AUKČNÍ PRODEJ SÍŤOVÝCH KAPACIT
AUCTION SALE OF NETWORK CAPACITIES

Petr Fiala[1]

[1] Prof. RNDr. Ing. Petr Fiala, CSc., MBA, Vysoká škola ekonomická v Praze, Praha, Fakulta informatiky a statistiky, katedra ekonometrie, pfiala@vse.cz

Abstract: This article is devoted to modelling auction sales in the network economy. It is a combination of two characteristic elements of contemporary economic reality, network economy and auctions. The network industries play a decisive role in contemporary life. Today's network systems provide infrastructure and the basis for the functioning of the economy and society. In the current situation, the capacity of energy (electricity, gas, oil) networks plays a very important role. The sale of network capacities can be made in different ways. Using auctions for selling network capacities has advantageous properties. The so-called combinatorial auctions are suitable for modelling these situations, which allow you to auction the combinations of items and not just individual items. Simple auction models are presented.

Keywords: auction sale, combinatorial auction, network, capacity

JEL Classification: M11, C44, C57

ÚVOD

Síťová ekonomika je termín pro dnešní globální vztah mezi ekonomickými subjekty, vyznačující se masivní konektivitou. Dnešní síťové systémy poskytují infrastrukturu a základ pro fungování společností a ekonomik. Vyskytují se v mnoha podobách a zahrnují jak fyzické sítě, jako jsou dopravní a logistické sítě, komunikační sítě, energetické sítě, stejně jako abstraktnější sítě, jako jsou ekonomické, finanční, sociální a znalostní sítě. V současné situaci hraje velmi důležitou roli kapacita energetických sítí (elektřina, plyn, ropa).

Článek představuje možnost modelování aukcí v síťové ekonomice. Aukce jsou důležitým tržním mechanismem pro přidělování zboží a služeb. Kombinatorické aukce jsou takové aukce, ve kterých mohou dražitelé dražit kombinace položek. Kombinatorická aukce je vhodným nástrojem prodeje kapacity sítě. Je formulován tzv. problém určení vítěze v kombinatorické aukci na prodej síťové kapacity. Model lze formulovat jako problém vícekomoditních toků a lze použít efektivní algoritmy na jeho řešení.

Struktura článku je následující. Část 2 je věnována specifickým vlastnostem a problémům síťové ekonomiky. Základy kombinatorických aukcí jsou uvedeny v části 3, včetně specifického tzv. problému určení vítěze. Obsahem 4. části je použití aukčního problému určení vítěze na obchodování kapacit síťové struktury. Jednoduchý příklad je ilustrací pojmů a značení je řešen v části 5. Závěr článku shrnuje výsledky, možnosti řešení a další rozšíření modelu.

1. METODICKÝ ZÁKLAD

Síťová ekonomika je označení pro dnešní globální vazby mezi ekonomickými subjekty, charakteristické výrazným propojením. Hlavní roli v nové éře hraje spojení čehokoliv s čímkoliv do obrovské pavučiny sítí různých úrovní vztahů, kde se sdílejí zdroje a aktivity, rozšiřují trhy a snižují rizikové náklady. Síťová ekonomika urychluje a je sama urychlována dramatickou akcelerací v technologických inovacích, zejména v informačních a komunikačních technologiích. Nové technologie poskytují trvalou zpětnou vazbu, která umožňuje modifikovat aktivity a rychle reagovat na změny a tím podstatně mění modely podnikání.

Příspěvek je věnován analyzování toků na sítích a specificky prodeji kapacit sítě. Metodicky je možno uchopit toto téma od teoretických modelů na základě teorie sítí, přes modely prodeje specifické struktury, až po praktický prodej kapacit sítě s významnými dopady na fungování celého hospodářství, protože síťová odvětví (energetické sítě, dopravní sítě, komunikační sítě atd.) jsou jeho páteří. Příspěvek je zaměřen na modelování problému a možnosti jeho řešení.
Analýza sítí jakožto součást teorie grafů je dostatečně teoreticky popsána v řadě publikací, zachycujících problémy od vlastnosti sítí, přes spojení a cesty v sítích až po toky na sítích. Pro náš problém je užitečné analyzovat toky na sítích, a to zejména vícekomoditní toky (viz Ahuja et al., 1993). Při modelování struktury a kapacit sítě mohou vznikat určité paradoxy, např. Braessův paradox (viz Braess, 1968).
Při prodeji kapacit sítě je důležité prodávat zákazníkům kapacity různých spojení. Celkovým problémem je zkombinovat prodeje tak, aby celkový příjem byl maximalizován. Pro tento problém je nutno vybrat vhodný způsob prodeje od přímého prodeje jednotlivým zákazníkům, bez možnosti koordinace prodeje z hlediska celku, přes uzavírání kontraktů až po prodej kapacit sítě pomocí aukčního prodeje.
Aukci je možno definovat jako tržní mechanismus, který vyrovnává poptávku a nabídku (viz Rothkopf & Park, 2001, Krishna, 2002, Fiala, 2012). U aukcí je charakteristické, že proces vytváření ceny je explicitní. Pravidla, podle kterých se utváří konečná cena, jsou dobře známa a chápána všemi účastníky. Vzhledem ke kombinování zakázek zákazníků, kteří chtějí koupit je kapacity určitých spojení se zdají být tzv. kombinatorické aukce vhodným nástrojem prodeje (viz Cramton et al., 2006, Rothkopf et al., 1998). Z hlediska vhodného modelového řešení těchto aukcí jsou vhodné tzv. iterační aukce (Parkes, 2006), kdy se mění nabídky kupujících.
Model kombinatorických aukcí je vyjádřen a řešen jako úloha celočíselného programování (Wolsey, 2020), nebo použít dynamického programování (Bellman & Dreyfus, 2015). Vzhledem ke specifické struktuře je možno použít algoritmy teorie grafů pro vícekomoditní toky (viz Ahuja et al., 1993).
Příspěvek vychází metodicky z těchto poznatků a snaží se je zkombinovat do aplikovatelného modelu pro prodej kapacit sítě různým zákazníkům, což je aktuální problém zejména u energetických sítí.
Další části příspěvku jsou detailněji věnovány síťové ekonomice a kombinatorickým aukcím, jakožto základním částem pro navrhování prodeje kapacit sítě pomocí aukcí.

2. SÍŤOVÁ EKONOMIKA

Změny v současné ekonomice jsou vyvolány změnami v technické oblasti, zejména v informačních a komunikačních technologiích. Tyto změny způsobují silné síťové propojení ekonomických subjektů. Síť se stává základní strukturou vztahů a přináší některá specifika, na která musíme reagovat, pokud se chceme udržet v současném byznysu. Specifické síťové efekty je možno sledovat jak u hmotných sítí, tak u virtuálních sítí uživatelů stejných produktů. V síťové ekonomice můžeme analyzovat síťové produkty, síťové podniky i sítová odvětví.
Síťová ekonomika (viz Economides, 1996, Shapiro & Varian, 1999, Fiala, 2008) je termín pro dnešní globální vztah mezi ekonomickými subjekty, charakterizovaný masivní konektivitou. Ústředním aktem nové éry je propojit vše se vším rozsáhlými sítěmi na mnoha úrovních vzájemně propojených vztahů, kde jsou sdíleny zdroje a činnosti, rozšiřují se trhy a snižují se náklady na rizika. Spojení umožňuje prudký rozvoj informačních a komunikačních technologií. Síťová propojení umožňují těsnější vztahy mezi firmami a zainteresovanými stranami. Nové technologie poskytují trvalou zpětnou vazbu, která umožňuje úpravy aktivit a rychlé reakce, a tím zásadně mění obchodní modely. Síťová odvětví hrají v moderním životě klíčovou roli. Dnešní síťové systémy poskytují infrastrukturu a základ pro fungování společností a ekonomik. Přicházejí v mnoha podobách a zahrnují fyzické sítě, jako jsou: dopravní a logistické sítě, komunikační sítě, energetické sítě, stejně jako abstraktnější sítě zahrnující: ekonomické a finanční sítě, environmentální sítě, sociální sítě a sítě

znalostí. Mnoho důležitých nesíťových odvětví sdílí mnoho základních ekonomických rysů se síťovými odvětvími. Tato nesíťová odvětví se vyznačují silnými komplementárními vztahy.

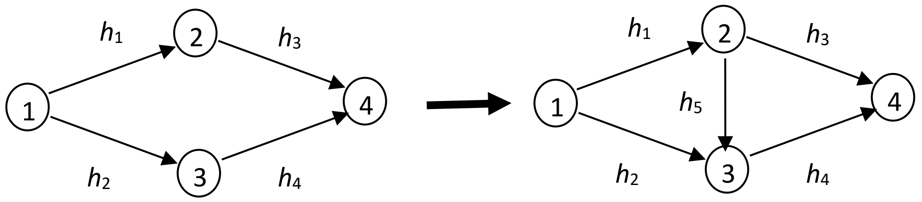
Realita dnešních sítí zahrnuje problémy:

- velký rozsah a složitost,
- rostoucí přetížení,
- komplementarita,
- externality,
- náklady přepnutí,
- alternativní chování uživatelů sítí,
- interakce mezi samotnými sítěmi.

Mnoho dnešních sítí se vyznačuje jak rozsáhlostí, tak složitostí topologie sítě. Přetížení hraje stále větší roli nejen v dopravních sítích, ale také v sítích telekomunikačních. Rozhodujícím vztahem v sítích je komplementarita mezi částmi sítě. Komplementarita se ukazuje jako zásadní faktor na trzích s informačním zbožím. Sítě vykazují pozitivní externality. Hodnota jednotky roste s očekávaným počtem jednotek k prodeji. Síťové externality je možno definovat jako přírůstky užitku, který uživatel získá spotřebou produktu, když počet uživatelů stejného typu produktu roste (Fiala, 2008). Klasickým příkladem je internet, kdy větší počet účastníků přináší větší užitek. Náklady přepnutí na jinou službu nebo přijetí nové technologie jsou značné. Rozhodnutí uživatelů sítí zase ovlivňují nejen uživatele samotné, ale i ostatní, a to z hlediska zisků a nákladů, včasnosti dodávek, kvality prostředí atd. Chování uživatelů sítě samotné sítě může být nekooperativní.

Příkladem je chování uživatelů dopravních nebo telekomunikačních sítí, kdy optimalizace z pohledu jednotlivých uživatelů nemusí být optimální z hlediska celého systému. Tuto situaci ilustruje známý Braessův paradox (viz Braess, 1968), kdy přidání dalšího spojení při stejné poptávce po službě vede při optimalizaci z hlediska uživatelů ke zvýšení nákladů pro všechny. Tento efekt budeme ilustrovat na následující úloze (viz Obr.1).

Obr. 1. Změna sítě



Zdroj: Autor

Původní síť na Obr. 1 se skládá ze čtyř uzlů 1, 2, 3, 4 a čtyř hran h_1, h_2, h_3, h_4, začátek a konec sítě je tvořen uzly 1 a 4. Existují dvě cesty mezi začátkem a koncem sítě $C_1 = \{h_1, h_3\}$ a $C_2 = \{h_2, h_4\}$. Předpokládejme, že náklady na jednotlivých hranách v závislosti na velikosti toků jsou $n_1(x_1) = 10\ x_1$, $n_2(x_2) = x_2 + 50$, $n_3(x_3) = x_3 + 50$, $n_4(x_4) = 10\ x_4$ a celkový požadovaný tok sítí $X = 6$.

V případě optimalizace z pohledu uživatele je rovnovážné řešení dáno situací, kdy všechny cesty mezi začátkem a koncem sítě mají stejné minimální náklady, a tudíž uživatelé nemají zájem měnit toky na cestách. Rovnovážné řešení je dáno toky na hranách

$$x^*_1 = 3,\ x^*_2 = 3,\ x^*_3 = 3,\ x^*_4 = 3$$

a odpovídajícími náklady na cestách

$$n(C_1) = 83,\ n(C_2) = 83.$$

Po změně sítě přidáním hrany h_5 mezi uzly 2 a 3 s náklady $n_5(x_5) = x_5 + 10$ vznikne další cesta $C_3 = \{h_1, h_5, h_4\}$ a řešení rovnovážné v původní síti nebude již v této situaci rovnovážné. Rovnovážné řešení bude posílat po každé ze tří cest velikost toku 2 a tudíž na jednotlivých hranách budou toky

$$x^*_1 = 4,\ x^*_2 = 2,\ x^*_3 = 2,\ x^*_4 = 4,\ x^*_5 = 2$$

a odpovídajícími náklady na cestách

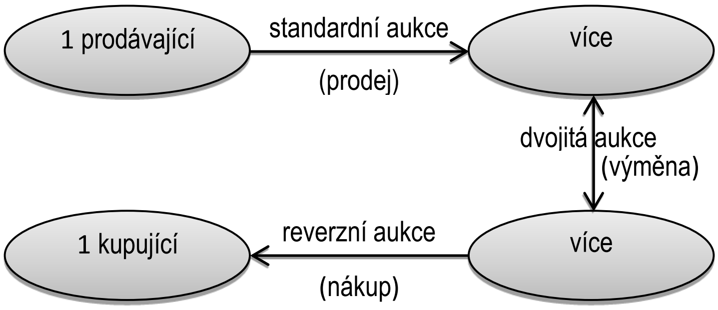
$$n(C_1) = 92,\ n(C_2) = 92,\ n(C_3) = 92.$$

Náklady vzrostly pro každého uživatele sítě z hodnoty 83 na hodnotu 92. Toto zvýšení je také způsobeno skutečností, že hrany h_1 a h_4 jsou sdíleny dvěma cestami a rostou na nich toky a náklady. Pokud je přidána cesta mezi začátkem a koncem sítě, která nesdílí hrany s původním spojením, potom Braessův paradox nevzniká.

3. KOMBINATORICKÉ AUKCE

Aukční mechanismus je postup, který transformuje zadané nabídky na alokaci položek a určení platby, kterou musí zaplatit kupující a kterou přijímá prodávající. Aukce mohou být klasifikovány podle řady hledisek.

Obr. 2. Typy aukcí podle počtu prodávajících a kupujících



Zdroj: Autor

Podle počtu prodávajících a kupujících se definují následující aukce. Standardní aukce jsou orientovány na prodej, mají jednoho prodávajícího a větší počet kupujících. Reverzní aukce jsou orientovány na nákup, mají naopak jednoho kupujícího a větší počet prodávajících. Dvojité aukce kombinují předcházející dva typy a zprostředkovávají výměnu mezi větším počtem prodávajících a větším počtem kupujících (viz Obr. 2).
Uvažují se aukce s jedním typem položek a také aukce s více typy položek. Více-položkové aukce mohou být sekvenční, kdy se objekty prodávají postupně, nebo simultánní, kdy se prodávají kombinace položek. Aukce se označuje jako kombinatorická, pokud se obchoduje s kombinacemi položek, a ne pouze s jednotlivými položkami (viz Cramton et al., 2006, Rothkopf et al., 1998). Kombinatorické aukce jsou stále více považovány za alternativu k sekvenčním aukcím jednotlivých položek. Výhodou kombinatorických aukcí je přesnější vyjádření preferencí dražitele. Tato výhoda je důležitá především v případě komplementárních položek. Položky jsou komplementární, pokud je užitek kombinace položek větší než součet užitků jednotlivých položek. Dvě položky A a B jsou komplementární, pokud platí

$$u(\{A, B\}) > u(\{A\}) + u(\{B\}). \tag{1}$$

Z různých typů kombinatorických aukcí uvádíme aukci nedělitelných předmětů s jedním prodávajícím a více kupujícími. Předpokládejme, že jeden prodávající nabízí množinu G tvořenou m položkami, j = 1, 2, …, m, n potenciálním kupcům. Položky jsou k dispozici po jednotlivých jednotkách. Jedná se o tzv. problém určení vítěze.
Nabídka učiněná kupujícím i, i = 1, 2, …, n, je definována jako

$$N_i = \{S, p_{i,S}\}, \tag{2}$$

kde

$S \subseteq G$, je kombinace položek,
$p_{i,S}$ je cena nabízená kupujícím i za kombinaci položek S.
Cílem je maximalizovat výnosy prodávajícího na základě nabídek kupujících. Omezení stanoví, že žádná jednotlivá položka není přidělena více než jednomu kupujícímu a že žádný kupující nezíská více než jednu kombinaci. Problém určení vítěze patří k NP-obtížným problémům.

Pro formulaci modelu jsou zavedeny následující označení a proměnné:

$\delta_{j,S} = 1$, jestliže položka $j \in S$, $\delta_{j,S} = 0$, jestliže položka $j \notin S$,

$x_{i,S}$ je binární proměnná určující, zda je kombinace S přiřazena kupujícímu i ($x_{i,S} = 1$).

Problém určení vítěze lze formulovat následovně

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq G} p_{i,S}\, x_{i,S} \rightarrow \quad \max$$

při omezeních

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq G} \delta_{j,S}\, x_{i,S} \leqq 1, \quad \forall j \in G, \tag{3}$$

$$\sum_{S \subseteq G} x_{i,S} \leqq 1, \quad \forall i,\ i = 1, 2, \ldots, n,$$

$$x_{i,S} \in \{0, 1\}, \ \forall\ S \subseteq G, \ \forall i,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Pro obecné řešení problému určení vítěze je navrženo dynamické programování (viz Pekeč & Rothkopf, 2003). Autoři také zvažují několik omezení pro povolené nabídky, díky nimž je problém výpočetně zvládnutelný.

4. AUKCE NA SÍTÍCH

Předmětem obchodování mohou být kapacity síťové struktury, které umožňují různé typy toků v síťových odvětvích. Klasickým příkladem jsou kapacity dopravních nebo telekomunikačních sítí, kdy jsou nabízeny a poptávány kapacity určitých spojení. Cílem je optimálně kombinovat jednotlivé úseky požadovaných spojení. Pro prodej a nákup kapacit spojení je užitečné použít princip kombinatorických aukcí. Pro spojení mezi určitými místy přináší větší užitek kombinace úseků, tvořících toto spojení, než součet užitků jednotlivých míst.

Pro ilustraci budeme prezentovat základní formulaci problému určení vítězů v kombinatorické aukci při prodeji kapacit sítě. Nechť $G = (U, H)$ je síť, kde U je množina uzlů a H je množina hran. Každé hraně $h_j \in H$, $j = 1, 2, \ldots, m$, je přiřazena kapacita $k(h_j)$. Kapacita sítě patří jedinému prodávajícímu a existuje n kupujících, potenciálních zájemců o kapacity spojení. Kombinatorický charakter problému plyne ze skutečnosti, že kupující mají zájem ne o kapacity jednotlivých hran, ale o kapacity cest v síti, které vznikají kombinací hran. Předpokládejme, že každý kupující i, $i = 1, 2, \ldots, n$, podává jednu nabídku, která je určena následujícími údaji

$$N_i = \{Z_i, K_i, G_i, k_i, p_i\}, \tag{4}$$

kde

Z_i, K_i je dvojice uzlů začátek-konec, které určuje pro kupujícího i spojení,
G_i je podgraf grafu G, určující hrany pro možná spojení,
k_i je požadovaná kapacita pro spojení,
p_i je nabízená cena kupujícího i za poskytnuté spojení požadované kapacity.

Pro formulaci modelu zavedeme další označení a proměnné:
C_i je množina všech cest mezi Z_i a K_i v podgrafu G_i,
c je označení cesty z množiny C_i,
$\delta(h_j, c) = 1$, jestliže $h_j \in c$, $\delta(h_j, c) = 0$, jestliže $h_j \notin c$,
y_c je proměnná, určující kapacitu na cestě $c \in C_i$,
x_i je binární proměnná, určující, zda nabídka N_i patří mezi vítězné ($x_i = 1$).

Celý model určení vítězů v kombinatorické aukci při prodeji kapacit sítě může být formulován následovně:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \quad \rightarrow \quad \max$$

při omezeních

$$\sum_{c \in C_i} y_c = k_i x_i,\ i = 1, 2, \ldots, n, \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{c \in C_i} \delta(h_j, c)\, y_c \leqq k(h_j)\ ,\ \ h_j \in H,$$

$$x_i \in \{0, 1\},\ i = 1, 2, \ldots, n,$$

$$y_c \geqq 0,\ c \in C_i\ ,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Jestliže jsou cesty určeny kupujícími, hrany i požadovaná spojení mají jednotkové kapacity, potom je tento model ekvivalentní s modelem určení vítězů v kombinatorické aukci, kde položky odpovídají hranám a kombinace položek jsou cesty. Specifikum tohoto modelu je však v tom, že kupující nemusejí specifikovat cesty, na kterých budou alokovány požadované kapacity. To je úlohou prodávajícího určit cesty pro naplnění požadovaných kapacit při určování vítězných nabídek při maximalizaci jeho příjmu. Model může být řešen jako úloha celočíselného smíšeného programování s využitím standardního komerčního softwaru. Model je však možno řešit efektivněji přeformulováním na problém vícekomoditních toků v síti. Pro řešení vícekomoditních toků na síti existují efektivní algoritmy (viz Ahuja et al., 1993).

5. ILUSTRAČNÍ PŘÍKLAD

Tento jednoduchý příklad je ilustrací pojmů a značení. Na Obr. 3 je zadána síť s následujícími kapacitami:

$k(h_1) = 3$, $k(h_2) = 3$, $k(h_3) = 3$, $k(h_4) = 3$, $k(h_5) = 3$, $k(h_6) = 3$, $k(h_7) = 3$, $k(h_8) = 3$, $k(h_9) = 3$.

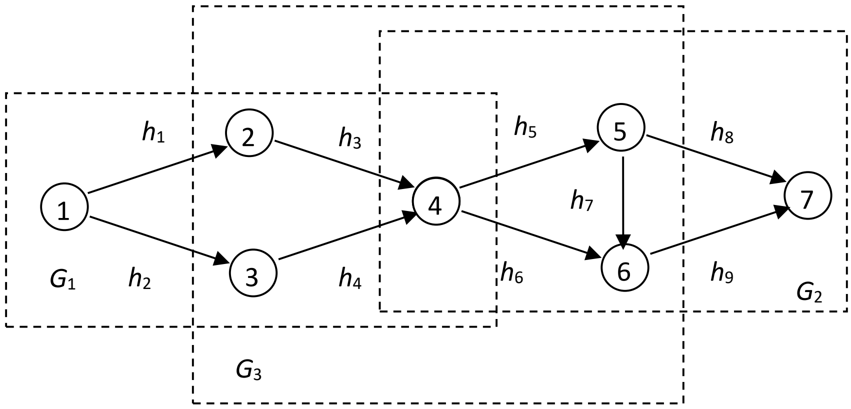
Předpokládejme, že jsou tři kupující s nabídkami

$$N_1 = \{Z_1 = 1, K_1 = 4, G_1, k_1 = 3, p_1 = 10\},$$
$$N_2 = \{Z_2 = 4, K_2 = 7, G_2, k_2 = 3, p_1 = 10\},$$
$$N_3 = \{Z_3 = 3, K_3 = 6, G_3, k_3 = 3, p_3 = 10\}.$$

V tomto jednoduchém příkladu jde o ilustraci značení a pojmů. Existuje optimální řešení

$$x_1 = 1,\ x_2 = 1,\ x_3 = 1,\ \sum_{i=1}^{n} p_i x_i = 30.$$

Obr. 3 Síťová struktura



Zdroj: Autor

Pro jednotlivé nabídky jsou zajištěny cesty

$$C_1 = \{h_1, h_3\},$$
$$C_2 = \{h_6, h_9\},$$
$$C_3 = \{h_4, h_5, h_7\}$$

nebo alternativně

$$C_1 = \{h_1, h_3\},$$
$$C_2 = \{h_5, h_8\},$$
$$C_3 = \{h_4, h_6\}.$$

ZÁVĚR

Analýza a optimalizace fungování síťové ekonomiky je výzvou pro aplikaci modelových přístupů. Aukce jsou důležité tržní mechanismy pro alokaci zboží a služeb. Výzkum i aplikace kombinatorických aukcí významně roste v posledních letech. V článku je vytvořen základní model aukce kapacit síťové struktury, vycházející z principu kombinatorických aukcí.

Výhodou řešení tohoto modelu je možnost využití algoritmů pro vícekomoditní toky v sítích. Tento základní model je však možno rozšířit pro další typy aukcí na síťové struktuře. Uvedený základní model standardní aukce je vytvořen z pohledu prodávajícího kapacity sítě. Je možno analogicky konstruovat model reverzní aukce z pohledu kupujícího kapacity sítě, který bude chtít minimalizovat náklady. Model dvojité aukce by charakterizoval reálnou situaci s více prodávajícími a více kupujícími kapacity sítě. Rovněž v oblasti řešení modelů je možno používat další přístupy, např. postupné řešení pomocí tzv. iteračních aukcí. Integrace poznatků z ekonomie, operačního výzkumu a informatiky je příslibem dosažení zajímavých výsledků.

Poděkování

Práce byla podporována grantem č. IGA F4/42/2021, Fakulta informatiky a statistiky, Vysoká škola ekonomická v Praze.

ZDROJE

Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., & Orlin, J. B. (1993). *Network flows: Theory, algorithms, and applications*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.

Bellman, R. E., & Dreyfus, S. E. (2015). *Applied dynamic programming*. Princeton: Princeton university press.

Braess, D. (1968). Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung. *Unternehmensforschung.* 12, 258 – 268.

Cramton, P., Shoham, Y., & Steinberg, R. (eds.) (2006). *Combinatorial Auctions*. Cambridge, Massachusetts:

MIT Press.

Economides, N. (1996). *The Economics of Networks*. International Journal of Industrial Organization. 14(6), 673-699.

Fiala, P. (2008). *Síťová ekonomika*. Praha: Professional Publishing.

Fiala, P. (2012). *Aukce – teorie a praxe*. Praha: Professional Publishing.

Krishna, V. (2002). *Auction Theory*. San Diego: Academic Press.

Parkes, D. C. (2006). Iterative Combinatorial Auctions. In P. Cramton, Y. Shoham & R. Steinberg (eds.) *Combinatorial Auctions*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press.

Pekeč, A., & Rothkopf, M. H. (2003): Combinatorial auction design. *Management Science*. 49(11), 1485-1503.

Rothkopf, M. H., & Park, S. (2001). An elementary introduction to auctions. *Interfaces.* 31(6), 83-97.

Rothkopf, M. H., Pekeč, A., & Harstad, R. M. (1998). Computationally manageable combinatorial auctions. *Management Science.* 44(1), 1131-1147.

Shapiro, C., & Varian, H. (1999). *Information Rules: A Strategic Guide to the Network Economy*. Boston: Harvard Business School Press.

Wolsey, L. A. (2020). *Integer programming*. John Wiley & Sons.