}{m}$ je normovaná amplituda budící síly. Samotná amplitudová charakteristika harmonického buzení je graf závislosti $X(\omega)$. Z obecného předpisu (3.4) amplitudové charakteristiky je patrné, že pokud je budící frekvence ω blíže vlastní frekvenci soustavy Ω , amplituda kmitání je vyšší. Pokud jsou si vlastní a budící frekvence rovny, tedy $\omega = \Omega$, dochází k rezonanci, což je považováno za kritický případ, při kterém mohou vznikat například nežádoucí vibrace celé soustavy [10].

Pokud se jedná o netlumenou soustavu, amplituda jejích kmitů směřuje k "nekonečnu". V případě tlumené soustavy konečnou velikost určuje právě tlumení. To samé platí de-facto i pro parametr tuhosti k , s jehož zmenšováním amplituda kmitání roste. Naopak je to s hmotností, při jejímž zmenšování amplituda klesá. Amplitudová charakteristika je často k vidění i v tomto tvaru

$$X = \frac{\frac{F_0}{k}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}, \quad (3.5)$$

kde $\eta = \frac{\omega}{\Omega}$ je součinitel naladění. Tvar amplitudové charakteristiky je znázorněn na obr. 3.5a v kapitole 3.7.

3.2 Ustálená odezva na harmonické kinematické buzení

Dalším druhem buzení je kinematické buzení, ke kterému dochází, koná-li báze (pružně spojená s hmotou m) předepsaný pohyb $y(t)$, viz obr. 3.2. Proti směru pohybu působí na uvolněnou hmotu m elastická síla, která závisí na relativní výchylce $z = x - y$, respektive na deformaci pružiny, síla tlumící závislá na derivaci relativní výchylky $\dot{z} = \dot{x} - \dot{y}$, respektive na rychlosti

deformace pružiny a setrvačná síla $m\ddot{x}$ [9]. Pohybová rovnice je ve tvaru

$$m\ddot{x} + b(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0. \quad (3.6)$$

V absolutní výchylce x má rovnice (3.6) tvar

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = b\dot{y} + ky. \quad (3.7)$$

Stejně jako v případě harmonického buzení je možné zavést veličiny vlastní frekvence Ω a poměrného útlumu D a rovnici (3.7) přepsat do tvaru

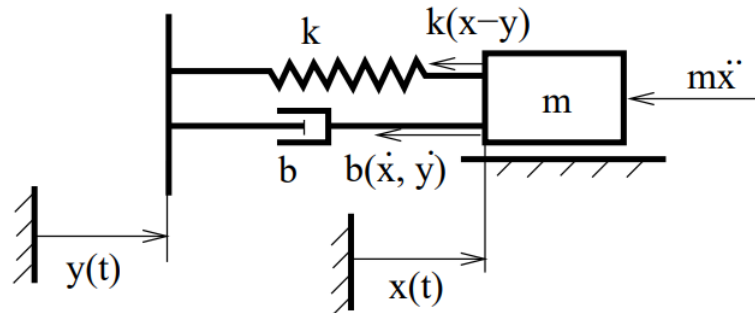
$$\ddot{x} + 2D\Omega\dot{x} + \Omega^2x = 2D\Omega\dot{y} + \Omega^2y. \quad (3.8)$$

V relativní výchylce $z = x - y$ je pak rovnice (3.6) ve tvaru

$$m(\ddot{z} + \ddot{y}) + b\dot{z} + kz = 0. \quad (3.9)$$

Po zavedení veličin vlastní frekvence Ω a poměrného útlumu D je rovnice (3.9)

$$\ddot{z} + 2D\Omega\dot{z} + \Omega^2z = -\ddot{y}. \quad (3.10)$$



Obrázek 3.2: Schéma kmitavé tlumené soustavy s kinematickým buzením [9]

3.2.1 Analytické řešení amplitudové charakteristiky

Analytický předpis amplitudové charakteristiky byl taktéž detailně odvozen v [9] a je ve tvaru

$$X = Y \sqrt{\frac{\Omega^4 + 4D^2\Omega^2\omega^2}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + 4D^2\Omega^2\omega^2}} \quad (3.11)$$

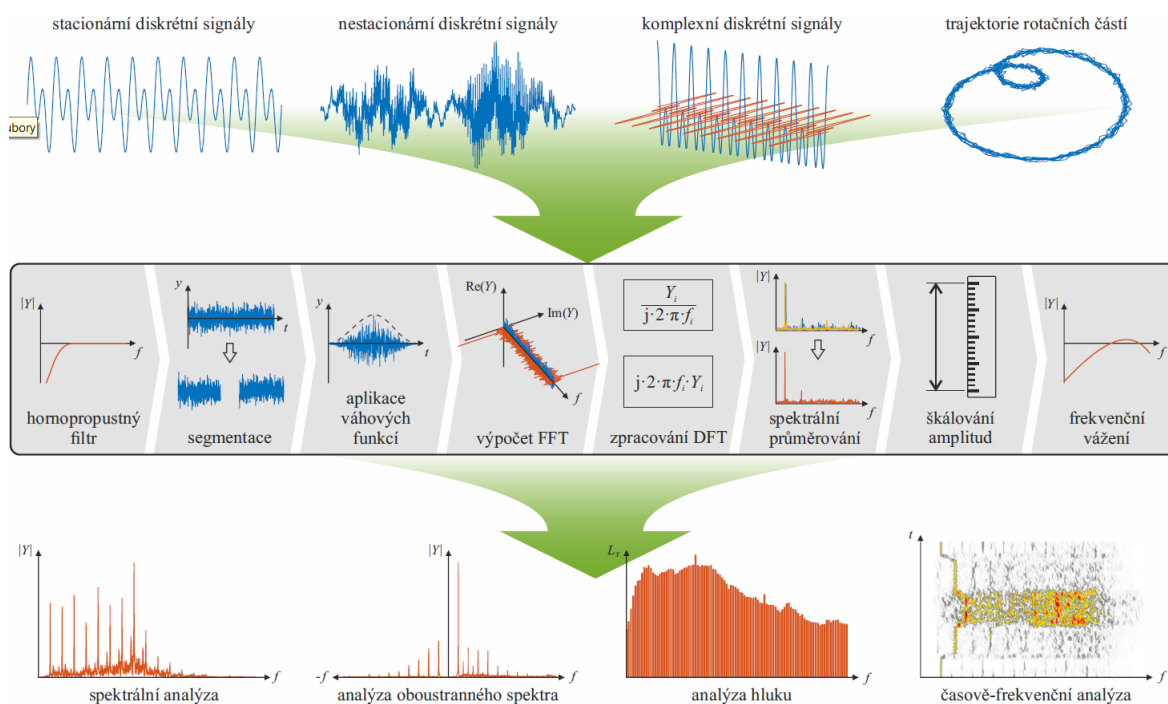
kde X je amplituda a Y je amplituda buzení [8]. Pro stejné parametry jako u harmonického buzení má amplitudová charakteristika kmitavého tlumeného systému kinematicky buzeného pomocí analytického řešení průběh zobrazen na obr. 3.5b též v kapitole 3.7.

3.3 Rychlá Fourierova transformace - frekvenční analýza

Pro znázornění amplitudové charakteristiky s využitím numerického řešení odezvy kmitavých systémů v čase je nutné implementovat tzv. rychlou Fourierovu transformaci (Fast Fourier transform, zkratkou FFT).

Rychlá Fourierova transformace je jedním z nástrojů, který umožňuje analyzovat frekvenční spektrum diskrétního signálu a je jedním z nejvýznamnějších numerických algoritmů vyvinutý ve 20. století [11]. Umožňuje efektivní výpočet frekvenčních složek v časově diskrétních signálech [12] a používá se v rozmanitém spektru aplikací, včetně zpracování signálu a obrazu, audio a elektrotechniky, měření a matematiky. Proto je FFT implementováno prakticky v každém programovacím jazyce. Jednotlivé aplikace často vyžadují unikátní postupy a úpravy, které obvykle nejsou součástí standardních knihovnických funkcí a musí je implementovat uživatelé.

V této diplomové práci je pro FFT použitý časově-frekvenční analyzátor AutoFFT pro MATLAB. AutoFFT je software pro kvantitativní neparametrický odhad výkonového spektra a spektrální výkonové hustoty (PSD) [13] ve vibrační diagnostice, dynamice a akustice. AutoFFT je navrženo s ohledem na rychlost a přesnost. Neparametrický odhad výkonového spektra je rychlejší než knihovní funkce MATLABu. Výsledné spektrum používá fyzikální jednotky, např. m/s^2 nebo Pa. Přesnost odhadu spektrálních jednotek je validována pomocí profesionálních frekvenčních analyzátorů Brüel & Kjær [14].



Obrázek 3.3: Zpracování vstupních signálů pomocí FFT a spektrum možných analýz

3.3.1 AutoFFT algoritmus

Obr. 3.3 ukazuje, jak AutoFFT zpracovává vstupní signály a které analýzy lze provádět s aktuální verzí kódu. AutoFFT využívá k odhadu výkonových spekter Welchovu metodu [13], která je optimalizována a mírně upravena pro snížení výpočtové náročnosti. AutoFFT dokáže zpracovávat

diskrétní vstupní signály pomocí hornopropustných filtrů, které jsou navrženy tak, aby minimalizovaly zkreslení v užitečném frekvenčním rozsahu. Filtrované signály se rozdělí na kratší segmenty, které se mohou překrývat. Na každý segment je aplikována váhová funkce a vážený diskretní signál je transformován do frekvenční oblasti pomocí metody FFTW3 [12]. Výsledná komplexní posloupnost může být dále upravena pro odhad derivace nebo integrálu vstupního signálu. Algoritmus dále umí omezit frekvenční rozsah analýzy a vypočítat spektrální průměry a statistické parametry, nebo provést krátkodobou Fourierovu transformaci (Short-time Fourier Transformation - STFT).

3.4 Numerické řešení pomocí řešiče ode45 - harmonické buzení

Obecně jsou algoritmy pro numerické řešení obyčejných diferenciálních rovnic (ODR) formulovány (odvozeny) pro soustavy rovnic, či rovnice 1. řádu. Aby bylo možné řešit rovnice vyššího řádu, musí se redukovat jejich řád. Diferenciální rovnice druhého řádu často matematicky popisují úlohy dynamiky, jako je tomu například v případě (3.1). ODR druhého řádu (3.1) lze převést na dvě rovnice prvního řádu pomocí následující substituce

$$y_1 = x,$$

$$y_2 = \dot{x}.$$

Po dosazení substitučních vztahů do (3.1) bude platit

$$\dot{y}_1 = y_2, \tag{3.12}$$

$$\dot{y}_2 = \frac{1}{m} (-by_2 - ky_1 + F(t)). \tag{3.13}$$

Pro řešení této soustavy rovnic byl jako řešič zvolen ode45 při počátečních podmínkách

$$x(0) = y_1(0) = x_0,$$

$$\dot{x}(0) = y_2(0) = \dot{x}_0.$$

Obecně řešič ode45 integruje za počátečních podmínek $(y_1(0), y_2(0))$ systém diferenciálních rovnic

$y' = f(t, y)$ z t_0 do t_f , kde t_0 je počáteční čas a t_f je koncový čas. Ode45 je všestranný řešič ze skupiny ODE a je považován za univerzální řešič vhodný pro širokou škálu problémů. Řešič ode45 není vhodný pouze pro numericky tuhé (stiff) systémy.

Pro zpřesnění výsledků je nutné pomocí funkce `odeset` definovat absolutní a relativní tolerance řešení. Tyto tolerance se používají k omezení lokální chyby diskretizace. Relativní tolerance byla zvolena `RelTol`= 10^{-4} a absolutní tolerance `AbsTol`= 10^{-8} . Pro demonstraci je níže kód ze software MATLAB.

Listing 3.1: Odeset - nastavení relativní a absolutní tolerance řešení

```
1 options = odeset('RelTol', 1e-4, 'AbsTol', 1e-8);
```

V dalším kroku dochází k volání funkce `ode45`, ve které jsou definovány rovnice (3.12) a (3.13) a funkce pravé strany, respektive budící síla (3.2).

Listing 3.2: Funkce pro ode řešič

```

1 % *Volana funkce*
2
3 function dy = fce(t, y, m, b, k, Fs, freq)
4 % Prubeh budici sily
5 F = Fs * sin(2*pi*freq*t);
6 % Pohybova rovnice
7 dy = zeros(2,1);
8 dy(1) = y(2);
9 dy(2) = 1/m*(-b*y(2) - k*y(1) + F);
10 end

```

Zároveň je zde kompletní nastavení FFT zahrnující spektrální jednotku a rozlišení, váhovou funkci, překryv po sobě jdoucích oken a průměrování. Ve volané funkci je také zahrnut konstantní integrační krok a počáteční podmínky.

Listing 3.3: Numerické řešení pro jednu konkrétní frekvenci pomocí FFT

```

1 % Reseni pro jednu konkretni frekvenci
2
3 % Reseni pro frekvence freq(10)
4 [t, y] = ode45(@(t,y) fce(t, y, m, b, k, F0, freq(10)), ...
5             0:0.001:10, [x0 dx0], options);
6 % FFT
7 setup = struct('spectralunit'      , 'pk', ... % Spektralni jednotka
8             - amplituda (0-peak)
9             'frequencyresolution', 0.2, ... % Spektralni rozliseni
10            - 0.2 Hz (protoze vektor freq ma krok 0.2 Hz)
11            'window'                , 'h', ... % Hannovo okno
12            'overlappercentage'     , 75, ... % Prekryv po sobe
13            jdoucich oken 75 %
14            'averaging'              , 'lin' ); % Linearni
15            prumerovani
16
17 tmin = 1; % Cas od ktereho analyzujeme vypocitanou odezvu
18         % Napr. prvky z vektoru t, ktere jsou vetsi nez tmin
19         % se vyberou pomoci prikazu t(t >= tmin)
20 [s, f] = autofft(y(t >= tmin, 1), t(t >= tmin), setup);
21
22 % Vybrani amplitudy, ktera je na frekvencni care nejblizsi budici
23     frekvenci freq(10)
24 [~, fline] = min(abs(f - freq(10)));
25 figure
26 plot(f, s)
27 title('Konkretni bod z amplitudove charakteristiky pomoci FFT')
28 xlabel('frekvence (Hz)')
29 ylabel('Amplituda')
30 xlim([0 20])

```

Toto řešení bylo provedeno pro jednu konkrétní budící frekvenci ω o velikosti 10 rad/s. Konkrétní amplituda vůči vybrané frekvenci za nulových počátečních podmínek je znázorněna ve výsledcích na obr. 3.6

Aby bylo možné ověřit, zda numerické řešení amplitudové charakteristiky odpovídá analytickému řešení (3.4), které je znázorněno na obr. 3.5a, bylo nutné provést numerickou integraci pohybové rovnice (3.13) pro každou jednu budící frekvenci z intervalu $\langle 0, 20 \rangle$ Hz s krokem 0,2 Hz.

Listing 3.4: Numerické řešení pro všechny frekvence pomocí FFT

```

1 %Reseni pro vsechny frekvence
2 for i = 1:length(freq)
3     [t, y] = ode45(@(t,y) fce(t, y, m, b, k, F0, freq(i)), ...
4                 0:0.001:10, [x0 dx0], options);
5     [s, f] = autofft(y(t >= tmin, 1), t(t >= tmin), setup);
6     plot (f, s);
7     title ('Amplitudova charakteristika z analytickeho a numerickeho
8           reseni ')
9     xlabel(Budici frekvence (Hz))
10    ylabel(Receptance (m/N))
11    xlim([0 20])
12 end

```

3.5 Numerické řešení pomocí řešiče ode45 - harmonické kinematické buzení

Numerické řešení za pomoci řešiče ode45 a analýzy výsledků za pomoci FFT byl proveden zcela identicky, jako tomu bylo u systému s harmonickým buzením. Změna byla pouze v úpravě druhé rovnice soustavy, která je nyní ve tvaru

$$\dot{y}_2 = \frac{1}{m} (-by_2 - ky_1 + b\dot{z} + kz). \quad (3.14)$$

V tomto testovacím příkladě je buzení předepsáno ve tvaru

$$z = Y \sin(\omega t) \quad (3.15)$$

a

$$\dot{z} = Y\omega \cos(\omega t), \quad (3.16)$$

kde Y je amplituda buzení a ω je budící frekvence. V tomto případě y_2 a y_1 jsou absolutní rychlost a výchylka, z je pohyb rámu a \dot{z} je jeho rychlost. V kódu v software MATLAB je uvažováno $Y = 1$.

Listing 3.5: Funkce pro ode řešič

```

1 %Volana funkce
2 function dy = fce(t, y, m, b, k, freq)
3 %Predepsany pohyb ramu
4 z = sin(2*pi*freq*t);
5 dz = cos(2*pi*freq*t)*(2*pi*freq);
6 % Pohybova rovnice
7 dy = zeros(2,1);
8 dy(1) = y(2);
9 dy(2) = 1/m*(-b*y(2) - k*y(1) + b*dz + k*z);
10 end

```

Opět byl nejdříve vykreslen konkrétní bod z amplitudové charakteristiky, konkrétně pro frekvenci 50 rad/s.

Pomocí `for` cyklu bylo opět vykresleno celé pole frekvencí a bylo porovnáno analytické a numerické řešení zobrazené ve výsledcích.

3.6 Stochastické buzení ve formě procesu

V této kapitole je popsáno buzení kmitavě tlumené soustavy, jejíž parametry jsou považovány za známé - deterministické, stochastickým buzením ve formě náhodného procesu. Příkladem tohoto typu buzení je například buzení vozidel nerovnostmi povrchu či zemětřesení [7], [15]. Chování lineárního diskrétního kmitavého systému je tedy popsáno vztahem

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{P}(t), \quad (3.17)$$

kde \mathbf{M} , \mathbf{B} , \mathbf{K} jsou postupně matice hmotnosti, tlumení a tuhosti, $\mathbf{q}(t)$ je vektor zobecněných výchylek a $\mathbf{P}(t)$ je vektorový stacionární ergodický proces [7]. Aby bylo možné určit vektor středních hodnot zobecněných výchylek, je nutné aplikovat operátor Fourierovy transformace

$$F(f) = \mathcal{F}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i2\pi ft} dt, \quad (3.18)$$

na vztah (3.17), čímž vznikne

$$\underbrace{(-4\pi^2 f^2 \mathbf{M} + i2\pi f \mathbf{B} + \mathbf{K})}_{\mathbf{Z}(f)} \mathbf{q}(f) = \mathbf{P}(f), \quad (3.19)$$

kde $\mathbf{q}(f) = \mathcal{F}\{\mathbf{q}(t)\}$, respektive $\mathbf{P}(f) = \mathcal{F}\{\mathbf{P}(t)\}$ a matice $\mathbf{Z}(f)$ je matice dynamické tuhosti, k níž inverzní matice je matice dynamické poddajnosti

$$\mathbf{H}(f) = \mathbf{Z}^{-1}(f). \quad (3.20)$$

Fourierův obraz vektoru zobecněných výchylek lze získat ze vztahu (3.19) ve tvaru

$$\mathbf{q}(f) = \mathbf{Z}^{-1}(f)\mathbf{P}(f) = \mathbf{H}(f)\mathbf{P}(f). \quad (3.21)$$

Matice spektrálních hustot zobecněných výchylek se dá určit pomocí vztahu

$$\mathbf{S}_{\mathbf{q}}(f) = E \left\{ \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \mathbf{q}(f) \mathbf{q}^H(f) \right\}, \quad (3.22)$$

kde E je operátor střední hodnoty. Po dosazení vztahu (3.21) do (3.22) vznikne

$$\mathbf{S}_q(f) = E \left\{ \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \mathbf{H}(f) \mathbf{P}(f) \mathbf{P}^H(f) \mathbf{H}^H(f) \right\} = \mathbf{H}(f) E \left\{ \underbrace{\lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \mathbf{P}(f) \mathbf{P}^H(f)}_{\mathbf{S}_p(f)} \right\} \mathbf{H}^H(f), \quad (3.23)$$

kde $\mathbf{S}_p(f)$ je matice spektrálních hustot buzení. Nyní je možné napsat vztah mezi spektrálními hustotami buzení a zobecněných výchylek ve tvaru

$$\mathbf{S}_q(f) = \mathbf{H}(f) \mathbf{S}_p(f) \mathbf{H}^H(f). \quad (3.24)$$

Jako příklad náhodného procesu ve frekvenční oblasti může být považován bílý šum, který je klasifikován jakožto náhodný proces s konstantní spektrální hustotou. Fyzikálně tento jev není realizovatelný, jelikož jsou v něm zastoupeny všechny složky frekvencí $f \in (-\infty, \infty)$ stejnou měrou [7]. V jakémkoliv pásmu dané šířky se signál prezentuje stejným výkonem. Název bílý šum je převzat od bílého světla, které též obsahuje všechny barevné frekvence. V diskrétním čase je bílý šum diskrétní signál a jeho jednotlivé vzorky tvoří posloupnost náhodných veličin, které mají konečný rozptyl a nulovou střední hodnotu. Šum, který splňuje tyto podmínky se označuje jako Gaussův bílý šum.

Autokovariační funkci bílého šumu $X(t)$ s intenzitou $f(t)$ lze vypočítat použitím zpětné Fourierovy transformace použitím vztahu

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}\{F(f)\} = \int_{-\infty}^{\infty} F(f) e^{i2\pi ft} df, \quad (3.25)$$

protože zpětný Fourierův obraz jedničky je jednotkový impuls. Autokorelační funkce je pouze posunuta o kvadrát střední hodnoty šumu. $f = \omega/2\pi$ Hz je frekvence a symboly \mathcal{F} a \mathcal{F}^{-1} jsou Fourierova transformace a Fourierova inverzní transformace. Pomocí Fourierovy transformace lze superpozici k periodickému buzení zobecnit jako

$$x(t) = \mathcal{F}^{-1}\{X(\omega)\}, \quad (3.26)$$

kde

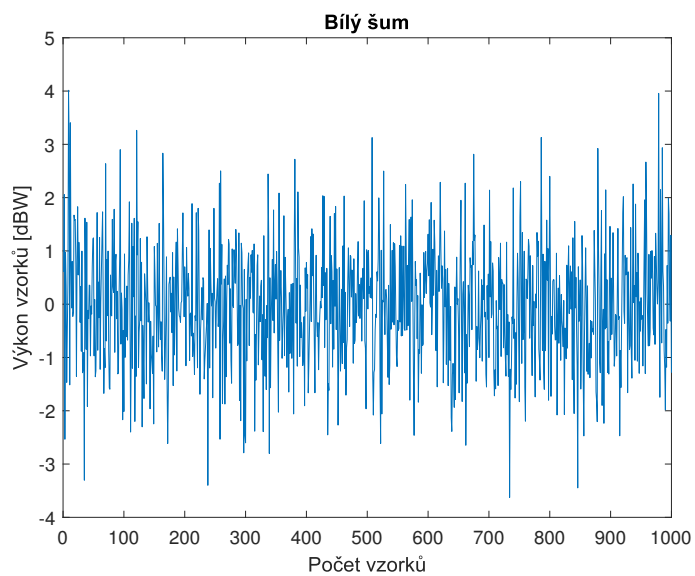
$$X(\omega) = \alpha(\omega) F(\omega). \quad (3.27)$$

α je funkce frekvenční odezvy ve formě receptance a $F(\omega)$ je Fourierova transformace budící síly $\mathcal{F}\{f(t)\}$.

V Communications Toolboxu softwaru MATLAB je pro bílý šum předdefinovaná funkce `noise = wgn(m,n,power)`, kde `m` je počet vzorků bílého Gaussova šumu, `n` je počet vygenerovaných diskretních signálů (kanálů) a `power` je výkon šumu s jednotkou dBW. Níže je zobrazen kód a graf pro bílý šum s tisíci vzorky, s jedním kanálem a s jednotkovým výkonem.

Listing 3.6: Bílý šum

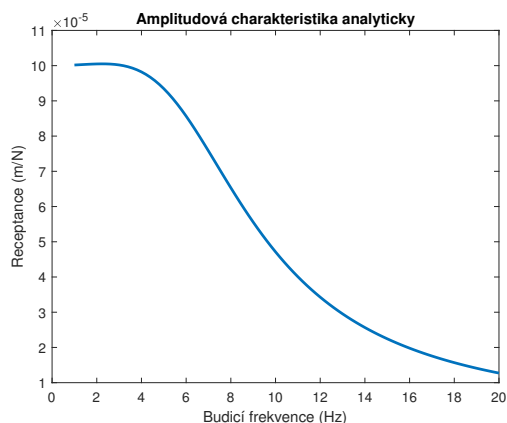
```
1 % *Bily sum (White Gaussian noise)*
2
3 n_samples = 1000;
4 t_noise = linspace(0, 10, n_samples);
5 noise = wgn(n_samples, 1, 1);
6 figure()
7 plot(noise)
8 title('Bily sum')
9 xlabel('Pocet vzorku')
10 ylabel('Vykon vzorku [dBW]')
```



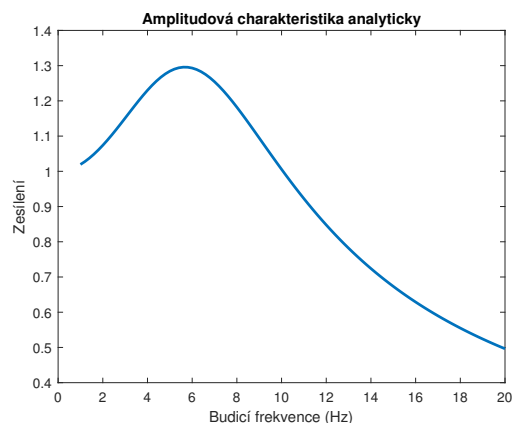
Obrázek 3.4: Bílý šum pro $m = 1000$, $n = 1$, $\text{power} = 1$

3.7 Výsledky výpočtů v programu MATLAB

V této části práce budou shrnuty všechny výsledky výpočtů, které se prováděly v software MATLAB. Jedná se o analytický a numerický výpočet ustálené odezvy, respektive amplitudové charakteristiky u lineárně kmitavé tlumené soustavy buzené harmonickým silovým buzením a harmonickým kinematickým buzením. Posledním způsobem buzení bylo buzení bílým šumem. Pro parametry systému $m = 5 \text{ kg}$, $b = 3 \cdot 10^2 \text{ N.s/m}$, $k = 1 \cdot 10^4 \text{ N/m}$, $F_0 = 1 \text{ N}$ a pro nulové počáteční podmínky jsou tvary amplitudové charakteristiky následující.



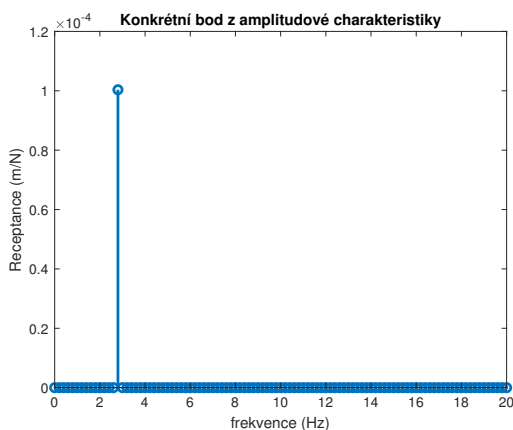
(a) Amplitudová charakteristika systému (3.1)



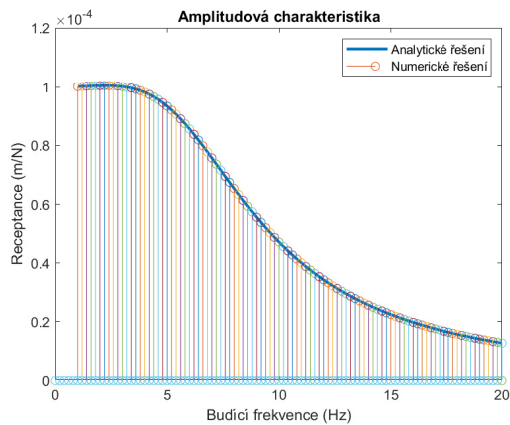
(b) Amplitudová charakteristika systému (3.6)

Obrázek 3.5: Amplitudové charakteristiky systémů (3.1) a (3.6) získané analyticky za nulových počátečních podmínek

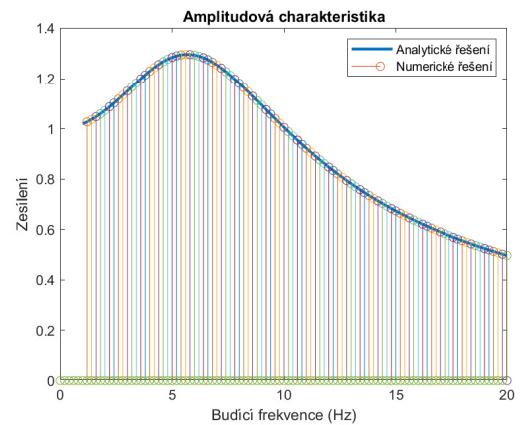
Dále jsou v této části obsaženy výsledky numerických výpočtů pomocí řešiče `ode45` amplitudové charakteristiky u téže soustavy. Nejprve je zde pro harmonické silové buzení znázorněno řešení pro jednu konkrétní budící frekvenci ω o velikosti 10 rad/s (viz obr. 3.6) a následně řešení pro celé spektrum frekvencí a zároveň porovnání s analytickým způsobem řešení (viz obr. 3.7).



Obrázek 3.6: Konkrétní bod získaný budící frekvencí $\omega = 10 \text{ rad/s}$ z amplitudové charakteristiky pomocí FFT



(a) Amplitudová charakteristika systému (3.1)



(b) Amplitudová charakteristika systému (3.6)

Obrázek 3.7: Amplitudové charakteristiky systémů (3.1) a (3.6) získané analyticky a numericky

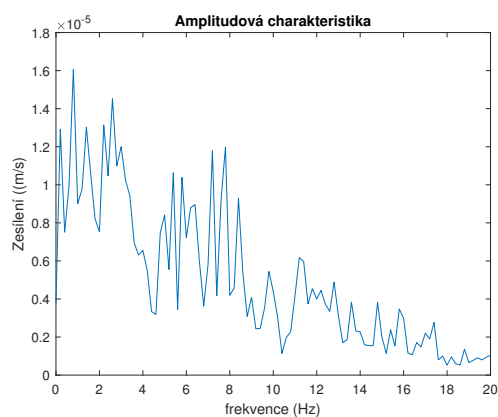
Aby bylo možné vygenerovat amplitudovou charakteristiku pro buzení náhodným procesem v podobě bílého šumu, je nutné upravit pravou stranu řešiče `ode45`. Pro to byla použita interpolace pomocí které byly vybrány vzorky, které přímo odpovídají konkrétním časům t .

Listing 3.7: Funkce pravé strany pro řešič `ode45` a interpolace

```

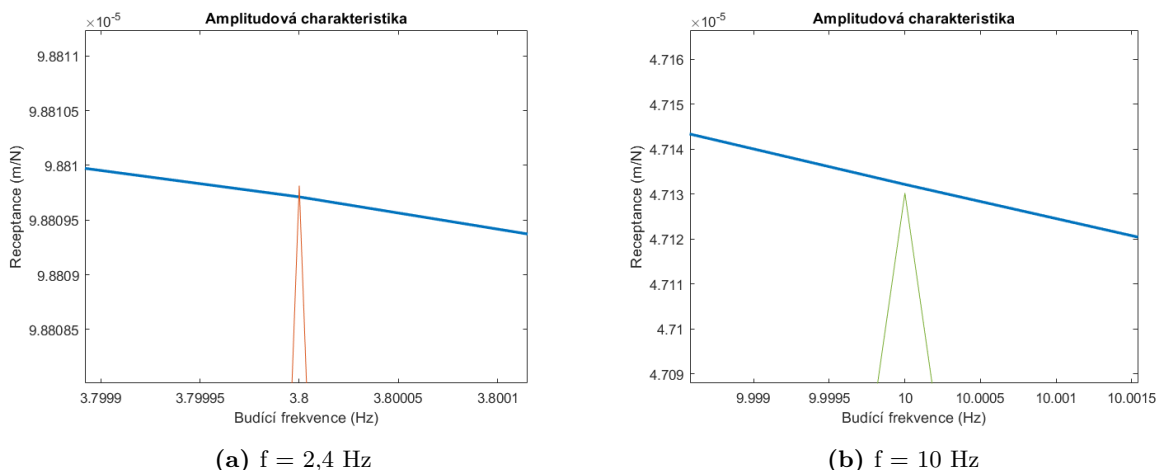
1 function dy = fce(t, y, m, b, k, input)
2 % Pohybova rovnice
3 dy = zeros(2,1);
4 dy(1) = y(2);
5 dy(2) = 1/m*(-b*y(2) - k*y(1)+ input);
6 end
7 %Interpolace
8 function y = input_fcn(t, t_noise, noise)
9 y = interp1(t_noise, noise, t); % interpolace noise na cas t
10 end

```

**Obrázek 3.8:** Amplitudová charakteristika systému buzeného bílým šumem

3.7.1 Chyba v měření

Na první pohled se může zdát, že amplitudová charakteristika vypočítaná analyticky přesně odpovídá numerickému řešení. Pokud se ale graf několikrát zvětší (viz obr. 3.9), je patrné, že ve výsledcích jsou minimální odchylky.



Obrázek 3.9: Grafické znázornění odchylky mezi analytickým a numerickým řešením pro harmonické silové buzení

Odchylku mezi analytickým a numerickým řešením je možné kvantifikovat např. pomocí absolutní a relativní chyby. Absolutní chyba je rozdíl mezi analyzovanou a referenční hodnotou a lze z ní určit velikost chyby přímo v jednotkách dané měřené veličiny. Jako poměr absolutní chyby a referenční hodnoty je definována chyba relativní, která se může udávat jako bezrozměrné číslo či v procentech [16]. V tomto případě jsou jako referenční hodnoty uvažovány výsledky analytického řešení. V tabulce 3.1 jsou pro demonstraci zobrazeny absolutní a relativní chyby numerického řešení pro prvních deset frekvencí. Jejich hodnoty jsou ale naprosto minimální.

Listing 3.8: Kód pro výpočet absolutní a relativní chyby

```

1 %Vypocet chyby
2 maxS = zeros(size(freq)); %hodnoty jednotlivych amplitud z FFT
3 freqS = zeros(size(freq)); %frekvence odpovidajici vrcholom
  amplitud
4 errAbs = zeros(size(freq)); %absolutni chyba
5 errRel = zeros(size(freq)); %relativni chyba
6 [maxS(i), indS] = max(s);
7 freqS(i) = f(indS);
8 omS = 2 * pi * freqS(i);
9 errAbs(i) = maxS(i) - f0 ./ sqrt((Omega^2 - omS.^2).^2 + 4*D^2*Omega
  ^2*omS.^2);
10 errRel(i) = errAbs(i) / (f0 ./ sqrt((Omega^2 - omS.^2).^2 + 4*D^2*
  Omega^2*omS.^2));

```

f(Hz)	absolutní chyba (m/N)	relativní chyba (m/N)
1	$8.9671 \cdot 10^{-7}$	$8.7248 \cdot 10^{-7}$
1.2	$1.0706 \cdot 10^{-6}$	$1.0319 \cdot 10^{-6}$
1.4	$1.2809 \cdot 10^{-6}$	$1.2217 \cdot 10^{-6}$
1.6	$1.4480 \cdot 10^{-6}$	$1.3653 \cdot 10^{-6}$
1.8	$1.5496 \cdot 10^{-6}$	$1.4430 \cdot 10^{-6}$
2	$1.7099 \cdot 10^{-6}$	$1.5716 \cdot 10^{-6}$
2.2	$1.7758 \cdot 10^{-6}$	$1.6100 \cdot 10^{-6}$
2.4	$1.8383 \cdot 10^{-6}$	$1.6434 \cdot 10^{-6}$
2.6	$1.8740 \cdot 10^{-6}$	$1.6515 \cdot 10^{-6}$
2.8	$1.7822 \cdot 10^{-6}$	$1.5482 \cdot 10^{-6}$

Tabulka 3.1: Absolutní chyba ($\Delta x = x_i - x_{ref}$) a relativní ($\delta x = \frac{x_i - x_{ref}}{x_{ref}}$) chyby mezi analytickým a numerickým řešením

4 Vzorek pro vibrační zkoušky

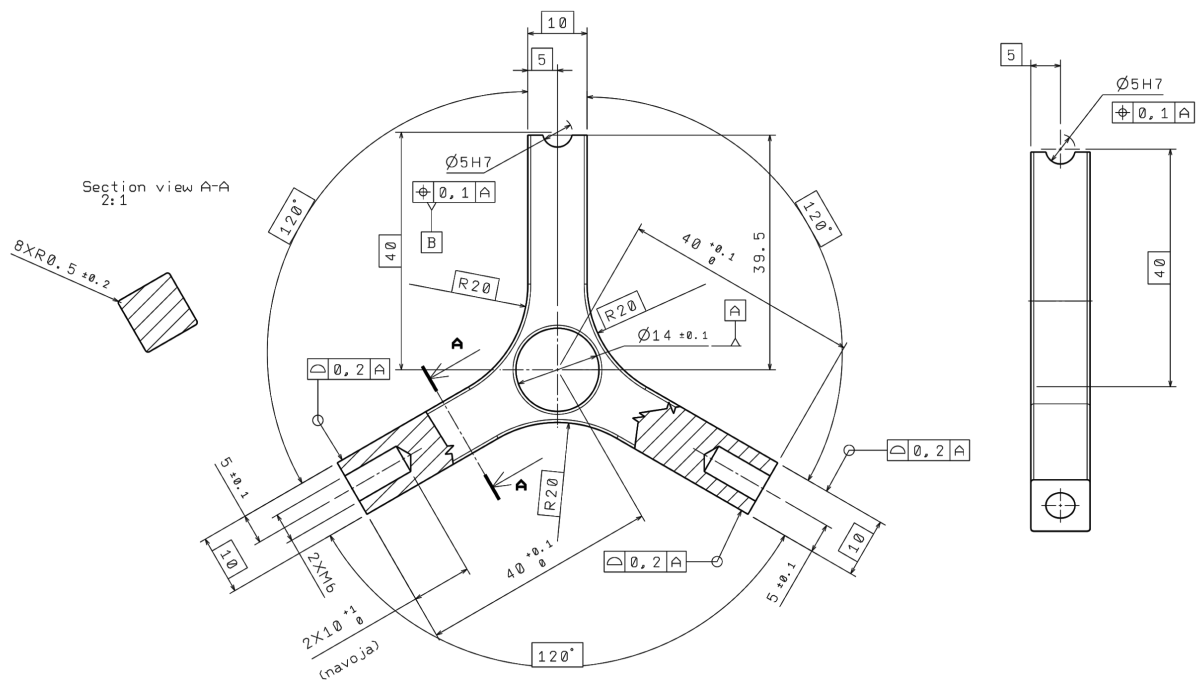
Tématem této kapitoly je návrh speciálního vzorku pro vibrační zkoušky (dále Y-vzorek), který původně v [18] vznikl kvůli měření víceosého namáhání (životnosti) a používá se také pro experimentální měření vibrací od širokopásmového náhodného buzení bílým šumem, kinematického buzení apod. K těmto vibracím dochází například ve spalovacích či elektrických motorech, což je tématem této diplomové práce. Tyto vibrace mohou způsobit rezonanci komponent a mohou vést k jejich následnému porušení. Při návrhu kritických a důležitých součástí se často provádí vibračně-únavová analýza, která se provádí ve frekvenční oblasti, kde se vypočítá odezva a následně se vyhodnotí kumulace poškození na jednotlivých vrcholcích ve frekvenčním spektru.

4.1 Návrh vzorku

4.1.1 Kritéria pro návrh Y-vzorku

Autorem navržený vzorek vychází ze vzorku, jehož technický výkres je znázorněn na obr. 4.1 a jeho autory jsou Matjaž Mršnik, Janko Slavič a Martin Česnik [1], [2]. Experimentální vzorek by měl splňovat tři základní kritéria:

1. Vlastní frekvence, v jejíž blízkosti se projeví rezonance, by měla být dobře oddělena od zbývajících hlavních vlastních frekvencí a měla by se nacházet ve frekvenčním rozsahu budiče vibrací.
2. Odpovídající vlastní tvar by měl být dobře buzen translačním pohybem v axiálním směru budiče vibrací.
3. Únavová zóna s maximálním napětovým zatížením by měla být vhodná pro upevnění tenzometru [17].



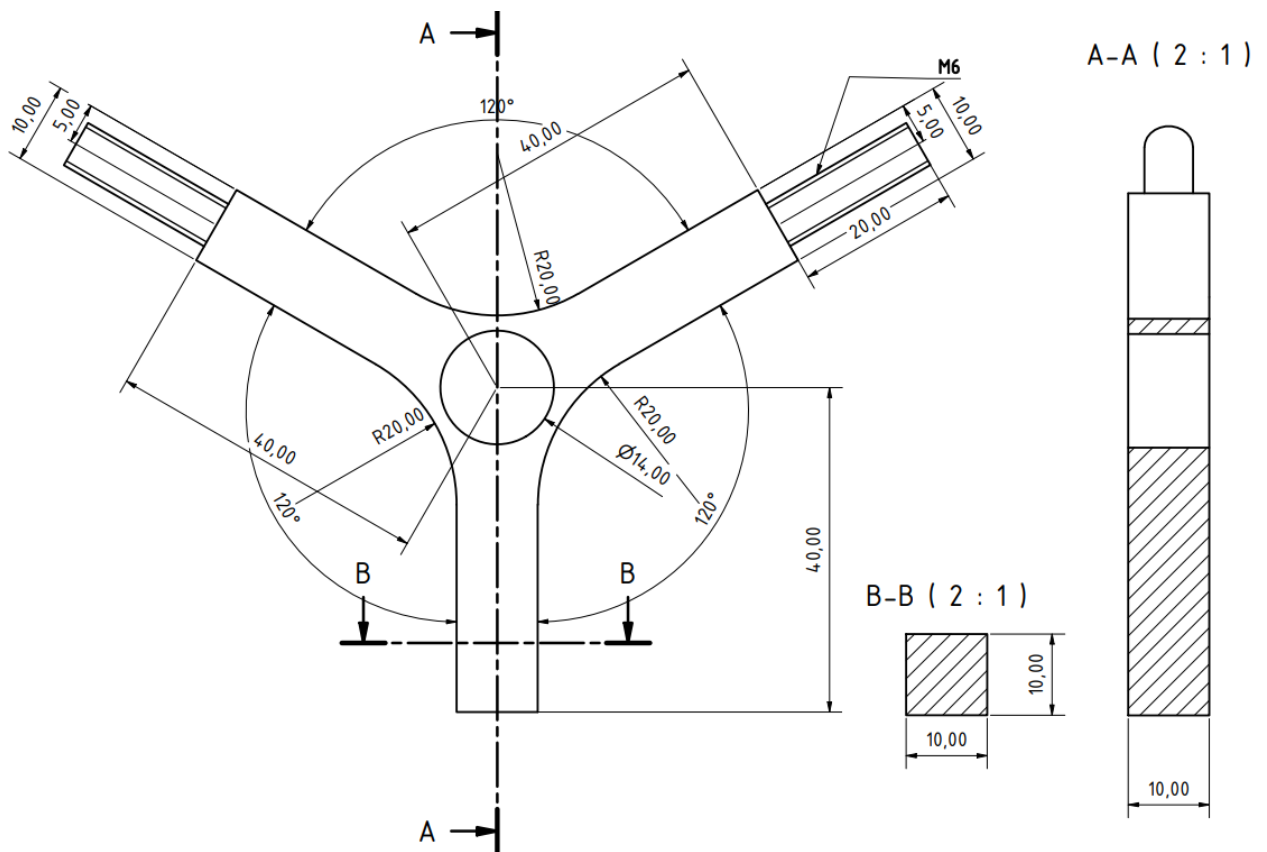
Obrázek 4.1: Výkres Y-vzorku dle [18]

4.1.2 Konstrukce vzorku

Experimentální Y-vzorek, který byl navržen v softwaru Autodesk Inventor a vyroben autorem této diplomové práce na 3-osé CNC frézce ze slitiny hliníku třídy EN 5083, jejíž hlavní legující prvek je hořčík, který dodává materiálu střední až vysokou pevnost. Konkrétní označení této hliníkové slitiny je AlMg4,5, což znamená že obsahuje 4,5 % výše zmíněného hořčíku. Mezi základní mechanické vlastnosti patří Youngův modul $E = 75000$ MPa, Poissonovo číslo $\mu = 0,33$ a hustota $\rho = 2770$ kg·m⁻³ [19].

Experimentální Y-vzorek se skládá ze tří hlavních paprsků, které jsou symetricky uspořádány s úhly 120 stupňů kolem hlavní osy umístěné ve středu kruhového otvoru. Paprsky mají čtvercový průřez s délkou strany 10 mm. V průsečíku všech tří os hlavních paprsků je vyfrézován otvor o průměru 14 mm ke specifikaci únavové oblasti. Geometrie vzorku odpovídá výkresu níže (viz obr. 4.2). Dva ze tří těchto paprsků mají na konci závit M6 o délce 20 mm, pomocí nichž a matic lze připevnit závaží. Tato závaží jsou na koncích paprsků z důvodu korekce primární vlastní frekvence Y-vzorku. Správné naladění modální frekvence pomocí výše uvedených závaží umožňuje studium vysokocyklové únavy buzením frekvencemi blízkých rezonančním. V tomto případě byly jako referenční závaží použity ocelové válečky o hmotnosti á 55 g vyrobené autorem práce na CNC frézce.

Hlavní rozdíl tohoto vzorku na obr. 4.2 a vzorku zobrazeného na výkresu 4.1 je způsob uchycení závaží. V případě vzorku vytvořený slovinským týmem má vzorek vyřiznuté závit M6 přímo do paprsků, do kterých se následně zašroubuje šroub M6 a tím se závaží utáhne, naopak autor této práce navrhl řešení tak, že závit jsou z paprsků vytažené ven a závaží se připevní pouze maticemi. Další rozdíly jsou ve způsobu upnutí vzorku k upevňovacímu přípravku, což bude dále popsáno v kapitole 4.1.4.



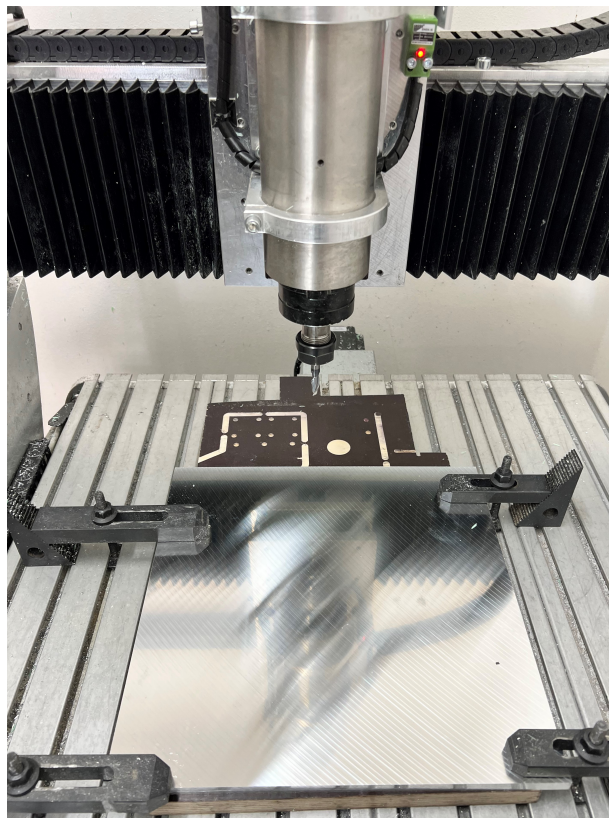
Obrázek 4.2: Výkres Y-vzorku dle návrhu autora práce

4.1.3 Výroba Y-vzorku

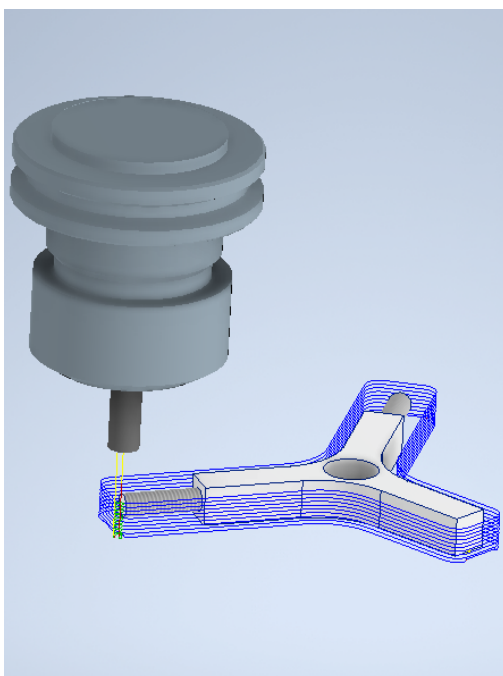
Jak již bylo výše zmíněno, vzorek byl vyroben na CNC frézce Kompas F600 s rozměry pracovní plochy 400x600x150 mm od slovenské firmy CauCau ze slitiny hliníku, konkrétně z frézované desky o tloušťce 10 mm. Pro realizaci programu, respektive pro tvorbu G-kódu pro CNC frézku, byl použit stejně jako pro konstrukci software Inventor s balíčkem CAM, který se používá pro programování CNC strojů.

Hliníková deska byla připevněna ke stolu frézky pomocí upínek (viz obr. 4.3) a byla podložena dřevěnou překližkou. Následně byly zaměřeny nulové souřadnice XYZ, které odpovídají nulovým souřadnicím z CAM programu. Celá výroba byla realizována dvoubřitým tvrdo-kovovým nástrojem o průměru 8 mm. Nejprve byl vyfrézován otvor o průměru 14 mm a následně kontura vzorku (viz obr. 4.4). Program byl nastaven s výškovým krokem záběru 1 mm pro všechny operace. Otáčky CNC frézky byly nastaveny na 6000 otáček za minutu, pracovní posuv byl nastaven na 500 mm/min, chlazení bylo prováděno technickým lihem a špony byly postupně odsávány.

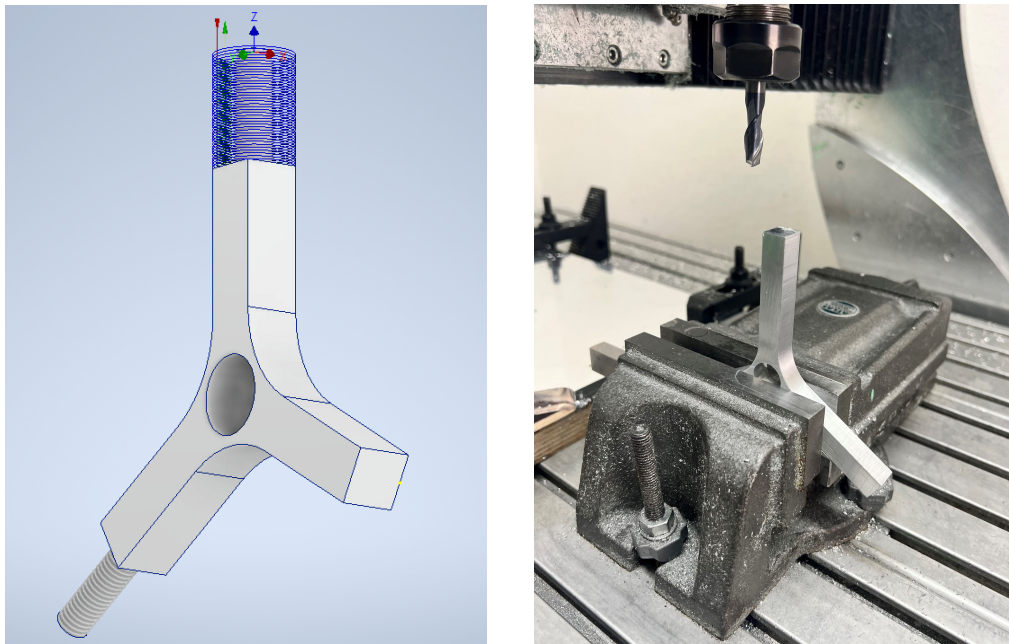
Po vyfrézování tvaru Y z desky byly sraženy hrany pomocí ručního srážече a z desky byl vyfrézován přípravek s rádiusem 20 mm, stejně jako je tomu u Y vzorku. Pomocí tohoto přípravku byl vzorek umístěn do svěráku tak, aby jednotlivé paprsky vzorku mířily kolmo ke stolu (viz obr. 4.5) a bylo možné vyfrézovat kulatinu pro následné vyříznutí závitů.



Obrázek 4.3: Upnutí hliníkové desky ke stolu pomocí upínek



Obrázek 4.4: Schéma operace kontury vzorku v CAM programu a následné provedení



Obrázek 4.5: Schéma výroby kulatiny v CAM programu a uchycení ve svěráku

Po vyfrézování dvou kulatin byly závitovým očkem vyříznuty dva závity M6, na které se následně nasunula dvě závaží, která byla utažena pojistnými maticemi (viz obr. 4.6). Společně se vzorkem a závažími byly na CNC frézce vyrobeny také dvě destičky a kruhová podložka (viz obr. 4.9), o kterých bude detailnější zmínka v následující kapitole. Všechny tyto vyrobené části byly následně povrchově upraveny pískováním autorem této práce.

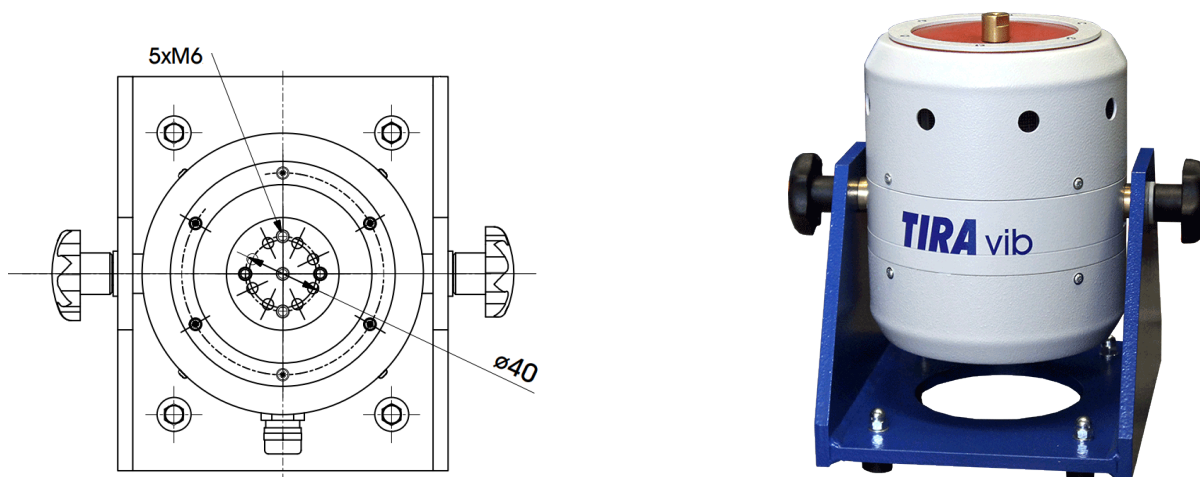


Obrázek 4.6: Finální vzhled vzorku včetně závaží

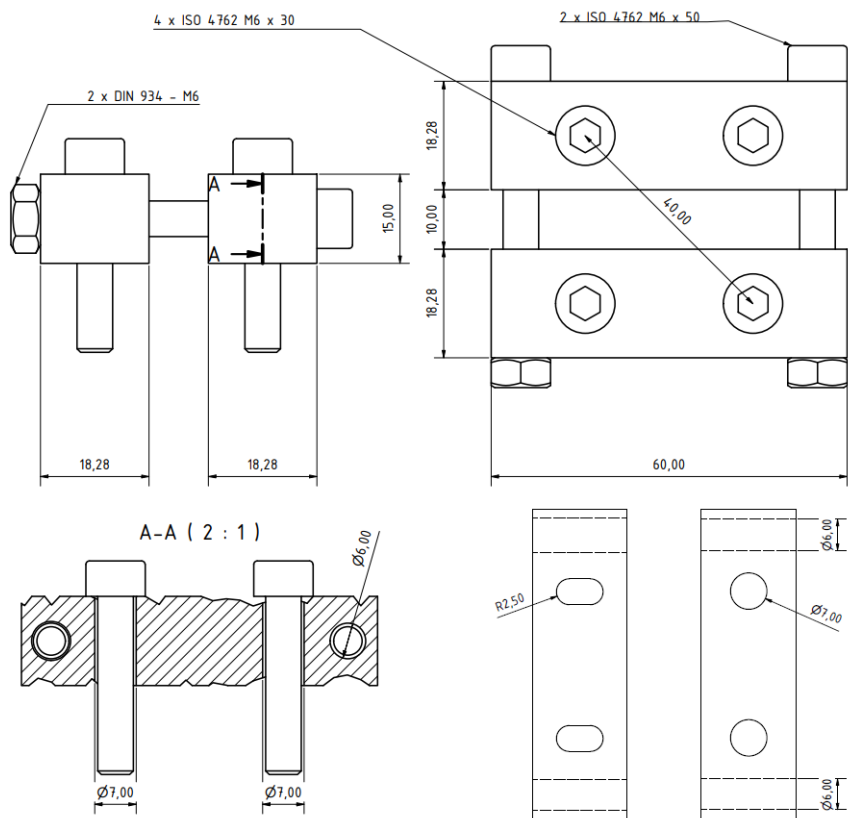
4.1.4 Přichycení k budiči vibrací

Pro správné provedení analýzy je nutné testovací vzorek pevně přichytit k budiči vibrací. Pro prvotní experiment, jímž byla provozní modální analýza byly použity dva vibrační budiče s odlišnými hlavami a rozložením závitových děr pro uložení užitečného nákladu.

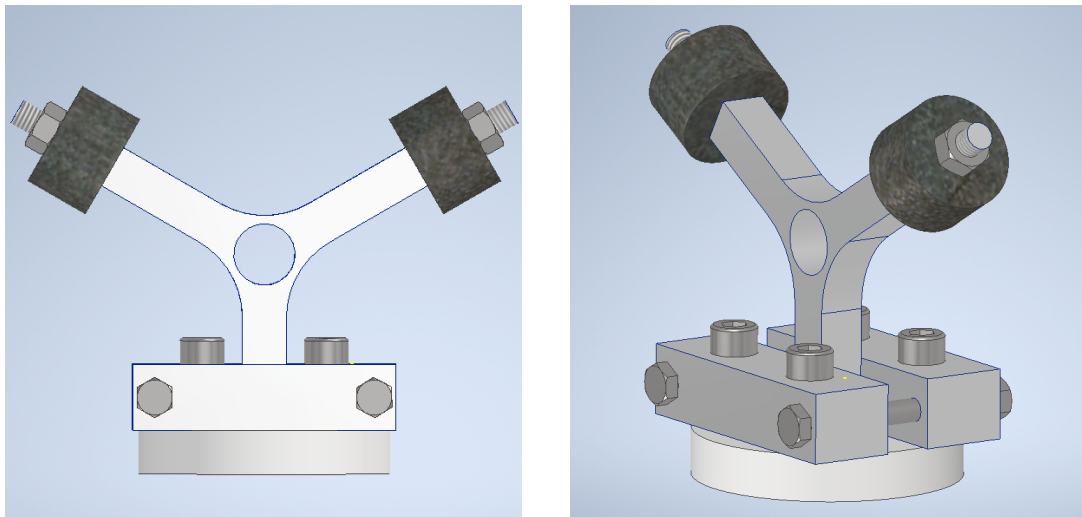
V prvním případě byl použit systém Schwingprüfanlage TV 51110 od německé firmy TIRA Schwingtechnik (dále TV 51110), který disponuje frekvenčním rozsahem 2–7000 Hz. Systém má na vrchní straně pět závitů M6, z nichž čtyři jsou symetricky rozmístěny na kruhu o průměru 40 mm a pátý z nich je na středu tohoto kruhu. Pomocí těchto závitů dochází k připevnění testovacích vzorků. Vrchní strana systému je znázorněna na výkresu 4.7. Pro přichycení testovacího vzorku autor práce navrhl konstrukci ze dvou totožných destiček (viz výkres obr. 4.8), které se zašroubovaly právě do výše zmiňovaných čtyř závitů na kruhu s průměrem 40 mm. Aby mohl být vzorek upevněn, destičky se stáhly pomocí dvou šroubů a matek což umožnilo i to, že v jedné ze dvou stahovacích destiček byly místo děr pro šroub vyfrézované oválné díry, aby byl umožněn axiální posuv právě jedné z destiček. Matky byly upřednostněny před šroubem a závitem v jedné z destiček z důvodu symetrie celé konstrukce na shakeru a eliminace možného zkreslení ve výsledcích z důvodu polohy těžiště vzorku mimo osu buzení. Vizualizace testovacího vzorku s připevňovací konstrukcí je znázorněné na obr. 4.9, jehož součástí je i destička ve tvaru kruhu, která pouze imituje připevňovací plochu budiče pro lepší představu.



Obrázek 4.7: Budič Schwingprüfanlage TV 51110 a schéma jeho vrchní strany [20]

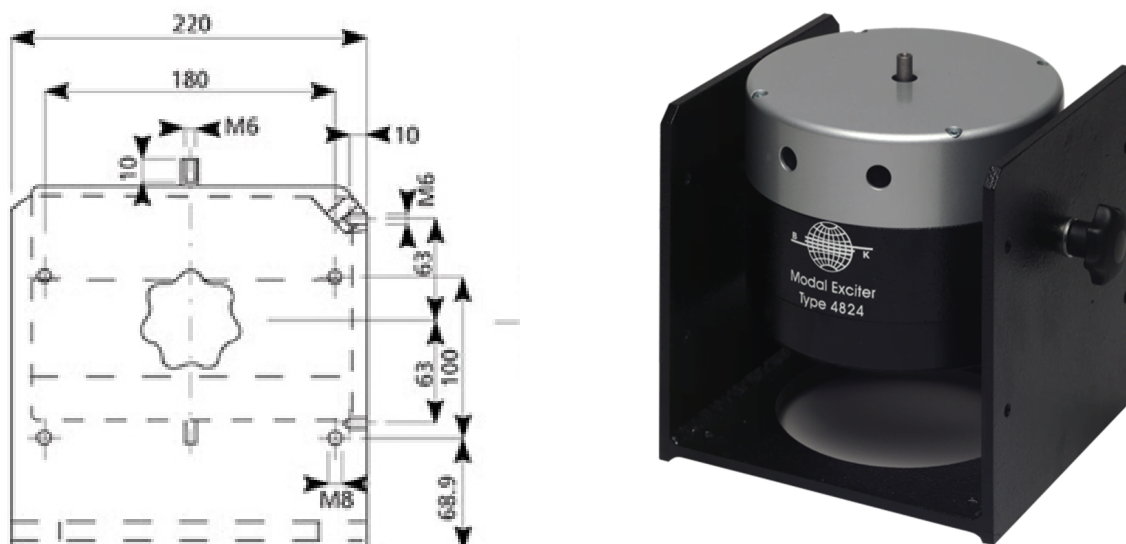


Obrázek 4.8: Výkres upevňovací konstrukce ze dvou destiček, šroubů a matek

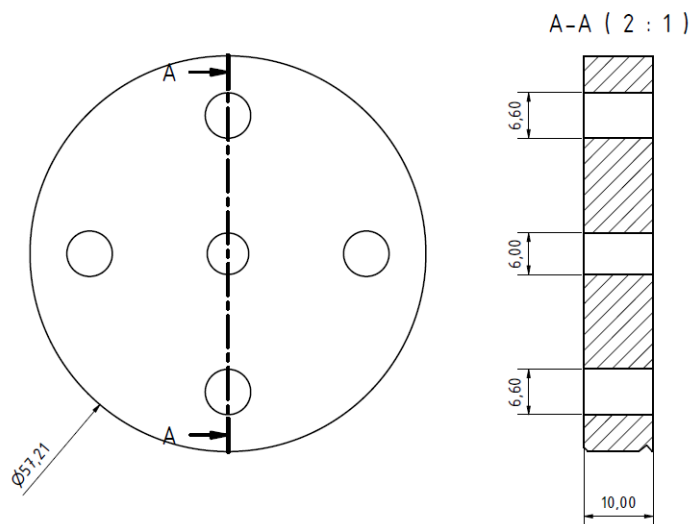


Obrázek 4.9: Testovací Y-vzorek a konstrukce přichycení k vibračnímu systému (kruhová destička je použita pouze pro přichycení k budiči B & K type 4824, pro přichycení k budiči TV 51110 jsou použity pouze stahovací destičky tvaru kvádrů)

V průběhu experimentu však došlo k poruše na budiči TV 51110 a testovací vzorek musel být uchycen na jiný budič vibrací. Jedná se o lehký modální budič B & K type 4824 (viz obr. 4.10) od dánské firmy Brüel & Kjær, který disponuje frekvenčním rozsahem 2–5000 Hz. V tomto případě se však jednalo o budič s jednobodovým uchycením, respektive se závitem M6, tudíž k uchycení byla použita kompletní konstrukce znázorněna na obr. 4.9, tzn. včetně kruhové destičky tloušťky 10 mm (viz obr. 4.11). Destička má na středu otvor se zahloubením pro hlavu šroubu, kterým byl prostrčen šroub M6 a byl zašroubován právě do závitu na budiči.



Obrázek 4.10: Budič B & K type 4824 a jeho schéma [21]



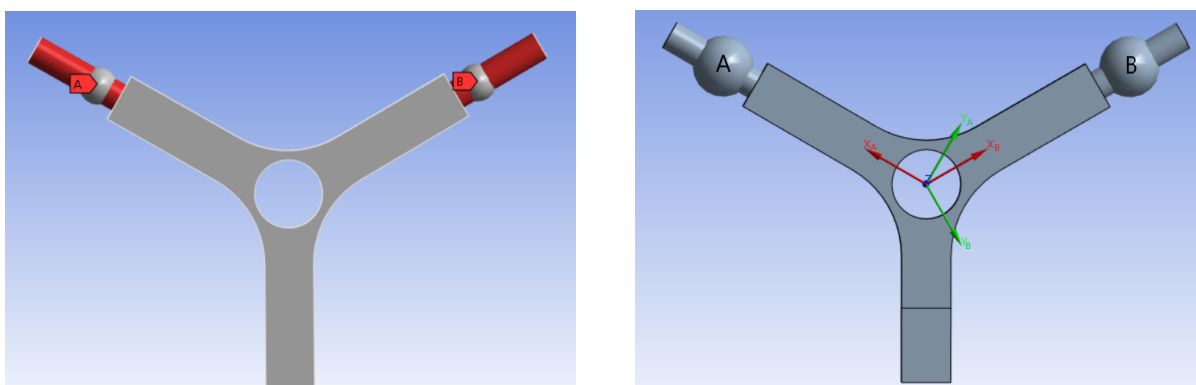
Obrázek 4.11: Výkres upevňovací kruhové destičky, pomocí které byl vzorek připevněn k budiči B & K type 4824

4.2 Výpočtová analýza vzorku

4.2.1 KP model

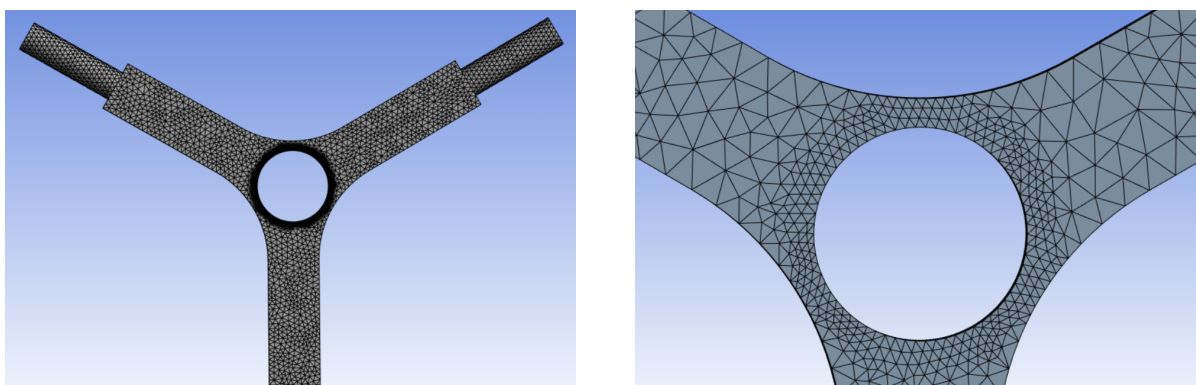
Aby bylo možné předpovědět, jak se bude chovat model na testovacím budiči vibrací, byl vytvořen KP model a byla provedena modální analýza. K vytvoření KP modelu byl použit software ANSYS 2022 R2.

Jak již bylo výše zmíněno, testovací vzorek byl navržen v softwaru Inventor a jeho geometrie byla importována do softwaru ANSYS. Místo ocelových závaží byla implementována tuhá tělesa zanedbatelných rozměrů (viz obr. 4.12) s polohou odpovídající poloze těžišť závaží. Tuhá tělesa zanedbatelných rozměrů byla použita kvůli snadnější parametrizaci hmotnosti pro následné výpočty. Těmto tuhým tělesům zanedbatelných rozměrů byl přiřazen moment setrvačnosti k těžišti, kde pro tuhé těleso A (viz obr. 4.12) platí: $I_x = 3,277 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$, $I_y = 4,503 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$, $I_z = 3,277 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$ a pro těleso B: $I_x = 4,503 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$, $I_y = 3,277 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$, $I_z = 3,277 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$. Pro obě tělesa byla nastavena hmotnost 55 g.



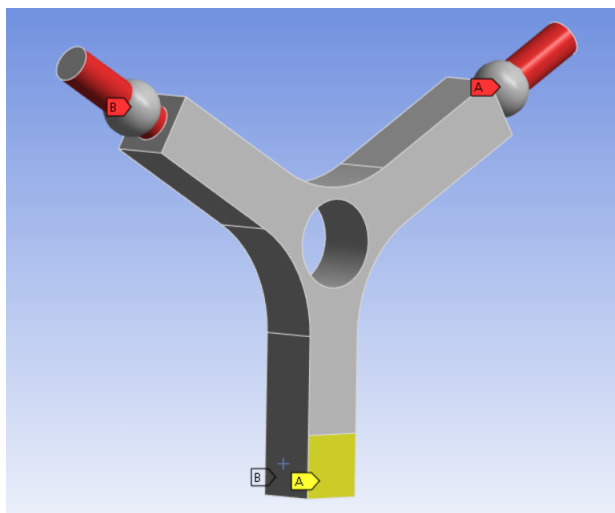
Obrázek 4.12: Geometrie Y vzorku s tuhými tělesy zanedbatelných rozměrů A a B a s jejich koordinačními systémy, ke kterým jsou definovány momenty setrvačnosti

Následně byla vytvořena síť konečných prvků (mesh) čtyř-stěnového lineárního typu (linear tetrahedrons) o maximální velikosti strany 1 mm. V okolí kruhového výřezu byla síť 3 krát zjemněna (viz obr. 4.13). Celkový počet prvků se vyšplhal na 410 184 a počet uzlů na 77 261.



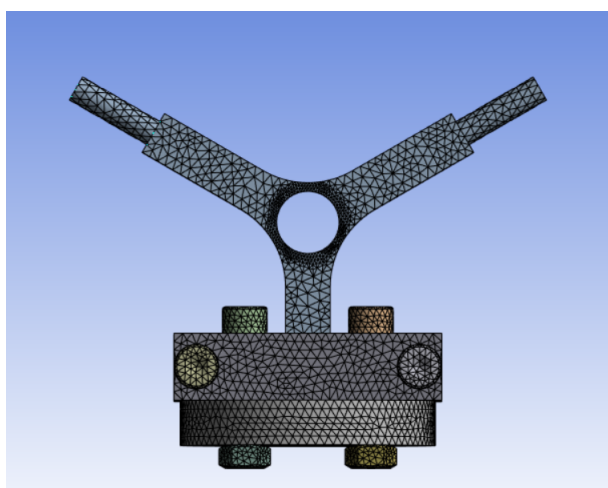
Obrázek 4.13: Síť konečných prvků a detail zjemnění sítě v okolí kruhového otvoru

Aby byl model co nejvíce podobný realitě, v dalším kroku bylo nutné definovat okrajové podmínky popisující upnutí Y-vzorku. V prvním kroku byly okrajové podmínky definovány jako nulové posuvy (v osách X, Y, Z) na styčných plochách s destičkami, které stahují vzorek. Styčné plochy A a B byly definovány pouze do 2/3 výšky destičky, tzn. do 10 mm (viz obr. 4.14).

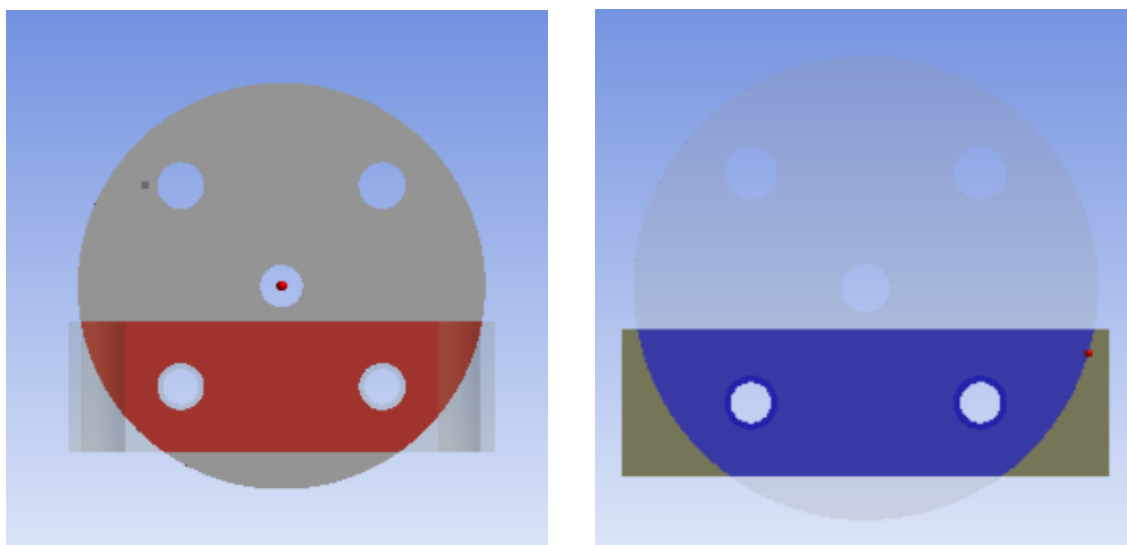


Obrázek 4.14: Styčné plochy s destičkami s nulovým posuvem v osách X, Y, Z uvažované v modelu Y-vzorku bez upínacího přípravku

Jak již bylo výše zmíněno, kvůli poruše budiče muselo být jinak vyřešeno uchycení k novému budiči, tudíž se změnil i KP model (viz obr. 4.15), který odpovídá kompletní konstrukci znázorněné na obr. 4.9. Tento komplexní model lépe odpovídá realitě, protože zohledňuje vliv přípravku na upevnění Y-vzorku. Pevné uchycení (fixed support) je nastaveno na prostřední díru kruhové destičky, skrz kterou je prostrčen šroub zašroubovaný do budiče vibrací. Mezi jednotlivými tělesy jsou nastaveny kontakty, které přesně odpovídají jejich styčným plochám (pro ilustraci je zde znázorněn kontakt mezi kruhovou upínací a stahovací destičkou, viz obr. 4.16).



Obrázek 4.15: Síť konečných prvků na kompletním modelu Y-vzorku s upínacím přípravkem



Obrázek 4.16: Kontakt mezi kruhovou upínací a stahovací destičkou uvažovaný v modelu upínacího přípravku

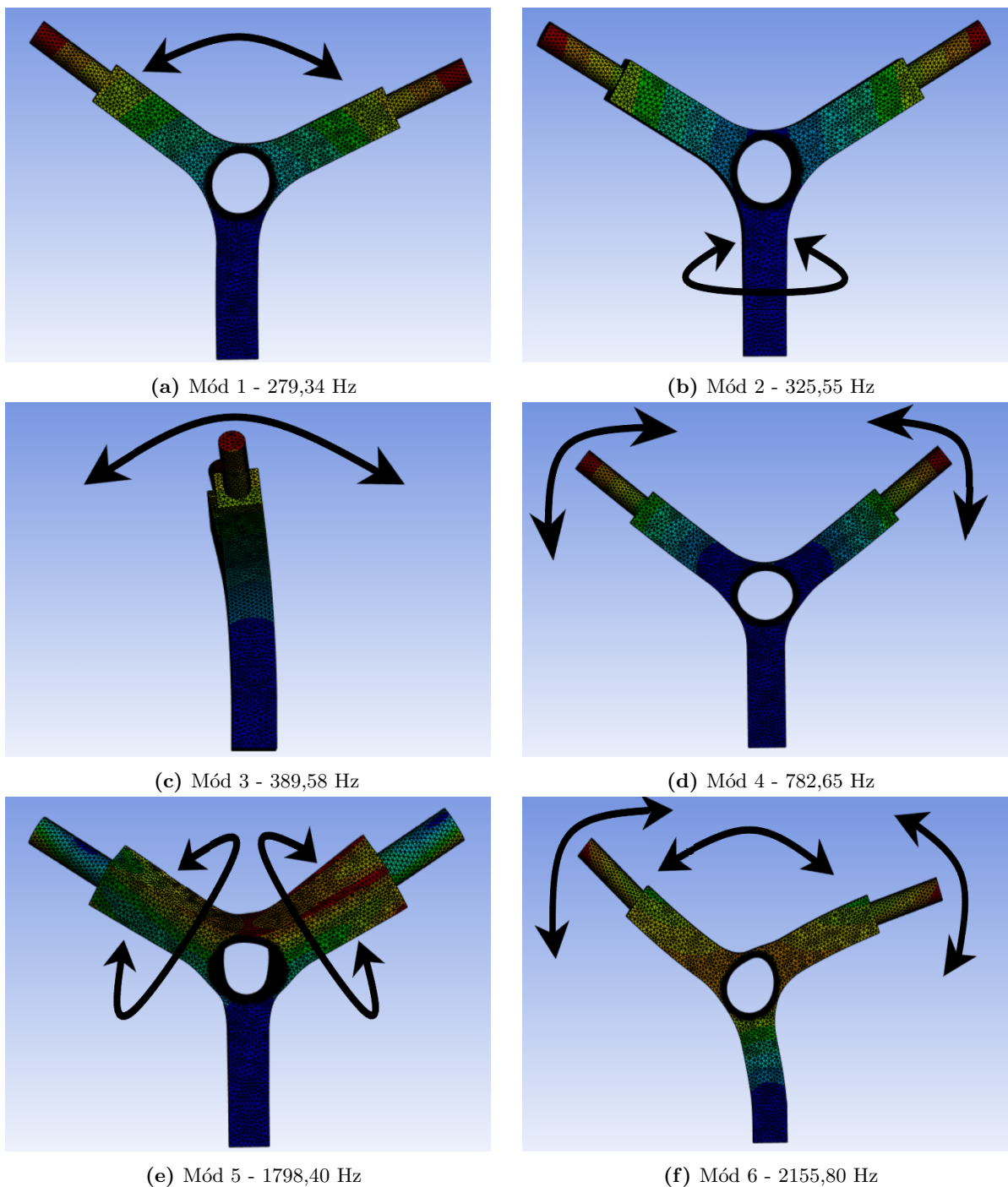
4.2.2 Modální analýza

Po kompletní přípravě MKP modelu (viz předchozí kapitola) byla provedena modální analýza. Jejím provedením je možné popsat modální vlastnosti, tzn. vlastní frekvence, jim příslušné vlastní tvary kmitů a modální útlumy. Kmitání soustavy lze rozložit na jednotlivé nezávislé pohyby, respektive vlastní tvary kmitu, jež se nazývají také vibrační módy. Modální analýza a rovnice s ní související jsou detailně popsány v [22].

Modální analýza byla provedena pro oba případy uchycení Y-vzorku. V tomto konkrétním numerickém experimentu v programu ANSYS byl nastaven maximální počet módů na šest. Těchto šest módů, které jsou stejné pro oba typy uchycení, je zobrazeno na obr. 4.17. Obdrženým vlastním tvarům kmitů odpovídají vlastní frekvence (viz tabulka 4.1), kde v prvním sloupci jsou vlastní frekvence prvního typu uchycení (viz obr. 4.14) a ve druhém sloupci jsou vlastní frekvence z druhého případu uchycení (viz obr. 4.15).

Mód	Ω [Hz] - bez přípravku	Ω [Hz] - s přípravkem
1	279,34	258,99
2	325,55	310,39
3	389,58	388,47
4	782,65	704,67
5	1798,40	1746,40
6	2155,80	1845,20

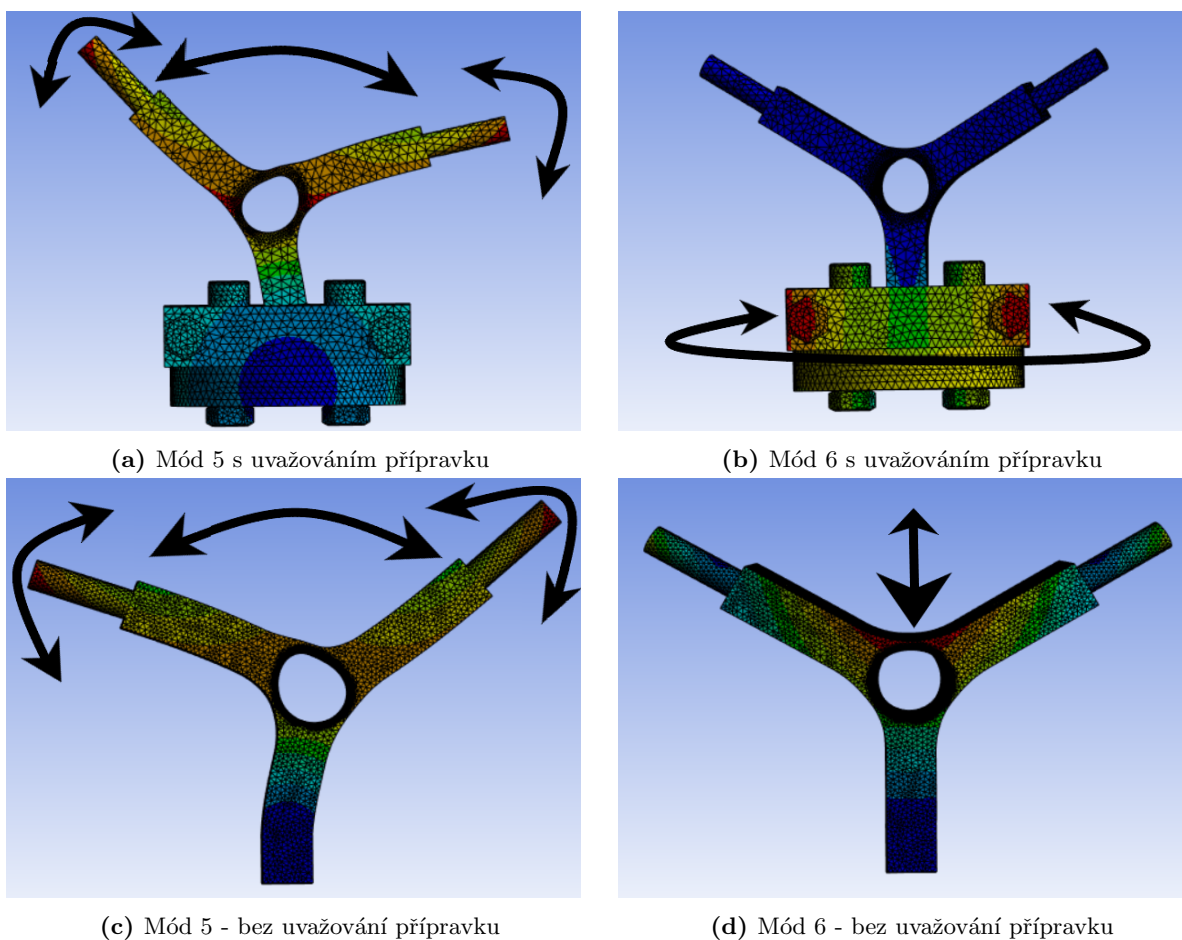
Tabulka 4.1: Vlastní frekvence jednotlivých módů Y-vzorku; v prvním sloupci při zanedbání upínacího přípravku (viz obr. 4.13) a ve druhém sloupci s uvažováním upínacího přípravku (viz obr. 4.15)



Obrázek 4.17: Jednotlivé vlastní tvary kmitu z modální analýzy

Vliv momentu setrvačnosti

V softwaru ANSYS byla také provedena modální analýza s nulovým momentem setrvačnosti pro obě závaží. První čtyři vlastní tvary kmitu byly zcela totožné, jako když moment setrvačnosti byl nenulový. Pátý a šestý tvar kmitu se pro oba typy uchycení ale liší (viz obr. 4.18).



Obrázek 4.18: Pátý a šestý tvar kmitu Y-vzorku při zanedbání momentů setrvačnosti závaží

Vlastní frekvence, které odpovídají vlastním kmitům modelu s nulovými momenty setrvačnosti závaží jsou zobrazeny v tabulce 4.2 (v levém sloupci jsou opět hodnoty frekvencí pro první typ uchycení a v pravém sloupci jsou hodnoty při uvažování celého upínacího přípravku).

Mód	Ω [Hz] - bez přípravku	Ω [Hz] - s přípravkem
1	282,53	261,71
2	332,41	316,34
3	397,15	395,82
4	811,14	727,55
5	2267,10	1910,80
6	4835,30	2724,60

Tabulka 4.2: Vlastní frekvence jednotlivých módů s nulovým momentem setrvačnosti - prvním sloupci při zanedbání upínacího přípravku (viz 4.13) a ve druhém sloupci s uvažováním upínacího přípravku (viz obr. 4.15)

Vliv hmotnosti závaží

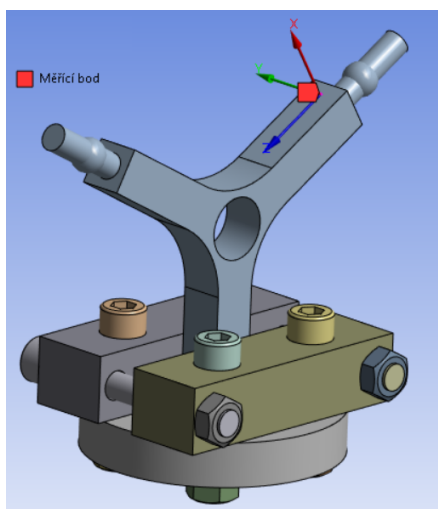
Hmotnost závaží patří také k parametrům, které ovlivní výsledky modální analýzy. Co se týče vlastních tvarů kmitů, ty zůstávaly prakticky stejné, ale hmotnost závaží se podepsala na vlastních frekvencích. V tabulce 4.3 jsou výsledky studie vlivu hmotnosti závaží na vlastní frekvence při uvažování nenulových momentů setrvačnosti a při druhém typu uchycení vzorku, tzn. s kompletním upínacím přípravkem zobrazeným na obr. 4.9. Z výsledků je patrné že s rostoucí hmotností klesá vlastní frekvence příslušných vlastních tvarů kmitu a platí tedy, že vlastní frekvence Y-vzorku jsou laditelné pomocí různých hmotností závaží.

Mód	Ω [Hz] m=30 g	Ω [Hz] m=40 g	Ω [Hz] m=50 g	Ω [Hz] m=60 g	Ω [Hz] m=70 g
1	336,62	298,06	270,29	249,07	232,17
2	403,05	357,05	323,88	298,51	278,30
3	500,64	445,30	404,97	373,92	349,06
4	912,22	809,60	735,26	678,21	632,66
5	1760,80	1754,50	1750,60	1747,90	1698,80
6	2199,80	2037,30	1904,20	1793,00	1745,90

Tabulka 4.3: Vliv hmotnosti závaží na vlastní frekvence jednotlivých módů Y-vzorku; jsou uvažovány nenulové momenty setrvačnosti závaží a kompletní upínací přípravek

4.2.3 Odezva na náhodné buzení

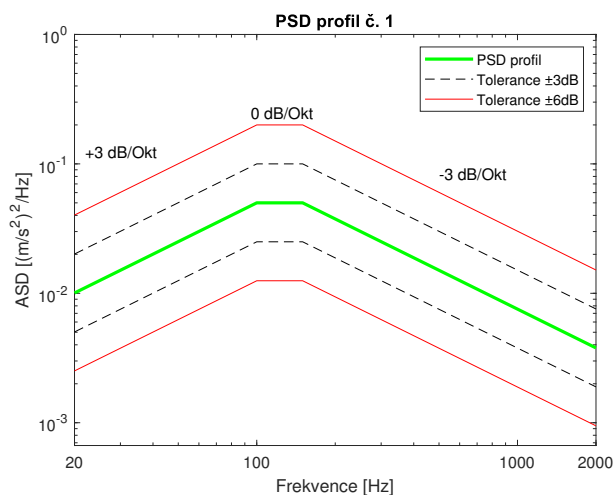
V software ANSYS byla po modální analýze vypočítána také odezva na náhodné buzení. Byly vybrány tři různé průběhy náhodného buzení, které byly popsány pomocí PSD profilů, jež se používají pro popis náhodných a pseudonáhodných vibrací, kterými byl v experimentálním měření (viz kapitola 5) buzen Y-vzorek na budiči vibrací. Na vzorku byl vyznačen měřicí bod (viz obr. 4.19), na kterém byl při reálném experimentu umístěn akcelerometr (viz obr. 5.5) a ve kterém byla měřena odezva.



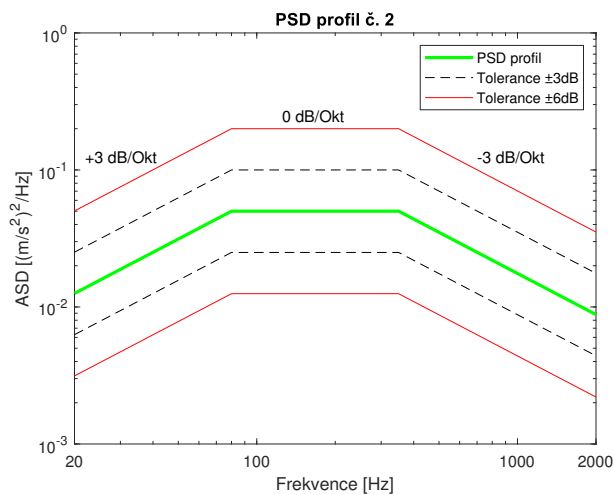
Obrázek 4.19: Vyznačení měřicího bodu na Y-vzorku pro měření odezvy na náhodné buzení

Vybrané PSD profily

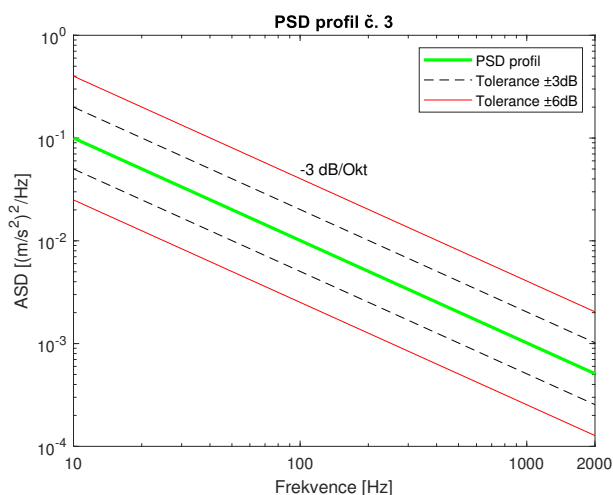
Jak bylo zmíněno výše, byly vybrány tři PSD profily. Tyto tři předepsané profily jsou zobrazeny na obr. 4.20, obr. 4.21 a 4.22, kde černá čárkovaná křivka značí toleranční pásmo, do kterého je nutné dostat náhodné buzení a červená křivka představuje bezpečnostní pásmo, jež při překročení způsobí odpojení napájení budiče vibrací.



Obrázek 4.20: PSD profil č. 1 rámcově odpovídající buzení při přepravě dle ČSN EN 60068-2-64 [5]



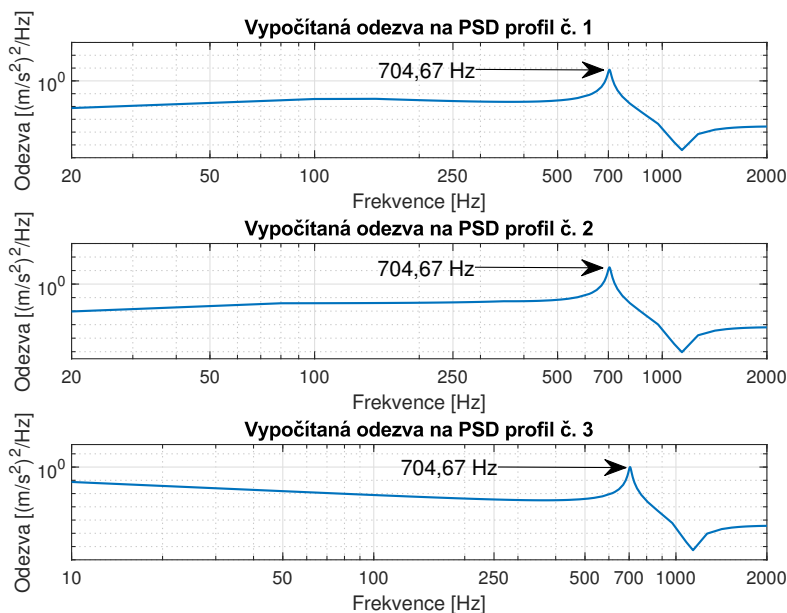
Obrázek 4.21: PSD profil č. 2 odpovídající generickému náhodnému buzení dle ČSN EN 60068-2- 64 [5]



Obrázek 4.22: PSD profil č. 3 odpovídající růžovému šumu

Odezva na předepsané průběhy náhodného buzení

Při výpočtu odezvy na každý ze tří profilů PSD (viz obr. 4.20, 4.21 a 4.22) byla dostatečně vybuzena pouze čtvrtá vlastní frekvence, respektive vlastní frekvence příslušná čtvrtému vlastnímu tvaru kmitu. Vypočítaná frekvence rezonance odpovídá frekvenci vypočtené pomocí modální analýzy, tedy 704,67 Hz pro uchycení vzorku pomocí upínacího přípravku (viz obr. 4.9). Na obr. 4.23 jsou znázorněny odezvy buzeného vzorku příslušnými PSD profily.



Obrázek 4.23: Vypočtené odezvy ve směru osy X vzorku pomocí SW ANSYS na předepsané průběhy náhodného buzení v bodě, který je znázorněn na obr. 4.19

5 Experimentální měření

Poslední kapitola této diplomové práce je věnována praktickým experimentům, které se uskutečnily v laboratoři na Fakultě aplikovaných věd, respektive ve výzkumném centru NTIS.

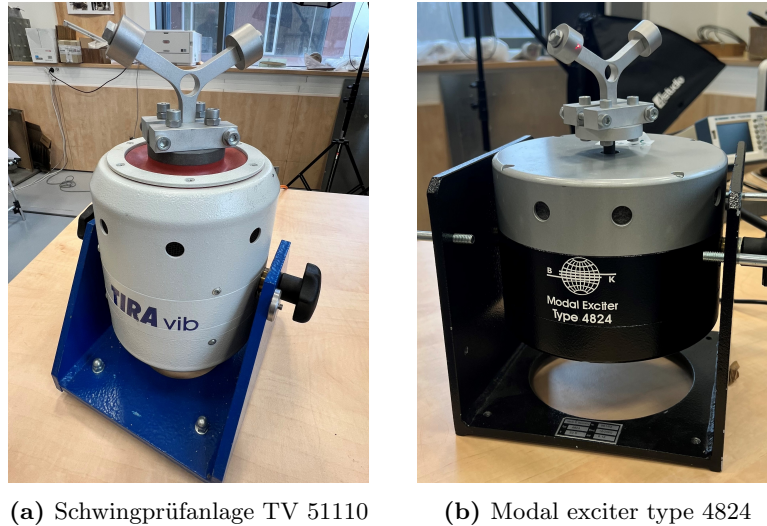
5.1 Příslušenství k experimentu

K experimentu byly potřebné tyto systémy a příslušenství:

- lehký modální budič typ 4824 od firmy Brüel & Kjær,
- modální budič Schwingprüfanlage TV 51110 od firmy TIRA Schwingtechnik,
- laserový Dopplerův vibrometr PSV-500 od firmy Polytec,
- software PSV Acquisition Scan od firmy Polytec,
- zesilovač typ 2732 od firmy Brüel & Kjær,
- snímač zrychlení typ 4533-B od firmy Brüel & Kjær,
- snímač zrychlení zrychlení typ 4519 od firmy Brüel & Kjær,
- kabely (černý a šedý) od firmy Brüel & Kjær,
- čtyř-kanálový analyzátor vibrací VA4 Pro II od firmy Adash,
- řídicí jednotka pro vibrační testování Medallion II od firmy Vibration research,
- software Medallion pro vibrační testování od firmy Vibration research,
- vysokorychlostní kamera Iris MX od firmy RDI Technologies,
- software RDI Acquisition v3.0.3 pro ovládání vysokorychlostní kamery a pro pořízení záznamu od firmy RDI Technologies,
- software RDI Motion Amplification v3.0.3 pro vyhodnocení záznamu z kamery od firmy RDI Technologies,
- reflektor AK-230 Radiance od firmy Genaray,
- laptop Microsoft Surface Book 2,
- napájecí modul M29 od firmy MMF,
- momentový klíč Norbar TTi20.

5.2 Experimentální identifikace vlastních frekvencí

První částí měření byla experimentální analýza, pomocí které se zjišťovaly vlastní frekvence vzorku a jim příslušné vlastní tvary kmitu. Na začátku kapitoly 4 bylo již detailně popsáno, s jakými budiči byl prováděn experiment. Na obr. 5.1 je ukázka upevnění na obou budičích vibrací v laboratoři ve výzkumném středisku NTIS.

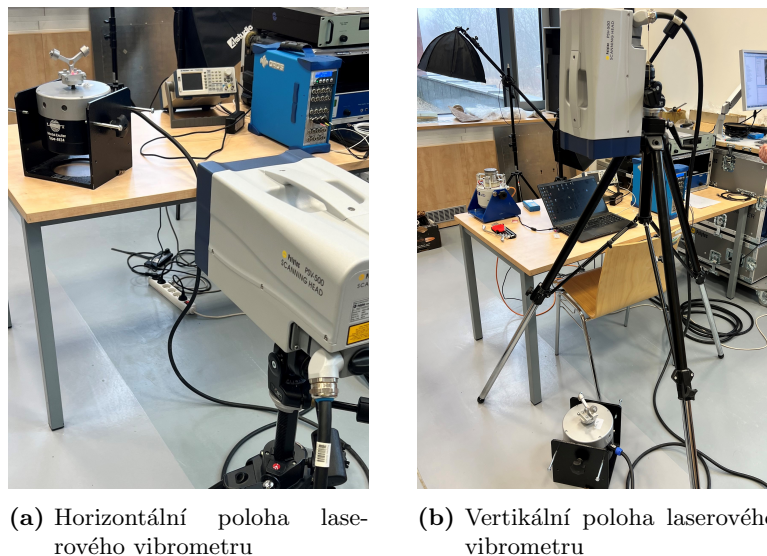


(a) Schwingprüfanlage TV 51110

(b) Modal exciter type 4824

Obrázek 5.1: Budiče vibrací použité při experimentu

Pro experimentální analýzu vlastních frekvencí a příslušných vlastních tvarů kmitu byl použit skenovací laserový Dopplerův vibrometr PSV-500 od německé firmy Polytec a příslušný software PSV Acquisition Scan. Skenovací systém byl umístěn vertikálně a horizontálně ve směru ke vzorku umístěnému na budiči vibrací, v tomto případě v B & K type 4824 (viz obr. 5.2).



(a) Horizontální poloha laserového vibrometru

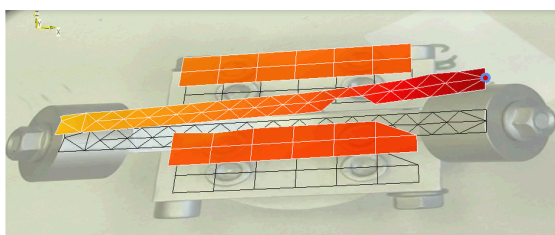
(b) Vertikální poloha laserového vibrometru

Obrázek 5.2: Umístění skenovací hlavy laserového vibrometru PSV-500 během experimentu

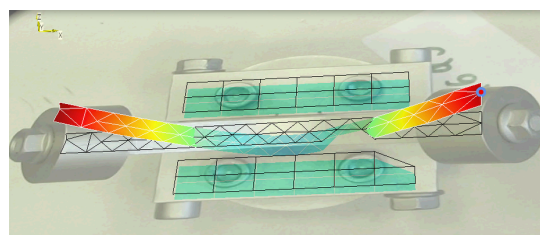
Pomocí laserového Dopplerova vibrometru byl identifikován první, čtvrtý a pátý mód s velice podobnými vlastními frekvencemi, které byly vypočteny v software ANSYS. V tabulce 5.1 je znázorněno, jaké vlastní frekvence odpovídají příslušným módům a porovnání s KP modelem s kompletní upevňovací konstrukcí v software ANSYS. Na obr. 5.3 jsou znázorněny vizualizace vlastních tvarů kmitu obdržené měřením Dopplerovým vibrometrem PSV-500 a zpracované v software PSV Acquisition Scan.

Mód	Ω [Hz] SCAN	Ω [Hz] ANSYS	Ω [Hz] Odchylka
1	258,00	258,99	0,99
4	744,00	704,67	39,33
5	1716,00	1746,40	30,40

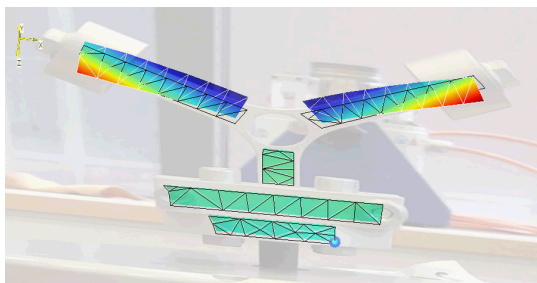
Tabulka 5.1: Vlastní frekvence 1., 4. a 5. módu naměřené laserovým Dopplerovým vibrometrem porovnané s výsledky modální analýzy provedené v SW ANSYS při uvažování s kompletním upínacím přípravkem (všechny vl. frekvence vypočtené v SW ANSYS jsou uvedeny v tabulce 4.1)



(a) Mód 1



(b) Mód 4



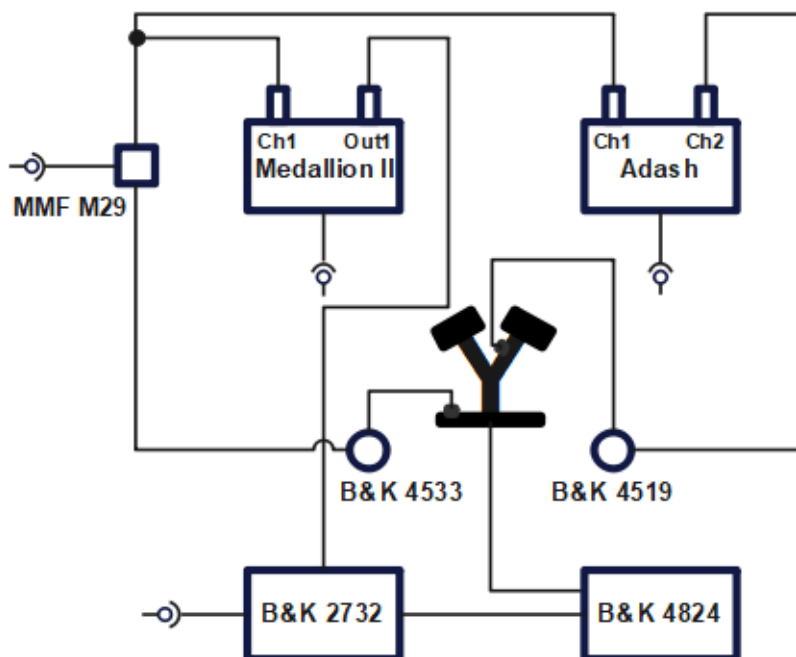
(c) Mód 5

Obrázek 5.3: Vizualizace 1., 4. a 5. módu v software PSV Acquisition Scan

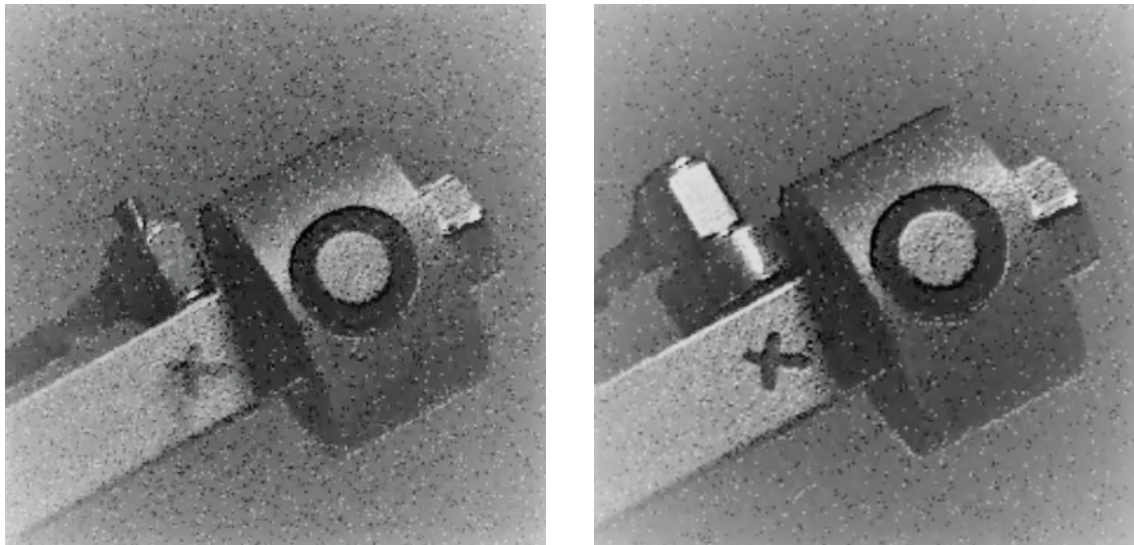
5.3 Příprava měření odezvy na náhodné buzení

Před samotným začátkem druhé části experimentu bylo nutné všechny systémy propojit. Na vzorek včetně konstrukce, který byl upevněn v budiči vibrací B & K 4824 tak, jak bylo detailně popsáno v kapitole 4, byly připevněny dva snímače (viz obr. 5.5). Na pravý paprsek Y-vzorku byl připevněn buď pomocí speciální podložky nebo pomocí speciálního lepidla snímač zrychlení B & K 4519, a na stahovací destičku upevňovacího přípravku byl přilepen akcelerometr B & K 4533, který byl v tomto případě využit na zpětnovazební řízení. Akcelerometr B & K 4519 byl zapojen do analyzátoru vibrací VA4 Pro II, který byl společně s druhým akcelerometrem B & K 4533 a s řídicí jednotkou pro vibrační testování Medallion zapojen do napájecího modulu M29. Do budiče vibrací B & K 4824 byl poslán řídicí signál (analogový signál v časové oblasti, který je generován tak, aby ve frekvenční oblasti splnil předepsaný PSD profil) z jednotky Medallion a byl zesílen v zesilovači B & K 2732. Zároveň akcelerometr B & K 4533 přilepený na jednu ze stahovacích destiček měřil její zrychlení, které je možné si zobrazit ve frekvenční oblasti (např. jako PSD). Naměřené zrychlení se v Medallionu porovná se zadaným profilem PSD a Medallion na základě tohoto porovnání vygeneruje řídicí (elektrický) signál, který jde do zesilovače a ten tímto zesíleným signálem napájí budič. Jedná se tedy o zpětnovazební řízení. Výsledný naměřený signál snímačem B & K 4519 byl zpracován v analyzátoru vibrací VA4 Pro II od firmy Adash. Zapojení odpovídá schématu zobrazené na obr. 5.4.

Cílem měření bylo ověřit vlastnosti vzorku: zda je připraven na tenzometrické měření a zda přítomnost akcelerometru B & K 4519 na pravém paprsku Y-vzorku ovlivňuje jeho vlastní frekvence či nikoliv.



Obrázek 5.4: Schéma zapojení systémů pro experiment



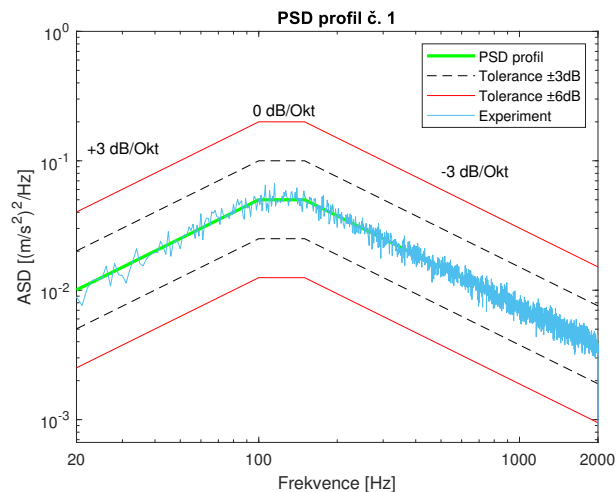
(a) Přichycení snímače speciálním lepidlem

(b) Přichycení snímače speciální podložkou

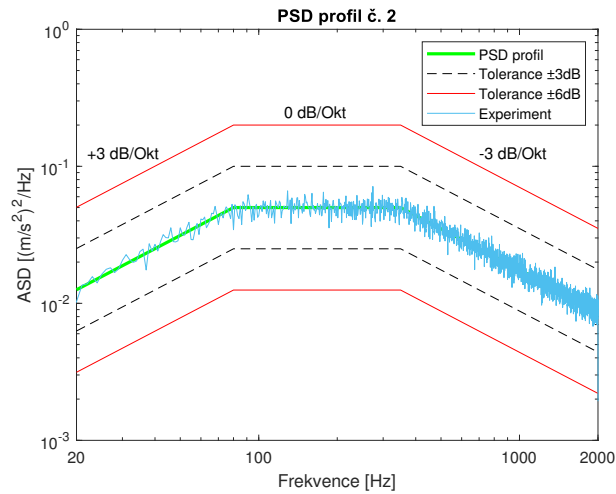
Obrázek 5.5: Způsoby připevnění snímače B & K 4519 k pravému paprsku Y-vzorku

5.4 Průběhy náhodného buzení předepsané pomocí profilů PSD

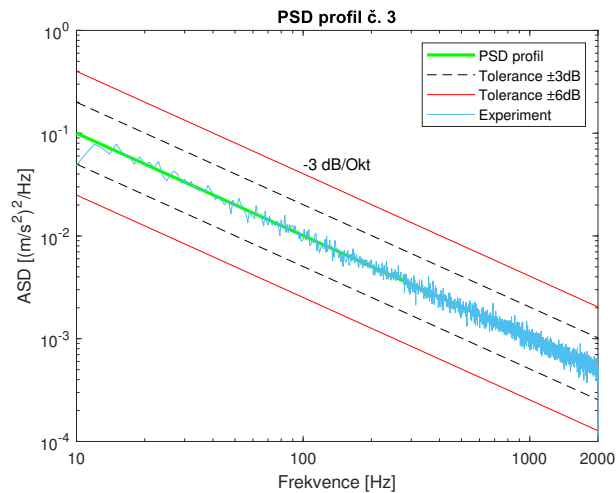
V software Medallion byly předepsány tři různé průběhy náhodného buzení pomocí PSD/ASD profilů ukázaných na obr. 4.20, obr. 4.21 a obr. 4.22, které byly použity pro simulaci odezvy v software ANSYS v kapitole 4. Realizace předepsaných náhodných buzení jsou zobrazeny na obr. 5.6, obr. 5.7 a obr. 5.8. Zelená křivka v tomto profilu lze považovat za požadovaný průběh PSD, respektive ASD a modrá za dosažený průběh PSD, respektive ASD [5].



Obrázek 5.6: Průběh náhodného buzení předepsaný pomocí PSD profilu č. 1



Obrázek 5.7: Průběh náhodného buzení předepsaný pomocí PSD profilu č. 2



Obrázek 5.8: Průběh náhodného buzení předepsaný pomocí PSD profilu č. 3

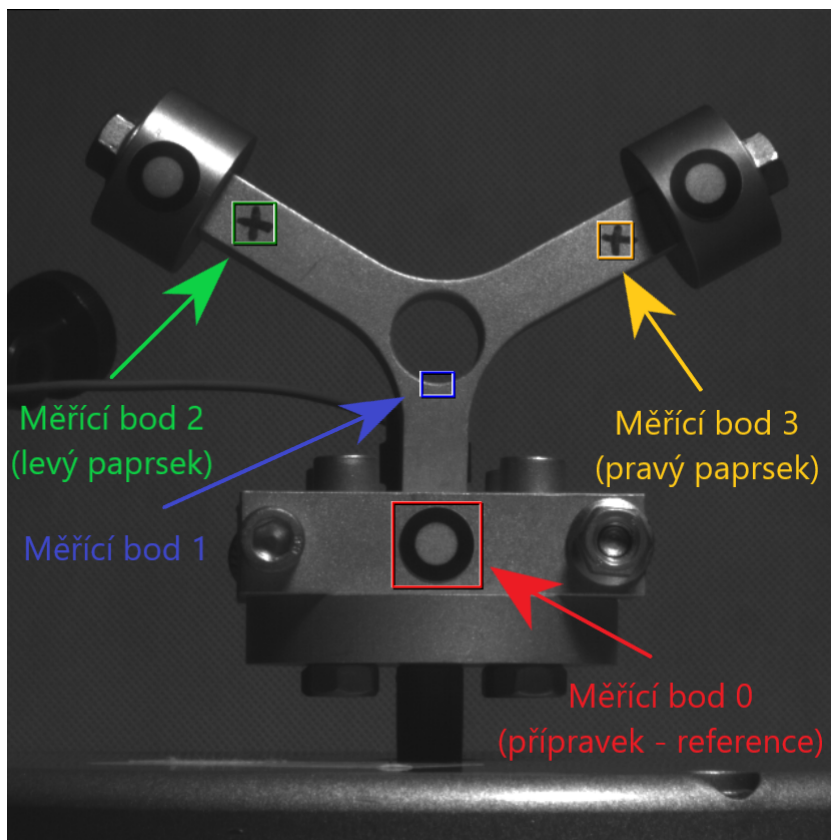
5.5 Zpracování výsledků vysokorychlostní kamerou

Výsledky byly zpracovány dvěma způsoby. V prvním případě se jednalo o pořízení záznamu, respektive měření vibrací a provozního tvaru kmitu vysokorychlostní kamerou Iris MX umístěnou ve vzdálenosti 50 cm od vzorku a software RDI Acquisition v3.0.3. a jeho následné zpracování pomocí software RDI Motion Amplification v3.0.3. Tato kamera disponuje objektivem s ohniskovou vzdáleností 12,5 mm. Nedílnou součástí byl také reflektor AK-230 Radiance pro kvalitní osvětlení. Rychlost záznamu byla nastavena na 1575 fps (snímků za sekundu) a rozlišení obrazu na 640×640 px. Měření vibrací vysokorychlostní kamerou funguje na takovém principu, že jakýkoliv zaznamenaný pohyb způsobuje změnu jasu pixelů v záznamu a vibrace je možné určit ve dvou směrech:

- směr **X**, který je vodorovný vůči snímacímu čipu kamery,

- směr **Y**, který je svislý vůči snímacímu čipu kamery.

Vůči snímacímu čipu kamery jsou vibrace relativní, tzn. že výsledky mohou být ovlivněny případným pohybem kamery, ten je ale minimalizován díky uložení na speciálním stativu umístěném na antivibračních podložkách. V software RDI Acquisition se také nastavily čtyři měřící body, ve kterých byl vyhodnocen pohyb Y-vzorku (viz obr. 5.9).



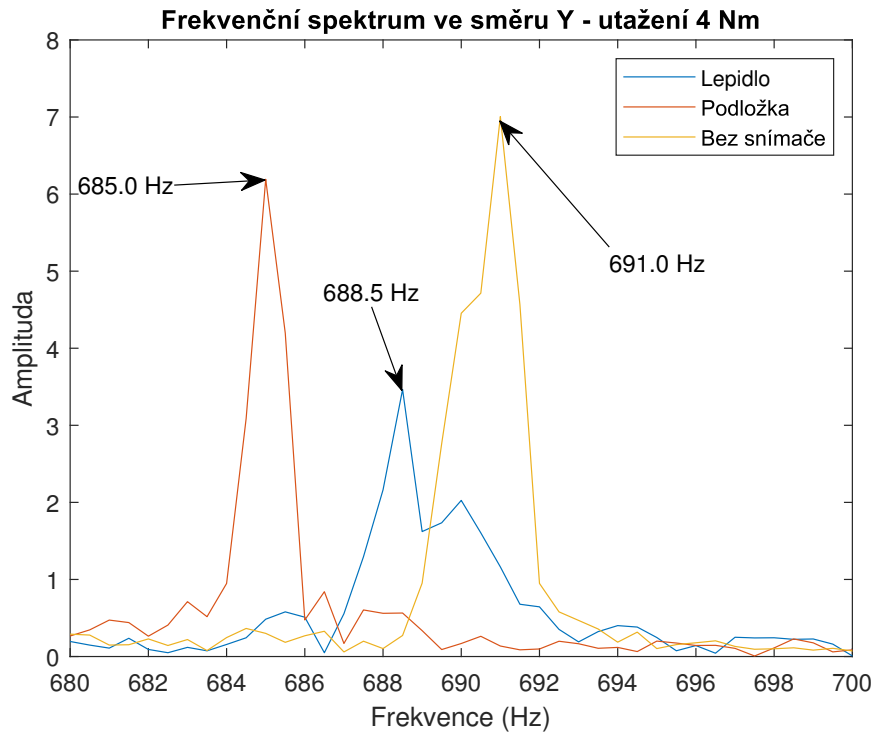
Obrázek 5.9: Vyznačení měřících bodů na Y-vzorku v software RDI Acquisition

Pro důkladnější analýzu byl brán v potaz moment utažení obou závaží, respektive utažení obou matic, které závaží držely pevně na Y-vzorku. Pro měření bez snímače B & K 4519 byly matice utaženy momentovým klíčem Norbar TTi20 postupně na 3, 4, 5 a 6 N·m. Pro měření se snímačem bylo měření provedeno pouze pro utažení matic momentem 4 N·m a byl pouze porovnán rozdíl mezi způsoby uchycení snímače, tzn. přichycení pomocí speciální podložky nebo pomocí lepidla.

5.5.1 Výsledky měření vysokorychlostní kamerou

Výše bylo zmíněno, že je nutné ověřit, zda daný snímač B & K 4519 ovlivňuje vlastní frekvenci Y-vzorku či nikoliv. Kamerou Iris MX byly naměřeny vlastní frekvence pro čtvrtý vlastní tvar kmitu, který bylo možné spolehlivě vybudit předepsaným náhodným buzením. Naměřené vlastní frekvence jsou pro měřící bod 3 (viz obr. 5.9). Porovnání bylo provedeno pro moment utažení matic 4 N·m pro všechny případy (se snímačem přilepeným lepidlem či připevněným

podložkou a bez snímače) a pro směr Y vůči snímacímu čipu kamery a je znázorněno na obr. 5.10 a výsledné vlastní frekvence jsou vypsány v tabulce 5.2.

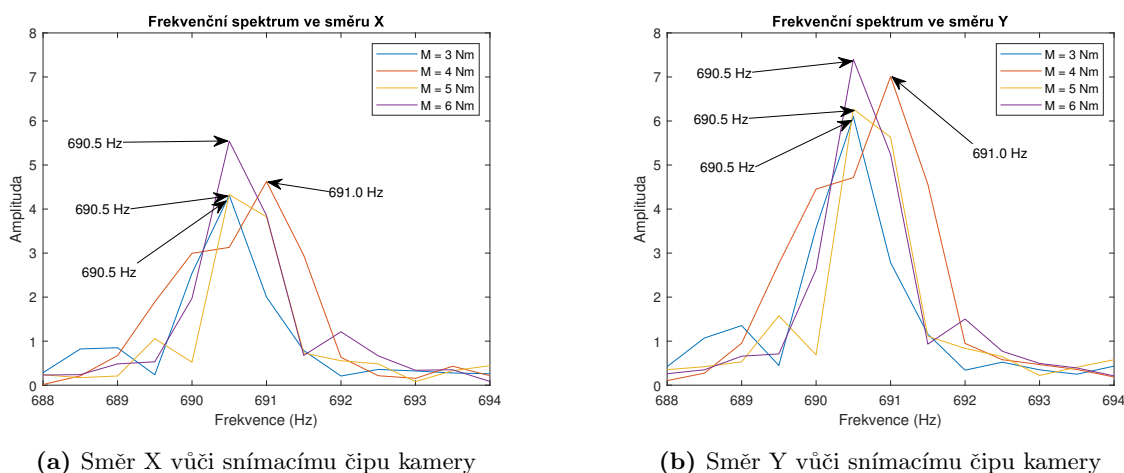


Obrázek 5.10: Porovnání vlastních frekvencí čtvrtého módu naměřených vysokorychlostní kamerou pro případ bez snímače a se snímačem přidělaným lepidlem nebo podložkou

Ω [Hz] - bez snímače	Ω [Hz] - se snímačem (lep.)	Ω [Hz] - se snímačem (podl.)
691,0	688,5	685,0

Tabulka 5.2: Naměřené vlastní frekvence vysokorychlostní kamerou pro čtvrtý mód pro měření se snímačem B & K 4519 připevněným podložkou nebo lepidlem a bez snímače

Experimentální měření vysokorychlostní kamerou odhalilo, že různý moment utahení matice, která drží závaží na vzorku, nemá na výsledky de-facto žádný vliv. Na obr. 5.11 je názorně vidět, že pro vlastní frekvenci čtvrtého módu v případě bez připevněného akcelerometru je vliv utahení momentu naprosto minimální pro směr X i Y vůči snímacímu čipu kamery. To znamená, že navržené řešení uchycení závaží není citlivé na předepnutí od utahovacího momentu. Naměřené hodnoty, které jsou zobrazené na obr. 5.11 a v tabulce 5.3, jsou hodnoty pro měřící bod 3 (viz obr. 5.9).



Obrázek 5.11: Frekvenční spektrum ve směru X a Y pro vlastní frekvenci příslušnou čtvrtému vlastnímu tvaru kmitu

Ω [Hz]	3 N·m	Ω [Hz]	4 N·m	Ω [Hz]	5 N·m	Ω [Hz]	6 N·m
	690,5		691,0		690,5		690,5

Tabulka 5.3: Naměřené vlastní frekvence čtvrtého módu pro případ bez snímače pomocí vysokorychlostní kamery

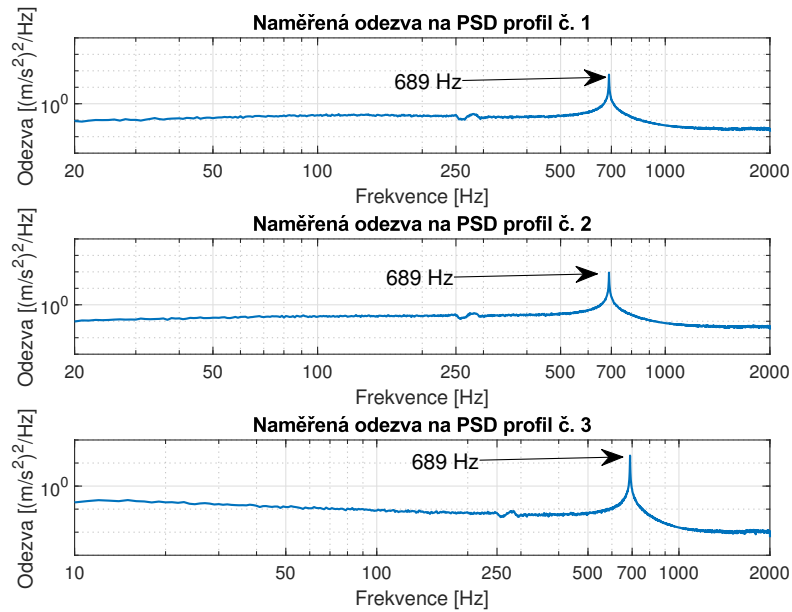
5.6 Zpracování výsledků analyzátozem vibrací

Výše několikrát zmiňovaný akcelerometr B & K 4519 byl připojen k analyzátoru vibrací VA4 Pro II od české firmy Adash, kde byl signál naměřený akcelerometrem automaticky zpracován frekvenčním analyzátozem po předchozím detailním nastavení požadovaných parametrů. Cílem bylo zjistit odezvu na všechny tři předepsané průběhy náhodného buzení (viz obr. 5.6, obr. 5.7 a obr. 5.8). Dalším cílem bylo také odhalit vlastní frekvence vzorku, které je možné těmito průběhy vybudit.

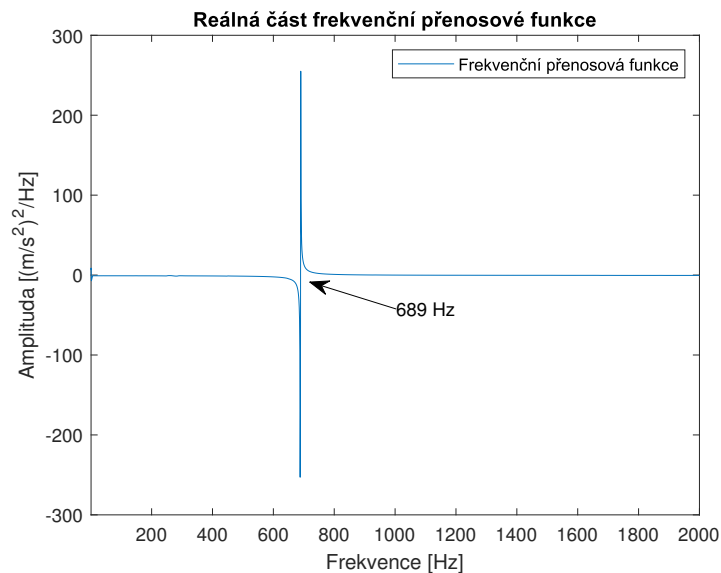
5.6.1 Výsledky měření analyzátozem vibrací

Stejně jako byly pomocí software ANSYS vypočteny odezvy na tři průběhy náhodného buzení, tak tomu bylo i u experimentálního měření. Všechny tři naměřené odezvy buzeného vzorku pomocí snímače B & K 4519 jsou znázorněny na obr. 5.12. Odezvy byly měřeny ve směru osy X snímače, která byla kolmá k paprsku vzorku, na kterém byl snímač připevněn (viz obr. 5.5). Osa X v tomto případě odpovídá ose X lokálního souřadnicového systému umístěného do těžiště závaží ve výpočtovém modelu (viz obr. 4.19). Z obr. 5.12 je patrné, že pro všechny tři průběhy náhodného buzení má vzorek vlastní frekvenci 689 Hz, což odpovídá čtvrtému vlastnímu tvaru kmitu. Dle naměřené odezvy se zdá, že další vlastní frekvence by mohla být v rozmezí 250-300 Hz. Je nutné provést ověření pomocí frekvenční přenosové charakteristiky. Pokud průběh reálné části přenosové charakteristiky změní v daném bodě znaménko ze záporného na kladné

nebo naopak, pak je v okolí tohoto bodu vlastní frekvence. Z obr. 5.13 je patrné, že o vlastní frekvenci se určitě jedná pouze v případě 689 Hz, protože pouze zde došlo k výše zmiňované změně znaménka. V pásmu 250-300 Hz nebyly nalezeny průkazné změny reálné části frekvenční přenosové funkce.



Obrázek 5.12: Naměřené odezvy vzorku na předepsané průběhy náhodného buzení ve směru osy X snímače B & K 4519 zpracované v SW VA4 Pro



Obrázek 5.13: Reálná část frekvenční přenosové funkce s vyznačenou frekvencí 689 Hz, kde dochází ke změně znaménka

6 Porovnání výsledků

V této práci byl popsán návrh a výroba speciálního zkušební vzorku a zároveň jeho výpočtového modelu. Dílčím cílem práce bylo porovnání výpočtů provedených v SW ANSYS a naměřených hodnot z experimentů. V tabulce 6.1 jsou zobrazeny vypočtené vlastní frekvence odpovídající příslušným vlastním tvarům kmitu ze SW ANSYS a naměřené vlastní frekvence vzorku pomocí Dopplerova vibrometru PSV-500, vysokorychlostní kamery Iris MX a pomocí analyzátoru vibrací VA4 Pro.

Mód	Ω [Hz] ANSYS	Ω [Hz] PSV-500	Ω [Hz] Iris MX	Ω [Hz] VA4 Pro
1	258,99	258,00	–	–
2	310,39	–	–	–
3	388,47	–	–	–
4	704,67	744,00	691,00	689,00
5	1746,40	1716,00	–	–
6	1845,20	–	–	–

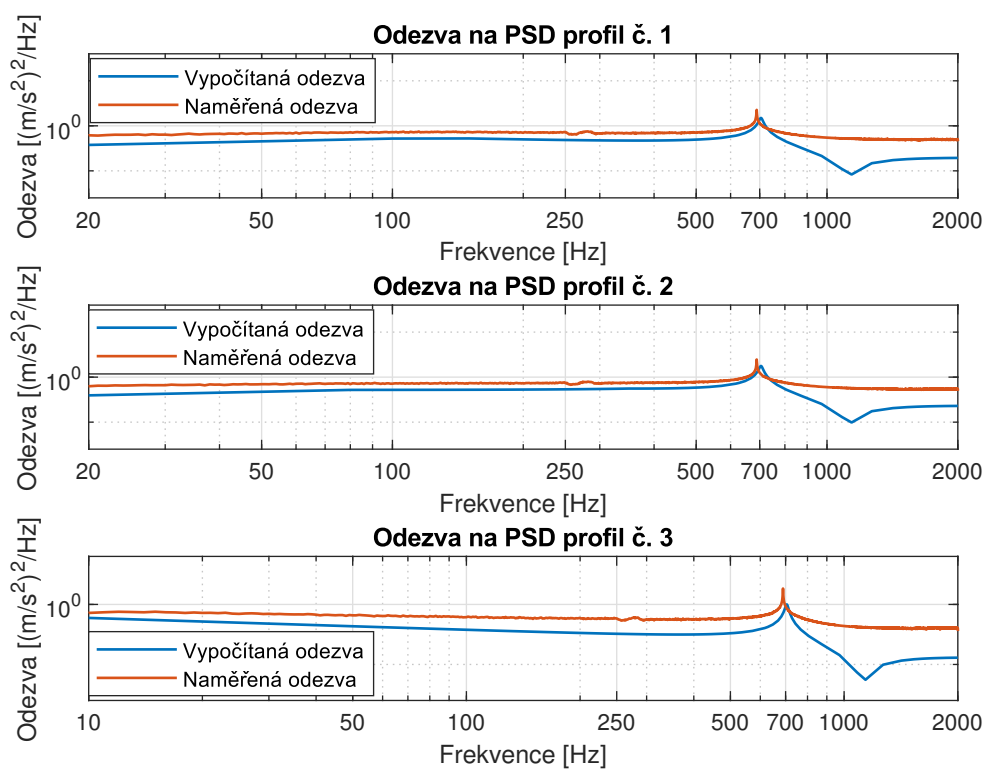
Tabulka 6.1: Porovnání vypočtených (ANSYS) a naměřených (PSV-500, Iris MX, VA4 Pro) vlastních frekvencí příslušných vlastním tvarům kmitu

Z výše přiložené tabulky je patrné, že ne všechny vlastní tvary kmitu se dají spolehlivě vybudit kinematickým buzením ve vertikálním směru. U experimentální analýzy, kde byl vzorek buzen náhodným průběhem buzení ve formě bílého šumu se pomocí laserového Dopplerova vibrometru podařilo identifikovat 1., 4. a 5. vlastní tvar kmitu. Naopak při náhodném buzení předepsaným PSD profily se podařilo vybudit pouze 4. vlastní tvar kmitu, který byl odhalen vysokorychlostní kamerou i analyzátozem vibrací.

Výsledky vypočtené a naměřené odezvy na tři průběhy náhodného buzení předepsaného pomocí PSD profilů se liší ve vlastní frekvenci přibližně o 15 Hz, tedy v SW ANSYS vypočtených 704,67 Hz a analyzátozem vibrací naměřených 689 Hz. Na obr. 6.1 je znázorněno porovnání mezi vypočtenými a naměřenými odezvami na tři různé průběhy náhodného buzení. Odezvy se neliší jen ve vlastní frekvenci, ale také ve velikosti amplitudy, kde vypočtená amplituda měla přibližně desetkrát vyšší hodnotu. Tento rozdíl ve velikosti amplitud je patrně způsoben kvůli velikosti tlumení, případně třením ve vazbách.

Všechny odchylky měření jsou zcela jistě způsobeny definováním okrajových podmínek u výpočtového modelu v software ANSYS, respektive uchycení vzorku k budiči vibrací. Dalším důvodem odchylek mezi experimentálním měřením a výpočty může být nastavení výpočtové sítě, kde by zcela jistě došlo k zpřesnění výsledků jejím zjemněním, což by ale velmi prodloužilo výpočty. Odchylky mohou být způsobeny také nepřesným definováním fyzikálních vlastností materiálů, konkrétně slitiny hliníku a oceli, ze kterých je vyroben vzorek s upevňovací konstrukcí, respektive obě závaží, jelikož dodavatel hliníku a oceli nepřiložil všechny potřebné údaje, tudíž chybějící vlastnosti byly doplněny z knihovny materiálových vlastností v software

ANSYS.



Obrázek 6.1: Porovnání vypočtené a naměřené odezvy na všechny tři průběhy náhodného buzení

7 Závěr

Rešerše - Působení náhodného buzení na dopravní prostředky

Prvním cílem této diplomové práce bylo provést rešerši na téma působení náhodného buzení na dopravní prostředky. Tímto problémem se zabývá několik norem, například ČSN ISO 13473-2 zpracovávající popis textury vozovky, norma ISO 8606 stanovující jednotnou metodu záznamu naměřených dat o profilu vozovky nebo norma ČSN EN 60068-2-64, která uvádí typické průběhy náhodného zrychlení na vybraných částech vozidel. Další parametry a monografie jsou uvedeny v kapitole 4.1.1.

Rozbor standardních metod pro řešení ustálené odezvy kmitavých systémů

V software MATLAB byl vytvořen skript pro řešení ustálené odezvy lineárně kmitavé tlumené soustavy buzené po řadě harmonickým silovým buzením, kinematickým buzením a buzením náhodným ergodickým procesem v podobě teoretického bílého šumu. Tyto typy buzení byly také popsány teoreticky v kapitole 3. Odezva byla řešena analytickým a numerickým způsobem a následně bylo provedeno porovnání analytického a numerického řešení.

Návrh a dokumentace vzorku pro experiment

Hlavním cílem této práce byl návrh a výroba speciálního zkušební vzorku pro měření účinků náhodného buzení vibrací, který se běžně používá pro zkoušení životnosti při jednoosém či víceosém namáhání.

Vzorek ve tvaru písmene Y byl navržen v software Inventor tak, aby splňoval všechna požadovaná kritéria pro návrh obdobných vzorků, která se k těmto účelům používají a jsou specifikována v kapitole 4.1.1. Dynamické vlastnosti navrženého vzorku je možné ladit pomocí přídatných závaží. Následně byl vzorek včetně konstrukce pro uchycení a závažími fyzicky vyroben autorem této diplomové práce na CNC frézce, přičemž samotný vzorek s upevňovací konstrukcí byly vyrobeny ze slitiny hliníku a obě závaží z oceli.

Výpočet odezvy vzorku na náhodné buzení pomocí MKP

Souběžně s výrobou samotného vzorku vznikl také výpočtový model v software ANSYS, na kterém byla provedena modální analýza a vypočtena odezva na tři různé průběhy náhodného buzení, které rámcově odpovídají požadavkům ČSN EN 60068-2-64.

Měření odezvy vzorku na náhodné buzení

Dynamické vlastnosti vyrobeného vzorku byly experimentálně ověřeny v laboratoři výzkumného centra na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity. Výsledky z provozní modální analýzy, tedy měření vlastních frekvencí a jim příslušných vlastních tvarů kmitu, které byly provedeny pomocí budiče vibrací, na němž byl vzorek upevněn a s pomocí laserového Dopplerova vibrometru, se velmi blížily výsledkům výpočtové analýzy ze software ANSYS. Odchylnky

v získaných výsledcích jsou pravděpodobně způsobeny nedokonalým formulováním okrajových podmínek ve výpočtovém modelu. Konkrétně se jedná o způsob definování přichycení vzorku k budiči vibrací.

Další částí experimentu s vyrobeným vzorkem bylo měření odezvy na tři vybrané průběhy náhodného buzení, které byly analyzovány i pomocí výpočtu. Zpracování výsledků bylo provedeno pomocí analyzátoru vibrací, do něžž byl poslán naměřený signál ze snímače připevněného na jednom z paprsků měřeného vzorku. Vliv snímače na dynamické vlastnosti vzorku byl ověřen pomocí bezkontaktního měření vibrací vysokorychlostní kamerou.

Porovnání teoretických a experimentálních výsledků

Naměřená odezva analyzátozem vibrací VA4 Pro odhalila stejný dominantní vlastní tvar kmitu jako vypočítaná odezva v software ANSYS, tedy čtvrtý vlastní tvar. Odchytky mezi měřením a výpočtem u konečně-prvkového modelu jsou zřejmě způsobeny definicí okrajových podmínek, stejně jako tomu bylo u výpočtové a experimentální modální analýzy. Pomocí měření vysokorychlostní kamerou bylo dále odhaleno, že utažení matic, kterými jsou připevněna závaží ke vzorku, nemá na výsledky měření de-facto žádný vliv. V neposlední řadě bylo opět pomocí vysokorychlostní kamery dokázáno, že připevněný snímač, ať už tomu bylo lepidlem či speciální podložkou, výsledky měření ovlivňuje zanedbatelně.

Všechny výpočty a experimentální měření tedy ověřily vlastnosti Y-vzorku, jimiž jsou například vlivy předepnutí paprsku, na kterém je připevněno závaží, přítomnosti snímače a vliv okrajových podmínek, hmotnosti obou závaží a jejich momentu setrvačnosti. Vzorek je tedy připraven pro tenzometrické měření víceosého namáhání a další experimenty, které jsou součástí vývoje budoucích dopravních prostředků.

Literatura

- [1] MRŠNIK, Matjaž, Janko SLAVIČ a Miha BOLTEŽAR. Multiaxial vibration fatigue—A theoretical and experimental comparison. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2016, 76-77, 409-423 [cit. 2023-05-25]. ISSN 08883270. Dostupné z: doi:10.1016/j.ymsp.2016.02.012
- [2] ČESNIK, Martin, Janko SLAVIČ a Miha BOLTEŽAR. Uninterrupted and accelerated vibrational fatigue testing with simultaneous monitoring of the natural frequency and damping. *Journal of Sound and Vibration*. 2012, 331(24), 5370-5382 [cit. 2023-05-25]. ISSN 0022460X. Dostupné z: doi:10.1016/j.jsv.2012.06.022
- [3] ČSN ISO 13473-2. *Popis povrchu vozovky pomocí textury povrchu. Část 2: Terminologie a základní požadavky vztahující se k analýze profilu textury vozovky*. Ústav pro výzkum motorových vozidel s.r.o. 2003. Třídící znak: 011678
- [4] ISO 8608. *Mechanical vibration. Road surface profiles. Reporting of measured data*.
- [5] ČSN EN 60068-2-64. *Zkoušení vlivů prostředí—Část 2-64: Zkoušky—Zkouška Fh: Širokopásmové náhodné vibrace a návod*. Ústav pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví. 2020
- [6] VLK, František. *Dynamika motorových vozidel*. 2. vyd. Brno: František Vlk, 2003. ISBN 8023900242. Švýcarsko. Ženeva. 2016
- [7] DUPAL, Jan. *Mechanika stochastických systémů*. V Plzni: Západočeská univerzita, 2008. ISBN 978-80-7043-715-5.
- [8] HLAVÁČ, Zdeněk. *Modelování kmitavých soustav s jedním stupněm volnosti*. Plzeň. Západočeská univerzita v Plzni.
- [9] HLAVÁČ, Zdeněk. *Vynucené kmitání soustav s jedním stupněm volnosti*. Plzeň. Západočeská univerzita v Plzni.
- [10] Mech. (n.d.). Retrieved October 16, 2022, from http://mech.fd.cvut.cz/members/fila/18kiad/studijni-pomucky/vynucene-kmitani-tlumene-odvozeni/amplitudova_charakteristika.jpg/view
- [11] DONGARRA, J. a F. SULLIVAN. Guest Editors Introduction to the top 10 algorithms. *Computing in Science & Engineering* [online]. 2000, 2(1), 22-23 [cit. 2023-05-26]. ISSN 1521-9615. Dostupné z: doi:10.1109/MCISE.2000.814652
- [12] FRIGO, M. a S.G. JOHNSON. The Design and Implementation of FFTW3. *Proceedings of the IEEE* [online]. 2005, 93(2), 216-231 [cit. 2023-05-26]. ISSN 0018-9219. Dostupné z: doi:10.1109/JPROC.2004.840301

- [13] WELCH, P. The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics [online]. 1967, 15(2), 70-73 [cit. 2023-05-26]. ISSN 0018-9278. Dostupné z: doi:10.1109/TAU.1967.1161901
- [14] SMOLÍK, Luboš, Jan Rendl a Roman Pašek. AutoFFT v1.5.2 - User Manual [online]. Plzeň: Západočeská univerzita a Výzkumný a zkušební ústav Plzeň, 2022. Dostupné z: https://github.com/LubosSmolik/autofft/blob/master/user_manual.pdf
- [15] VLK, Miloš. CHARAKTERISTIKY STOCHASTICKÝCH PROCESŮ ZATÍŽENÍ, NAMÁHÁNÍ A KMITÁNÍ. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Dostupné z <http://www.umd.fme.vutbr.cz/images/opory/Charakteristiky.pdf>
- [16] Vedantu. Absolute and relative error. <https://www.vedantu.com/maths/absolute-and-relative-error>
- [17] Vibration Fatigue by Spectral Methods [online]. Elsevier, 2021. ISBN 9780128221907. Dostupné z: doi:10.1016/C2019-0-04580-3
- [18] SLAVIČ. Janko. Technický výkres. Y-vzorek pro testování vibrační únavy.
- [19] Ehlinik.cz. Váš hliníkový obchod. Ploché a čtvercové hliníkové tyče - plocháče, hranoly. c2023. <https://hlinik.cz/>
- [20] TIRA Swingtechnik. Vibration test systems (SHAKERS). <https://www.tira-gmbh.de/schwingprueftechnik/schwingpruefanlagen/>
- [21] Brüel Kjaer [online]. LIGHTWEIGHT MODAL EXCITER. c 2023 Hottinger Brüel & Kjaer. <https://www.bksv.com/en/instruments/vibration-testing-equipment/modal-exciter/modal-exciter-4824>
- [22] HLAVÁČ, Zdeněk. Modální analýza a volné kmitání slabě tlumených lineárních kmitavých soustav. Plzeň. Západočeská univerzita v Plzni.