

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
Fakulta aplikovaných věd

**IDENTIFIKACE VLASTNOSTÍ UCPÁVEK
ROTAČNÍCH STROJŮ**

Ing. Karel Kalista

**disertační práce
k získání akademického titulu doktor
v oboru Kybernetika**

Školitel: Doc. Ing. Eduard Janeček, CSc.

Katedra: Katedra Kybernetiky

Plzeň 2023

UNIVERSITY OF WEST BOHEMIA IN PILSEN
Faculty of Applied Science

IDENTIFICATION OF SEALS IN ROTATING MACHINES

Ing. Karel Kalista

**A dissertation submitted in partial fulfillment of the
requirements for the degree of
Doctor of Philosophy in Cybernetics**

Advisor: Doc. Ing. Eduard Janeček, CSc.
Department: Department of Cybernetics

Pilsen 2023

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou disertační práci vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni, dne 22. 02. 2023

.....

Karel Kalista

Poděkování

Na tomto místě bych velice rád poděkoval všem, kteří přispěli ke vzniku této práce. Předně mému školiteli Doc. Ing. Eduardu Janečkovi, CSc. za odborné vedení a podporu při vypracování této práce. Dále bych rád poděkoval Ing. Jindřichu Liškovi Ph.D. za dosavadní spolupráci a jeho cenné postřehy. Podobně bych chtěl poděkovat také Ing. Janu Jaklovi Ph.D. Další dík pak patří Ing. Jaromíru Strnadovi za pomoc a preciznost při ustavování ložisek a řešení problémů s elektronikou. Velké díky patří také mé ženě za její podporu, trpělivost a lásku.

Anotace

Kvantifikace dynamických silových koeficientů labyrintových ucpávek používaných v parních turbínách není v současné době jednoznačně vyřešena. Výpočetní numerické nástroje umožňují výpočet koeficientů při návrhu turbosoustrojí, avšak nedostatek experimentálních dat neumožňuje porovnání a validaci výsledků. Proto je nezbytné provádět experimentální měření a identifikaci koeficientů ucpávek. Tato disertační práce se zaměřuje na identifikaci koeficientů ucpávek s využitím magnetických ložisek. Je popsána konstrukce nového experimentálního zařízení s magnetickými ložisky a jeho uvádění do provozu. Dále jsou prezentovány výsledky identifikačních experimentů labyrintové ucpávky. Motivací bylo porovnání výsledků s výpočetním numerickým nástrojem používaným ve společnosti Doosan Škoda Power, která se také účastnila projektu.

Úvodní část této práce se zaměřuje na poskytnutí uceleného pohledu na význam silových koeficientů ucpávek a na způsoby jejich identifikace s využitím aktivních magnetických ložisek. Je vysvětlen vliv koeficientů na stabilitu rotoru a jsou popsány identifikační metody v časové a frekvenční oblasti.

Dále se práce věnuje popisu nového experimentálního zařízení a jeho uvádění do provozu. Zařízení se skládá z jednoho axiálního a dvou radiálních magnetických ložisek, která podpírají rotor a řízeně budí jeho vibrace. Dále jsou součástí zařízení motor, stator s ucpávkami a měřicí ústředna s elektronikou. Je popsán návrh zpětnovazebního řízení magnetických ložisek, které umožňuje vybudit požadované vibrace rotoru během identifikačního experimentu ucpávky. Dále jsou měřeny magnetické síly radiálních ložisek pomocí snímačů instalovaných pod ložiskovými domečky. Je popsán postup jejich kalibrace pomocí hmotnosti rotoru a měření jeho výchylky.

V závěru práce jsou představeny výsledky identifikačního experimentu labyrintové ucpávky. Z měření tlaku v kavitách labyrintové ucpávky a výchylky rotoru jsou určeny síly působící na rotor vlivem proudění média v ucpávce a jsou identifikovány koeficienty ucpávky. Pro okrajové podmínky odpovídající experimentu byly napočítány ve výpočetním nástroji odpovídající koeficienty ucpávky. Vypočtené a identifikované koeficienty vykazují určitou shodu, nicméně bude zapotřebí pokračovat v práci a provést další experimenty pro ověření a zpřesnění výsledků. Změřené magnetické síly ložisek byly použity pro určení sil působících na rotor vlivem ucpávky. Další práce bude spočívat v analýze a upřesnění získaných sil tak, aby mohl být tento způsob měření sil použit pro identifikaci koeficientů ucpávek.

Summary

The quantification of the dynamic force coefficients of labyrinth seals used in steam turbines is currently not clearly resolved. Numerical tools offer the calculation of seal coefficients in the design of the turbomachinery; however, a lack of experimental data makes comparison and verification impossible. Therefore, it is necessary to carry out experimental measurements and identification of seal coefficients. This dissertation focusses on identification of seal coefficients with use of magnetic bearings. The design and commissioning of a new test device with active magnetic bearings is documented. Furthermore, preliminary experiments were performed, and the results are presented. The motivation was to compare the results with the numerical tool used at Doosan Škoda Power, which is the manufacturer of steam turbines and a participant of this project.

The introductory part of this work is focused on providing a comprehensive review of the meaning of the seal dynamic force coefficients and methods of their identification, especially when using magnetic bearings. The effect of coefficients on rotor stability is explained and the identification methods in time domain and frequency domain are introduced.

Furthermore, the work describes a new experimental device and its commissioning. The test device consists of one axial and two radial magnetic bearings that support a rotor and excite the rotor vibration. The test device also includes a drive unit, stator with seals and the control and measurement system. The design of feedback control system of magnetic bearings is described. The control system enables to excite the required rotor vibration during the experiment. The measurement of the magnetic force of radial bearings is carried out using sensors mounted under the bearing housing. A calibration procedure using known rotor mass and measured vibration is described.

Finally, the results of the identification experiments are presented. The seal fluid induced forces acting on the rotor were determined based on seal pressure and rotor vibration measurement and the seal coefficients were identified. The seal coefficients were calculated using the numerical tool for the boundary conditions corresponding to the experiment. The calculated and identified coefficients show a certain agreement. However, it will be necessary to carry out further experiments and future work for verification and refinement. The measured magnetic forces were used to determine the fluid-induced forces. Further analysis and refinement of the acquired forces is required.

Obsah

1 Úvod	1
2 Současný stav	4
2.1 Identifikace vlastností ucpávek	4
2.2 Měření síly magnetického ložiska působící na rotor	6
2.3 Použití AML při experimentech s dynamikou rotoru	8
2.4 Cíle práce a přínos	10
3 Úvod do problematiky	11
3.1 Dynamika rotoru v ucpávce	11
3.1.1 Vlastnosti ucpávek	11
3.1.2 Kmitání rotoru v ucpávce	14
3.1.3 Proudění v ucpávce	15
3.1.4 Dynamické koeficienty ucpávek	19
3.1.5 Radiální a tečná síla	21
3.1.6 Tlaková síla při kruhové orbitě rotoru	22
3.1.7 Stabilita ucpávky	24
3.1.8 Analýza stability Jeffcottova rotoru v ucpávce pomocí vlastních čísel	26
3.2 Metody identifikace silových dynamických koeficientů ucpávky	30
3.2.1 Identifikace při kruhové orbitě	30
3.2.2 Identifikace při obecné orbitě	32
3.3 Aktivní magnetická ložiska	34
3.3.1 Model aktivního magnetického ložiska a rotoru	34
3.3.2 Přístup k řízení aktivních magnetických ložisek	35
3.3.3 Systém s rotorem uloženým v AML	37
4 Experimentální zařízení pro identifikaci ucpávek	39
4.1 Všeobecný popis zařízení	40
4.2 Rotor	44
4.2.1 Konstrukce rotoru	44
4.2.2 Vyrovnání a vyvážení rotoru	46
4.2.3 Experimentální modální analýza	49
4.3 Magnetická ložiska	53
4.3.1 Výkonové omezení AML	54
4.3.2 Frekvenční charakteristika domečků AML	56
4.4 Snímače polohy rotoru	57
4.4.1 Kalibrace snímačů polohy rotoru v radiálních AML	58
4.4.2 Kalibrace snímačů polohy rotoru v rovině ucpávek	60
4.5 Měřicí a řídicí systém	61
5 Řízení AML	62
5.1 Měření frekvenční charakteristiky	63
5.1.1 Měření frekvenční charakteristiky v axiální ose	66
5.1.2 Měření frekvenční charakteristiky v radiální rovině	67
5.2 Odhad parametrického modelu systému	69
5.3 Řízení levitace rotoru v AML	73
5.4 Kompenzace synchronních vibrací nevyváženého rotoru	78

5.5 Buzení asynchronních vibrací rotoru	81
5.6 Generování požadované orbity rotoru	84
6 Měření síly působící na rotor	88
6.1 Síly působící na rotor při experimentu.....	88
6.2 Snímače síly pod domečky radiálních AML.....	90
6.3 Metoda kalibrace snímačů pod domečky AML	92
7 Experimentální identifikace koeficientů labyrintové ucpávky	100
7.1 Parametry a průběh experimentu	100
7.2 Identifikace koeficientů ucpávky z tlaků v kavitách	103
7.3 Určení sil od ucpávky z měření magnetických sil AML	109
8 Závěr.....	111
9 Seznam použité literatury a informačních zdrojů	113
10 Vlastní publikace a ostatní práce	119
11 Přílohy	121
A. Transformace mezi stacionárním a rotačním souřadným systémem	121
B. Magnetická ložiska	122
C. Elektromagnetismus	128
D. Fourierova transformace	131
E. Metoda nejmenších čtverců	133
F. Schéma zapojení desky snímače síly.....	134
G. Určení polohy těžiště levitujícího rotoru	135

Přehled často používaných označení

A^H	hermitovská transpozice matice A
β	fázové zpoždění mezi signálem tlaku a výchylky rotoru v ucpávce
\mathbf{C}	matice tlumení
C	koefficient přímé tlumení ucpávky
c	koefficient příčného tlumení ucpávky
c_r	tlumení uložení rotoru
c_s	nominální mezera v ucpávce
C_{xx}	přímé tlumení ve směru x
C_{yy}	přímé tlumení ve směru y
C_{xy}	příčné tlumení ve směru y při působení síly ve směru x
C_{yx}	příčné tlumení ve směru x při působení síly ve směru y
d	porucha na výstupu řízeného systému
e	regulační odchylka
ε	dynamická excentricita
ε_0	statická excentricita
f_g	gravitační síla
$f_I(t)$	setrvačná síla
$f_m(t)$	magnetická síla
$f_{mot}(t)$	síla působící na rotor vlivem motoru
$f_{mxA}(t)$	magnetická síla magnetického ložiska A ve směru x
$f_{myA}(t)$	magnetická síla magnetického ložiska A ve směru y
$f_{mxB}(t)$	magnetická síla magnetického ložiska B ve směru x
$f_{myB}(t)$	magnetická síla magnetického ložiska B ve směru y
$f_{mz}(t)$	magnetická síla axiálního magnetického ložiska
$f_p(t)$	síla vlivem působení tlaku na plochu
$f_s(t)$	síla působící na rotor vlivem proudění média v ucpávce
$f_{sr}(t)$	interakční síla média v ucpávce v radiálním směru
$f_{st}(t)$	interakční síla média v ucpávce v tečném směru
$f_{sx}(t)$	interakční síla média v ucpávce ve směru x
$f_{sy}(t)$	interakční síla média v ucpávce ve směru y
$f_u(t)$	síla působící na rotor vlivem nevyváhy
f_{vz}	vzorkovací frekvence
g	gravitační zrychlení
i_0	předmagnetizační proud magnetického ložiska
i_c	řídící proud magnetického ložiska
i_{cxA}	řídící proud magnetického ložiska A v ose x
i_{cxA}	řídící proud magnetického ložiska A v ose y
i_{cxB}	řídící proud magnetického ložiska B v ose x

i_{cyB}	řídící proud magnetického ložiska B v ose y
i_{cxZ}	řídící proud magnetického axiálního ložiska
$Im\{z\}$	Imaginární složka komplexního čísla z
j	imaginární jednotka, $j^2 = -1$
K	matice tuhosti
K	koeficient přímé tuhosti ucpávky
k	koeficient příčné tuhosti ucpávky
k_0	výrobní konstanta magnetických ložisek
K_{xx}	přímá tuhost ve směru x
K_{yy}	přímá tuhost ve směry y
K_{xy}	přímá tuhost ve směry y při působení síly ve směru x
K_{yx}	přímá tuhost ve směry x při působení síly ve směru y
k_r	tuhost rotoru
k_i	proudové zesílení aktuátoru v magnetickém ložisku
k_s	tuhost otevřené smyčky v magnetickém ložisku
k_N	zesílení zobecněného notch filtru
k_p	proporcionální zesílení PID regulátoru
k_d	derivační zesílení PID regulátoru
L_r	délka rotoru
L_s	délka mezi břity labyrintové ucpávky
M	matice hmotnosti
M	koeficient přímé přidané hmotnosti ucpávky
m	koeficient příčné přidané hmotnosti ucpávky
m_r	hmotnost rotoru
M_{xx}	přídavná hmotnost ve směru x
M_{yy}	přídavná ve směry y
M_{xy}	přídavná hmotnost ve směry y při působení síly ve směru x
M_{yx}	přídavná hmotnost ve směry x při působení síly ve směru y
μ_r	relativní permeabilita materiálu
μ_0	relativní permeabilita vakua
p	komplexní proměnná, $p = j\omega$
p_1	statický tlak před ucpávkou
p_2	statický tlak za ucpávkou
p_c	celkový tlak
p_d	dynamický tlak
p_e	tlak na vstupu ucpávky
p_s	statický tlak
R_s	poloměr rotoru v ucpávce
$Re\{z\}$	Reálná složka komplexního čísla z
s	vzduchová mezera v magnetickém ložisku
s_0	nominální vzduchová mezera v magnetickém ložisku

t	čas
T	perioda signálu
T_d	derivační časová konstanta
T_i	integrační časová konstanta
T_f	časová konstanta filtrace derivace
$X(p)$	Laplaceův obraz signálu $x(t)$
$X(\omega)$	Fourierův obraz signálu $x(t)$
$x(t)$	výchylka rotoru ve směru x
$\dot{x}(t)$	1. derivace výchylky rotoru ve směru x podle času
$\ddot{x}(t)$	2. derivace výchylky rotoru ve směru x podle času
$y(t)$	výchylka rotoru ve směru y
$\dot{y}(t)$	1. derivace výchylky rotoru ve směru y podle času
$\ddot{y}(t)$	2. derivace výchylky rotoru ve směru y podle času
y_{xA}	výstup systému v ose x magnetického ložiska A
y_{yA}	výstup systému v ose y magnetického ložiska A
y_{xB}	výstup systému v ose x magnetického ložiska B
y_{yB}	výstup systému v ose y magnetického ložiska B
y_z	výstup systému v axiální ose z
z_T	axiální poloha těžiště
Ω	úhlová rychlost precese
ω	úhlová rychlost
ω_r	úhlová rychlost otáčení rotoru

Zavedené zkratky

A/D	převodník z analogového signálu na digitální
AML	aktivní magnetické ložisko
CFD	nástroje počítačové dynamiky tekutin (Computational Fluid Dynamics)
D/A	převodník z digitálního signálu na analogový
EM	elektromagnet
EMA	experimentální modální analýza
FFT	rychlá Fourierova transformace (Fast Fourier Transform)
GNF	zobecněný notch filtr (Generalized Notch Filter)
MAE	střední absolutní chyba (Mean Absolute Error)
PD	regulátor s proporcionální a derivační částí
PID	regulátor s proporcionální, integrační a derivační částí
MIMO	system s více vstupy a více výstupy (Multiple-Input Multiple-Output)
R^2	koeficient determinace
SISO	system s jedním vstupem a jedním výstupem (Single-Input Single-Output)
WFR	Whirl Frequency Ratio

1 Úvod

Snahou všech výrobců a dodavatelů rotačních zařízení je dodávat spolehlivé stroje s co nejnižšími výrobními a provozními náklady, a ne jinak je tomu v případě parních turbín. V současné době je trend detailně modelovat každou dílčí část turbosoustrojí a analyzovat její vliv na chod stroje, jeho účinnost a ekonomický zisk. V případě parních turbín o výkonu v řádech desítek až stovek megawattů může i zdánlivě nepatrné zlepšení přinést významné úspory. Stejně tak ale každá porucha může vést k nákladné opravě a ekonomické ztrátě vzniklé ušlým ziskem v době odstávky.

Parní turbína je obvykle součástí turbosoustrojí pro výrobu elektrické energie. Přehřátá pára z parogenerátoru je přes rozváděcí lopatky statoru přivedena do prostoru vnitřního tělesa turbíny, kde silově působí na oběžné lopatky rotoru, který tak roztáčí. K rotoru je dále připojen generátor, který generuje elektrickou energii. V turbosoustrojí tak dochází k přeměně energie přehřáté páry na energii mechanickou a následně na energii elektrickou. Pro dosažení maximální účinnosti při získávání mechanické energie z přehřáté páry je nezbytné zajistit maximální průchod páry mezi lopatkami a omezit její úniky do míst, kde nekoná žádnou práci. Toho je docíleno instalací ucpávek, které prostor mezi rotorem a statorem utěsní s minimální mezerou ale tak, aby zároveň nedocházelo k jejich vzájemnému kontaktu.

S rostoucím výkonem parních turbín a neustálým zmenšováním vůlí v ucpávkách se zároveň začal významně projevovat vliv ucpávek na stabilitu turbosoustrojí. Tento vliv je podobný jako u ložisek a nemůže být opomíjen. V důsledku běžných provozních vibrací turbosoustrojí dochází ke změnám mezery mezi rotorem a ucpávkou, kde uniká vysokotlaká pára. To způsobí změny proudění páry v ucpávce, což vede ke změnám silové interakce mezi rotorem a párou v ucpávce. To může vyvolat další zvýšení vibrací a nestabilní chování turbosoustrojí.

Silové interakce mezi ucpávkou a rotorem lze popsat modelem s koeficienty tuhosti, tlumení a hmotnosti. Tyto koeficienty reprezentují přídatné účinky média v ucpávce, které ovlivňují vlastní frekvence rotoru a jeho chování při provozu. Existuje řada výpočetních programů, které se snaží tyto koeficienty kvantifikovat na základě numerických výpočtů a simulací, avšak jejich výstupy se v mnoha případech liší a jsou spojeny s vysokou neurčitostí. Proto je na místě provést ověřování vlivu ucpávek pomocí měření a získané výsledky použít pro zpřesnění či validaci numerických modelů.

Pro identifikaci parametrů tuhosti a tlumení ucpávky je zapotřebí vybudit a změřit výchylku rotoru a tlak v ucpávce, respektive sílu, kterou proudící pára v ucpávce působí na rotor v důsledku jeho kmitání. Měření přímo na velkých reálných zařízeních by bylo velice komplikované, nákladné a často nerealizovatelné. Proto je upřednostňováno měření na menších experimentálních zařízeních, ve kterých je navozen stav do jisté míry odpovídající reálnému provozu. Testované ucpávky pak představují zmenšenou verzi skutečných ucpávek a předpokládá se, že vliv ucpávek na reálné zařízení lze určit na základě podobnosti.

Identifikace silových koeficientů ucpávek není triviální úloha, a to i přes skutečnost, že experimenty probíhají na speciálních zařízeních v téměř laboratorních podmínkách. V odborné literatuře se lze setkat s různým provedením takovýchto experimentálních zařízení pro zkoumání dynamiky rotorů. V mnoha případech je rotor uložen v konvenčních ložiskách a požadované relativní vibrace rotoru vůči ucpávce jsou většinou navozeny mechanickým působením síly buď na rotor, nebo stator. Právě mechanické buzení vibrací statoru nebo rotujícího rotoru s sebou přináší řadu komplikací. Výroba pružně upevněného statoru tak, aby s ním bylo možné provádět přesně požadované vibrace je komplikovaná a nákladná. Mechanické buzení vibrací rotoru je zase omezeno pouze na synchronní vibrace s otáčkami, které jsou vyvolány záměrným nevyvážením rotoru.

S rozvojem technologií se při obdobných experimentech začalo prosazovat uložení rotoru v magnetických ložiskách, která se jeví jako efektivní z pohledu buzení vibrací rotoru. Aktivní magnetická ložiska umožňují bezkontaktní vybudování vibrací rotující hřídele na téměř libovolné frekvenci. Vibrace rotoru jsou v obdobných zařízeních obvykle realizovány tak, že je k akčnímu zásahu regulátoru magnetických ložisek přičítán budicí signál, jehož parametry jsou manuálně nastaveny. Tento způsob generování orbity rotoru však není příliš robustní vůči vnějším podmínkám, které se mohou během nebo mezi experimenty měnit. To pak klade vyšší nároky na obsluhu.

Interakční síly mezi rotorem a proudícím médiem v ucpávce lze určit z průběhu tlaku v ucpávce vzhledem k výchylce rotoru. V případě labyrintové ucpávky musí být tlak měřen v každé kavitě ucpávky. Při výrobě statoru tak musí být navrtány měřicí otvory, do kterých se instalují snímače tlaku. Toto řešení je v součtu poměrně nákladné, ale podle dostupné literatury se bere jako nejpřesnější způsob určení ucpávkových sil. Alternativně lze interakční síly působící na rotor vlivem proudění v ucpávce určit pomocí měření magnetických sil ložisek, ve kterých je rotor uložen. Měření dynamických magnetických sil ložisek je však spojeno s relativně vysokou nejistotou měření.

Cílem této práce je využít dosavadních výsledků a poznatků z oblasti testování ucpávek, respektive dynamiky rotorů a podílet se na vytvoření nového experimentálního zařízení s magnetickými ložisky pro testování labyrintových ucpávek. Zařízení bylo realizováno ve spolupráci se společností Doosan Škoda Power, která patří mezi přední světové dodavatele parních turbín. Vyvíjené experimentální zařízení bylo umístěno na zkušebně v prostorách společnosti Doosan Škoda Power, kde je k dispozici stlačený vzduch jako testovací médium. Motivací pro vývoj zmíněného zařízení na identifikaci ucpávek je nedostatek experimentálních dat pro ověření numerických modelů a simulací používaných ve společnosti Doosan Škoda Power při návrhu skutečných turbín.

Jedním z cílů disertační práce bude navrhnout a realizovat zpětnovazební řízení generování vibrací rotoru v magnetických ložiskách tak, aby byla orbita rotoru stabilní i při změnách podmínek experimentu nebo změnách proudění v ucpávce. Dalším dílčím cílem této disertační práce je změřit magnetické síly ložisek působící na rotor pomocí snímačů síly, které

jsou instalovány pod domečky magnetických ložisek. Následně takto změřené síly využít pro určení interakčních si působících na rotor vlivem proudění média v ucpávce.

Práce je rozčleněna do několika kapitol. Po úvodní kapitole následuje kapitola 2, ve které je shrnut současný stav identifikace dynamických koeficientů ucpávek. Dále je uvedeno několik případů experimentální identifikace vlastností ucpávek s využitím aktivních magnetických ložisek, které jsou popsány v odborné literatuře. Na závěr kapitoly je uvedena formulace problému, kterému se tato práce věnuje. Třetí kapitola obsahuje výtah znalostí, které jsou nezbytné pro uvedení čtenáře do problematiky. Nejdříve je popsán význam koeficientů ucpávek, jejich vliv na stabilitu a způsob jejich identifikace. Poté je stručně popsán princip magnetického ložiska, způsob jeho modelování a přístup k řízení. Ve čtvrté kapitole je popsáno nově vyvíjené experimentální zařízení, jeho jednotlivé části a činnosti spojené s uváděním zařízení do provozu. Pátá kapitola se věnuje řízení magnetických ložisek, která zajišťuje stabilní levitaci rotoru a zároveň buzení požadovaných vibrací rotoru během experimentu. V šesté kapitole je představen způsob měření magnetických sil ložiska pomocí vlastních snímačů umístěných pod domečky magnetických ložisek. V sedmé kapitole jsou představeny výsledky z experimentálních měření a jsou identifikovány dynamické silové koeficienty ucpávky. Osmá závěrečná kapitola je následována seznamem použité a vlastní literatury, která byla publikována v odborných časopisech a na konferencích. Na tomto místě je vhodné uvést, že disertační práce popisuje a řeší komplexní úlohu, která propojuje několik oblastí od rotorové dynamiky, měření, řízení a identifikaci. V každé oblasti jsou zavedeny určité zvyklosti značení, které jsem se snažil v maximální míře zachovat. V některých případech však může dojít k určité nesrovnalosti.

2 Současný stav

Jak bylo zmíněno v úvodní kapitole, vliv ucpávek na stabilitu obzvláště velkých turbín je nezanedbatelný obdobně jako vliv ložisek. Vlastnosti ucpávek jsou v současnosti modelovány výpočetními programy založených na CFD simulacích. Kvůli komplexnosti fyzikálních jevů uvnitř ucpávky při provozu turbíny jsou výsledky z těchto programů, jejichž funkcionalita podléhá obvykle utajení, nekonzistentní. V publikaci (Kocur, 2007) je popsán případ, kdy pro jeden typ ucpávky byly napočítány několika komerčními společnostmi a akademickými institucemi výrazně lišící se parametry. Nejen tato studie byla motivací zabývat se identifikací vlastností ucpávek experimentálně. Vzhledem k podobnosti ucpávek a kluzných ložisek je řada experimentálních metod identifikace kluzných ložisek použitelná i pro ucpávky. Podrobný přehled metod a experimentů lze nalézt v publikacích (Tiwari, 2005), (Dimond, 2009).

Identifikace koeficientů ucpávky pomocí speciálního experimentálního zařízení je netriviální úkol, který zasahuje do různých oborů. Následující podkapitoly mají za cíl, stručně shrnout dosavadní postupy a výsledky popsané v literatuře, které jsou pro tuto práci relevantní. V závěru kapitoly jsou následně představeny cíle disertační práce.

2.1 Identifikace vlastností ucpávek

Při modelování ucpávek se obvykle používá zavedená forma (2.1). Interakční síly f_{sx} , f_{sy} mezi rotorem a proudícím médiem v ucpávce (v anglické literatuře nazývané seal) závisí na relativní výchylce rotoru vůči ucpávce uvnitř statoru ve směrech pravoúhlého souřadného systému (x, y) a vlastnostech ucpávky, které jsou reprezentovány koeficienty tuhostí K , k , tlumení C , c , a hmotností M , m . Detailnější vysvětlení významu koeficientů ucpávek je v kapitole 3.1.

$$\begin{bmatrix} f_{sx}(t) \\ f_{sy}(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K & k \\ -k & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C & c \\ -c & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M & m \\ -m & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Silové koeficienty ucpávek závisí na geometrii ucpávky a na provozních podmínkách jako např. na tlakovém spádu, otáčkách rotoru, hustotě média atd. (Childs, 1993). Tyto provozní podmínky analytické metody a výpočetní programy CFD zavádějí jako okrajové podmínky při kvantifikaci koeficientů ucpávek. Výpočetní metody také mohou předpokládat specifické kmitání rotoru. Pro získání porovnatelných výsledků z experimentálních měření je tak nezbytné podmínky experimentu co nejlíže přiblížit k parametrům a předpokladům výpočetních metod.

Identifikační experiment silových koeficientů ucpávky lze rozdělit do několika stěžejních bodů:

- vybudit proudící médium změnou mezery mezi rotujícím rotorem a ucpávkou,
- měřit relativní výchylku rotoru vůči ucpávce,
- kvantifikovat interakční síly působící na rotor vlivem proudícího media v ucpávce,
- identifikovat koeficienty ucpávek ze změřených dat.

V dostupné literatuře bylo pro experimentální buzení využito převážně harmonického signálu, který vede k harmonickému průběhu interakčních sil. Budící harmonický signál může obsahovat jednu či více frekvenčních komponent. Vícekomponentní signál zkrátí čas experimentu, avšak fyzikální děje uvnitř ucpávky s proudícím médiem jsou obecně nelineární a může tak docházet k ovlivňování mezi frekvenčními komponentami. V případě monokomponentního signálu buzení lze způsoby experimentální identifikace ucpávek rozdělit na:

- synchronní buzení,
- asynchronní buzení.

Při synchronním způsobu identifikace je frekvence buzení média stejná jako frekvence otáček rotoru. To lze realizovat relativně snadno například cíleným nevyvážením rotoru, což vybudí jeho synchronní vibrace. Avšak metody využívající synchronní buzení nedokáží identifikovat koeficienty na ostatních (asynchronních) frekvencích. Při asynchronním buzení je frekvence buzení nezávislá na otáčkách rotoru. Tímto obecnějším způsobem buzení lze identifikovat frekvenční závislost parametrů ucpávky. Asynchronního buzení lze v praxi dosáhnout:

- buzením vibrací statoru s ucpávkami, kterým prochází rotor,
- buzením vibrací rotoru uvnitř fixního statoru.

Jeden z prvních experimentů identifikace labyrintových ucpávek popisuje práce (Wright, 1978) jejíž přístup byl následně rozšířen v publikaci (Childs, 1986). Při experimentech byl rotor uložen v konvenčních ložiskách. Změna vůle mezi rotorem a ucpávkou byla realizována vybuzením vibrací flexibilně ukotveného statoru pomocí připojeného budiče, který působil měřenou silou proti pružině podpírající stator. Ten byl osazen akcelerometry pro určení setrvačných sil statoru. Interakční síly mezi rotorem a ucpávkou pak byly určeny jako rozdíl měřených sil budiče a setrvačných sil statoru. Další experimentální zařízení s dvěma budiči působících na rotor v ortogonálních směrech byla popsána v publikacích (Dawson, 2002) a (Ertas, 2006).

Pokrok v technologii umožnil využití aktivních magnetických ložisek, která měla potenciál pro zkvalitnění identifikačních experimentů a více se přiblížit reálným provozním podmínkám. Pomocí magnetických ložisek lze bezkontaktně vybudit požadované kmitání rotující hřídele. Relativně obtížná realizace buzení vibrací flexibilně ukotveného statoru tak již nebyla potřeba, avšak za cenu větší komplexnosti celého zařízení.

Důležitou součástí zpracování změřených dat je separovat z měřených signálů sil pouze ty složky, které jsou důsledkem buzení média v mezeře mezi rotorem a ucpávkou (Bolleter, 1987). Předpokladem korektní identifikace parametrů linearizovaného modelu (2.1) je lineární závislost interakční síly mezi rotorem a ucpávkou na výchylce rotoru. Vzhledem k tomu, že tato závislost je ve skutečnosti silně nelineární, tak musí být budící signál vhodně zvolen. Obecně lze říct, že amplituda takového signálu by měla být co nejmenší. Na druhou stranu ale musí být dostatečně velká, aby byly vybudeny měřitelné interakční síly. Platnost předpokladu linearity může být ověřena analýzou amplitudového spektra měřeného signálu interakčních sil. Pokud se například v amplitudovém spektru objeví významné hodnoty amplitud na jiných frekvencích než frekvence buzení Ω a otáček rotoru ω_r , tak nemusí platit předpoklad linearity a je vhodné upravit amplitudu příčného kmitání rotoru (Knopf, 2000).

2.2 Měření síly magnetického ložiska působící na rotor

Na konci předešlé kapitoly je uvedeno, že vibrace rotoru lze bezkontaktně budit pomocí AML. Pokud by bylo možné přesně změřit magnetickou sílu ložiska, tak by bylo možné použít AML pro dynamické testování rotorů za rotace (Ulbrich, 1988). AML by plnilo funkci budiče i snímače síly a polohy zároveň a změřené hodnoty by sloužily k určení např. frekvenční charakteristiky rotoru (Nordmann, 2000). Metody měření síly, kterou magnetické ložisko působí na levitující rotor, lze rozdělit do skupin:

- metody založené na měření vzduchové mezery a proudu cívek elektromagnetu,
- metody založené na měření magnetické indukce,
- metody využívající snímače síly nebo tenzometry.

První skupina metod určuje velikost sil na základě modelování magnetického obvodu ložiska pomocí známých zákonů elektromagnetismu (příloha C) v kombinaci s měřením vzduchové mezery mezi rotorem a póly a proudu cívek elektromagnetu. Elektromagnetismus se ale vyznačuje řadou nelinearit a parazitních jevů v magnetickém poli. To často vede k empirickým korekcím výsledků jako například v (Knight, 1992), (Matros, 1996), (Fittro, 1997), (Aenis, 1999). Tento přístup může být dostačující při měření statického zatížení. Při měření dynamických sil se projeví vliv vířivých proudů a přesnost vypočtených sil klesá s rostoucí frekvencí (Allaire, 1994). Pokročilejším způsobem je modelování magnetického obvodu ložiska obdobně jako odporovou sít' (reluctance network) nebo metodou konečných

prvků (Meeker, 1996), (Antila, 1998), (Kjølhed, 2007). Nevýhodou výpočetních metod je výsledná vysoká nejistota numerického výpočtu řešícího soustavu nelineárních rovnic a také nezbytnost mít k dispozici detailní parametry materiálu a geometrie AML. Zajímavé výsledky při měření statických sil byly dosaženy více-bodovou metodou (multi-point method) v práci (Kasarda, 2007).

Druhá skupina metod je založena na přímém měření magnetické indukce ve vzduchové mezeře pomocí Hallovy sondy, což částečně potlačí vliv některých parazitních jevů a nelinearit magnetického pole. Vzduchová mezera mezi rotorem a pólem AML musí být dostatečně velká pro umístění Halovy sondy. Alternativou je umístění sondy v drážce v pólu, která musí být vyhloubena již při výrobě ložiska tak, aby nedošlo k vodivému propojení laminovaných plechů, ze kterých je pól ložiska vyroben (Kjølhed, 2007). V každém případě musí být křehká sonda umístěna tak, aby nemohlo dojít ke kontaktu s rotorem. Tato metoda se vyznačuje významně menší chybou měření dynamických sil, než výše uvedená metoda s měřením vzduchové mezery a proudů v cívkách, avšak za cenu větší hardwarové komplexnosti. Experimenty s tímto způsobem měření síly byly popsány například v publikacích (Fittro, 1997), (Gahler, 1998), (Voigt, 2017).

Třetí skupinu tvoří metody využívající snímače síly umístěné na stacionárních částech ložiska. Vliv působení magnetické síly na levitující rotor se tak přenesou od elektromagnetů AML na snímač. Avšak stejně tak mohou být ke snímači přenášeny i další silové účinky z okolí. Tyto metody se tak vyznačují nízkým poměrem užitečného signálu k šumu a s tím související významnou nejistotou měření (Tiwari, 2005). Jeden z přístupů je umístit snímače síly mezi domeček AML a základnou nebo přímo pod póly elektromagnetu (Traxler, 1984), (Lee, 1994), (Pottier, 1999). Nevýhodou je poddajnost spojení, což zvyšuje kmitání soustavy a vznik nových vibračních módů a rezonancí. Setrvačné síly kmitajících stacionárních částí lze pak kompenzovat měřením jejich zrychlení pomocí vhodně umístěných akcelerometrů. V publikaci (Raymer, 2001) se lze setkat s použitím optických tenzometrů umístěných přímo na pólu elektromagnetu AML s cílem měřit změny povrchového napětí pólu elektromagnetu. Tyto optické tenzometry se vyznačují výrazně vyšší citlivostí oproti standardním odporovým tenzometrům a zároveň nejsou ovlivňovány elektromagnetickými jevy uvnitř AML. Nevýhodou je jejich umístění v ložisku, kde musí být dostatečný prostor pro jejich instalaci včetně optických kabelů.

2.3 Použití AML při experimentech s dynamikou rotoru

V této části se pokusím uvést přehled obdobných projektů popsaných v odborné literatuře, které při experimentální identifikaci vlastností rotoru s ucpávkami nebo konvenčními ložisky využívají magnetická ložiska. V řadě publikací jsou AML (jedno či více) použita jako budič, zatímco je rotor uložen ve standardních ložiskách, viz (Gahler, 1994), (Argumugam, 1995), (Kwanka, 2000), (Sorokes, 2009). V této práci jsou však dvě radiální a jedno axiální AML použita pro uložení rotoru, proto se dále v přehledu zaměřím na podobná zařízení.

Historie identifikace dynamických vlastností rotoru s využitím AML souvisí s rozvojem výpočetní techniky. Už v roce 1989 je v práci (Wagner, 1989) popsáno experimentální zařízení pro testování ucpávek s dutým rotorem uloženým ve dvou radiálních AML, která umožňují budit kmitání rotoru po kruhové orbitě s kladnou i zápornou precesí v rozsahu frekvencí do 400 Hz. Rotor je roztáčen až na 15000 *ot/min* motorem, se kterým je spojen pomocí pružné spojky. Spojka je dostatečně pružná, aby oddělila ohybové (příčné) vibrace hlavního rotoru od pohonu a zároveň umožnila přenos krouticího momentu. Spojka dále zafixuje polohu rotoru v axiálním směru, takže není použito axiální AML. Publikace (Wagner, 1996) a (Wagner, 2001) navazují na první experimenty a v roce 2009 je v článku (Wagner, 2009) popsáno ověření CFD modelu oběžného kola a jsou shrnuty výsledky výzkumu identifikace dynamických koeficientů, který probíhal pod vedením autora více než dvě dekády.

Síla působící od AML na rotor je určena ze změřených proudů cívek a výchylky rotoru. Autor zdůrazňuje význam kalibrace měření polohy a síly pro získání korektních výsledků identifikace parametrů ucpávek. Statická kalibrace síly je provedena identifikací známé hmotnosti rotoru, při dynamické kalibraci jsou identifikovány setrvačné síly rotoru, které jsou vypočtené z druhé derivace měřené výchylky rotoru a jeho hmotnosti. Dynamické koeficienty ucpávek jsou identifikovány různými metodami. První metoda vychází z určení sil pomocí proudů AML a výchylek rotoru. Druhá metoda je založena na modelování a identifikaci celého systému experimentálního zařízení. V obou případech je zapotřebí provést měření s ucpávkou a bez ní při kmitání rotoru po stejné orbitě a stejných pracovních podmínkách. Potom lze určit vliv ucpávky jako rozdíl naměřených magnetických sil. Výsledky obou metod jsou porovnány s referenční metodou určení sil pomocí tlaků v kavitách ucpávky s lepší shodou v případě určení sil z proudů cívek elektromagnetů AML a výchylek rotoru.

V (Knopf, 1998), (Knopf, 2000) je popsáno experimentální zařízení s AML pro identifikaci ložisek. Tuhý dutý rotor o hmotnosti 16.75 kg je uložen ve dvou radiálních AML a pružnou spojkou připojen k motoru. V navazujících pracích (Aenis, 2000), (Aenis, 2002), (Nordmann, 2004) je zařízení doplněno o axiální AML a používáno pro identifikaci a diagnostiku poruch. Maximální statická síla radiálních AML v jedné ose je 750 N, v axiální

ose 2200 N . Autor porovnává měření magnetických sil pomocí Hallovy sondy se silami určenými z měřených proudů cívek a výchylky rotoru.

V práci (Zutavern, 2008) je popsáno experimentální zařízení s magnetickými ložisky pro testování ucpávek a s měřením magnetických sil pomocí optických tenzometrů. Dvě radiální magnetická ložiska o celkové síle 3560 N podpírají rotor o hmotnosti 217 kg , který je spojen pružnou spojkou s motorem. Optické tenzometry (fiber-optic strain gauge) jsou umístěny na pólech AML tak, aby měřily jejich povrchové napětí vzniklé působením magnetické síly elektromagnetu. Dynamická kalibrace optických tenzometrů je popsána v (Zutavern, 2004). Kalibrace je prováděna na základě korelace výstupního napětí tenzometrů a setrvačné síly rotoru, která je určena z jeho hmotnosti a zrychlení.

Práce (Vannini, 2011) popisuje experimentální zařízení na testování ucpávek, které umožňuje kmitání rotoru o frekvenci až 250 Hz při otáčkách až 15000 ot/min . Tuhý dutý rotor je uložen ve dvou radiálních AML a spojen s motorem přes pružnou spojkou, která tak odděluje rotor od pohonu a zároveň plní funkci axiálního ložiska. Magnetické síly jsou určeny na základě měření výchylek rotoru a proudů v cívkách elektromagnetů. Statická kalibrace měření sil je prováděna pomocí systému kladek, které umožňují působit silou na rotor v různých směrech. Při dynamické kalibraci jsou na stator a oba konce rotoru umístěny akcelerometry a pomocí AML jsou vyvolány harmonické vibrace rotoru. Naměřené hodnoty zrychlení jsou dále použity pro určení setrvačné síly rotoru při známé hmotnosti, momentů setrvačnosti a geometrii rotoru. Vypočtená hodnota je pak použita jako reference pro kalibraci měření magnetických sil. Hodnoty z akcelerometrů jsou dále dvakrát integrovány a použity pro kalibraci snímačů polohy. Při samotném experimentu jsou pomocí AML vybudeny vícekomponentní rotorové vibrace skládající se z několika lineárně nezávislých frekvenčních složek.

Práce (Voigt, 2017) popisuje experimentální zařízení s radiálními AML o maximální síle 7500 N na ložisko. AML umožňují vybudit kmitání rotoru o hmotnosti 69 kg až do frekvence 200 Hz při otáčkách až 10000 ot/min . Mezi motorem a rotorem je vložena spojovací hřídel usazená v kuličkových ložiskách, aby byla kompenzována axiální zátěž od hlavního rotoru. Hřídel tak plní funkci axiálního ložiska. Motor je ke spojovací hřídeli připojen přes řemenový převod, aby se eliminoval přenos vibrací od pohonu. Spojení s testovaným rotorem je realizováno pružnou spojkou. V rámci vlastního návrhu zařízení včetně AML byl kladen důraz na minimalizaci chyby měření magnetické síly pomocí Hallovy sondy umístěné v drážce ve všech pólech radiálních AML. Pro statickou a dynamickou kalibraci bylo sestrojeno speciální zařízení, které umožňuje působit na rotor v horizontálním a vertikálním směru přes pružinu a jezdce pomocí pneumatických akčních členů. Mezi jezdce a pneumatické akční prvky je umístěn siloměr, pro měření referenční hodnoty síly.

2.4 Cíle práce a přínos

Z důvodu nedostatku experimentálních dat pro validaci numerických modelů ucpávek byla mezi společností Doosan Škoda Power a pracovní skupinou laboratoře Diagen na Západočeské Univerzitě v Plzni uzavřena spolupráce za účelem vytvoření vlastního experimentálního zařízení pro identifikaci silových koeficientů ucpávek.

Návrh nového zařízení vycházel ze zkušeností zástupců společnosti Doosan Škoda Power s laboratoří na A&M Univerzitě v Texasu v USA, kde si společnost v minulosti nechala komerčně identifikovat koeficienty labyrintových ucpávek. Při experimentech na A&M Univerzitě nebyl podle zástupců společnosti Doosan Škoda Power mimo jiné dodržen požadovaný kruhový tvar orbity rotoru na budící frekvenci.

Hlavním cílem této disertační práce bylo vyvinout metody a nástroje experimentální identifikace dynamických koeficientů ucpávek na nově vyvíjeném zařízení. Dalším cílem bylo sepsání relevantních poznatků o identifikaci ucpávek s využitím AML a na to navazující aktivní účast na vývoji experimentálního zařízení, jeho uvádění do provozu, provádění experimentů a identifikace dynamických silových koeficientů ucpávek.

V návrhu zařízení se počítalo s uložením rotoru v aktivních magnetických ložiskách, která se podle dostupných publikací jevila jako efektivní z pohledu buzení vibrací rotoru. Jedním z cílů této disertační práce bylo navrhnout a realizovat zpětnovazební řízení AML tak, aby byl tvar orbity při kmitání rotoru stabilní po celou dobu experimentu.

Dalším požadavkem bylo navržení a realizace měření magnetických sil AML působících na rotor pomocí snímačů umístěných pod domečky magnetických ložisek. Následně z těchto sil separovat interakční síly působící na rotor vlivem ucpávky. Cílem bylo porovnat změřené interakční síly od ucpávky s měřením tlaků v kavitách labyrintové ucpávky. Pokud by měření magnetických sil AML vedlo k určení interakčních sil od ucpávky, tak by bylo možné podobná experimentální zařízení realizovat bez nákladné instalace snímačů tlaku v kavitách ucpávky.

3 Úvod do problematiky

V této kapitole je popsána řešená problematika a jsou zde uvedeny některé základní pojmy a principy. V první části kapitoly je popsán princip a vlastnosti ucpávek, význam silových koeficientů a jejich vliv na stabilitu rotoru. Způsoby identifikace těchto koeficientů jsou uvedeny v druhé části. V poslední části je popsán přístup modelování rotoru uloženého v AML a přístup k řízení levitace rotoru.

3.1 Dynamika rotoru v ucpávce

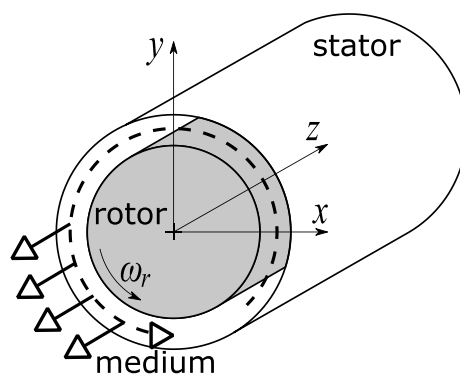
V této části je nejdříve vysvětlen význam a princip ucpávky a následně jsou uvedeny některé základní pojmy popisující kmitání rotoru v ucpávce. Poté jsou stručně vysvětleny děje, které probíhají v ucpávce při proudění média. Na to navazuje zavedení používaného modelu ucpávek se silovými koeficienty. Poté jsou vysvětleny interakční síly působící na rotor a vliv silových koeficientů ucpávek na stabilitu rotoru.

3.1.1 Vlastnosti ucpávek

Z důvodu vysokých obvodových rychlostí jsou v parních turbínách nainstalovány bezkontaktní ucpávky mezi rotující a stacionární části tak, aby nedocházelo ke kontaktu hřídele se statorem. V parních turbínách se tak můžeme setkat například s nadbandážovými a hřídelovými ucpávkami. Ucpávky přiléhají k rotoru s minimální vůlí tak, aby bylo možné od sebe oddělit stupně s různými úrovněmi tlaku při co nejmenších únicích media těsnicí spárou mezi rotorem a ucpávkou. Obecně platí, že ucpávka nepodpírá rotor v porovnání s ložiskem a v ideálním případě jsou geometrické středy ucpávky a hřídele soustředné. Rozložení tlaku proudícího media v těsnicí spáře je pak rovnoměrné a tlakové síly působící na rotor jsou v rovnováze.

Ve skutečnosti se však střed hřídele nenachází ve středu ucpávky vlivem nepřesností při výrobě a ustavení stroje. Zároveň při běžném provozu dochází k vybuzení kmitání rotoru vlivem vnějších sil, které mohou být způsobeny nevyvážeností rotoru, nesouosostí částí rotoru a podobně. V důsledku nesoustřednosti rotoru a ucpávky dochází ke změnám vůlí v těsnicí spáře a nesymetrickému rozložení proudového pole media v prostoru mezi ucpávkou a rotorem, což vede ke vzniku interakčních sil mezi rotorem a ucpávkou. Vzniklé síly mohou mít jak stabilizační, tak destabilizační účinky, které mohou vést až k odstavení stroje.

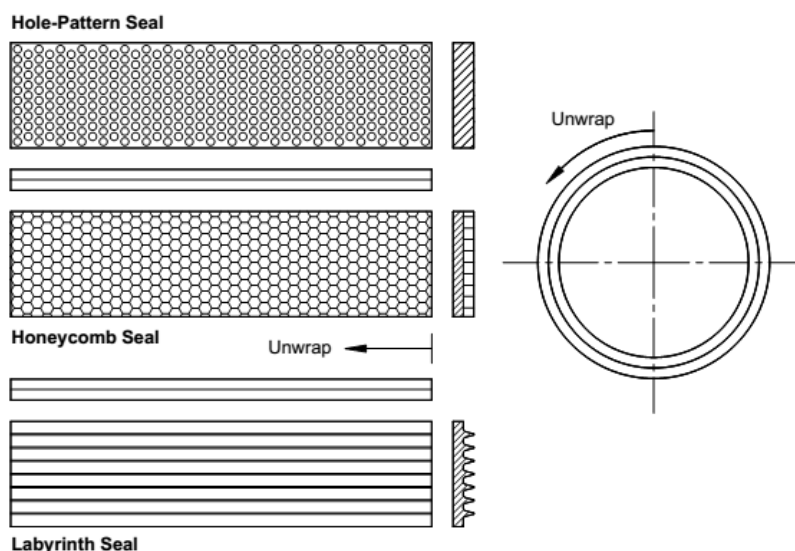
Analýza ucpávek se rozděluje na dvě oblasti. První oblast je zaměřena na proudění, úniky páry a teplotní vlivy. Druhá pak na síly vzniklé prouděním páry v ucpávce a jejich význam pro dynamiku rotoru. V této práci se zabývám druhou zmiňovanou oblastí se zaměřením na experimentální identifikaci silových účinků mezi ucpávkou a rotorem.



Obrázek 3-1: Rotor v ucpávce s proudícím médiem

Geometrie ucpávek je podobná kluzným ložiskům, avšak s tím rozdílem, že ucpávky se vyznačují větším poměrem velikosti těsnicí spáry k poloměru rotoru¹, a to kvůli předcházení kontaktu mezi rotorem a stator. Ucpávky se dále vyznačují vysokým axiálním tlakovým gradientem po celé délce těsnicí spáry. Při provozu dochází k axiálnímu proudění páry těsnicí spárou z oblasti vyššího tlaku do oblasti nižšího tlaku a zároveň unášení páry rotujícím hřídelem. V ucpávce pak převládá turbulentní proudění, které si lze představit jako spirálu (obrázek 3-1).

Pro dosažení co nejmenších úniků páry je povrch ucpávky zdrsňen vhodnou makroskopickou texturou, aby bylo zvýšeno tření, respektive tlakový odpor ucpávky. Zároveň zdrsňení statoru² přispívá kromě snížení axiální rychlosti proudění také ke snížení obvodové rychlosti unášené rotující páry, která je považována za významný zdroj sil způsobujících nestabilitu rotoru. Obrázek 3-2 ukazuje několik typů ucpávek lišících se texturou, které tak mají odlišný vliv na únik páry i dynamiku rotoru.



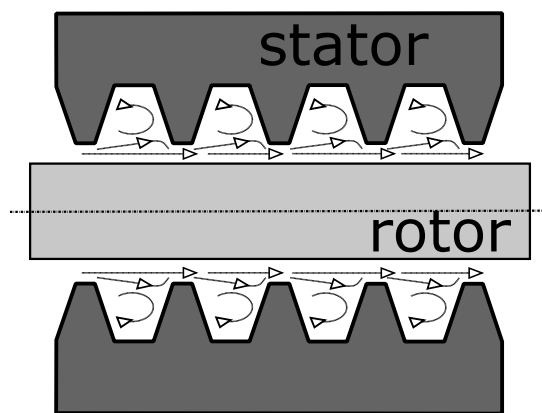
Obrázek 3-2: Některé typy ucpávek dle textury [Andres, 2006]

¹ U ložisek je typický poměr velikosti těsnicí spáry k poloměru rotoru cca 0.001, zatímco u ucpávek je to 0.003 (Childs, 1993).

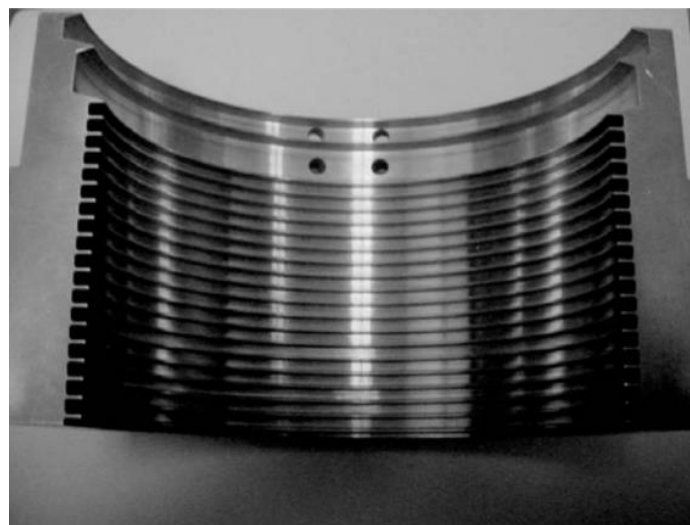
² Na rozdíl od zdrsňení statoru, zdrsňení rotoru podporuje unášení média v ucpávce a zvyšování jeho obvodové rychlosti, což přispívá k nestabilitě rotoru.

Nejčastějším typem bezkontaktních ucpávek v oblasti parních turbín jsou labyrintové ucpávky, a to pro jejich nenáročnou výrobu. Ucpávka je tvořena těsnicími břitů, které přiléhají k rotoru s minimální vůlí a tvoří tak komůrky neboli kavity. Průtok media v prostoru mezi labyrintovou ucpávkou a rotorem ilustruje obrázek 3-3. V malých průřezech mezi břitěm a rotorem je proud páry urychlen a dochází tím ke snížení tlaku, zatímco v následné komůrce dojde k maření kinetické energie formou víření a tření. Tím dochází k přeměně kinetické energie páry na tepelnou. Tento děj se opakuje podle počtu břitů ucpávky, přičemž s vyšším počtem břitů se zvyšuje tlakový odpor ucpávky a klesá množství unikající páry.

Ucpávky pro velké stroje se obvykle skládají z více částí z důvodu snazší manipulace a montáže. Obrázek 3-4 zobrazuje polovinu labyrintové ucpávky s břitů.



Obrázek 3-3: Proudění páry v labyrintové ucpávce

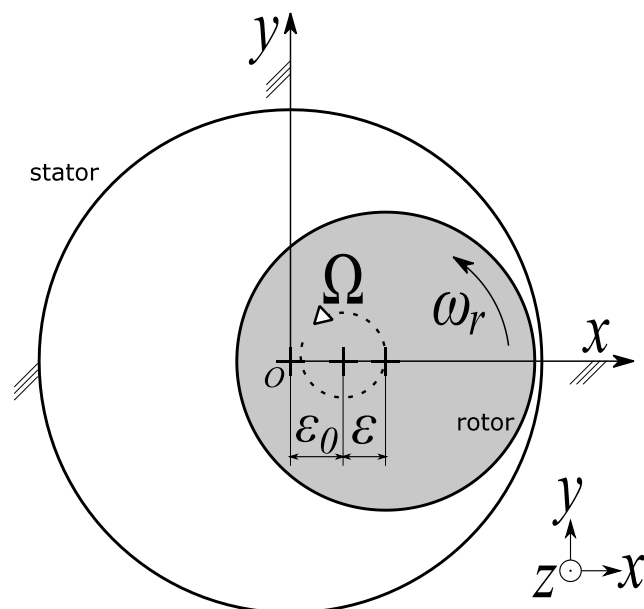


Obrázek 3-4: Labyrintová ucpávka – poloviční díl [Vance, 2010]

3.1.2 Kmitání rotoru v ucpávce

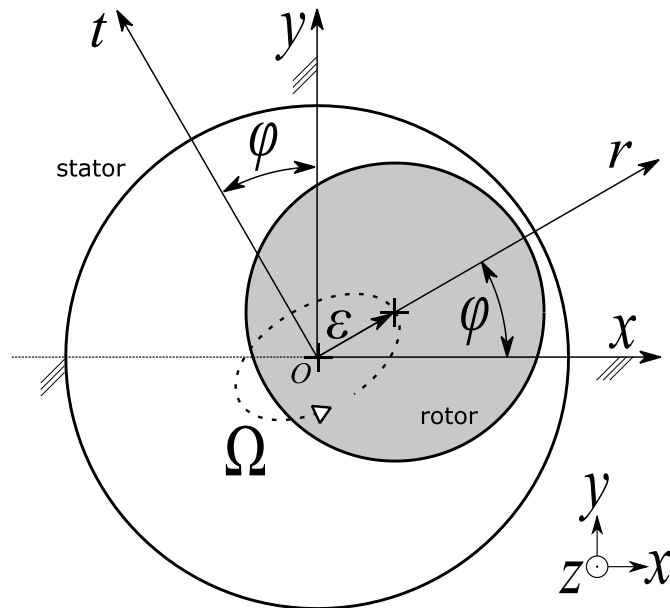
Předpokládejme příčné kmitání rotoru v ucpávce kolem rovnovážné polohy (obrázek 3-5). Rotor v ucpávce zároveň vykonává rotační pohyb okolo své axiální osy rychlostí ω_r . Vzdálenost rovnovážné polohy od středu ucpávky O se nazývá statická excentricita ε_0 , zatímco výchylka středu rotoru z rovnovážné polohy dynamická excentricita ε .

Nominální rovnovážná poloha rotoru v ucpávce odpovídá soustřednosti geometrických středů ucpávky a rotoru, tedy $\varepsilon_0 = 0$. Trajektorie středu kmitajícího rotoru představuje uzavřenou smyčku neboli orbitu, po které se rotor pohybuje úhlovou rychlostí Ω . Říkáme, že rotor provádí precesní pohyb. Podle směru pohybu rotoru po orbitě vzhledem ke směru jeho rotace ω_r rozlišujeme směr precese na dopředný (souběžný) nebo zpětný (protiběžný). Pokud se orbita skládá z více frekvenčních komponent, lze určit směr precese a tvar orbity na každé frekvenci zvlášť. V této práci je používán termín frekvence precese pro označení dominantní složky precese.



Obrázek 3-5: Příčné kmitání rotoru v ucpávce

Pro popis rotačních jevů je v některých případech výhodné využít spolurotující souřadný systém. Obrázek 3-6 zobrazuje vztah mezi pevným (stacionárním) pravoúhlým souřadným systémem (x, y) a spolurotujícím (rotačním) pravoúhlým souřadným systémem (r, t) při nulové statické excentricitě $\varepsilon_0 = 0$, kde písmeno r označuje radiální osu a písmeno t tečnou (tangenciální) osu. Počátky obou souřadných systémů jsou umístěny ve středu ucpávky O . Úhel natočení φ spolurotujícího souřadného (r, t) systému oproti pevnému souřadnému systému (x, y) se mění s pohybem rotoru po orbitě, tedy platí $\varphi(t) = \Omega t$. Matematicky lze vztah mezi spolurotujícím a pevným souřadným systémem popsat rotační transformací (3.1), která je odvozena v příloze A.



Obrázek 3-6: Příčné kmitání rotoru v pevném souřadném systému (x, y) a rotujícím souřadném systému (r, t)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & -\sin(\Omega t) \\ \sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ t \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

3.1.3 Proudění v ucpávce

V následujícím textu jsou stručně přiblíženy děje, které probíhají v těsníci spáře mezi rotorem a ucpávkou při excentricitě rotoru a proudění media. Cílem je čtenáře uvést do problematiky proudění média v ucpávce, jejíž řešení není triviální. Při psaní kapitoly jsem čerpal z publikací (Childs, 1993), (Andres, 2006), (Linhart, 2020).

Vztah mezi rychlostí media v o hustotě ρ popisuje Bernoulliho rovnice (3.2), kde celkový tlak p_c odpovídá součtu statického tlaku p_s a dynamického tlaku p_d .

$$p_c = p_s + p_d = p_s + \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (3.2)$$

Integrací statického tlaku působícího na plochu S podle (3.3) lze určit působící tlaková síla f_p .

$$f_p = \int_S p_s dS \quad (3.3)$$

Obrázek 3-7 ilustruje jednoduchou hladkou ucpávku s excentrickým rotorem, kde médium proudí z oblasti vyššího tlaku p_2 do oblasti nižšího tlaku p_1 . Při vstupu media do ucpávky dochází k jeho akceleraci na základě Bernoulliho jevu o konstantním průtoku. To má za následek téměř okamžitý pokles tlaku na vstupu ucpávky na hodnotu p_e . Tento pokles je popsán vztahem (3.4), kde parametr ξ je empirický koeficient ztrát na vstupu (Andres, 2006).

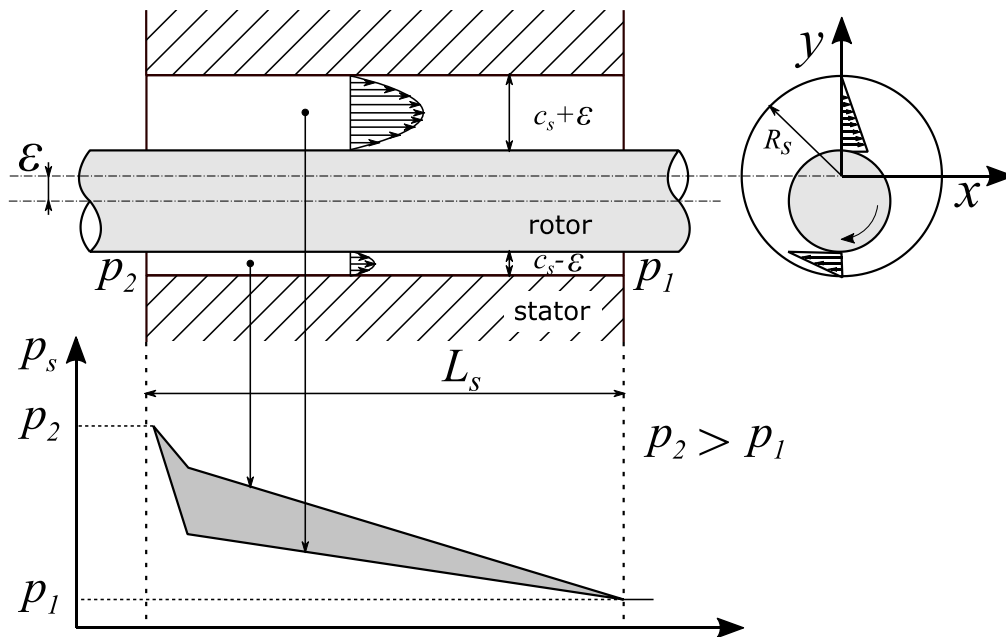
$$p_e = p_1 - \frac{1}{2} \rho (1 + \xi) v^2 \quad (3.4)$$

Další pokles tlaku je způsoben třením média v ucpávce, který je popsán vztahem (3.5), kde f_z je koeficient tření ucpávky, L_s je délka ucpávky a c_s je nominální vůle v ucpávce.

$$p_e - p_2 = \rho \cdot f_z \frac{L_s \cdot v^2}{c_s} \quad (3.5)$$

Obrázek 3-7 vlevo dole ukazuje vývoj tlaku a axiální rychlosti proudění média v těsnící spáře při excentrickém rotoru. V grafu je nejdříve naznačen prudký pokles tlaku na vstupu ucpávky a následovaný pozvolným snižováním tlaku vlivem tlakového odporu ucpávky. Vývoj rychlosti axiální proudění v těsnící spáře popisuje takzvané Poiseuillovo proudění, které vzniká v důsledku rozdílných tlaků na koncích ucpávky. Pro excentrický rotor je axiální rychlost proudění media vyšší v části ucpávky s větší mezerou mezi rotorem a ucpávkou, což je způsobeno menším vlivem třecích sil (obrázek 3-7 vlevo nahoře). V důsledku toho je v této části ucpávky nižší tlak. Naopak na straně s malou mezerou mezi rotorem a ucpávkou je vlivem tření axiální rychlost media nižší, což má za následek tlak vyšší. To vede ke vzniku středící radiální síly, která působí proti směru excentricity hřídele nezávisle na jeho rotaci. Jedná se o takzvaný Lomakinův jev, který je pojmenován po ruském vědci, který jej jako první popsal v roce 1958.

Při rotaci hřídele dochází k unášení proudícího media ve směru rotace (obrázek 3-7 vpravo). Vzniká takzvané Couettovo proudění v důsledku tečných napětí mezi povrchem rotoru a ucpávky a vrstvami media. Z důvodu ulpívání tekutiny na povrchu rotující hřídele je rychlost media nejvyšší u stěny rotující hřídele a klesá směrem ke stěně ucpávky. Jelikož musí platit rovnice kontinuity, tak při excentricitě rotoru v části ucpávky s menší těsnící spárou je vyšší obvodová rychlost, a tudíž je zde nižší tlak než v oblasti s větší těsnící spárou. Vzniká tak Bernoulliho síla, která působí ve směru excentricity rotoru. Bernoulliho a Lomakinova síla představují přidanou přímou tuhost k rotoru, a jelikož působí síly proti sobě, tak tato přidaná přímá tuhost může nabývat kladného i záporného znaménka v závislosti na provozních podmínkách. Na rotor v ucpávce dále významně působí síly v tangenciálním směru vzhledem k excentricitě rotoru. Tyto síly jsou způsobeny rozložením tlaku unášeného, rotujícího média v zúžené části ucpávky a významně ovlivňují stabilitu rotoru (Childs, 1993).



Obrázek 3-7: Vývoj tlaku v ucpávce s proudícím médiem a excentrickým rotorem

Výše zmíněné jevy popisuje Navier-Stokesova rovnice, kterou lze použít k popisu obecného proudění v kapalině. Navier-Stokesova rovnice vyjadřuje rovnováhu sil působících na elementární objem proudící viskózní kapaliny v prostoru a lze jí popsat proudění jak laminární, tak turbulentní. Jedná se o nelineární parciální diferenciální rovnici druhého řádu, kterou lze řešit analyticky pouze pro zjednodušené případy. Komplexnější úlohy jsou řešeny pomocí numerických metod, avšak s jistou chybou. V případě turbulentního proudění v ucpávce, kdy se řešené veličiny tlak, rychlost a hustota mění rychle a nahodile je přesnost numerického řešení obzvláště malá. Navier-Stokesovu rovnici lze zapsat ve vektorovém tvaru (3.6), kde vektor w označuje rychlost, p odpovídá tlaku, ν je kinematická viskozita, symbol ∇ (nabla) označuje gradient funkce a symbol Δ (delta) značí Laplaceův operátor.

$$\underbrace{\frac{\partial \vec{w}}{\partial t}}_1 + \underbrace{\vec{w} \cdot \nabla \vec{w}}_2 = \underbrace{\vec{F}_i}_3 - \underbrace{\frac{1}{\rho} \nabla p}_4 + \underbrace{\nu \Delta \vec{w}}_5 + \underbrace{\frac{1}{3} \nu \nabla (\nabla \cdot \vec{w})}_6 \quad (3.6)$$

Jednotlivé členy vztahu (3.6) mají povahu zrychlení, případně na ně můžeme nahlížet jako na síly pro jednotkovou hmotnost tekutiny (Linhart, 2020). Význam členů z pohledu zrychlení:

1. lokální zrychlení bodu proudového pole v čase,
2. vnitřní setrvačné zrychlení při posunu do sousedního bodu s jinou rychlostí,
3. vnější setrvačné zrychlení např. gravitační zrychlení,
4. zrychlení od tlakových sil vlivem rozložení tlaku v proudovém poli,
5. zrychlení od třecích sil bez ohledu na stlačitelnost proudění,
6. zrychlení od třecích sil s ohledem na stlačitelnost proudění.

Pro ilustraci je uvedena rovnice (3.7), což je rozepsaná Navier-Stokesova rovnice (3.6) ve složkovém tvaru v pravoúhlém souřadném systému (x, y) . Řešením Navier-Stokesovy rovnice lze určit tlak v těsnící spáře mezi rotorem a ucpávkou.

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_x}{\partial t} + w_x \cdot \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \cdot \frac{\partial w_x}{\partial y} &= R_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial w_y}{\partial t} + w_x \cdot \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \cdot \frac{\partial w_y}{\partial y} &= R_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Sílu působící na rotor vlivem proudícího média v těsnící spáře lze pak určit integrací tlakového rozložení po obvodu a po délce ucpávky. Výslednou interakční sílu lze rozložit do složek ve směrech x a y podle vztahů (3.8), kde L_s a R_s jsou délka a poloměr ucpávky, p_s je statický tlak, ϕ a Z jsou integrační proměnné.

$$\begin{aligned} f_{sx} &= -R_s \int_0^{L_s} \int_0^{2\pi} p_s \cdot \cos(\phi) d\phi dZ \\ f_{sy} &= -R_s \int_0^{L_s} \int_0^{2\pi} p_s \cdot \sin(\phi) d\phi dZ \\ f_s &= \sqrt{f_{sx}^2 + f_{sy}^2} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Metody numerického řešení Navier-Stokesovy rovnice jsou implementovány ve výpočetních softwarech, které jsou známé pod zkratkou CFD. Jednotlivé výpočetní programy zavádí řadu předpokladů a zjednodušení, což v důsledku vede k různým výsledkům a závěrům (Kocur, 2007). To je jeden z důvodů, proč jsou prováděny experimentální měření a identifikace vlastností ucpávek. Právě porovnání výsledků identifikace koeficientů ze změřených dat s výstupy CFD programu je jedním z cílů této práce.

3.1.4 Dynamické koeficienty ucpávek

Dynamické koeficienty ucpávek se používají v numerických modelech rotačních strojů a vyjadřují silové účinky ucpávek na rotor. Teorie výpočtu koeficientů vychází z teorie mechaniky tekutin, která je nastíněna v předchozí kapitole. Řešení Navier-Stokesovy rovnice (3.7) je nelineární funkce tlaku a rychlosti média v těsnící spáře, tudíž interakční síla získaná integrací tlaku podle (3.8) je také nelineární funkce. Při malé výchylce rotoru $(\Delta x, \Delta y)$ ze statické rovnovážné polohy (x_0, y_0) lze provést linearizaci interakčních sil pomocí Taylorova rozvoje. Linearizované interakční síly mezi rotorem a ucpávkou jsou uvedeny v rovnici (3.9).

$$\begin{bmatrix} \Delta f_{sx}(t) \\ \Delta f_{sy}(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{sx}}{\partial x} & \frac{\partial f_{sx}}{\partial y} \\ \frac{\partial f_{sy}}{\partial x} & \frac{\partial f_{sy}}{\partial y} \end{bmatrix}_{x_0, y_0} \begin{bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta y(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{sx}}{\partial \dot{x}} & \frac{\partial f_{sx}}{\partial \dot{y}} \\ \frac{\partial f_{sy}}{\partial \dot{x}} & \frac{\partial f_{sy}}{\partial \dot{y}} \end{bmatrix}_{x_0, y_0} \begin{bmatrix} \Delta \dot{x}(t) \\ \Delta \dot{y}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{sx}}{\partial \ddot{x}} & \frac{\partial f_{sx}}{\partial \ddot{y}} \\ \frac{\partial f_{sy}}{\partial \ddot{x}} & \frac{\partial f_{sy}}{\partial \ddot{y}} \end{bmatrix}_{x_0, y_0} \begin{bmatrix} \Delta \ddot{x}(t) \\ \Delta \ddot{y}(t) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Linearizovaný model interakčních sil mezi rotorem a ucpávkou zanedbává vyšší derivace výchylky rotoru podle času a je tak kompatibilní s matematickým formátem pohybové rovnice $f = m \cdot a$, který zahrnuje pouze výchylku, rychlost a zrychlení rotoru (Adams, 2009). Koeficienty před nultou, první a druhou derivací výchylky jsou v literatuře prezentovány jako tuhost, tlumení a hmotnost, ačkoli se jedná pouze o koeficienty polynomu, kterým je aproximovaná nelineární funkce síly v pracovním bodě. Nelze tak uplatnit standardní fyzikální význam spojený s pojmy tuhost, tlumení a hmotnost. Koeficienty (3.10) mohou nabývat kladného i záporného znaménka.

$$k_{ij} = \left. \frac{\partial f_{si}}{\partial x_i} \right|_{x_0, y_0}; \quad c_{ij} = \left. \frac{\partial f_{si}}{\partial \dot{x}_i} \right|_{x_0, y_0}; \quad m_{ij} = \left. \frac{\partial f_{si}}{\partial \ddot{x}_i} \right|_{x_0, y_0}; \quad i, j = x, y \quad (3.10)$$

Při dosazení vztahů (3.10) do (3.9) dostaneme rovnice pro interakční síly v přírůstkových souřadnicích (3.11).

$$\begin{bmatrix} \Delta f_{sx}(t) \\ \Delta f_{sy}(t) \end{bmatrix} = - \underbrace{\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} \begin{bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta y(t) \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} \Delta \dot{x}(t) \\ \Delta \dot{y}(t) \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} M_{xx} & M_{xy} \\ M_{yx} & M_{yy} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \begin{bmatrix} \Delta \ddot{x}(t) \\ \Delta \ddot{y}(t) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Koeficienty K_{xx} a K_{yy} jsou koeficienty přímé tuhosti zatímco K_{xy} a K_{yx} jsou koeficienty příčné tuhosti. Obdobně C_{xx} a C_{yy} resp. M_{xx} a M_{yy} jsou koeficienty přímého tlumení, resp. přidané hmotnosti média v ucpávce. Dále C_{xy} a C_{yx} resp. M_{xy} a M_{yx} jsou koeficienty příčného tlumení a přidané hmotnosti média. První index u koeficientů tuhosti, tlumení a

přidaných hmotností označuje směr působení síly, zatímco druhý index označuje směr výchylky rotoru. Přímé interakční síly působí proti směru vychýlení rotoru. Příčné síly vznikají rotací média v ucpávce. Vychýlení ve směru x tak způsobí vznik interakčních sil ve směrech x a y . Odpovídající koeficienty lze uspořádat do matic tuhosti \mathbf{K} , tlumení \mathbf{C} a přidaných hmotností \mathbf{M} .

V případě nulové statické excentricity ($\varepsilon_0 = 0$), kdy je rovnovážná poloha střed rotoru centrická se středem ucpávky lze rotor v ucpávce považovat za izotropní rotačně symetrický systém. To znamená, že silové účinky nezávisí na směru působení, respektive příčné výchylce rotoru v ucpávce. Potom musí ve vztahu (3.11) platit, že přímé koeficienty na hlavní diagonále matic \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} jsou identické, zatímco příčné koeficienty jsou antisymetrické (Childs, 1993). Platí tak rovnosti (3.12).

$$\begin{aligned} K_{xx} &= K_{yy} = K & K_{xy} &= -K_{yx} = k \\ C_{xx} &= C_{yy} = C & C_{xy} &= -C_{yx} = c \\ M_{xx} &= M_{yy} = M & M_{xy} &= -M_{yx} = m \end{aligned} \quad (3.12)$$

Dosažením rovnic (3.12) do (3.11) a vynechání symbolu pro přírůstek Δ získáme rovnici (3.13) pro modelování interakční síly působící na rotor v ucpávce.

$$\begin{bmatrix} f_{xx}(t) \\ f_{yy}(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K & k \\ -k & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C & c \\ -c & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M & m \\ -m & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Odvození lineární diferenciální rovnice (3.13) je detailně popsáno v (Childs, 1993). Předpokladem je cylindrický pohyb rotoru okolo axiální osy ucpávky pouze v příčném směru, při kterém nevznikají pohybové momenty, které by na rotor působily. V případě některých typů ucpávek v kombinaci s plynným médiem, lze hmotnost media v prostoru ucpávky zcela zanedbat ($M = m = 0$), protože setrvačné síly media jsou oproti silám způsobených tuhostí a tlumením zanedbatelné. Rovnice (3.13) se pak uvádí bez matice hmotnosti \mathbf{M} . Poznamenejme, že výše popsáný lineární model ucpávek platí pouze pro malou výchylku rotoru ze statické rovnovážné polohy, aby byla splněna podmínka linearizace. Dále je nutné si uvědomit závislost koeficientů na:

- statické excentricitě,
- geometrii ucpávky,
- provozních parametrech (tlak, teplota, viskozita media, ...),
- otáčkách rotoru.

3.1.5 Radiální a tečná síla

Fyzikální interpretace dynamických koeficientů ucpávek (3.13) v pevném souřadném systému je obtížná, proto se v literatuře často objevuje interpretace v rotačním souřadném systému pomocí radiální a tečné síly. Pro fyzikální interpretaci účinků dynamických koeficientů ucpávky na rotor se v literatuře často využívá precese rotoru po kruhové orbitě, kdy jednotlivé silové složky směřují pouze v tečném a normálovém směru vzhledem k výchylce rotoru. Precesi rotoru úhlovou rychlostí Ω po kruhové orbitě o poloměru ε lze popsat v pevném souřadném systému (x, y) vztahy (3.14).

$$\begin{aligned} x(t) &= \varepsilon \cdot \cos(\Omega t) \\ y(t) &= \varepsilon \cdot \sin(\Omega t) \end{aligned} \quad (3.14)$$

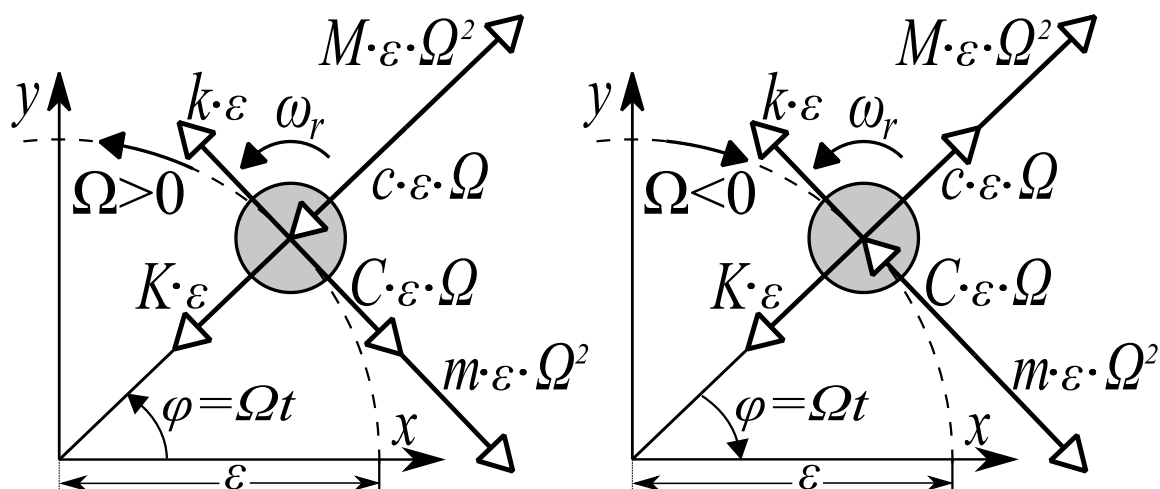
Dosadíme vztahy (3.14) do rovnice (3.13) a dostaneme vztah (3.15) pro interakční síly od ucpávky v pevném souřadném systému (x, y) při kruhové orbitě.

$$\begin{bmatrix} f_{sx}(t) \\ f_{sy}(t) \end{bmatrix} = -\varepsilon \begin{bmatrix} K & k \\ -k & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) \\ \sin(\Omega t) \end{bmatrix} - \varepsilon \Omega \begin{bmatrix} C & c \\ -c & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin(\Omega t) \\ \cos(\Omega t) \end{bmatrix} - \varepsilon \Omega^2 \begin{bmatrix} M & m \\ -m & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\cos(\Omega t) \\ -\sin(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Pro malý kruhový pohyb rotoru okolo středu ucpávky lze systém rotor-ucpávka považovat za rotačně symetrický izotropní systém (Childs, 1993). Radiální síla f_{sr} a tangenciální síla f_{st} se tak nemění v čase s polohou rotoru na kruhové orbitě. Z transformace (3.1) plyne, že pro čas $t = 0$ platí rovnosti $f_{sx} = f_{sr}$ a $f_{sy} = f_{st}$. Dosazením za $t = 0$ do (3.15) lze vyjádřit vztah (3.16) pro radiální a tangenciální sílu v ucpávce při kruhové orbitě rotoru.

$$\begin{aligned} f_{sr} &= -K \cdot \varepsilon - c \cdot \varepsilon \cdot \Omega + M \cdot \varepsilon \cdot \Omega^2 \\ f_{st} &= k \cdot \varepsilon - C \cdot \varepsilon \cdot \Omega + m \cdot \varepsilon \cdot \Omega^2 \end{aligned} \quad (3.16)$$

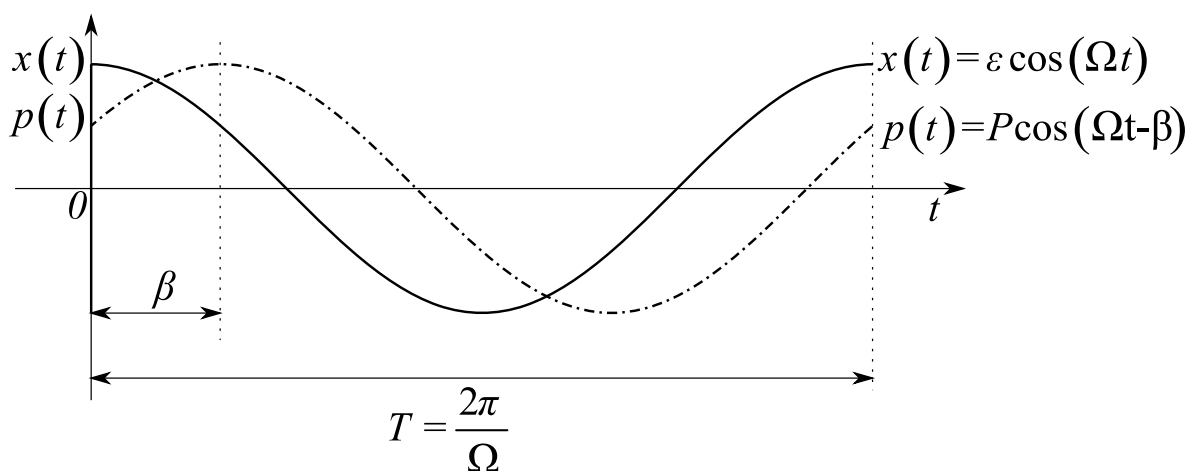
Vztahy (3.16) ilustruje obrázek 3-8, kde směry působení silových účinků vlivem jednotlivých koeficientů jsou pouze v tečných a normálových směrech vzhledem k pohybu rotoru po kružnici. Znaménko úhlové rychlosti kmitání rotoru Ω určuje směr precese. Při $\Omega > 0$ se jedná o kladnou precesi, pro $\Omega < 0$ o zápornou precesi. Všechny silové koeficienty jsou uvažovány kladné.



Obrázek 3-8: Radiální a tangenciální síly působící na rotor v ucpávce při precesi rotoru po kruhové orbitě

3.1.6 Tlaková síla při kruhové orbitě rotoru

Předpokládejme precesi rotoru po kruhové orbitě o poloměru ε a úhlovou rychlostí Ω . Průběh signálu polohy rotoru v ose x stacionárního souřadného systému bude harmonický, tedy $x(t) = \varepsilon \cos(\Omega t)$ s periodou $T = 2\pi/\Omega$. Průběh signálu tlaku měřeného na stejném obvodovém místě jako poloha rotoru bude také harmonický a se stejnou periodou, ale bude zpožděn oproti signálu polohy o úhel β , tedy $p(t) = P \cos(\Omega t - \beta)$. Fázové zpoždění mezi signály polohy rotoru a tlaku v ucpávce znázorňuje obrázek 3-9



Obrázek 3-9: Fázové zpoždění mezi polohou rotoru a tlakem v ucpávce

Rozložení tlaku po obvodu kruhové ucpávky lze pak popsat vztahem (3.17).

$$p(\phi) = P \cos(\phi - \Omega t + \beta) = P \cos(\phi) \cos(\beta - \Omega t) - P \sin(\phi) \sin(\beta - \Omega t) \quad (3.17)$$

Integrací tlaku (3.17) podle vztahů (3.8) lze získat síly (3.18) působící na rotor ve směrech x a y . Parametry R_s , L_s značí poloměr a délku ucpávky. Tlak v axiálním směru je předpokládán konstantní.

$$\begin{aligned} f_{sx} &= -L_s R_s \int_0^{2\pi} p(\phi) \cos(\phi) d\phi = -L_s R_s P \cos(\beta - \Omega t) \int_0^{2\pi} \cos^2(\phi) d\phi = -\pi L_s R_s P \cos(\beta - \Omega t) \\ f_{sy} &= -L_s R_s \int_0^{2\pi} p(\phi) \sin(\phi) d\phi = L_s R_s P \sin(\beta - \Omega t) \int_0^{2\pi} \sin^2(\phi) d\phi = \pi L_s R_s P \sin(\beta - \Omega t) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Vztah mezi pevným a rotujícím souřadným systémem popisuje vztah (3.1). Pro transformaci mezi silami ucpávky f_{sx} , f_{sy} v pevném souřadném systému a silami f_{sr} , f_{st} v rotujícím souřadném systému pak platí vztah (3.19). Radiální a tečnou sílu f_{sr} , f_{st} lze vyjádřit pomocí koeficientů podle (3.16).

$$\begin{bmatrix} f_{sx} \\ f_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & -\sin(\Omega t) \\ \sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{sr} \\ f_{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & -\sin(\Omega t) \\ \sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon(-K - c\Omega + M\Omega^2) \\ \varepsilon(k - C\Omega + m\Omega^2) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Do rovnice (3.19) za levou stranu dosadíme pravou stranu vztahu (3.18) a rozepíšeme do tvaru (3.20).

$$\begin{aligned} -\pi L_s R_s \cdot P \cos(\beta - \Omega t) &= -\pi L_s R_s \cdot P \cos(\beta) \cos(\Omega t) - \pi L_s R_s \cdot P \sin(\beta) \sin(\Omega t) \\ &= \varepsilon(-K - c\Omega + M\Omega^2) \cos(\Omega t) - \varepsilon(k - C\Omega + m\Omega^2) \sin(\Omega t) \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \pi L_s R_s \cdot P \sin(\beta - \Omega t) &= L_s R_s \cdot P \sin(\beta) \cos(\Omega t) - L_s R_s \cdot P \cos(\beta) \sin(\Omega t) \\ &= \varepsilon(-K - c\Omega + M\Omega^2) \sin(\Omega t) + \varepsilon(k - C\Omega + m\Omega^2) \cos(\Omega t) \end{aligned}$$

Při precesi rotoru po malé kruhové orbitě okolo středu ucpávky lze systém rotor-ucpávka považovat za rotačně symetrický izotropní systém (Childs, 1993). Radiální síla f_{sr} a tangenciální síla f_{st} se tak nemění v čase s polohou rotoru na kruhové orbitě. Pro čas $t = 0$ lze z (3.20) vyjádřit rovnici (3.21), která popisuje vztah mezi tlakem, koeficienty ucpávky a radiální a tečnou silou.

$$\begin{aligned} f_{sr} &= -\pi L_s R_s \cdot P \cos(\beta) = \varepsilon(-K - c\Omega + M\Omega^2) \\ f_{st} &= \pi L_s R_s \cdot P \sin(\beta) = \varepsilon(k - C\Omega + m\Omega^2) \end{aligned} \quad (3.21)$$

3.1.7 Stabilita ucpávky

Obecně platí, že dodávání energie do dynamického systému vede k jeho nestabilitě, zatímco maření energie (například tlumením) se systém stabilizuje. Přírůstek energie, respektive přírůstek práce dW vykonaný při působení silou f po dráze dr odpovídá vektorovému součinu $dW = \vec{f} \times d\vec{r} = f \cdot dr \cdot \cos \alpha$. Z vektorového součinu pro přírůstek energie tedy plyne, že síly působící v normálovém směru nedodávají do systému žádnou energii. Z toho plyne, že příčné tlumení c v modelu ucpávky (3.16) stabilitu neovlivňuje.

Při precesi rotoru po kruhové orbitě platí, že jednotlivé silové složky směřují pouze v tečném nebo normálovém směru vzhledem k výchylce rotoru. Přírůstek energie E_T za jednu periodu T při pohybu rotoru v ucpávce po uzavřené smyčce lze pak vyjádřit integrálem (3.22).

$$E_T = \int (f_{sx} dx + f_{sy} dy) = \int_0^T (f_{sx} \dot{x} dt + f_{sy} \dot{y} dt) \quad (3.22)$$

Do vztahu (3.22) lze za výchylky rotoru v pravoúhlém souřadném systému (x, y) dosadit rovnosti $x(t) = \varepsilon \cdot \cos(\Omega t)$ a $y(t) = \varepsilon \cdot \sin(\Omega t)$, kde ε značí poloměr kruhové orbity. Z rotační transformce (3.1), respektive její inverze plyne, že tečnou sílu v rotujícím souřadném systému (r, t) lze vyjádřit pomocí složek ve stacionárním souřadném systému (x, y) . Platí tedy $f_{st} = f_{sy} \cos(\Omega t) - f_{sx} \sin(\Omega t)$, což také dosadíme do vztahu (3.22) a dostaneme vztah (3.23) pro přírůstek energie za jeden oběh rotoru po kruhové orbitě úhlovou rychlostí Ω .

$$E_T = \int_0^T \Omega \varepsilon (f_{sy} \cos(\Omega t) dt - f_{sx} \sin(\Omega t) dt) = \int_0^T \Omega \varepsilon f_{st} dt \quad (3.23)$$

Vztah (3.23) říká, že při pohybu rotoru po kruhové orbitě je přírůstek energie za jednu periodu závislý na síle v tečném směru f_{st} . Podle vztahu (3.16) je tečná síla při kruhovém pohybu ovlivněna koeficienty příčné tuhosti k a přímého tlumení C (při zanedbání koeficientů hmotností), takže $f_{st} = k \cdot \varepsilon - C \cdot \Omega \cdot \varepsilon$. Po dosazení do (3.23) dostaneme vztah (3.24).

$$E_T = \int_0^T \Omega \varepsilon (k \cdot \varepsilon - C \cdot \Omega \cdot \varepsilon) dt \quad (3.24)$$

Provedeme vyčíslení integrálu a dostaneme vztah (3.25) pro přírůstek energie za jeden precesní oběh rotoru po kruhové orbitě.

$$E_T = \Omega \varepsilon^2 (k - C \cdot \Omega) T \stackrel{T=2\pi/\Omega}{=} (2\pi \varepsilon^2) (k - C \cdot \Omega) = 2S_o (k - C \cdot \Omega) \quad (3.25)$$

Vztah (3.25) říká, že přírůstek energie vlivem ucpávky při kruhové orbitě je přímo úměrný ploše opisované kružnice S_0 . Záporný přírůstek energie odpovídá disipaci energie, která byla odstraněna ze systému. Naopak kladný přírůstek energie odpovídá dodání energie do systému, která podporuje precesní pohyb. Jinými slovy zvyšuje nestabilitu. Znaménko přírůstku energie ve vztahu (3.25) je dáno poměrem sil v tečném směru, což se v literatuře zabývající se ucpávkami označuje jako WFR (Whirl Frequency Ratio), kdy $WFR = k/(C\Omega)$. Pokud je $WFR > 1$, tak je ucpávka označována jako destabilizující, protože tečná síla vlivem křížové tuhosti k ucpávky ve směru precese rotoru převyšuje tlumící tečnou sílu od ucpávky vlivem koeficientu přímého tlumení C .

V práci (Iwatsubo, 2010) je provedena analýza citlivosti WFR na změnu stability systému. Míra stability systému byla určována měřením logaritmického dekrementu systému rotor-ucpávka. Autor došel k závěru, že pro posouzení míry stability ucpávky je vhodnější pro výpočet WFR použít první vlastní ohybovou frekvenci rotoru ω_{nf} . Při samobuzeném kmitání rotoru vlivem nestabilních ucpávkových sil totiž dochází k vybuzení první vlastní ohybové frekvence a platí, že $\Omega = \omega_{nf}$. Pro výpočet WFR platí tedy vztah (3.26).

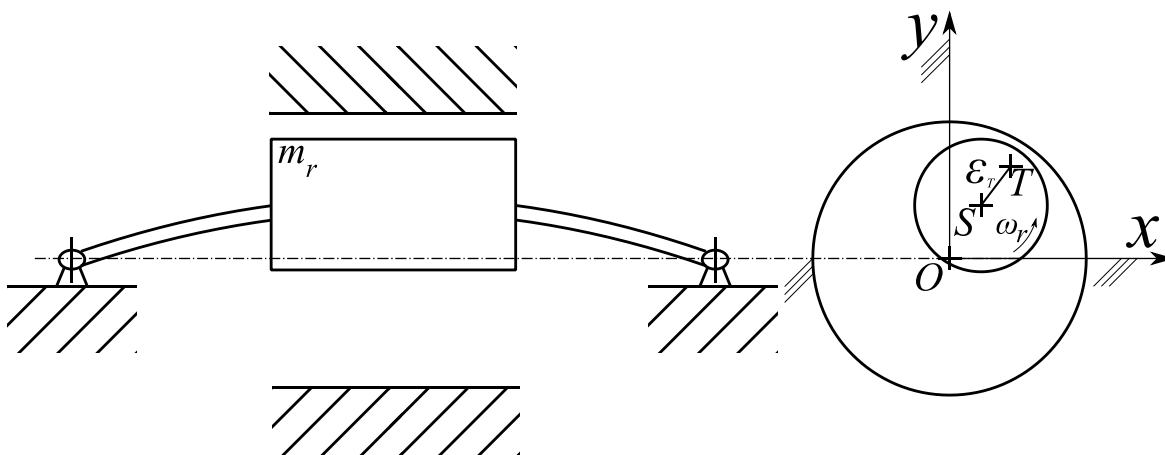
$$WFR^{nf} = \frac{k}{C\omega_{nf}} \quad (3.26)$$

Další parametr popisující vliv ucpávky na stabilitu rotoru je efektivní tlumení ucpávky C_{eff} (3.27), které vyjadřuje amplitudu a směr výsledné tečné síly působící na rotor vlivem ucpávky. Záporná hodnota ohodnocuje ucpávku jako destabilizující.

$$C_{eff} = C - \frac{k}{\omega_{nf}} \quad (3.27)$$

3.1.8 Analýza stability Jeffcottova rotoru v ucpávce pomocí vlastních čísel

Při popisu vlivu ucpávky na dynamiku rotoru lze využít teoretický Jeffcottův rotor, který zavádí řadu zjednodušení. Modely ucpávky předpokládají malý pohyb rotující hřídele kolem rovnovážné polohy. Toho lze u Jeffcottova rotoru dosáhnout buď konečnou tuhostí hřídele, nebo způsobem uložení rotoru. Pro zjednodušení volím pouze variantu s pružným hřídelem o tuhosti k_r , který je uložený ve dvou absolutně tuhých ložiskách. Uprostřed hřídele v rovině kolmé na jeho osu je umístěn absolutně tuhý izotropní disk o hmotnosti m_r . Těžiště disku T se nenachází v jeho geometrickém středu S , ale nachází od něho ve vzdálenosti ε_T . Rotor je tudíž nevyvážený.



Obrázek 3-10: Jeffcottův rotor v ucpávce

Pokud je rotor v klidu, tak se střed disku nachází na ose rotace hřídele, která je označena písmenem O . Při rotaci hřídele úhlovou rychlostí ω_r se projeví působení odstředivé síly f_u vlivem nevyváženosti disku, která je popsána vztahem (3.28). Střed disku je pak vychýlen z osy rotace hřídele.

$$\begin{bmatrix} f_{ux}(t) \\ f_{uy}(t) \end{bmatrix} = m_r \cdot \varepsilon_T \cdot \omega_r^2 \cdot \begin{bmatrix} \cos(\omega_r t) \\ \sin(\omega_r t) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Matematicky lze popsat pohyb středu disku v pevném souřadném systému (x, y) diferenciální rovnicí (3.29) s nenulovou pravou stranou, kde $x(t)$ a $y(t)$ jsou výchylky středu kotouče z osy rotace hřídele v osách pravoúhlého souřadného systému (x, y) .

$$\begin{bmatrix} m_r & 0 \\ 0 & m_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_r & 0 \\ 0 & k_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \mathbf{f}(t) \quad (3.29)$$

Na pravé straně rovnice se nachází vnější síla \mathbf{f} působící na rotor, která zahrnuje výše zmíněnou sílu od nevyváženého rotoru \mathbf{f}_u (unbalance). Může ale zahrnovat i další síly například od ložisek \mathbf{f}_b (bearing), ucpávek \mathbf{f}_s (seal) a další, tedy platí $\mathbf{f} = \mathbf{f}_u + \mathbf{f}_s + \mathbf{f}_b + \dots$. Model rotoru (3.29) tak lze přes pravou stranu rozšířit o modely vnějších sil působících na rotor. V tomto případě je model rotoru rozšířen o model ucpávek. Úplný model ucpávek (3.13) je zjednodušen na tvar (3.30) zanedbáním matice přidanych hmotností a koeficientu příčné tlumení c , tedy $M = m = c = 0$. V předešlé kapitole je vysvětleno, že příčné tlumení má na stabilitu rotoru minimální vliv a zjednodušení modelu ucpávek umožní provést přehlednější analýzu stability rotoru pomocí vlastních čísel.

$$\begin{bmatrix} f_{xx}(t) \\ f_{yy}(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K & k \\ -k & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Pohyb Jeffcottova rotoru v ucpávce lze pak popsat vztahem (3.31), kde pravá strana již nezahrnuje vnější síly od ucpávky.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m_r & 0 \\ 0 & m_r \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} k_r + K & k \\ -k & k_r + K \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \mathbf{f}(t) \quad (3.31)$$

Stabilitu a vlastní frekvence výše uvedeného modelu Jeffcottova rotoru s ucpávkami lze analyzovat na základě řešení soustavy diferenciálních rovnic (3.31) respektive vlastních čísel. Obdobně se postupuje při návrhu skutečných turbín, kdy jsou do rozsáhlého maticového modelu dosazeny známé submatice tuhostí a tlumení jednotlivých subsystémů jako ložisek, ucpávek a dalších.

Zavedeme vektor zobecněných stavových souřadnic $\mathbf{q} = [x \ y \ \dot{x} \ \dot{y}]^T$. Soustavu dvou diferenciálních rovnic druhého řádu (3.31) převedeme na soustavu čtyř diferenciálních rovnic prvního řádu, kterou lze zapsat v maticovém tvaru (3.32). Vztah (3.33) vyčísľuje matici dynamiky systému \mathbf{A} .

$$\dot{\mathbf{q}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{q} \quad (3.32)$$

Systém je stabilní pokud se vlastní čísla matice \mathbf{A} nachází v levé komplexní polorovině, tedy pokud všechna vlastní čísla mají zápornou reálnou část. Stabilitu systému rotor-ucpávka (3.32) lze vyšetřit pomocí Hurwitzova algebraického kritéria na základě znalosti koeficientů charakteristického polynomu $a(p)$ matice \mathbf{A} (3.34), pro který platí $a(p) = \det(p\mathbf{I} - \mathbf{A})$.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{K+k_r}{m_r} & -\frac{k}{m_r} & -\frac{C}{m_r} & 0 \\ \frac{k}{m_r} & -\frac{K+k_r}{m_r} & 0 & -\frac{C}{m_r} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Nutnou podmínkou stability systému je nenulovost všech koeficientů charakteristického polynomu (3.34), které zároveň mají stejné znaménko. Tato nutná podmínka je splněna předpokladem, že všechny koeficienty v modelu systému (3.31) jsou kladné. Druhou podmínkou stability je, že determinant D_4 Hurwitzovy matice H_4 a všechny její diagonální subdeterminanty D_3, D_2, D_1 jsou kladné (3.36). Hurwitzova matice H_4 a diagonální submatice H_3, H_2, H_1 (3.35) jsou sestaveny z koeficientů charakteristického polynomu (3.34).

$$a(p) = p^4 + \frac{2C}{m_r} p^3 + \frac{C^2 + 2Km_r + 2k_r m_r}{m_r^2} p^2 + \frac{2Ck_r + 2CK}{m_r^2} p + \frac{K^2 + k^2 + k_r^2 + 2Kk_r}{m_r^2} \quad (3.34)$$

$$H_4 = \begin{bmatrix} \frac{2C}{m_r} & \frac{2Ck_r + 2CK}{m_r^2} & 0 & 0 \\ 1 & \frac{C^2 + 2Km_r + 2k_r m_r}{m_r^2} & \frac{K^2 + k^2 + k_r^2 + 2Kk_r}{m_r^2} & 0 \\ 0 & \frac{2C}{m_r} & \frac{2Ck_r + 2CK}{m_r^2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{C^2 + 2Km_r + 2k_r m_r}{m_r^2} & \frac{K^2 + k^2 + k_r^2 + 2Kk_r}{m_r^2} \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} \frac{2C}{m_r} & \frac{2Ck_r + 2CK}{m_r^2} & 0 \\ 1 & \frac{C^2 + 2Km_r + 2k_r m_r}{m_r^2} & \frac{K^2 + k^2 + k_r^2 + 2Kk_r}{m_r^2} \\ 0 & \frac{2C}{m_r} & \frac{2Ck_r + 2CK}{m_r^2} \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} \frac{2C}{m_r} & \frac{2Ck_r + 2CK}{m_r^2} \\ 1 & \frac{C^2 + 2Km_r + 2k_r m_r}{m_r^2} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} \frac{2C}{m_r} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
D_4 = \det H_4 &= \frac{4C^2 (C^2 K + C^2 k_r - k^2 m_r) (K^2 + 2Kk_r + k_r^2 + k^2)}{m_r^7} \\
D_3 = \det H_3 &= \frac{4C^2 (C^2 K + C^2 k_r - k^2 m_r)}{m_r^5} \\
D_2 = \det H_2 &= \frac{2C (C^2 + Km_r + k_r m_r)}{m_r^3} > 0 \\
D_1 = \det H_1 &= \frac{2C}{m_r} > 0
\end{aligned} \tag{3.36}$$

Z druhé části Hurwitzova kritéria stability zbývá vyšetřit nerovnost (3.37) vyplývající z determinantů D_3, D_4 (3.36), které musejí nabývat kladného znaménka. Determinanty D_1, D_2 nabývají kladného znaménka vždy.

$$C^2 (K + k_r) - k^2 m_r > 0. \tag{3.37}$$

Při skutečnosti, že tuhost rotoru k_r je výrazně větší než přímá tuhost vrstvy media v ucpávce K , tedy $k_r \gg K$, lze vztah (3.37) upravit do tvaru (3.38). Tato nerovnost odpovídá vztahu (3.26) pro *WFR*, který je v odborné literatuře používán k vyjádření míry stability ucpávky. Analýzou vlastních čísel byla tak potvrzena jeho relevantnost.

$$\begin{aligned}
C^2 \frac{k_r}{m_r} &= C^2 \omega_{nf}^2 > k^2 \\
\frac{k}{C \omega_{nf}} &< 1
\end{aligned} \tag{3.38}$$

3.2 Metody identifikace silových dynamických koeficientů ucpávky

Dynamické silové koeficienty tuhosti, tlumení, případně přídavných hmotností ucpávek nelze přímo měřit, nýbrž se musí identifikovat z dat naměřených během experimentu. Vstupem identifikačních metod jsou změřené signály relativní výchylky rotoru vůči ucpávce uvnitř statoru a interakční síly mezi rotorem a proudícím médiem v ucpávce. Tyto síly mohou být buď přímo změřené, nebo určeny z průběhu měřeného tlaku v ucpávce (kapitola 3.1.6). Způsoby identifikace lze rozdělit podle tvaru orbity precese rotoru během experimentu na

- identifikaci koeficientů při kruhové orbitě rotoru,
- identifikaci koeficientů při obecné orbitě rotoru.

Identifikace při kruhové precesi rotoru obvykle vychází ze vztahu (3.16) mezi koeficienty ucpávky a interakčními silami ucpávky v radiálním a tečném směru. Tento způsob identifikace byl použit například v (Bolleter, 1987), (Florjancis, 1990), (Wagner, 2009). Druhý uvedený způsob identifikace obvykle vychází z obecnějšího vztahu (3.11) mezi interakčními silami ucpávky a výchylkou rotoru. Není tak vyžadována precese po kruhové orbitě, kterou může být obtížné udržet během celého experimentu. V pracích (Knopf, 2000) a (Voigt, 2016) bylo buzeno kmitání rotoru vždy pouze v jednom směru. V práci (Vannini, 2011) byl zase použit vícekomponentní tvar orbity rotoru, kdy se budící signál skládal s nesoudělných frekvenčních komponent.

3.2.1 Identifikace při kruhové orbitě

Při precesi rotoru po kruhové orbitě lze interakční síly v radiálním a tečném směru f_{sr}, f_{st} mezi rotorem a ucpávkou popsat vztahy (3.16) (Childs, 1993). Vztah upravíme a zapíšeme v maticovém tvaru (3.39), kde Ω je úhlová rychlost precese rotoru, ε je poloměr kruhové orbity, koeficienty K, k, C, c, M, m jsou příčné a příčné koeficienty ucpávky.

$$\begin{bmatrix} \frac{f_{sr}}{\varepsilon} \\ \frac{f_{st}}{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K & -c & M \\ k & -C & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \Omega \\ \Omega^2 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Předpokládejme měření relativní výchylky rotoru vůči statoru $x(t), y(t)$ v pevném souřadném systému. Interakční síly f_{sr}, f_{st} v radiálním a tečném směru lze určit z průběhu měřeného tlaku v ucpávce a výchylky rotoru, a to postupem uvedeným v kapitole 3.1.6. Při

přímém měření sil $f_{sx}(t)$, $f_{sy}(t)$ v pevném souřadném systému je pak zapotřebí provést transformaci na radiální a tečnou sílu podle vztahu (3.40).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} f_{sr}(t) \\ f_{st}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & \sin(\Omega t) \\ -\sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{sx}(t) \\ f_{sy}(t) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x(t)^2 + y(t)^2}} \begin{bmatrix} x(t) & y(t) \\ -y(t) & x(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{sx}(t) \\ f_{sy}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Soustava rovnic (3.39) obsahuje méně rovnic než neznámých a nelze tak jednoznačně určit hodnoty neznámých koeficientů ucpávky. Pro určení všech koeficientů je zapotřebí provést alespoň $n \geq 3$ experimentů pro různé úhlové rychlosti precese Ω . Hodnoty radiálních a tangenciálních sil $f_{sr}(t)$, $f_{st}(t)$ a hodnoty úhlové rychlosti precese rotoru Ω sestavíme do matic \mathbf{F} a $\mathbf{\Omega}$ podle (3.41).

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{f_{sr1}}{\varepsilon_1} & \frac{f_{sr2}}{\varepsilon_2} & \dots & \frac{f_{srn}}{\varepsilon_n} \\ \frac{f_{st1}}{\varepsilon_1} & \frac{f_{st2}}{\varepsilon_2} & \dots & \frac{f_{stn}}{\varepsilon_n} \end{bmatrix}_{2 \times n} \quad \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \Omega_1 & \Omega_2 & \dots & \Omega_n \\ \Omega_1^2 & \Omega_2^2 & \dots & \Omega_n^2 \end{bmatrix}_{3 \times n} \quad (3.41)$$

Dále pak řešíme přeurčenou soustavu rovnic (3.42) pro neznámé koeficienty ucpávek.

$$\mathbf{F}_{2 \times n} = \begin{bmatrix} -K & -c & M \\ k & -C & m \end{bmatrix} \cdot \mathbf{\Omega}_{3 \times n} \quad (3.42)$$

Řešení lze získat pomocí metody nejmenších čtverců (příloha E) podle vztahu (3.43).

$$\begin{bmatrix} -K & -c & M \\ k & -C & m \end{bmatrix} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{\Omega}^T \cdot (\mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{\Omega}^T)^{-1} \quad (3.43)$$

3.2.2 Identifikace při obecné orbitě

Předchozí popsaná metoda provádí identifikaci koeficientů v časové oblasti. Modernější přístup popsaný níže provádí identifikaci v oblasti frekvenční. Profesor L. S. Andres popisuje metodu ve svých přednáškách (Andres, 2010) na A&M Univerzitě v Texasu. Identifikace koeficientů ucpávky založená na této metodě je použita například v práci (Stephen, 2015).

Interakční síly mezi rotorem a ucpávkou lze popsat lineární diferenciální rovnicí (3.11), která je přepsána bez symbolu přírůstku ve tvaru (3.44). Na levé straně stojí interakční síly mezi médiiem v ucpávce a rotorem $f_{sx}(t)$, $f_{sy}(t)$. Na pravé straně jsou relativní výchylky rotoru vůči ucpávce $x(t)$, $y(t)$ a koeficienty tuhosti a tlumení, C_{ij} , K_{ij} , pro jejichž indexy platí, že $i, j = x, y$. Pro zjednodušení jsou v rovnici (3.44) vynechány koeficienty hmotností.

$$\begin{bmatrix} f_{sx}(t) \\ f_{sy}(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Na rovnici (3.44) aplikujeme Fourierovu transformaci a dostaneme vztah (3.45), kde komplexní proměnné $F_{sx}(\omega)$, $F_{sy}(\omega)$ a $X(\omega)$, $Y(\omega)$ jsou Fourierovy obrazy interakčních sil a výchylek rotoru.

$$\begin{bmatrix} F_{sx}(\omega) \\ F_{sy}(\omega) \end{bmatrix} = - \underbrace{\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} \begin{bmatrix} X(\omega) \\ Y(\omega) \end{bmatrix} - j\omega \underbrace{\begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} X(\omega) \\ Y(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Zavedeme komplexní proměnnou dynamická tuhost $H_{ij}(\omega)$, která je definovaná vztahem (3.46), kde pro indexy platí, že $i, j = x, y$.

$$H_{ij}(\omega) = (K_{ij} + j\omega C_{ij}) \quad (3.46)$$

Dále zavedeme matici dynamické tuhosti $\mathbf{H}(\omega)$ ve tvaru (3.47).

$$\mathbf{H}(\omega) = \begin{bmatrix} H_{xx}(\omega) & H_{xy}(\omega) \\ H_{yx}(\omega) & H_{yy}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx} + j\omega C_{xx} & K_{xy} + j\omega C_{xy} \\ K_{yx} + j\omega C_{yx} & K_{yy} + j\omega C_{yy} \end{bmatrix} = \mathbf{K} + j\omega \mathbf{C} \quad (3.47)$$

Dosadíme-li vztah pro komplexní matici dynamické tuhosti (3.47) do pohybové rovnice (3.45) dostaneme vztah (3.48), který reprezentuje nedourčenou soustavu dvou rovnic o čtyřech komplexních neznámých $H_{xx}(\omega)$, $H_{xy}(\omega)$, $H_{yx}(\omega)$, $H_{yy}(\omega)$.

$$\begin{bmatrix} F_{sx}(\omega) \\ F_{sy}(\omega) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H_{xx}(\omega) & H_{xy}(\omega) \\ H_{yx}(\omega) & H_{yy}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(\omega) \\ Y(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Soustava rovnic (3.48) obsahuje méně rovnic než neznámých. Pro každou frekvenci ($\omega = 1, 2, 3, \dots$) představuje čtyři nezávislé rovnice se čtyřmi neznámými. Pro určení všech koeficientů komplexní matice $\mathbf{H}(\omega)$ je zapotřebí provést $n \geq 2$ rozdílných experimentů s různým (nezávislým) buzením, respektive tvarem orbity rotoru. Například vybudit vibrace rotoru pouze v ose x ($y = 0$) a poté pouze v ose y ($x = 0$). Při experimentech jsou zaznamenávány interakční síly mezi rotorem a ucpávkou $f_{sx}(t)$, $f_{sy}(t)$ a výchylky rotoru $x(t)$, $y(t)$. Z Fourierových obrazů sil a výchylek sestavíme matice $\mathbf{Z}(\omega)$ a $\mathbf{F}(\omega)$ podle vztahů (3.49).

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(\omega) &= \begin{bmatrix} X_1(\omega) & X_2(\omega) & \dots & X_n(\omega) \\ Y_1(\omega) & Y_2(\omega) & \dots & Y_n(\omega) \end{bmatrix}_{2 \times n} \\ \mathbf{F}(\omega) &= \begin{bmatrix} F_{x1}(\omega) & F_{x2}(\omega) & \dots & F_{xn}(\omega) \\ F_{y1}(\omega) & F_{y2}(\omega) & \dots & F_{yn}(\omega) \end{bmatrix}_{2 \times n} \end{aligned} \quad (3.49)$$

Matici dynamické tuhosti $\mathbf{H}(\omega)$ pak dostaneme metodou nejmenších čtverců podle (3.50).

$$\mathbf{H}(\omega) = \mathbf{F}(\omega) \cdot \mathbf{Z}(\omega)^H \cdot (\mathbf{Z}(\omega) \cdot \mathbf{Z}(\omega)^H)^{-1} \quad (3.50)$$

Prvky matice $\mathbf{H}(\omega)$ jsou komplexní vektory, pro které vyplývají ze vztahu (3.47) rovnosti (3.51).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} &= \text{Re}\{\mathbf{H}(\omega)\} = \text{Re}\left\{ \begin{bmatrix} H_{xx}(\omega) & H_{xy}(\omega) \\ H_{yx}(\omega) & H_{yy}(\omega) \end{bmatrix} \right\} \\ \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} &= \text{Im}\{\mathbf{H}(\omega)\} \cdot \frac{1}{\omega} = \text{Im}\left\{ \begin{bmatrix} H_{xx}(\omega) & H_{xy}(\omega) \\ H_{yx}(\omega) & H_{yy}(\omega) \end{bmatrix} \right\} \cdot \frac{1}{\omega} \end{aligned} \quad (3.51)$$

Je-li orbita rotoru složena z $m \geq 1$ frekvenčních komponent Ω_k , tak koeficienty ucpávky pro jednotlivé komponenty lze určit podle (3.52), kde pro indexy platí, že $i, j = x, y$.

$$\begin{aligned} K_{ii} &= \text{Re}\{H_{ii}(\Omega_k)\} & K_{ij} &= \text{Re}\{H_{ij}(\Omega_k)\} \\ C_{ii} &= \frac{\text{Im}\{H_{ii}(\Omega_k)\}}{\Omega_k} & C_{ij} &= \frac{\text{Im}\{H_{ij}(\Omega_k)\}}{\Omega_k} \end{aligned} \quad (3.52)$$

3.3 Aktivní magnetická ložiska

AML je zařízení, které udržuje levitující rotor v požadované poloze, aniž by docházelo k mechanickému kontaktu rotoru s okolím. V příloze B je představen princip magnetické levitace a dále konstrukce a vlastnosti AML. V této kapitole je popsáno modelování rotoru uloženého v AML a přístup k jeho řízení. Při psaní této kapitoly jsem čerpal především z publikace (Maslen, 2009).

3.3.1 Model aktivního magnetického ložiska a rotoru

Při popisu SISO systému AML-rotor vycházíme z druhého Newtonova zákona, tedy $m_r \ddot{x} = f$, kde m_r představuje hmotnost rotoru. Při jeho dosazení do vztahu pro sílu AML (11.9) dostaneme pohybovou rovnici pro otevřenou smyčku (3.53), kde i_c je řídicí proud a x odpovídá výchylce rotoru z nominální polohy.

$$m_r \ddot{x} = k_i i_c + k_s x \quad (3.53)$$

Diferenciální rovnici druhého řádu (3.53) převedeme pomocí Laplaceovy transformace na obrazový přenos (3.54), kde p je komplexní proměnná, $X(p)$ a $I(p)$ jsou Laplaceovy obrazy výchylky rotoru a řídicího proudu.

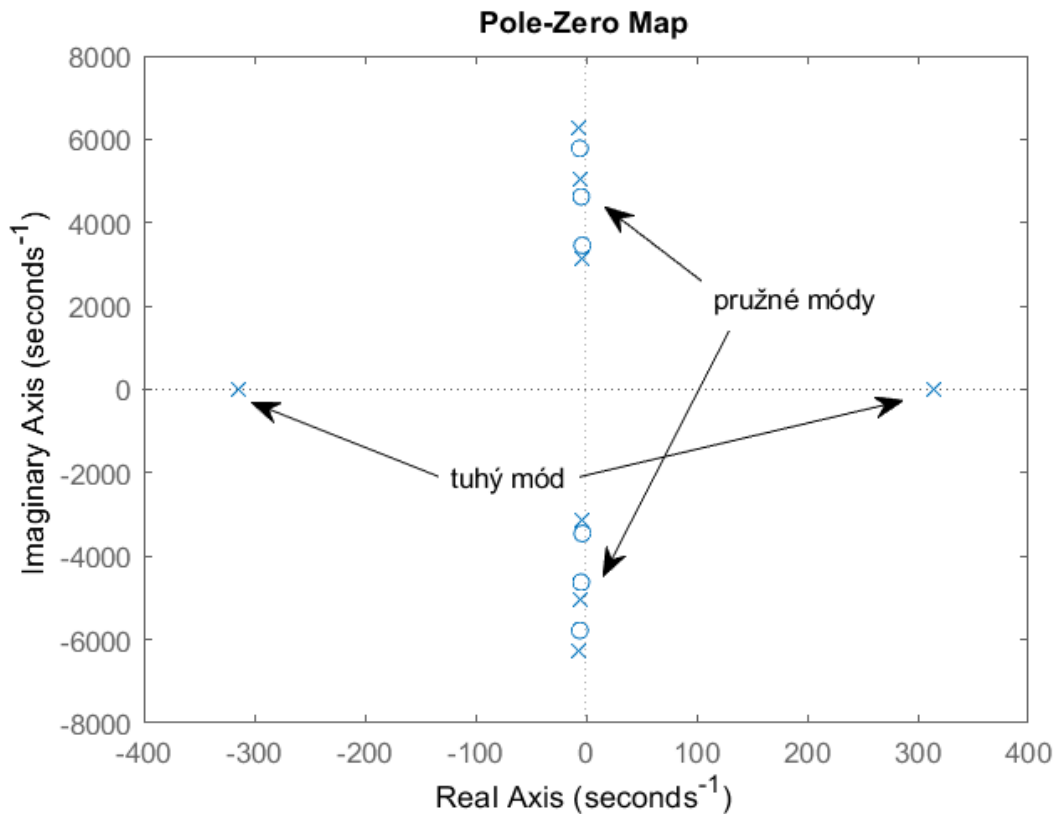
$$F_{AML}(p) = \frac{X(p)}{I(p)} = \frac{\frac{k_i}{m_r}}{p^2 - \frac{k_s}{m_r}} = \frac{k_i}{m_r p^2 - k_s} \quad (3.54)$$

Póly přenosu otevřené smyčky (3.54) jsou oba reálné podle vztahu (3.55).

$$p_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{k_s}{m_r}} \quad (3.55)$$

Póly na reálné ose (3.55) představují tuhé módy rotoru, které jsou posunuty z počátku komplexní roviny. Frekvence reálných pólů je proporcčně závislá na vlastnostech systému, tedy na negativní tuhosti AML k_s a hmotnosti rotoru m_r . Jeden pól se nachází v pravé komplexní polorovině, což potvrzuje nestabilitu otevřené smyčky. Pokud je v ložiskách uložen pružný rotor, tak se do modelu zahrnují také jeho ohybové módy. Příslušné slabě tlumené komplexně sdružené nuly a póly pružného rotoru jsou stabilní a nachází se v komplexní rovině v blízkosti imaginární osy. Obvyklé rozložení nul a pólů takového systému ukazuje obrázek 3-11. V reálném modelu systému AML-rotor se dále mohou objevit

nuly a póly od zesilovačů AML a snímačů polohy rotoru v AML, které jsou ale v tomto případě zanedbány. Systém AML-rotor lze modelovat také jako systém s více vstupy a výstupy, což je detailně popsáno například v publikaci (Maslen, 2009).



Obrázek 3-11: Obvyklé rozložení nul a pólu pro SISO systém s pružným rotorem uloženým v AML

3.3.2 Přístup k řízení aktivních magnetických ložisek

Základním cílem zpětnovazebního řízení je stabilizace přirozeně nestabilní levitace rotoru v AML. Do systému je zapotřebí dodat tuhost tak, aby síla AML působila proti výchylce rotoru. Zároveň je nezbytné do systému přidat tlumení, které zabrání kmitání rotoru kolem pracovního bodu. Zpětnovazebním řízením SISO systému AML-rotor lze tak dosáhnout působení AML na rotor magnetickou silou f_m jako u mechanického oscilátoru s pružinou a tlumičem podle vztahu (3.56), kde parametry k_r a c_r představují požadovanou tuhost a tlumení systému.

$$f_m = -k_r x - c_r \dot{x} \quad (3.56)$$

Porovnáním vztahů (11.9) a (3.56) pro magnetickou sílu AML f_m lze vyjádřit vztah (3.57) pro řídicí proud i_c .

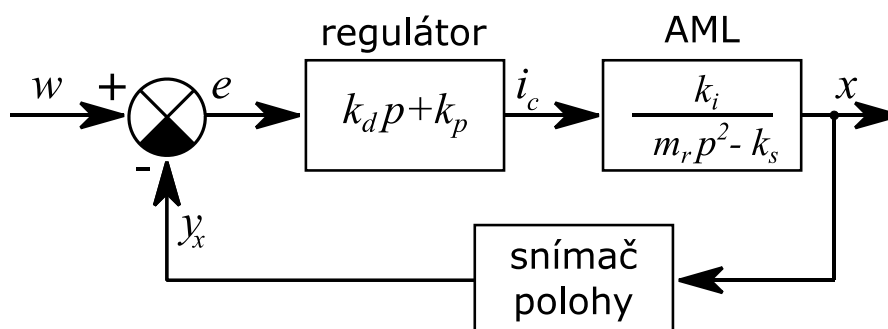
$$k_i i_c + k_s x = -k_r x - c_r \dot{x}$$

$$i_c(x) = - \underbrace{\frac{(k_r + k_s)}{k_i}}_{k_p} x - \underbrace{\frac{c_r}{k_i}}_{k_d} \dot{x} \quad (3.57)$$

Vztah (3.57) odpovídá řízení AML pomocí PD regulátoru s proporcíonální složkou k_p a derivační složkou k_d . Blokové schéma takového zpětnovazebního řízení ukazuje obrázek 3-12. Do PD regulátoru s přenosem $F_{PD}(p) = k_d p + k_p$ vstupuje regulační odchylka e , což je rozdíl požadované hodnoty w a měřené výchylky rotoru y_x (v tomto případě $y_x = x$). Přenos uzavřené regulační smyčky má pak tvar (3.58).

$$F_u(s) = \frac{F_{PD} F_{AML}}{1 + F_{PD} F_{AML}} = \frac{k_i (k_d p + k_p)}{m_r p^2 + k_i k_d p + (k_i k_p - k_s)} \quad (3.58)$$

Z Hurwitzova kritéria stability plyne, že postačující podmínkou pro stabilitu uzavřené regulační smyčky je splnění nerovnosti $k_i k_p > k_s$. Jmenovatel přenosu uzavřené smyčky pak odpovídá pružinovému oscilátoru s tlumičem a hmotou. Vhodnou volbou parametrů PD regulátoru k_p , k_d lze nastavit požadované vlastnosti systému. Pro odstranění regulační odchylky v ustáleném stavu lze doplnit regulátor o integrační složku a použít PID regulátor.



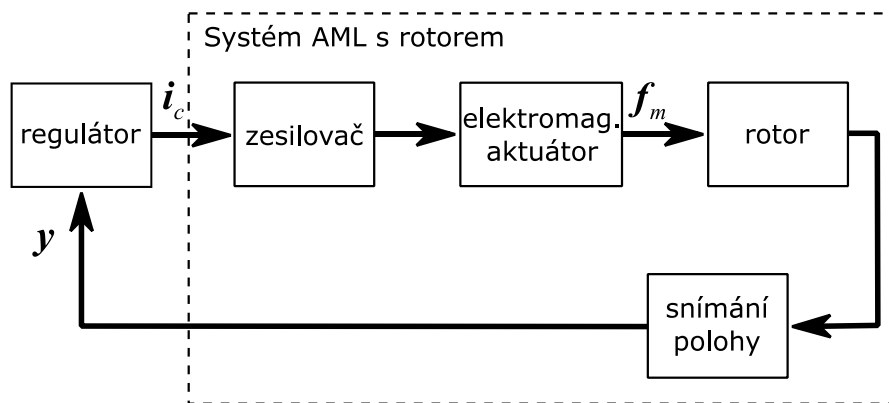
Obrázek 3-12: Zpětnovazební řízení magnetické levitace PD regulátorem

Z výše uvedeného se může zdát, že lze levitující rotor v AML snadno stabilizovat. Ve skutečnosti může být poměrně obtížné najít vhodnou konfiguraci pro stabilizaci nestabilních tuhých módů, která zároveň zachová stabilitu slabě tlumených kmitavých módů pružného rotoru. Existuje celá řada dalších variant návrhu regulátoru pro SISO i MIMO modely systému s AML, které lze nalézt v literatuře (Maslen, 2009). Složitější regulátory mají za cíl dosáhnout požadovaných vlastností systému, kterých nelze dosáhnout PID regulátorem.

3.3.3 Systém s rotorem uloženým v AML

Při úplné levitaci rotoru je rotor uložený ve dvou radiálních a jednom axiálním AML. Poloha rotoru je v radiálních ložiskách (označených A , B) řízena v osách x , y a v axiálním ložisku v ose z . Zpětnovazební schéma takového systému ukazuje obrázek 3-13. Vektory řídicích proudů \mathbf{i}_c , měřené polohy rotoru \mathbf{y} a magnetických sil AML \mathbf{f}_m jsou zavedeny podle vztahu (3.59). Prvky vektorů odpovídají všem použitým elektromagnetickým aktuátorům, které řídí polohu rotoru v osách x_A , x_B , y_A , y_B , z .

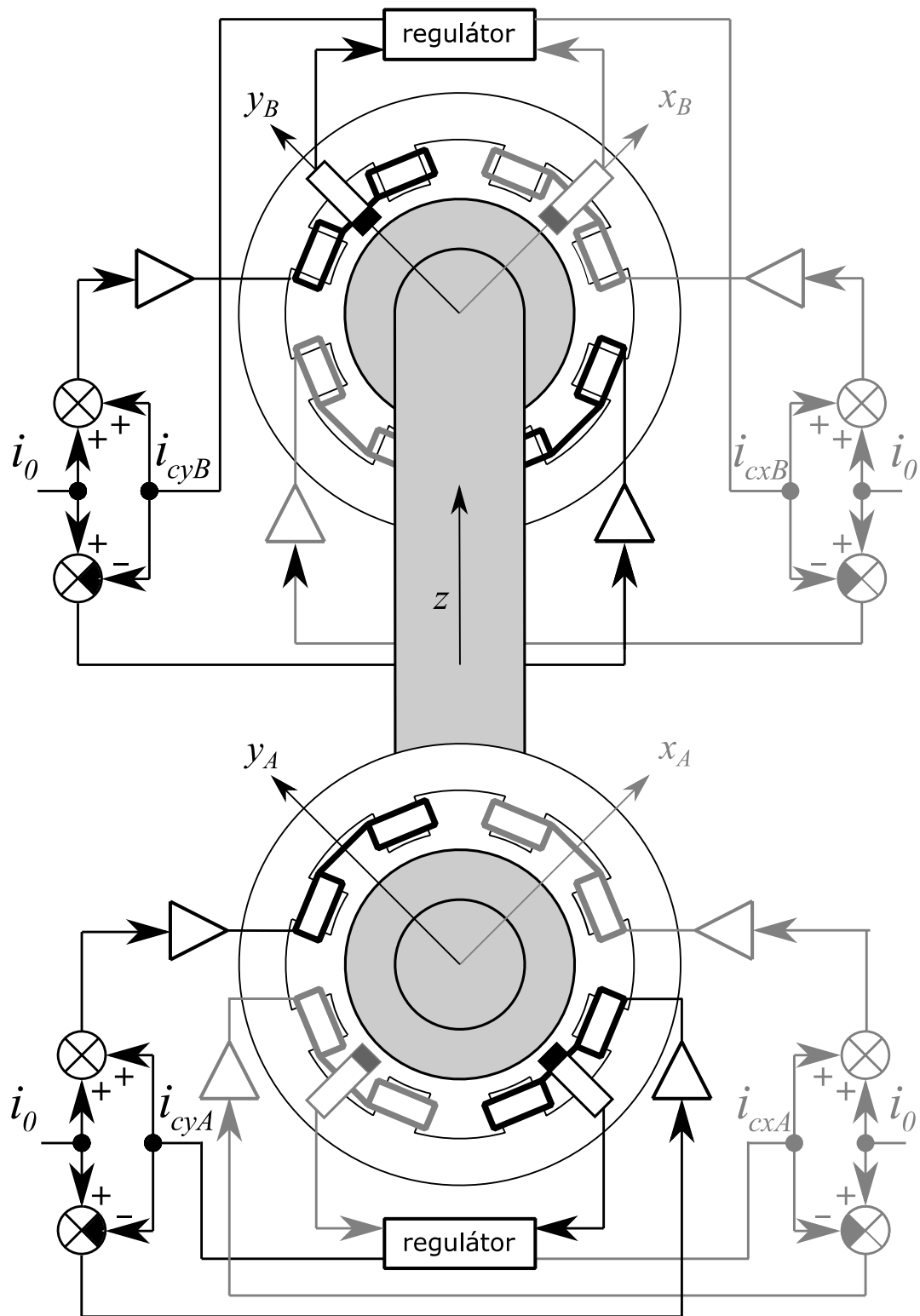
$$\begin{aligned} \mathbf{i}_c &= [i_{cxA}, i_{cyA}, i_{cxB}, i_{cyB}, i_{cz}] \\ \mathbf{y} &= [y_{xA}, y_{yA}, y_{xB}, y_{yB}, y_z] \\ \mathbf{f}_m &= [f_{mxA}, f_{myA}, f_{mxB}, f_{myB}, f_z] \end{aligned} \quad (3.59)$$



Obrázek 3-13: Blokové schéma systému s rotorem uloženým v AML

Rotor uložený v AML při úplné levitaci lze obecně považovat za nelineární systém s pěti vstupy a pěti výstupy. V praxi lze běžně vazbu mezi axiálním a radiálními směry zanedbat (Maslen, 2009) a nahlížet tak na systém axiální AML-rotor jako na SISO systém se vstupem i_{cz} a výstupem y_z . V mnoha pracích zabývajících se rotorem uloženým v AML je tak axiální ložisko řešeno zcela samostatně, respektive jsou často řešena pouze ložiska radiální.

Obrázek 3-14 ilustruje rotor uložený ve dvou radiálních AML. Předpokládejme, že osy x_A , x_B a osy y_A , y_B jsou ideálně zarovnané a definují tak ortogonální roviny x a y podél rotoru. V každé rovině tak na rotor působí dva aktuátory, jeden v ložisku A , druhý v ložisku B . Pokud neuvažujeme rotaci rotoru nebo prostě zanedbáme gyroskopický efekt, tak lze zanedbat i vazby mezi rovinami x a y . Při rotační symetrii rotoru, pak budou vlastnosti systému v těchto rovinách identické. K systému AML-rotor lze pak například v rovině x přistupovat jako k systému s dvěma vstupy i_{cxA} , i_{cxB} a dvěma výstupy y_{xA} , y_{xB} . V průmyslových řešeních se pak lze často setkat se zanedbáním vazeb mezi oběma radiálními AML, ve kterých je rotor uložen. Na jednotlivé osy AML je pak nahlíženo jako na samostatné SISO systémy, což zjednoduší návrh zpětnovazebního řízení AML (Maslen, 2009).



Obrázek 3-14: Rotor uložený ve dvou radiálních AML

4 Experimentální zařízení pro identifikaci ucpávek

V této kapitole je popsáno nově vyvíjené experimentální zařízení pro identifikaci silových koeficientů labyrintových ucpávek a práce při jeho uvádění do provozu. Zařízení bylo realizováno ve spolupráci se společností Doosan Škoda Power, která byla iniciátorem projektu za účelem zvýšení znalostí a konkurenceschopnosti v oblasti labyrintových ucpávek. Společnost Doosan Škoda Power zajistila návrh a výrobu rotoru s ucpávkovými břity, statoru s ucpávkami, ložiskového stojanu a dále poskytla prostory pro umístění zařízení s přístupem ke zdroji stlačeného vzduchu, který je použit jako médium.

Při sestavování zařízení a jeho uvádění do provozu jsem prováděl tyto práce:

- sestavení, vyrovnaní a vyvážení rotoru,
- experimentální modální analýza rotoru,
- vzájemné ustavení celého zařízení (AML, rotor, stator, motor),
- kalibrace snímačů polohy rotoru,
- příprava a instalace snímačů pro měření tlaků, teplot a magnetické síly AML,
- návrh a příprava měřicí a řídicí ústředny a práce s elektronikou,
- implementace řídicího a měřicího softwaru.

Pravděpodobně z důvodu první realizace takto komplexního zařízení, která vyžadovala zapojení řady dodavatelů, se v průběhu projektu vyskytla řada problémů. Při jejich odstraňování musely být respektována omezení praktická, časová i finanční. Vzniklo tak jedinečné experimentální zařízení, umožňující provádět měření za účelem identifikace silových koeficientů labyrintových ucpávek.

V následujících podkapitolách je uveden nejdříve obecný náhled na experimentální zařízení a jeho funkcionalitu. Dále jsou detailněji popsány rotor a magnetická ložiska. Poté je uveden postup kalibrace snímačů polohy rotoru. Na závěr je popsán řídicí a měřicí systém.

4.1 Všeobecný popis zařízení

Nově vzniklé experimentální zařízení bylo určeno k identifikaci silových koeficientů labyrintových ucpávek za účelem porovnání výsledků s používaným výpočetním programem ve společnosti Doosan Škoda Power. Návrhové požadavky ze strany společnosti byly

- nastavit požadované otáčky rotoru,
- nastavit požadované vibrace rotoru v příčném směru,
- vybudit proudící médium v těsnící spáře mezi rotorem a ucpávkou,
- měřit tlaky a teploty před a za ucpávkou a průběh tlaku v kavitách labyrintové ucpávky,
- měřit síly magnetických ložisek působících na rotor.

Schéma experimentálního zařízení ilustruje obrázek 4-2. Rotor je uložen ve dvou radiálních aktivních magnetických ložiskách, která jsou v práci značena A, B, a jednom axiálním magnetickém ložisku. Na rotoru se nachází kotva čtyřpólového asynchronního motoru, kolem které je umístěn domeček motoru. Rotor tak není nijak mechanicky spojen s okolím a je tedy při provozu v úplné magnetické levitaci. Poloha rotoru je měřena v domečcích radiálních ložisek A, B. Pod domečky radiálních AML jsou dále umístěny piezoelektrické snímače, které měří dynamickou sílu přenesenou z elektromagnetů podpírajících rotor.

Při návrhu rotoru musel být splněn požadavek na minimální obvodovou rychlost na povrchu rotoru v ucpávce a zároveň musela být respektována maximální síla ložisek. Tenkostěnný rotor se tak skládá ze tří dutých částí, z nichž jsou dva hliníkové čepy připevněny pomocí šroubů k prostřední ocelové ucpávkové části. Na prostřední části rotoru se nachází ucpávkové břity rozmístěné symetricky tři na levé a tři na pravé straně. K ucpávkové části rotoru přiléhá stator a jsou tak vytvořeny dvě labyrintové ucpávky každá se dvěma kavitami.

Stator se skládá ze dvou masivních částí, které po sestavení přiléhají k rotoru s vymezenou vůlí. Každá z obou částí statoru je podpírána stojanem s pojezdem (obrázek 4-4). V patkách stojanu jsou umístěny stavěcí šrouby pro vyrovnání vůlí mezi rotorem a ucpávkou ve statoru. Po ustavení statoru je jeho pozice zafixována pomocí masivní podpěrné konstrukce (obrázek 4-1).

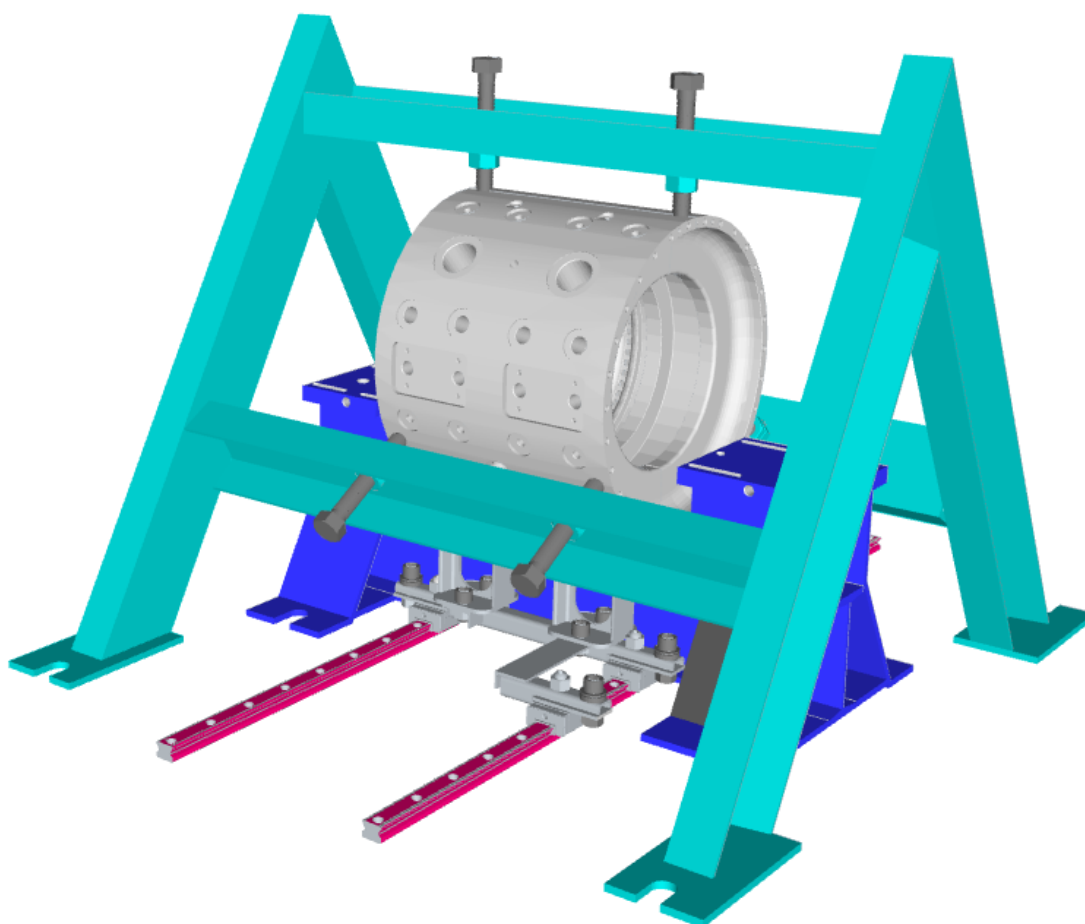
Protože jsou k dispozici dvě symetrické ucpávky, tak stačí provádět měření procesních veličin pouze na jedné z nich. Stator je tak osazen měřením teplot a statických tlaků před a za jednou z ucpávek. Před ucpávkou je také umístěna tři otvorová rychlostní sonda pro měření vstupní rychlosti media do ucpávky. Ve statoru jsou dále instalovány snímače pro měření dynamického tlaku v obou kavitách ucpávky. Uvnitř statoru v rovině mezi ucpávkami v blízkosti středu rotoru jsou instalovány snímače vířivých proudů pro měření polohy rotoru.

Při experimentu je pracovní médium přivedeno dvěma přívody do středu statoru, kde je následně rozvedeno na levou a pravou stranu (ucpávku). Médium tak prochází oběma

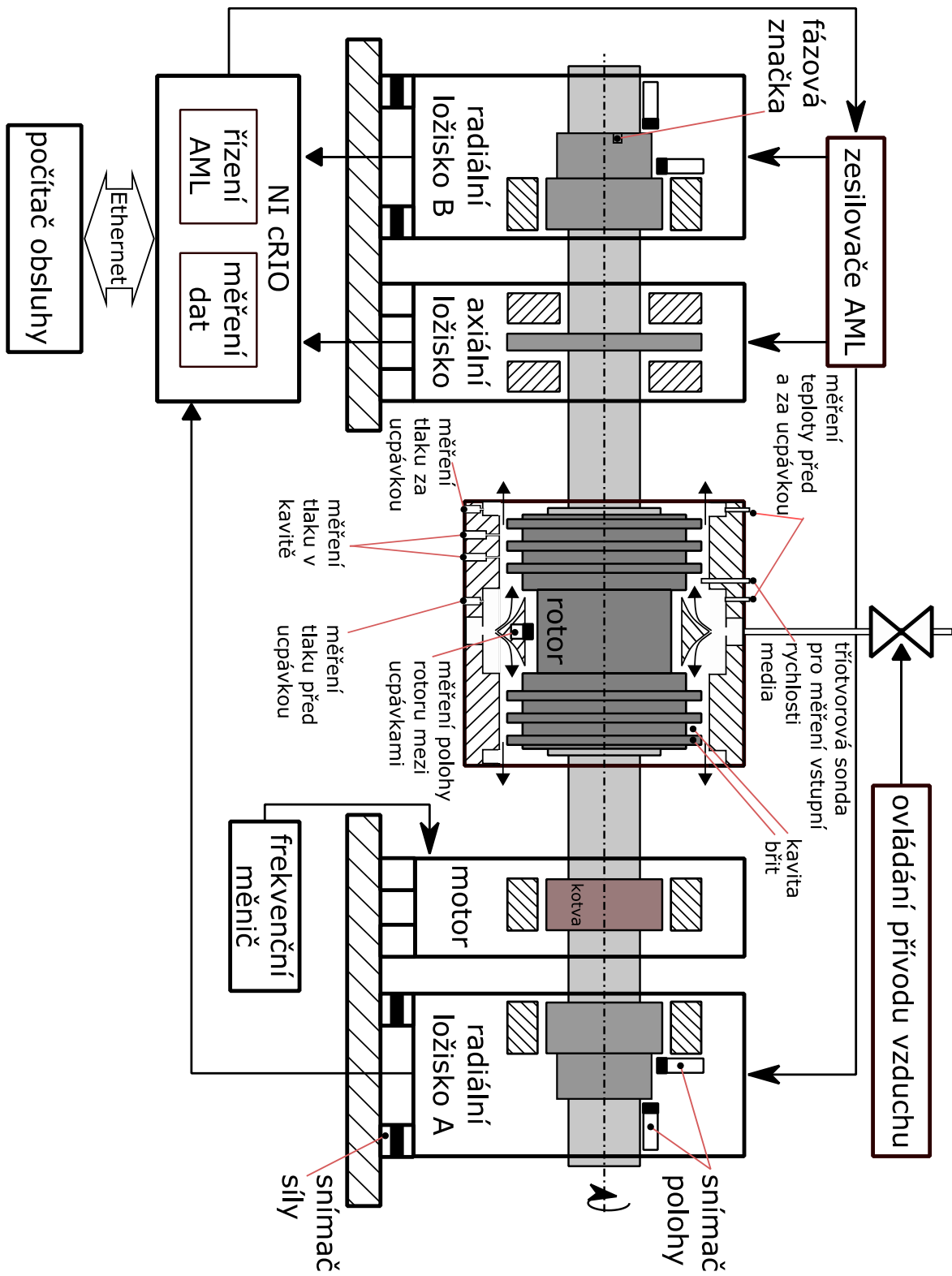
ucpávkami přibližně stejně a rotor je zatížen rovnoměrně. Na rotor tak vlivem proudícího média působí minimální síla v axiálním směru. Množství přiváděného média lze regulovat pomocí ventilu na přívodním potrubí. Otáčky rotoru jsou nastaveny pomocí frekvenčního měniče, který napájí motor.

Součástí experimentálního zařízení je ústředna, ve které se nachází nezbytná elektronika. Jsou zde umístěny proudové zesilovače pro napájení cívek elektromagnetů AML, převodníky pro zpracování signálu ze snímačů polohy rotoru a tlaku ve statoru. Dále se v ústředně nachází měřicí a řídicí systém od National Instruments, ve kterém jsem implementoval řídicí algoritmus AML, měření procesních veličin a export dat. K systému je přes Ethernet připojen počítač obsluhy, kterým lze průběh experimentu ovládat.

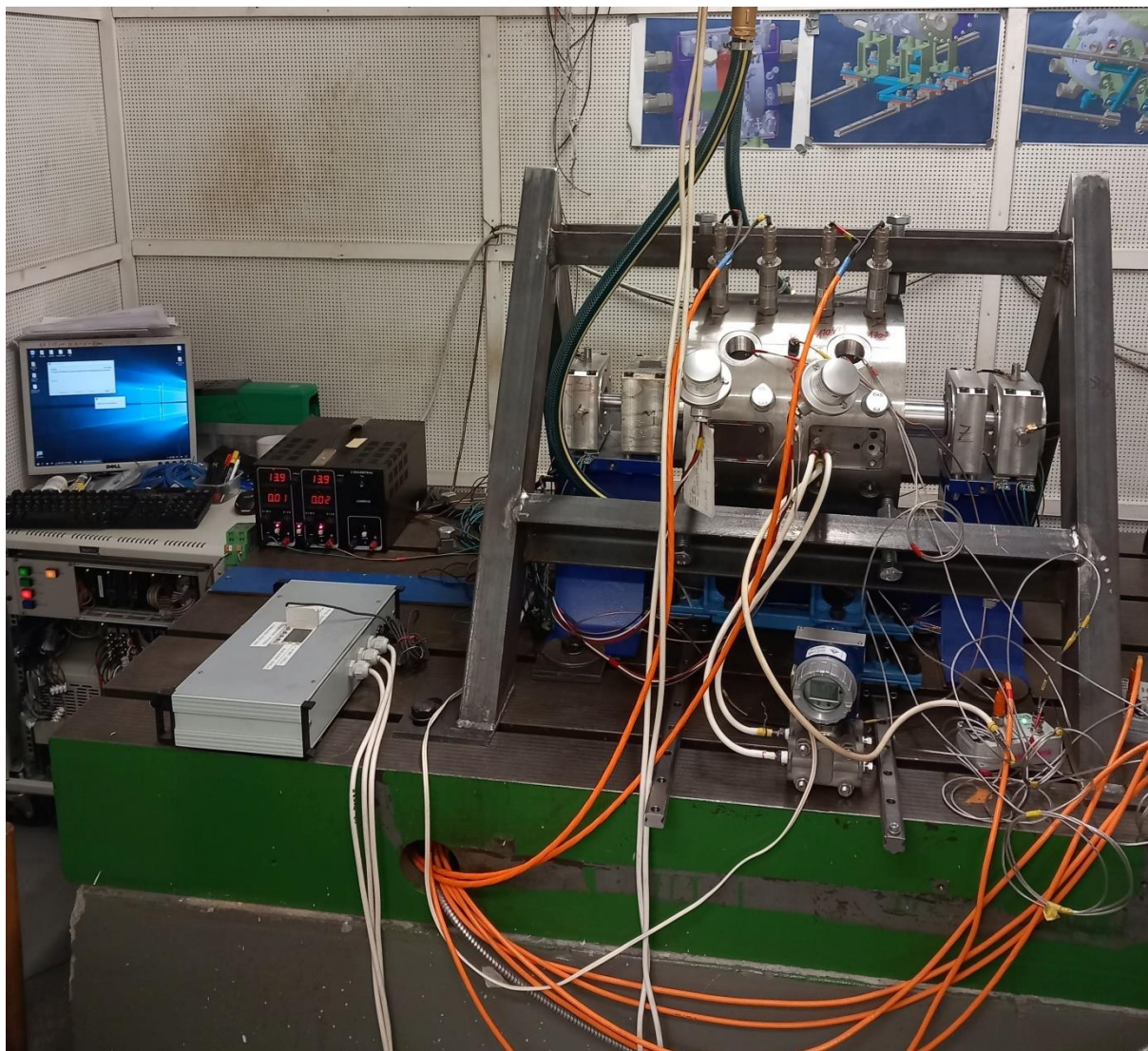
Experimentální zařízení je umístěno v prostorách zkušebny ve společnosti Doosan Škoda Power. K dispozici jsou tak vhodné prostory a přívod stlačeného vzduchu jako pracovní médium. Experimentální pracoviště ukazuje obrázek 4-3.



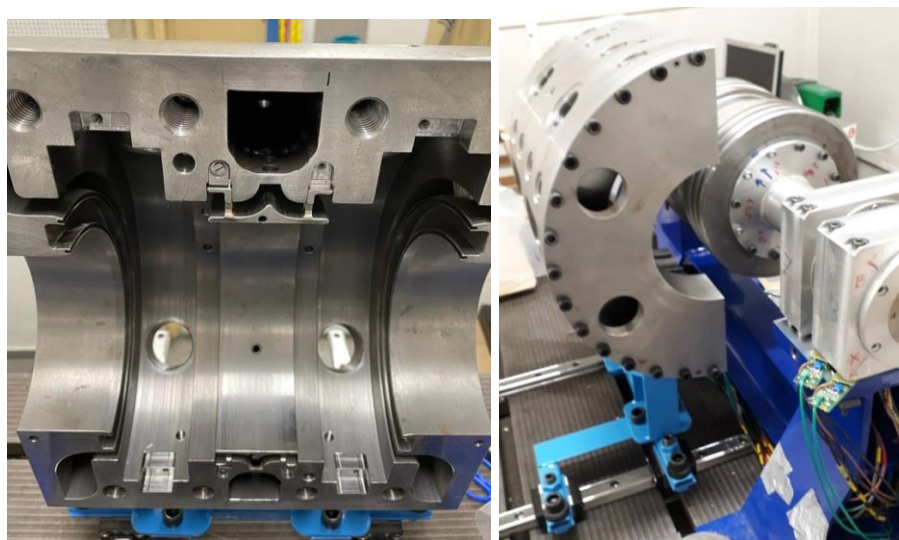
Obrázek 4-1: Stator s konstrukcí pro zafixování polohy (zelená)



Obrázek 4-2: Schéma experimentálního zařízení



Obrázek 4-3: Experimentální stanoviště



Obrázek 4-4: Polovina statoru na stojanu s pojezdem

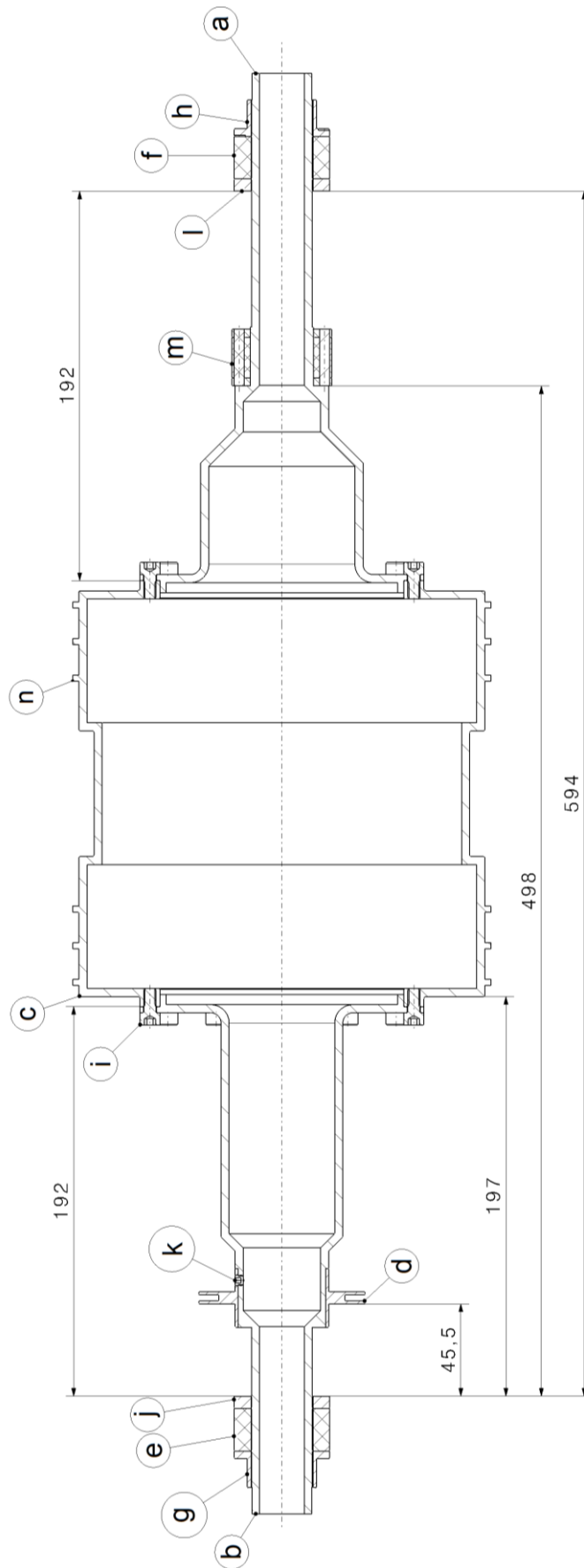
4.2 Rotor

O návrh a zhotovení rotoru s ucpávkovými břity se postarala společnost Doosan Škoda Power. Při návrhu rotoru bylo nezbytné respektovat výkonové omezení použitých AML, proto byl kladen důraz na co nejnižší celkovou hmotnost rotoru. Proti tomu šel však požadavek na minimální obvodovou rychlost povrchu rotoru v ucpávce, což vyžaduje dostatečný průměr rotoru. Konstrukce rotoru je tak odlišná v porovnání s podobnými zařízeními.

V této kapitole je nejdříve popsána konstrukce a geometrie rotoru. Poté jsou uvedeny výsledky vyrovnání a vyvažování rotoru. Na závěr jsou uvedeny výsledky experimentální modální analýzy.

4.2.1 Konstrukce rotoru

Tenkostěnný rotor (obrázek 4-5) skládá ze tří dutých částí, z nichž jsou dva čepy (obrázek 4-5 a, b) ze slitiny hliníku připevněny každá dvanácti šrouby (i) a přírubou k prostřední železné testovací části (c). Celková délka sestaveného rotoru činí 700 mm. Na hliníkových čepech jsou navlečeny feromagnetické nákrůžky z laminovaných plechů (e, f), přes která působí radiální AML na rotor. V těsné blízkosti nákrůžků jsou dále navlečeny nákrůžky ze slitiny inconel (g, h), na kterých je měřena poloha rotoru a fázová značka pomocí snímačů vířivých proudů v domečcích AML. Na čepu **a** je dále navlečena kotva asynchronního motoru (m), zatímco na čepu **b** je navlečen disk axiálního AML (d), který je zafixován šroubem (k). Ucpávková část rotoru **c** o průměru 200 mm a hmotnosti 5.6 kg je vyrobena z žárovečné oceli a je opatřena ucpávkovými břity (n). Tři břity se nachází na levé straně a tři na pravé straně rotoru. Po přístavení statoru tak vzniknou dvě symetrické labyrintové ucpávky, každá s dvěma kavitami. Celková hmotnost složeného rotoru je přibližně 8 kg.

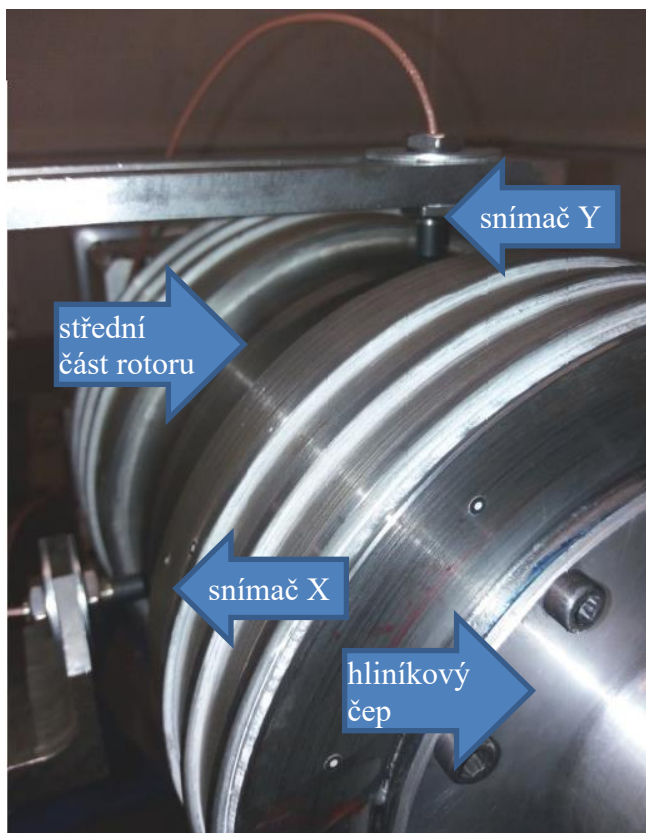


Obrázek 4-5: Nákres rotoru

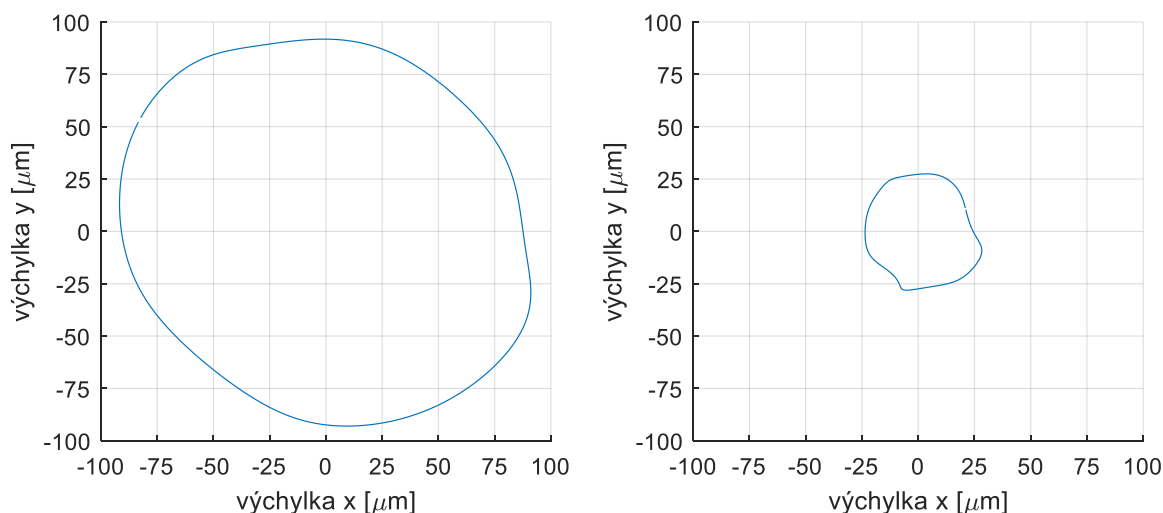
4.2.2 Vyrovnání a vyvážení rotoru

V první části kapitoly bylo uvedeno, že je rotor složen ze tří částí spojených přes přírubu šrouby. Během identifikačního experimentu bylo nezbytné zajistit, aby dominantní složka výchylky rotoru byla na buzené frekvenci precese. Osy rotace hliníkových čepů a prostřední ucpávkové části tak musely být nejpřesněji sestaveny, aby při rotaci rotoru uloženého v AML vznikaly v rovině ucpávek minimální synchronní vibrace vlivem nesouososti jednotlivých částí rotoru.

Po prvním sestavení rotoru a jeho uložení v AML jsem v rovině mezi ucpávkami umístil snímače polohy (obrázek 4-6), které tvořily ortogonální souřadný systém. Při jedné otáčce rotoru kolem jeho osy rotace byla měřená výchylka v AML v řádu jednotek mikrometrů, zatímco v rovině ucpávek desítky mikrometrů. Na základě této skutečnosti byla společnost Doosan Škoda Power vyzvána ke strojnímu vyrovnání rotoru. Z prostřední části rotoru tak byly odstraněny hrany vymezující vůle přírub hliníkových čepů, což umožnilo přesnější vyrovnání všech tří částí rotoru. Obrázek 4-7 zobrazuje porovnání orbit rotoru měřených v rovině mezi ucpávkami před a po vyrovnání. Zobrazená orbita odpovídá jednomu otočení rotoru kolem osy rotace. Maximální výchylka byla snížena téměř čtyřikrát.



Obrázek 4-6: Měření orbity rotoru v rovině ucpávek při ověření nesouososti rotoru



Obrázek 4-7: Orbíta rotoru během jedné otáčky měřená v rovině mezi ucpávkami před vyrovnáním (vlevo) a po vyrovnání rotoru (vpravo)

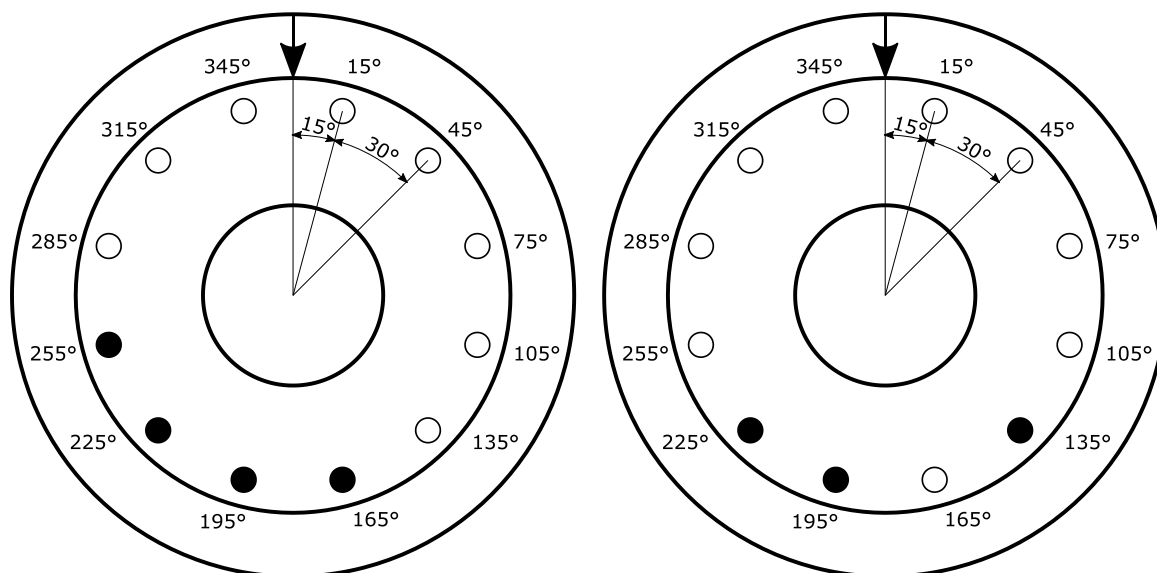
Dalším mým úkolem bylo vyvážit rotor tak, aby byli minimalizovány síly vznikající za rotace vlivem nevyváženosti rotoru. Tyto síly rostoucí s otáčkami vychylují rotor z osy rotace a způsobují tak jeho synchronní vibrace s otáčkami. Regulátor polohy rotoru v AML reaguje na synchronní vibrace rotoru navýšením akčního zásahu. To může vést až k saturaci proudu v cívkách elektromagnetů AML a vypadnutí rotoru z levitace.

Při prvních pokusech o roztáčení rotoru pomocí motoru nebylo možné dosáhnout požadovaných otáček právě kvůli nevyvážení rotoru a jeho vypadnutí z levitace vlivem saturace proudu. V řídicím algoritmu AML jsem tak implementoval aktivní kompenzaci synchronních vibrací rotoru. Přesto však nebylo možné dosáhnout požadovaných otáček kvůli saturaci proudu. Vzhledem k maximálnímu výkonu AML tak bylo nutné rotor dodatečně vyvážit, aby při použití aktivní kompenzace synchronních vibrací zbyla výkonová rezerva pro buzení asynchronních vibrací rotoru během identifikačního experimentu ucpávek.

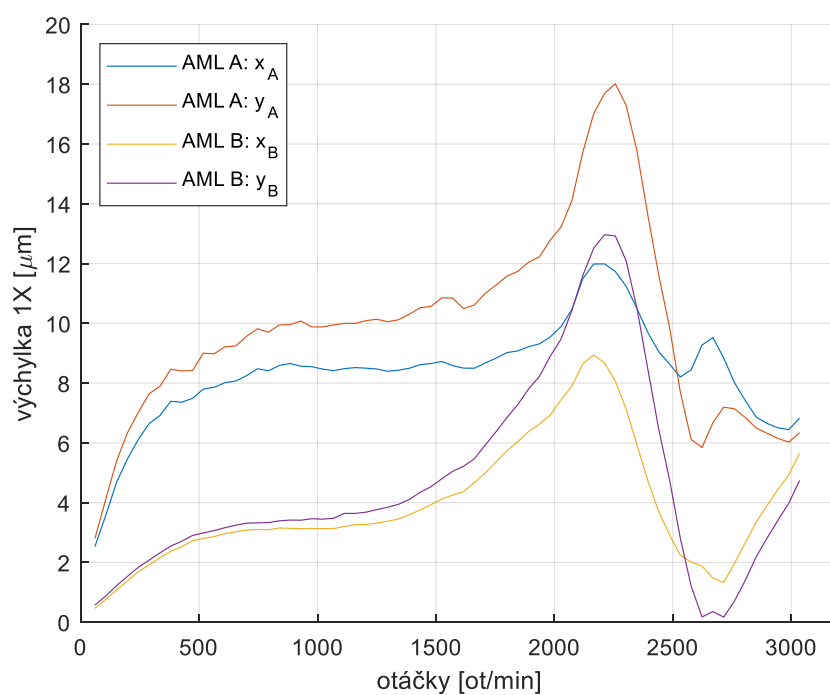
Rotor jsem vyvažoval ve dvou rovinách, kde jsou hliníkové čepy A a B přes přírubu připevněny pomocí dvanácti šroubů ke střední části (obrázek 4-5 i). Šrouby jsou ekvidistantně rozloženy po obvodu příruby (obrázek 4-8). Vyvažování jsem prováděl na základě měření fázoru otáčkové frekvence při postupném navyšování otáček rotoru. Při vyvažování jsem vhodné šrouby nahradil delšími nebo kratšími tak, abych dosáhl snížení amplitudy fázoru na otáčkové frekvenci. Tímto způsobem se mi podařilo rotor uspokojivě vyvážit. Závislost amplitudy fázoru otáčkové frekvence na otáčkách rotoru při najetí na 3000 *ot/min* v jednotlivých osách radiálních AML ukazuje obrázek 4-9. Tabulka 1 uvádí velikosti přidávaných hmotností a jejich obvodovou polohu ve stupních vzhledem k fázové značce rotoru.

příruba AML A	úhel (°)	165	195	225	255
	hmotnost (g)	3.7	0.8	3.7	0.8
příruba AML B	úhel (°)	135	195	225	-
	hmotnost (g)	4.5	3.7	3.7	-

Tabulka 1: Přidané vyvažovací hmotnosti k rotoru



Obrázek 4-8: Vyvažovací roviny rotoru, příruba A (vlevo), příruba B (vpravo)

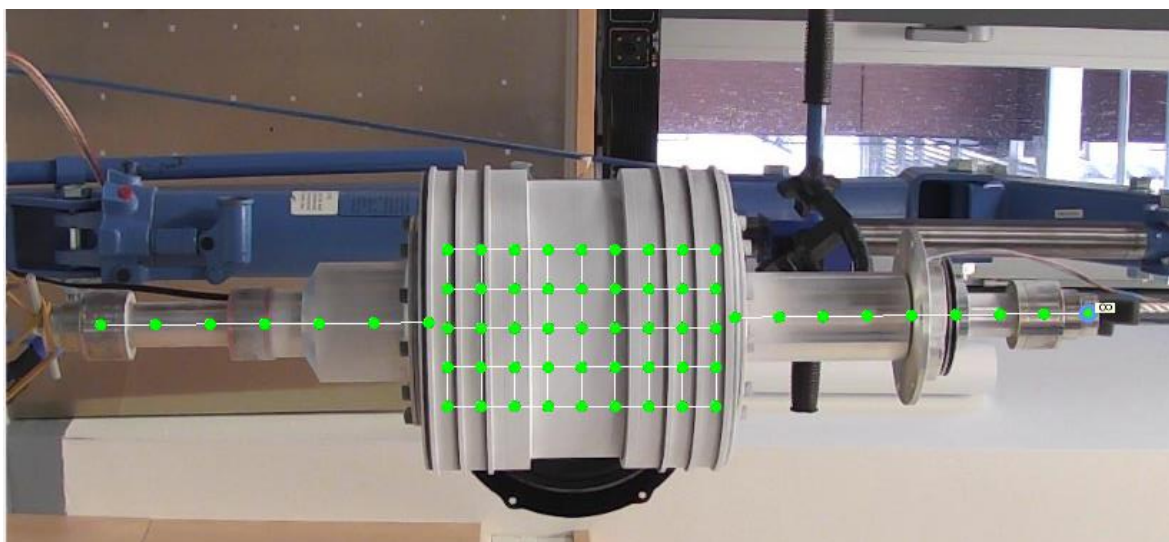


Obrázek 4-9 Průběh amplitudy fázoru otáčkové frekvence při zvyšování otáček

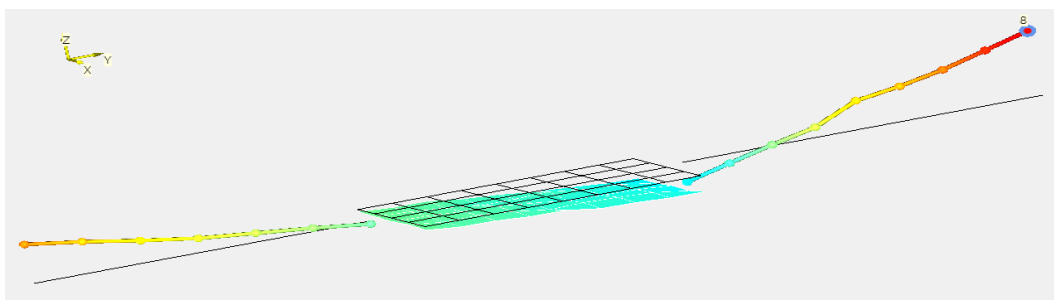
4.2.3 Experimentální modální analýza

Experimentální modální analýzu jsem provedl za účelem identifikace vlastních frekvencí rotoru, které je výhodné znát při návrhu regulátoru AML. Nejdříve byla provedena EMA pomocí laserového vibrometru s buzením pomocí reproduktoru. Pro ověření byla také provedena EMA pomocí modálního kladívka a akcelerometry.

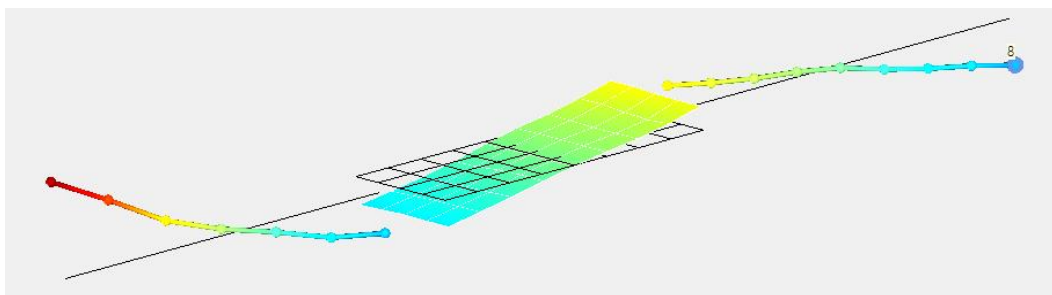
Modální analýzou s laserovým vibrometrem byly identifikovány vlastní frekvence a ohybové tvary rotoru. Při měření byl rotor zavěšen vertikálně, jak ukazuje obrázek 4-10. V řídicím softwaru laserového vibrometru byly navoleny snímané body, které jsou na obrázku vyznačeny zeleně. Buzení bylo realizováno pomocí reproduktoru připojeného ke generátoru bílého šumu. V softwaru laserového vibrometru byly určeny čtyři nejvýznamnější ohybové tvary rotoru na frekvencích 202 Hz, 356 Hz, 1241 Hz a 1303 Hz. Ohybové tvary jsou vizualizovány na obrázcích níže.



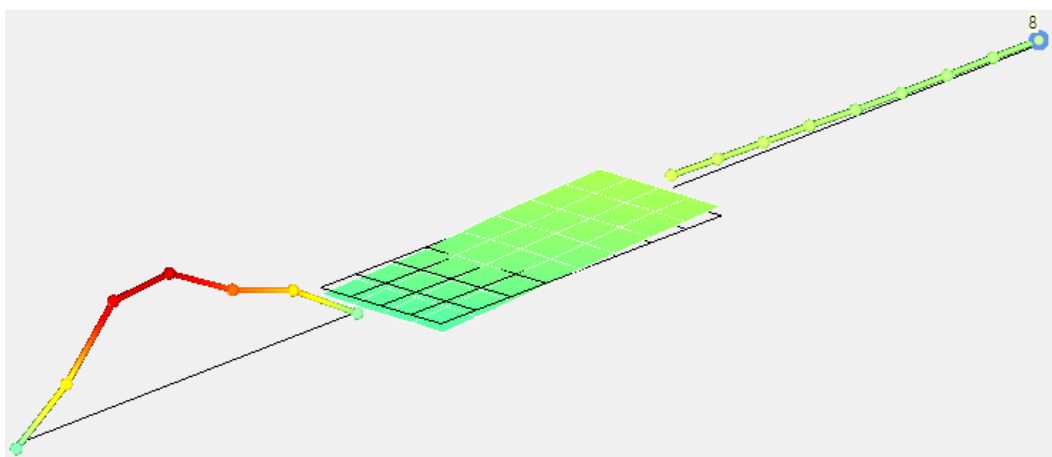
Obrázek 4-10: Vertikální zavěšení rotoru a snímané body při experimentální modální analýze s laserovým vibrometrem (obrázek pootočen o 90°)



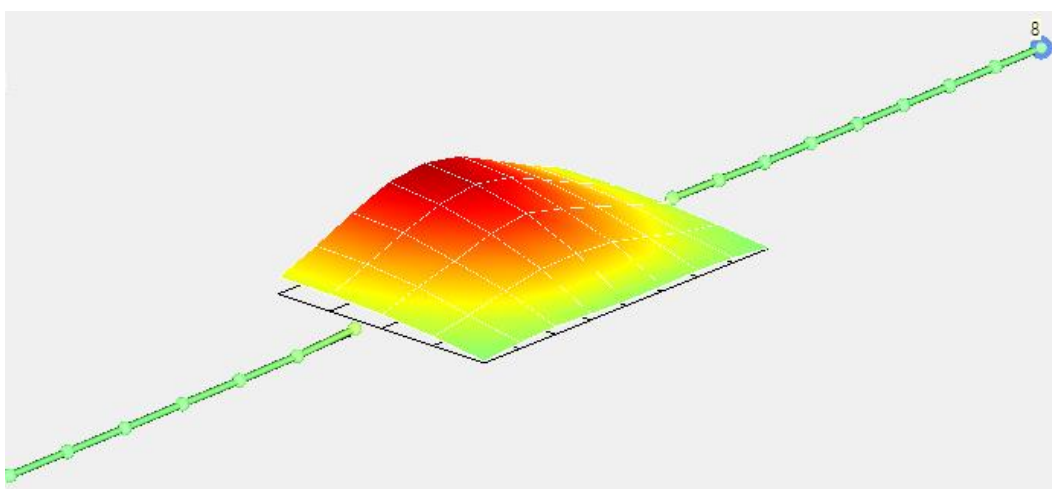
Obrázek 4-11: První ohybový tvar (202 Hz)



Obrázek 4-12: Druhý ohybový tvar (356 Hz)



Obrázek 4-13: Třetí ohybový tvar na přírubě s kotvou motoru (1241 Hz)



Obrázek 4-14: Čtvrtý ohybový tvar na ucpávkové části rotoru (1303 Hz)

Po úpravách konstrukce rotoru, které souvisely s vyrovnáním rotoru, byla provedena EMA s vybuzením pomocí rázového kladívka a měřením odezvy pomocí akcelerometrů, které byly na rotor připevněny pomocí vosku. Při měření byl rotor zavěšen v horizontální poloze, jak ukazuje obrázek 4-15.

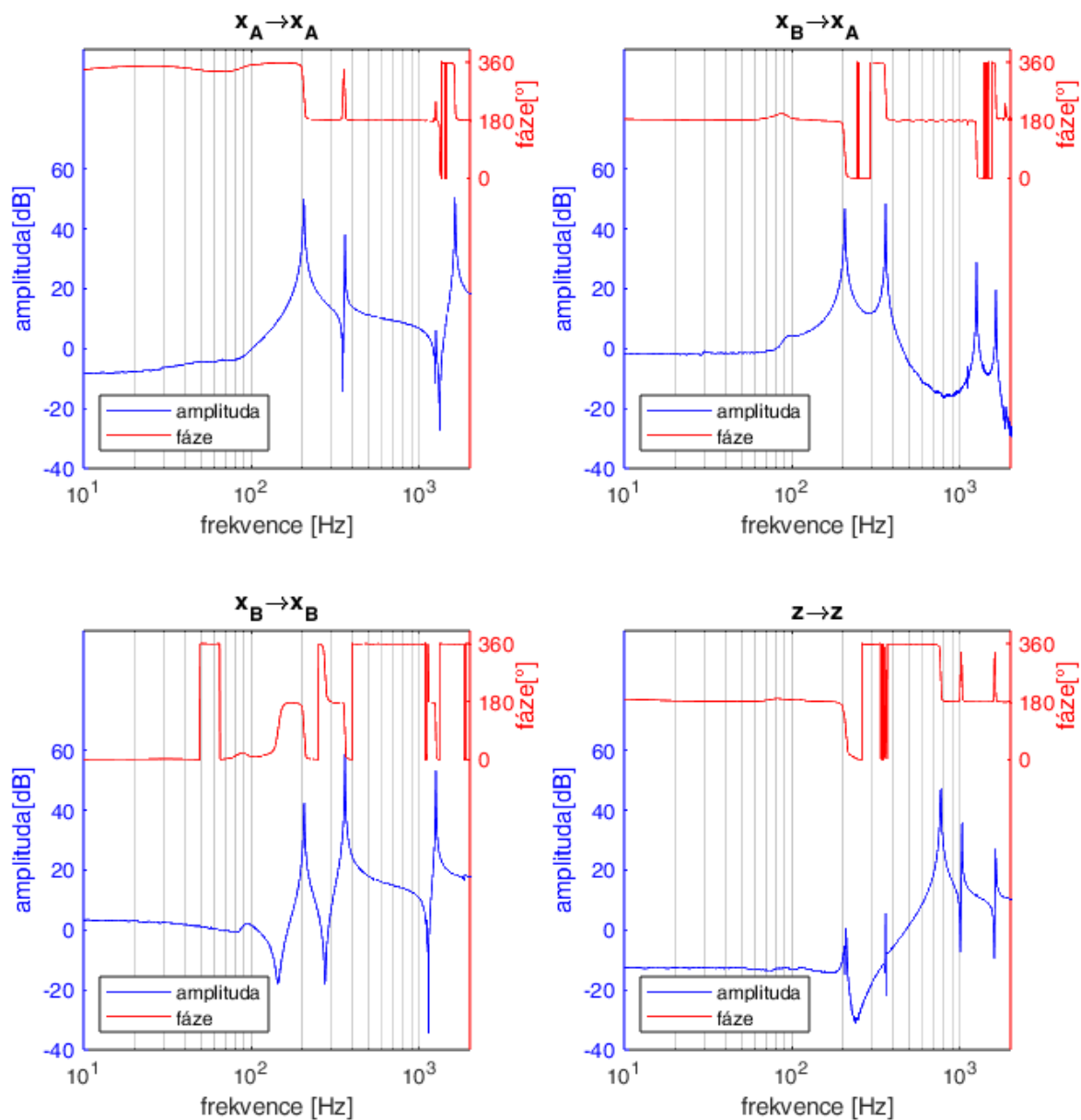
Magnetická ložiska při levitaci působí na rotor silou ve čtyřech radiálních a jednom axiálním směru. Stejně tak poloha rotoru je měřena ve čtyřech radiálních a jednom axiálním směru. Cílem experimentální modální analýzy bylo získat frekvenční charakteristiky rotoru mezi místy působení magnetické síly a místy měření výchylky rotoru. Tedy od nákrůžků, kde působí silou AML na rotor, k měřicím nákrůžkům, na kterých je měřena poloha rotoru pomocí snímačů v domečku AML. Takto se mi podařilo získat celou matici frekvenčních charakteristik. Vybrané amplitudové frekvenční charakteristiky zobrazuje obrázek 4-16.



Obrázek 4-15: Experimentální modální analýza s rázovým kladívkem

Zobrazené amplitudové frekvenční charakteristiky rotoru (obrázek 4-16) změřené při použití rázového kladívka a akcelerometrů potvrdily výstupy z experimentální modální analýzy pomocí laserového vibrometru. První tři vlastní módy byly identifikovány v obou případech s menší odchylkou. Čtvrtý ohybový tvar středního dílu rotoru na frekvenci 1303 Hz identifikovaný laserovým vibrometrem se při identifikaci s rázovým kladívkem vůbec neprojevil. To zřejmě souvisí se zvolenými místy pro buzení kladívkem a měření odezvy akcelerometry. Při měření s modálním kladívkem byly dále identifikovány módy rotoru v axiálním směru na frekvencích 770 Hz a 1028 Hz a jeden v příčném směru v blízkosti frekvence 1630 Hz.

Mezi prvním měřením pomocí laserového vibrometru a druhým měřením s rázovým kladívkem a akcelerometry byly na rotoru provedeny úpravy. Z prostřední části rotoru byly odstraněny hrany vymezení vůle přišroubovaných přírub čepů. Hmotnost rotoru tak byla snížena, což se projevilo na frekvenčních charakteristikách. Vlastní frekvence rotoru určené při experimentální modální analýze uvádí tabulka 2.



Obrázek 4-16: Vybrané frekvenční charakteristiky rotoru změřené při experimentální modální analýze s modálním kladívkem a akcelerometry

1	1. ohybový mód rotoru	206 Hz
2	2. ohybový mód rotoru	360 Hz
3	mód v axiálním směru	770 Hz
4	mód v axiálním směru	1028 Hz
5	mód příruby s kotvou motoru	1252 Hz
6	mód střední části rotoru	1303 Hz
7	mód rotoru	1628 Hz

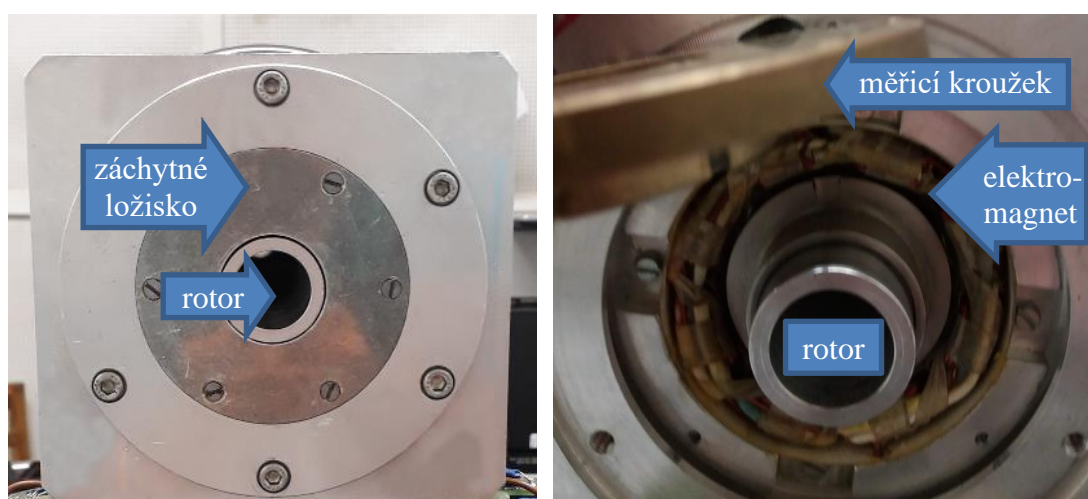
Tabulka 2: Vlastní frekvence rotoru identifikované při experimentální modální analýze

4.3 Magnetická ložiska

Použitá AML byla původně součástí systému miniVS od firmy MECOS Traxler AG, který byl dříve používán pro výukové účely. Jsou použita dvě standardní osmi-pólová radiální AML (obrázek 4-17), která jsou uložena v ložiskovém domečku (obrázek 4-18) tak, že mají souřadný systémem pootočen o 45° oproti globálnímu kartézskému souřadnému systému. Součástí domečku radiálních AML jsou záchytná valivá ložiska, která rotor podpírají, když není v levitaci a zabraňují poškození pólů elektromagnetů. Dále je použito jedno axiální AML. Tabulka 3 uvádí výrobní parametry použitých AML a zesilovačů pro jejich napájení. Konstrukce a princip AML je vysvětlen v příloze B.



Obrázek 4-17: Osmi-pólové radiální ložisko od firmy MECOS AG



Obrázek 4-18: vlevo – domeček radiálního AML se záchytným ložiskem, vpravo – rotor mezi elektromagnety po demontáži záchytného ložiska a kroužku se snímači polohy

Radiální ložisko	Maximální proud	6	A
	Maximální zátěž (dle řízení)	100	N
	Maximální síla	120	N
	Počet závitů cívek	50	-
	Indukce vinutí cívek	3	mH
	Odpor vinutí cívek	0.3	Ohm
	Nominální vzduchová mezera	0.4	mm
	Vůle záchytných ložisek	0.25	mm
	Plocha pólů	9 x 20	mm ²
	$k_i(i_0 = 2; 3; 4 A)$	27; 40; 54	N/A
	$k_s(i_0 = 2; 3; 4 A)$	123; 279; 497	N/mm
Axiální ložisko	Maximální proud	6	A
	Maximální zátěž (dle řízení)	100	N
	Maximální síla	135	N
	Indukce vinutí cívek	5.8	mH
	Odpor vinutí cívek	1.6	Ohm
	$k_i(i_0 = 2; 3; 4 A)$	30; 45; 60	N/A
	$k_s(i_0 = 2; 3; 4 A)$	86; 194; 345	N/mm
Zesilovač (PWM)	Maximální proud	6	A
	Maximální napětí	48	V
	Modulační frekvence	78.125	kHz
Snímače polohy (Vířivé proudy)	Citlivost	40	V/mm
	Rozlišení	200	nm
	Měřicí rozsah	0.05-1	mm
	Linearita	<10	%
	Měřicí frekvence	312.5	kHz
	Anti-aliasing filtr (dolní propust 2. řádu)	3	kHz

Tabulka 3: Parametry aktivních magnetických ložisek udávané výrobcem

4.3.1 Výkonové omezení AML

Model magnetického ložiska (11.8) nepředpokládá žádná omezení, avšak ve skutečnosti je výkon zesilovače omezený maximálním proudem I_{max} a napětím zdroje U_{max} . Od určité hodnoty magnetické indukce B_{sat} , respektive hodnoty proudu v cívkách elektromagnetu I_{sat} dojde k nasycení materiálu a saturaci magnetické síly. Pro maximální proud zesilovače obvykle platí $I_{max} < I_{sat}$. Hodnota předmagnetizačního proudu i_0 se běžně nastavuje na polovinu rozsahu I_{max} , aby byl k dispozici co největší rozsah pro řídicí proud i_c respektive magnetickou sílu (Maslen, 2009).

Základním prvkem elektromagnetu je cívka navinutá na jádře, která má odpor R , indukci L a při změnách proudu dochází na cívkách k indukci napětí. Elektromagnet AML tak představuje R-L obvod, který lze popsat vztahem (4.1), kde $i(t)$ je proud v cívkách a $u(t)$ je napětí na svorkách cívky.

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) \quad (4.1)$$

Pro harmonický průběh proudu o frekvenci ω musí mít napětí také harmonický průběh a pro amplitudy platí vztah (4.2).

$$|u| = |i| \cdot \sqrt{(L\omega)^2 + R^2} \leq U_{\max} \quad (4.2)$$

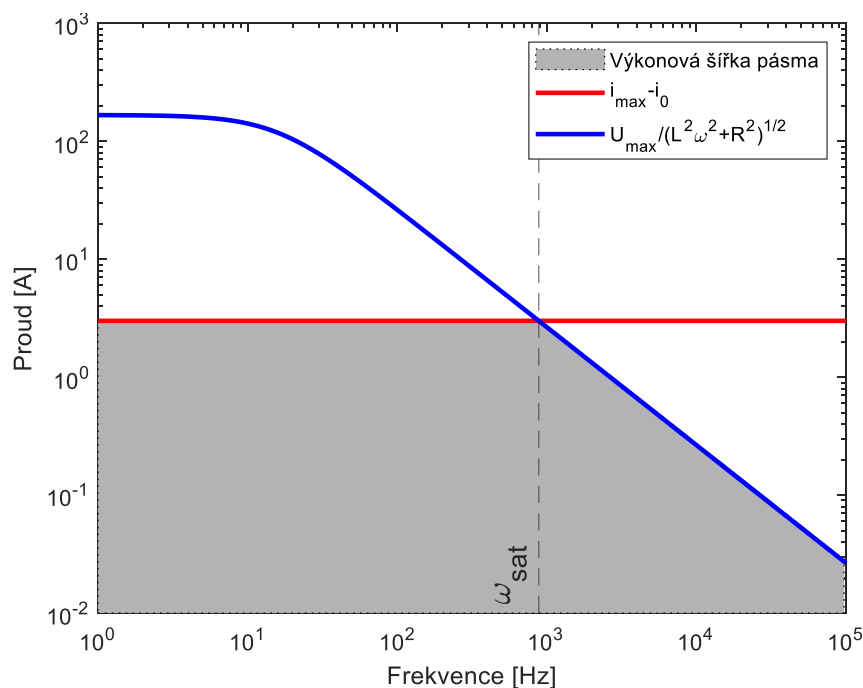
Ze vztahu (4.2) plyne omezení (4.3) na maximální amplitudu řídicího proudu i_c v závislosti na frekvenci ω .

$$i_{\max} - i_0 \geq |i_c| \leq \frac{U_{\max}}{\sqrt{(L\omega)^2 + R^2}} \quad (4.3)$$

Ze vztahu (4.3) lze pak vyjádřit výkonovou šířku pásma ω_{sat} .

$$\omega_{sat} = \sqrt{\frac{\left(\frac{U_{\max}}{i_{\max} - i_0}\right)^2 - R^2}{L^2}} \quad (4.4)$$

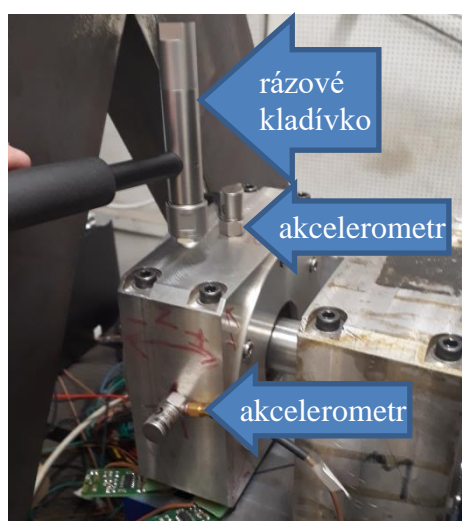
Výše uvedené vztahy platí pouze pro malou výchylku z nominální polohy. Obrázek 4-19 ukazuje výkonovou šířku pásma pro použité radiální ložisko, která odpovídá průniku ploch pod křivkami. Po dosazení jmenovitých hodnot AML (tabulka 3) pro předmagnetizační proud $i_0 = 3A$ do vztahu (4.4) je šířka výkonového pásma radiálního AML rovna cca 900 Hz a axiálního AML cca 500 Hz.



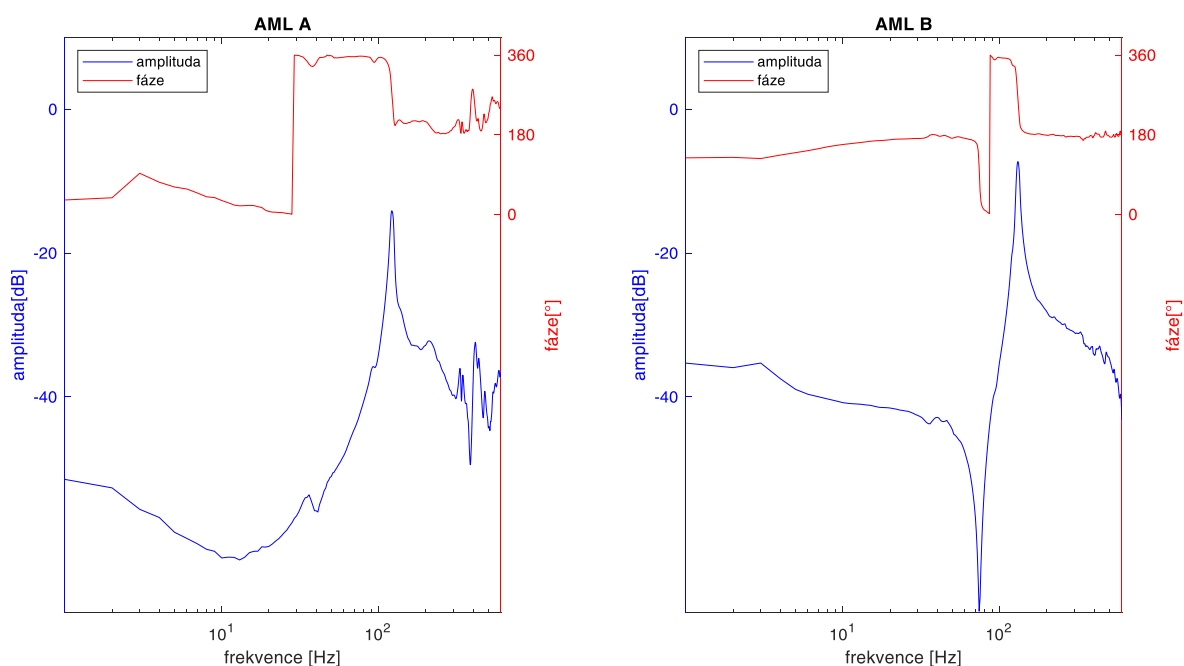
Obrázek 4-19: Výkonová šířka pásma pro použité radiální ložisko pro předmagnetizační proud 3 A

4.3.2 Frekvenční charakteristika domečků AML

Při měření frekvenční charakteristiky systému AML – rotor v rámci návrhu řízení AML (kapitola 0) se ve frekvenčních spektrech objevoval vlastní mód v blízkosti frekvence 130 Hz, který nebylo možné přiřadit k žádné vlastní frekvenci rotoru. Provedl jsem tedy měření frekvenční charakteristiky ustaveného domečků AML. Na domeček AML jsem připevnil akcelerometry ve vertikálním a horizontálním směru a pomocí rázového kladívka jsem budil domeček AML při levitaci rotoru (obrázek 4-20). To jsem provedl pro obě radiální ložiska A, B. Obrázek 4-21 ukazuje změřená frekvenční spektra, ve kterých je patrná špička u AML A na frekvenci 131 Hz a pro AML B na frekvenci 123 Hz.



Obrázek 4-20: Měření frekvenční charakteristiky domečku radiálního domečku AML



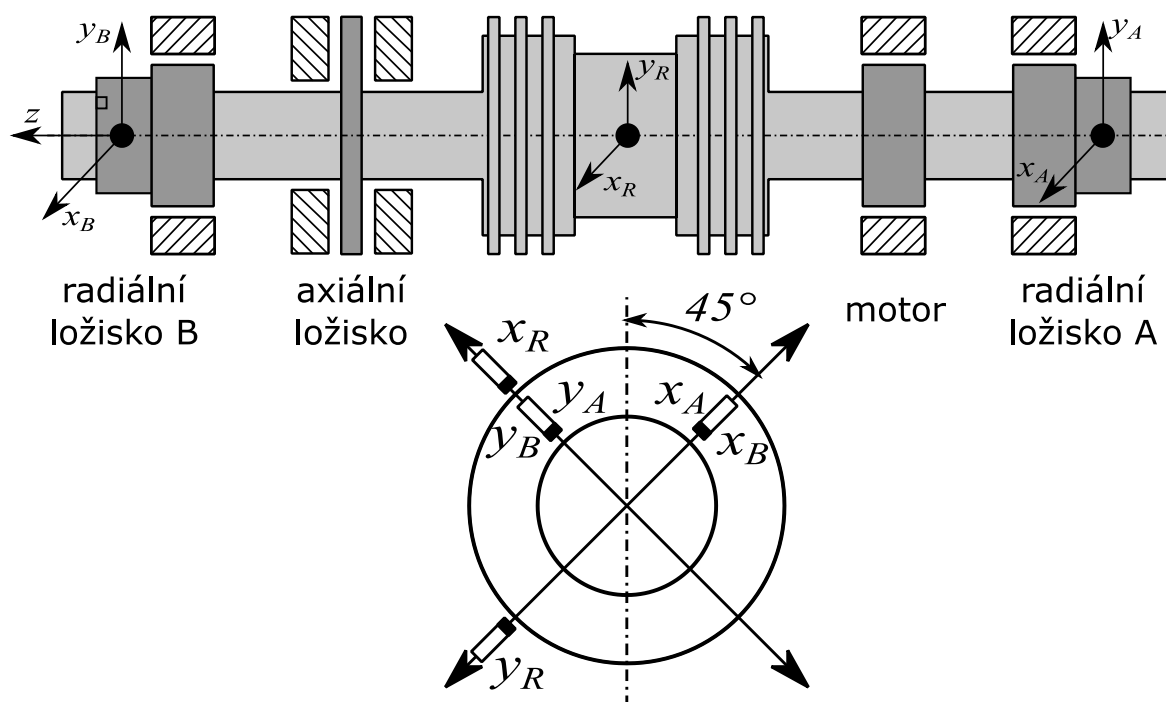
Obrázek 4-21 Amplitudová a frekvenční charakteristika domečků AML

4.4 Snímače polohy rotoru

Poloha rotoru v příčném směru je měřena v domečkách radiálních AML a ve středu statoru v rovině mezi ucpávkami. V radiálním AML A je výchylka rotoru měřena v pravoúhlém souřadném systému (x_A, y_A) a v AML B v pravoúhlém souřadném systému (x_B, y_B) . V domečku radiálního AML A je dále měřena poloha rotoru v axiální ose z . V domečku radiálního AML B je měřena fázová značka pro určení otáček rotoru. Je předpokládáno ustavení radiálních AML A, B tak, že jsou jejich souřadné systémy příčné polohy rotoru ideálně zarovnané.

Výchylka rotoru v příčném směru v rovině mezi ucpávkami je měřena dvěma snímači vířivých proudů, které jsou nainstalovány uvnitř statoru a tvoří pravoúhlý souřadný systém (x_R, y_R) . Souřadný systém (x_R, y_R) je vůči souřadným systémům (x_A, y_A) a (x_B, y_B) pootočen o 90° . Umístění souřadných systémů snímačů a jejich vzájemnou orientaci ilustruje obrázek 4-22.

Citlivost snímačů vířivých proudů uváděná výrobcem je definovaná pro jiné materiály, než ze kterých je vyroben rotor. Proto jsem provedl jejich kalibraci. V následujícím textu je nejdříve popsán postup kalibrace snímačů polohy rotoru v příčném směru, které jsou umístěny v domečkách AML. K jejich kalibraci jsem použil referenční digitální úchylkoměr. Kalibraci snímačů v rovině ucpávek jsem pak provedl pomocí řízeného příčného kmitání nerotujícího rotoru v již kalibrovaných souřadnicích AML.

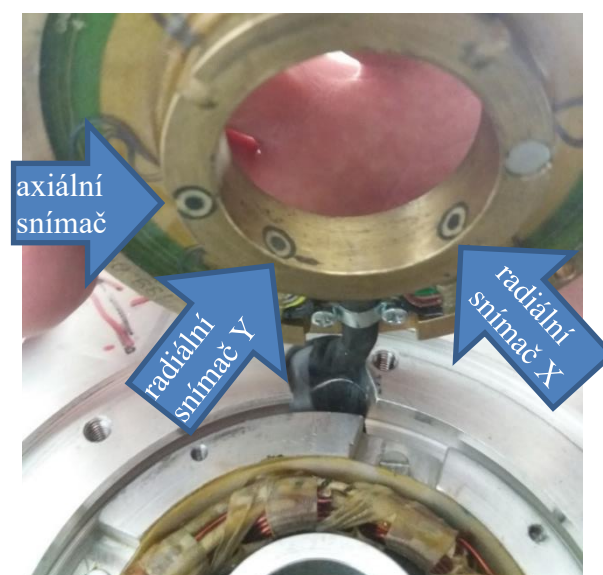


Obrázek 4-22: Umístění a vzájemná orientace snímačů polohy rotoru v příčném směru

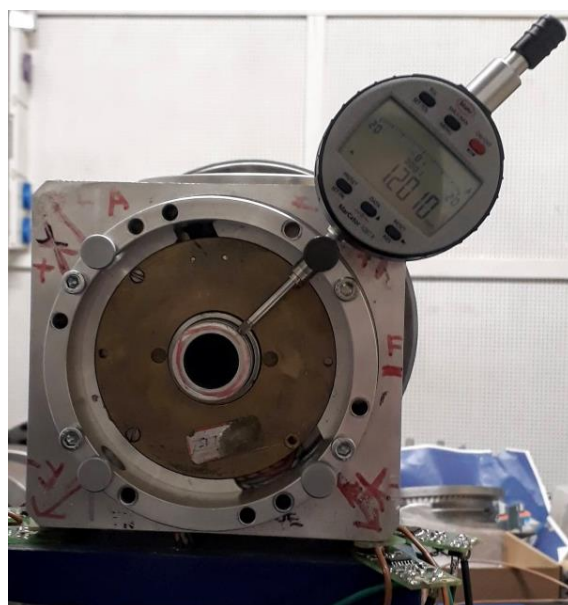
4.4.1 Kalibrace snímačů polohy rotoru v radiálních AML

Poloha rotoru je měřena v domečcích pomocí diferenčních snímačů vířivých proudů umístěných na kroužku, který se nachází v těsné blízkosti elektromagnetů, jak ukazuje obrázek 4-23. Poloha rotoru v příčném směru je měřena v AML A v pravoúhlém souřadném systému (x_A, y_A) a v AML B v pravoúhlém souřadném systému (x_B, y_B). Souřadné systémy jsou pootočené o 45° oproti vertikálnímu směru.

Kalibraci snímačů jsem provedl pomocí digitálního úchylkoměru s přesností $\pm 0.5 \mu m$. Úchylkoměr jsem připevnil pomocí přípravku na místo záchytného ložiska tak, aby úhel natočení byl 45° a úchylkoměr měřil ve směru osy AML (obrázek 4-24).



Obrázek 4-23: Snímače polohy rotoru v domečku radiálního AML



Obrázek 4-24: Instalace úchylkoměru při kalibraci snímačů polohy AML

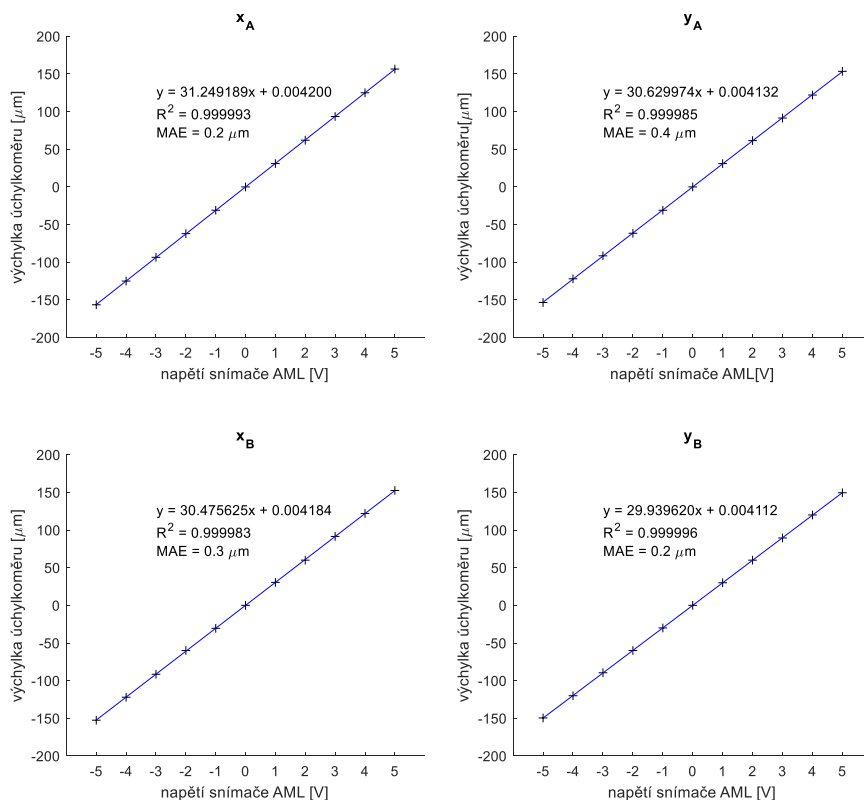
Rovnice (4.5) popisuje vztah mezi skutečnou výchylkou Δx a měřenou výchylkou $\Delta \hat{x}$. Chyba měření je způsobena odchýlením měřicí osy úchylkoměru od osy snímače v AML o úhel δ . Pokud by odchylka úhlu při umístění snímače byla 5° , tak by při skutečné výchylce $100 \mu m$ byla na úchylkoměru naměřena hodnota $100.38 \mu m$, což je pro použitý úchylkoměr nedetekovatelná chyba.

$$\Delta x = \Delta \hat{x} \cdot \cos(\delta) \quad (4.5)$$

Popsaný postup kalibrace jsem provedl pro všechny čtyři osy radiálních AML x_A , y_A , x_B , y_B . Obrázek 4-25 zobrazuje kalibrační data proložená přímkou. Snímače se vyznačují vysokou linearitou, což potvrzuje koeficient determinace R^2 a střední absolutní chyba. Tabulka 4 uvádí vypočtené citlivosti snímačů, které jsou v rozmezí 29.9 až 31.2 [$\mu m/V$]. Hodnota uváděná výrobcem pro původní rotor je 25 [$\mu m/V$].

Osa AML	Citlivost [$\mu m/V$]	střední absolutní chyba [μm]
x_A	31.2	0.2
y_A	30.6	0.4
x_B	30.4	0.3
y_B	29.9	0.2

Tabulka 4: Výsledky kalibrace snímačů polohy rotoru v příčném směru v AML



Obrázek 4-25: Kalibrační křivky snímačů polohy v radiálních osách AML

4.4.2 Kalibrace snímačů polohy rotoru v rovině ucpávek

Souřadný pravoúhlý systém (x_R, y_R) v rovině mezi ucpávkami je vůči souřadným pravoúhlým systémům AML (x_A, y_A) a (x_B, y_B) pootočen o 90° . Umístění souřadných systémů snímačů a jejich vzájemnou polohu ilustruje obrázek 4-22.

Předpokládejme, že rotor provádí cylindrický pohyb, kdy platí pro měřené signály polohy rotoru rovnosti $y(t) = y_A(t) = y_B(t)$, $x(t) = x_A(t) = x_B(t)$. Ze vzájemné orientace souřadných systémů pak vyplývají rovnosti $x_R(t) = y(t)$ a $y_R(t) = -x(t)$. Postup kalibrace snímače polohy umístěného v ose x_R je uveden níže. Postup kalibrace snímače v ose y_R je obdobný.

- V řídicím systému AML je nastaven stejný harmonický průběh kmitání rotoru v AML A, B tak, aby rotor bez rotace prováděl cylindrický pohyb po úsečce okolo středu souřadných systémů AML (x_A, y_A) a (x_B, y_B) libovolnou úhlovou rychlostí ω . Tedy $x(t) = x_A(t) = x_B(t) = 0$, $y(t) = y_A(t) = y_B(t) = A_m \sin(\omega t)$. Amplituda A_m je v řídicím systému zadávána v metrech.
- Změřený harmonický signál snímače $x_R(t)$ je proložen funkcí sinus ve smyslu nejmenších čtverců (příloha E) a je určena jeho amplituda A_{xR} ve voltech.
- Citlivost snímače v ose x_R je pak určena jako absolutní hodnota z poměru amplitud A_m a A_{xR} , tedy $c_{xR} = \left| \frac{A_m}{A_{xR}} \right|$.

Popsaný postup kalibrace jsem provedl pro oba snímače souřadného systému (x_R, y_R) pro několik různých amplitud harmonického kmitání rotoru. Hodnoty amplitud měřených signálů a vypočtené citlivosti snímačů uvádí tabulka 5.

Amplituda	Kalibrace x_R			Kalibrace y_R		
	Referenční (A_m)	Snímač (A_{xR})	Citlivost (c_{xR})	Řízení (A_m)	Snímač (A_{yR})	Citlivost (c_{yR})
Jednotka	$[\mu m]$	$[V]$	$[\mu m/V]$	$[\mu m]$	$[V]$	$[\mu m/V]$
	23.97	0.31	77.6	23.82	0.35	68.8
	48.02	0.62	77.0	47.52	0.70	68.4
	71.76	0.94	76.7	71.5	1.05	68.3
	95.59	1.25	76.6	95.29	1.40	68.2
	119.10	1.56	76.5	119.47	1.76	68.0
	142.93	1.87	76.4	142.96	2.10	68.1
	Průměr c_{xR}		76.8	Průměr c_{yR}		68.3

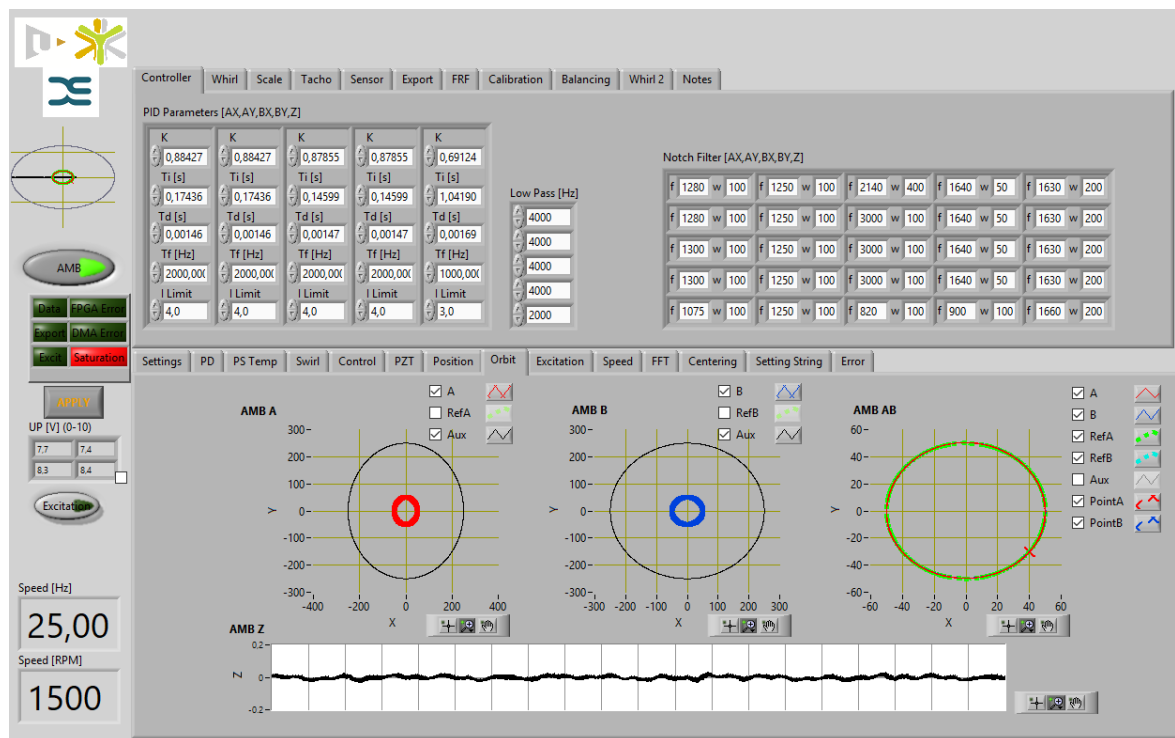
Tabulka 5: Citlivostí snímačů polohy rotoru v rovině mezi ucpávkami

4.5 Měřicí a řídicí systém

Původní řídicí systém AML jsem musel nahradit novým zařízením, který umožňoval implementaci řídicího algoritmu magnetických ložisek a zároveň měření a export požadovaných signálů. Nový řídicí a měřicí systém jsem realizoval na ústředně NI CompactRIO 9182 od firmy National Instruments, která byla osazena vstupními a výstupními kartami. V nové ústředně se nachází systém reálného času a hradlové pole. Součástí platformy je grafický programovací jazyk LabVIEW, ve kterém jsem provedl implementaci softwaru.

Řídicí a měřicí algoritmus ložisek byl implementován na hradlovém poli, kde byly načítány a zpracovávány signály ze vstupních karet. Výstupy řídicího algoritmu (kapitola 0) byly přivedeny na výstupní kartu, která byla připojena k zesilovačům napájejících AML. Měřicí a řídicí algoritmus na hradlovém poli pracoval na vzorkovací frekvenci 12,5 kHz.

Procesní data byla z hradlového pole posílána do systému reálného času, kde jsem implementoval uživatelský program, který umožnil ovládání procesu a také zpracování, vizualizaci a export změřených dat.



Obrázek 26: Uživatelské rozhraní pro ovládání experimentu

5 Řízení AML

Zpětnovazební řízení je nezbytnou součástí systému AML, protože magnetická levitace je přirozeně nestabilní. V případě experimentální identifikace ucpávek musí řídicí systém kromě udržování magnetické levitace také generovat požadované rotorové vibrace. Realizaci řízení jsem tak rozdělil na dvě části:

- stabilizace levitujícího rotoru,
- buzení a kompenzace vibrací rotoru.

Pro pochopení chování systému AML-rotor a následný návrh regulátoru AML je výhodné mít k dispozici parametrický model systému. Při detailní znalosti všech částí a parametrů systému by bylo možné určit matematický model analyticky na základě fyzikálních znalostí. Vzhledem ke složité konstrukci rotoru a chybějícím údajům o elektronice jsem se rozhodl pro experimentální měření a identifikaci frekvenční charakteristiky systému a následnému odhadu parametrického modelu.

Rotor uložený ve dvou radiálních a jednom axiálním AML je obecně nelineární systém s pěti vstupy a pěti výstupy, jedná se tedy o 5 x 5 MIMO systém. V praxi lze běžně vazbu mezi axiálním a radiálními ložisky zanedbat. Při zanedbání gyroskopického efektu, lze dále vynechat vazbu mezi podélnými rovinami x a y (kapitola 3.3.3). Měření frekvenční charakteristiky jsem prováděl s rotorem levitujícím v nominální středové poloze a bez rotace. Celkově jsem provedl tři měření:

- měření v rovině x (2 x 2 MIMO),
- měření v rovině y (2 x 2 MIMO),
- měření v ose z (SISO).

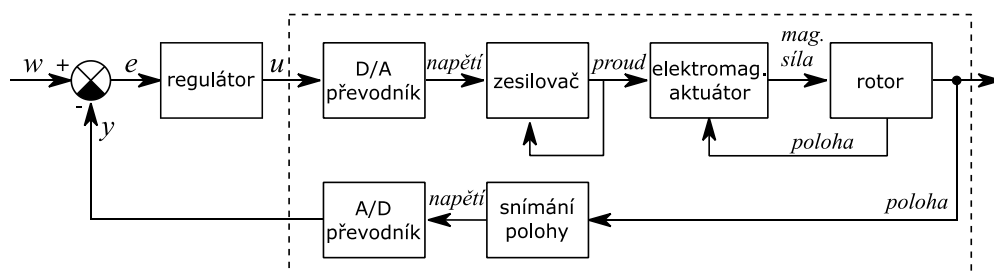
Při odhadu modelu systému ze změřených frekvenčních charakteristik jsem se rozhodl křížové vazby v rovinách x a y zanedbat a jednotlivé osy ložisek dále řešit samostatně jako izolované SISO systémy. Tento přístup je běžný (Maslen, 2009), zcela legitimní a pro návrh řízení pro potřeby experimentu dostačující. Pro změřené frekvenční charakteristiky v jednotlivých osách AML jsem následně provedl odhad parametrických modelů ve formě stavového popisu. Modely jsem pak použil při návrhu PID regulátorů jednotlivých os AML. Vlastnosti řízeného systému jsou následně zhodnoceny podle změřených frekvenčních charakteristik.

Druhá část řízení AML se zabývá buzením a kompenzací vibrací rotoru tak, aby se rotor kmital po trajektorii co nejpodobnější požadovanému tvaru orbity. K tomu jsem použil přístup založený na zobecněném notch filtru (v anglické literatuře nazývaný generalized notch filter, GNF) (Herzog, 1996), který jsem implementoval v řídicím algoritmu AML. GNF jsem použil ke kompenzaci synchronních vibrací a generování asynchronních vibrací rotoru.

5.1 Měření frekvenční charakteristiky

Mechatronický systém AML-rotor je při levitaci přirozeně nestabilní, a tak nelze provést identifikaci systému v otevřené smyčce. Je nezbytné zapojit zpětnovazební řízení s regulátorem, který levitující rotor stabilizuje v nominální poloze. Schéma zpětnovazebního řízení systému AML-rotor zobrazuje obrázek 5-1. Řízený identifikovaný systém v sobě zahrnuje rotor, AML, zesilovače, snímače polohy, A/D a D/A převodníky.

K identifikaci obecných systémů v uzavřené smyčce lze přistupovat různými způsoby, které jsou detailně popsány například v publikacích (Söderstrom, 1989), (Ljung, 1999), (Forssell, 1999). Identifikaci systému AML-rotor se detailně zabývají například publikace (Gahler, 1998), (Maslen, 2009), (Hynynen, 2010), (Khader, 2014).



Obrázek 5-1: Blokové schéma systému levitace rotoru v AML

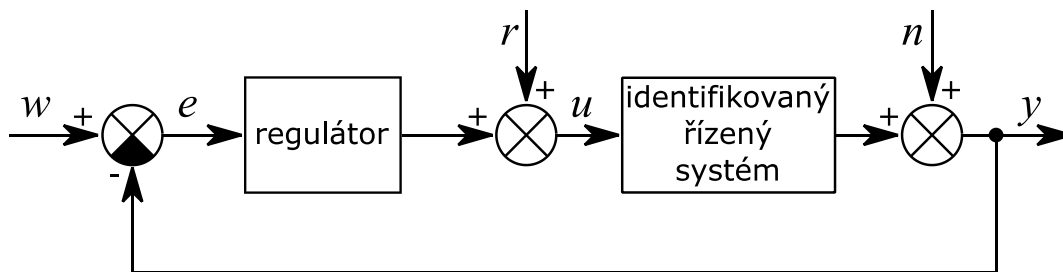
Na základě SISO modelu (3.54) a nominálních parametrů AML (tabulka 3), jsem navrhl a použil PID regulátory pro řízení jednotlivých os AML (x_A , y_A , x_B , y_B , z). Regulátory jsem doplnil o dolní propust pro potlačení šumu a pásmové zadržky s nastavenou mezní frekvencí v blízkosti identifikovaných vlastních frekvencí rotoru (tabulka 2), které se nachází mimo frekvenční výkonové pásmo aktuátoru. Parametry regulátorů a kompenzátorů jsem následně doladil experimentálně (tabulka 6).

AML	Radiální	Axiální
Vzorkovací frekvence	12500 Hz	
Proporční zesílení k_p	0.4	
Integrační časová konstanta T_i	1 s	
Derivační časová konstanta T_d	0.0025 s	
Filtrace derivace (mezní frekvence) $1/(2 \cdot \pi \cdot T_f)$	2000 Hz	1500 Hz
Dolní propust	4000 Hz	4000 Hz
Pásmová zadrž 1	820 Hz	
Pásmová zadrž 2	1075 Hz	
Pásmová zadrž 3	1250 Hz	
Pásmová zadrž 4	1280 Hz	
Pásmová zadrž 5	1640 Hz	

Tabulka 6: Parametry regulátoru při identifikaci systému

Při experimentálním měření frekvenční charakteristiky musí být systém vybuzen v požadovaném frekvenčním pásmu s takovou amplitudou na výstupu systému, aby byl dobrý poměr užitečného signálu k šumu. V případě AML dále musí být maximální výchylka rotoru z nominální polohy taková, aby platil linearizovaný model (11.9). Je také vhodné nastavit snížit tuhost uložení rotoru v AML tak, aby došlo k vybuzení všech módů systému v požadovaném frekvenčním pásmu (Maslen, 2009).

Zpětnovazební smyčka (obrázek 5-2) je tak doplněna a budicí signál r , který je přičítán k výstupu z regulátoru a tvoří tak signál u vstupující do systému. Na měřený výstup systému y působí šum měření n , s předpokládanou nulovou střední hodnotou. Požadovaná poloha rotoru je nominální, tedy $w = 0$. Během experimentu s levitujícím rotorem bez rotace je zaznamenáván řídicí signál u vstupující do AML a výstupní signál polohy rotoru y ve všech osách AML x_A, x_B, y_A, y_B, z .



Obrázek 5-2: Identifikační schéma systému v uzavřené smyčce (Ljung, 1999)

Frekvenční charakteristika $\hat{\mathbf{G}}(\omega)$ obecného systému odpovídá podílu matic frekvenčních obrazů výstupů a vstupů systému (5.1).

$$\hat{\mathbf{G}}(\omega) = \frac{\mathbf{Y}(\omega)}{\mathbf{U}(\omega)} \quad (5.1)$$

Matice frekvenčních obrazů vstupů $\mathbf{U}(\omega)$, výstupů $\mathbf{Y}(\omega)$ a buzení $\mathbf{R}(\omega)$ jsou definovány vztahy (5.2), (5.3), (5.4). Dolní index frekvenčního obrazu označuje vstup ($1, \dots, N_u$) respektive výstup ($1, \dots, N_y$) systému a horní index nezávislý experiment ($1, \dots, N_e$). Sloupce matic tak obsahují frekvenční obrazy z jednoho experimentu. Matice $\mathbf{U}(\omega)$ (5.2) musí být invertovatelná, proto musí být provedeno tolik nezávislých experimentů N_e s rozdílným buzením, kolik je vstupů systému N_u . Hodnota N_y označuje počet výstupů systému.

$$\mathbf{U}(\omega) = \begin{bmatrix} U_1^{(1)}(\omega) & U_1^{(2)}(\omega) & \cdots & U_1^{N_e}(\omega) \\ U_2^{(1)}(\omega) & U_2^{(2)}(\omega) & \cdots & U_2^{N_e}(\omega) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ U_{N_u}^{(1)}(\omega) & U_{N_u}^{(2)}(\omega) & \cdots & U_{N_u}^{N_e}(\omega) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\mathbf{Y}(\omega) = \begin{bmatrix} Y_1^{(1)}(\omega) & Y_1^{(2)}(\omega) & \cdots & Y_1^{Ne}(\omega) \\ Y_2^{(1)}(\omega) & Y_2^{(2)}(\omega) & \cdots & Y_2^{Ne}(\omega) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{Ny}^{(1)}(\omega) & Y_{Ny}^{(2)}(\omega) & \cdots & Y_{Ny}^{Ne}(\omega) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\mathbf{R}(\omega) = \begin{bmatrix} R_1^{(1)}(\omega) & R_1^{(2)}(\omega) & \cdots & R_1^{Ne}(\omega) \\ R_2^{(1)}(\omega) & R_2^{(2)}(\omega) & \cdots & R_2^{Ne}(\omega) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_{Nu}^{(1)}(\omega) & R_{Nu}^{(2)}(\omega) & \cdots & R_{Nu}^{Ne}(\omega) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Frekvenční charakteristika vypočtená z měřených dat podle (5.1) poskytuje dobré výsledky, pouze pokud v systému není přítomný šum. V praxi je tak obvykle provedeno vícenásobné opakování experimentu a je použita vhodná metoda průměrování. Při měření frekvenční charakteristiky otevřeného systému ve zpětnovazební smyčce je navíc vstup systému korelovaný s šumem na výstupu, což může vést k chybně určené frekvenční charakteristice. Při provedení N_o opakování měření, lze pro zpřesnění výpočtu frekvenční charakteristiky použít tzn. vstupně-výstupní přístup (Joint Input-Output) (5.5), kterým lze vliv výstupního šumu potlačit (Ljung, 1999).

$$\hat{\mathbf{G}}(\omega) = \frac{\sum_{i=1}^{N_o} \mathbf{Y}_i(\omega) \mathbf{R}_i^H(\omega)}{\sum_{i=1}^{N_o} \mathbf{U}_i(\omega) \mathbf{R}_i^H(\omega)} \quad (5.5)$$

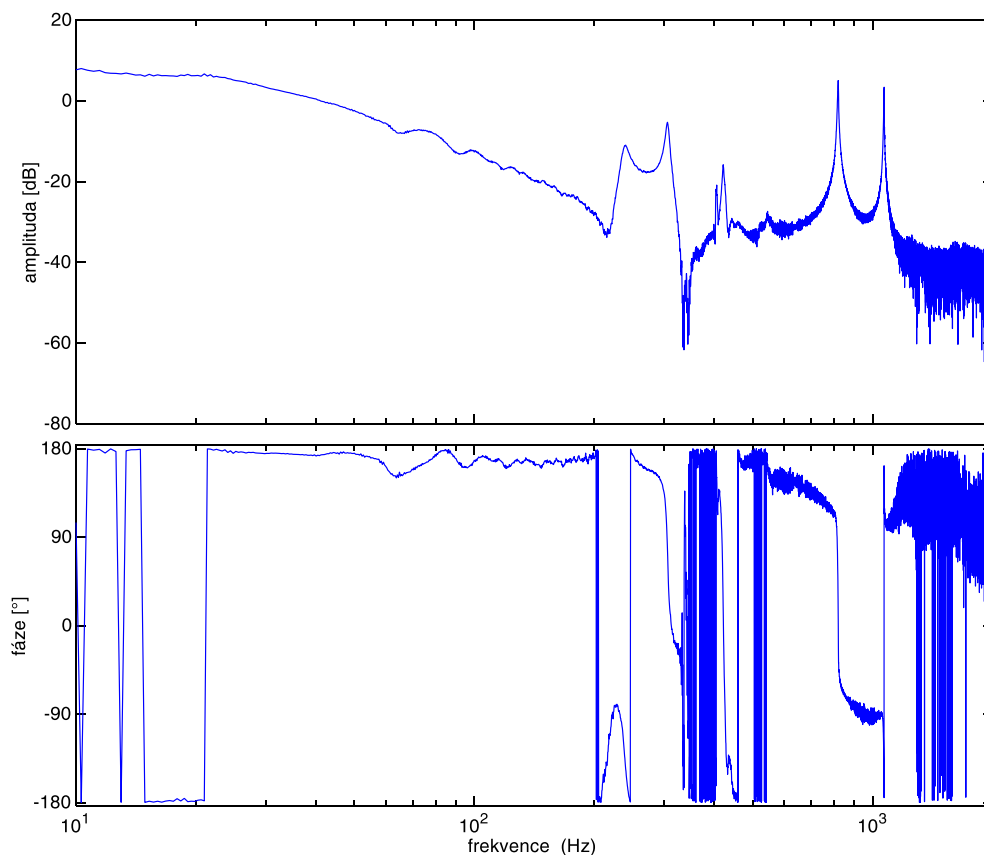
Při provedení N_o opakování se synchronním měřením a se stejným budícím signálem lze vztah (5.5) zjednodušit na tvar (5.6) (Pintelon, 2001).

$$\hat{\mathbf{G}}(\omega) = \frac{\sum_{i=1}^{N_o} \mathbf{Y}_i(\omega)}{\sum_{i=1}^{N_o} \mathbf{U}_i(\omega)} \quad (5.6)$$

5.1.1 Měření frekvenční charakteristiky v axiální ose

Jak je zmíněno v úvodu kapitoly, vazbu mezi axiálními a radiálními AML lze zanedbat. V axiálním směru se tedy jedná o měření frekvenční charakteristiky systému s jedním vstupem a jedním výstupem. Schéma zapojení měření zobrazuje obrázek 5-2. Při experimentu byl takt řídicí a měřicí smyčky 12500 Hz. Jako budící signál byl použit rozmítaný sinus s lineárně se měnící frekvencí v čase v rozsahu 0–2000 Hz a s amplitudou 0.25 V. Délka signálu byla 32768 vzorků (2.6 s). Celkově bylo provedeno 50 opakování měření se stejným budícím signálem. Během identifikace byl zaznamenáván řídicí signál vstupující do zesilovače axiálního AML a měřená axiální poloha rotoru.

Výpočet frekvenční charakteristiky byl proveden v prostředí *Matlab* podle vztahu (5.6). Matice frekvenčních obrazů (5.2), (5.3), (5.4) byly jednoprvkové ($N_u = N_e = N_y = 1$). Změřené Bodeho frekvenční charakteristiky systému ukazuje obrázek 5-3. Z amplitudové frekvenční charakteristiky jsou patrné dva vlastní módy rotoru v axiálním směru (770 Hz, 1028 Hz) identifikované při experimentální modální analýze (tabulka 2).

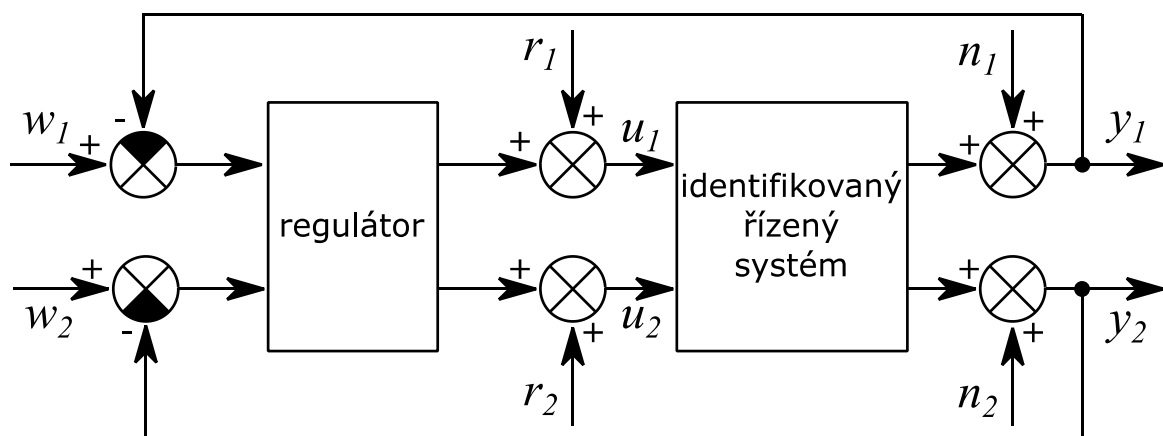


Obrázek 5-3: Bodeho frekvenční charakteristika axiálního AML

5.1.2 Měření frekvenční charakteristiky v radiální rovině

Jak je uvedeno v úvodu kapitoly, v praxi lze běžně vazbu mezi axiálními a radiálními ložisky zanedbat. Při nerotujícím rotoru během měření frekvenční charakteristiky nepůsobí gyroskopický efekt, a tudíž lze zanedbat vazbu mezi radiálními rovinami x a y . Vzhledem k rotační symetrii rotoru lze předpokládat, že frekvenční charakteristiky v rovinách x a y budou identické.

Schéma měření ilustruje obrázek 5-4. V jedné podélné rovině se jedná o měření frekvenční charakteristiky systému s dvěma vstupy u_1 , u_2 a dvěma výstupy y_1 , y_2 . Na výstupy systému působí aditivní šum n_1 , n_2 . K výstupu z regulátoru jsou přičítány budící signály r_1 , r_2 . Požadovaná poloha rotoru je nominální, tedy $w_1 = w_2 = 0$.



Obrázek 5-4: Identifikační schéma systému 2 x 2 MIMO v uzavřené smyčce

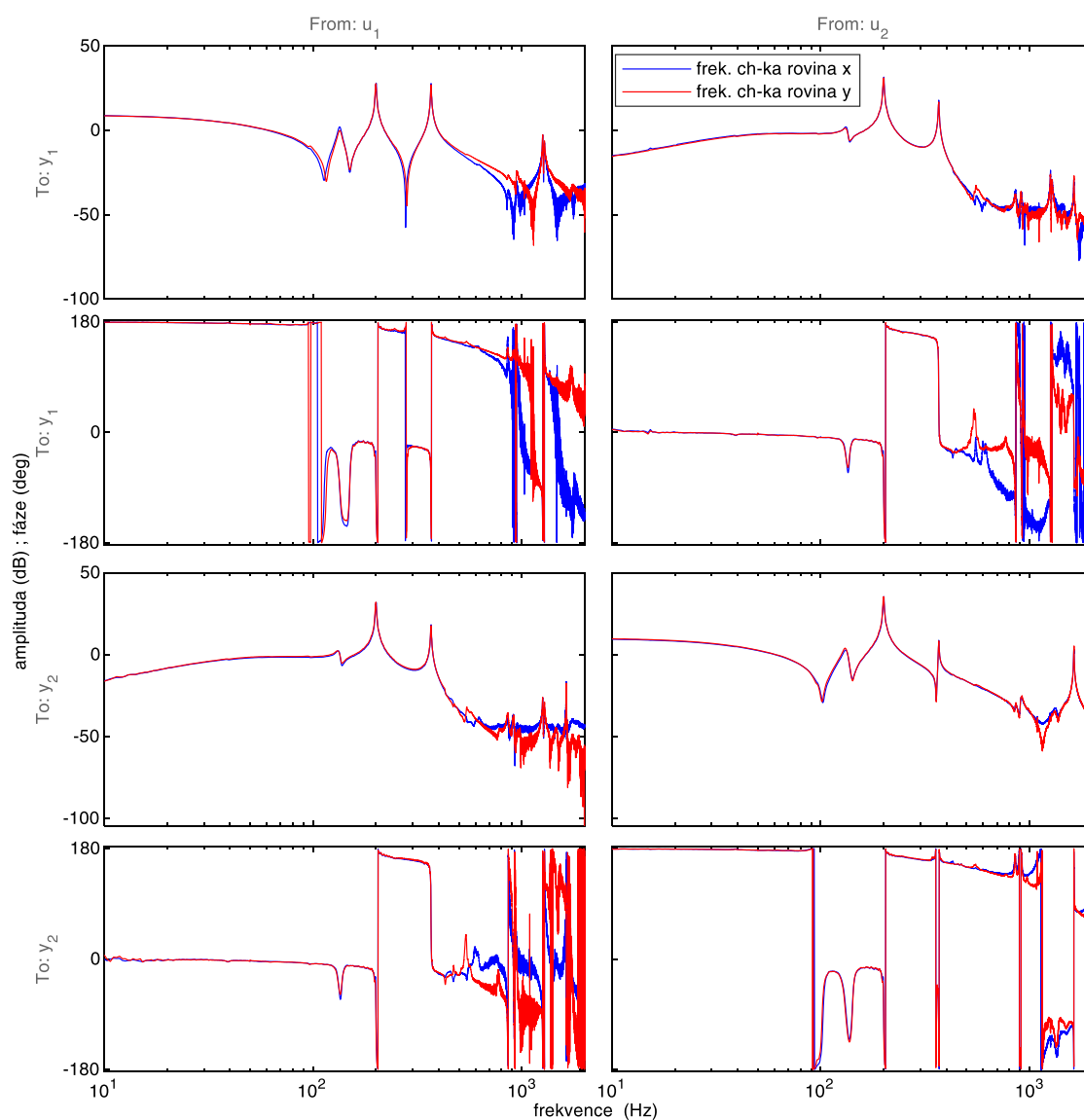
Při měření frekvenční charakteristiky 2 x 2 MIMO systému je nezbytné provést dva nezávislé experimenty s rozdílným buzením obou vstupů. Matice budících signálů $\mathbf{R}(t)$ byla vygenerována podle vztahu (5.7). Byla použita Hadamardova³ matice 2 x 2 (Pintelon, 2012) a rozmítaný sinus se stejnými parametry jako v případě měření frekvenční charakteristiky axiálního AML. Při prvním experimentu byly tak oba vstupy vybuzeny stejným signálem, zatímco při druhém experimentu byl budící signál pro druhý vstup invertován.

Během experimentu jsou tak zaznamenávány řídicí signály vstupující do AML a výstupní signály polohy rotoru v dané rovině x nebo y . Celkově bylo provedeno 50 opakování experimentu se stejným buzením.

$$\mathbf{R}(t) = \begin{bmatrix} r_1^{(1)}(t) & r_1^{(2)}(t) \\ r_2^{(1)}(t) & r_2^{(2)}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} r(t) \quad (5.7)$$

³ Hadamardova matice je čtvercová matice obsahující pouze hodnoty -1 a 1 rozmístěné tak, že každé dva řádky jsou navzájem ortogonální.

Výpočet frekvenční charakteristiky byl proveden v prostředí *Matlab* dle vztahu (5.6). Matice frekvenčních obrazů (5.2), (5.3), (5.4) byly čtvercové ($N_u = N_e = N_y = 2$). Změřené Bodeho frekvenční charakteristiky systému zobrazuje obrázek 5-5. Podle očekávání byly frekvenční charakteristiky v podélných rovinách x a y téměř stejné. V amplitudové frekvenční charakteristice jsou zřetelně patrné vlastní módy rotoru identifikované při experimentální modální analýze (tabulka 2) v blízkosti frekvencí 200 Hz a 368 Hz . Ve výkonovém frekvenčním pásmu radiálního AML ($0\text{--}900\text{ Hz}$) se nachází ještě vlastní mód domečků AML v blízkosti frekvence 130 Hz (kapitola 4.3.2).



Obrázek 5-5: Frekvenční charakteristika systému AML-rotor v rovinách x a y

5.2 Odhad parametrického modelu systému

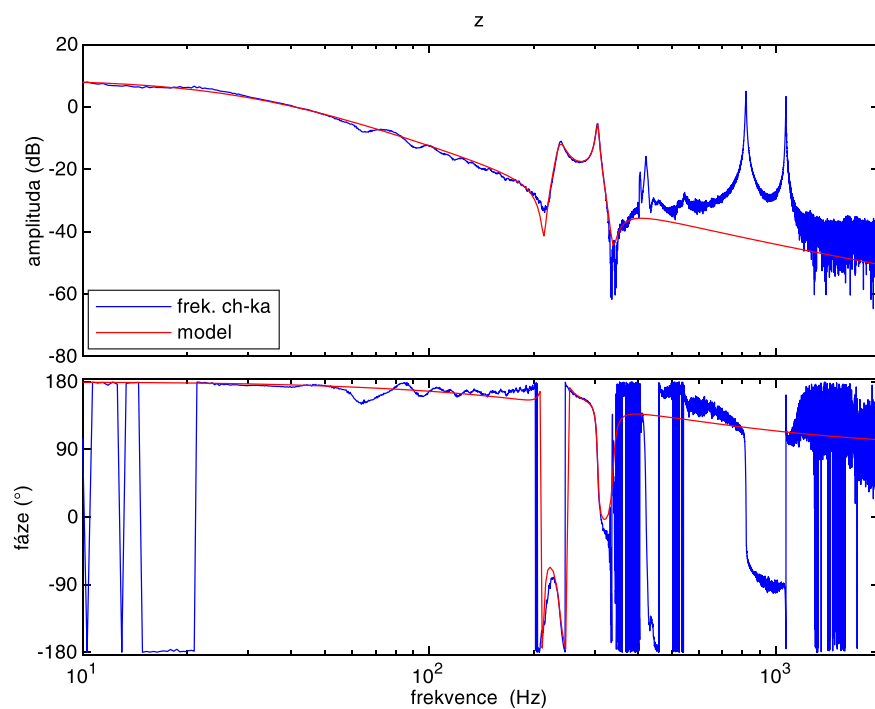
V předchozí kapitole je popsán postup a výsledky měření a výpočtu frekvenční charakteristiky systému AML-rotor v axiálním AML a v podélných radiálních rovinách x a y . Frekvenční charakteristika představuje neparametrický model systému, avšak pro návrh regulátoru je vhodnější parametrický model například přenosová funkce nebo stavový popis systému.

Z frekvenční charakteristiky lze parametrický model určit různými metodami uvedenými například v (Ljung, 1999). Určením modelu systému AML-rotor z frekvenční charakteristiky se zabývá například (Hynynen, 2011). K odhadu parametrického modelu systému jsem využil funkce obsažené v *Matlab System Identification Toolbox*, jejichž detailní popis je lze nalézt v (Ljung, 2014). Prostředí *Matlab* bylo použito pro identifikaci systému AML-rotor například v práci (Khader, 2015).

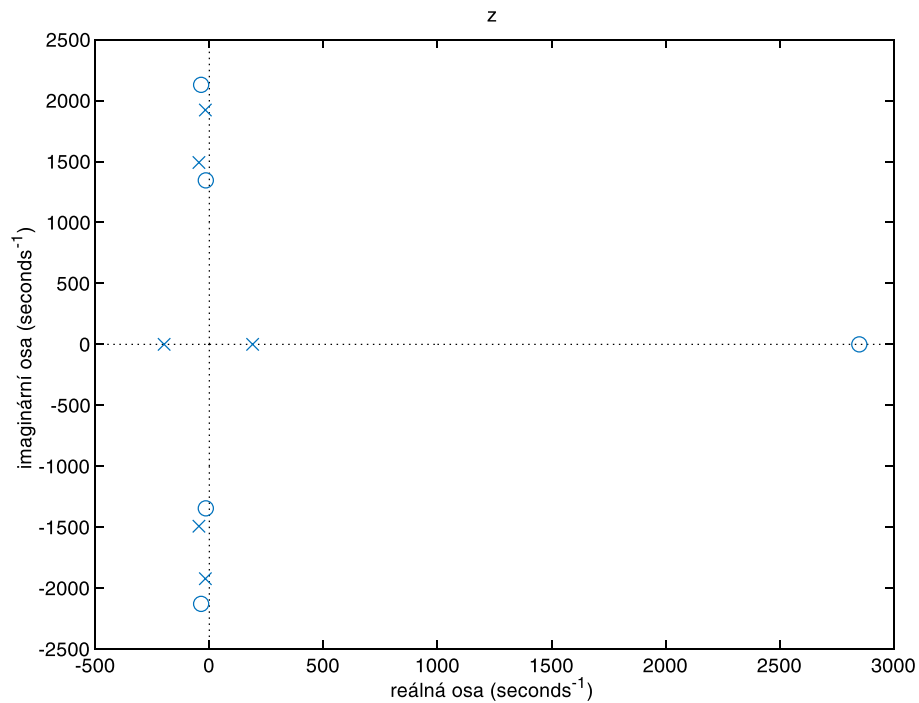
Příklad rozložení nul a pólů přenosové funkce obecného nestabilního SISO systému AML-rotor ukazuje obrázek 3-11. Na reálné ose jsou dva póly, jeden stabilní a druhý nestabilní. V levé polorovině v blízkosti imaginární osy se nachází komplexně sdružené póly a nuly vztažené k ohybovým módům rotoru. Pokud je systém AML-rotor modelován jako systém 2×2 MIMO, tak na reálné ose se nachází čtyři póly, dva stabilní a dva nestabilní. Výkonová šířka pásma radiálních AML je $0\text{--}900\text{ Hz}$ a axiálního AML $0\text{--}500\text{ Hz}$. V tomto pásmu se nachází dva módy (206 Hz , 360 Hz) rotoru. Dále se v tomto pásmu nachází vlastní mód domečků radiálních AML v okolí frekvence 130 Hz , který se ve frekvenční charakteristice axiálního AML neprojevuje.

Na základě známých vlastních módů systému a výkonové šířky pásma aktuátoru jsem se rozhodl určit parametrický model systému ve frekvenčním rozsahu $10\text{--}500\text{ Hz}$. Dále jsem se rozhodl zanedbat vazby mezi radiálními ložisky A a B , respektive křížové vazby v rovinách x a y a jednotlivé osy ložisek dále řešit samostatně jako izolované SISO systémy. K odhadu stavového modelu systému z naměřené frekvenční charakteristiky jsem využil funkci prostředí *Matlab ssest()*, jejíž vstupem je požadovaný počet pólů modelu n_p . Při volbě hodnot jsem vycházel ze změřených frekvenčních charakteristik, tedy pro axiální AML jsem nastavil $n_p = 6$ a pro radiální AML $n_p = 8$.

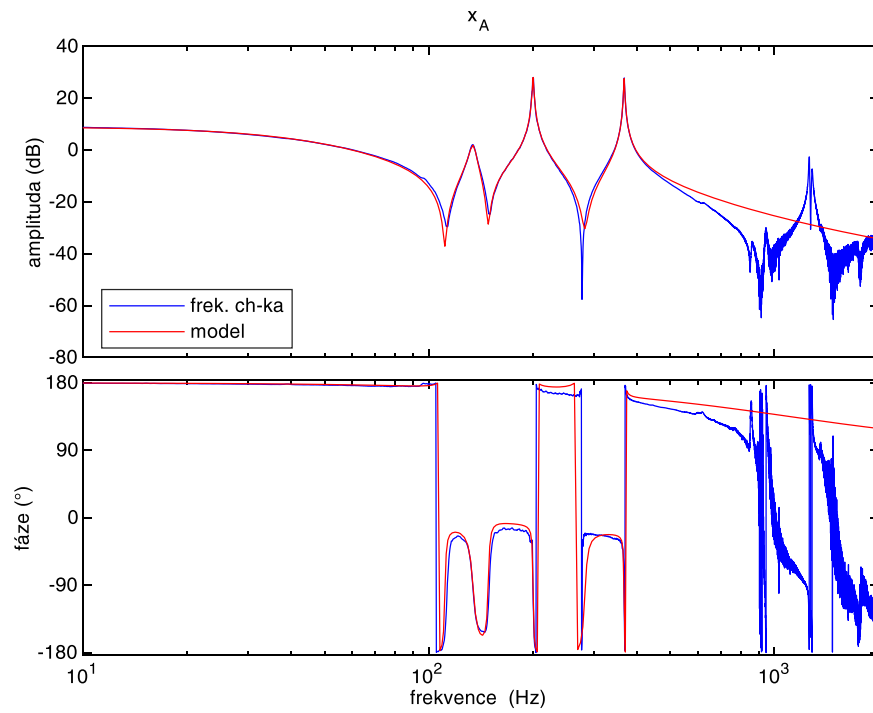
Funkce *ssest()* ohodnocuje shodu modelu s daty pomocí normované střední kvadratické chyby v procentech (Ljung, 2014). Přesnost odhadu modelu axiálního AML byla 89 %. Porovnání změřené frekvenční charakteristiky v axiálním AML s modelem ukazuje obrázek 5-6 a rozložení nul a pólů odhadnutého modelu zobrazuje obrázek 5-7. Odhad modelu radiálních ložisek A , B jsem provedl pouze v jedné rovině, protože změřené frekvenční charakteristiky jsou v obou rovinách téměř identické. Přesnost odhadu modelu radiálního AML A byla 90 %, zatímco radiálního AML B 86 %. Porovnání změřené frekvenční charakteristiky radiálních AML A , B v osách x s modelem ukazují obrázek 5-8 a obrázek 5-10. Rozložení nul a pólů modelů zobrazují obrázek 5-7 a obrázek 5-9. Nuly, póly a statické zesílení modelů systémů ukazuje tabulka 7.



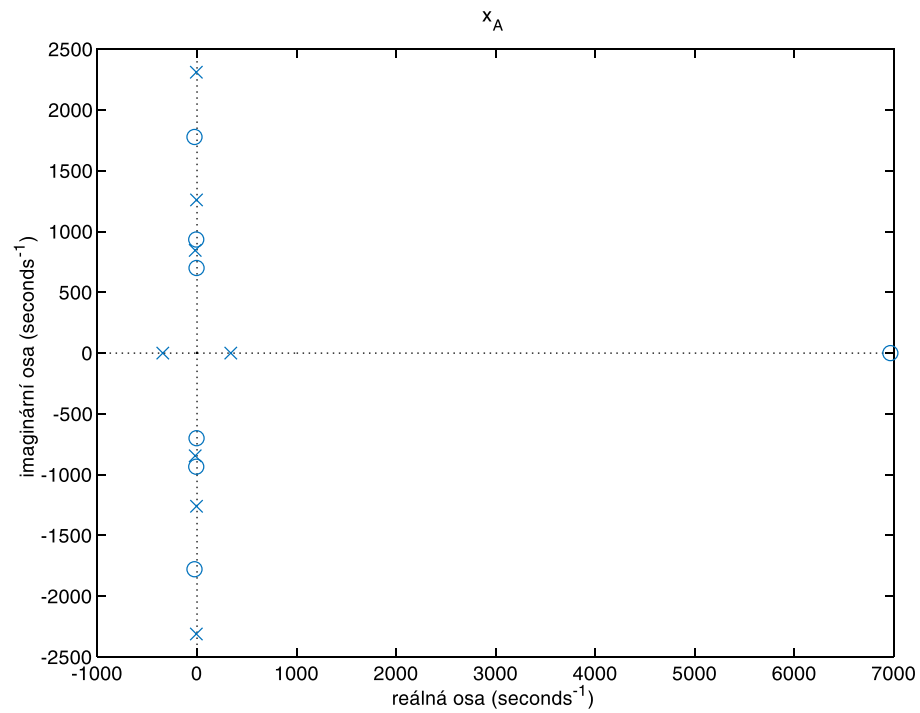
Obrázek 5-6: Porovnání změřené frekvenční charakteristiky s modelem axiálního AML



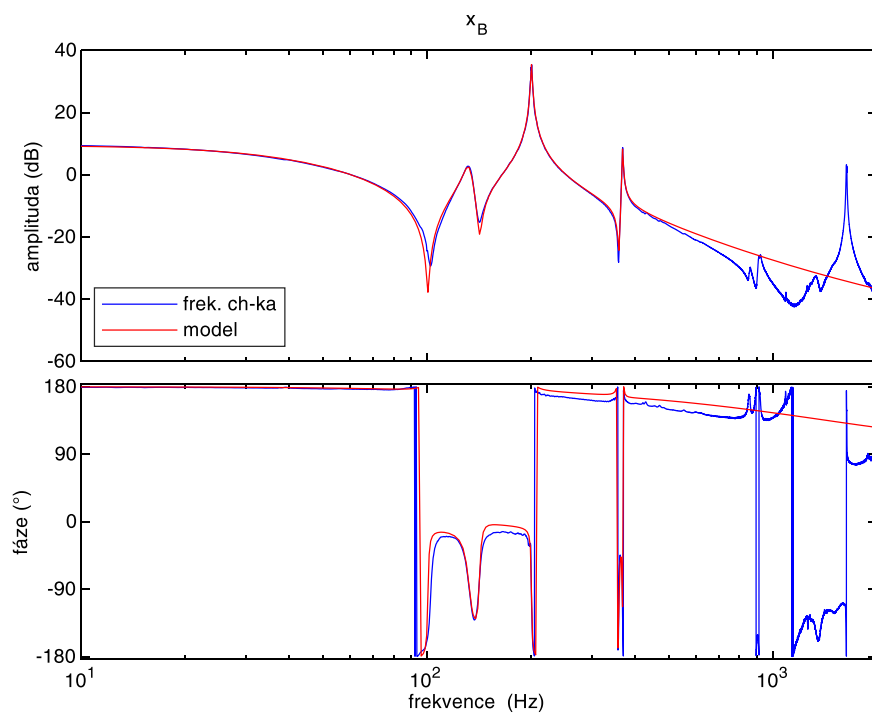
Obrázek 5-7: Rozložení nul a pólů modelu axiálního AML



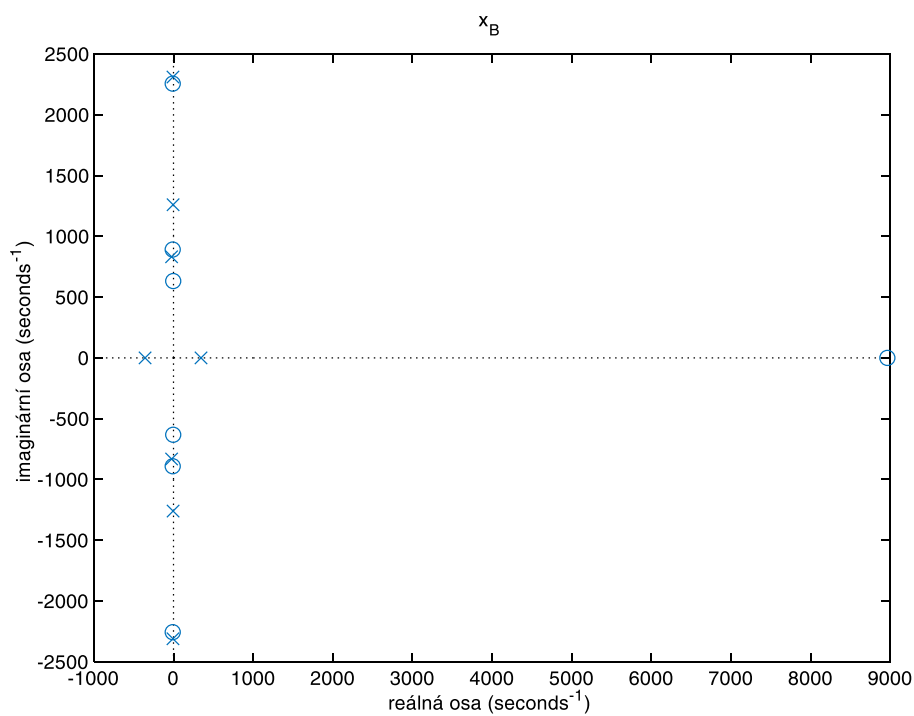
Obrázek 5-8: Porovnání změřené frekvenční charakteristiky s modelem radiálního AML A v ose x



Obrázek 5-9: Rozložení nul a pólů modelu radiálního AML A v ose x



Obrázek 5-10: Porovnání změřené frekvenční charakteristiky s modelem radiálního AML B v ose x



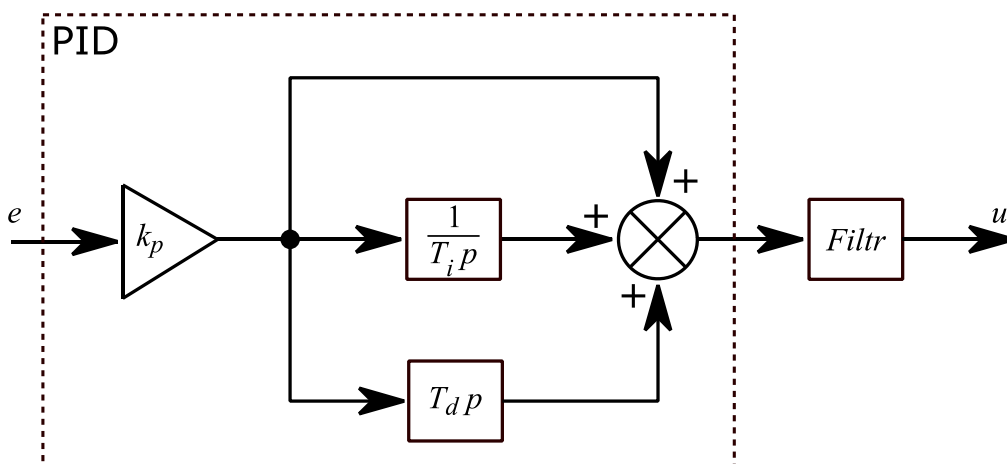
Obrázek 5-11: Rozložení nul a pólů modelu radiálního AML B v ose x

osa AML	x_A, y_A	x_B, y_B	z
Zesílení	-208.023	-148.345	-36.396
Póly	-344.0	-357.1	-198.1
	339.0	345.3	189.8
	$-5.2 + j1260$	$-24.0 + j831.6$	$-17.4 + j1922.8$
	$-5.2 - j1260$	$-24.0 - j831.6$	$-17.4 - j1.9228$
	$-6.9 + j2310.5$	$-6.8 + j2310.3$	$-45.6 + j1492.2$
	$-6.9 - j2310.5$	$-6.8 - j2310.3$	$-45.6 - j1492.2$
	$-18.3 + j844.8$	$-5.2 + j1260$	
	$-18.3 - j844.8$	$-5.2 - j1260$	
Nuly	6965.0	8964.4	2849.4
	$-25.6 + j1777.9$	$-9.8 + j2256.2$	$-35.9 + j2129.3$
	$-25.6 - j1777.9$	$-9.8 - j2256.2$	$-35.9 - j2129.3$
	$-4.9 + j700$	$-3.7 + j632.1$	$-15.4 + j1345.5$
	$-4.9 - j700$	$-3.7 - j632.1$	$-15.4 - j1345.5$
	$-8.0 + j934.5$	$-10 + j891.3$	
	$-8.0 - j934.5$	$-10 - j891.3$	

Tabulka 7: Nuly, póly a statické zesílení modelů AML v jednotlivých osách

5.3 Řízení levitace rotoru v AML

Zpětnovazební řízení rotoru uloženého v AML je nezbytné, jelikož je systém v otevřené smyčce přirozeně nestabilní. V literatuře se lze setkat s celou řadou přístupů a metod, které lze k řízení AML použít. I přes pokročilé metody je klasický PID regulátor často používán pro svoji transparentnost, kdy jednotlivé parametry lze fyzikálně interpretovat. PID regulátor je obvykle rozšířen o další kompenzátory (filtry), které umožní dosáhnout požadovaných vlastností systému (Maslen, 2009). Strukturu takového regulátoru ve formě přenosových funkcí ilustruje obrázek 5-12, kde k_p je proporcionální složka, T_i a T_d jsou časové konstanty pro integraci a derivaci, p je komplexní proměnná, e je regulační odchylka, u je akční zásah regulátoru.



Obrázek 5-12: Blokové schéma PID regulátoru s kompenzátory

Posuzování stability systému s AML upravuje norma ISO 17389-3, 2006, která definuje čtyři zóny stability zařízení (tabulka 8) podle maximální hodnoty citlivostní funkce M_s .

zóna	M_s	$M_s (dB)$	popis
A	<3	< 9.5	nová zařízení
B	3–4	9.5–12	zařízení k dlouhodobému provozu
C	4–5	12–14	starší zařízení, zařízení s omezeným provozem
D	> 5	> 14	zařízení poškozené nebo před poškozením

Tabulka 8: Rozdělení zařízení s AML na zóny stability (ISO 17389-3)

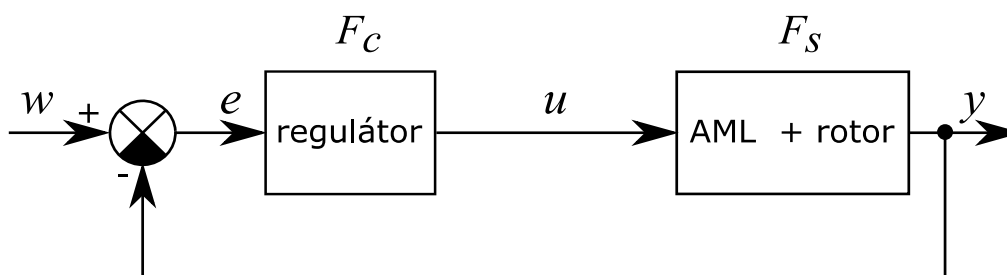
Návrh PID regulátoru pro identifikované modely (tabulka 7) jsem provedl v prostředí *PIDLab* od firmy *REX Controls* s využitím nástroje *PID H_∞ Designer*, který využívá metodu H_∞ založenou na návrhovém modelu. V návrhovém prostředí jsem zadal další použité kompenzátory, respektive filtry (tabulka 6), tedy dolní propust pro potlačení šumu a pásmové zádrže pro stabilizaci vlastních módů rotoru nacházejících se mimo frekvenční pásmo aktuátoru. Před spuštěním automatické syntézy parametrů regulátoru je zapotřebí zadat výchozí parametry derivační složky k_d a τ . Zvolil jsem stejné hodnoty jako při identifikaci frekvenční charakteristiky systému (tabulka 6), tedy $k_d = k_p \cdot T_d$ a $\tau = T_f$. Nástroj *PID H_∞ Designer* hledá optimální PID regulátor podle integrálních kritérií a požadavků na zvolené citlivostní funkce. V mém případě jsem zvolil integrální kritérium ITAE. Omezení na výstupní citlivostní funkci jsem stanovil na 10 dB ($M_s = 3.16$) tak, aby zařízení spadalo do zóny B (tabulka 8). Navržené parametry PID regulátoru pro identifikované modely ukazuje tabulka 9. V tabulce jsou uvedeny i použité kompenzátory.

osa AML	x_A, y_A	x_B, y_B	z
k_p	0.68427	0.67855	0.59124
T_i	0.07436	0.04599	1.04190
T_d	0.00146	0.00147	0.00169
$1/(2 \cdot \pi \cdot T_f)$	2000 Hz	2000 Hz	1000 Hz
Dolní propust	4000 Hz	4000 Hz	2000 Hz
Pásmová zádrž 1	820 Hz		
Pásmová zádrž 2	1075 Hz		
Pásmová zádrž 3	1250 Hz		
Pásmová zádrž 4	1280 Hz		
Pásmová zádrž 5	1640 Hz		

Tabulka 9: Navržené parametry PID regulátoru včetně kompenzátorů

Při ověření návrhu regulátoru jsem provedl měření citlivostní funkce a komplementární citlivostní funkce v jednotlivých osách AML. Způsob měření definuje norma ISO 17389-3, 2006. Blokové schéma měření ukazuje obrázek 5-13. Při levitaci rotoru je na vstup w přiveden budící signál a jsou zaznamenávány výstup systému y a regulační odchylka e . Jako

budící signál jsem použil rozmítaný sinus s lineárně rostoucí frekvencí v čase v rozmezí 0–2000 Hz.



Obrázek 5-13: Schéma zpětnovazebního řízení

Citlivostní funkce $S(\omega)$ se definována jako podíl Fourierových obrazů signálu regulační odchylky e a budícího signálu w podle (5.8). Citlivostní funkce popisuje citlivost systému na vnější poruchu způsobenou např. vnějšími silami od ucpávek a na změnu parametrů například vlivem teploty. Maximální amplituda citlivostní funkce M_s reflektuje míru stability systému v uzavřené smyčce (tabulka 8).

$$S(\omega) = \frac{E(\omega)}{W(\omega)} = \frac{1}{1 + F_c(\omega)F_s(\omega)} \quad (5.8)$$

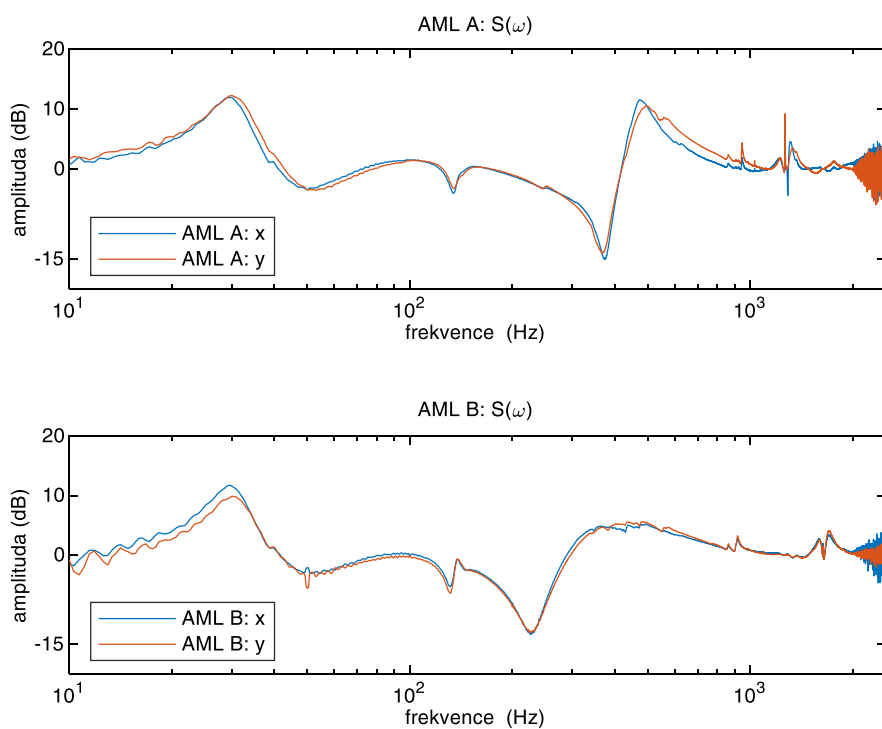
Komplementární citlivostní funkce $T(\omega)$ se definována jako podíl Fourierových obrazů signálu buzení w a výstupu systému y podle (5.9). Komplementární citlivostní funkce reflektuje citlivost systému na poruchu na výstupu a na šum měření. Při uvažování vysokofrekvenčního šumu měření, by měla mít komplementární citlivostní funkce v pásmu vysokých frekvencí amplitudu menší než jedna.

$$T(\omega) = \frac{Y(\omega)}{W(\omega)} = \frac{F_c(\omega)F_s(\omega)}{1 + F_c(\omega)F_s(\omega)} \quad (5.9)$$

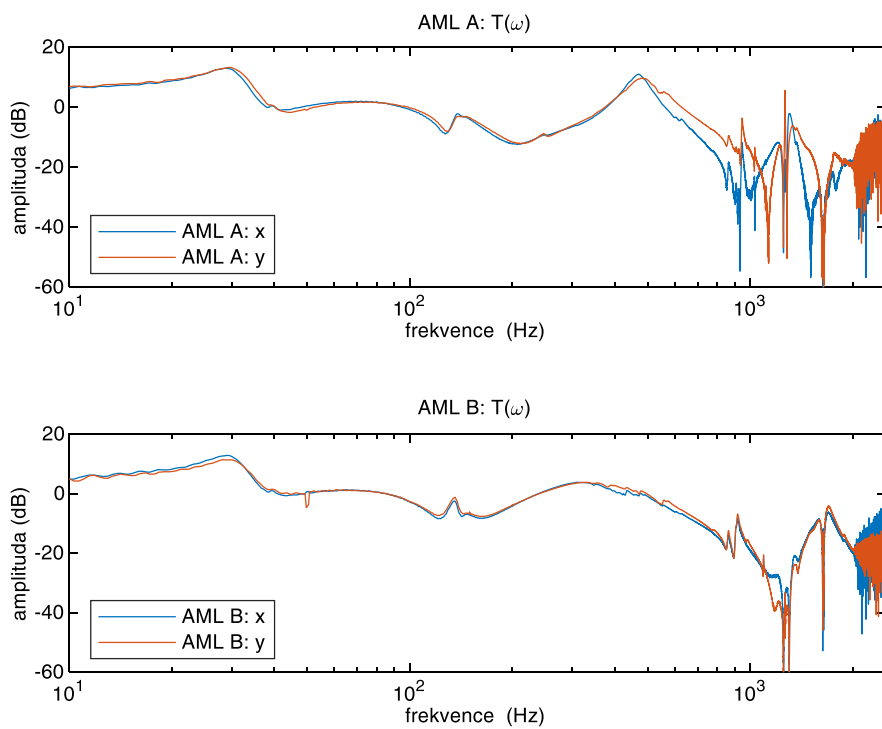
V teorii řízení se obvykle stabilita systému posuzuje podle přenosu otevřené smyčky $F_o(\omega)$, který je definován podle (5.10) jako podíl Fourierových obrazů výstupu systému y a regulační odchylky e .

$$F_o(\omega) = \frac{Y(\omega)}{E(\omega)} \quad (5.10)$$

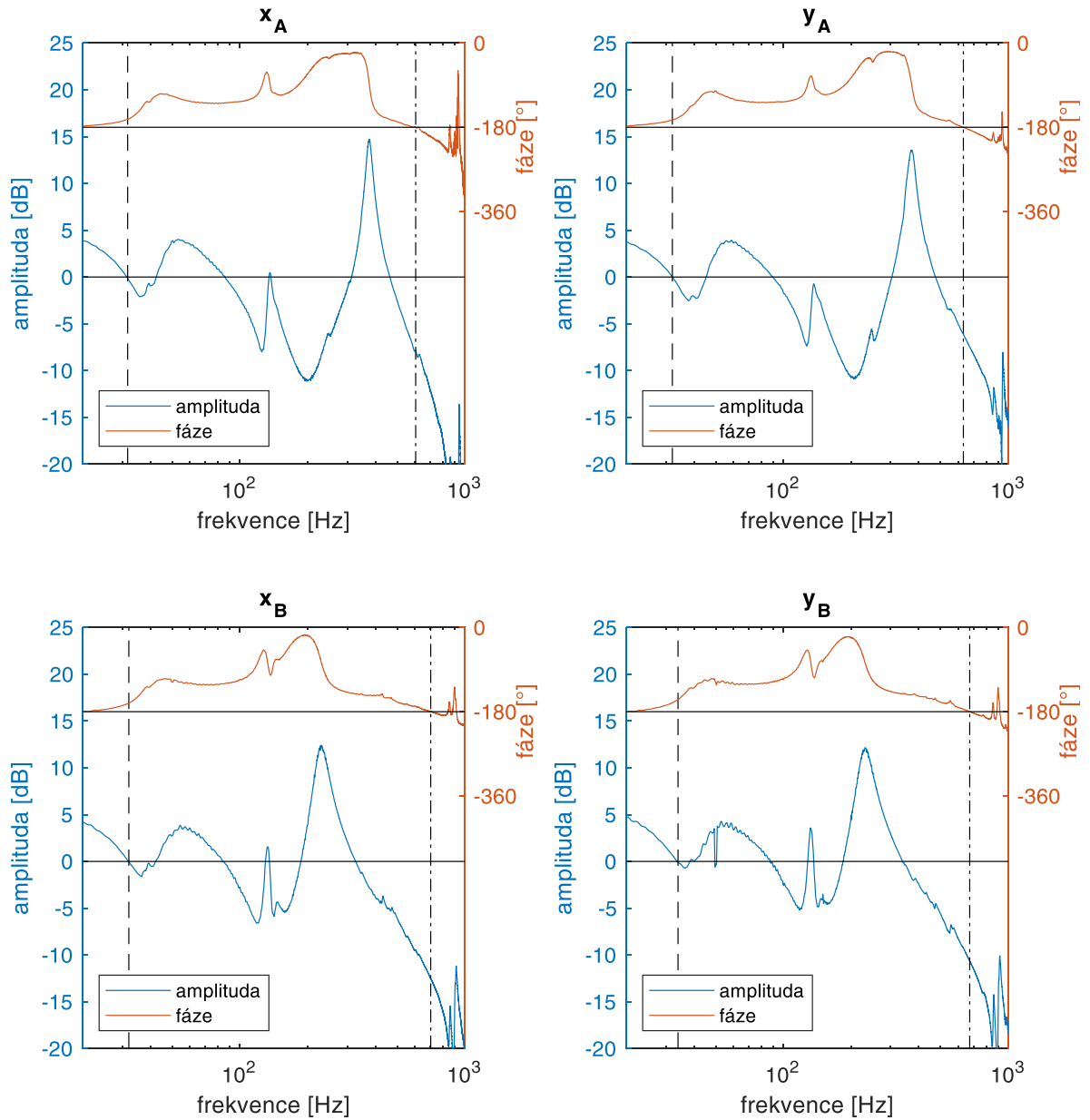
Citlivostní funkci a komplementární citlivostní funkci v jednotlivých osách radiálních AML ukazují obrázek 5-14 a obrázek 5-15. Frekvenční přenos otevřené regulační smyčky ukazuje obrázek 5-16.



Obrázek 5-14: Změřená citlivostní funkce v jednotlivých osách AML



Obrázek 5-15: Změřená komplementární citlivostní funkce v jednotlivých osách AML



Obrázek 5-16: Změřený frekvenční přenos otevřené regulační smyčky pro radiální AML

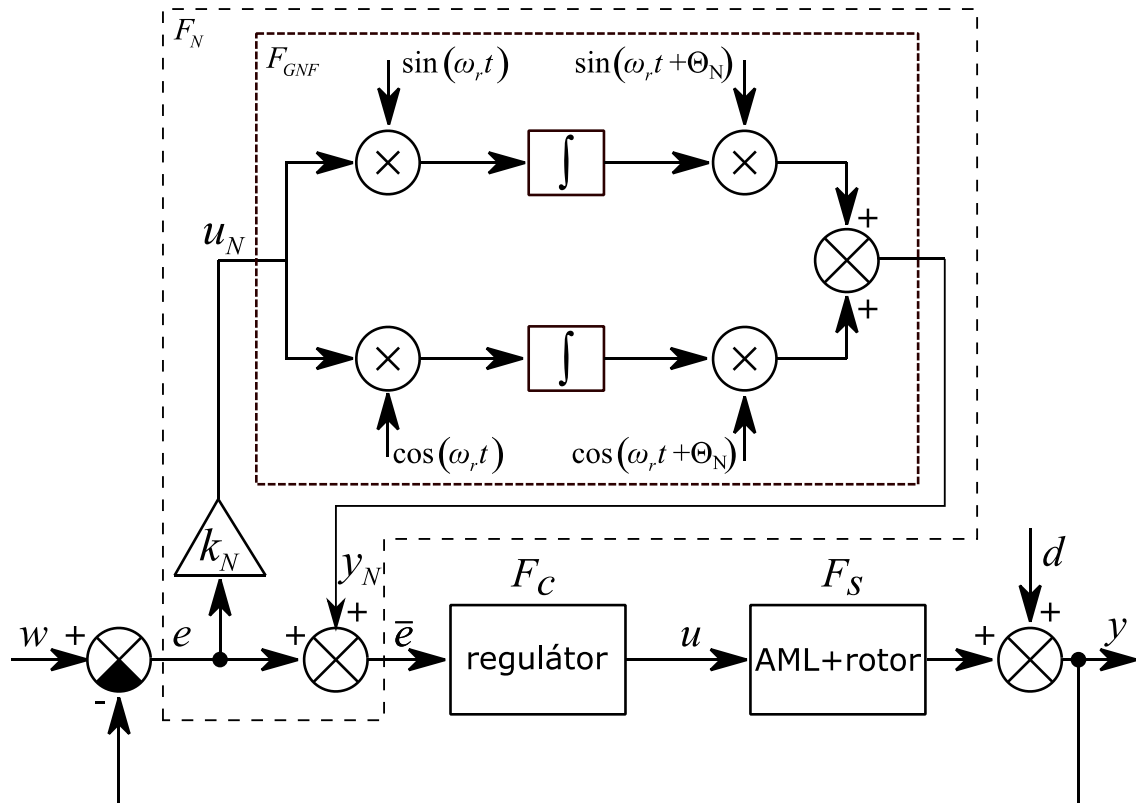
5.4 Kompenzace synchronních vibrací nevyváženého rotoru

V praxi nelze dosáhnout ideálně vyváženého rotoru. Při jeho rotaci tak vznikají síly synchronní s otáčkami, které na rotor působí a způsobují jeho synchronní vibrace. Při uložení rotoru v AML jsou vibrace rotoru vyhodnocovány v regulátoru AML, který se je snaží potlačit zvýšením akčního zásahu, respektive proudu cívek elektromagnetů. To může vést k nárůstu amplitudy synchronních vibrací, následně k saturaci proudu cívek elektromagnetů a vypadnutí rotoru z magnetické levitace.

Synchronní vibrace rotoru uloženého v AML lze potlačit dvěma způsoby. První přístup spočívá v omezení zásahu regulátoru na otáčkové frekvenci tak, aby nedošlo k nárůstu proudu a jeho případné saturaci. Regulátor AML je tak v podstatě slepý vůči vibracím na otáčkové frekvenci. Druhý přístup spočívá v potlačení výchylky na otáčkové frekvenci zvýšením tlumící síly, respektive proudu v cívkách AML tak, aby došlo ke snížení amplitudy synchronních vibrací. To zle realizovat například dopředou vazbou, kterou se do zpětnovazebního řízení zavede synchronní kompenzační signál s vhodnou amplitudou a fází. Amplituda a fáze kompenzačního signálu obvykle nejsou známy, musí tak být adaptivně nastaveny (Bleuler, 1994).

Při realizaci identifikačního experimentu silových koeficientů ucpávek s asynchronním buzením proudícího média je nezbytné synchronní vibrace rotoru na otáčkové frekvenci maximálně potlačit. K tomu jsem se rozhodl použít přístup popsany v publikacích (Larsonneur, 1994) a (Herzog, 1996) jako zobecněný notch filtr (GNF). V uvedených publikacích byl GNF použit k omezení akčního zásahu regulátoru na otáčkové frekvenci rotoru uloženého v AML. Kompenzace synchronních vibrací rotoru pomocí GNF je popsána v práci (Hutterer, 2017).

Přístup založený na GNF lze použít pro kompenzaci harmonické poruchy na výstupu systému, která je způsobena nevyváženým rotorem uloženým v AML. Harmonická porucha d na otáčkové frekvenci rotoru ω_r je přičítána k výstupu systému. Schéma zpětnovazebního řízení spolu s GNF zobrazuje obrázek 5-17. Cílem algoritmu GNF je generovat signál y_N s takovou amplitudou a fází na otáčkové frekvenci, aby na výstupu systému byla dosažena nulová amplituda synchronních vibrací. Do GNF vstupuje signál $u_N = e \cdot k_N$ odpovídající součinu regulační odchylky e a zesílení filtru k_N . Signál je dále rozdělen a vynásoben sinem a cosinem s úhlovou frekvencí ω_r , která odpovídá měřeným otáčkám rotoru. Tím dojde k posunu otáčkové frekvence do nuly. Následná integrace modulovaného signálu způsobí odstranění stejnosměrné složky, která v původním signálu odpovídá otáčkové frekvenci. Výstupy z integrátorů jsou opět demodulovány vynásobením sinem a cosinem s úhlovou frekvencí ω_r a s fází Θ_N . Parametr k_N ovlivňuje rychlost konvergence algoritmu a parametr Θ_N jeho stabilitu (Herzog, 1996).



Obrázek 5-17: Obecný notch filtr pro kompenzaci harmonické poruchy na výstupu AML zapojený ve zpětnovazebním obvodu

Vztah mezi vstupem u_N a výstupem y_N zobecněného notch filtru je dán rovnicí (5.11), kde ω_r je úhlová rychlost rotace rotoru.

$$y_N(t) = \sin(\omega_r t + \Theta_N) \cdot \int \sin(\omega_r t) \cdot u_N(t) dt + \cos(\omega_r t + \Theta_N) \cdot \int \cos(\omega_r t) \cdot u_N(t) dt \quad (5.11)$$

První a druhá derivace vztahu (5.11) je vyjádřena vztahy (5.12) a (5.13). Předpokladem je konstantní otáčková rychlost ω_r .

$$\begin{aligned} \dot{y}_N(t) &= \omega_r \cdot \cos(\omega_r t + \Theta_N) \cdot \int \sin(\omega_r t) \cdot u_N(t) dt + \sin(\omega_r t + \Theta_N) \cdot \sin(\omega_r t) \cdot u_N(t) \\ &\quad - \omega_r \sin(\omega_r t + \Theta_N) \cdot \int \cos(\omega_r t) \cdot u_N(t) dt + \cos(\omega_r t + \Theta_N) \cdot \cos(\omega_r t) \cdot u_N(t) \\ &= \omega_r \cdot \cos(\omega_r t + \Theta_N) \cdot \int \sin(\omega_r t) \cdot u_N(t) dt \\ &\quad - \omega_r \sin(\omega_r t + \Theta_N) \cdot \int \cos(\omega_r t) \cdot u_N(t) dt \\ &\quad + \cos(\Theta_N) \cdot u_N(t) \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_N(t) &= -\omega_r^2 \cdot \sin(\omega_r t + \Theta_N) \cdot \int \sin(\omega_r t) \cdot u_N(t) dt + \omega_r \cdot \cos(\omega_r t + \Theta_N) \cdot \sin(\omega_r t) \cdot u_N(t) \\
&\quad - \omega_r^2 \cdot \cos(\omega_r t + \Theta_N) \cdot \int \cos(\omega_r t) \cdot u_N(t) dt - \omega_r \cdot \sin(\omega_r t + \Theta_N) \cdot \cos(\omega_r t) \cdot u_N(t) \\
&\quad + \cos(\Theta_N) \cdot \dot{u}_N(t) \\
&= -\omega_r^2 y_N(t) + \cos(\Theta_N) \cdot \dot{u}_N(t) - \omega_r \sin(\Theta_N) \cdot u_N(t)
\end{aligned} \tag{5.13}$$

Z rovnice (5.13) lze pomocí Laplaceovy transformace vyjádřit přenos (5.14).

$$F_{GNF}(p) = \frac{Y_N(p)}{U_N(p)} = \frac{p \cdot \cos(\Theta_N) - \omega_r \cdot \sin(\Theta_N)}{p^2 + \omega_r^2} \tag{5.14}$$

Frekvenční přenos mezi regulační odchylkou e a filtrovanou regulační odchylkou \bar{e} je popsán vztahem (5.15), kde platí, že $p = j\omega$, $j^2 = -1$.

$$F_N(j\omega) = \frac{\bar{E}(j\omega)}{E(j\omega)} = 1 + k_N \cdot F_{GNF}(j\omega) = \frac{-\omega^2 + \omega_r^2 + k_N(j\omega \cdot \cos(\Theta_N) - \omega_r \cdot \sin(\Theta_N))}{-\omega^2 + \omega_r^2} \tag{5.15}$$

Vliv poruchy d na výstup systému y lze popsat frekvenčním přenosem (5.16).

$$F_d(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{D(j\omega)} \stackrel{w=0}{=} \frac{1}{1 + F_N(j\omega)F_c(j\omega)F_s(j\omega)} \tag{5.16}$$

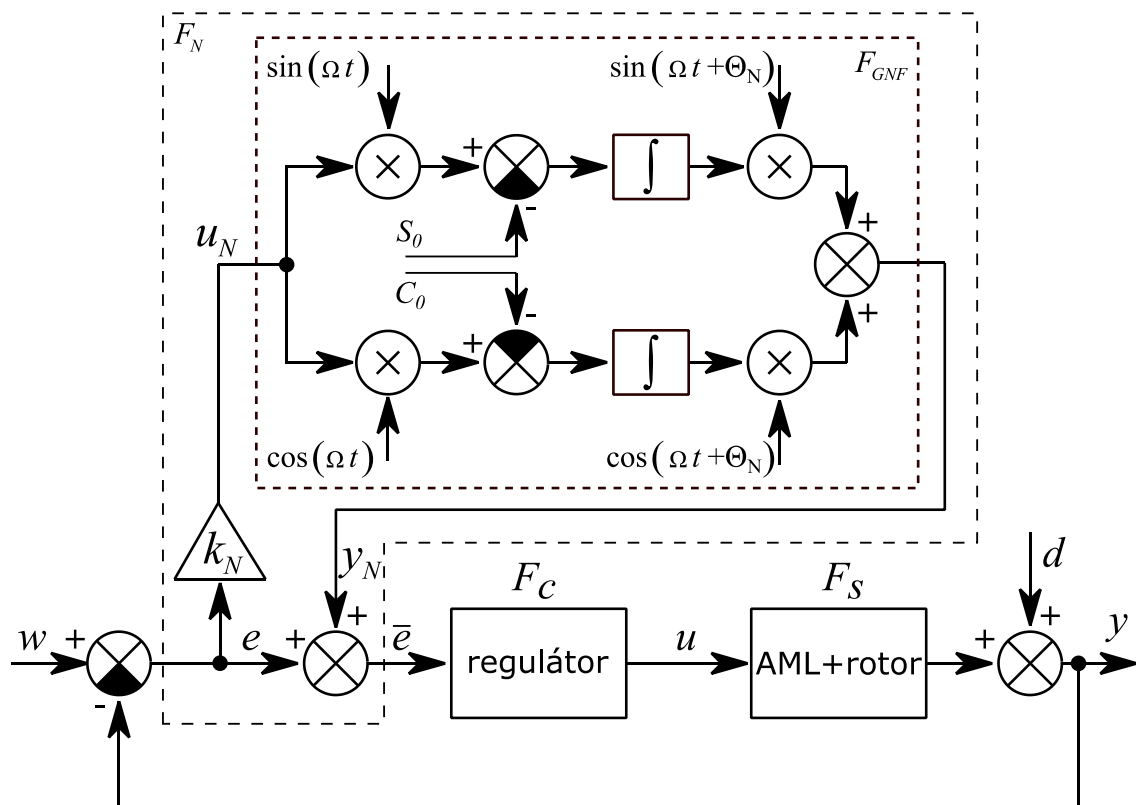
Pokud platí, že úhlová rychlost ω se blíží otáčkové rychlosti ω_r , pak hodnota přenosu $F_N(j\omega)$ se blíží nekonečnu a hodnota přenosu poruchy na výstup $F_d(j\omega)$ se blíží nule. Pokud platí, že ω je vzdálená od ω_r a koeficient $0 < k_N \ll 1$, tak hodnota přenosu $F_N(j\omega)$ (5.15) se blíží k hodnotě jedna a přenos poruchy na výstup odpovídá citlivostní funkci zpětnovazebního systému.

Pokud je zpětnovazební řízení levitace rotoru stabilní bez aktivní kompenzace, tak vhodně nastavenými parametry k_N a Θ_N lze kompenzovat nevyvážení rotoru při zachování stability levitace rotoru (Hutterer, 2017).

5.5 Buzení asynchronních vibrací rotoru

Buzení požadované eliptické či kruhové orbity rotoru, respektive požadovaných asynchronních harmonických vibrací rotoru v jednotlivých osách AML lze realizovat například pomocí dopředné vazby, kdy k akčnímu zásahu regulátoru je přičítán budicí harmonický signál s vhodnou amplitudou a fází na požadované frekvenci. Tento přístup je zmíněn například v pracích (Zutavern, 2006) a (Voigt, 2016), kde byly iterativně upravovány amplitudy a fáze budicího harmonického signálu ve všech radiálních osách AML tak, aby bylo dosaženo požadované orbity rotoru na zvolené frekvenci buzení. Tento způsob nastavení amplitudy a fáze budicího signálu je adaptivní proces, který může být zdlouhavý vzhledem k asymetrii jednotlivých os AML a jejich vzájemným vazbám. Pokud jsou navíc amplituda a fáze budicího signálu zafixované, může při vlivu vnější harmonické poruchy na budicí frekvenci (např. proudící médium v ucpávce) dojít ke ztrátě požadovaného tvaru orbity rotoru.

Pro optimalizaci procesu nastavení požadovaných asynchronních harmonických vibrací rotoru během experimentu jsem použil obdobný přístup jako při kompenzaci synchronních vibrací rotoru pomocí GNF. Mým cílem však v tomto případě nebylo potlačit harmonické vibrace na zvolené frekvenci, ale naopak je vybudit s požadovanou amplitudou a fází. Zpětnovazební schéma řízení AML s modifikovaným GNF ukazuje obrázek 5-18, kdy od součinů vstupního signálu s funkcemi sinus a cosinu jsou odečteny konstanty S_0 , respektive C_0 . Metodu jsem publikoval v (Kalista, 2021).



Obrázek 5-18: Obecný notch filtr pro generování harmonických vibrací na výstupu AML zapojený ve zpětnovazebním obvodu

Volba konstant S_0 a C_0 závisí na požadované amplitudě A a fázi Φ harmonického signálu na výstupu systému y , který lze popsat funkcí (5.17).

$$y(t) = A \sin(\Omega t + \Phi) \quad (5.17)$$

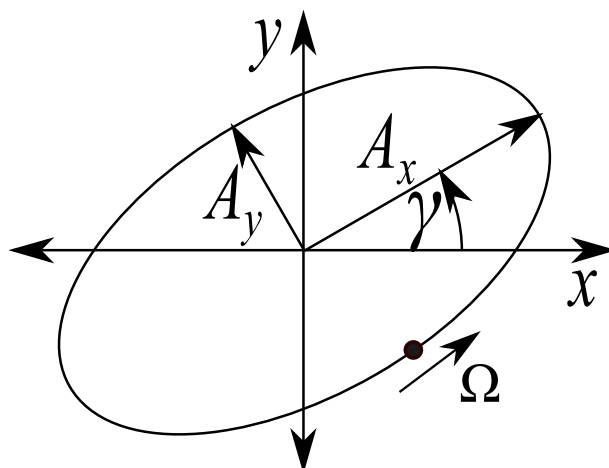
S využitím goniometrických součtových vzorců lze rovnici (5.17) zapsat ve tvaru (5.18).

$$y(t) = A \sin(\Phi) \cos(\Omega t) + A \cos(\Phi) \sin(\Omega t). \quad (5.18)$$

Pro generování harmonického signálu na výstup systému pomocí GNF jsou za hodnoty S_0 a C_0 dosazeny konstanty ze vztahu (5.18), které jsou vynásobeny polovinou zesílení filtru k_N .

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ C_0 \end{bmatrix} = \frac{k_N}{2} \begin{bmatrix} A \cos(\Phi) \\ A \sin(\Phi) \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Pro generování orbity rotoru pomocí radiálních AML v kartézském souřadném systému (x, y) je GNF zařazen do zpětnovazební smyčky řízení pro obě osy AML. Obrázek 5-19 zobrazuje v souřadném systému (x, y) bod opisující elipsu s vyznačenými poloosami A_x , A_y a úhlem natočení γ . Bod se pohybuje úhlovou rychlostí Ω .



Obrázek 5-19: Eliptická orbita v souřadném systému

Elipsa bez náklonu, tedy $\gamma = 0$, je popsána vztahy (5.20), kde signály x a y představují průmět elipsy do os souřadného systému.

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x \cos(\Omega t) \\ A_y \sin(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Natočení elipsy o úhel γ se provede rotační transformací popsanou rovnicí (5.21).

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \cos(\Omega t) \\ A_y \sin(\Omega t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x \cos(\gamma) \cos(\Omega t) - A_y \sin(\gamma) \sin(\Omega t) \\ A_x \sin(\gamma) \cos(\Omega t) + A_y \cos(\gamma) \sin(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Koeficienty S_{0x} , C_{0x} a S_{0y} , C_{0y} pro generování harmonických vibrací v osách x a y pomocí GNF jsou určeny ze vztahu (5.22).

$$\begin{bmatrix} S_{0x} \\ C_{0x} \\ S_{0y} \\ C_{0y} \end{bmatrix} = \frac{k_N}{2} \cdot \begin{bmatrix} -A_y \cdot \sin(\gamma) \\ A_x \cdot \cos(\gamma) \\ A_y \cdot \cos(\gamma) \\ A_x \cdot \sin(\gamma) \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

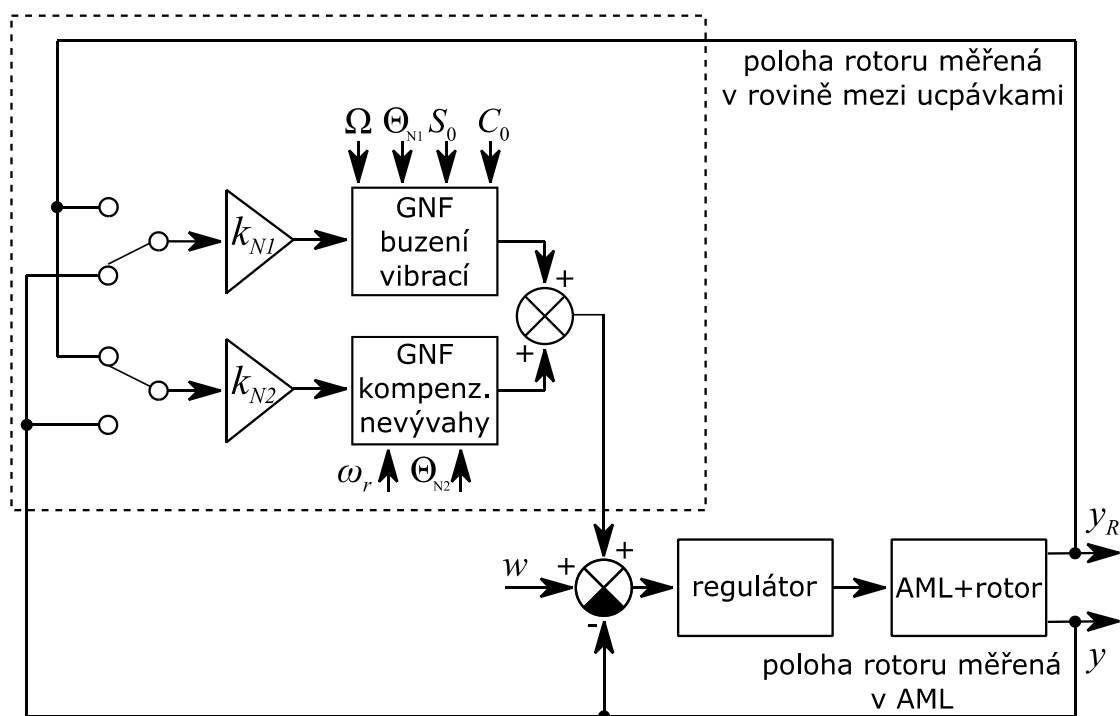
Stabilitu a konvergenci algoritmu lze ovlivnit parametry k_N a Θ_N obdobně jako v případě kompenzace synchronních vibrací.

5.6 Generování požadované orbity rotoru

V předchozích kapitolách je popsána kompenzace a buzení vibrací v jednotlivých osách AML. Vlivem nesouososti jednotlivých částí rotoru, viz kapitola 4.2, byly na snímačích umístěných v rovině mezi ucpávkami měřeny významné synchronní vibrace rotoru. Implementoval jsem tak v řídicím systému AML kompenzace synchronních vibrací rotoru, které jsou měřeny v rovině mezi ucpávkami v blízkosti středu rotoru. Motivací bylo dosažení lepších výsledků při vlastní experimentální identifikaci ucpávek, protože snímače polohy rotoru v rovině mezi ucpávkami jsou umístěny blíže břitům ucpávky než snímače v domečcích AML (obrázek 4-22).

Signál polohy rotoru měřený v rovině mezi ucpávkami je přiveden do řízení AML, jak zobrazuje obrázek 5-20. Řídicí algoritmus jednotlivých os radiálních AML se skládá ze zpětnovazebního regulátoru polohy rotoru doplněného o dva bloky GNF pro kompenzaci synchronních vibrací na otáčkové frekvenci ω_r a buzení asynchronních vibrací na frekvenci precese Ω . Do jednotlivých GNF lze přivést signál polohy rotoru měřený v rovině AML nebo signál polohy rotoru měřený v rovině mezi ucpávkami. Součet výstupů obou GNF je přičten k regulační odchylce vstupující do regulátoru.

V případě axiálního AML je požadavkem pouze potlačit vibrace rotoru na otáčkové frekvenci ω_r a frekvenci precese Ω . Do GNF pro kompenzaci vibrací je tak přivedena pouze axiální poloha rotoru měřená v AML.



Obrázek 5-20: Blokové schéma řízení polohy rotoru v jedné ose radiálního AML pro generování příčných vibrací rotoru

Při ověřování implementovaného algoritmu bez natlakovaného statoru byly zaznamenávány a vyhodnocovány signály:

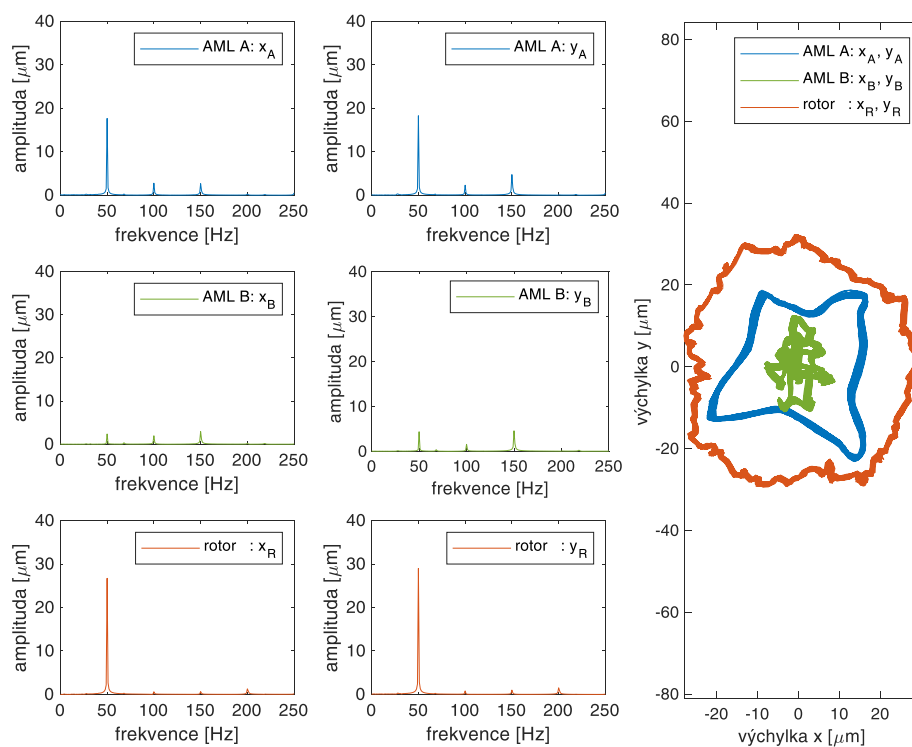
- výchylky rotoru v AML A v osách x_A a y_A ,
- výchylky rotoru v AML B v osách x_B a y_B ,
- výchylky rotoru v rovině mezi ucpávkami x_R, y_R .

Při otáčkách rotoru 3000 ot/min (50 Hz) bez spuštěné kompenzace a buzení vibrací je v signálech výchylky rotoru v AML a v rovině mezi ucpávkami patrná významná synchronní složka. Obrázek 5-21 zobrazuje změřené orbity a amplitudová frekvenční spektra měřených signálů. Na AML A je amplituda na otáčkové frekvenci významně vyšší než na AML B. To je způsobeno působením motoru, který se nachází na v blízkosti AML A.

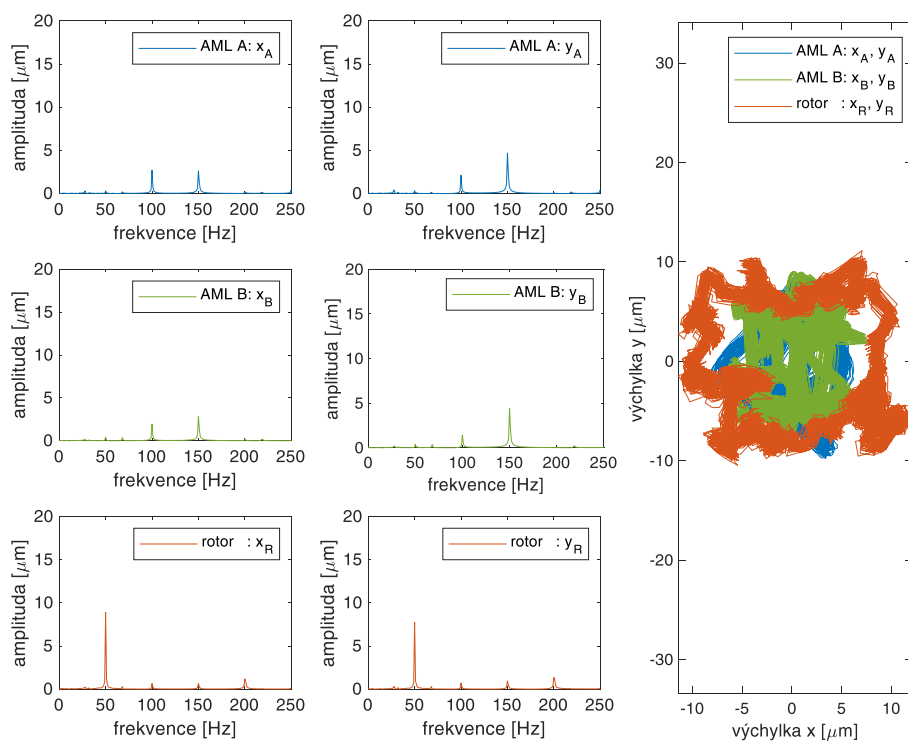
Při spuštěné aktivní kompenzaci synchronních vibrací rotoru v AML byly naměřeny významné synchronní vibrace v rovině ucpávek. Orbity a frekvenční amplitudová spektra ukazuje obrázek 5-22. V amplitudových spektrech výchylky rotoru v radiálních AML je patrné potlačení otáčkové frekvence 50 Hz , zatímco v amplitudovém spektru výchylky rotoru v rovině mezi ucpávkami je amplituda cca $8 \mu\text{m}$.

Pokud byla do GNF pro kompenzaci synchronních vibrací přivedena poloha rotoru měřená mezi ucpávkami, tak došlo k očekávanému potlačení synchronních vibrací v rovině mezi ucpávkami na úkor vibrací měřených v AML, viz obrázek 5-23.

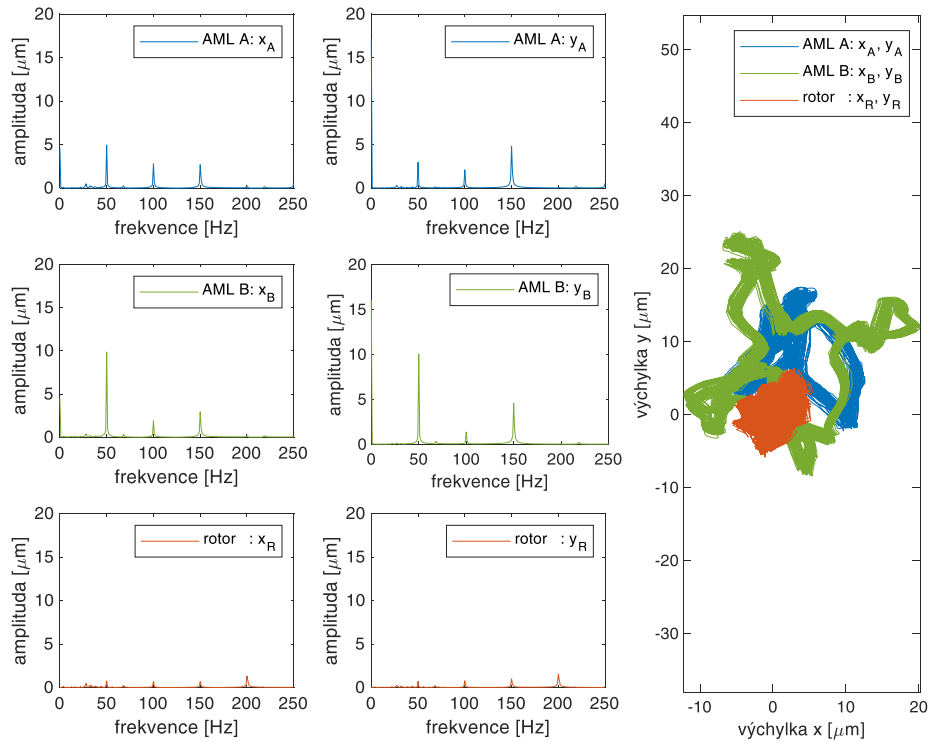
Při buzení precese rotoru po kruhové orbitě o poloměru $30 \mu\text{m}$ na frekvenci $\Omega = 25 \text{ Hz}$ byla do GNF pro buzení vibrací přivedena výchylka rotoru měřená v radiálních AML. Do GNF pro kompenzaci synchronních vibrací byla přivedena výchylka měřená v rovině mezi ucpávkami. Obrázek 5-24 zobrazuje změřenou kruhovou orbitu rotoru v rovině mezi ucpávkami. V amplitudovém spektru výchylky rotoru v osách x_R, y_R je vidět požadovaná amplituda na precesní frekvenci a potlačená amplituda na otáčkové frekvenci rotoru.



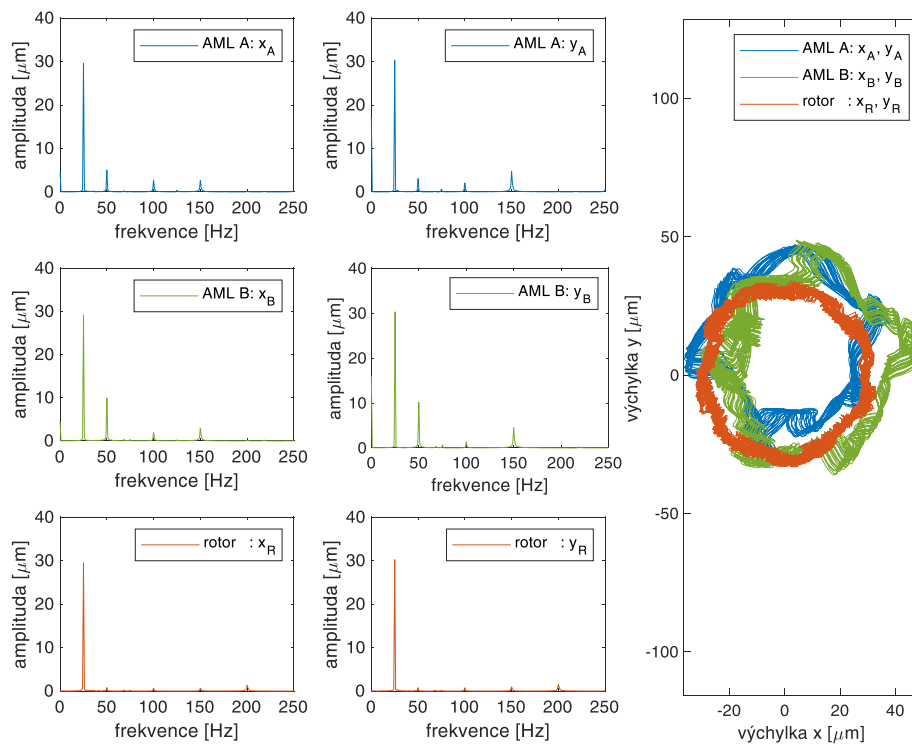
Obrázek 5-21: Výchylka rotoru při 3000 ot/min bez aktivní kompenzace a buzení vibrací



Obrázek 5-22: Výchylka rotoru při 3000 ot/min s kompenzací synch. vibrací v AML



Obrázek 5-23: Výchylka rotoru při 3000 *ot/min* s kompenzací synchron. vibrací v rovině mezi ucpávkami



Obrázek 5-24: Výchylka rotoru při 3000 *ot/min* s kompenzací synchron. vibrací v rovině mezi ucpávkami a buzením kruhové precese rotoru v AML o poloměru 30 μm

6 Měření síly působící na rotor

Síly působící na rotor vlivem proudícího média v ucpávce jsou nezbytným vstupem do identifikačních metod koeficientů ucpávky, jak je uvedeno v kapitole 3.2. Tyto síly lze spočítat integrací tlaku v ucpávce podle vztahu (3.8). To vyžaduje měření tlaku v jednotlivých kavitách labyrintové ucpávky, což je poměrně nákladné. Jeden z cílů této disertační práce je určit tyto síly z měření magnetických sil radiálních AML a výsledky porovnat se silami určenými z měření tlaků v kavitách ucpávky, které jsou vypočteny podle postupu uvedeného v kapitole 3.1.6.

K měření magnetických sil AML jsem použil snímače s piezoelektrickým krystalem vlastní výroby, které jsem umístil pod domečky radiálních AML A, B. Snímače měřily reakční sílu elektromagnetů, které působily magnetickou silou na levitující rotor. Provedl jsem kalibraci snímačů tak, aby výstupní napětí snímačů odpovídalo magnetické síle radiálních AML.

V následujících podkapitolách je nejdříve provedena analýza očekávaných silových účinků na rotor během identifikačního experimentu ucpávky. Poté je popsán vlastní snímač síly a postup experimentálního ověření lineární závislosti jeho výstupního napětí na působící síle. Dále je popsána metoda kalibrace snímačů a postup zpracování kalibračních dat. Na závěr kapitoly jsou uvedeny vypočtené kalibrační koeficienty a výsledky validačních experimentů.

6.1 Síly působící na rotor při experimentu

V rámci experimentu lze očekávat statické i dynamické silové působení na rotor. Statické zatížení je představováno gravitační tíhou rotoru, která je daná jeho hmotností. Při rotaci hřídele a jeho příčném kmitání zase vznikají síly dynamické. Při experimentu lze tedy očekávat tyto působící síly:

- gravitační síla působící na rotor (statická),
- odstředivá síla od nevyvahy rotoru (dynamická, harmonická),
- setrvačná odstředivá síla od buzení příčného kmitání rotoru (dynamická, harmonická),
- síla od motoru (dynamická),
- síla od proudícího média v ucpávce (dynamická).

Při hmotnosti rotoru $m_r \doteq 8 \text{ kg}$, lze gravitační sílu působící na rotor určit jako $f_g = m_r \cdot g = 8 \cdot 9,81 \doteq 79 \text{ N}$. Síla vlivem nevyváženosti rotoru závisí na rozložení hmoty rotoru v příčném směru podél osy rotace. Pokud se těžiště nenachází na podélné ose rotoru, ale je od ní ve vzdálenosti ε_T , tak je rotor nevyvážený. Na nevyvážený rotor o hmotnosti m_r pak při rotaci úhlovou rychlostí ω_r působí odstředivá síla f_u podle vztahu (6.1).

$$f_u = m_r \cdot \varepsilon_T \cdot \omega_r^2 \quad (6.1)$$

Při precesi rotoru úhlovou rychlostí Ω po kruhové orbitě o poloměru ε je setrvačná síla f_I rotoru daná vztahem (6.2).

$$f_I = m_r \cdot \varepsilon \cdot \Omega^2 \quad (6.2)$$

Radiální síly od motoru jsou způsobeny elektromagnetickou vazbou mezi točivým magnetickým polem vinutí statoru a magnetickým polem kotvy, která je součástí rotoru. Dynamické síly v příčném směru od proudícího média v ucpávce jsou závislé na výchylce rotoru, okrajových podmínkách experimentu, vlastnostech ucpávky a vymezení vůlí mezi rotorem a ucpávkou.

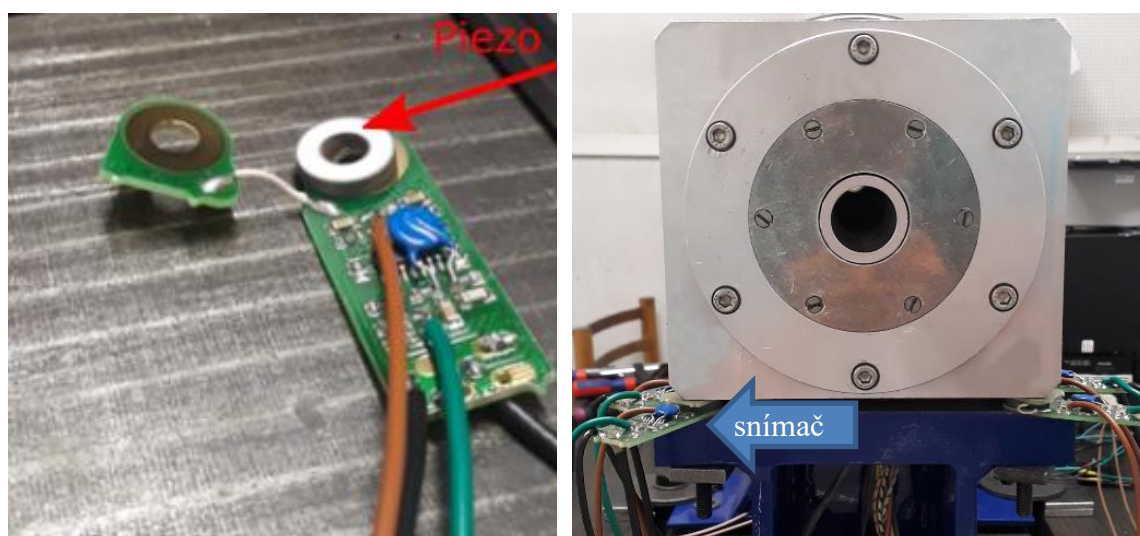
Síly v axiálním směru vlivem proudění média jsou očekávány minimální. Jsou použity dvě totožné ucpávky s přívodem média mezi ně tak, aby medium proudilo k oběma koncům rotoru přibližně stejně. Axiální síly od média v ucpávkách tak působí proti sobě.

Při stabilní levitaci rotoru uloženého v AML jsou všechny síly působící na rotor v příčném směru v rovnováze, kterou lze popsat vztahem (6.3), kde f_m je magnetická síla radiálních AML, f_g gravitační síla, f_u síla od nevyváhy rotoru, f_I setrvačná síla rotoru, f_{mot} síla od motoru, f_s interakční síla od ucpávek.

$$f_m + f_g + f_u + f_I + f_{mot} + f_s = 0 \quad (6.3)$$

6.2 Snímače síly pod domečky radiálních AML

Pro měření magnetické síly od radiálních AML byly zkonstruovány snímače s piezoelektrickým krystalem (obrázek 6-1 vlevo), jejichž elektrické schéma je uvedeno v příloze F. Pod oba domečky radiálních AML jsou umístěny vždy čtyři tyto snímače (obrázek 6-1 vpravo), které tak měří reakční sílu elektromagnetů působících magnetickou silou na levitující rotor. Z principu piezoelektrického jevu měří snímač pouze dynamické síly. Při deformaci krystalu vzniká na krystalu napětí, které je úměrné působící síle. Toto napětí je pak zesíleno zesilovačem na měřitelnou úroveň.

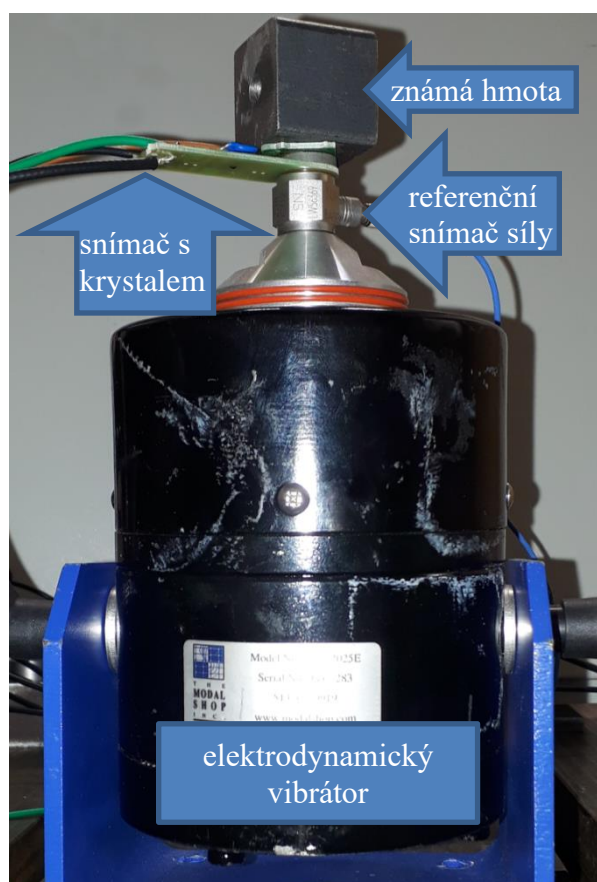


Obrázek 6-1: Snímač s piezoelektrickým krystalem a jeho umístění pod domeček AML

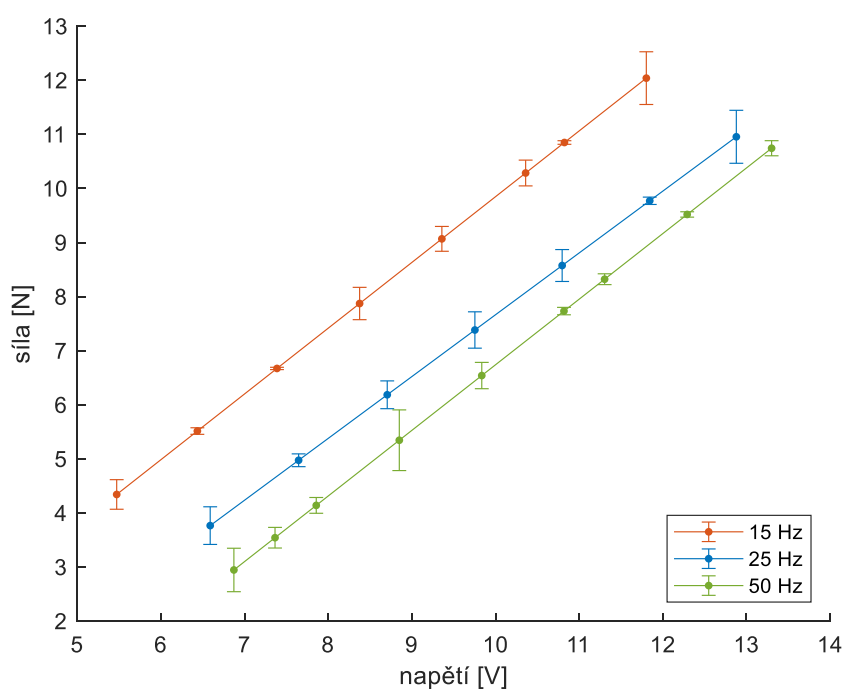
Výstupní napětí snímače je lineárně závislé na amplitudě působící síly, což jsem ověřil experimentálně. Snímač s krystalem, závaží se známou hmotností a referenční snímač síly jsem umístil na elektrodynamický vibrátor, jak ukazuje obrázek 6-2. Při harmonickém průběhu kmitání vibrátoru bylo výstupní napětí zesilovače úměrné setrvačné síle přidaného závaží, kterou měřil referenční snímač síly. Závislost amplitudy výstupního napětí snímače na amplitudě referenční síly pro frekvence harmonického kmitání vibrátoru 15, 25 a 50 Hz zobrazuje obrázek 6-3. Naměřené body jsou proloženy lineární funkcí ve smyslu nejmenších čtverců a je určena citlivost snímače a chyba proložení, které uvádí tabulka 10. Experimentálně tak byla ověřena linearita vyrobeného snímače, jehož citlivost je však závislá na frekvenci působící síly a na přepětí snímače při instalaci.

Frekvence	[Hz]	15	25	50
Citlivost	[N/V]	1.215	1.143	1.213
Střední absolutní chyba	[N]	0.041	0.055	0.042

Tabulka 10: Změřená citlivost snímače v závislosti na frekvenci



Obrázek 6-2: Instalace snímače s krystalem, referenčního snímače síly a závaží na elektrodynamickém vibrátoru



Obrázek 6-3: Změřená závislost mezi výstupním napětím zesilovače a působící silou

6.3 Metoda kalibrace snímačů pod domečky AML

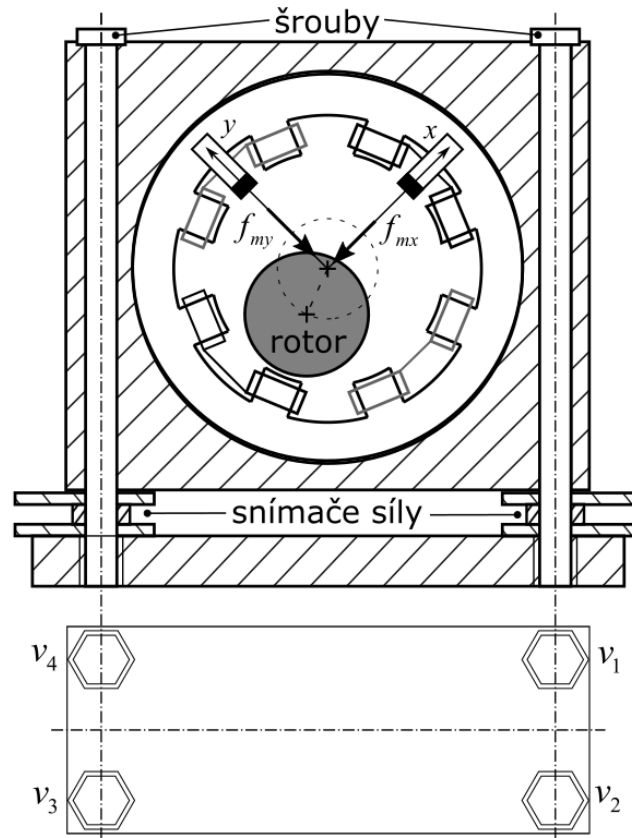
Citlivosti vyrobených snímačů síly závisí na velikosti předpětí snímače umístěného mezi domečkem AML a základnou a také na frekvenci působící síly. Dosažení přesného předpětí jednotlivých snímačů pod domečkem AML je téměř nemožné. Proto jsem navrhl kalibrační proceduru, která je prováděna až po ustavení rotoru v magnetických ložiskách a lze ji provést před vlastním identifikačním experimentem ucpávek.

Při kalibraci nerotující rotor provádí cylindrický pohyb, kdy nedochází k náklonu rotoru v axiální ose a na rotor tak nepůsobí žádné příčné momenty setrvačnosti. V obou radiálních AML jsou generovány stejné příčné vibrace rotoru, který provádí precesní pohyb po eliptické orbitě s konstantní úhlovou rychlostí Ω . Jako referenční síla pro kalibraci je použita setrvačná síla rotoru. Ta je určena z hmotnosti rotoru m_r a jeho zrychlení \ddot{x} a \ddot{y} , které je vypočteno z měřené výchylky rotoru v osách x a y jako druhá derivace podle času.

Setrvačná síla působí proti magnetické síle, která způsobuje pohyb rotoru. Účinky setrvačné síly se při cylindrickém pohybu rozloží na obě radiální AML A, B úměrně podle polohy těžiště na axiální ose, které se nachází ve vzdálenosti L_A od AML A. Magnetická ložiska A, B tak generují magnetickou sílu odpovídající jejich zatížení podle vztahu (6.5), kde L_r je délka rotoru. Postup určení axiální polohy těžiště z přírůstků řídicích proudů při změně hmotnosti rotoru je uveden v příloze G.

$$\begin{bmatrix} f_{mx}^A \\ f_{my}^A \end{bmatrix} = -\frac{L_r - L_A}{L_r} \begin{bmatrix} m_r \ddot{x} \\ m_r \ddot{y} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} f_{mx}^B \\ f_{my}^B \end{bmatrix} = -\frac{L_A}{L_r} \begin{bmatrix} m_r \ddot{x} \\ m_r \ddot{y} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Pod každým z obou radiálních ložisek A, B jsou umístěny čtyři snímače (obrázek 6-4). Radiální AML A působí na rotor magnetickými silami $f_{mx}^A(t)$, $f_{my}^A(t)$ a na snímačích síly umístěných pod ním je měřeno napětí $v_1^A(t)$, $v_2^A(t)$, $v_3^A(t)$, $v_4^A(t)$. Obdobně radiální AML B působí na rotor silami $f_{mx}^B(t)$, $f_{my}^B(t)$ a na snímačích síly pod ním je měřeno napětí $v_1^B(t)$, $v_2^B(t)$, $v_3^B(t)$, $v_4^B(t)$. Cílem kalibrace je získat vztah mezi napětím na výstupu snímačů a magnetickými silami radiálních AML působících na rotor v osách x a y .



Obrázek 6-4: Levitující rotor v domečku radiálního AML umístěného na snímačích síly

Při prvních experimentech bylo zřejmé, že průběh výstupního napětí snímačů závisí na směru výsledné magnetické síly, který odpovídá směru pohybu rotoru. Tento směr lze ve čtyřech kvadrantech pravoúhlého souřadného systému určit podle vztahu (6.6), který definuje směrový úhel Φ v intervalu $\langle 0, 360 \rangle$ stupňů jako rozšířený arkus tangens z poměru diferencí výchylky rotoru v osách x, y .

$$\Phi = \arctg 2 \left(\frac{dx}{dy} \right) \quad (6.6)$$

Vztah mezi výstupním napětím v_k^A jednoho snímače umístěného pod domečkem AML A a magnetickými silami f_{mx}^A, f_{my}^A lze pak popsat lineární kombinací (6.7), kde koeficienty a_{kx}^A, a_{ky}^A vyjadřují příspěvek magnetické síly ve směrech x, y k výstupnímu napětí snímače. Obdobně lze pak zapsat vztah pro výstupní napětí v_k^B jednoho snímače umístěným pod AML B a magnetickými silami f_{mx}^B, f_{my}^B . Vztah (6.7) zároveň reflektuje závislost výstupního napětí na směrovém úhlu Φ a úhlové rychlosti precese rotoru Ω .

$$\begin{aligned}
v_k^A(\Phi, \Omega) &= a_{kx}^A(\Phi, \Omega) \cdot f_{mx}^A(\Phi, \Omega) + a_{ky}^A(\Phi, \Omega) \cdot f_{my}^A(\Phi, \Omega) \\
v_k^B(\Phi, \Omega) &= a_{kx}^B(\Phi, \Omega) \cdot f_{mx}^B(\Phi, \Omega) + a_{ky}^B(\Phi, \Omega) \cdot f_{my}^B(\Phi, \Omega)
\end{aligned} \tag{6.7}$$

Rovnice (6.7) můžou být zapsány v maticovém tvaru (6.8) pro všechny čtyři snímače pod radiálními AML. Ze zápisu je pro přehlednost vynechán argument funkce (Φ, Ω) .

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} v_1^A \\ v_2^A \\ v_3^A \\ v_4^A \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} a_{1x}^A & a_{1y}^A \\ a_{2x}^A & a_{2y}^A \\ a_{3x}^A & a_{3y}^A \\ a_{4x}^A & a_{4y}^A \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}_{4 \times 2}^A} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} f_{mx}^A \\ f_{my}^A \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}_{2 \times 1}^A}, & \begin{bmatrix} v_1^B \\ v_2^B \\ v_3^B \\ v_4^B \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} a_{1x}^B & a_{1y}^B \\ a_{2x}^B & a_{2y}^B \\ a_{3x}^B & a_{3y}^B \\ a_{4x}^B & a_{4y}^B \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}_{4 \times 2}^B} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} f_{mx}^B \\ f_{my}^B \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}_{2 \times 1}^B}
\end{aligned} \tag{6.8}$$

Pokud je provedeno N_e experimentů, při kterých jsou změřena výstupní napětí snímačů síly pod ložisky a vypočteny referenční magnetické síly, tak lze vztah (6.8) zapsat ve tvaru (6.9).

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_{4 \times N_e}^A(\Phi, \Omega) &= \mathbf{c}_{4 \times 2}^A(\Phi, \Omega) \cdot \mathbf{F}_{2 \times N_e}^A(\Phi, \Omega) \\
\mathbf{V}_{4 \times N_e}^B(\Phi, \Omega) &= \mathbf{c}_{4 \times 2}^B(\Phi, \Omega) \cdot \mathbf{F}_{2 \times N_e}^B(\Phi, \Omega)
\end{aligned} \tag{6.9}$$

Matice $\mathbf{c}^A(\Phi, \Omega)$ a $\mathbf{c}^B(\Phi, \Omega)$ jsou složeny každá z 8 kalibračních koeficientů, které jsou závislé na směrovém úhlu Φ a frekvenci Ω . Pokud jsou pro jednotlivé experimenty nastaveny různé orbity precese rotoru, tak lze tyto kalibrační matice určit pomocí metody nejmenších čtverců podle vztahu (6.10).

$$\begin{aligned}
\mathbf{c}_{4 \times 2}^A(\Phi, \Omega) &= \mathbf{V}_{4 \times N_e}^A(\Phi, \Omega) \cdot \left(\mathbf{F}_{2 \times N_e}^A(\Phi, \Omega) \right)^T \cdot \left[\mathbf{F}_{2 \times N_e}^A(\Phi, \Omega) \cdot \left(\mathbf{F}_{2 \times N_e}^A(\Phi, \Omega) \right)^T \right]^{-1} \\
\mathbf{c}_{4 \times 2}^B(\Phi, \Omega) &= \mathbf{V}_{4 \times N_e}^B(\Phi, \Omega) \cdot \left(\mathbf{F}_{2 \times N_e}^B(\Phi, \Omega) \right)^T \cdot \left[\mathbf{F}_{2 \times N_e}^B(\Phi, \Omega) \cdot \left(\mathbf{F}_{2 \times N_e}^B(\Phi, \Omega) \right)^T \right]^{-1}
\end{aligned} \tag{6.10}$$

Kalibrační matice lze poté použít podle vztahu (6.11) k výpočtu magnetické síly AML na frekvenci precese Ω z měřených výstupních napětí snímačů pod AML A, B. Symbol \mathbf{c}^+ označuje pseudo-inverzi matice.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} f_{mx}^A(\Phi, \Omega) \\ f_{my}^A(\Phi, \Omega) \end{bmatrix} &= \mathbf{F}^A(\Phi, \Omega) = \left(\mathbf{c}^A(\Phi, \Omega) \right)^+ \mathbf{V}^A(\Phi, \Omega) \\
\begin{bmatrix} f_{mx}^B(\Phi, \Omega) \\ f_{my}^B(\Phi, \Omega) \end{bmatrix} &= \mathbf{F}^B(\Phi, \Omega) = \left(\mathbf{c}^B(\Phi, \Omega) \right)^+ \mathbf{V}^B(\Phi, \Omega)
\end{aligned} \tag{6.11}$$

Při kalibraci snímačů pro jednu frekvenci precese jsou pro jednotlivé experimenty nastaveny různé tvary eliptické orbity rotoru. Během experimentů jsou zaznamenávány:

- výstupní napětí snímačů $v_1^A(t), v_2^A(t), v_3^A(t), v_4^A(t)$ pod domečkem AML A,
- výstupní napětí snímačů $v_1^B(t), v_2^B(t), v_3^B(t), v_4^B(t)$ pod domečkem AML B,
- výchylky rotoru $y_{xA}(t), y_{yA}(t)$ v domečku AML A,
- výchylky rotoru $y_{xB}(t), y_{yB}(t)$ v domečku AML B.

Pro signály výchylky rotoru platí, že $y_{xA}(t) = y_{xB}(t) = x(t)$, $y_{yA}(t) = y_{yB}(t) = y(t)$. Referenční síly jsou určeny podle vztahu (6.5) z hmotnosti rotoru a jeho zrychlení. Příklad změřených dat při jednom kalibračním experimentu pro frekvenci precese rotoru 15 Hz ukazuje obrázek 6-5.

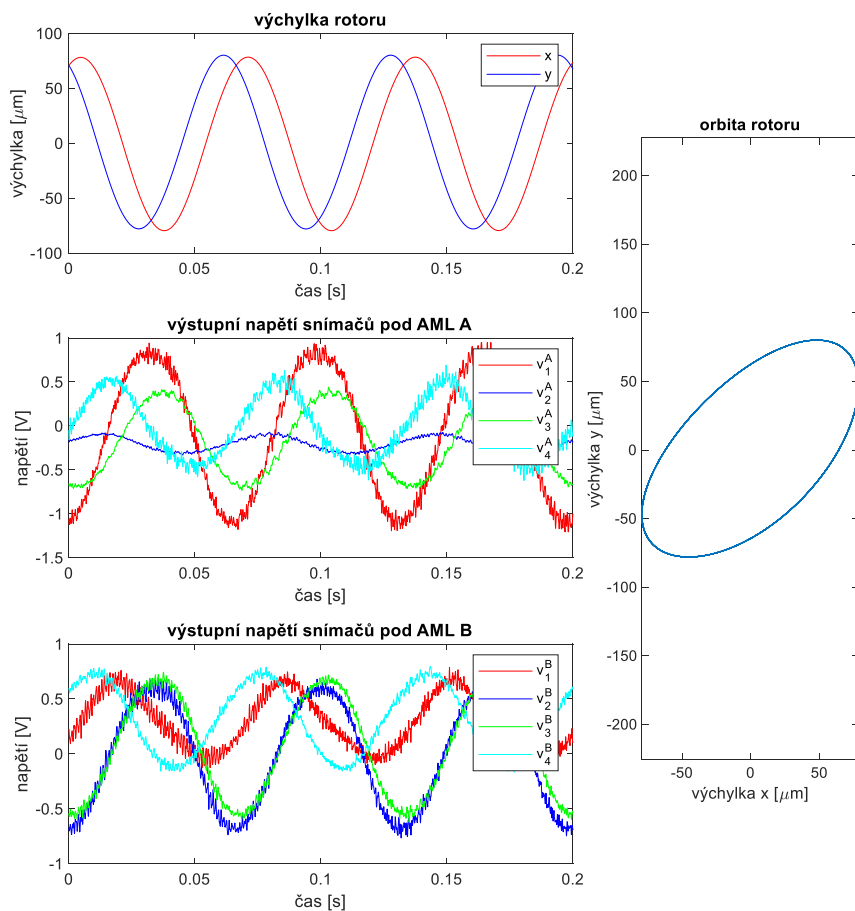
Při precesi rotoru po eliptické orbitě rychlostí Ω jsou v jedné periodě obsaženy všechny směrové úhly v rozsahu $\langle 0, 360 \rangle$ stupňů. Výpočet kalibračních koeficientů jsem prováděl pro směrové úhly s krokem 0.1 stupně. Pro dosažení požadovaného rozlišení ve směrovém úhlu jsem změřená diskretní data, která jsou vzorkovaná frekvencí 12500 Hz, převzorkoval na desetkrát vyšší vzorkovací frekvenci a odfiltroval jsem vysokofrekvenční šum. Blokové schéma postupu zpracování dat z kalibračních experimentů ukazuje obrázek 6-6. Data byla zpracována v prostředí *Matlab*. Tabulka 11 uvádí střední hodnoty vypočtených kalibračních koeficientů, směrodatné odchylky a variační koeficienty.

Po zhodnocení závislosti kalibračních koeficientů na směrovém úhlu jsem se rozhodl kalibrační matice $\mathbf{c}^A(\Phi, \Omega)$ a $\mathbf{c}^B(\Phi, \Omega)$ aproximovat jejich střední hodnotou $\mathbf{c}^A(\Omega)$ a $\mathbf{c}^B(\Omega)$. Výpočet magnetické síly na frekvenci precese Ω z výstupních napětí snímačů pod radiálními AML A, B lze pak zjednodušit na tvar (6.12).

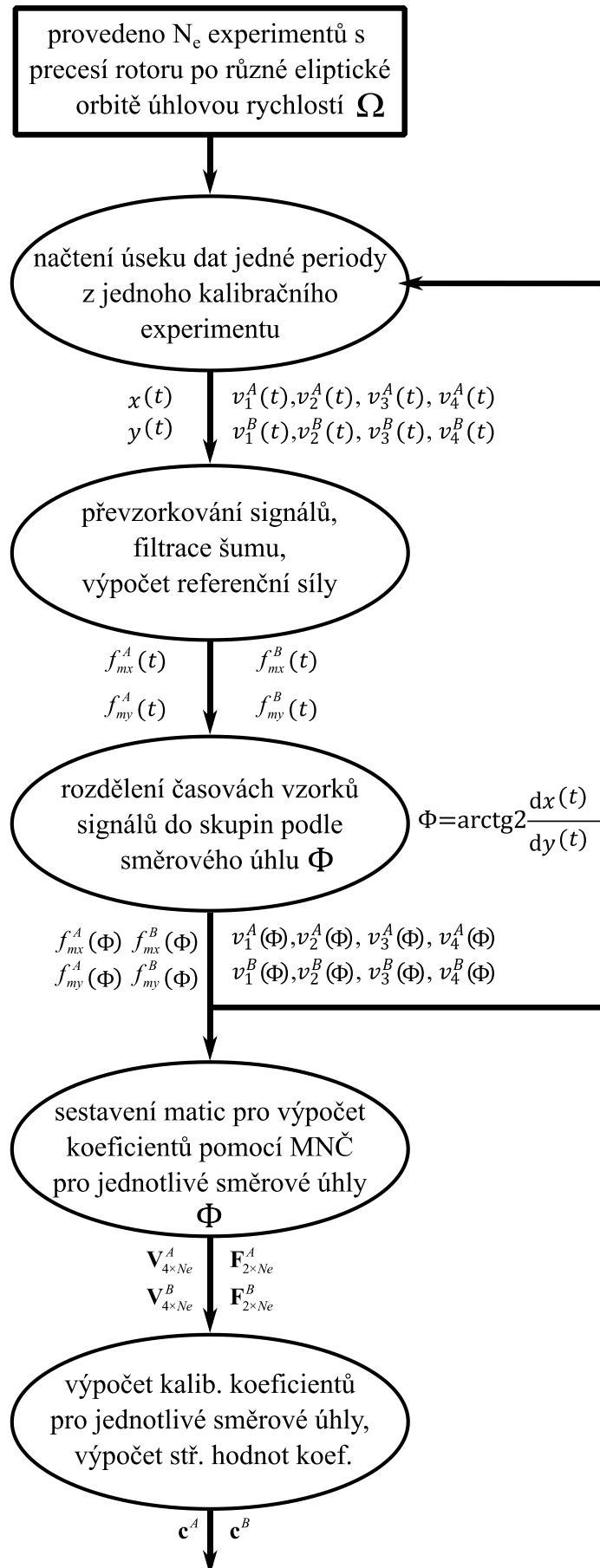
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} f_{mx}^A(\Omega) \\ f_{my}^A(\Omega) \end{bmatrix} &= (\mathbf{c}^A(\Omega))^+ \mathbf{V}^A(\Omega) \\ \begin{bmatrix} f_{mx}^B(\Omega) \\ f_{my}^B(\Omega) \end{bmatrix} &= (\mathbf{c}^B(\Omega))^+ \mathbf{V}^B(\Omega) \end{aligned} \quad (6.12)$$

radiální magnetické ložisko	koeficient	střední hodnota [V/N]	směrodatná odchylka [V/N]	variační koeficient [%]
AML A	a_{1x}^A	-0.1713	0.0003	0.2
	a_{2x}^A	0.0636	0.0005	0.7
	a_{3x}^A	-0.2121	0.0007	0.3
	a_{4x}^A	0.2465	0.0013	0.5
	a_{1y}^A	-0.3233	0.0002	0.1
	a_{2y}^A	-0.0393	0.0002	0.6
	a_{3y}^A	-0.0538	0.0002	0.4
	a_{4y}^A	-0.2318	0.0006	0.2
AML B	a_{1x}^B	0.0802	0.0005	0.6
	a_{2x}^B	-0.0934	0.0004	0.4
	a_{3x}^B	-0.1246	0.0003	0.3
	a_{4x}^B	0.1467	0.0005	0.3
	a_{1y}^B	-0.1155	0.0003	0.2
	a_{2y}^B	-0.1156	0.0002	0.1
	a_{3y}^B	-0.0729	0.0002	0.2
	a_{4y}^B	-0.0531	0.0002	0.3

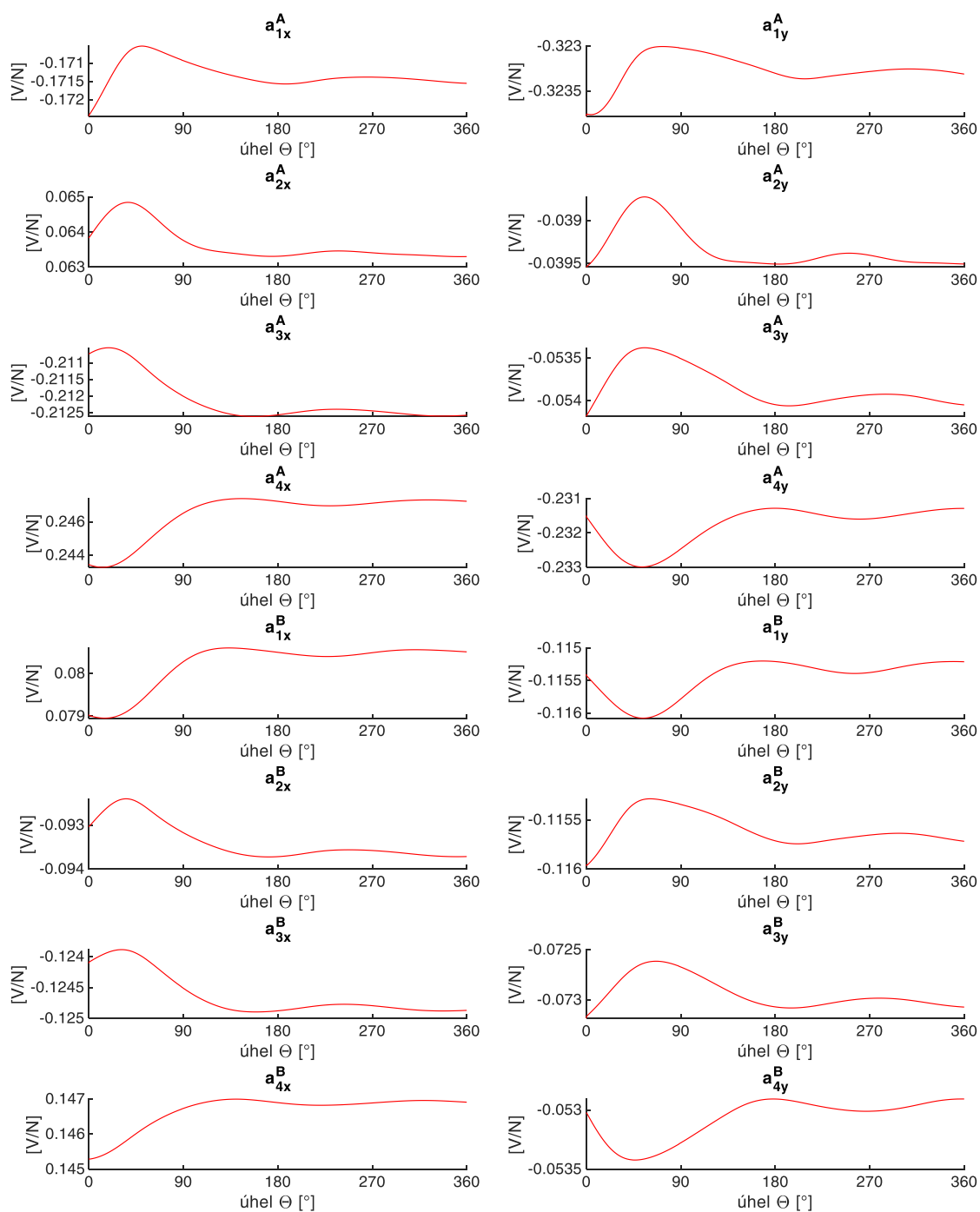
Tabulka 11: Vypočtené kalibrační koeficienty pro frekvenci precese rotoru 15 Hz



Obrázek 6-5: Data z kalibrace snímačů síly pod radiálními ložisky



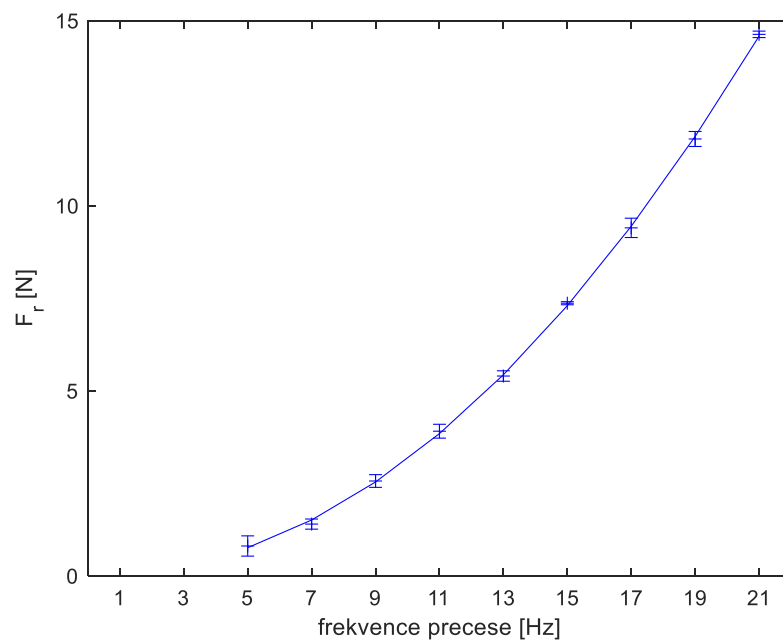
Obrázek 6-6: Postup zpracování kalibračních dat snímačů síly



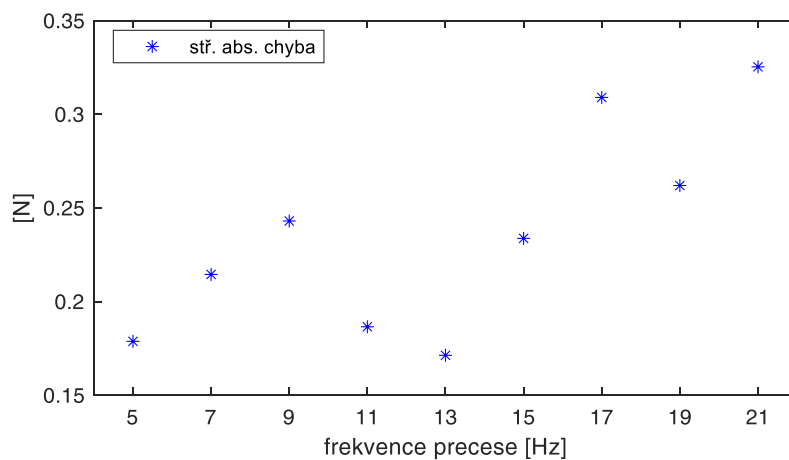
Obrázek 6-7: Závislost kalibračních koeficientů na směrovém úhlu pro frekvenci 15 Hz

Ověření kalibrace snímačů jsem provedl při precesi nerotujícího rotoru po kruhové orbitě o poloměru $100 \mu\text{m}$. Při známé hmotnosti rotoru m_r a frekvenci precese Ω lze určit odstředivou sílu působící na rotor jako $f_r = m_r \varepsilon \Omega^2$. Tato síla musí odpovídat změřené radiální síle, která je určena podle vztahu (3.40) ze změřených magnetických sil a výchylek rotoru v souřadném systému AML.

Závislost změřené radiální síly na frekvenci precese zobrazuje obrázek 6-8. Z průběhu grafu je patrná kvadratická závislost síly na frekvenci. Odchylku změřené radiální síly od referenční odstředivé síly ilustruje obrázek 6-9. Na měřeném frekvenčním rozsahu je absolutní odchylka menší než 0.35 N .



Obrázek 6-8: Závislost změřené radiální síly na frekvenci precese



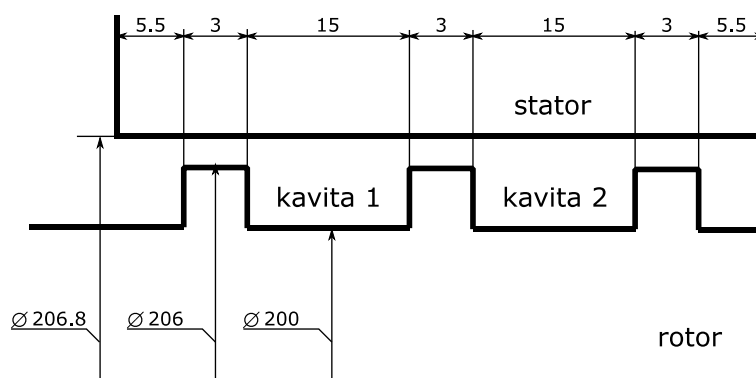
Obrázek 6-9: Střední absolutní chyba měřené magnetické síly od referenční odstředivé síly

7 Experimentální identifikace koeficientů labyrintové ucpávky

V této kapitole je popsán průběh identifikačního experimentu labyrintové ucpávky a jsou prezentována a vyhodnocena změřená data, která jsou následně použita pro identifikaci silových koeficientů ucpávky. V první části kapitoly je popsán průběh a parametry experimentu. V druhé části jsou zpracována data z měření tlaků v kavitách labyrintové ucpávky a je provedena identifikace silových koeficientů podle metodiky popsané v kapitole 3.2.1. V poslední části jsou prezentována data ze snímačů síly pod domečky radiálních AML.

7.1 Parametry a průběh experimentu

Labyrintová ucpávka je tvořena bříty na rotoru, ke kterému je přistaveno těleso statoru tak, že mezera mezi statorem a břítem rotoru je 0.4 mm . Na rotoru jsou ucpávkové bříty rozmístěné symetricky, tři na levé a tři na pravé straně. Po přistavení statoru tak vzniknou dvě stejné labyrintové ucpávky každá se dvěma kavitami. Geometrii vzniklé labyrintové ucpávky ukazuje obrázek 7-1. Konstrukce rotoru je detailněji popsána v kapitole 4.2.



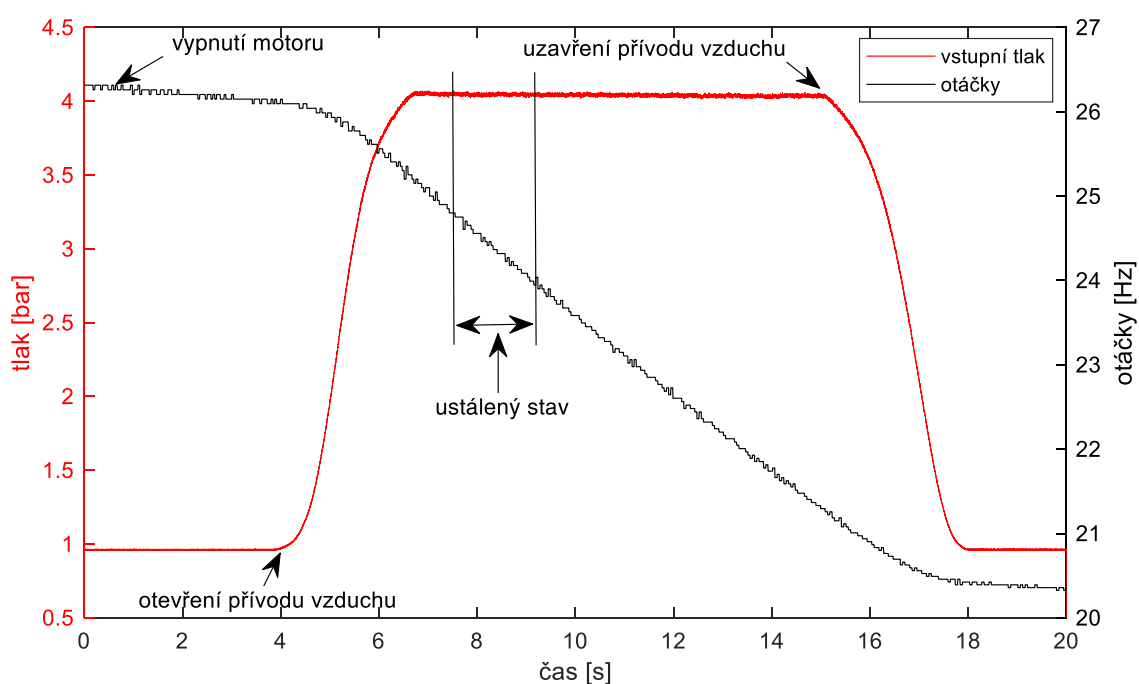
Obrázek 7-1: Geometrie identifikované labyrintové ucpávky

Při experimentu byl stlačený vzduch přiveden ke středu rotoru, kde byl následně rozveden rovnoměrně na obě ucpávky. Po průchodu mezerou mezi ucpávkou a rotorem unikál vzduch do volného prostoru. Před otevřením přívodu vzduchu jsem nastavil požadované otáčky rotoru a poté jsem motor vypnul, abych eliminoval vibrace rotoru způsobené působením radiálních sil točivého magnetického pole statorového vinutí motoru

Průběh jednoho experimentu ilustruje obrázek 7-2, kde je zobrazen průběh statického tlaku vzduchu před ucpávkou a otáčky rotoru. Po otevření přívodu vzduchu došlo před ucpávkou k postupnému nárůstu statického tlaku na konstantní hodnotu. Po odeznění tohoto přechodového děje nastal ustálený stav, kdy změřená data obsahují informaci o koeficientech ucpávky. Pro identifikaci ucpávky stačilo zaznamenat během ustáleného stavu relativně krátký úsek dat, který obsahoval dostatečný počet period harmonické složky na frekvenci

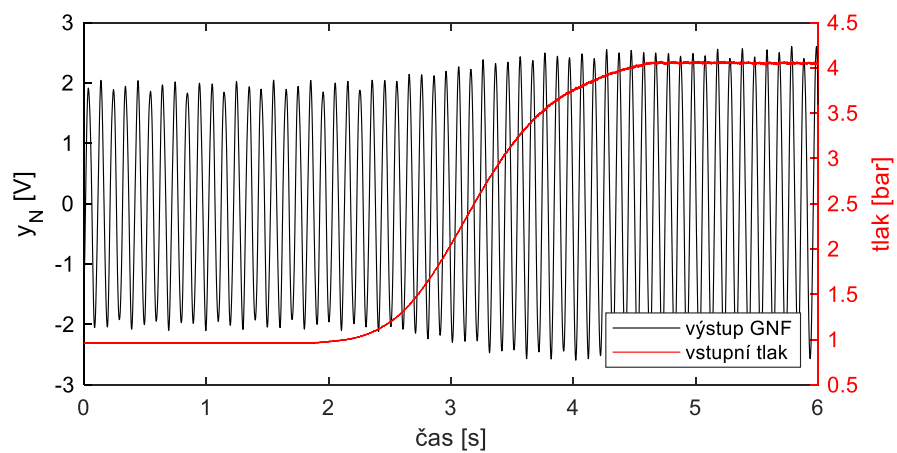
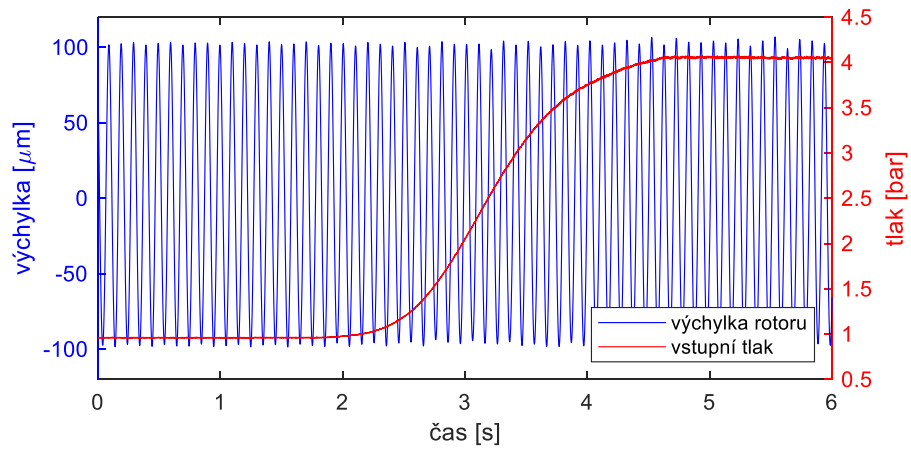
precese rotoru. Jeden identifikační experiment trval řádově několik desítek vteřin, a lze jej rozdělit do následujících kroků:

1. najetí levitujícího rotoru na otáčky vyšší než požadované otáčky,
2. spuštění kompenzace synchronních vibrací na otáčkové frekvenci rotoru,
3. spuštění generování precese rotoru,
4. vypnutí točivého magnetické pole motoru,
5. spuštění záznamu procesních veličin,
6. otevření přívodu vzduch.
7. odeznění přechodového děje,
8. ustálený stav,
9. uzavření přívodu vzduchu.

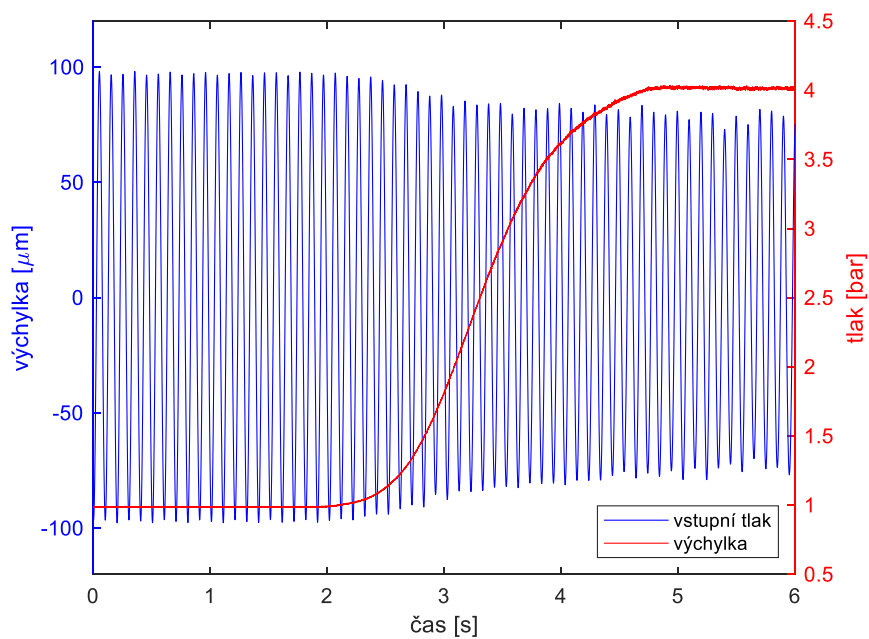


Obrázek 7-2: Průběh tlaku a otáček během experimentu

Před otevřením přívodu vzduchu byla nastavena požadovaná precese rotoru. Po otevření přívodu vzduchu začal proudící vzduch v ucpávce působit na rotor, což vedlo ke změně tvaru jeho orbity. Algoritmus pro generování precese rotoru, který je popsán v kapitole 5.5, automaticky upravil svůj výstup tak, aby byl dosažen požadovaný průběh výchylky rotoru na frekvenci precese. Obrázek 7-3 zobrazuje průběh výchylky rotoru v jedné ose radiálního AML a průběh adaptace budícího signálu. Pro porovnání ukazuje obrázek 7-4 průběh výchylky rotoru při zafixovaném budícím signálu, kde je zjevná změna amplitudy výchylky rotoru vlivem proudícího vzduchu v ucpávce.



Obrázek 7-3: Průběh výchylky rotoru a budícího signálu pro generování precese rotoru po otevření přívodu vzduchu



Obrázek 7-4: Průběh výchylky rotoru bez adaptace budícího signálu precese rotoru po otevření přívodu vzduchu

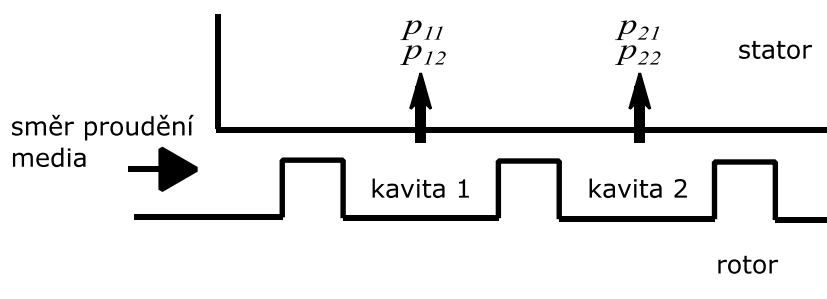
7.2 Identifikace koeficientů ucpávky z tlaků v kavitách

Identifikace silových koeficientů ucpávky je prováděna při precesi rotoru po kruhové orbitě o poloměru ε úhlovou rychlostí Ω . Během experimentu jsou měřeny a zaznamenávány tlaky v kavitách labyrintové ucpávky a výchylka rotoru.

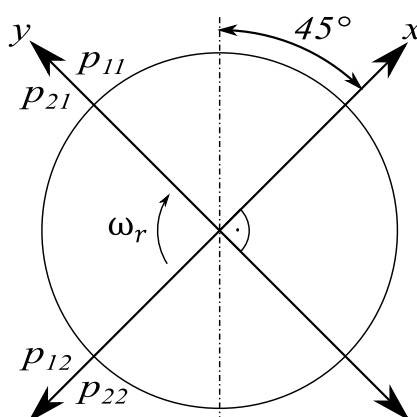
Ve dvou kavitách labyrintové ucpávky jsou umístěny vždy dva snímače tlaku tvořící pravoúhlý souřadný systém. V první kavitě jsou umístěny snímače tlaku p_{11} , p_{12} a v druhé kavitě p_{21} , p_{22} . Výchylka rotoru v příčném směru je měřena ve směrech x , y pravoúhlého souřadného systému snímačů umístěných v domečcích AML. Umístění snímačů tlaku v ucpávce ilustruje obrázek 7-5 a vzájemnou orientaci snímačů výchylky rotoru a tlaku v kavitách ukazuje obrázek 7-6.

Z naměřených signálů tlaků a výchylek rotoru lze vypočítat radiální a tečnou sílu působící na rotor vlivem proudícího média v ucpávce podle metodiky popsané v kapitole 3.1.6. K tomu je zapotřebí pro frekvenci precese Ω stanovit fázové zpoždění mezi signály výchylky rotoru a tlaku v kavitách ucpávky a jejich amplitudy.

Ke správnému určení fázového zpoždění musí být výchylka rotoru a tlaky v kavitách měřeny na stejném obvodovém místě, což platí pro tlaky v kavitách p_{11} , p_{21} a výchylku rotoru ve směru y . Při určování fázového zpoždění například mezi signály tlaků p_{12} , p_{22} a výchylky rotoru ve směru x však musí být provedena korekce, a to fázovým posunutím signálů tlaku p_{12} , p_{22} o 180° , respektive otočením jejich znaménka.



Obrázek 7-5: Umístění snímačů tlaku v kavitách labyrintové ucpávky



Obrázek 7-6: Vzájemná orientace snímačů výchylky rotoru a tlaku v kavitách ucpávky

Z vypočtených radiálních a tečných sil při kruhové orbitě pro různé frekvence precese rotoru lze vypočítat koeficienty podle postupu uvedeného v kapitole 3.2.1. Změřené radiální a tečné síly podělené poloměrem kruhové orbity jsou proloženy polynomem prvního případně druhého stupně. Koeficienty polynomu, které lze určit metodou nejmenších čtverců, pak odpovídají identifikovaným koeficientům ucpávky.

Provedl jsem identifikační experimenty pro frekvence precese rotoru 5 až 20 Hz s krokem 1 Hz a poloměr kruhové orbity 100 μm . Parametry experimentů shrnuje tabulka 12. Průběh změřených signálů tlaku v kavitách ucpávky a výchylky rotoru pro frekvenci precese 10 Hz ukazuje obrázek 7-7. Pro výpočet radiálních a tečných sil působících na rotor vlivem ucpávky jsem použil data ze snímačů tlaku v kavitách ucpávky p_{11} , p_{21} a výchylku měřenou ve směru y . Odpovídající snímače jsou umístěné ve stejné obvodové poloze (obrázek 7-6), takže není zapotřebí žádná korekce fáze.

Pomocí FFT jsem pro frekvenci precese Ω určil ze signálů tlaku $p_{11}(t)$, $p_{21}(t)$ amplitudy P_{11} , P_{21} a fáze φ_{11} , φ_{21} a ze signálu výchylky rotoru $y(t)$ amplitudu Y a fázi φ_y . Z fází signálů jsem pro obě kavity určil fázový rozdíl mezi tlakem a výchylkou rotoru β_{11} , β_{21} podle vztahu (7.1).

$$\begin{aligned}\beta_{11} &= \varphi_{11} - \varphi_y \\ \beta_{21} &= \varphi_{21} - \varphi_y\end{aligned}\quad (7.1)$$

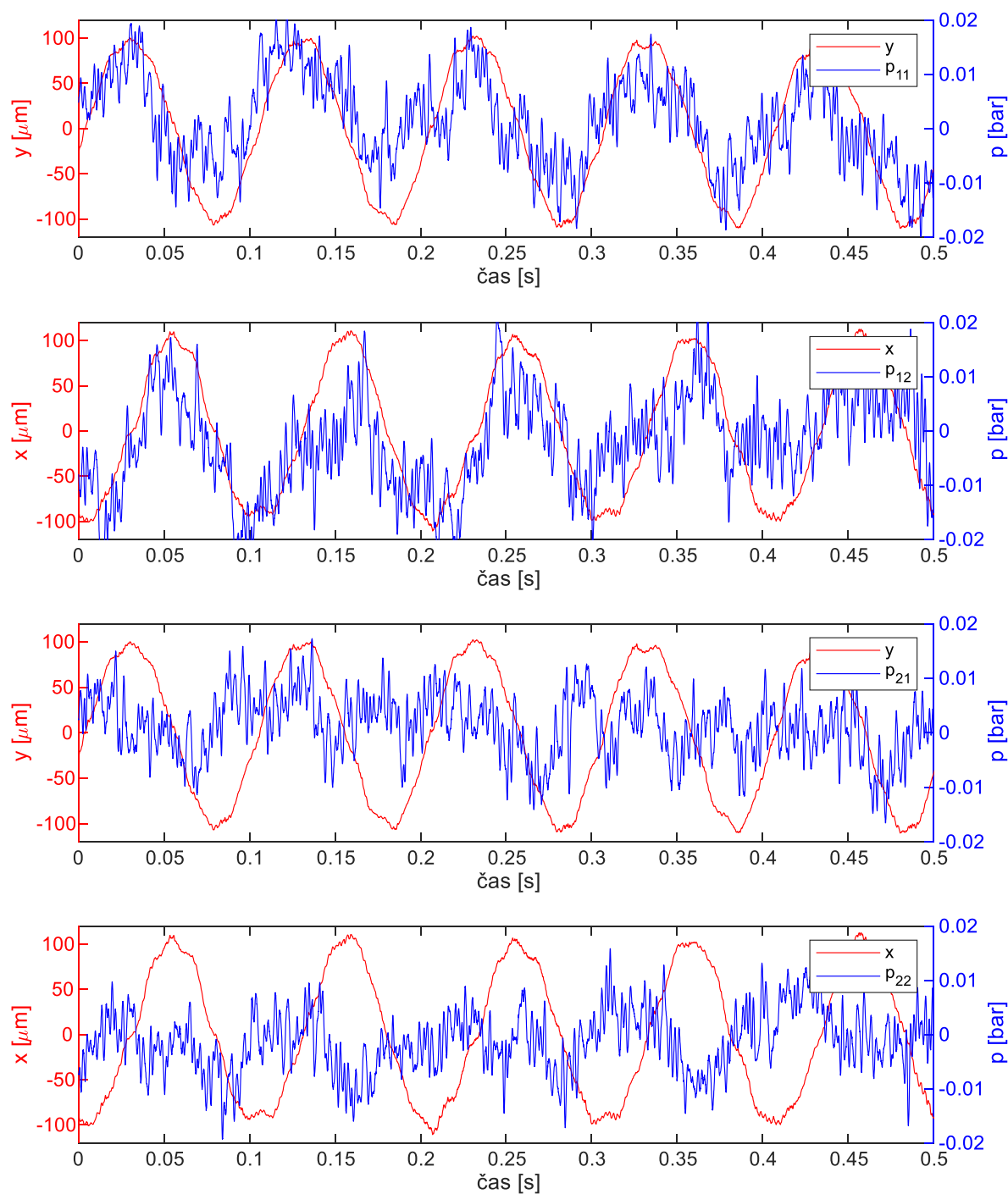
Radiální a tečné síly pro jednotlivé kavity ucpávky jsou vypočteny podle vztahu (7.2), který je uveden v kapitole 3.1.6. Pro kavitu 1 jsou vypočteny radiální a tečná síla f_{sr1} , f_{st1} z amplitudy tlaku P_{11} a fázového zpoždění β_{11} . Pro kavitu 2 jsou vypočteny síly f_{sr2} , f_{st2} z amplitudy tlaku P_{21} a fázového zpoždění β_{21} . Délku kavity a poloměr rotoru jsem zvolil podle geometrie ucpávky (obrázek 7-1), tedy $R_s = 0.1 \text{ m}$ a $L_s = 0.015 \text{ m}$.

$$\begin{aligned}f_{sr} &= -\pi L_s R_s \cdot P \cos(\beta) \\ f_{st} &= \pi L_s R_s \cdot P \sin(\beta)\end{aligned}\quad (7.2)$$

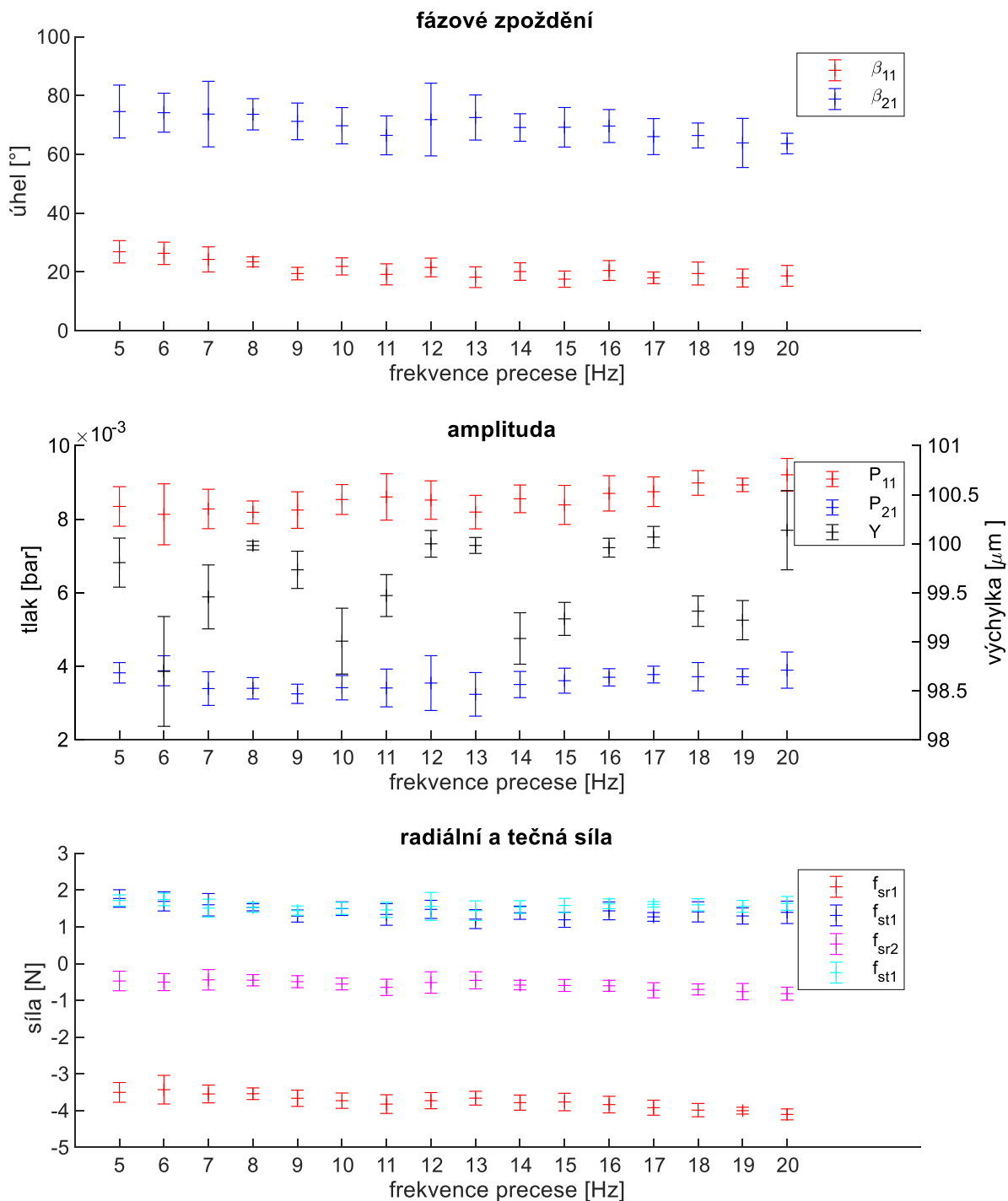
Pro jednu frekvenci precese jsem provedl tři nezávislé experimenty. Z jednoho experimentu jsem vyhodnotil vždy tři po sobě jdoucí úseky dat o délce 1 sekunda, které jsou vzorkované frekvencí 12500 Hz. Pro jednu frekvenci precese tak bylo provedeno 9 opakování vyhodnocení dat. Obrázek 7-8 ilustruje střední hodnoty a rozptyly odečtených fázových zpoždění, amplitud výchylek, radiálních a tečných sil.

frekvence precese	poloměr orbity	otáčky rotoru	tlak na vstupu	tlak na výstupu	vstupní rychlost
Hz	μm	ot/min	bar	bar	m/s
5, 6, ..., 20	100	1500	4.05	1	28.72

Tabulka 12: Parametry identifikačního experimentu ucpávek při kruhové orbitě



Obrázek 7-7: Průběh tlaků v kavitách labyrintové ucpávky a výchylky rotoru při kruhové orbitě rotoru a frekvenci precese 10 Hz



Obrázek 7-8: Střední hodnoty a rozptyl odečtených veličin při kruhové precesi rotoru

Při výpočtu koeficientů ucpávky jsem se rozhodl ve vztahu (3.39) zanedbat koeficienty hmotností m , M vzhledem k malé hustotě vzduchu a nízkému tlaku v ucpávce. Identifikace koeficientů ucpávky pak vychází ze vztahu (7.3).

$$\begin{bmatrix} \frac{f_{sr}}{\varepsilon} \\ \frac{f_{st}}{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K & -c \\ k & -C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \Omega \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

Po provedení identifikačních experimentů pro $n > 2$ různých frekvencí precese, lze neznámé koeficienty ucpávky určit metodou nejmenších čtverců podle (7.4).

$$\begin{bmatrix} -K & -c \\ k & -C \end{bmatrix} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{\Omega}^T \cdot (\mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{\Omega}^T)^{-1} \quad (7.4)$$

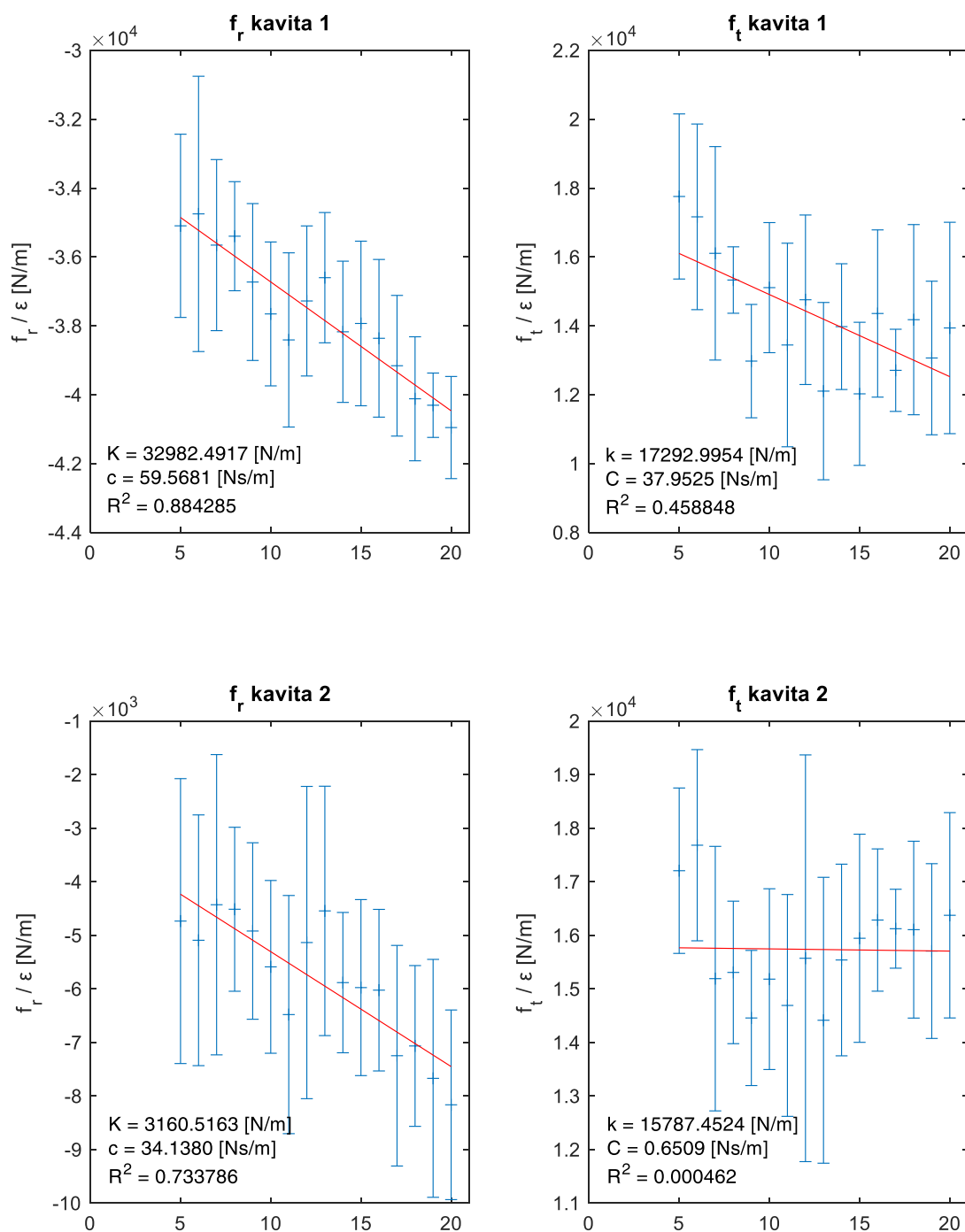
Matice \mathbf{F} a $\mathbf{\Omega}$ ve vztahu (7.4) jsou sestaveny podle (7.5). Pro každou frekvenci precese Ω_k , kde $k = 1, 2, \dots, n$, bylo provedeno devět opakování vyhodnocení ($N_o = 9$). Pro každou iteraci jsem určil z naměřených dat radiální a tečné síly f_{sr} , f_{st} a poloměr kruhové orbity ε . Matice \mathbf{F} tak pro každou frekvenci precese (sloupec matice) obsahuje střední hodnotu z podílů radiální, respektive tečné síly a poloměru kruhové orbity. Matice $\mathbf{\Omega}$ je sestavena z úhlových rychlostí precese. Řešení soustavy rovnic (7.4) pro naměřená data graficky reprezentuje obrázek 7-9.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{N_o} \sum_{i=1}^{N_o} \frac{f_{sr_i}}{\varepsilon_i} \right)_{\Omega_1} & \left(\frac{1}{N_o} \sum_{i=1}^{N_o} \frac{f_{sr_i}}{\varepsilon_i} \right)_{\Omega_2} & \dots & \left(\frac{1}{N_o} \sum_{i=1}^{N_o} \frac{f_{sr_i}}{\varepsilon_i} \right)_{\Omega_n} \\ \left(\frac{1}{N_o} \sum_{i=1}^{N_o} \frac{f_{st_i}}{\varepsilon_i} \right)_{\Omega_1} & \left(\frac{1}{N_o} \sum_{i=1}^{N_o} \frac{f_{st_i}}{\varepsilon_i} \right)_{\Omega_2} & \dots & \left(\frac{1}{N_o} \sum_{i=1}^{N_o} \frac{f_{st_i}}{\varepsilon_i} \right)_{\Omega_n} \end{bmatrix}_{2 \times n} \quad \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \Omega_1 & \Omega_2 & \dots & \Omega_n \end{bmatrix}_{2 \times n} \quad (7.5)$$

Pro parametry experimentu (tabulka 12) byly koeficienty labyrintové ucpávky kvantifikovány pomocí výpočetního programu, který je využíván při návrhu ucpávek ve společnosti Doosan Škoda Power. Identifikované a vypočtené koeficienty uvádí tabulka 13. Hodnoty vypočtených a identifikovaných koeficientů jsou znaménkové stejně a řádově blízké, což je příslibem relevantních výsledků identifikace. Následující práce bude spočívat v provádění dalších pokročilejších měření a zpřesňování výsledků experimentu a výstupu výpočetního CFD programu ucpávek.

koeficient	K	k	C	c
jednotka	N/m	N/m	Ns/m	Ns/m
kavita 1	32982	17292	37	59
kavita 2	3160	15787	0.6	34
kavita 1+2	36142	33079	37.6	93
výpočet CFD	42082	59657	32	11

Tabulka 13: Identifikované a vypočtené koeficienty labyrintové ucpávky



Obrázek 7-9: Výsledky identifikace koeficientů ucpávky

7.3 Určení sil od ucpávky z měření magnetických sil AML

Měření magnetických sil radiálních AML bylo prováděno pomocí snímačů umístěných pod domečky radiálních AML. Konstrukce snímačů, jejich kalibrace a analýza sil, které působí na rotor během experimentu, jsou detailně popsány v kapitole 6.

Při stabilní levitaci rotoru uloženého v AML jsou všechny síly působící na rotor v příčném směru v rovnováze, kterou lze popsat vztahem (7.6), kde f_m je magnetická síla AML, f_g gravitační síla, f_u síla od nevyváhy rotoru, f_I setrvačná síla rotoru, f_{mot} síla od motoru, f_s interakční síla od proudícího média v ucpávce.

$$f_m + f_g + f_u + f_I + f_{mot} + f_s = 0 \quad (7.6)$$

Pro identifikaci ucpávek je zapotřebí určit složku magnetické síly radiálních AML na precesní frekvenci rotoru Ω , ze které lze následně separovat dynamické interakční síly f_s mezi rotorem a médiem v ucpávce (v tomto případě vzduchem). Snímače pod domečky AML měří ze svého fyzikálního principu pouze dynamické síly, takže nezaznamenávají působení gravitační síly f_g . Obtížně kvantifikovatelné síly od motoru f_{mot} jsou eliminovány vypnutím motoru po dosažení požadovaných otáček rotoru. Frekvence precese rotoru Ω je jiná než otáčková frekvence rotoru ω_r . Platí tedy $\Omega \neq \omega_r$, takže odstředivá síla vlivem nevyváhy rotoru se na precesní složce síly neprojeví. Ze vztahu (7.6) lze pak interakční síly od ucpávky f_s vypočítat z magnetické síly ložisek f_m a setrvačné síly rotoru f_I podle (7.7).

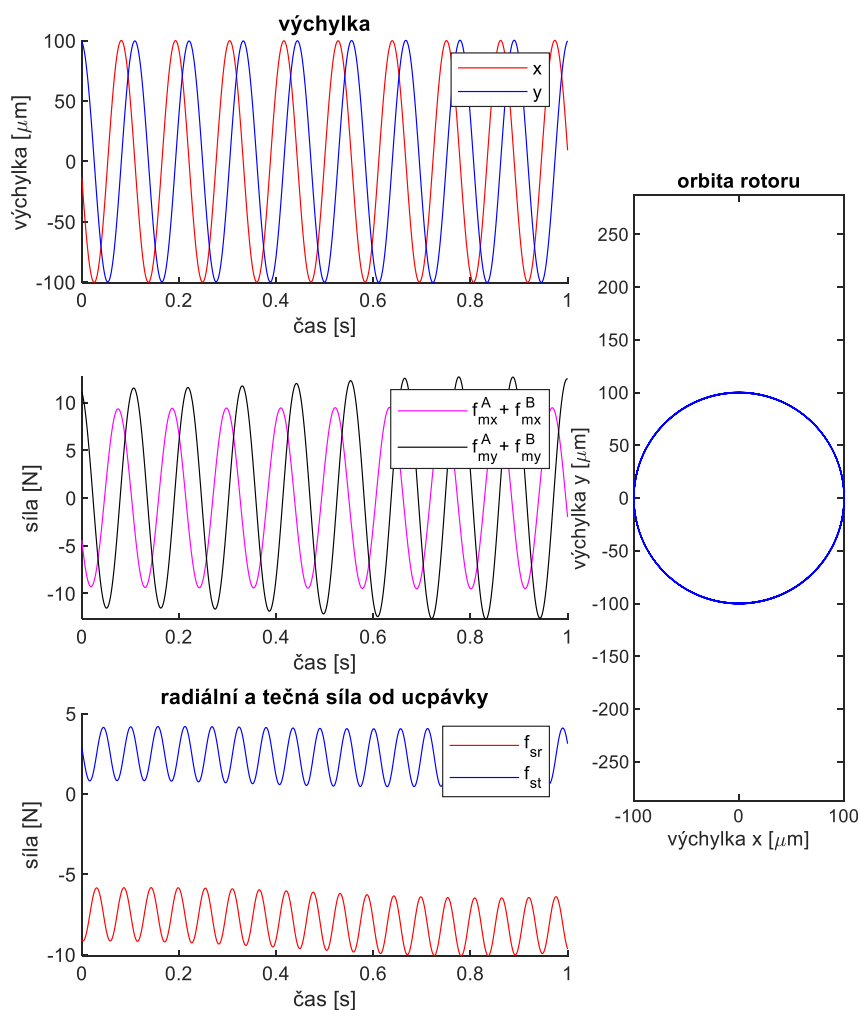
$$f_s = -f_m - f_I - \cancel{f_g} - \cancel{f_u} - \cancel{f_{mot}} \quad (7.7)$$

Měření magnetických sil bylo prováděno během identifikačního experimentu při kruhové precesi rotoru. Poloha rotoru byla měřena v souřadném systému AML a snímači pod radiálními AML byly změřeny složky magnetické síly ložisek f_{mx} , f_{my} na frekvenci precese rotoru. Z magnetických sil byly separovány síly f_{sx} , f_{sy} působící na rotor vlivem ucpávky podle vztahu (7.7). Tyto síly byly následně transformovány podle vztahu (3.40) na radiální a tečnou složku f_{sr} , f_{st} .

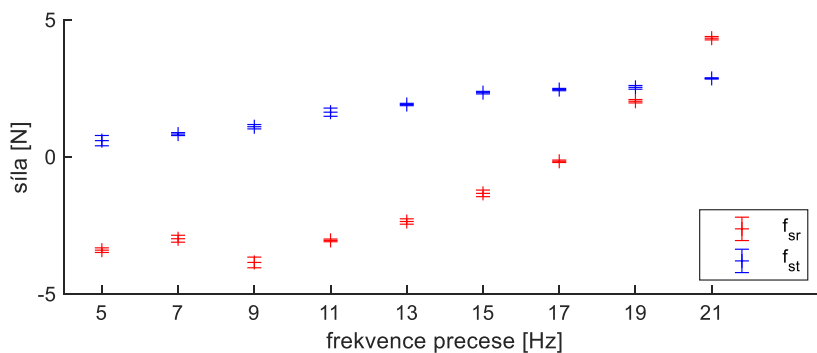
Příklad průběhu změřených sil na frekvenci precese 9 Hz ukazuje obrázek 7-10. Průběh radiální a tečné síly v čase významně kolísá kolem střední hodnoty s poloviční periodou, než odpovídá frekvenci precese. To naznačuje, že se ucpávka nechová jako izotropní systém, pravděpodobně z důvodu neideálního ustavení rotoru vůči statoru s ucpávkou v průtočné části.

Závislost střední hodnoty radiální a tečné síly na frekvenci precese zobrazuje obrázek 7-11. Změřená radiální síla s rostoucí frekvencí změní své znaménko, což nekoresponduje s očekávaným průběhem. Síla v tečném směru roste se zvyšující se frekvencí precese, což

rovněž neodpovídá předpokladům. Součástí budoucího výzkumu v této oblasti tak bude kromě jiného také detailní analýza příčiny této nesrovnalosti



Obrázek 7-10: Změřené síly pomocí snímačů pod ložisky během experimentu při kruhové precesi rotoru na frekvenci 9 Hz



Obrázek 7-11: Závislost střední hodnoty radiální a tečné síly na precesní frekvenci

8 Závěr

Z důvodu nedostatku experimentálních dat pro validaci numerických modelů ucpávek iniciovala společnost Doosan Škoda Power zahájení společného projektu za účelem vytvoření vlastního experimentálního zařízení pro identifikaci silových koeficientů labyrintové ucpávky. V rámci této disertační práce jsem se aktivně podílel na přípravě a realizaci nově vyvíjeného zařízení a jeho uvádění do provozu. Dále jsem prováděl experimentální měření a identifikaci koeficientů ucpávek z naměřených dat.

Musel jsem se zorientovat v řadě oblastí, shrnutých v kapitole 2, které se zabývají metodikou identifikace koeficientů ucpávek, využitím magnetických ložisek pro testování dynamiky rotorů či způsobem měření magnetických sil ložiska. Na závěr kapitoly je uvedena formulace problému, kterým se tato práce zabývá.

Kapitola 3 shrnuje relevantní poznatky k zmíněným problematikám. V této kapitole je objasněn význam dynamických koeficientů ucpávky, který může být pro nezasvěcené obtížně uchopitelný. Je provedena analýza vlivu koeficientů ucpávky na stability Jeffcotova rotoru pomocí vlastních čísel, která potvrdila závislost stability rotoru na koeficientech příčné tuhosti a přímého tlumení ucpávky. Dále jsou v kapitole uvedeny identifikační metody koeficientů ucpávek. Na závěr kapitoly jsou zmíněna magnetická ložiska, přístup k jejich modelování a řízení.

Ve 4. kapitole je popsáno nově vyvíjené experimentální zařízení, které bylo umístěno v prostorách zkušebny společnosti Doosan Škoda Power. Jsou popsány jednotlivé části zařízení a práce a postupy, které jsem musel provést při uvádění zařízení do provozu.

Kapitola 5 se zabývá zpětnovazebním řízením magnetických ložisek. Jsou uvedeny výsledky měření frekvenční charakteristiku systému AML s uloženým rotorem. Z frekvenční charakteristiky je poté proveden odhad modelu systému, pro který je navrhnout a realizován PID regulátoru pro stabilizaci magnetické levitace.

Pro generování požadovaných vibrací rotoru je využit algoritmus zobecněného notch filtru. Algoritmus je v řízení magnetických ložisek použit pro kompenzaci synchronních vibrací rotoru při rotaci vlivem jeho nevyváženosti. Dále je tento upravený algoritmus použit pro buzení asynchronních vibrací rotoru při generování precese rotoru.

Kapitola 6 popisuje způsob měření magnetických sil ložisek pomocí snímačů umístěných pod domečky radiálních ložisek. Je uveden postup kalibrace snímačů pomocí referenční síly určené z hmotnosti a zrychlení kmitajícího rotoru při precesi rotoru po eliptické orbitě.

V 7. kapitole je popsán průběh identifikačních experimentů, jsou prezentována naměřená data a je popsáno jejich vyhodnocení. Nejdříve jsou popsány výsledky identifikace koeficientů při precesi rotoru po kruhové orbitě a měření tlaků v kavitách ucpávky. Jsou určeny radiální a tečné síly, které působí na rotor vlivem proudění média v ucpávce. Z těchto sil jsou následně identifikovány dynamické silové koeficienty labyrintové ucpávky.

Dále jsou v kapitole vyhodnoceny změřené magnetické síly při kruhové precesi rotoru pomocí snímačů umístěných pod domečky radiálních ložisek. Z magnetických sil jsou separovány síly působící na rotor vlivem proudění média v ucpávce a výsledky jsou porovnány s měřením tlaků v kavitách labyrintové ucpávky.

Na tomto místě je vhodné zrekapitulovat a zhodnotit celou práci a výsledky provedených identifikačních experimentů. Tato práce byla vytvořena v rámci dlouhodobého projektu, který začínal bez předchozí zkušenosti s podobným zařízením, vyžadoval zapojení řady dodavatelů a propojení několika oblastí inženýrství a vědy. Během projektu se objevila řada problémů, při jejichž odstraňování musely být respektována omezení praktická, časová i finanční. To všechno si vyžádalo svůj čas.

Jedním z výstupů disertační práce je soupis relevantních poznatků o identifikaci dynamických koeficientů ucpávek s využitím magnetických ložisek. Především se však podařilo vytvořit nové experimentální zařízení pro identifikaci labyrintové ucpávky, které z pohledu některých aspektů konstrukce lze označit za jedinečné. První výsledky identifikace koeficientů labyrintové ucpávky z vyhodnocení tlaků v kavitách byly nad očekávání. Vzhledem k míře rizika neúspěchu u takto komplexních úloh jde o slibný začátek.

Budoucí práce a výzkum spočívá v ověřování a zpřesňování použitých metod pro získání co nejdůvěryhodnějších výsledků identifikace koeficientů labyrintových ucpávek. Dále musí být provedena detailnější analýza nesrovnalostí při určování ucpávkových sil z magnetických sil AML měřených pomocí snímačů pod ložiskovými domečkami, na kterou již v této práci nezbyl prostor.

9 Seznam použité literatury a informačních zdrojů

ADAMS, M., 2009. *Rotating Machinery Vibration: From Analysis to Troubleshooting*. New York, CRC Press. ISBN: 978-1-4398-0717-0.

AENIS, M., NORDMANN, R., 1999. *A Precise Force Measurement in Magnetic Bearings for Diagnosis Purposes*. Proceedings of 5th International Symposium on Magnetic Suspension. Santa Barbara, California.

AENIS, M., NORDMANN, R., 2000. *Active Magnetic Bearings for Fault Detection in a Centrifugal Pump*. Proceedings of 7th International Symposium on Magnetic Bearings. Zurich, Switzerland. ETH Zurich, s. 201-06.

AENIS, M., KNOFF, E., NORDMANN, R., 2002. *Active Magnetic Bearings for the Identification and Fault Diagnosis in Turbomachinery*. Elsevier Science Ltd, 12, s. 1011-1021.

ALLAIRE, P. E., FITTRO, R. L., MASLEN, E. H., 1994. *Eddy Currents, Magnetic Flux and Force in Solid Magnetic Thrust Bearings*. Proceedings of 4th International Symposium on Magnetic Bearing, Zurich. s. 157-63.

ANDRÉS, L. S., 2006. *Annular pressure seals and hydrostatic bearings*. Design and analysis of high speed pumps. Neuilly-sur-Seine Cedex. ISBN 92-837-0063-5.

ANDRÉS, L. S., 2010. *Modern Lubrication Theory*. (online) Texas A&M University. <https://rotorlab.tamu.edu/TRIBGROUP/default.htm>

ANTILA, M., 1998. *Elektromechanical properties of radial magnetic bearings*. Helsinky. Disertační práce. University of Technology.

ARGUMUGAM, P., SWARNAMANI, S., PRABHU, B. S., 1995. *Experimental Identification of Linearized Oil Film Coefficients of Cylindrical and Tilting Pad Bearings*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol 117, no. 3, pp. 593-599. doi.org/10.1115/1.2814142.

BLEULER, H., GAHLER, C., HERZOG, R., LARSONNEUR, R., MIZUNO, T., SIEGWART, R., SHAO-JU W., 1994. *Application of digital signal processors for industrial magnetic bearings*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol 2, no. 4, pp 280-289. doi: 10.1109/87.338647.

BOLLETER, U., WYSS, A., WEITE, I. STURCHLER, R., 1987. *Measuremen to Hydrodynamic Interaction Matrices of Boiler Feed Pump Impellers*. Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, vol. 109, no. 2, pp 144-151. doi:10.1115/1.3269406.

BOOT, J., 2003. *Frequency response measurement in closed loop: brushing up our knowledge*. Eindhoven. University of Technology.

DAWSON, M. P., CHILDS, D. W., 2002. *Measurements Versus Predictions for the Dynamic Impedance of Annular Gas Seals—Part I: Test Facility and Apparatus*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. 124, no. 4, pp 95-962. doi:10.1115/1.1478075.

DIMOND, T. W., Sheth, P. N., Allaire, P. E., He, M., 2009. *Identification methods and test results for tilting pad and fixed geometry journal bearing dynamic coefficients – A review*. Shock and Vibration, vol. 16 no. 1, pp 13-43. doi 10.1155/2009/708363.

DUNÍK, J., 2018. *Identifikace systémů a filtrace*. Plzeň. ZČU. ISBN 978-80-261-0775-0.

ERTAS, B., GAMAL, A., VANCE, J., 2006. *Rotordynamic Force Coefficients of Pocket Damper Seals*. ASME Journal of Turbomachinery, vol 128, no. 4, pp 725-737. doi.org/10.1115/1.2221327.

FITTRO, R. L., BAUN, D. O., MASLEN, E. H., ALLAIRE, P. E., 1997. *Calibration of an 8-pole planar radial magnetic actuator*. Proceedings of the ASME 1997 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition. Orlando, Florida, USA.

FLORJANCIC, S., STURCHLER, R., McCLOSKEY, T., 1990. *Annular Seals of High Energy Centrifugal Pumps: Presentation of Full Scale Measurement*. Rotordynamic Instability Problems in High-Performance Turbomachinery. pp. 235-267.

FORSSELL, U., 1999. *Closed-loop Identification: Methods, Theory, and Applications*. Linus & Linnea AB. ISBN 91-7219-432-4.

GAHLER, C., FORCH, P., 1994. *A Precise Magnetic Bearing Exciter for Rotordynamic Experiments*. Proceedings of 4th International Symposium on Magnetic Bearings. Zurich.

GAHLER, C., 1998. *Rotor Dynamic Testing and Control with Active Magnetic Bearings*. Disertační práce. ETH Zurich.

HERZOG, R., BUHLER., P., GAHLER, C., LARSONNEUR, R., 1996. *Unbalance compensation using generalized notch filters in the multivariable feedback of magnetic bearings*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 4, no. 5, pp. 580-586. doi 10.1109/87.531924.

HUTTERER, M., SCHRCÖDL, M., 2017. *Unbalance compensation of a magnetically levitated rotor for the whole operating range*. IEEE International Conference on Mechatronics (ICM), pp. 226-231. doi: 10.1109/ICMECH.2017.7921108.

HYNYNEN, K. M., JASTRZEBSKI, R. P., SMIRNOV, A., 2010. *Experimental Analysis of Frequency Response Function Estimation Methods for Active Magnetic Bearing Rotor System*. Proceedings of 12th International Symposium on Magnetic Bearings (ISMB12), Wuhan. pp 40-46.

HYNYNEN, K., 2011. *Broadband excitation in the system identification of active magnetic bearing rotor systems*. Disertační práce. Lappeenranta University of Technology.

CHILDS, D. W., NELSON, C. E., NICKS, C., SCHARRER, J., ELROD, D., HALE, K., 1986. *Theory Versus Experiment for the Rotordynamic Coefficients of Annular Gas Seals: Part 1-Test Facility and Apparatus*. ASME Journal of Tribology, vol. 108, no. 3, pp 426-432. doi.org/10.1115/1.3261226.

CHILDS, D. W., 1993. *Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling and Analysis*. New York. Wiley & Sons, Inc. ISBN: 978-0-471-53840-0.

CHILDS, D. W., VANCE, J., 1997. *Annular Gas Seals and Rotordynamics of Compressors and Turbines*. Proceedings of the 26th Turbomachinery Symposium, TAMU, Texas.

IWATSUBO, T., ISHIMARU, H., 2010. *Consideration of Whirl Frequency Ratio and Effective Damping Coefficient of Seal*. Journal of System Design and Dynamics, vol 4, no 1., pp 177-188. doi 10.1299/jsdd.4.177.

KASARDA, M. E., MARSHALL, J., PRINS, R., 2007. *Active magnetic bearing based force measurement using the multi-point technique*. Mechanics Research Communications, vol. 34, no 1, pp 44-53. ISSN: 00936413. doi.org/10.1016/j.mechrescom.2006.06.003.

KHADER, S. A., LIU, B., SJÖBERG, J., 2014. *System Identification of Active Magnetic Bearing for Commissioning*. Proceedings of 2014 International Conference on Modelling, Identification & Control, Melbourne, VIC, Australia. doi: 10.1109/ICMIC.2014.7020767.

KHADER, S., 2015. *A. System Identification of Active Magnetic Bearing for Commissioning*. Disertační práce. Uppsala University.

KJOLHEDE, K., SANTOS, I. F., 2007. *Experimental Contribution to High-Precision Characterization of Magnetic Forces in Active Magnetic Bearings*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. 129, no. 2, pp 503-510. doi.org/10.1115/1.2434345.

KNIGHT, J. D., XIA, Z., MCCAUL, E. B., 1992. *Forces in Magnetic Journal Bearings: Nonlinear Computation and Experimental Measurement*. Proceedings of 3rd International Symposium on Magnetic Bearings. s. 441–450.

KNOPF, E., NORDMANN, R., 1998. *Active Magnetic Bearing for the Identification of Dynamic Characteristics of Fluid Bearings – Calibration Results*. Proceedings of the 6th International Symposium on Magnetic Bearings, Cambridge, USA. s. 52-61.

KNOPF, E., NORDMANN, R., 2000. *Identification of the dynamic characteristics of turbulent journal bearings using active magnetic bearings*. Proceedings of 7th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, Nottingham, UK.

KOCUR, J. A., NICHOLAS, J.C., LEE, C.C., 2007. *Surveying Tilting Pad Journal Bearing And Gas-Labyrinth Seal Coefficients And Their Effect On Rotor Stability*. Proceedings of the 36th Turbomachinery Symposium. Texas A&M University, Turbomachinery Laboratories, Canyon, Texas, USA.

KWANKA, K., 2000. *Dynamic Coefficients of Stepped Labyrinth Gas Seals*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. 122, no. 3, pp 473-477. doi.org/10.1115/1.1287033.

- LARSONNEUR, R., HERZOG, R., 1994. *Feedforward compensation of unbalance: new results and application experiences*. Proceedings of Symposium on the Active Control of Vibration (IUTAM). Bath, UK. S. 45-52.
- LEE, C., HA, Y., KIM, C., 1994. *Identification of Active Magnetic Bearing System Using Magnetic Force Measurement*. Proceedings of 4th International Symposium on Magnetic Bearings. Zurich. s. 305-309.
- LINHART, J., 2002. *Mechanika tekutin - učební text*. ZČU v Plzni.
- LJUNG, L., 1999. *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall, New Jersey. ISBN 0-13-656695-2.
- LJUNG, L., 2014. *System Identification Toolbox User's Guide*. MathWorks.
- MASLEN, E., SCHWEITZER, G., 2009. *Magnetic Bearings: Theory, Design, and Application to Rotating Machinery*. Springer, London. ISBN 978-3-642-00496-4.
- MATROS, M., SOBOTZIK, J., NORDMANN, R., 1996. *A New Model-Based Method for the Accurate Measurement of Magnetic Bearing Forces*. Proceedings of 4th International Symposium on Magnetic Suspension Technology. Gifu City, Japan. s. 239-248.
- MEEKER, D. C., MASLEN, E. H., NOH, M. S., 1996. *An augmented circuit model for magnetic bearings including eddy currents, fringing, and leakage*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 32, no. 5, pp. 3219-3227. doi: 10.1109/20.508385.
- NORDMANN, R., AENIS, M., KNOPF, E., STRASSBURGER, S., 2000. *Active Magnetic Bearings, a Step Towards Smart Rotating Machinery*. Proceedings of 7th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery (IMEchE). Nottingham, UK.
- PINTELON, R., SCHOUKENS, J., 2001. *Measurement of frequency response functions using periodic excitations, corrupted by correlated input/output errors*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 50, no. 6, pp. 1753-1760. doi: 10.1109/19.982976.
- PINTELON, R., SCHOUKENS, J., 2012. *System Identification: A Frequency Domain Approach*. Wiley-IEEE Press. ISBN: 9780470640371.
- POTTIE, K., MATTHIJSEN, J., NORBART, C., GIELEN, L., 1999. *Modal Parameter Estimation of Rotation Machinery*. Proceedings of IMechE Paper C556/005/99.
- RAYMER, S. G., CHILDS, D. W., 2001. *Force Measurements in Magnetic Bearings Using Fiber Optic Strain Gauges*. Proceedings of the International Gas Turbine & Aeroengine Congress & Exhibition. New Orleans, Louisiana, USA. <https://doi.org/10.1115/2001-GT-0027>.
- SÖDERSTROM, T. STOICA, P., 1989. *System Identification*. Prentice Hall, UK. ISBN 0-13-881236-5.
- SOROKES, J. M., SOULAS, T. A., KOCH, J. M., GILARRANZ, J. L., 2009. *Full-Scale Aerodynamic and Rotordynamic Testing for Large Centrifugal Compressors*. Proceedings of 38th Turbomachinery Symposium. s. 71-80.

STEPHEN, P. A., CHILDS, D. W., 2015. *Measured Rotordynamic and Leakage Characteristics of a Tooth-on-Rotor Labyrinth Seal With Comparisons to a Tooth-on-Stator Labyrinth Seal and Predictions*. Proceedings of ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition, Montreal, Quebec, Canada. <https://doi.org/10.1115/GT2015-43242>.

TIWARI, R., MANIKANDAN, S., DWIVEDY, S. K., 2005. *A Review of the Experimental Estimation of the Rotor Dynamic Parameters of Seals*. The Shock and Vibration Digest, vol 37, no. 4, pp. 261-284.

TRAXLER, A., SCHWEITZER, G. 1984. *Measurement of the Force Characteristics of a Contactless Electromagnetic Rotor Bearing*. Proceedings of 4th Symposium of the IMEKO TC on Measurement Theory, Bressanone, Italy.

TŮMA, J., 1997. *Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT*. Praha: Sdělovací technika. ISBN 80-901936-1-7.

ULBRICH, H., 1988. *New Test Techniques Using Magnetic Bearings*. Proceedings of the 1st International Symposium on Magnetic Bearings. https://doi.org/10.1007/978-3-642-51724-2_26

VANCE, J., ZEIDAN, F., MURPHY, B., 2010. *Machinery Vibration and Rotordynamics*. New Jersey: Wiley & Sons, Inc.. ISBN: 978-0-471-46213-2.

VANNINI, G., CALICCHIO, V., CIONCOLINI, S., TEDONE, F., 2011. *Development of High Pressure Rotordynamic Test Rig For Centrifugal Compressors Internal Seals Characterization*. Proceedings of Fortieth Turbomachinery Symposium. Houston, Texas, USA. s. 46-59. <https://doi.org/10.21423/R16H09>.

VOIGT, A. J., 2016. *Towards Identification of Rotordynamic Properties for Seals in Multiphase Flow Using Active Magnetic Bearings: Design and Commissioning of a Novel Test Facility*. Disertační práce. Technical University of Denmark.

VOIGT, A. J., MANDRUP-POULSEN, C., NIELSEN, K. K., SANTOS, I. F., 2017. *Design and Calibration of a Full Scale Active Magnetic Bearing Based Test Facility for Investigating Rotordynamic Properties of Turbomachinery Seals in Multiphase*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. 139, no. 5. <https://doi.org/10.1115/GT2016-57893>

WAGNER, N. G., PEITRUSZKA, W. D., 1989. *Identification of Rotordynamic Parameters on a Test Stand with Active Magnetic Bearings*. Magnetic Bearings. Berlin: Springer. doi.org/10.1007/978-3-642-51724-2_27.

WAGNER, N. G., STEFF, K., 1996. *Dynamic labyrinth coefficients from a high pressure full scale test rig using magnetic bearings*. Rotordynamic Instability problems in high performance turbomachinery, NASA Conference, pub. 3344, pp. 95-112.

WAGNER, N. G., 2001. *Reliable Rotor Dynamic Design of High-Pressure Compressors Based on Test Rig Data*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. 123, no. 4., pp. 849-856. doi.org/10.1115/1.1373396.

WAGNER, N. G., STEFF, K., GAUSMANN, R., SCHMIDT, M., 2009. *Investigations on the dynamic coefficients of impeller eye labyrinth seals*. Proceedings of the 38th Turbomachinery Symposium. Turbomachinery Laboratory, Texas A&M University, College Station, Texas, USA.

WRIGHT, D., 1978. *Labyrinth Seal Forces on a Whirling Rotor*. Proceedings of a Symposium on Rotor Dynamical Instability. NY, USA, ASME Applied Mechanics Division. s. 19-31.

ZUTAVERN, Z. S., CHILDS, D. W., 2004. *Fiber-Optic Strain Gauge Calibration and Dynamic Flexibility Transfer Function Identification in Magnetic Bearings*. Proceedings of the 9th International Symposium on Magnetic Bearings, Lexington, Kentucky, USA.

ZUTAVERN, Z. S., 2006. *Identification of Rotordynamic Forces in a Flexible Rotor System Using Magnetic Bearings*. Disertační práce. Texas A&M University.

ZUTAVERN, Z. S., CHILDS, D. W., 2008. *Identification of Rotordynamic Forces in a Flexible Rotor System Using Magnetic Bearings*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. 130, no. 2. doi.org/10.1115/1.2799529.

10 Vlastní publikace a ostatní práce

KALISTA, K., 2013. *Rotating machines diagnostics with use of LabVIEW*. Diplomová práce. Západočeská Univerzita v Plzni.

KALISTA, K., 2013. *Rotating machines diagnostics with use of LabVIEW*. Studentská vědecká konference FAV 2013. Západočeská Univerzita v Plzni. s. 57–58. ISBN 978-80-261-0238-0.

POLREICH, V., JAKL, J., LIŠKA, J., KALISTA, K., 2014. *Měření a analýza vibrací a namáhání parního regulačního ventilu NTPS Při extrémně vysokých teplotách*. Turbostroje 2014, Plzeň. ISBN 978-80-260-6447-3.

LIŠKA, J., KALISTA, K., KUNKEL, S., 2014. *LPMS Evaluation Toolset – výzkum a vývoj metod pro monitoring volných částí*. Souhrnná výzkumná zpráva. Plzeň.

KALISTA, K., 2015. *Systém pro měření, zpracování a analýzu dat*. Studentská vědecká konference FAV 2015. Západočeská Univerzita v Plzni. s. 73-74. ISBN 978-80-261-0505-3.

KALISTA, K., LIŠKA, J., 2015. *Time-frequency methods for signal analysis in wind turbines*. 12th European Workshop on Advanced Control and Diagnosis in Pilsen. Journal of Physics: Conference Series, Volume 659, ISSN 1742-6588

KALISTA, K., MATAS, R., 2016. *Automatizace měřicího a vyhodnocovacího algoritmu kompresorového standu*. Turbostroje 2016. Plzeň. ISBN 978-80-270-0055-5.

LIŠKA, J., JAKL, J., KALISTA, K., 2016. *Výzkum metod pro aktivní řízení polohy rotoru aktivními magnetickými ložisky*. Souhrnná výzkumná zpráva. Plzeň.

KALISTA, K., 2017. *Identifikace vlastností ucpávek rotačních strojů*. Práce ke státní doktorské zkoušce. Západočeská Univerzita v Plzni.

KALISTA, K., 2018. *Řízení polohy rotoru po eliptické orbitě pomocí aktivních magnetických ložisek*. Studentská vědecká konference FAV 2018. Západočeská Univerzita v Plzni. s. 52-53. ISBN 978-80-261-0790-3.

KALISTA, K., 2018. *A proposal of the methodology for dynamic force coefficients identification of labyrinth seal with use of active magnetic bearings*. 18th International Conference on Mechatronics – Mechatronika (ME) 2018. Brno. ISBN 978-80-214-5542-9.

KALISTA, K., LIŠKA, J., JAKL, J., VAŠÍČEK, V., 2019. *Identification of seal dynamic force coefficients for turbine rotor monitoring purposes*. Proceedings of 16th International Conference on Condition Monitoring and Asset Management, 2019 – CM2019. Glasgow, UK. ISSN 2632-637X.

LIŠKA, J., JAKL, J., KUNKEL, S., VAŠÍČEK, V., KALISTA, K., KÁŠ, M., 2019. *Vibration monitoring of rotating machine components*. Proceedings of 16th International Conference on Condition Monitoring and Asset Management, 2019 – CM2019. Glasgow, UK. ISSN 2632-637X.

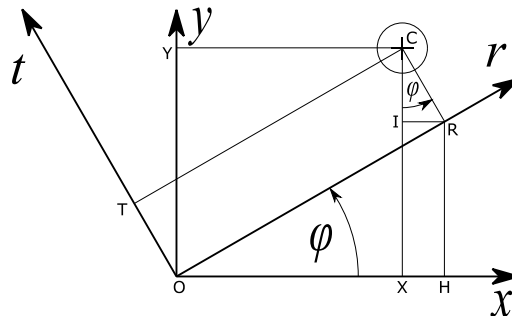
-
- LIŠKA, J., KALISTA, K., CHALUŠ, M., 2019. *Vývoj knihovny pro filtraci dat v Matlabu*. Souhrnná výzkumná zpráva. Plzeň.
- LIŠKA, J., KALISTA, K., CHALUŠ, M., 2019. *Software pro systémy sběru dat*. Souhrnná výzkumná zpráva. Plzeň.
- LIŠKA, J., JAKL, J., KUNKEL, S., VAŠÍČEK, V., KALISTA, K., KÁŠ, M., 2020. *Vibration monitoring of rotating machine components*. Condition Monitor, Issue 395, February 2020. Northampton, UK. ISSN 0268-8050.
- KALISTA, K., LIŠKA, J., JAKL, J., 2021. *A Vibration Sensor-Based Method for Generating the Precise Rotor Orbit Shape with General Notch Filter Method for New Rotor Seal Design Testing and Diagnostics*. Sensors, vol. 21, no. 15: 5249. ISSN 1424-8220.
- KALISTA, K., LIŠKA, J., STRNAD, J., 2022. *Measurement of dynamic forces acting on a rotor supported by a magnetic bearing to identify the coefficients of seals*. Proceedings of 18th International Conference on Condition Monitoring and Asset Management, 2022 – CM2022. Londýn, UK. ISBN 978-0-903132-78-7.
- KALISTA, K., 2022. *Rotordynamic force measurement using piezoelectric sensors mounted under magnetic bearings*. 22th International Conference on Mechatronics – Mechatronika (ME) 2022. Plzeň. ISBN 978-1-66541-048-9.

11 Přílohy

A. Transformace mezi stacionárním a rotačním souřadným systémem

Vztah mezi stacionárním souřadným systémem (x, y) a rotačním souřadným systémem (r, t) znázorňuje obrázek 11-1. Z obrázku plynou rovnosti (11.1).

$$\begin{aligned}
 x &= CY = XO & y &= CX = YO & r &= CT = RO & t &= CR = TO \\
 x &= XO = HO - HX = RO \cos(\varphi) - CR \sin(\varphi) = r \cos(\varphi) - t \sin(\varphi) \\
 y &= CX = HR + CI = RO \sin(\varphi) + CR \cos(\varphi) = r \sin(\varphi) + t \cos(\varphi)
 \end{aligned}
 \tag{11.1}$$



Obrázek 11-1: Vztah mezi rotačním a stacionárním souřadným systémem

Zavedeme komplexní proměnou z pro výchylku ve stacionárním souřadném systému (x, y) a komplexní proměnnou z_r pro výchylku v rotačním souřadném systému (r, t) (11.2).

$$\begin{aligned}
 z &= x + jy \\
 z_r &= r + jt
 \end{aligned}
 \tag{11.2}$$

Dosadíme vztahy (11.1) do rovnice (11.2) pro z a upravíme do tvaru (11.3).

$$\begin{aligned}
 z &= x + jy = [r \cos(\varphi) - t \sin(\varphi)] + j[r \sin(\varphi) + t \cos(\varphi)] = \\
 &= r(\cos(\varphi) + j \sin(\varphi)) + t(-\sin(\varphi) + j \cos(\varphi)) = \\
 &= re^{j\varphi} + jte^{j\varphi} = (r + jt)e^{j\varphi} = z_r e^{j\varphi} = z
 \end{aligned}
 \tag{11.3}$$

Zapišeme první řádek vztahu (11.3) v maticovém tvaru (11.4), který představuje rotační transformaci mezi stacionárním systémem (x, y) a rotačním systémem (r, t) .

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ t \end{bmatrix}
 \tag{11.4}$$

B. Magnetická ložiska

Aktivní magnetické ložisko (AML) je zařízení, které udržuje rotor v požadované poloze, aniž by docházelo k mechanickému kontaktu rotoru s okolím. AML k tomu využívá přitažlivých magnetických sil, které vznikají v cívkách elektromagnetů při průchodu elektrického proudu.

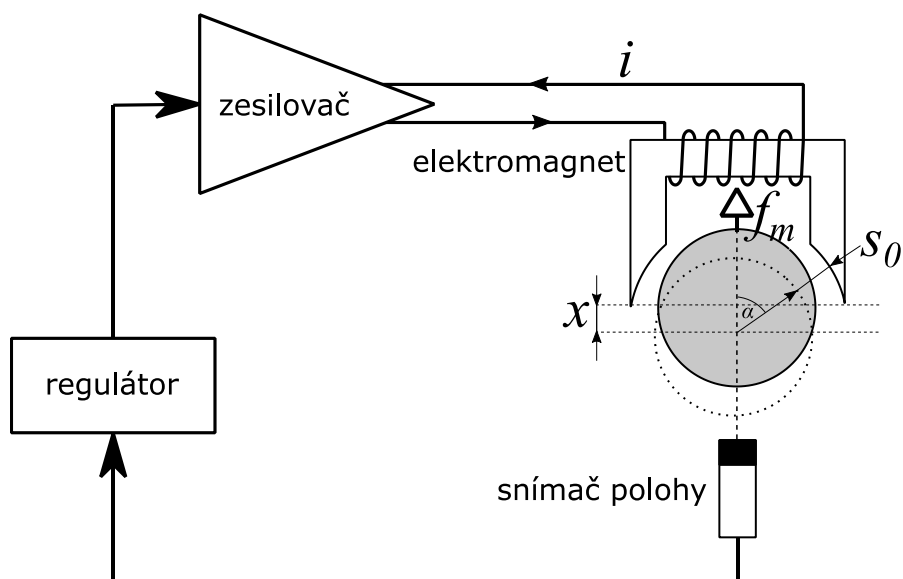
Bezkontaktní uložení rotoru lze dosáhnout i použitím pasivních magnetických ložisek využívajících permanentní magnety, jejichž princip je založen na odpuzivých silách mezi póly se stejnou polaritou. Avšak jejich tuhost a tlumení je pro většinu aplikací nevyhovující, proto nejsou v práci více zmiňovány.

V této příloze je představen princip magnetické levitace, konstrukce a vlastnosti AML. Při psaní této kapitoly jsem čerpal především ze zdrojů (Maslen, 2009).

Princip magnetického ložiska

V této části je představen základní princip magnetické levitace. Obrázek 11-2 ukazuje systém magnetické levitace s jedním stupněm volnosti, který zahrnuje elektromagnet, železnou kuličku (rotor), snímač polohy, zdroj proudu a regulátor. Všechny součásti spolu utvářejí uzavřenou regulační smyčku, která reguluje polohu rotoru a udržuje ho v levitaci. Řízená magnetická síla působí na rotor přitažlivou silou proti síle gravitační. Poloha levitujícího rotoru je měřena snímačem polohy a její aktuální hodnota vstupuje do regulátoru, který napočte odpovídající akční veličinu. Ta je následně přivedena do zesilovače, který ji převede na odpovídající proud tekoucí do cívek elektromagnetu, který generuje přitažlivou sílu. Tento proces je neustále opakován s periodou v řádu stovek mikrosekund a rotor je tak udržován v rovnovážné poloze zpětnovazebním řízením. Jinými slovy, jakákoli změna polohy rotoru zapříčiněná vnější silou způsobí změnu velikosti přitažlivé síly elektromagnetu tak, aby se rotor vrátil do požadované polohy.

Pokud nastane přerušení zpětnovazebního řízení, například výpadkem snímače polohy, tak dojde k úplnému přitažení nebo odpadnutí rotoru. Rovnovážná poloha je tedy nestabilní v otevřené regulační smyčce a systém není schopen rovnovážný stav udržet bez zpětnovazebního řízení. Důvodem je záporná mechanická tuhost systému, což při otevřené regulační smyčce znamená, že při vychýlení rotoru z rovnovážné polohy působí elektromagnet silou ve směru pohybu rotoru. To je opačné chování v porovnání s jednoduchým mechanickým pružinovým oscilátorem, který je v otevřené smyčce stabilní.



Obrázek 11-2: Magnetická levitace s jedním stupněm volnosti

Vztah pro magnetickou sílu (11.5) působící na kuličku (rotor) je odvozen v příloze B. Proměnná s je vzduchová mezera, i je proud protékající cívkou elektromagnetu a parametr k_0 je výrobní konstanta.

$$f_m = k_0 \left(\frac{i}{s} \right)^2 \cos \alpha \quad (11.5)$$

Vztah pro magnetickou sílu je doplněn o výchylku x středu rotoru z nulové polohy, která je definovaná nominální vzduchovou mezerou s_0 . Pro hodnotu $x = 0$ se tak rotor nachází v nominální poloze. Vztah pro výpočet magnetické síly (11.5) lze pak upravit do tvaru (11.6).

$$f_m = k_0 \left(\frac{i}{s_0 \mp x \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 \cos(\alpha) \quad (11.6)$$

Bezkontaktní uložení rotoru v AML přináší řadu výhod jako téměř žádné tření, absence olejového hospodářství či možnost monitorování a kompenzace vibrací levitujícího rotoru. Nevýhodou je nižší nosnost oproti stejně velkým konvenčním ložiskům a také větší komplexnost systému, který propojuje různé obory od elektroniky, mechaniku po kybernetiku.

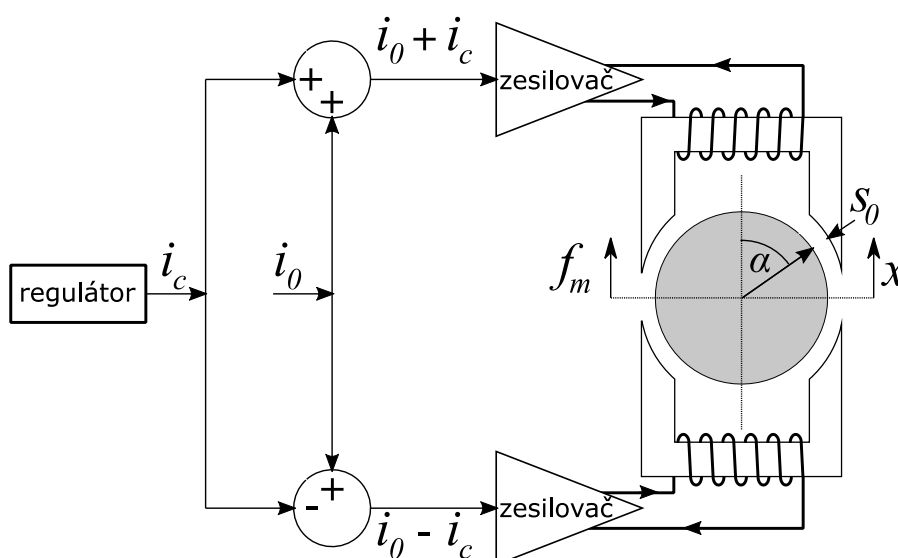
Diferenční zapojení elektromagnetů

Princip magnetické levitace za použití jednoho elektromagnetu je vysvětlen v předešlé kapitole. Významným nedostatkem tohoto zapojení je skutečnost, že elektromagnet může působit pouze přitažlivou silou v jednom směru. Proto je v magnetických ložiskách použito diferenční zapojení, které se skládá ze dvou elektromagnetů působících proti sobě. Výsledná působící síla je pak dána rozdílem magnetických sil (11.7) od těchto elektromagnetů. Výsledná síla může nabývat kladné i záporné hodnoty, tudíž AML může působit na rotor v obou směrech dané osy.

$$f_m = f_m^+ - f_m^- = k_0 \left(\frac{i_1^2}{(s_0 - x \cdot \cos(\alpha))^2} - \frac{i_2^2}{(s_0 + x \cdot \cos(\alpha))^2} \right) \cos(\alpha) \quad (11.7)$$

Závislosti magnetické síly na proudu cívky a výchylce rotoru z nominální polohy je podle vztahu (11.7) nelineární, což je nevýhodné při realizaci řízení AML. Schéma diferenčního zapojení (obrázek 11-3) je tak rozšířeno o předmagnetizační proud i_0 , kterým se pracovní bod posune do lineární oblasti závislosti. V diferenčním zapojení je do jedné cívky přiveden součet předmagnetizačního proudu i_0 a řídicího proudu i_c , zatímco do druhé jejich rozdíl. Vztah pro výslednou sílu diferenčního zapojení (11.7) je pak upraven do tvaru (11.8).

$$f_m = k_0 \left(\frac{(i_0 + i_c)^2}{(s_0 - x \cdot \cos(\alpha))^2} - \frac{(i_0 - i_c)^2}{(s_0 + x \cdot \cos(\alpha))^2} \right) \cos(\alpha) \quad (11.8)$$



Obrázek 11-3: Diferenční zapojení magnetů v AML

Lineární vztah pro sílu dostaneme linearizací rovnice (11.8) pro pracovní bod, který je definován hodnotami předmagnetizačního proudu i_0 a nominální vzduchové mezery s_0 , podle vztahu (11.9).

$$f_m = \left. \frac{\partial f_m}{\partial i_c} \right|_{\substack{i_c=0 \\ x=0}} \cdot i + \left. \frac{\partial f_m}{\partial x} \right|_{\substack{i_c=0 \\ x=0}} \cdot x = k_i i_c + k_s x, \quad (11.9)$$

$$\begin{aligned} k_i &= \frac{4k_0 i_0}{(s_0)^2} \cos(\alpha) \cong \frac{4k_0 i_0}{s_0^2} \cos(\alpha) \left[\frac{N}{A} \right], \\ k_s &= \frac{4k_0 i_0^2}{(s_0)^3} \cos^2(\alpha) \cong \frac{4k_0 i_0^2}{s_0^3} \cos^2(\alpha) \left[\frac{N}{m} \right], \\ \frac{k_s}{k_i} &= \frac{i_0}{s_0} \cos(\alpha). \end{aligned} \quad (11.10).$$

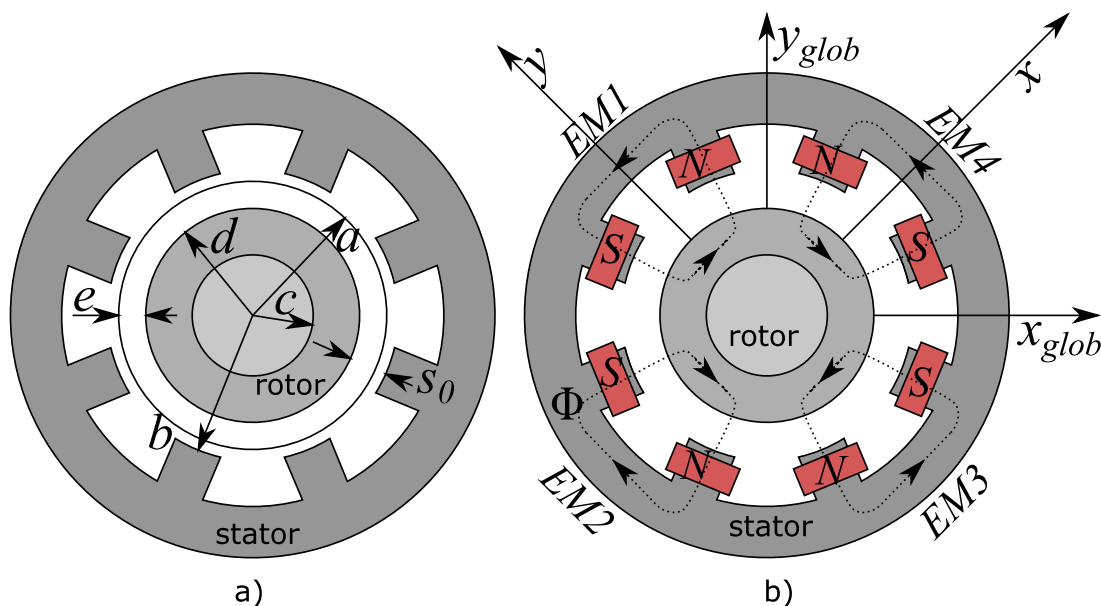
Parametr k_i představuje proudové zesílení aktuátoru a parametr k_s tuhost otevřené smyčky. Hodnota tuhosti otevřené smyčky roste s druhou mocninou předmagnetizačního proudu a klesá s třetí mocninou vzduchové mezery. Proudové zesílení aktuátoru k_i představuje tuhost generující sílu úměrnou řídicímu proudu v cívkách, která klesá s druhou mocninou vzduchové mezery.

Linearizovaný vztah (11.9) platí pouze pro blízké okolí pracovního bodu a zároveň nesmí docházet ke kontaktu rotoru se statorem nebo magnetické saturaci (Maslen, 2009). Při vychýlení z nominální polohy dochází k rychlé ztrátě přesnosti lineární aproximace, což vede k nepřesnosti regulace.

Nevýhodou lineární aproximace předmagnetizačním proudem i_0 jsou vyšší výkonové ztráty, protože jsou neustále napájeny oba elektromagnety diferenčního zapojení. Hodnota předmagnetizačního proudu i_0 se volí tak, aby se pracovní bod nacházel v lineární části závislosti magnetické síly na proudu a výchylce a zároveň byla k dispozici dostatečná rezerva pro řídicí proud i_c tak, aby nedocházelo k magnetické saturaci nebo přetížení zesilovače. Obvykle je hodnota i_0 volena jako polovina maximálního proudu.

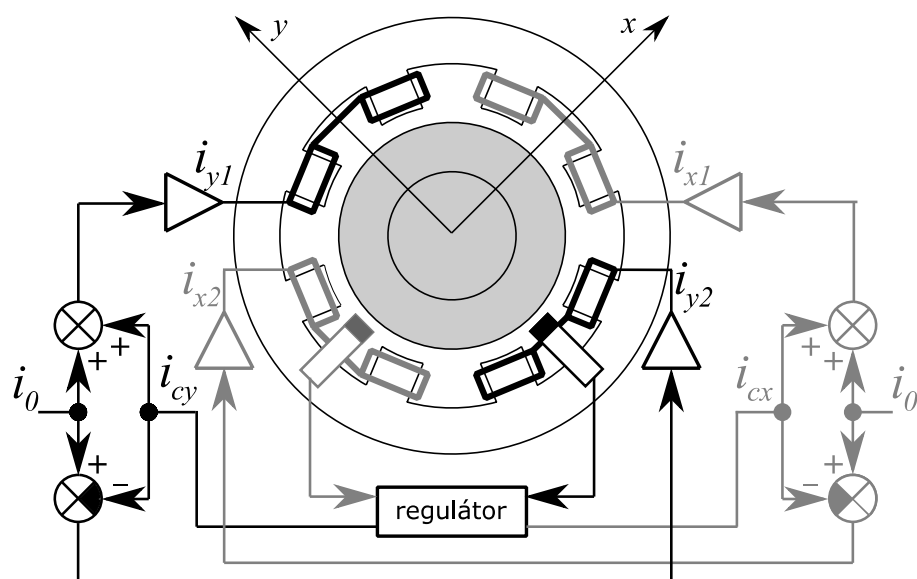
Konstrukce magnetického ložiska

Nejběžnějším typem radiálního AML je osmi-pólové magnetické ložisko, jehož standardní geometrii ukazuje obrázek 11-4 a. Rozměr b definuje rádius pólů, rozměr a je rádius záchytných ložisek, c označuje rádius rotoru a d je vnější rádius rotoru v AML. Nominální vzduchová mezera je definovaná jako rozdíl rádiů, $s_0 = b - d$. Maximální výchylka rotoru je dána rozdílem rádiů záchytných ložisek a rotoru v AML, $e = a - d$. Musí platit $a < b$, aby rotor při výpadku AML zůstal v záchytných ložiskách a nedošlo k poškození pólů AML. Obrázek 11-4 b dále vykresluje standardní provedení ložiska, jehož satorová část je z jednoho dílu, ze kterého vystupují jednotlivé póly, na kterých jsou navinuty cívky elektromagnetu. Póly jsou obvykle v heteropolárním zapojení, kde severní a jižní magnetické póly utváření po obvodu rotoru sekvenci NS-SN-NS-SN.



Obrázek 11-4: Geometrie magnetického ložiska

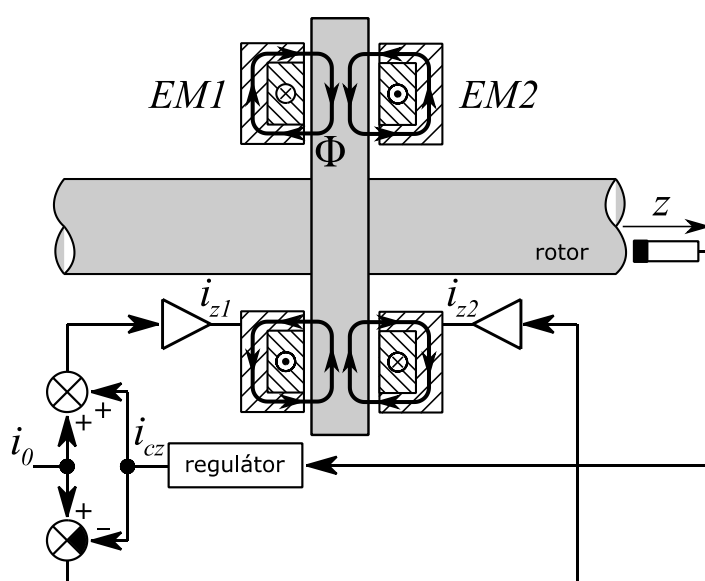
Radiální ložisko se skládá ze dvou nezávislých diferenčních zapojení elektromagnetů, jejichž osy jsou na sebe kolmé. Na rotor tak může být působeno ve dvou směrech kartézské souřadnicové soustavy ložiska, což je výhodné z pohledu realizace řízení. Většinou je celé zapojení pootočeno o 45° oproti globálnímu souřadnému systému. Vyrovnávání gravitační síly je tak rozloženo na obě diferenční zapojení. Schéma takového radiálního AML včetně zesilovačů a regulátoru znázorňuje obrázek 11-5.



Obrázek 11-5: Radiální AML s dvěma diferenčními zapojeními pootočenými o 45°

Existují i více-pólová radiální ložiska, která mají např. 12, 16 či 20 pólů. Póly jsou stejně jako u osmi-pólového ložiska rozloženy do 4 kvadrantů, které jsou napájeny dvěma diferenčními zapojeními. Více-pólová ložiska umožňují zvýšit styčnou plochu elektromagnetu a maximalizovat využití materiálu pro vytvoření magnetické síly. Snahou výrobců je, aby ložisko bylo symetrické, což mimo jiné znamená, že konstrukční konstanta k potažmo proudové zesílení k_i a tuhost k_s by měli být přibližně stejné pro obě diferenční zapojení elektromagnetů. Tyto parametry jsou uváděny výrobcem.

Pro řízení polohy rotoru v axiálním směru je využito axiální AML, jehož konstrukci vykresluje obrázek 11-6. Na rotoru je navlečen a upevněn axiální disk, k němuž z obou stran přiléhají elektromagnety axiálního ložiska, které pracují v diferenčním zapojení.

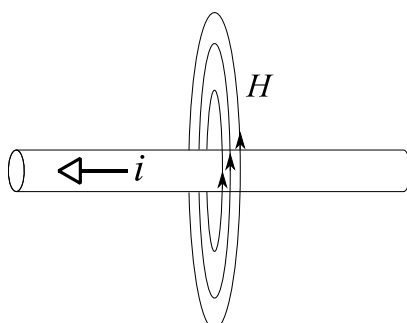


Obrázek 11-6: Axiální magnetické ložisko s diferenčním zapojením

C. Elektromagnetismus

Magnetické pole vzniká kolem pohybujících se elektrických nábojů, které tvoří elektrický proud. Vzniklé magnetické pole v okolí vodiče, kterým protéká elektrický proud i ukazuje obrázek 11-7. Magnetické pole je popsáno magnetickou intenzitou H , která je funkcí protékajícího proudu a magnetickou indukcí B která vyjadřuje silové účinky magnetického pole. Vztah mezi magnetickou intenzitou a indukcí je popsán vztahem (11.11), kde μ_0 je permeabilita vakua ($4\pi 10^{-7} \text{Hm}^{-1}$) a μ_r je relativní permeabilita magnetického materiálu. Pro vzduch platí $\mu_r = 1$.

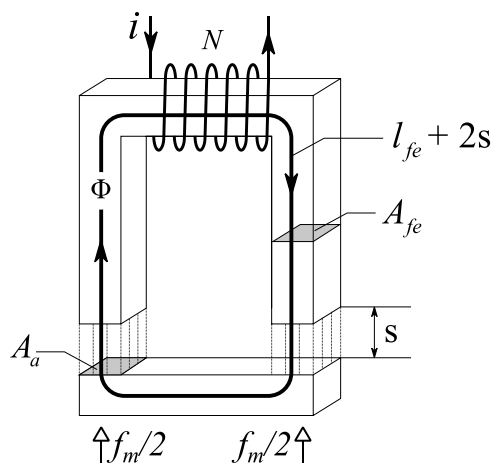
$$B = \mu_r \mu_0 H, \quad (11.11)$$



Obrázek 11-7: Magnetické pole v okolí vodiče, kterým protéká elektrický proud

Obrázek 11-8 zobrazuje jednoduchý magnetický obvod, kde na železném U jádře o průřezu A_{fe} je navinuto N závitů cívky, kterou prochází proud i . Proud cívky způsobí vznik magnetického pole, popsaného magnetickou intenzitou H , která je dána vztahem (11.12).

$$\oint H \cdot ds = l_{fe} H_{fe} + 2 \cdot s \cdot H_a = N \cdot i. \quad (11.12).$$



Obrázek 11-8: Magnetický obvod

V jádře vznikne magnetický tok Φ , který tvoří uzavřenou smyčku o délce $l_{fe} + 2s$. Ta prochází železným jádrem v délce l_{fe} a vzduchovou mezerou šířky s o průřezu A_a . Obrázek 11-8 znázorňuje pro zjednodušení pouze jednu smyčku magnetického toku, ve skutečnosti je ale takových smyček mnoho. Směr magnetického toku závisí na směru proudu i a lze jej určit podle pravidla pravé ruky. Tento magnetický tok má konstantní hodnotu nezávisle na prostředí a je vyjádřen vztahem

$$\Phi = B_{fe} A_{fe} = B_a A_a. \quad (11.13)$$

Jelikož platí, že $A_{fe} = A_a = A$, tak musí platit i $B_{fe} = B_a = B$. Po dosazení a úpravě vztahu (11.12) dostaneme následující rovnost

$$l_{fe} \frac{B}{\mu_0 \mu_r} + 2s \frac{B}{\mu_0} = N \cdot i, \quad (11.14)$$

ze kterého lze vyjádřit vztah pro magnetickou indukci ve tvaru

$$B = \mu_0 \frac{N \cdot i}{\frac{l_{fe}}{\mu_r} + 2s}. \quad (11.15)$$

Magnetická energie W_{mag} ve vzduchové mezeře o objemu $V = s \cdot A$ lze určit jako

$$W_{mag} = \frac{1}{2} \cdot B H_a V = \frac{1}{2} \cdot \mu_0 H_a^2 V = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0} V = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Phi^2}{\mu_0 A} s. \quad (11.16)$$

Při posunutí jádra o Δs dojde ke změně magnetické energie v obou mezerách o ΔW_{mag} .

$$\Delta W_{mag} = 2 \left(\frac{1}{2} \mu_0 H_a^2 A (s + \Delta s) - \frac{1}{2} \mu_0 H_a^2 A s \right) = \mu_0 H_a^2 A \Delta s \quad (11.17)$$

Za předpokladu konzervativního systému a nulových ztrát plyne ze zákona o zachování energie, že změna magnetické energie se rovná změně mechanické energie. Vztah pro působící sílu tak dostaneme jako parciální derivaci energie vzhledem ke vzduchové mezeře s nebo z rovnosti (11.18). Předpokladem je konstantní hodnota proudu i .

$$\Delta W_{mech} = \Delta W_{mag} = f_m \Delta s = \mu_0 H_a^2 A \Delta s \quad (11.18)$$

Z rovnice (11.18) vyjádříme vztah pro magnetickou sílu ve tvaru

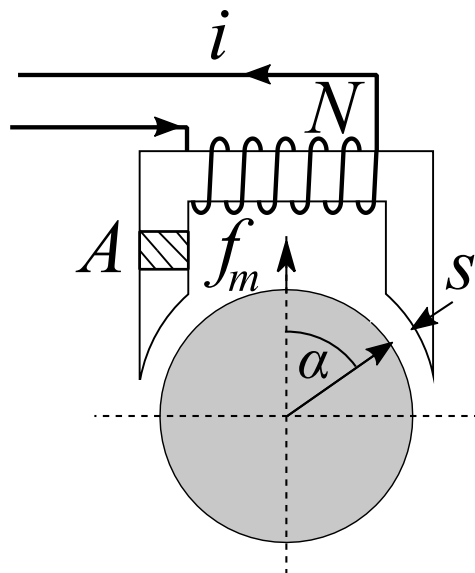
$$f_m = \mu_0 H_a^2 A = \frac{B^2 A}{\mu_0} = \frac{\partial W_{mag}}{\partial s}. \quad (11.19)$$

Po dosazení za magnetickou indukci B z rovnice (11.15) dostaneme vztah pro sílu (11.20) jako funkci proudu cívky i a vzduchové mezery s . Parametr $k_0 = \mu_0 AN^2/4$ představuje konstrukční konstantu.

$$f_m = k_0 \left(\frac{i}{\frac{l_{fe}}{2\mu_r} + s} \right)^2 \quad (11.20)$$

Obrázek 11-9 znázorňuje geometrii radiálního AML, kde magnetická síla působí na rotor pod úhlem α , který není v (11.20) reflektován. Velikost úhlu závisí na počtu pólů AML, což lze popsat vztahem kde $\alpha = 360/(2P)$, kde parametr P označuje počet pólů radiálního ložiska. Pro magnetická ložiska dále platí, že permeabilita materiálu μ_r dosahuje hodnot v řádech tisíců, tudíž platí $l_{fe}/2\mu_r \ll s$. Vztah pro magnetickou sílu pak lze vyjádřit ve tvaru (11.21).

$$f_m = k_0 \left(\frac{i}{s} \right)^2 \cos \alpha \quad (11.21)$$



Obrázek 11-9: Geometrie magnetického obvodu v radiálním AML

D. Fourierova transformace

Pro popis obecného signálu ve frekvenční oblasti se používá Fourierova transformace, která vychází z principu, že každý aperiodický signál lze vyjádřit jako součet vážených komplexních exponenciál. Jedná se o integrální transformaci definovanou vztahem (11.22), kde $X(\omega)$ se nazývá Fourierův obraz funkce $x(t)$, která musí být absolutně integrovatelná.

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (11.22)$$

Funkce $X(\omega)$ je komplexní funkcí reálné proměnné $\omega = 2\pi f$, kterou lze tak zapsat v polárním tvaru (11.23).

$$X(\omega) = |X(\omega)| e^{j\Phi(\omega)} \quad (11.23)$$

Část $|X(j\omega)|$ je amplitudové spektrum a $\Phi(j\omega)$ je fázové spektrum Fourierovy transformace původního signálu $x(t)$. Amplitudové a fázové spektrum jsou definovány vztahy (11.24) a (11.25).

$$|X(\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}^2\{X(\omega)\} + \operatorname{Im}^2\{X(\omega)\}} \quad (11.24)$$

$$\Phi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}\{X(\omega)\}}{\operatorname{Re}\{X(\omega)\}} \quad (11.25)$$

Amplitudové a fázové spektrum podle vztahů (11.24) a (11.25) je oboustranné, tedy je definované pro kladné i záporné frekvence. Pro reálné signály však záporné frekvence nemají fyzikální význam, a tak se obvykle používají pouze spektra jednostranná, která jsou definovaná pro nezáporné frekvence. Jednostranné amplitudové spektrum je popsáno vztahem (11.26).

$$A(\omega) = \begin{cases} |X(\omega)|, & \omega = 0 \\ 2|X(\omega)|, & \omega > 0 \end{cases} \quad (11.26)$$

Při výpočtu Fourierovy transformace vzorkovaného signálu $x[n]$ o konečné délce N vzorků se používá diskrétní Fourierova transformace, které je popsána vztahem (11.27).

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi \cdot k \cdot n}{N}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (11.27)$$

Pro vzorkovaný signál konečné délky lze podle vztahu (11.27) určit koeficienty diskrétní Fourierovy transformace $X[k]$ pro konečný počet frekvencí f_k podle vztahu (11.28). Vzdálenost mezi dvěma sousedními diskrétními frekvencemi Δf je nepřímo úměrná délce signálu podle vztahu (11.29), kde f_{vz} je vzorkovací frekvence a T je celková časová délka zpracovávaného signálu.

$$f_k = \frac{k \cdot f_{vz}}{N}, k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (11.28)$$

$$\Delta f = \frac{f_{vz}}{N} = \frac{1}{t_{vz} \cdot N} = \frac{1}{T}. \quad (11.29)$$

Pro výpočet diskrétní Fourierovy transformace se obvykle používá algoritmus FFT, který je detailně popsánff v publikaci (Tůma, 1997).

E. Metoda nejmenších čtverců

Metoda nejmenších čtverců je matematická metoda, kterou lze využít při hledání aproximace řešení přeúčnených soustav rovnic, kde je více rovnic než neznámých. Přeúčnenou soustavu rovnic můžeme zapsat v maticovém tvaru (11.30). Matice $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times m}$ je matice soustavy, $\mathbf{b} \in \mathbb{C}^n$ je vektor pravých stran, $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^m$ je vektor neznámých, platí $n > m$.

$$\mathbf{Ax} \approx \mathbf{b}, \quad (11.30)$$

Řešení soustavy přeúčnených rovnic (11.30) ve smyslu nejmenších čtverců má tvar (11.31), jehož odvození lze nalézt například v (Duník, 2018). Index H značí hermitovskou transpozici, pro kterou platí $\mathbf{A}^H = (\mathbf{A}^T)^* = (\mathbf{A}^*)^T$. Podmínkou jednoznačnosti řešení je plná sloupcová hodnota matice \mathbf{A} , tedy $\text{rank}(\mathbf{A}) = m$.

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{b} \quad (11.31)$$

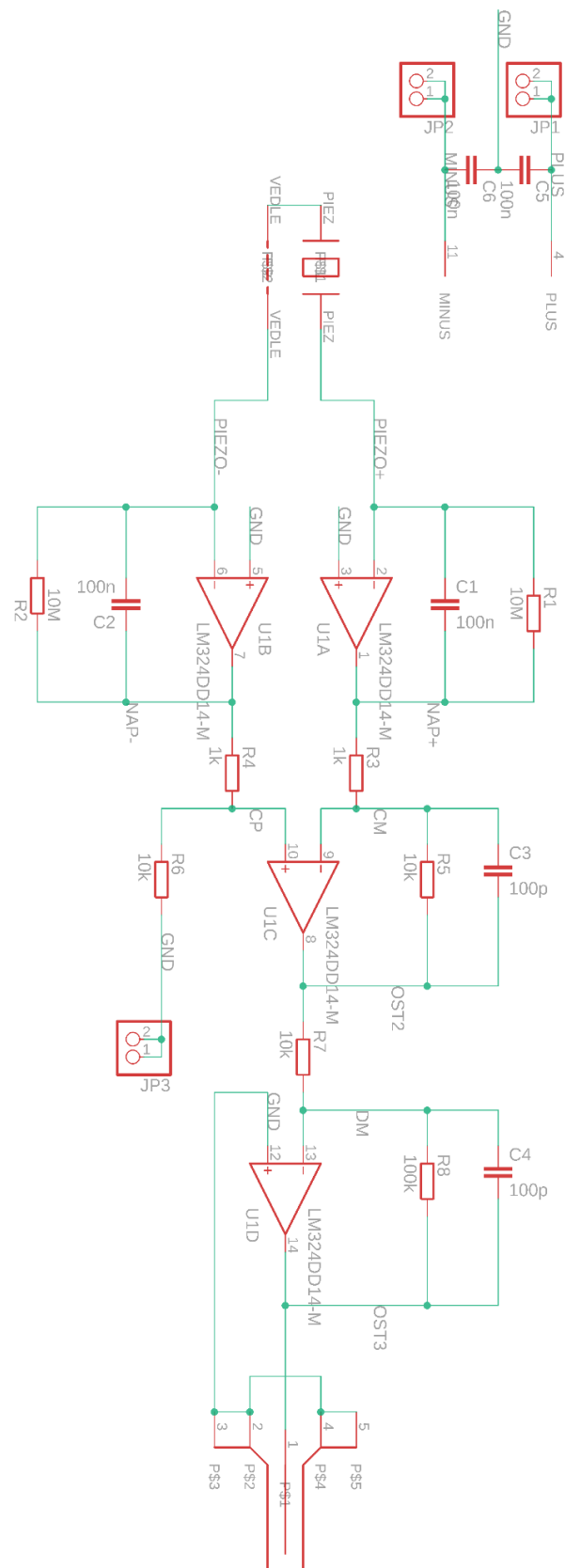
Při řešení přeúčnené soustavy rovnic ve tvaru $\mathbf{x}\mathbf{A} = \mathbf{b}$, lze transponovat obě strany rovnice a řešení pro \mathbf{x}^H podle (11.31) transponovat, což vede na vztah (11.32).

$$\mathbf{x} = \mathbf{b}\mathbf{A}^H (\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1} \quad (11.32)$$

Prokládání souboru vzorkovaných časových dat vhodnou lineární kombinací básových funkcí je konkrétní úloha použití metody nejmenších čtverců. Je předpokládán naměřený soubor n vzorků $(t_1, y_1), (t_2, y_2), \dots, (t_n, y_n)$, kde čas t_i je nezávislá veličina a y_i je měřená veličina závislá na čase. Data chceme proložit ve smyslu nejmenších čtverců pomocí lineární kombinace básových funkcí $f(t) = a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) + \dots + a_m f_m(t)$, kde koeficienty a_1, a_2, \dots, a_m jsou neznámé. Úlohu lze zapsat v maticovém tvaru (11.33) obdobně jako vztah (11.30). Vektor neznámých koeficientů \mathbf{x} pak určíme ze vztahu (11.31)

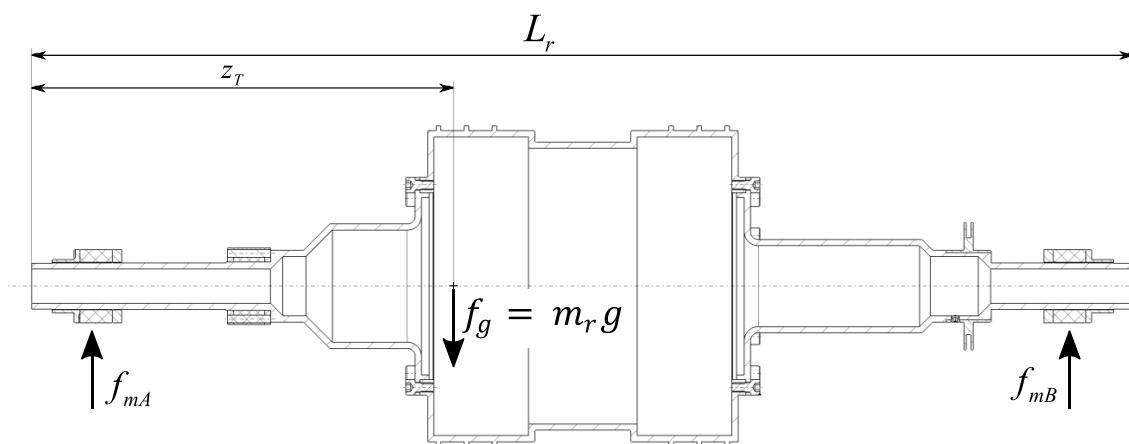
$$\underbrace{\begin{bmatrix} f_1(t_1) & \cdots & f_m(t_1) \\ f_1(t_2) & \cdots & f_m(t_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_1(t_n) & \cdots & f_m(t_n) \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} \approx \underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \quad (11.33)$$

F. Schéma zapojení desky snímače síly



G. Určení polohy těžiště levitujícího rotoru

Pro kalibraci snímačů síly pod domečky radiálních AML, je zapotřebí znát referenční magnetické síly, kterými působí magnetická ložiska A, B. Při kalibraci je předpokládán cylindrický pohyb rotoru bez rotace, kdy nedochází k náklonu rotoru v axiální ose rotoru a nevznikají tak žádné příčné momenty setrvačnosti rotoru. V obou radiálních AML jsou tak generovány stejné vibrace rotoru. Jako referenční síla pro kalibraci je použita setrvačná síla rotoru, jejíž účinky se rozloží na obě radiální AML A, B úměrně podle polohy těžiště. Axiální poloha těžiště není přesně známá. Navrhl jsem tak postup jejího experimentálního určení z akčních zásahů regulátoru při změnách hmotnosti rotoru.



Obrázek: 11-10 Axiální poloha těžiště rotoru

Při levitaci nerotujícího rotoru musí platit rovnováha sil a momentů v těžišti popsaná vztahy (11.34), kde f_{mA} , f_{mB} jsou magnetické síly v radiálních AML A a B, $f_g = m_r g$ je tíha rotoru, z_T je poloha těžiště v axiálním směru a L_r je délka rotoru. Obrázek: 11-10 zobrazuje rotor se zavedenými kótami.

$$\begin{aligned} f_{mA} + f_{mB} &= f_g \\ f_{mA} z_T &= f_{mB} (L_r - z_T) \end{aligned} \quad (11.34)$$

Poloha těžiště z_T lze ze vztahu (11.34) vyjádřit ve tvaru (11.35).

$$z_T = \frac{f_g - f_{mA}}{f_g} L_r = \frac{f_{mB}}{f_g} L_r \quad (11.35)$$

Po umístění závaží o hmotnosti m_Δ do axiální pozice z_1 dojde ke změně rozložení hmoty, a tudíž ke změně axiální polohy těžiště do bodu z_{T1} . Zároveň se změní magnetické síly AML

A, B na hodnoty f_{mA1} , f_{mB1} , přičemž musí stále platit rovnováha sil a momentů podle (11.36)

$$\begin{aligned} f_{mA1} + f_{mB1} &= f_g + m_{\Delta}g \\ f_{mA1} \cdot z_{T1} &= f_{mB1} (L_r - z_{T1}) \end{aligned} \quad (11.36)$$

Poloha nového těžiště z_{T1} lze pak vyjádřit z (11.36) ve tvaru (11.37).

$$z_{T1} = \frac{f_g - f_{mA1} + m_{\Delta}g}{f_g + m_{\Delta}g} L_r = \frac{f_{mB1}}{f_g + m_{\Delta}g} L_r \quad (11.37)$$

Pro novou polohu těžiště musí také platit momentová rovnice (11.38).

$$(z_{T1} - z_1) m_{\Delta}g = (z_T - z_{T1}) f_g \quad (11.38)$$

Z rovnice (11.38) lze vyjádřit vztah pro polohu nového těžiště (11.39).

$$z_{T1} = \frac{f_g \cdot z_T + m_{\Delta}g \cdot z_1}{f_g + m_{\Delta}g} \quad (11.39)$$

Z porovnání rovnic (11.37) a (11.39) lze vyjádřit vztah (11.40) pro původní polohu těžiště rotoru x_T .

$$z_T = \frac{(f_g - f_{mA1} + m_{\Delta}g) L_r - m_{\Delta}g \cdot z_1}{f_g} = \frac{f_{mB1} L_r - m_{\Delta}g \cdot z_1}{f_g} \quad (11.40)$$

Porovnání vztahů (11.35) a (11.40) pro polohu těžiště rotoru lze upravit při zavedení proměnné vyjadřující poměr sil na AML A $q_{A1} = F_{A1}/F_A$ do tvaru (11.41).

$$\begin{aligned} z_T &= \frac{(f_g - f_{mA1} + m_{\Delta}g) L_r - m_{\Delta}g \cdot z_1}{f_g} = \frac{f_g - f_{mA}}{f_g} L_r \\ m_{\Delta}g \cdot L_r - m_{\Delta}g \cdot z_1 &= f_{mA1} \cdot L_r - f_{mA} \cdot L_r \\ m_{\Delta}g \cdot L_r - m_{\Delta}g \cdot z_1 &= (q_{A1} - 1) f_{mA} \cdot L_r \end{aligned} \quad (11.41)$$

Při posunu závaží o vzdálenost D do jiné axiální pozice $z_2 = z_1 + D$ dojde ke změně sil v AML A, B na hodnoty f_{mA2} , f_{mB2} . Je zavedena proměnná $q_{A2} = f_{mA2}/f_{mA}$ a vztah (11.41) má pro tento případ tvar (11.42).

$$m_{\Delta}g \cdot L_r - m_{\Delta}g \cdot (z_1 + D) = (q_{A2} - 1) f_{mA} \cdot L_r \quad (11.42)$$

Z rozdílu rovnic (11.41) a (11.42) lze vyjádřit vztah (11.43) pro magnetickou sílu na AML A.

$$f_{mA} = \frac{m_T g \cdot D}{(q_{A1} - q_{A2}) L_r} \quad (11.43)$$

Vztah (11.43) lze pak dosadit do (11.35) a určit tak axiální polohu těžiště z_T ve tvaru (11.44).

$$z_T = L_r - \frac{m_{\Delta} g \cdot D}{(q_{A1} - q_{A2}) \cdot f_g} \quad (11.44)$$

Obdobně lze odvodit vztah (11.45) pro axiální polohu těžiště ze změny sil v AML B, kde jsou silové poměry $q_{B1} = f_{mB1}/f_{mB}$, $q_{B2} = f_{mB2}/f_{mB}$.

$$z_T = \frac{-m_{\Delta} g \cdot D}{(q_{B1} - q_{B2}) \cdot f_g} \quad (11.45)$$

Magnetická síla AML je podle (11.5) závislá na velikosti proudu a vzduchové mezery. Přítomnost integrační složky v řídicím algoritmu AML zajistí, že se poloha rotoru po přidání závaží nezmění. Změní se pouze proud v cívkách elektromagnetů, které je tak přímo úměrný magnetické síle. Silové poměry pro AML A, B q_{A1} , q_{A2} , q_{B1} , q_{B2} lze tak určit z řídicích proudů AML, respektive z řídicích napěťových signálů regulátoru. Protože pro každé radiální AML lze změřit řídicí proud v osách x a y , tak jsem silové poměry určil podle (11.46). Řídicí proudy i_{cxA} , i_{cyA} , i_{cxB} , i_{cyB} jsou změřeny bez závaží a řídicí proudy i_{cxA1} , i_{cyA1} , i_{cxB1} , i_{cyB1} při prvním experimentu se závažím a i_{cxA2} , i_{cyA2} , i_{cxB2} , i_{cyB2} při druhém experimentu se závažím.

$$\begin{aligned} q_{A1} &= \frac{\sqrt{i_{cxA1}^2 + i_{cyA1}^2}}{\sqrt{i_{cxA}^2 + i_{cyA}^2}} & q_{B1} &= \frac{\sqrt{i_{cxB1}^2 + i_{cyB1}^2}}{\sqrt{i_{cxB}^2 + i_{cyB}^2}} \\ q_{A2} &= \frac{\sqrt{i_{cxA2}^2 + i_{cyA2}^2}}{\sqrt{i_{cxA}^2 + i_{cyA}^2}} & q_{B2} &= \frac{\sqrt{i_{cxB2}^2 + i_{cyB2}^2}}{\sqrt{i_{cxB}^2 + i_{cyB}^2}} \end{aligned} \quad (11.46)$$

Pro určení axiální polohy těžiště podle vztahů (11.44) a (11.46) jsem tedy musel provést vždy dva experimenty se stejným závažím o známé hmotnosti m_{Δ} . V prvním případě jsem umístil závaží na jeden konec levitujícího rotoru a odečetl střední hodnoty řídicích proudů obou

radiálních ložisek. Totéž jsem zopakoval při přesunutí závaží na druhý konec rotoru. Platí tedy, že $D = L_R = 0.7 \text{ m}$. Tabulka 14 uvádí hmotnosti závaží, změřené střední hodnoty řídicích proudů a vypočtené axiální polohy těžiště odpovídající vzdálenosti od konce rotoru u AML A.

	Hmotnost závaží m_{Δ} [kg]	Řídicí proud AML A [V]		Řídicí proud AML B [V]		Poloha těžiště z_T podle AML A [m]	Poloha těžiště z_T podle AML B [m]
0	0	1.812	1.489	2.465	2.784	---	---
1	0.37	1.978	1.665	2.438	2.767	0.433	0.419
2		1.788	1.454	2.651	2.956		
3	0.65	2.117	1.777	2.431	2.731	0.423	0.407
4		1.775	1.440	2.781	3.109		
5	1.1	2.317	1.987	2.401	2.722	0.422	0.418
6		1.744	1.410	3.032	3.296		
7	1.39	2.469	2.096	2.381	2.686	0.426	0.417
8		1.733	1.367	3.209	3.374		
Průměrná poloha těžiště v axiální ose rotoru z_T :						0.422 m	

Tabulka 14: Identifikace těžiště levitujícího rotoru