

Západočeská univerzita v Plzni  
Fakulta aplikovaných věd  
Katedra kybernetiky

# BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Modelování a řízení pick-and-place manipulátoru  
T-bot

Vedoucí práce: Ing. Martin Goubej, Ph.D.  
Katedra Kybernetiky

Plzeň, 2023

Daniel Kastner

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta aplikovaných věd  
Akademický rok: 2022/2023

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Daniel KASTNER**  
Osobní číslo: **A20B0325P**  
Studijní program: **B0714A150005 Kybernetika a řídicí technika**  
Specializace: **Automatické řízení a robotika**  
Téma práce: **Modelování a řízení pick-and-place manipulátoru T-bot**  
Zadávající katedra: **Katedra kybernetiky**

## Zásady pro vypracování

- Seznamte se s robotickými manipulátory typu T-bot a jejich aplikacemi v průmyslové automatizaci.
- Sestavte matematický model kinematiky a dynamiky manipulátoru v systému Matlab.
- Navrhněte vhodnou strategii řízení pohybu, ověřte simulačně na matematickém modelu.
- V případě možnosti proveďte experimenty s reálným manipulátorem.



Rozsah bakalářské práce: **30-40 stránek A4**

Rozsah grafických prací:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná**

Seznam doporučené literatury:

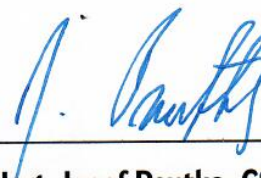
- Siciliano et al., Robotics – Modelling, Planning and Control, Springer 2010
- Přednášky k předmětům LS1/2, URM
- Vukosavic, Digital Control of Electrical Drives

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Martin Goubej, Ph.D.**  
Katedra kybernetiky

Datum zadání bakalářské práce: **17. října 2022**  
Termín odevzdání bakalářské práce: **22. května 2023**



**Doc. Ing. Miloš Železný, Ph.D.**  
děkan



**Prof. Ing. Josef Psutka, CSc.**  
vedoucí katedry

V Plzni dne 17. října 2022

## **Prohlášení**

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsme bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne 22. května 2023

.....

Daniel Kastner

## **Poděkování**

Tímto bych rád poděkoval svému vedoucímu bakalářské práce Ing. Martinu Goubejovi Ph.D. za vedení této bakalářské práce, velmi cenné a důležité rady a hlavně ochotu a trpělivost, která mi byla po celou dobu věnována.

## Anotace

Tato bakalářská práce se zaměřuje na studium a řízení pick-and-place manipulátoru T-bot. Hlavním cílem práce je vytvoření matematického modelu kinematiky a dynamiky tohoto manipulátoru v systému Matlab a následné vytvoření a implementace efektivní strategie řízení pohybu. Práce začíná popisem základních principů fungování manipulátoru, které poskytují podklad pro následné sestavení matematicko-fyzikálního modelu. Závěrem je provedena implementace navržených strategií řízení na reálný systém a hodnocení jejich efektivity a přesnosti.

**Klíčová slova:** T-bot, kaskádní regulace, H nekonečno metoda, loopshaping, PI regulátor, citlivostní funkce

## Abstract

This bachelor's thesis focuses on the study and control of the pick-and-place manipulator, T-bot. The main objective of the work is to create a mathematical model of the kinematics and dynamics of this manipulator in the Matlab system, followed by the creation and implementation of an effective motion control strategy. The work begins with a description of the basic principles of the manipulator's operation, which provide a basis for the subsequent construction of a mathematical-physical model. Finally, the proposed control strategies are implemented on a real system and their effectiveness and accuracy are evaluated.

**Keywords:** T-bot, cascade control, H-infinity method, loopshaping, PI controller, sensitivity function

# Obsah

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Úvod</b>                                    | <b>6</b>  |
| 1.1      | Obecný úvod . . . . .                          | 6         |
| 1.2      | T-bot manipulátor . . . . .                    | 7         |
| 1.3      | Srovnání s dalšími manipulátory . . . . .      | 8         |
| <b>2</b> | <b>Matematický model</b>                       | <b>9</b>  |
| 2.1      | Kinematická analýza . . . . .                  | 9         |
| 2.1.1    | Pohyb jednoho motoru . . . . .                 | 10        |
| 2.1.2    | Pohyb obou motorů . . . . .                    | 11        |
| 2.1.3    | Kinematický model . . . . .                    | 12        |
| 2.2      | Dynamický model . . . . .                      | 16        |
| 2.2.1    | Zjednodušený model . . . . .                   | 16        |
| 2.2.2    | Model T-botu . . . . .                         | 18        |
| <b>3</b> | <b>Návrh řízení</b>                            | <b>23</b> |
| 3.1      | Decentralizované řízení . . . . .              | 23        |
| 3.1.1    | Návrh PI regulátoru . . . . .                  | 24        |
| 3.1.1.1  | Tvarování citlivostních funkcí . . . . .       | 25        |
| 3.1.1.2  | Integrální kritéria kvality řízení . . . . .   | 27        |
| 3.1.1.3  | Vyhodnocení PI regulátoru . . . . .            | 28        |
| 3.1.2    | Polohová regulace . . . . .                    | 30        |
| 3.1.3    | Modul dopředné a inverzní kinematiky . . . . . | 31        |
| 3.2      | Centralizované řízení . . . . .                | 33        |
| 3.2.1    | Přenosová matice . . . . .                     | 33        |
| 3.2.2    | Decoupler . . . . .                            | 34        |
| 3.2.2.1  | Ideální decoupler . . . . .                    | 36        |
| 3.2.2.2  | Zjednodušený decoupler . . . . .               | 36        |
| 3.2.2.3  | Invertující decoupler . . . . .                | 36        |
| 3.2.3    | Porovnání regulačních smyček . . . . .         | 37        |
| <b>4</b> | <b>Experimentální identifikace</b>             | <b>41</b> |
| 4.1      | Projekt v REXYGENU . . . . .                   | 41        |
| 4.2      | Měření vstupních a výstupních dat . . . . .    | 42        |
| 4.2.1    | Zjednodušený identifikovaný model . . . . .    | 43        |
| 4.2.2    | Komplexní model . . . . .                      | 46        |
| <b>5</b> | <b>Implementace na reálném zařízení</b>        | <b>49</b> |
| 5.1      | Regulátory zjednodušeného modelu . . . . .     | 50        |
| 5.1.1    | Regulátory rychlosti . . . . .                 | 50        |
| 5.1.2    | Polohová regulace . . . . .                    | 52        |
| 5.2      | Regulátory složitějšího modelu . . . . .       | 54        |
| 5.2.1    | Regulátory rychlosti . . . . .                 | 54        |
| 5.2.2    | Polohová regulace . . . . .                    | 56        |
| 5.3      | Trajektorie pick-and-place . . . . .           | 57        |
| <b>6</b> | <b>Závěr</b>                                   | <b>58</b> |

# 1 Úvod

## 1.1 Obecný úvod

V této bakalářské práci se budeme zabývat robotickým manipulátorem typu T-bot. Jedná se o paralelní rovinný manipulátor s dvěma stupni volnosti se zajímavými vlastnostmi z hlediska kinematiky a dynamiky široce užívaný v průmyslových aplikacích.

Popíšeme si nejprve obecně, jak tyto pick-and-place manipulátory fungují. V podstatě jsou založeny na robotech Delta, což je druh paralelního robota, který byl navržen počátkem 80. let 20. století výzkumným týmem vedeným profesorem Raymondem Clavelem na švýcarské univerzitě EPFL. Sériová výroba pick-and-place robotů byla zahájena v roce 1987, kdy švýcarská společnost Demarex zakoupila licenci na výrobu těchto robotů. Pick-and-place manipulátory se stále vyvíjí a výzkumníci optimalizují tyto roboty pro přemísťování ještě menších položek pro počítačové procesory nebo pro vyšší rychlost opakovaných úloh. [8]

Jedná se o manipulátor s obdélníkovým pracovním prostorem, jehož rozsah závisí na rozměrech daného manipulátoru. Tyto manipulátory mají velmi jednoduchou konstrukci, proto jde o velmi žádané manipulátory, protože jednotlivé komponenty lze snadno vyměnit a náklady na údržbu jsou minimální. Celý systém lze navíc rozmontovat na jednotlivé součásti a použít je ve více jednoosých aplikacích. Ve srovnání s jinými složitějšími roboty jsou tyto systémy navíc velmi levné. [2]

Již jsme zmínili snadné zacházení s těmito typy manipulátorů. Je však nutné zmínit, že rychlý pohyb portálového robota je obvykle spojen s nežádoucími indukovanými oscilacemi zavěšeného objektu. Kvůli těmto oscilacím se manévry portálového robota provádějí pomalu, což přispívá k nízké efektivitě pracoviště a vysokým nákladům na dopravu. Tyto nežádoucí oscilace lze při přiměřeně vysokých rychlostech pojezdu minimalizovat návrhem účinných regulátorů. [6] Návrhem robustního regulátoru se budeme zabývat v pozdějších kapitolách.

S přesností a rychlostí souvisí také elektrické pohony, které se běžně používají k řízení pohybu. Existuje několik typů elektrických pohonů, které lze v manipulátorech použít, jako například krokové motory, stejnosměrné motory bez kartáčů nebo servomotory, které jsou nejčastěji používané. Využívají zpětnovazební řízení k přesnému nastavení polohy kloubu a udržení této polohy i přes vnější rušivé vlivy. Pohony dále musí být také správně integrovány do řídicího systému, který obvykle zahrnuje mikroprocesor, výkonovou elektroniku a snímače zpětné vazby.

V této práci se budeme zabývat nejprve matematicko-fyzikálním modelováním T-bota. Sestrojíme kinematický a dynamický model, pro který budeme následně implementovat různé typy regulátorů, které posléze porovnáme. Závěr této práci pak věnujeme simulaci a testování na reálném zařízení.

## 1.2 T-bot manipulátor

T-Bot je dvouosý portálový robot, pohybující se ve 2D prostoru. Tento jednoduchý robot je poháněn fixovanými servo motory, spojené rozvodovým řemenem, který pohánějí. Příbuzným je H-Bot, který se liší pouze strukturou. Jak již napovídá, T-bot je zkonstruovaný do tvaru "T". Obecně T-Bot i H-Bot jsou široce používány v aplikacích typu pick-and-place, třídění nebo lepení.

Tyto struktury jsou postaveny kolem komponent řemenového pohonu a využívají dva motory namontované na dvou řemenicích pohánějící jeden řemen. To je rozdíl od standardních konfigurací XY manipulátorů, které jsou konstruovány se dvěma samostatnými lineárními pohony, kde jeden pohon nese druhý.

Samotný ozubený řemen, který je kritickým konstrukčním prvkem T-botu, se používá k přenosu hnacího momentu mezi pohyblivými součástmi. Skládá se z plastových nebo kovových zubů, které se přesouvají po ozubených kolech. Tyto zuby umožňují přenést pohyb a sílu mezi motorem a dalšími částmi robota. Je důležité, aby byl řemen správně napnutý a správně uložen, aby se zabránilo jeho přetočení nebo poškození. Navíc, je nutné zajistit, aby ozubený řemen byl vyroben z odolného materiálu, aby mohl vydržet opakované a náročné použití.

V konfiguraci T-botu jsou motory stacionární, díky čemuž se pohybuje méně hmoty, proto je jeho velkou výhodou úspora energie. Také požadavky na prostor jsou sníženy, protože lze minimalizovat pohyb Botu na jednu osu. Na obrázku 1 můžeme vidět návrh konstrukcí tohoto manipulátoru.



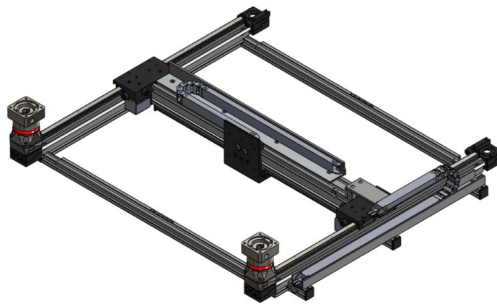
Obrázek 1: T-bot

S pochopením základních transformací souřadnic a rychlostí bychom měli být schopni implementovat určitou konfiguraci pohybu T-botu. V další části tedy vytvoříme matematický popis manipulátoru, abychom mohli simulovat jeho chování a následně sestavit robustní regulátor, který později implementujeme na reálném modelu.



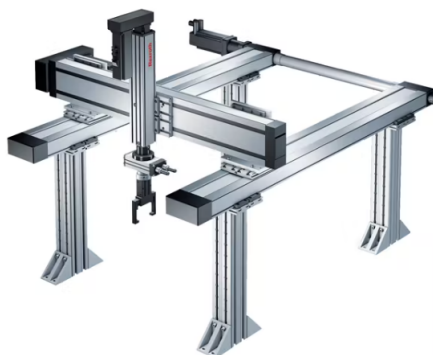
### 1.3 Srovnání s dalšími manipulátory

Náš manipulátor je, jak jsme již zmínili, podobný H-botu, což je další konfigurace pro robota s ozubeným řemenem, který se hodně v automatizaci a robotice používá, například pro velkoformátové plottery a tiskárny, proto hraje přesnost a stabilita u H-Botu zásadní roli. H-bot má však topologickou strukturu ve tvaru písmene "H". Skládá se ze dvou kolejnic s pohyblivým vozíkem nebo plošinou, která se po nich pohybuje. Standardně přesnost pohybu je lepší než u T-botu.



Obrázek 2: *H-bot*

Obecně mají obě tyto konfigurace několik výhod oproti klasickým kartézským manipulátorům. Kromě snazší montáže poskytují výkonnější pohyb, vysokou stabilitu a nižší náklady. Velkou nevýhodou u těchto manipulátorů je však nesená zátěž pohonu, díky čemuž sice rozšiřuje pracovní prostor, nicméně dochází kvůli tomu k omezení rychlosti a zrychlení.



Obrázek 3: *Kartézský manipulátor*

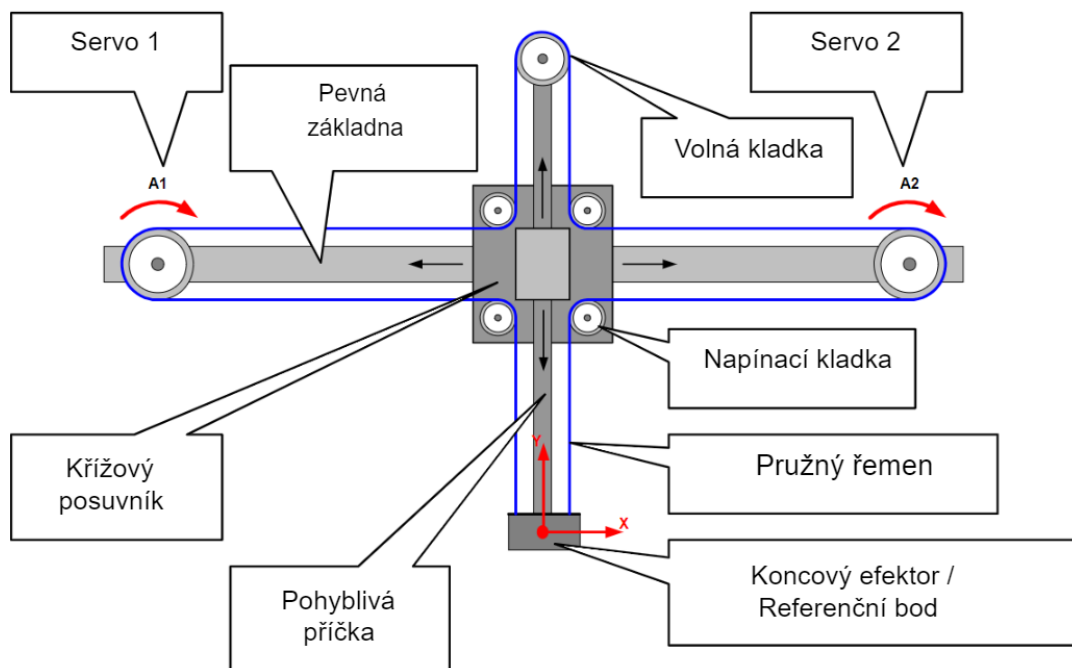
Kartézský manipulátor má, jak již bylo zmíněno, výhodu v širce pracovního prostoru. Oproti T-botu a H-botu, umožňuje tento manipulátor pohyb ve třech osách. Díky tomu může provádět složitější operace v různých polohách. Všechny tyto manipulátory nabízí velké využití v průmyslu, kde je třeba provádět opakující se úkoly s velkou přesností a rychlostí, jako je například montáž dílů, svařování, řezání, přemišťování a jiné výrobní procesy.

## 2 Matematický model

### 2.1 Kinematická analýza

Kinematická analýza je studium pohybu bez uvažování sil a momentů, které jej způsobují, proto je jednodušší než dynamické vyjádření pohybu. Je však vhodná pro mnoho aplikací zahrnující pohyblivé součásti. Kinematika obecně studuje polohy (a jeho derivace) všech částí stroje v rámci jeho pracovního cyklu. Speciálně v robotice se používá pro popis pohybu ve dvou základních souřadných systémech - souřadnice kloubové (pohyb pohonu) a souřadnice koncového efektoru, které jsou s nimi přes topologii manipulátoru spřažené. Variantami je pak přímý nebo inverzní kinematický model, který poskytuje transformaci jedním nebo druhým směrem.

Kinematický model T-botu je v podstatě vyjádření závislosti rychlostí servopohonů a koncového efektoru. Pro jeho sestavení je nutné se seznámit se strukturou tohoto manipulátoru. Definujme kladný směr otáčení ve směru hodinových ručiček. Osa Y bude vertikální směrem nahoru a osa X horizontálně směrem doprava.



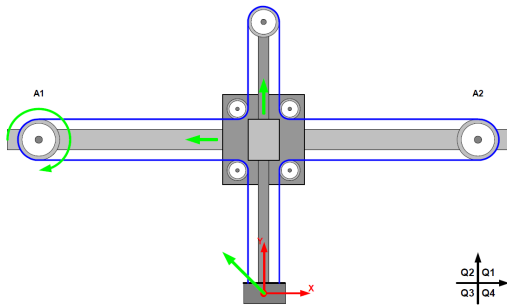
Obrázek 4: Schéma T-Botu

Na obrázku 4 vidíme schématický nákres T-bota, kde vidíme červeně zadané obě osy a kladný směr pohybu. Zároveň vidíme, že oba pohony jsou připevněny k pevné příčce a nemohou se pohybovat, pohánějí však křížový posuv prostřednictvím řemene, který je na obrázku modrou barvou.

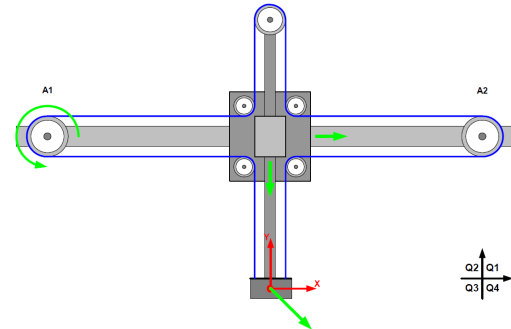
V dalších podkapitolách si představíme, jakým způsobem tedy mohou pohony ovlivnit pohyb referenčního bodu manipulátoru, ukážeme si dva hlavní příklady pohybu, které budou stěžejní pro sestavení kinematického modelu pomocí transformační matice. Jedná se o varianty, kdy se buď pohybuje jeden, nebo oba motory.

### 2.1.1 Pohyb jednoho motoru

Pokud se pohybuje pouze jeden pohon, zatímco druhý je v klidovém stavu, mohou nastat 4 případy chování robotu, které si níže představíme v grafických znázorněních.

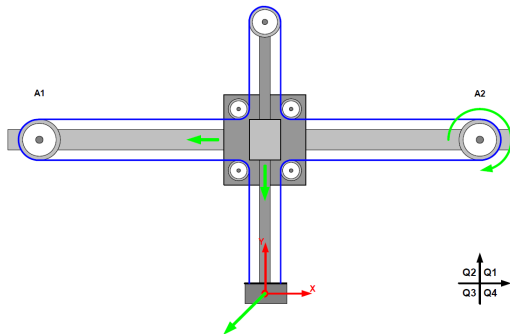


**Obrázek 5:** Pohyb levého motoru v kladném směru

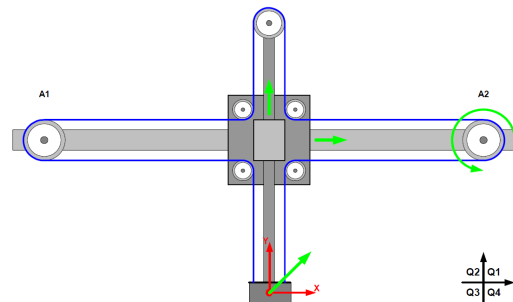


**Obrázek 6:** Pohyb levého motoru v záporném směru

Při pohybu levého motoru se referenční bod pohybuje pod úhlem  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  buď v druhém kvadrantu, pokud je směr otáčení kladný (5) nebo ve čtvrtém kvadrantu, pokud je směr otáčení záporný (6).



**Obrázek 7:** Pohyb pravého motoru v kladném směru



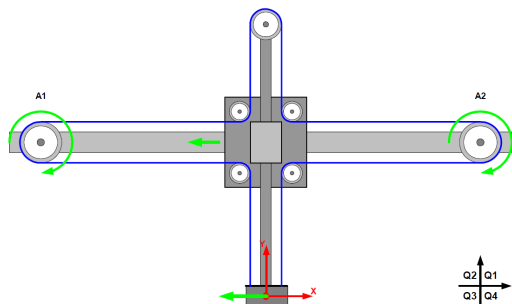
**Obrázek 8:** Pohyb pravého motoru v záporném směru

Pohyb pouze pravého motoru způsobuje posun referenčního bodu v prvním kvadrantu, pokud je směr otáčení záporný (8) nebo v třetím kvadrantu, pokud je směr otáčení kladný (7). Je tedy důležité mít na paměti, že poloha referenčního bodu se mění v závislosti na směru otáčení motorů a na tom, který motor je v provozu.

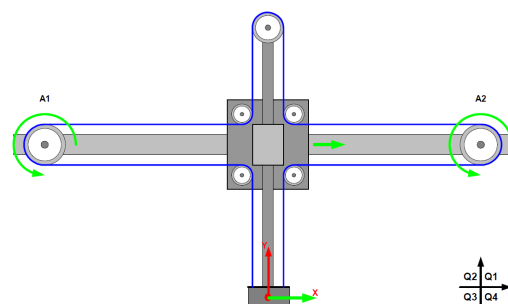
Pohyb koncového efektoru T-botu při pohybu jednoho motoru je ovlivněn také poloměrem servopohonů, délkou vertikálního posuvu a základny robota. Je důležité mít tyto faktory na paměti při plánování pohybu robota, aby se dosáhlo požadované polohy koncového efektoru.

### 2.1.2 Pohyb obou motorů

Dále se podíváme na pohyb referenčního bodu v případě, že se pohybují oba motory. Nutno podotknout, že pro následující závislosti platí, že se oba motory pohybují stejnou rychlostí. Kdyby tomu tak nebylo, tak by se manipulátor nepohyboval podél os X a Y.

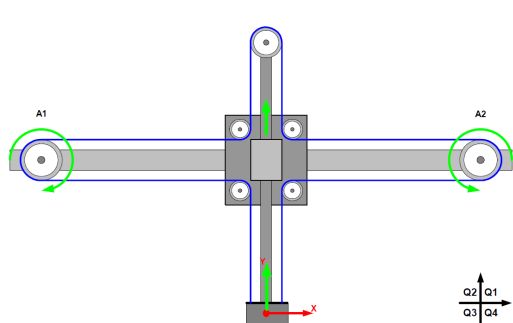


**Obrázek 9:** Pohyb obou motorů v kladném směru

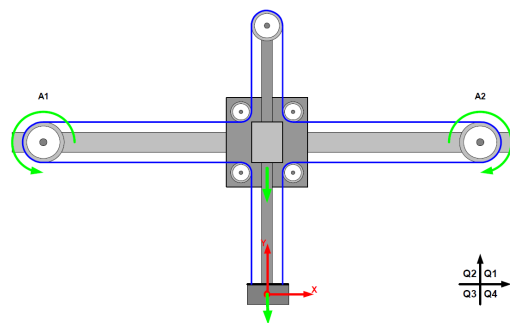


**Obrázek 10:** Pohyb obou motorů v záporném směru

Ukazuje se, že pokud se motory manipulátoru točí ve stejném směru a se stejnou rychlostí, výsledkem je pohyb robotu v ose X (9, 10).



**Obrázek 11:** Pohyb motorů v opačném směru - 1



**Obrázek 12:** Pohyb motorů v opačném směru - 2

V opačném případě, kdy se motory točí na opačnou stranu (11, 12), manipulátor se pohybuje podél osy Y. V případě, že se pohony otáčejí různou rychlostí, vzniká z principu superpozice současně pohyb efektoru ve směru X i Y. Nyní máme veškerou představu o pohybu T-bota a můžeme sestavit kinematický model.

### 2.1.3 Kinematický model

Budeme nyní uvažovat úhel natočení motorů ( $\varphi_1, \varphi_2$ ) a poloměr motoru  $r$  pro vyjádření polohy robotu, potom transformace polohy podle natočení motorů bude vypadat následovně.

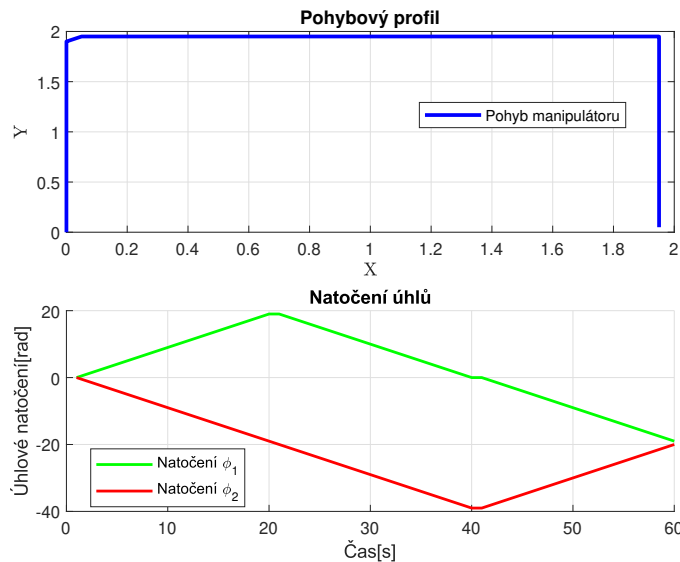
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{2} & -\frac{r}{2} \\ +\frac{r}{2} & -\frac{r}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Vidíme, že takový model je velmi jednoduchý. Díky tomu, že popisujeme pohyb pouze v rovině XY, dostáváme matici o rozměru 2x2. Rozepíšeme následně ještě do rovnicového tvaru:

$$\begin{aligned} X &= -\frac{r}{2}\varphi_1 - \frac{r}{2}\varphi_2 = \frac{r}{2} \cdot (-\varphi_1 - \varphi_2) \\ Y &= \frac{r}{2}\varphi_1 - \frac{r}{2}\varphi_2 = \frac{r}{2} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Můžeme říci, že naše transformace (2.1) je tedy **přímý kinematický model**, kdy známe polohu aktuátorů a z nich chceme odvodit odpovídající polohu koncového efektoru.

Uvažujme nyní typickou úlohu pick-and-place manipulátoru, kdy potřebujeme přemístit nějaký předmět z jednoho bodu do druhého. Sestavili jsme jednoduchý model v Simulinku a nyní vykreslíme průběh takového chování.



**Obrázek 13:** Simulace pohybového profilu a natočení úhlů

Pohybový profil T-bota (13) znázorňuje požadovaný pohyb, kterého bychom chtěli dosáhnout v reálném prostoru. Toho jsme dosáhli lineárním natáčením obou motorů.

Aby byl náš kinematický popis kompletní, vyjádříme transformaci rychlosti, čehož dosáhneme obecnou derivací polohové transformace. (2.1).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{2} & -\frac{r}{2} \\ +\frac{r}{2} & -\frac{r}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \dot{X} &= -\frac{r}{2}\omega_1 - \frac{r}{2}\omega_2 = \frac{r}{2}(-\omega_1 - \omega_2) \\ \dot{Y} &= \frac{r}{2}\omega_1 - \frac{r}{2}\omega_2 = \frac{r}{2}(\omega_1 - \omega_2) \end{aligned} \quad (2.4)$$

kde  $\omega_1$  a  $\omega_2$  jsou úhlové rychlosti motorů a  $\dot{X}, \dot{Y}$  rychlost koncových efektorů robotu. Zmínili jsme, že se jedná o přímý kinematický model. Hodí se však i uvedení **inverzního kinematického modelu**, kdy vstupem bude požadovaná poloha robotu a výstupem natočení motorů. Takový model bude pro nás tedy užitečnější, protože pomocí inverzní kinematiky víme, jak natočit aktuátory pro docílení dané pozice efektoru.

Pro účely výpočtu nyní provedeme substituci prvků transformační matice.

$$\begin{bmatrix} -\frac{r}{2} & -\frac{r}{2} \\ \frac{r}{2} & -\frac{r}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Potom inverzní kinematický model budeme odvozovat z následujícího maticového vztahu.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Nyní provedeme inverzi vztahu 2.6 tak, že vynásobíme obě strany zleva inverzí matice transformace.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

*Inverze matice:*

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{A \cdot D - B \cdot C} \cdot \begin{bmatrix} D & (-B) \\ (-C) & A \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

*Pravá strana:*

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Výsledná inverzní transformace tedy vyjde:

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{A \cdot D - B \cdot C} \cdot \begin{bmatrix} D & (-B) \\ (-C) & A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

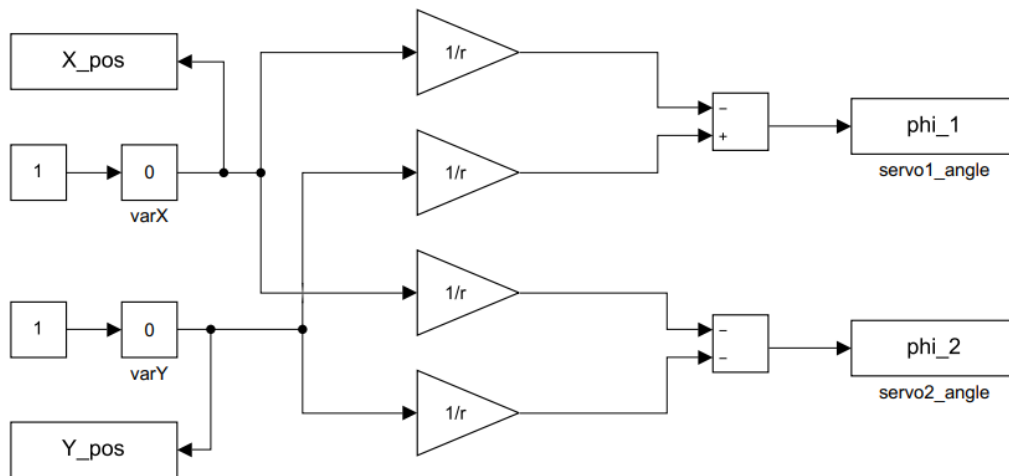
Po dosazení potom dostáváme:

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \frac{2}{r^2} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ -\frac{r}{2} & -\frac{r}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Z toho dále vyplývá rovnicový tvar inverzního kinematického modelu.

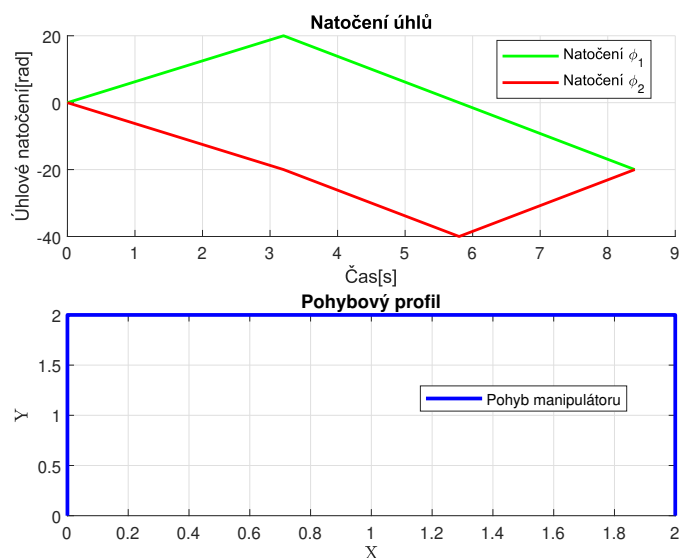
$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{1}{r} \cdot (-1) \cdot X + \frac{1}{r} \cdot Y = \frac{1}{r} \cdot (-X + Y) \\ \varphi_2 &= \frac{1}{r} \cdot (-1) \cdot X + \frac{1}{r} \cdot (-1) \cdot Y = \frac{1}{r} \cdot (-X - Y) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Měli bychom samozřejmě simulačně ověřit správnost tohoto modelu, proto budeme uvažovat stejnou úlohu, jako v prvním případě. Tentokrát však vstupem bude tedy požadovaná poloha koncového efektoru. Nejprve sestojíme model v Simulinku.



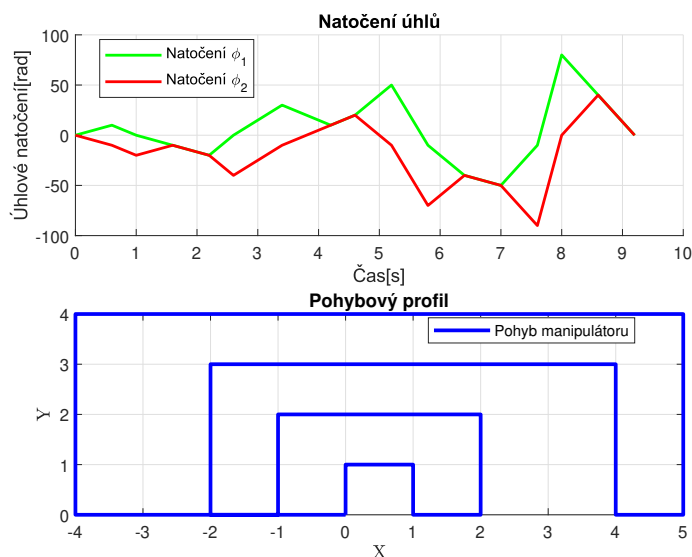
**Obrázek 14:** Model inverzního kinematického modelu v Simulinku

Budeme používat bloček **Slider Gain** pro ruční ovládání pohybu robotu. Můžeme tak v čase určovat, kudy se koncový efektor bude pohybovat. Můžeme však vždy měnit pouze hodnotu jedné osy pohybu. Úhlové natočení bude nyní ukazatelem, zda je model správný, protože by se mělo shodovat s grafem 13.



**Obrázek 15:** Simulace pohybového profilu a natočení úhlů pro inverzní kinematický model

Můžeme vidět v grafu 15, že při stejném pohybovém profilu se shoduje i natočení úhlů. Tím jsme ověřili správnost inverzního modelu kinematiky. Dá se tedy zvolit libovolná trajektorie koncového efektoru, kterému bude příslušet určité natočení servomotorů.



**Obrázek 16:** Simulace pohybového profilu a natočení úhlů pro inverzní kinematický model - experiment

Při každém pohybu charakteristický pro "pick-and place", tedy že koncový efektor předmět vezme a přesune jinde, se tvoří v grafu natočení úhlů jakési "deformované lichoběžníky". To je správně, protože vždy, při pohybu po Y-ové ose jdou servomotory proti sobě a při pohybu po X-ové ose běží stejným směrem.



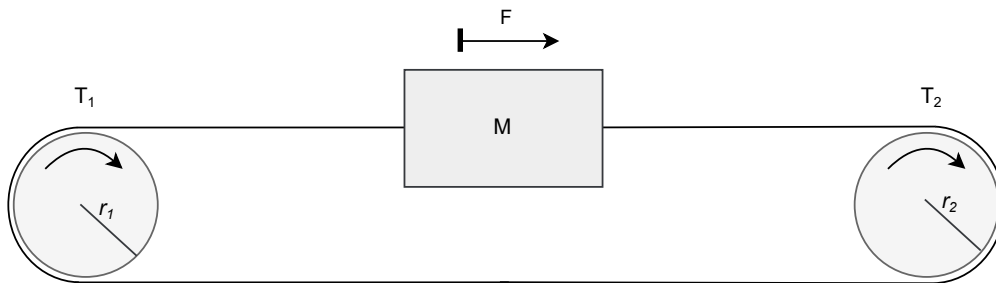
## 2.2 Dynamický model

Nyní se již budeme zabývat modelem dynamiky našeho manipulátoru. Jedná se o analýzu sil a momentů působících na robota a určení výsledného pohybu. Takový model nám může pomoci navrhnout řídicí algoritmy, které mohou stabilizovat jeho pohyb, snížit vibrace a zlepšit přesnost.

Kromě sil a momentů musíme dále uvažovat i hmotnostní a setrvačné vlastnosti, akční členy a nelinearity vyskytující se při pohybu našeho manipulátoru. Tím se rozumí například tření, vůle a pružnost ozubeného řemene.

### 2.2.1 Zjednodušený model

Nejprve odvodíme jednodušší model s jedním stupněm volnosti, který je znázorněn na obrázku 17.



Obrázek 17: Zjednodušený model T-botu

kde uvažujeme hmotnost zátěže lineární osy  $M$ , momenty setrvačnosti motorů + kladek  $J_1$ ,  $J_2$  a poloměry pastorků  $r_1$ ,  $r_2$  jako fyzikální parametry. Dále jako vnější vstupy definujeme kroucí momenty aktuátorů  $T_1$ ,  $T_2$ . Ozubený řemen zatím uvažujeme dokonale tuhý, tzn. pohyb obou rotačních částí a lineárního posuvu je pevně svázaný. Naším cílem je sestavit pohybovou rovnici udávající zrychlení lineárního pohybu hmoty  $M$ .

Pohybovou rovnici pro tento systém lze odvodit pomocí druhého Newtonova zákona, který říká, že součet všech sil působících na objekt je roven hmotnosti objektu krát jeho zrychlení:  $F = M \cdot a$ . Na hmotu bude působit síla  $F = \frac{T}{r}$ , kde  $T = J \cdot \ddot{\varphi}$ . Pokud tedy uvažujeme dokonale tuhý řemen, tyto síly se sečtou. Pomocí těchto úvah získáme následující rovnici.

$$F_m + F_{ext} = \frac{J_1 \ddot{\varphi}_1}{r_1} + m \ddot{x} + \frac{J_2 \ddot{\varphi}_2}{r_2} \quad (2.13)$$

V případě systému s pevným řemenem se kroucí moment aplikovaný na řemenici přímo přenáší na hmotu bez jakékoli ztráty nebo deformace řemenu.

V tomto systému dále vznikají kinematická omezení, která značí, že úhly otáčení obou servopohonů jsou vztaheny k lineární poloze hmoty na řemeni prostřednictvím poloměrů obou servopohonů.

$$\varphi_1 = \frac{x}{r_1}, \quad \varphi_2 = \frac{x}{r_2} \quad (2.14)$$

Dále tedy potřebujeme vyjádřit pohybovou rovnici v souřadnicích  $x$  a jejích dvou derivacích. Vyjádříme nyní vztahy 2.14 v obou derivacích.

$$\text{První derivace:} \quad \dot{\varphi}_1 = \frac{\dot{x}}{r_1}, \quad \dot{\varphi}_2 = \frac{\dot{x}}{r_2} \quad (2.15)$$

$$\text{Druhá derivace:} \quad \ddot{\varphi}_1 = \frac{\ddot{x}}{r_1}, \quad \ddot{\varphi}_2 = \frac{\ddot{x}}{r_2} \quad (2.16)$$

Druhou derivací vztahu mezi natočením pohonu a posuvu  $x$  můžeme dosadit do rovnice 2.13 a dostáváme:

$$F_m + F_{ext} = \frac{J_1}{r_1^2} \ddot{x} + m \ddot{x} + \frac{J_2}{r_2^2} \ddot{x} \quad (2.17)$$

Posledním krokem je vyjádřit sílu od motorů  $F_m$  jako příspěvek dvou dílčích kroutících momentů, přepočtené přes poloměr kladek.

$$\underbrace{\frac{T_1}{r_1} + \frac{T_2}{r_2} + F_{ext}}_{F_{celk}} = \ddot{x} \cdot \underbrace{\left( \frac{J_1}{r_1^2} + m + \frac{J_2}{r_2^2} \right)}_{M_{celk}} \quad (2.18)$$

Z čehož vyplývá finální tvar pohybové rovnice, který přesně odpovídá Newtonovu pohybovému zákonu:

$$\ddot{x} \cdot M_{celk} = F_{celk} \quad (2.19)$$

kde  $M_{celk}$  je možné chápat jako "virtuální hmotnost soustavy", do které přispívá setrvačnost pohonů a  $F_{celk}$  značí celkovou sílu, sestávající z příspěvku od obou motorů a externí poruchy.

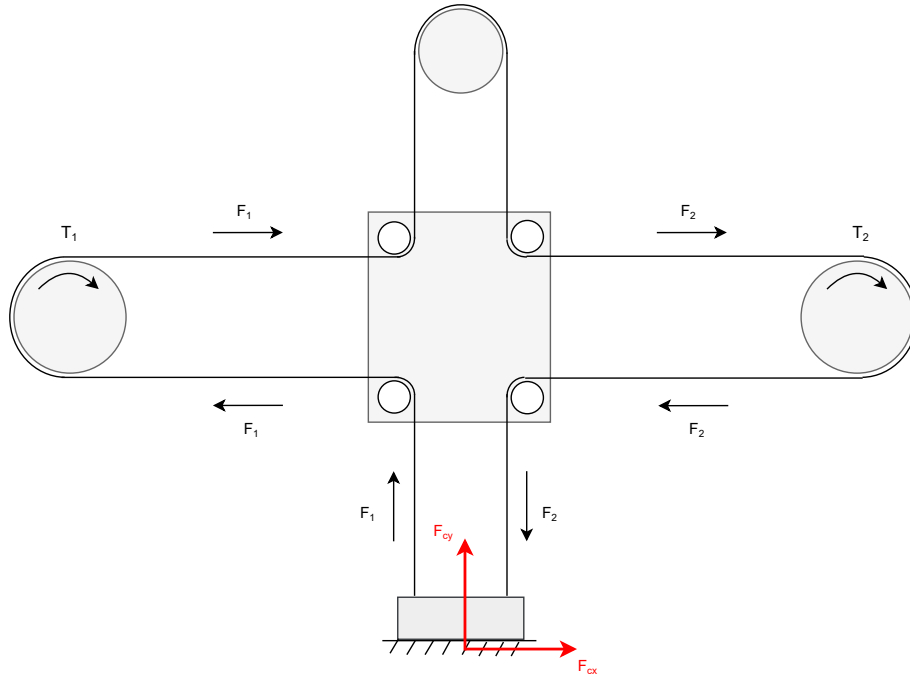
Dále můžeme uvažovat speciální variantu, kdy nás systém je symetrický, tedy poloměry pastorků i momenty setrvačnosti jsou stejné. Pohybovou rovnici 2.18 pak můžeme převést do jednoduššího tvaru.

$$\frac{T_1 + T_2}{r} + F_{ext} = \ddot{x} \cdot \left( \frac{2J}{r^2} + m \right) \quad (2.20)$$

Užitečnost popisu takového systému spočívá v tom, že nám umožňuje sestavit celkový dynamický model T-botu a lépe porozumět, jak vnější síly ovlivňují tento systém. Popis tak slouží jako důležitý mezikrok při modelování našeho systému.

### 2.2.2 Model T-botu

Nyní budeme modelovat skutečný model T-botu podobným způsobem, jako v předchozí části. Na nákresu (18) tohoto modelu si vyznačíme dílčí a celkové síly v obou osách působící na hmotu. Díky znalostem kinematiky bychom měli být schopni sestavit dvě pohybové rovnice pro pohyb hmoty ve směrech  $x$  a  $y$ .



Obrázek 18: Skutečný model T-botu

Celkovou sílu  $F_c$  vyjádříme jako příspěvek od obou os.

$$\mathbf{F}_c = [F_{cx}, F_{cy}] \quad (2.21)$$

Definujme si nejprve působení sil v *základních směrech pohybu*:

#### a) Horizontální a vertikální pohyb

- Uvažujeme působení sil  $F_1$  a  $F_2$  na koncový efektor. Je intuitivní, že tyto síly působí v obou směrech pohybu, jak ukazuje kinematika. Při **pohybu po x-ové ose** mají obě síly stejné znaménko. Konkrétně platí, že pro pohyb vlevo je  $F_1 > 0$  a  $F_2 = F_1 > 0$ , zatímco pro pohyb vpravo je  $F_1 < 0$  a  $F_2 = F_1 < 0$ .

$$\mathbf{F}_c = [-F_1 - F_2, 0] = -\frac{T_1 + T_2}{r} \quad (2.22)$$

- S ohledem na **vertikální pohyb** je orientace sil opačná. Při pohybu nahoru platí  $F_1 > 0$  a  $F_2 = -F_1 < 0$ , zatímco při pohybu dolů platí  $F_1 < 0$  a  $F_2 = -F_1 > 0$ .

$$\mathbf{F}_c = [0, F_1 - F_2] = \frac{T_1 - T_2}{r} \quad (2.23)$$

## b) Obecný pohyb

- Tento pohyb definujeme pro obecné síly  $F_1$  a  $F_2$  z principu superpozice a vektorového součtu sil

$$\mathbf{F}_c = [-F_1 - F_2, F_1 - F_2] \quad (2.24)$$

## Model v souřadnicích efektoru

Naším cílem je získat dva modely, přičemž první bude v souřadnicích koncového efektoru. Vstupem budou dva kroutící momenty a výstupem polohy, rychlosti a zrychlení efektoru ve dvou směrech  $x, y$ . Rozepíšeme dvě pohybové rovnice, obsahující setrvačnost kladek.

$$\begin{aligned} F_{cx} &= m\ddot{x} - \frac{J\ddot{\varphi}_1}{r} - \frac{J\ddot{\varphi}_2}{r} = -F_1 - F_2 \\ F_{cy} &= m\ddot{y} + \frac{J\ddot{\varphi}_1}{r} - \frac{J\ddot{\varphi}_2}{r} = F_1 - F_2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

Kompletní model získáme tak, že dosadíme za síly  $F_1, F_2$  přepočtené kroutící momenty a za úhlová zrychlení  $\ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2$  vztahy, které vychází z kinematiky samotného stroje. Ze vztahu pro inverzní kinematiku (2.11) odvodíme následující vztahy:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_1 &= \frac{-\ddot{x} + \ddot{y}}{r} \\ \ddot{\varphi}_2 &= \frac{-\ddot{x} - \ddot{y}}{r} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Dosadíme tyto vztahy do pohybových rovnic 2.25.

$$\begin{aligned} F_{cx} &= m\ddot{x} - \frac{J(\ddot{y} - \ddot{x})}{r^2} + \frac{J(\ddot{x} + \ddot{y})}{r^2} = -\frac{T_1 + T_2}{r} \\ F_{cy} &= m\ddot{y} + \frac{J(\ddot{y} - \ddot{x})}{r^2} + \frac{J(\ddot{x} + \ddot{y})}{r^2} = \frac{T_1 - T_2}{r} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Dostáváme tak dvě nové pohybové rovnice, popisující pohyb robotu v souřadnicích efektoru. Je dobré si všimnout, že zrychlení jednoho pohonu má vliv na obě osy pohybu, což odráží vzájemnou závislost mezi oběma pohybovými rovnicemi. Můžeme však ještě rovnice poupravit do příhodného tvaru, rozepíšeme tyto rovnice.

$$\begin{aligned} F_{cx} &= m\ddot{x} - \frac{J\ddot{y}}{r^2} + \frac{J\ddot{x}}{r^2} + \frac{J\ddot{x}}{r^2} + \frac{J\ddot{y}}{r^2} = -\frac{T_1 + T_2}{r} \\ F_{cy} &= m\ddot{y} + \frac{J\ddot{y}}{r^2} - \frac{J\ddot{x}}{r^2} + \frac{J\ddot{x}}{r^2} + \frac{J\ddot{y}}{r^2} = \frac{T_1 - T_2}{r} \end{aligned} \quad (2.28)$$

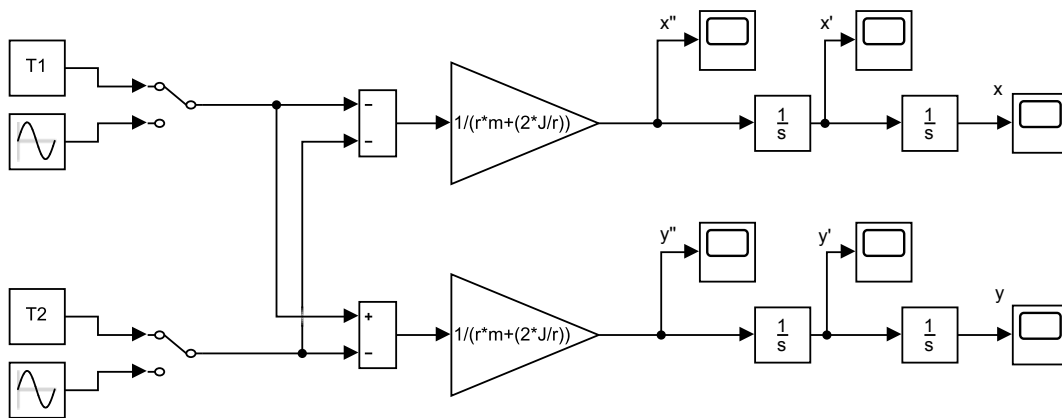
Po odečtení jednotlivých elementů dostáváme:

$$\begin{aligned} F_{cx} &= m\ddot{x} + \frac{2J\ddot{x}}{r^2} = -\frac{T_1 + T_2}{r} \\ F_{cy} &= m\ddot{y} + \frac{2J\ddot{y}}{r^2} = \frac{T_1 - T_2}{r} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Po úpravě získáváme finální podobu modelu.

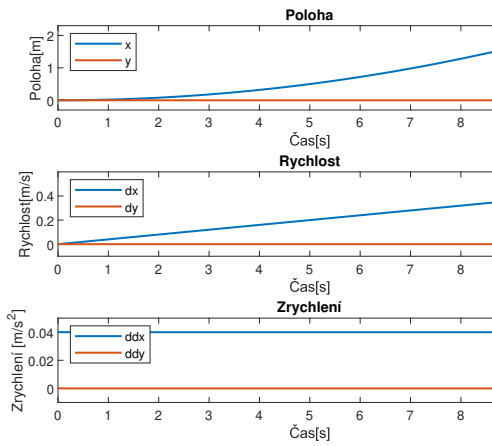
$$\begin{aligned} F_{cx} = \ddot{x} &= -(T_1 + T_2) \cdot \frac{1}{r \cdot m + \frac{2J}{r}} \\ F_{cy} = \ddot{y} &= (T_1 - T_2) \cdot \frac{1}{r \cdot m + \frac{2J}{r}} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Vidíme, že pohybové rovnice již nejsou vzájemně vázané a zrychlení v jednotlivých osách závisí na konkrétní kombinaci krouticích momentů vynásobené konstantou. Vytvořili jsme model v Simulinku, ze kterého jde hezky vidět struktura tohoto modelu.

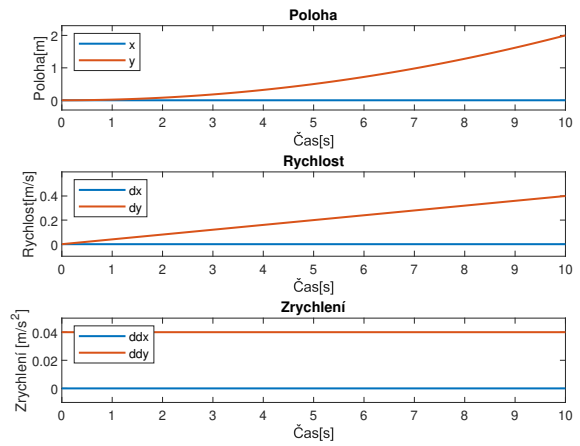


Obrázek 19: Model v souřadnicích efektoru

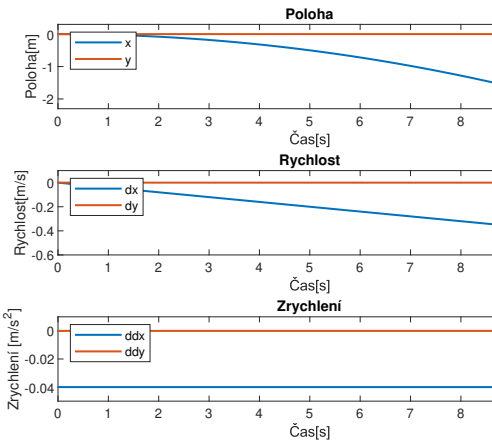
Máme-li toto analogové schéma, můžeme vyzkoušet simulačně ověřit, jaká bude odezva systému, respektive zrychlení v jednotlivých osách, jestli-že systém vybudíme různými momenty. Ze znalosti kinematiky jsme navíc již schopni říct, zda se systém chová správně.



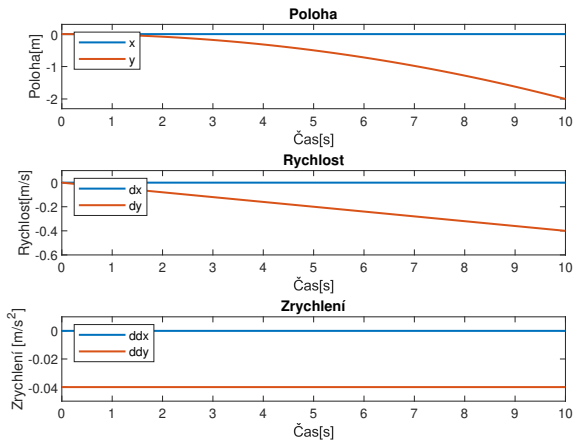
(a)  $T_1 = -20, T_2 = -20$



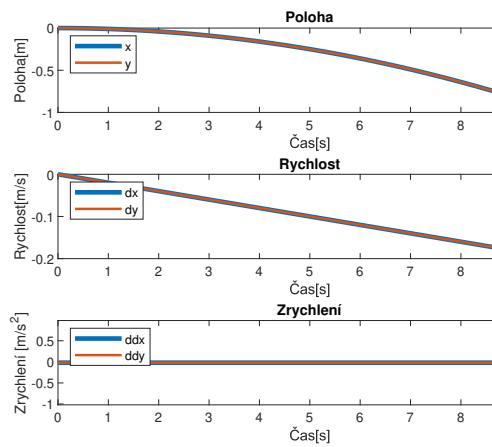
(b)  $T_1 = 20, T_2 = -20$



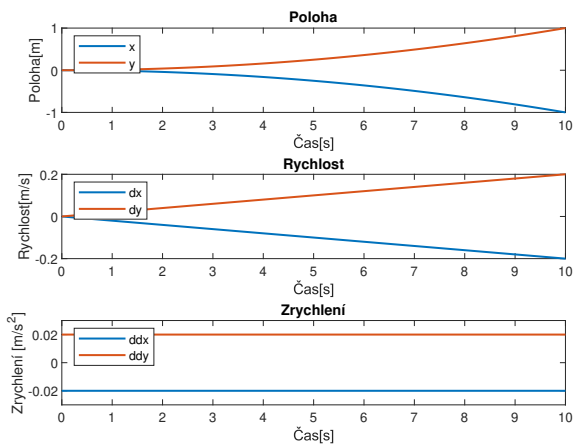
(c)  $T_1 = 20, T_2 = 20$



(d)  $T_1 = -20, T_2 = 20$



(e)  $T_1 = 0, T_2 = 20$



(f)  $T_1 = 20, T_2 = 0$

Obrázek 20: Chování systému pro různé kroutící momenty

Polohy (a jejich derivace) v jednotlivých osách se shodují s očekávanými hodnotami. Model tak můžeme považovat za správný.

### Model v souřadnicích pohonů

Podobným způsobem nyní sestavíme druhý model v souřadnicích pohonů, zde budeme naopak potřebovat odvodit vztahy vycházející z přímé kinematické transformace (2.1).

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= (-\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) \cdot \frac{r}{2} \\ \ddot{y} &= (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) \cdot \frac{r}{2}\end{aligned}\tag{2.31}$$

Opět dosadíme do původních rovnic (2.25) a získáme následující model.

$$\begin{aligned}F_{cx} &= m \cdot \frac{r}{2} \cdot (-\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) - \frac{J\ddot{\varphi}_1}{r} - \frac{J\ddot{\varphi}_2}{r} = -\frac{T_1 + T_2}{r} \\ F_{cy} &= m \cdot \frac{r}{2} \cdot (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) + \frac{J\ddot{\varphi}_1}{r} - \frac{J\ddot{\varphi}_2}{r} = \frac{T_1 - T_2}{r}\end{aligned}\tag{2.32}$$

Po úpravě a vytknutí konstant v obou rovnicích má model následující podobu,

$$\begin{aligned}F_{cx} &= -\ddot{\varphi}_1 \cdot \left(m \cdot \frac{r^2}{2} + J\right) - \ddot{\varphi}_2 \cdot \left(m \cdot \frac{r^2}{2} + J\right) = -T_1 - T_2 \\ F_{cy} &= \ddot{\varphi}_1 \cdot \left(m \cdot \frac{r^2}{2} + J\right) - \ddot{\varphi}_2 \cdot \left(m \cdot \frac{r^2}{2} + J\right) = T_1 - T_2\end{aligned}\tag{2.33}$$

Maticově pak můžeme vyjádřit jako:

$$\left(m \cdot \frac{r^2}{2} + J\right) \cdot \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}\tag{2.34}$$

Všimněme si, že na obou stranách rovnice 2.34 je stejná transformační matice, tu můžeme eliminovat a model ještě zjednodušit.

$$\begin{aligned}T_1 &= \left(m \cdot \frac{r^2}{2} + J\right) \cdot \ddot{\varphi}_1 \\ T_2 &= \left(m \cdot \frac{r^2}{2} + J\right) \cdot \ddot{\varphi}_2\end{aligned}\tag{2.35}$$

Výsledný model v souřadnicích pohonů obsahuje dva nezávislé systémy, které ukazují, že zrychlení každého motoru je závislé pouze na momentu na něj působící.

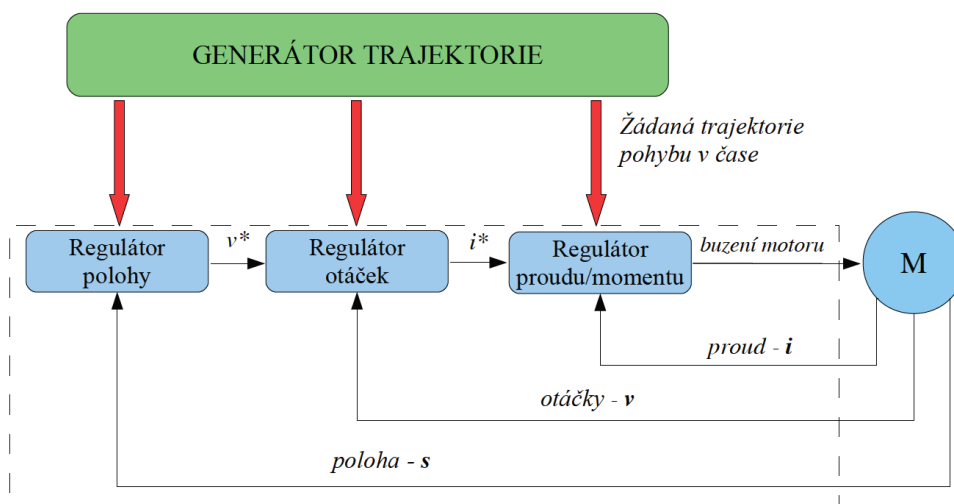
### 3 Návrh řízení

V této sekci se zaměříme na návrh řízení pro náš manipulátor. Začneme analýzou odvozených matematických modelů, což zahrnuje sestavení stavového modelu. Díky stavovému modelu budeme schopni otestovat základní charakteristiky systému, jako jsou přechodové a frekvenční vlastnosti. Tyto informace nám pomohou při následném návrhu regulátoru.

Naším cílem je zvolit řídicí strategii, která umožní manipulátoru dosahovat požadovaného chování. Návrh řízení se tedy soustředí na vývoj algoritmů a postupů, které zajistí, že systém bude vykazovat žádoucí vlastnosti, jako jsou stabilita, rychlost, přesnost a robustnost. V případě našeho robotu se zaměříme na dvě strategie řízení.

#### 3.1 Decentralizované řízení

Jako první se zaměříme na návrh decentralizovaného řízení, které spočívá v tom, že každý aktuátor má svůj vlastní regulátor rychlosti a polohy, což umožňuje nezávislé řízení jednotlivých os. Díky rozvázené dynamice se aktuátory navzájem neovlivňují, což přispívá k jednoduššímu a efektivnějšímu řízení systému. Kromě vlastní dynamiky robotu uvažujeme také model proudové smyčky ve tvaru prvního řádu  $\frac{K}{T \cdot s + 1}$ , který reprezentuje dynamiku elektrické části servopohonu.



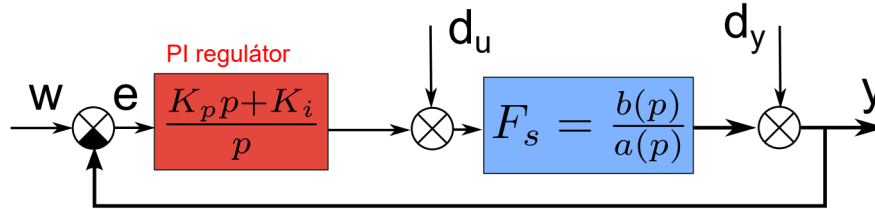
Obrázek 21: Schéma kaskádního řízení

V rámci této strategie navrhne PI regulátor rychlosti a kaskádně k němu P-regulátor polohy pro každý servopohon. Kaskádní řízení je obecně široce používaná metoda řízení v průmyslu, která spočívá ve skládání více regulátorů do hierarchické struktury. Hlavním důvodem, proč je kaskádní řízení oblíbené, je jeho schopnost zlepšit dynamický výkon a robustnost systému tím, že řídí několik proměnných a jejich vzájemné vztahy.



### 3.1.1 Návrh PI regulátoru

Pro rychlostní smyčku aktuátorů nyní budeme ladit PI regulátor (Proporční-Integrační regulátor), který je jedním z nejčastěji využívaných typů regulátorů v průmyslových aplikacích. Základem jeho funkce jsou dva hlavní prvky: **proporční** a **integrační složka**.



Obrázek 22: Uzavřená smyčka systému s PI regulátorem

Přidaná hodnota oproti P-regulátoru je v tom, že se neodchyluje od referenční hodnoty při působení konstantních poruch, což je dané integrační složkou, která funguje tak, že jakmile se postupně "hromadí" chyba mezi referenční hodnotou a skutečnou hodnotou systému, integrační složka se zvětšuje a poskytuje větší vstup do systému, aby se chyba eliminovala. Pokud je chyba nulová, integrační složka se nezvětšuje a nemá žádný vliv na výstup regulátoru. [5]

Z obrázku 22 můžeme vidět i samotný přenos PI regulátoru:

$$F_R(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K \left( 1 + \frac{1}{T_I p} \right) = K \left( \frac{p + \frac{1}{T_I}}{p} \right) = K + \frac{K_I}{p} \quad (3.1)$$

Tento regulátor nyní navrhujeme pro rychlost každého aktuátoru. Budeme vycházet z modelu v souřadnicích pohonů a sestavíme přenos ze vstupu na rychlost. Abychom to mohli udělat, musíme nejprve zintegrovat rovnice, čímž získáme vztah mezi kroutícím momentem a rychlostí aktuátoru.

$$\begin{aligned} T_1 &= \int \left( \left( m \cdot \frac{r^2}{2} + J \right) \cdot \ddot{\varphi}_1 \right) dt = \left( m \cdot \frac{r^2}{2} + J \right) \cdot \dot{\varphi}_1 \\ T_2 &= \int \left( \left( m \cdot \frac{r^2}{2} + J \right) \cdot \ddot{\varphi}_2 \right) dt = \left( m \cdot \frac{r^2}{2} + J \right) \cdot \dot{\varphi}_2 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Nyní převedeme jednu z pohybových rovnic (3.2) do frekvenční oblasti pomocí Laplaceovy transformace.

$$T_1(s) = \left( m \cdot \frac{r^2}{2} + J \right) \cdot s \cdot \Phi_1(s) \quad (3.3)$$

Z této rovnice můžeme vyjádřit přenosovou funkci  $G(s)$  jako poměr výstupu k vstupu, tedy:

$$G(s) = \frac{1}{\left( m \cdot \frac{r^2}{2} + J \right) \cdot s} \quad (3.4)$$

Přenos 3.4 pracovně vyčíslíme dosazením parametrů odhadnutých na základě technických specifikací výrobců tohoto manipulátoru.

$$m = 5kg, \quad r = 0.05m, \quad J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = 0.0063kg \cdot m^2 \quad (3.5)$$

$$G(s) = \frac{1}{0.0125s} \quad (3.6)$$

Jak jsme již zmínili, součástí celkové dynamiky systému je model proudové smyčky, který ovlivňuje, jak rychle a jak efektivně servomotor reaguje na požadavky na změnu proudu, což se následně projevuje na rychlosti a zrychlení manipulátoru. Zvolíme pro jednoduchost zesílení  $K$  rovno jedné. Časovou konstantu pak volíme typickou pro pohony vhodné pro T-bot ( $T = 0.001s$ ).

$$G_i(s) = \frac{1}{0.001s + 1} \quad (3.7)$$

Při sériovém zapojení tak získáváme celkový přenos systému.

$$G_{sys}(s) = G(s) \cdot G_i(s) = \frac{1}{1.25 \cdot 10^{-5}s^2 + 0.0125s} \quad (3.8)$$

### 3.1.1.1 Tvarování citlivostních funkcí

Při samotném návrhu regulátoru se musíme soustředit na několik požadavků. Především budeme chtít, aby náš regulátor byl robustní a odolný vůči změnám parametrů systému nebo nedokonalé znalosti modelu. Zaměříme se konkrétně na tvarování zpětnovazebních přenosů  $T$  a  $S$ . Jedná se o stěžejní návrhové požadavky ve frekvenční oblasti. Pro popis jejich přenosů v rovnicích 3.9, 3.10 zavádíme přenosové funkce řízeného systému  $P(s)$  a regulátoru  $C(s)$

Komplementární citlivostní funkce  $T$  je přenos z referenční hodnoty na výstup (potažmo z šumu měření na výstup), který primárně vyjadřuje schopnost regulačního obvodu sledovat referenční signál.

$$T(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} \quad (3.9)$$

Naproti tomu, citlivostní funkce  $S$  je přenos z výstupní poruchy na výstup, který vyjadřuje schopnost kompenzace poruch.

$$S(s) = \frac{1}{1 + C(s)P(s)} \quad (3.10)$$

Z tvarů přenosů citlivostních funkcí vyplývá základní omezení:

$$S(j\omega) + T(j\omega) = \frac{1}{1 + F_o(j\omega)} + \frac{F_o(j\omega)}{1 + F_o(j\omega)} = 1 \quad \forall \omega \quad (3.11)$$

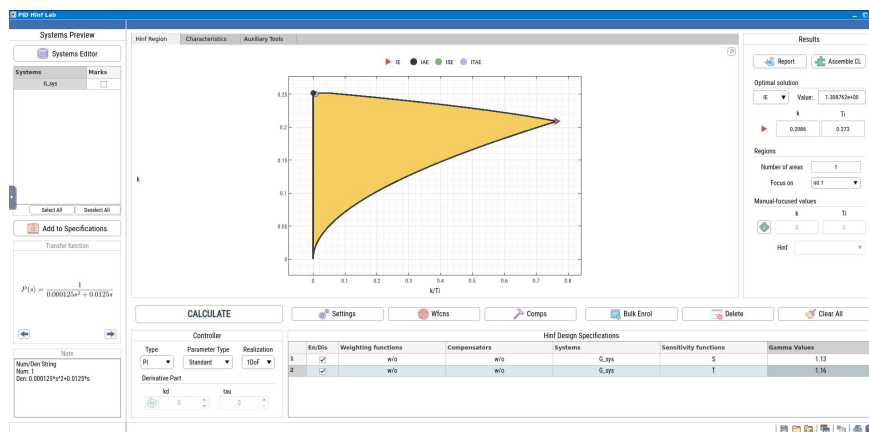
Z omezení 3.11 plyne, že velká amplituda jedné z citlivostních funkcí vede na velkou amplitudu druhé (3.12), což může způsobit problémy s kmitavostí a stabilitou, proto je nutné maximální hodnoty omezit při návrhu regulátoru.

$$|S(j\omega) \gg 1| \Rightarrow |T(j\omega) \gg 1| \quad (3.12)$$

Všeobecná pravidla pro tvarování obou citlivostních funkcí můžeme shrnout pro všechny frekvenční pásma. Na **nízkých frekvencích** chceme potlačit poruchy, zajistit přesnost regulace a sledování referenčního signálu ( $|S(j\omega) \ll 1|$ ,  $|T(j\omega) = 1|$ ). Na **středních frekvencích**, kde velikost citlivostních funkcí je přibližně jedna, se rozhoduje o stabilitě a kmitavosti. V tomto pásmu musíme omezit maximální hodnoty obou citlivostních funkcí. Pokud bychom měli velké převýšení v jedné z nich, způsobíme tím i velké převýšení druhé, což vede na špatnou robustnost ve stabilitě a potencionální zesílení poruch. Na **vysokých frekvencích** se musíme "smířit" s projevem poruch a špatným sledování referenční hodnoty ( $|S(j\omega) = 1|$ ,  $|T(j\omega) \ll 1|$ ). Zároveň tím ale potlačujeme šum měření a zajišťujeme robustnost vůči chybě v modelu. [5]

K tomu, abychom navrhli podle těchto požadavků vhodný regulátor, může sloužit například metoda H-nekonečno optimalizace, což je pokročilá technika návrhu regulátorů, která je založená na optimalizačních principech. Jejím cílem je najít takový regulátor, který minimalizuje maximální hodnotu citlivostní funkce (H-infinity normu) přes všechny frekvence. [10]

Využili jsme nástroj PID H $\infty$  designer poskytovaný firmou REX Controls, sloužící pro analýzu a návrh optimálních regulátorů PI a PID dle integrálních kritérií (*IE*, *ISE*, *IAE*, *ITAE*) a požadavků na čtyři citlivostní funkce.



Obrázek 23: Prostředí PID H $\infty$  design

Jako požadavek jsme zadali maximální překmit citlivostních funkcí  $M_t = 1.16$  a  $M_s = 1.13$ . Nástroj nám poskytl čtyři regulátory dle jednotlivých integrálních kritérií. Abychom vybrali nejlepší možný regulátor, je nutné si tato kritéria nejprve analyzovat.

### 3.1.1.2 Integrální kritéria kvality řízení

Problém návrhu regulátorů se často řídí podle různých kritérií v časové, algebraické a frekvenční oblasti. Tyto standardní kritéria není možno přímo přeformulovat do vhodné matematické metody, která by nám rovnou poskytla nejlepší regulátor. Proto chceme najít tvary kritérií, které jdou v rámci parametrické optimalizace vyřešit. Jedním způsobem může být zavedení funkcionálu, neboli integrálu, který hodnotí průběh regulační odchylky.

Nejjednodušším kritériem je integrální kritérium odchylky  $IE$ . Toto kritérium je vhodné pro srovnání systémů bez překmitu. Zaměřuje se na celkový objem odchylky od požadované hodnoty v průběhu času. Problém tohoto kritéria spočívá v tom, že odchylku čistě integrujeme a můžeme dostat nevhodný indikátor kvality, protože se může stát, že regulační smyčka bude hodně kmitat a odečetly by se kladné a záporné přírůstky integrované plochy mezi sebou.

$$IE = \int_0^{\infty} e(t) dt \quad (3.13)$$

Modifikace, která odstraňuje problém  $IE$ , může být kvadratické integrální kritérium odchylky  $ISE$ . Toto kritérium je již aplikovatelné na systémy s překmitem, jelikož se díky druhé mocnině neprojeví změna znaménka.

$$ISE = \int_0^{\infty} (e(t))^2 dt \quad (3.14)$$

Další možnou modifikací je kritérium absolutní odchylky  $IAE$ . Podobně jako u  $ISE$  kritéria, eliminujeme problém s měnícím se znaménkem, díky zavedení absolutní hodnoty.

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (3.15)$$

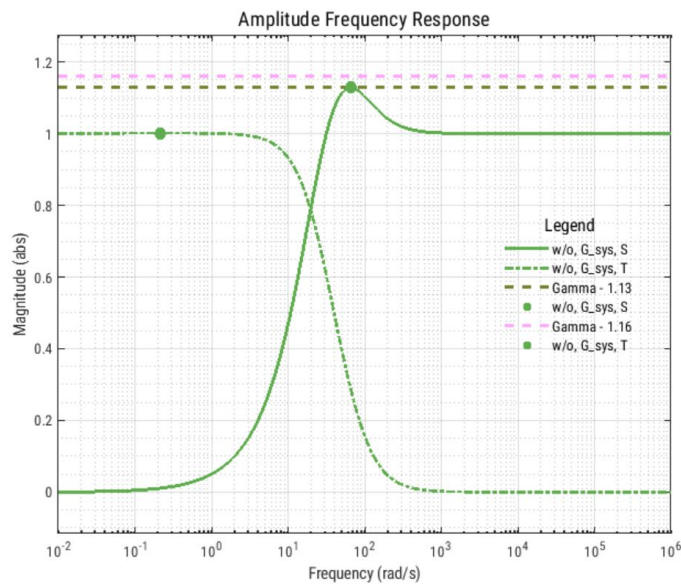
Poslední modifikací je integrální kritérium času a absolutní odchylky  $ITAE$ , které kromě absolutní hodnoty ještě vážíme časem, čímž zavádíme větší penalizaci na odchylky, které jsou víc v budoucnosti a hledáme tím průběhy, které se rychleji ustalují.

$$ITAE = \int_0^{\infty} t|e(t)| dt \quad (3.16)$$

Z této analýzy můžeme vyřadit kritérium  $IE$ , protože pracujeme se systémem obsahujícím přechodový dej s překmitem. Vyberme kritérium  $ITAE$ , abychom dosáhli i rychlé odezvy. Získáváme tak následující regulátor.

$$C(s) = \frac{0.2503 \cdot (s + 0.03245)}{s} \quad (3.17)$$

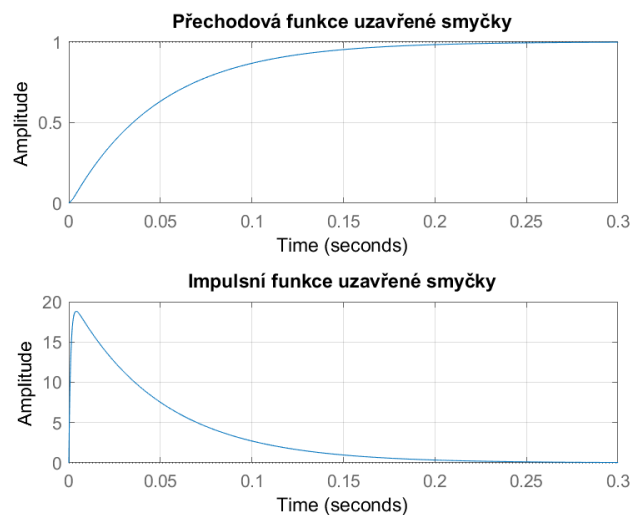
Zmíněný nástroj umožňuje také vykreslit najednou obě citlivostní funkce (24).

Obrázek 24: Citlivostní funkce  $S, T$ 

Můžeme vidět, že nástroj požadavek na citlivostní funkce nejen splnil, ale dokonce našel během optimalizačního procesu vhodnější řešení, protože překmit komplementární citlivostní funkce  $T$  je naprosto minimální.

### 3.1.1.3 Vyhodnocení PI regulátoru

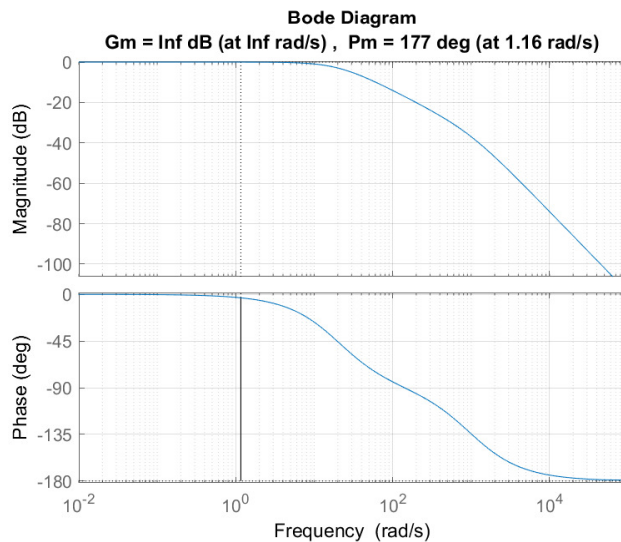
Zařadili jsme tedy regulátor (3.17) do našeho systému a vykreslili přechodovou a impulsní charakteristiku rychlostní uzavřené smyčky.



Obrázek 25: Přechodová a impulsní charakteristika rychlostní smyčky

Rychlost aktuátoru se ustálí poměrně rychle (0.25s), což je jistě výhodou, ale není to pro nás stěžejním výsledkem, protože hlavní cíl bylo navrhnout robustní regulátor, který nebude citlivý na změnu parametrů systému.

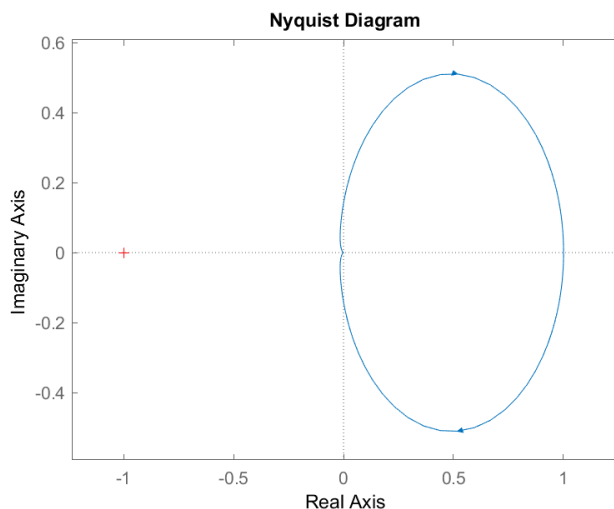
Co nás zajímá především, je bezpečnost ve stabilitě, pomocí příkazu `margin` vykreslíme Bodeho charakteristiky, které nám zároveň zobrazí hodnoty bezpečnosti v zesílení a ve fázi.



**Obrázek 26:** Bodeho charakteristiky

Bezpečnost v zesílení je měřítkem, jak moc může zesílení otevřené smyčky vzrůst předtím, než systém ztratí stabilitu. Pokud máme hodnotu nekonečno, znamená to, že zesílení může teoreticky vzrůst nekonečně, aniž by systém ztratil stabilitu.

Bezpečnost ve fázi ukazuje, jak moc může fáze otevřené smyčky klesnout předtím, než systém ztratí stabilitu. V našem případě je tato hodnota 177 stupňů, což znamená, že fáze může klesnout téměř o 180 stupňů, aniž by systém ztratil stabilitu. Obě tyto hodnoty jsou indikátorem velké robustnosti, protože systém je schopen vyrovnat se s velkými změnami v zesílení a ve fázi.



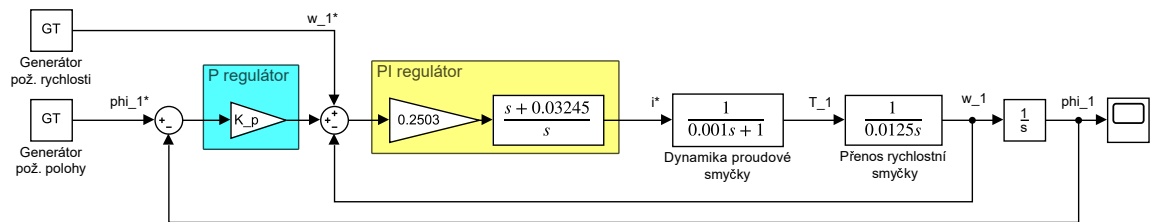
**Obrázek 27:** Nyquistova křivka

Dalším potvrzením robustního regulátoru je tvar Nyquistovy křivky (27), která se nachází téměř celá v pravé komplexní polorovině. To naznačuje, že systém má velmi dobrou fázovou rezervu. Jelikož systém nemá nestabilní póly v otevřené smyčce, neobklopuje křivka kritický bod  $(-1,0)$ .

$$F_{ov}(s) = G_{sys}(s) \cdot C(s) = \frac{20002 \cdot (s + 0.03245)}{s^2 \cdot (s + 1000)} \quad (3.18)$$

### 3.1.2 Polohová regulace

Posledním krokem pro řízení aktuátorů je kaskádní zapojení P-regulátoru pro regulaci polohy. Nejprve jsme toto kaskádní zapojení implementovali v Simulinku.



Obrázek 28: Schéma v Simulinku - řízení aktuátoru

Pro adekvátní nastavení zesílení P-regulátoru  $K_p$  je nezbytné odvodit přenos uzavřené smyčky. K tomuto účelu budeme potřebovat přenos rychlostní uzavřené smyčky.

$$F_{zv} = \frac{20002 \cdot (s + 0.03245)}{(s + 979.6)(s + 20.39)(s + 0.0325)} \quad (3.19)$$

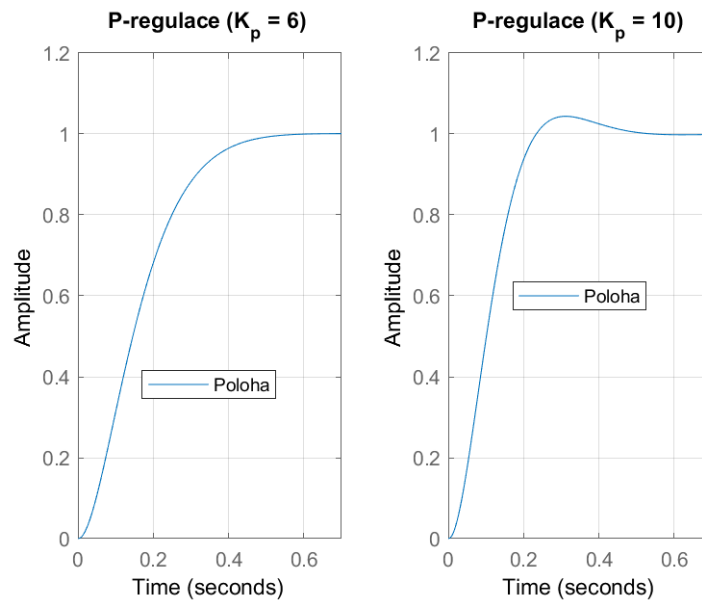
Otevřenou smyčku systému, která zahrnuje polohu a P-regulátor, můžeme získat následovně:

$$F_{ovp} = F_{zv} \cdot \frac{1}{s} \cdot K_p = \frac{K_p \cdot 20002 \cdot (s + 0.03245)}{s(s + 979.6)(s + 20.39)(s + 0.0325)} \quad (3.20)$$

Ladit P-regulátor chceme samozřejmě pro uzavřenou smyčku dle schématu (28).

$$F_{zvp} = \frac{F_{ovp}}{1 + F_{ovp}} = \frac{K_p \cdot 20002 \cdot (s + 0.03245)}{s(s + 979.6)(s + 20.39)(s + 0.0325) + K_p \cdot 20002 \cdot (s + 0.03245)} \quad (3.21)$$

Korekci zesílení P-regulátoru budeme provádět za pomoci přechodové charakteristiky uzavřené smyčky. Cílem je nalézt takovou hodnotu zesílení, která poskytne optimální vyvážení mezi rychlostí odezvy a kvalitou přechodové charakteristiky bez nežádoucích překmitů.

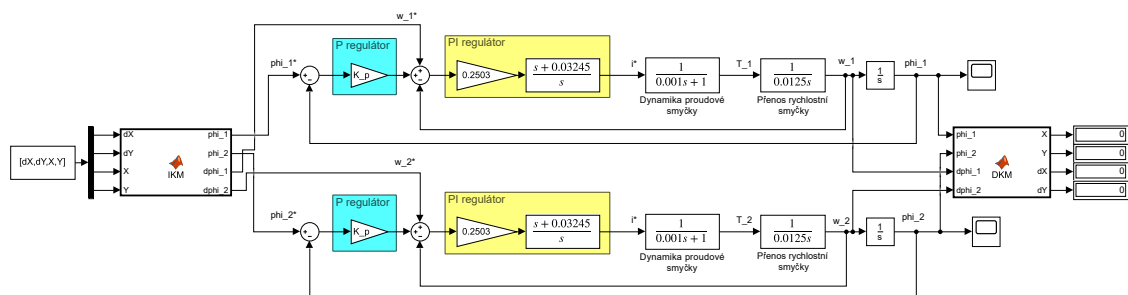


Obrázek 29: Srovnání zesílení P-regulátoru

Dvě hodnoty zesílení,  $K_p = 6$  a  $K_p = 10$ , se ukazují jako nejlepší volba, především kvůli rychlému času ustálení. Nicméně, při výběru mezi těmito dvěma hodnotami musíme zvážit další kritéria. Cílem je dosáhnout, aby aktuátor dosáhl požadované polohy bez překročení a následného vychýlení. V tomto ohledu se hodnota  $K_p = 6$  jeví jako vhodnější volba. Přechodová charakteristika s tímto zesílením plynule konverguje k požadovanému natočení aktuátoru, což minimalizuje riziko překmitu.

### 3.1.3 Modul dopředné a inverzní kinematiky

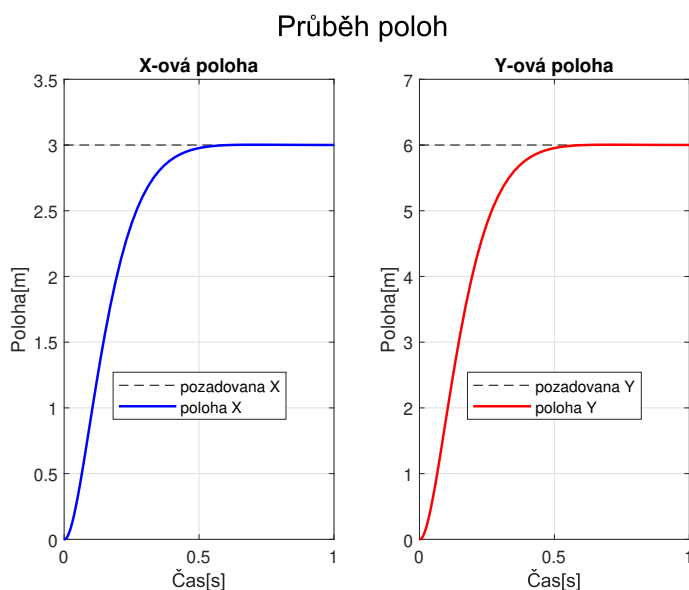
S hotovými regulátory můžeme ještě do analogického schématu zařadit modul inverzní kinematiky, který definovanou trajektorii v souřadnicích efektoru transformuje na příspěvky dílčích pohonů. Dále pro účely sledování stavu robotu je potom potřeba ještě modul dopředné kinematiky pro zjištění aktuálních poloh a rychlostí. Moduly inverzní (2.11) a dopředné kinematiky (2.1) jsme snadno implementovali pomocí námi definovaných funkcí v MATLABu, které jsme pomocí bloku MATLAB Function zařadili do schéma v Simulinku.



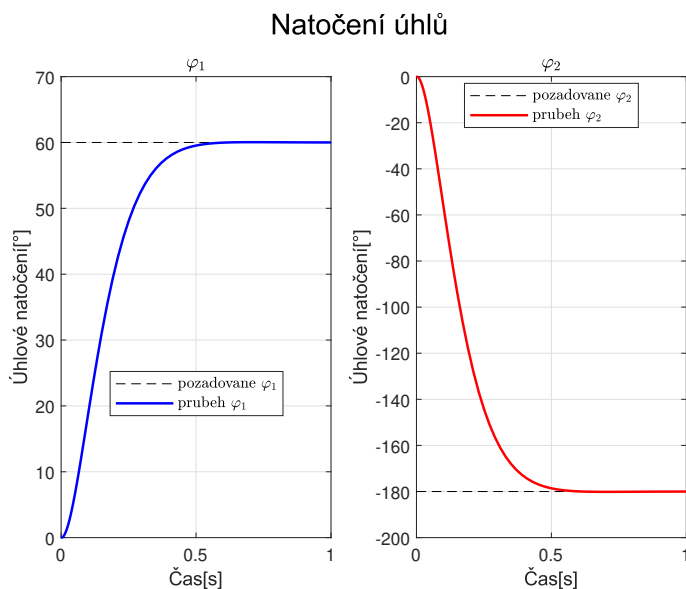
Obrázek 30: Schéma s přidávanými moduly



Nyní můžeme otestovat správnost obou modulů. Zvolili jsme pro příklad požadovanou polohu koncového efektoru  $X=3$  a  $Y=6$ , což je vstup pro modul inverzní kinematiky.



Požadované natočení pohonů pak sloužilo jako referenční hodnota našeho systému, jehož výstupem bylo skutečné natočení pohonů.



Nakonec jsme díky modulu dopředné kinematiky přepočítali zpět polohu koncového efektoru, abychom se ujistili, že to, co byl prvotní vstup je nyní i výstup modulu. Ověřili jsme funkčnost obou modulů protože se hodnoty požadovaných a reálných hodnot shodovaly.

## 3.2 Centralizované řízení

Další možností řízení našeho systému je navrhnout řízení přímo v souřadnicích efektoru (2.30). Avšak v dynamice tohoto popisu nastává problém. Zrychlení koncového efektoru v obou osách je ovlivněno oběma kroutícími momenty, což znamená, že pokud bychom chtěli pro každou osu uzavřít regulační smyčku, podobně jako v decentralizovaném řízení, docházelo by k vzájemnému ovlivňování os, což je pro nás nežádoucí.

Tento problém lze vyřešit zařazením vhodného sériového kompenzátoru (tzv. Decoupler), což je v podstatě matice, která z nových "virtuálních vstupů" vygeneruje kroutící momenty na motorech. Jinými slovy, je potřeba upravit dynamiku modelu upravit do tvaru přenosové matice, jejíž prvky budou přenosy z momentů na rychlosti v obou osách.

$$G_m(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 \rightarrow \dot{x} & T_1 \rightarrow \dot{y} \\ T_2 \rightarrow \dot{x} & T_2 \rightarrow \dot{y} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

### 3.2.1 Přenosová matice

Za účelem získání jednotlivých přenosů nejprve převedeme diferenciální rovnice (2.30) na stavový model. Budeme vycházet z obecného tvaru pro lineární časově invariantní (LTI) dynamické systémy ze skript ([4]).

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t); & x(t) &\in \mathbf{R}^n, u(t) \in \mathbf{R}^m, y(t) \in \mathbf{R}^p \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t) \end{aligned} \quad (3.23)$$

kde  $x(t)$  jsou stavy systému,  $u(t)$  jsou vstupy systému a  $y(t)$  jsou výstupy systému. Prvním krokem je zavedení stavových proměnných a jejich derivace.

$$\begin{aligned} x_1 &= x & \dot{x}_1 &= \dot{x} \\ x_2 &= y & \dot{x}_2 &= \dot{y} \\ x_3 &= \dot{x} & \dot{x}_3 &= \ddot{x} = -(T_1 + T_2) \cdot \frac{1}{r \cdot m + \frac{2J}{r}} \\ x_4 &= \dot{y} & \dot{x}_4 &= \ddot{y} = (T_1 - T_2) \cdot \frac{1}{r \cdot m + \frac{2J}{r}} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Stavový model následně v dalším kroku popíšeme tak, abychom při následném odvozování získali přenosy ze vstupů na rychlosti. To znamená, že matice  $\mathbf{C}$ , popisující vztahy mezi stavovými proměnnými a výstupy, musí reprezentovat vztah mezi kroutícími momenty a rychlostmi efektoru (3.25).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{r \cdot m + \frac{2J}{r}} & -\frac{1}{r \cdot m + \frac{2J}{r}} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{r \cdot m + \frac{2J}{r}} & -\frac{1}{r \cdot m + \frac{2J}{r}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Pro získání potřebné přenosové matice můžeme použít následující vztah mezi stavovým modelem a přenosovou funkcí.

$$G_m(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}, \quad (3.26)$$

Pro konkrétní výpočet dosadíme do matic odhadnuté parametry (3.5).

$$G_m(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left( s \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2 & -2 \\ 0 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Vychází nám tedy potřebná matice přenosů.

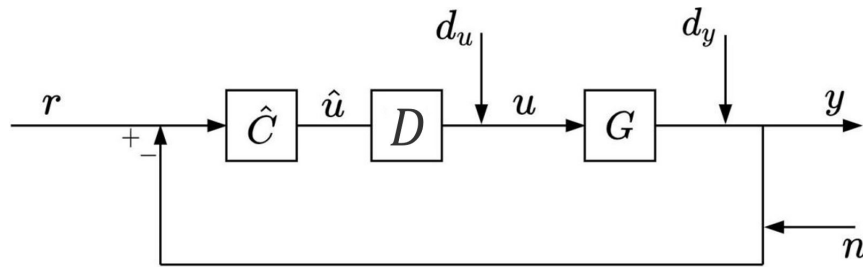
$$G_m(s) = \begin{bmatrix} -\frac{2}{s} & -\frac{2}{s} \\ \frac{2}{s} & -\frac{2}{s} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

### 3.2.2 Decoupler

Statická kompenzační matice zesílení  $\mathbf{D}(\mathbf{s})$ , anglicky „Decoupler“, je technika, která se používá k odstranění nebo minimalizaci interakce mezi jednotlivými vstupy a výstupy víceproměnných řídicích systémů. [1] Tento decoupler obvykle zařazujeme mezi regulátor a řízený systém. Regulátor tak vnímá zdánlivý proces  $\mathbf{Q}(\mathbf{s}) = \mathbf{G}(\mathbf{s}) \cdot \mathbf{D}(\mathbf{s})$  jako množinu zcela nezávislých procesů. To znamená, že  $\mathbf{Q}(\mathbf{s})$  je diagonální nebo diagonálně dominantní<sup>1</sup>. [3] Zjednodušeně řečeno, decoupler rozvazbí dynamiku systému tak, že můžeme řídit každý proces na diagonále  $\mathbf{G}(\mathbf{s})$  zvlášť. V našem případě budeme řídit rychlost a polohu koncového efektoru pro obě osy.

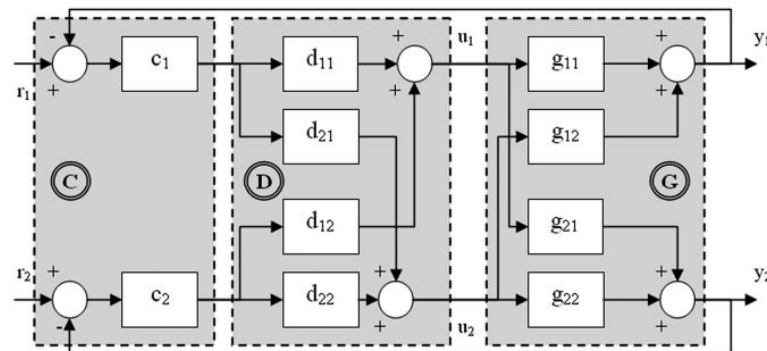
<sup>1</sup>Matice je diagonálně dominantní, pokud absolutní hodnota každého diagonálního prvku matice je větší než součet absolutních hodnot ostatních prvků v příslušném řádku nebo sloupci.

Pro obecný systém zavádíme decoupler do analogového schéma následovně.

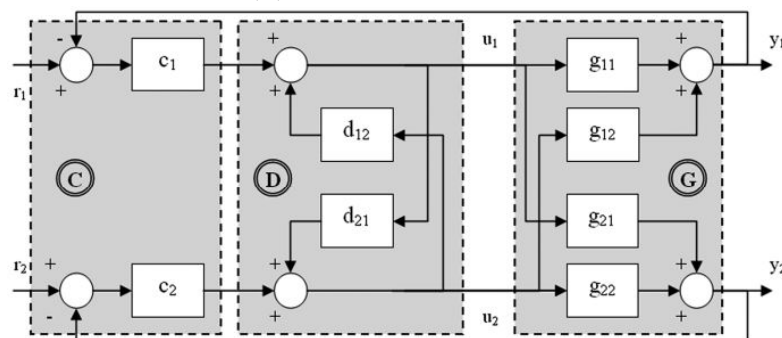


Obrázek 33: Obecné schéma systému s decouplerem [7]

Konkrétně pro systém se dvěma vstupy a dvěma výstupy (TITO) můžeme rozvazbit dynamiku několika základními metodami. Pro metody **ideálního** a **zjednodušeného** decoupleru se používá takzvané konvenční schéma (35a). Naproti tomu, metoda **invertujícího** decoupleru využívá inverzního zapojení (35c), které, jak můžeme vidět, funguje na principu, že se přímo invertuje vliv mezi smyčkami.



(a) Konvenční zapojení



(b) Inverzní zapojení

Obrázek 34: Analogové schéma decoupleru v TITO systému [3]

V následujících sekcích si podrobně představíme tyto tři metody decouplingu, aplikujeme je na náš konkrétní systém a prostřednictvím porovnání určíme, která z nich vede k nejlepším výsledkům.

### 3.2.2.1 Ideální decoupler

Metoda ideálního decouplingu patří mezi používanější metody. Její výhodou je, že se snaží dosáhnout co nejjednodušších zdánlivých procesů, což může vést k lepšímu výkonu řídicího systému. [9] Samotná matice  $\mathbf{D}(s)$  a řídicí proces  $\mathbf{G}(s)$  mají v tomto případě následující podobu.

$$D(s) = \frac{\begin{pmatrix} g_{11}(s) \cdot g_{22}(s) & -g_{12}(s) \cdot g_{22}(s) \\ g_{11}(s) \cdot g_{21}(s) & g_{11}(s) \cdot g_{22}(s) \end{pmatrix}}{g_{11}(s) \cdot g_{22}(s) - g_{12}(s) \cdot g_{21}(s)}, \quad Q(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & 0 \\ 0 & g_{22}(s) \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Ze zápisu tohoto decoupleru je na první pohled jasné, že výpočet jednotlivých prvků může být velmi náročný, zejména pro složitější systémy, což může způsobit problémy s realizovatelností v praxi. Zároveň může být náchylný na nejistoty v modelu, což může snižovat jeho robustnost.

### 3.2.2.2 Zjednodušený decoupler

Jedním z dalších možných řešení je použití zjednodušeného decouplingu, který je méně citlivý na nejistoty modelu. Zjednodušený decoupling upravuje diagonální prvky decoupleru tak, že jsou jednodušší a snadněji implementovatelné. Přestože výsledné přenosové funkce mohou být méně optimální než v případě ideálního decouplingu, robustnost a odolnost vůči nejistotám v modelu může být v praxi důležitější. [3]

$$D(s) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)} \\ -\frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)} & 1 \end{pmatrix}, \quad Q(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) - \frac{g_{12}(s) \cdot g_{21}(s)}{g_{22}(s)} & 0 \\ 0 & g_{22}(s) - \frac{g_{12}(s) \cdot g_{21}(s)}{g_{11}(s)} \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

### 3.2.2.3 Invertující decoupler

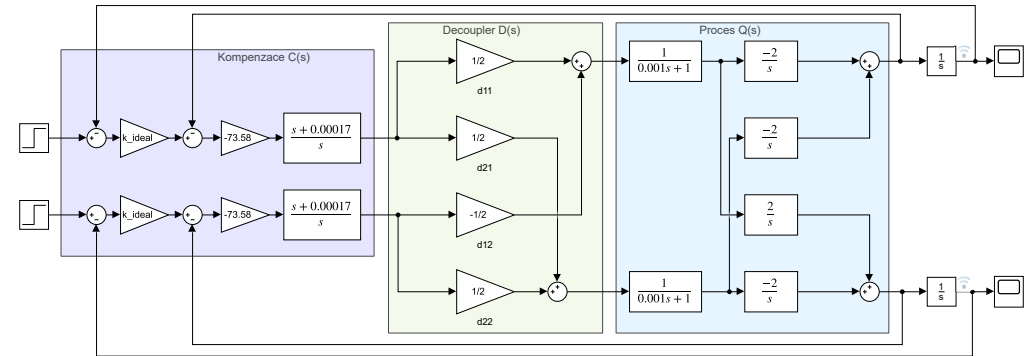
Alternativou k předchozím dvěma přístupům rozvazbení je invertující decoupler. Jeho výhoda je v poměrně snadném výpočtu a implementaci.

$$d_{12}(s) = \frac{-g_{12}(s)}{g_{11}(s)}, \quad d_{21}(s) = \frac{-g_{21}(s)}{g_{22}(s)}, \quad Q(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & 0 \\ 0 & g_{22}(s) \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

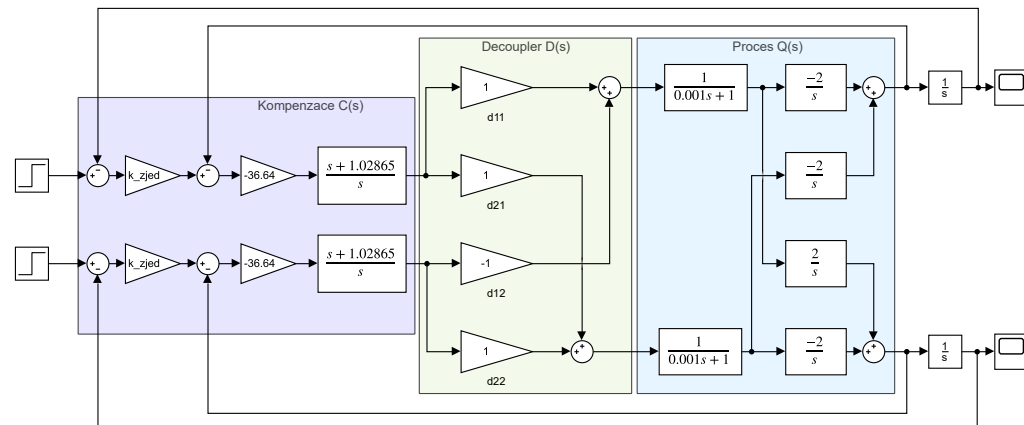
Jak jsme již zmínili, metoda využívá inverzního zapojení (35c), které se liší od konvenčního zapojení tím, že odvozuje vstup procesu jako časově váženou kombinaci jednoho výstupu řídicího regulátoru a dalších vstupů procesu. Tento přístup umožňuje získat zdánlivý proces, který je jednoduchý jako u ideálního decouplingu, ale s použitím prvků decouplingu s nízkým řádem, podobně jako u toho zjednodušeného. Na první pohled tak může být tato metoda ideální volbou. Nicméně, tato zjednodušení mohou vést k tomu, že potlačení interakcí mezi smyčkami je méně účinné než u předchozích dvou metod.

### 3.2.3 Porovnání regulačních smyček

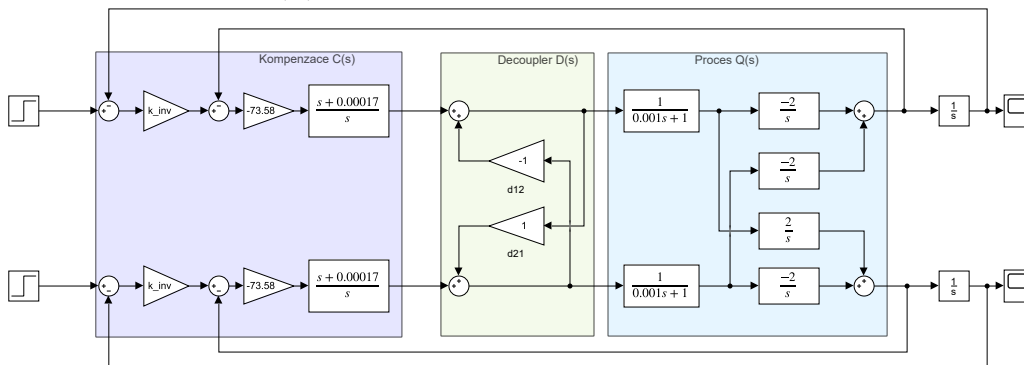
Základem pro zařazení decouplerů bylo sestavit analogová schémata v Simulinku pro každou metodu. Do těchto schémat jsme samozřejmě zařadili i dynamiku proudové smyčky (3.7).



(a) Metoda ideálního decoupleru



(b) Metoda zjednodušeného decoupleru



(c) Metoda invertující decoupleru

**Obrázek 35:** Schéma kaskádního řízení s přidáním decouplerem

Ukazuje se, že výpočet kompenzačních matic  $D(s)$  pro náš systém není složitá. Ve výsledku můžeme dynamiku rozvazbit jednoduše zařazením vhodných konstant.

Zdánlivý proces mnohdy u složitějších systému tvoří množina vzájemně odlišných podprocesů (diagonální prvky procesní matice  $\mathbf{Q}(s)$ ). V takových případech je celý proces obvykle řízen jedním centrálním regulátorem, který může být navržen například H-nekonečno optimalizací [3], kterou jsme se také zabývali při návrhu decentralizovaného řízení.

Přestože jsme několika způsoby náš systém rozvazbili, vždy jsme navrhovali regulátory pro oba podprocesy najednou, což byla značná výhoda. Abychom i tentokrát dali důraz na robustnost regulátorů, zaměřili jsme se opět na tvarování citlivostních funkcí. Konkrétně, při řízení rychlosti jsme pro každou metodu požadovali překmit citlivostních funkcí:  $\mathbf{T} = 1.13$  a  $\mathbf{S} = 1.1$ .

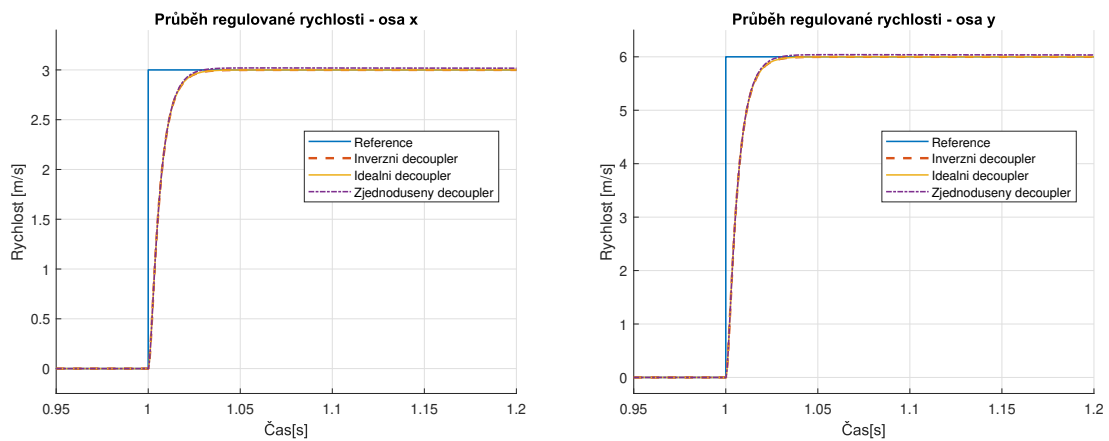
|         | Ideální   | Zjednodušený   | Invertující  |
|---------|---|--|--|
| $D(s)$  | $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$                      | $d_{12} = -1$<br>$d_{21} = 1$  |
| $Q(s)$  | $\begin{pmatrix} -\frac{2}{s} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{s} \end{pmatrix}$                    | $\begin{pmatrix} -\frac{4}{s} & 0 \\ 0 & -\frac{4}{s} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} -\frac{2}{s} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{s} \end{pmatrix}$ |
| $PI(s)$ | $K_p = -73.58,$<br>$K_i = -0.0125$  | $K_p = -36.64,$<br>$K_i = -37.6897$                                  | $K_p = -73.58,$<br>$K_i = -0.0125$                                   |
| $P(s)$  | $K_p = 49$  | $K_p = 49$   | $K_p = 49$   |

**Tabulka 1:** Porovnání dekaplovacích metod

Velkou implementační výhodou decouplerů, které vidíme v tabulce ??, je to, že jsou pouze statické. Pro tento systém jsme byli schopni eliminovat shodné nuly a póly, protože se jednalo jen o integrátory či derivátory. Rovněž si můžeme všimnout, že přenosové matice ideálního a zjednodušeného decoupleru jsou téměř identické, jen přenásobené skalárem, což se pak odráží v procesní matici  $\mathbf{Q}(s)$ .

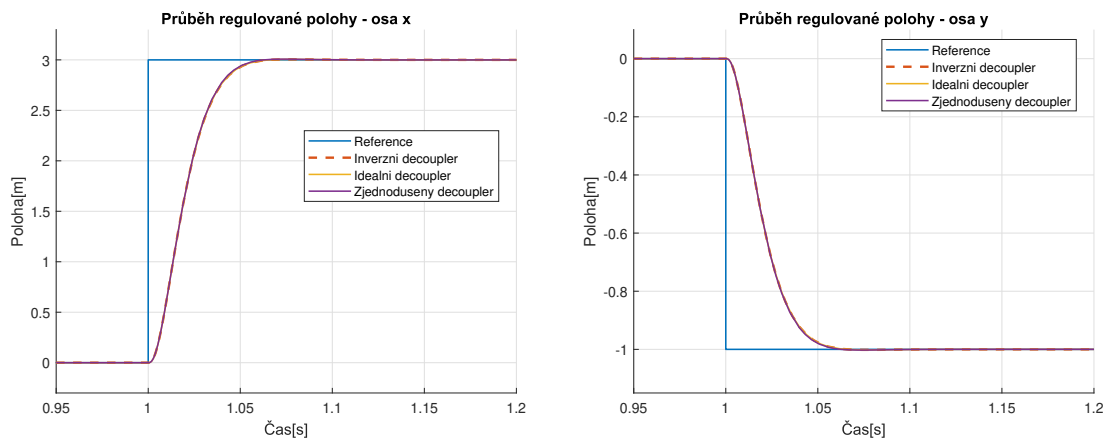
Z obrázku (36) můžeme vidět, že pro daný požadavek na citlivostní funkce byly navrženy regulátory rychlostí, jejichž průběh je pro každou metodu prakticky stejný. Poznamenejme, že jelikož ideální a invertující decoupler poskytuje stejný zdánlivý proces, mohli jsme použít pro oba procesy stejné regulátory.

Úspěšnost procesu decouplingu lze ověřit nastavením dvou nezávislých požadovaných hodnot pro každou osu. Reference rychlosti pro jednu osu by tedy neměla ovlivnit výstup druhé osy.



**Obrázek 36:** Porovnání přechodových charakteristik pro obě osy - rychlost

Na grafech výstupů obou rychlostí (36) můžeme vidět, že náš systém funguje správně a opravdu řídíme obě osy zvlášť, jelikož jsme nastavili dvě odlišné požadované rychlosti pro osu x ( $v_x = 3$ ) a y ( $v_y = 6$ ). Následně jsme ještě kaskádně zapojili P-regulátor, který jsme naladili pro všechny metody stejně. Opět jsme nastavili dvě odlišné hodnoty požadované trajektorie pro ověření správnosti ( $x = 3$ ,  $y = -1$ ).

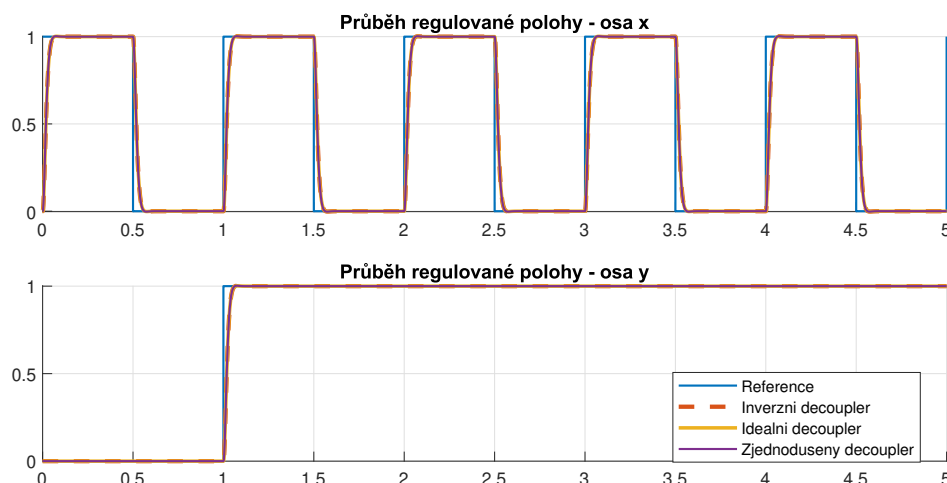


**Obrázek 37:** Porovnání přechodových charakteristik pro obě osy - poloha

Konečně bychom měli provést další test pro ověření správnosti výsledků, kde bude referenční trajektorie pro jednu osu PWM signál, zatímco pro druhou osu bude použit pouze jednotkový skok. Cílem tohoto testu je ověřit, zda můžeme dosáhnout nezávislého pohybu na každé ose. To znamená, že pokud zvolíme pro jednu osu proměnný signál (PWM) a pro druhou osu udržíme konstantní hodnotu (jednotkový skok), očekáváme, že pohyb na druhé ose zůstane stacionární bez ohledu na dynamické změny na první ose.

Nicméně, již nyní můžeme konstatovat, že metoda řízení našeho robota v souřadnicích efektoru se na první pohled jeví jako mnohem efektivnější. Například, poloha v těchto souřadnicích se ustálí desetkrát rychleji.



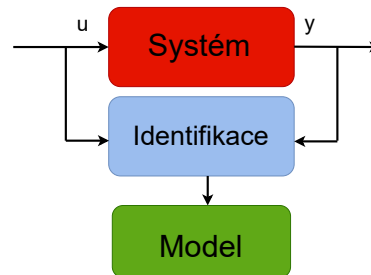


**Obrázek 38:** Změna reference jedné osy PWM signálem

Na základě výstupu (38) můžeme považovat náš systém za správně rozvazbený pro všechny decouplery. Z provedené analýzy je obtížné určit, která metoda decouplingu je nejvhodnější. Bez debat je nejjednodušší na implementaci invertující metoda. Naopak, metoda ideálního decouplingu se pokouší eliminovat vzájemné interakce mezi smyčkami pomocí komplexnějšího decoupleru, což může vést k lepšímu výkonu systému, pokud jsou vzájemné interakce mezi smyčkami významné.

Je důležité dodat, že jednou z velkých výhod centralizovaného řízení je absence potřeby implementace inverzní kinematiky. Centralizované regulátory přímo přijímají pokyny ve formě referenční trajektorie efektoru. Nicméně, samotný regulátor (spolu s decouplerem) je složitější, což může vést u komplexnějších systémů k náročnému návrhu řízení. [9]

## 4 Experimentální identifikace

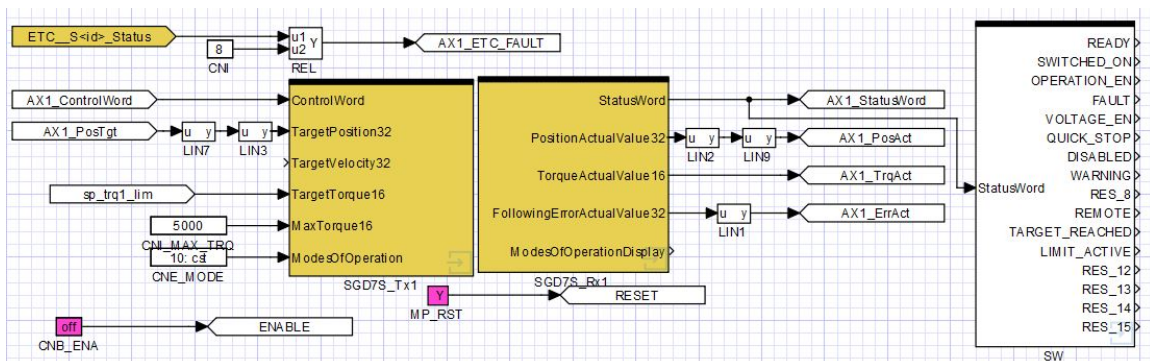


Obrázek 39: Schéma experimentální identifikace

V této části se již dostáváme do kontaktu s reálným zařízením. V předchozích sekcích jsme již analyzovali strukturu přenosové funkce ze vstupu na rychlost (3.8). Díky experimentální identifikaci máme možnost sledovat skutečný vliv kroutícího momentu na rychlost robotu v dané ose. Získáním dat z reálného zařízení můžeme tak naši původní strukturu modifikovat a navrhnout regulaci přímo pro dané zařízení.

### 4.1 Projekt v REXYGENU

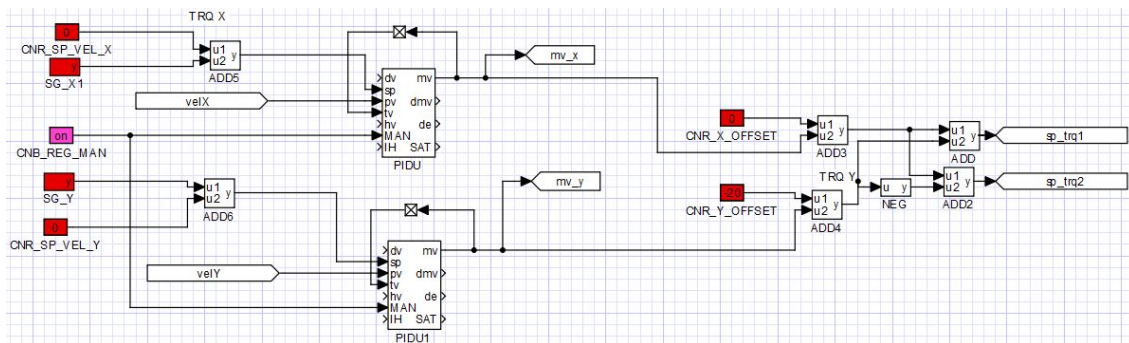
Pro získání potřebných dat jsme využili řídicího softwaru REXYGEN, s nímž jsme již byli v minulých projektech seznámeni. Samotný projekt pro řízení T-botu je popsán následujícími základními schématy.



Obrázek 40: Rozhraní pro ovládání pohonů

Dvojice žlutých bloků, kterou můžeme vidět na obrázku 40, reprezentuje rozhraní pro daný motor. Přímou v projektu jsou tedy dvě stejná schémata, přičemž každá reprezentuje jeden ze servopohonů. Šipky navedené do bloku SGD7S\_Tx1 jsou z pohledu nadřazeného počítače výstupy a zároveň vstupy pro servopohony. Například ControlWord je v podstatě sada řídicích bitů, kterými říkáme, co po daném pohonu chceme (aktivace nějakého režimu, zapnutí výkonového členu, resetování chyby). Dále potom ve schématu jsou signály, kterými se zadává požadovaná hodnota, kde již závisí na tom, v jakém jsme režimu. Můžeme řídit polohu, rychlost nebo kroutící moment. V našem případě jsme v momentovém režimu, proto bloček obsahuje například parametr momentového omezení MaxTorque16. Na druhou stranu, šipky vyvedené ven z bloku SGD7S\_Rx1 jsou naopak z pohledu servopohonu výstupy a vstupy do počítače. Bloček SW je samotná šestnáctibitová reprezentace stavu.

Nyní si představíme samotné regulační schéma. V minulých sekcích jsme analyzovali oba způsoby řízení (decentralizované a centralizované). Decentralizované řízení se normálně u T-botu používá v zásadě pokud regulace je zanechaná přímo v servoměničích<sup>2</sup>, přičemž se reguluje každý motor zvlášť bez vzájemné interakce. V takovém případě tedy je nasazen v projektu modul inverzní kinematiky, jejíž výstup je vstup přímo do systému. Vzhledem k tomu, že řídicí software funguje v momentovém režimu, disponujeme možností přizpůsobit řízení dle našich potřeb. Měli jsme tedy předpřipravenou strukturu v REXYGENU pro centralizované řízení, které je teoreticky i prakticky zajímavější, jelikož odpadá nutnost znalosti natočení servopohonů, které nás příliš nezajímají.



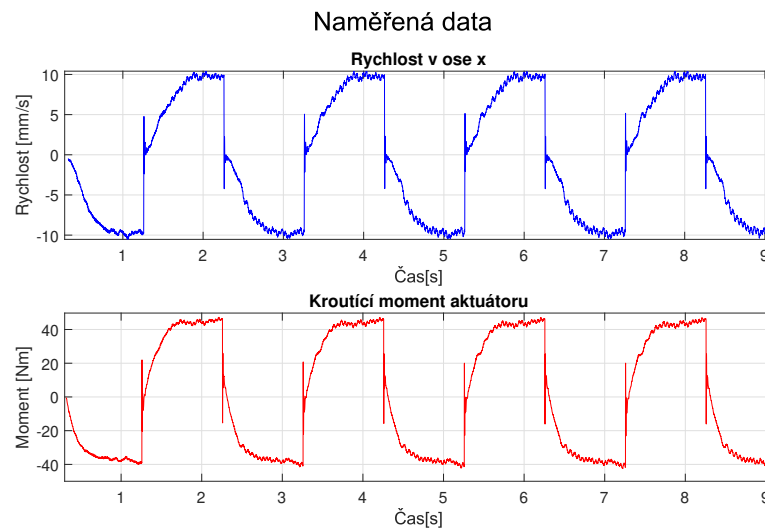
Obrázek 41: Centralizované řízení v REXYGENU

Zároveň na pravé straně schématu můžeme vidět proces decouplingu, který jsme již dříve rozebírali. Schéma je podobné tomu, které jsme zaváděli v Simulinku, opět můžeme pomocí regulátorů řídit obě osy zvlášť. Je také důležité si všimnout zvozeného offsetu ve směru  $y$ , který je zavedený kvůli gravitaci. Kdybychom totiž systém zkoušeli rozchodit, tak vertikální rameno by se nám postupně sesunulo dolů. Tento offset v praxi znamená, že do systému posíláme trvalý moment, který udržuje posuvné rameno ve stálé pozici.

## 4.2 Měření vstupních a výstupních dat

Naším úkolem tedy bude nyní naladit regulátor rychlosti pro obě osy. Nutno poznamenat, že už regulátor máme od oka předem nakonfigurovaný. Bez regulátorů by se totiž se systémem pracovalo špatně v momentovém režimu pouze v otevřené smyčce. V případě, že by došlo ke změně pouze jednoho momentu, setkáváme se jednak s komplikací, která je způsobena relativně vysokým třením. Tento fakt vede k nežádoucímu jevu, kdy dochází k "zadrhávání" pohybu posuvného ramena. Dále vlivem zmiňované gravitace by se projevila i interakce mezi osami, kterou bychom původně neočekávali. Proto tedy máme již hrubě nastavené hodnoty PI regulátoru ( $k = 3, T_i = 0.1$ ), abychom z naměřených dat identifikovali vhodný model, na základě kterého druhotně optimalizujeme parametry regulátoru. V souladu s postupem, který byl připojen k projektu, jsme spustili T-bot a nastavili generátor trajektorie na hodnotu  $\pm 10$  milimetrů v ose  $x$ , což odpovídá rychlosti jednoho centimetru za vteřinu.

<sup>2</sup>Servoměnič je zařízení, které přijímá signál z řídicí jednotky (jako je PLC nebo počítač) a mění jej na napětí a proud, který pohání servomotor.



**Obrázek 42:** Experimentálně naměřená data

Graf (42), který ilustruje vztah mezi momentem a rychlostí v ose  $x$ , nám ukazuje, že v systému je přítomné pružení, způsobené pružností pásu. Vždy, když koncový efektor dosáhne požadované hodnoty ( $\pm 10$ ), rameno sebou pod vlivem regulátoru trochu "kopne". Menší vlnky okolo požadované hodnoty jsou pak způsobené jednak kulháním samotného motoru, který má tuto charakteristiku při nízkých rychlostech. Tím že na rotoru jsou permanentní magnety, tak má motor tendence se přimykát k zubům na statorovém plechu. Nejedná se tedy o mechanický převod ale o elektromagnetickou vazbu (vzniká tzv. aretační moment).

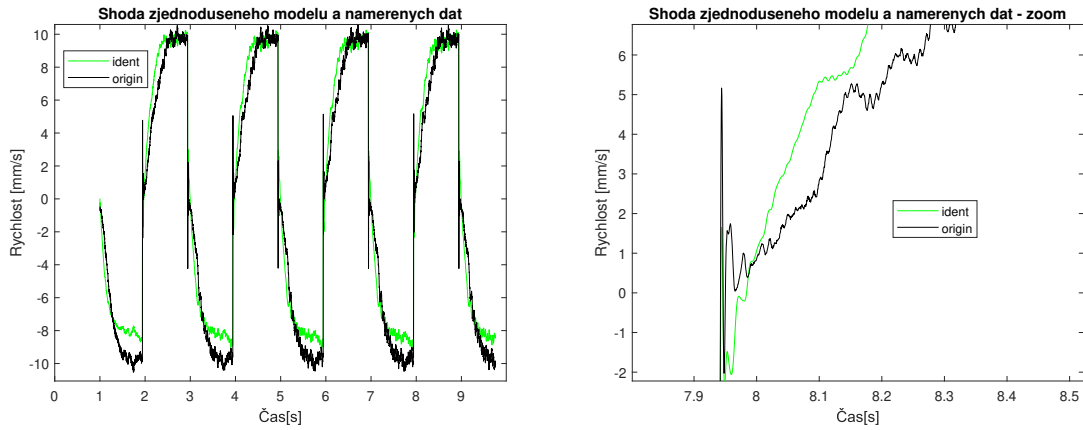
Vstupní i výstupní data nyní importujeme do MATLABu a použijeme v konzoli příkaz `ident`, čímž spustíme nástroj `System Identification Toolbox`, který poskytuje metody a postupy pro identifikaci a validaci lineárních a nelineárních dynamických systémů. Samotná data pak importujeme se vzorkovací frekvencí  $2k\text{Hz}$ .

#### 4.2.1 Zjednodušený identifikovaný model

V rámci ucelenosti můžeme identifikovat nejprve jednodušší model, který bude ignorovat kmitavou dynamiku. Strukturu takového modelu jsme již odvozovali v rámci sekce návrhu PI regulátoru (3.1.1). Požadavkem na přenosovou funkci tak bude systém druhé řádu, tedy dva póly a zesílení.

Navzdory relativně jednoduché struktuře jsme dosáhli pěkné shody mezi naměřenými daty a identifikovaným modelem, konkrétně **83,34%**. Přenosová funkce tohoto modelu má následující tvar.

$$P_z(s) = \frac{46320}{s^2 + 430.8s + 2.127 \cdot 10^5} \quad (4.1)$$



**Obrázek 43:** Shoda naměřených dat a zjednodušeného modelu

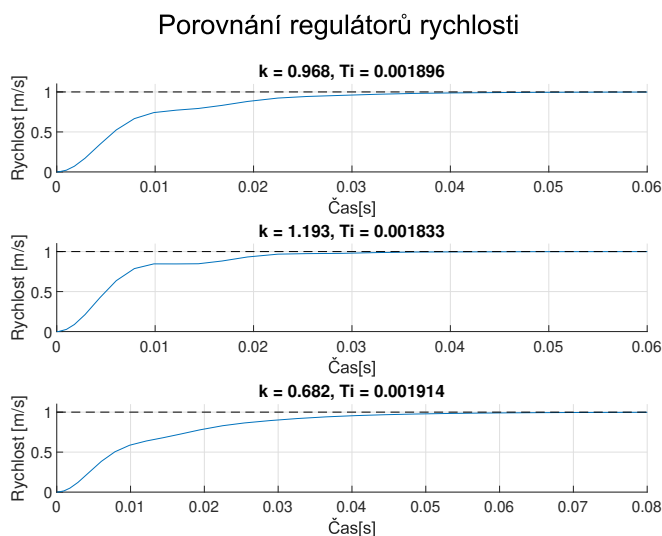
Na obrázku 43, kde zelená křivka reprezentuje identifikovaný model, je vidět, že tento model, jak jsme předpokládali, neodráží dokonale pružnost systému. Z tohoto důvodu je vhodné nastavit více regulátorů. Podobně jako v předchozích sekcích, i nyní budeme využívat požadavků na citlivostní funkce.

Abychom ale neladili regulátor pouze podle jedné metriky, zkusíme jeden navrhnout ručně metodou, zvanou *loopshaping* v dalším, Matlabem poskytovaným, toolboxu *Control System Designer*. Při ručním návrhu máme na očích kromě přechodové charakteristiky systému i bezpečnost v zesílení a ve fázi, díky čemuž můžeme efektivně měnit parametry s cílem zrychlit dobu ustálení. Výsledkem jsou následující PI regulátory:

$$\begin{aligned}
 C_{z1}(s) &= \frac{0.968 \cdot (s + 527.426)}{s}, & G_m &= 26.5 \text{ dB}; P_m = 88.3^\circ \\
 C_{z2}(s) &= \frac{1.193 \cdot (s + 545.554)}{s}, & M_T &= 1.4; M_S = 1.4 \\
 C_{z3}(s) &= \frac{0.682 \cdot (s + 522.466)}{s}, & M_T &= 1.2; M_S = 1.2
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

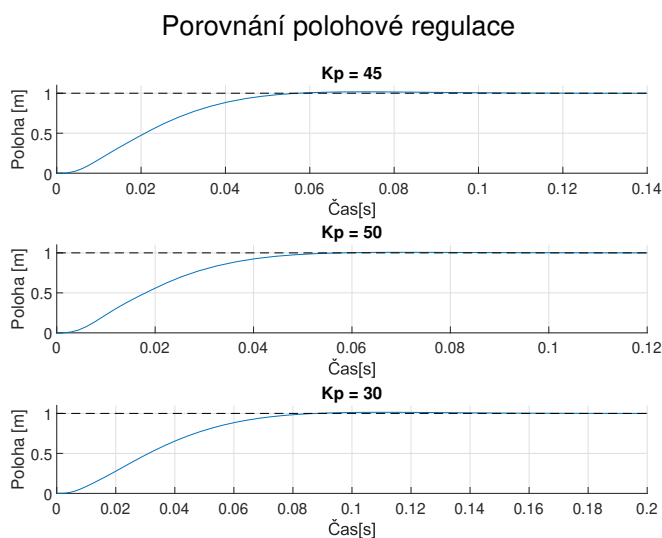
Ve struktuře regulátorů zobrazených na obrázku 4.2 lze pozorovat poměrně rychlé póly. Tyto póly slouží ke zrychlení doby ustálení. Zesílení, které bylo použito při identifikaci, je v těchto regulátorech udržováno na nižší úrovni, a to za účelem minimalizace oscilací v odezvě systému.

Na obrázku (44) je prezentována odezva na jednotkový skok pro každý z navržených regulátorů. Při srovnání s rychlostní smyčkou, kterou jsme nastavili pro naši zjednodušenou variantu systému, je zřejmé, že doba ustálení na požadované hodnotě je delší. Tento rozdíl ilustruje disproporce mezi zjednodušeným modelem, který byl odvozen teoreticky, a modelem získaným prostřednictvím experimentální identifikace, jenž je komplexnější z hlediska parametrů.



**Obrázek 44:** Porovnání rychlostní regulace

Pro úplnost bychom měli ještě k rychlostní smyčce naladit také P-regulátor polohy, podobně jak jsme to dělali v předchozích sekcích. I v tomto případě usilujeme o minimalizaci kmitů. Proto uplatňujeme u všech regulátorů relativně malé zesílení.

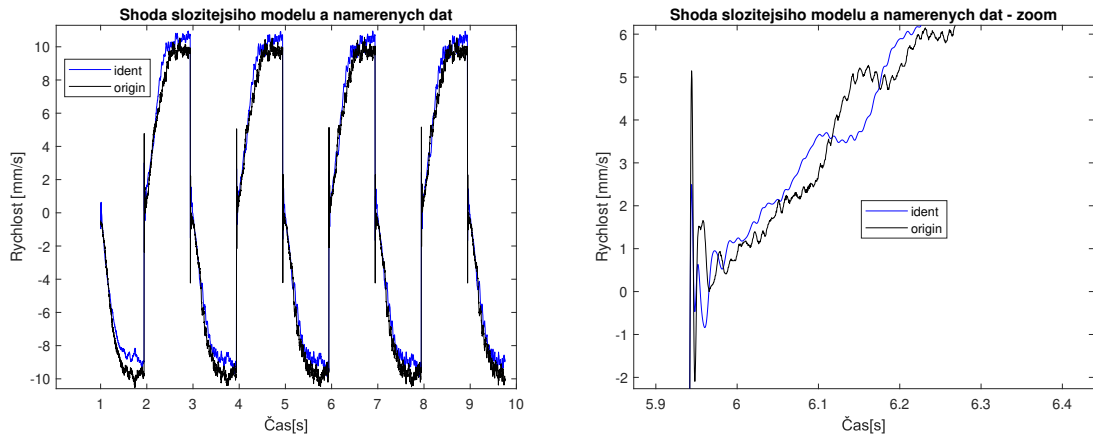


**Obrázek 45:** Porovnání polohové regulace

Navzdory pomalejší odezvě vypadá regulace polohy velmi slušně. Celkově můžeme hodnotit řízení tohoto modelu jako poměrně kvalitní. I přestože pracujeme stále s jednodušším modelem, daleko víc se přibližujeme reálnému systému.

### 4.2.2 Komplexní model

Postupně, jak jsme se seznamovali s reálným zařízením, jsme si uvědomili, že kmitavá dynamika hraje v systému klíčovou roli. Nyní se proto zaměříme na identifikaci modelu, který bude o krok blíže k realitě. Neomezíme se na ideální popis dynamiky systému s dokonale tuhým řemenem, ale zahrneme také pružnosti, které se v systému vyskytují. K tomu potřebujeme model vyššího řádu. Tady již nemáme předpokládanou strukturu, proto ji budeme muset experimentálně najít, aby se model shodoval více s reálným systémem. Jako jedna z vhodných variant se ukazuje být systém se čtyřmi póly a třemi nulami.



Obrázek 46: Shoda složitějšího modelu s reálným systémem

Shoda s reálným systémem je nyní **88,56%**, což se dá považovat za dostatečně dobrý model. Jak si můžeme všimnout na pravém grafu obrázku 46, identifikovaný model nyní už nějakým způsobem zachycuje oscilace, což byl náš stěžejní úkol.

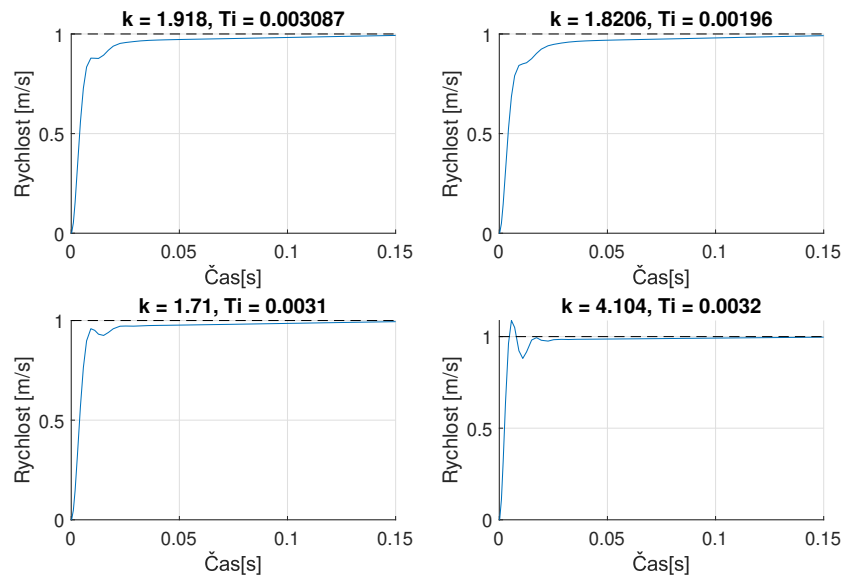
$$P_k(s) = \frac{6.372 \cdot 10^4 s^2 + 5.161 \cdot 10^5 s + 6.642 \cdot 10^6}{s^4 + 638.2 s^3 + 2.189 \cdot 10^5 s^2 + 3.149 \cdot 10^6 s + 2.854 \cdot 10^7} \quad (4.3)$$

Zahrnutí oscilací do modelu však komplikuje nastavení vhodných parametrů regulátoru. Jedná se nyní o těžší úlohu než tomu bylo u předchozího jednoduššího modelu. Postupovat budeme podobně jako v předchozí úloze. Zkusíme na základě návrhových požadavků na citlivostní funkce a ruční metody loopshapingu sestavit sadu regulátorů, které by mohly optimalizovat dobu odezvy a zároveň omezit kmitavé chování systému.

$$\begin{aligned}
C_{k1}(s) &= \frac{1.918 \cdot (s + 323.939)}{s}, & M_T &= 1.3; M_S = 1.3 \\
C_{k2}(s) &= \frac{1.8206 \cdot (s + 307.219)}{s}, & G_m &= inf; P_m = 88.4^\circ \\
C_{k3}(s) &= \frac{1.711 \cdot (s + 432.526)}{s}, & G_m &= inf; P_m = 74.3^\circ \\
C_{k4}(s) &= \frac{4.104 \cdot (s + 307.2197)}{s}, & M_T &= 1.6; M_S = 1.6
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Na první pohled vidíme z porovnání regulací (47), že se systém ustaluje poměrně rychle. Snaha příliš zrychlit dobu ustálení však vede k výraznějším kmitům. Regulátor  $C_{k4}$  jsme navrhli s mírně agresivnějšími parametry. Případný malý překmit, který je patrný na obrázku, nijak výrazně neovlivní jeho funkčnost.

Porovnání regulátorů rychlosti

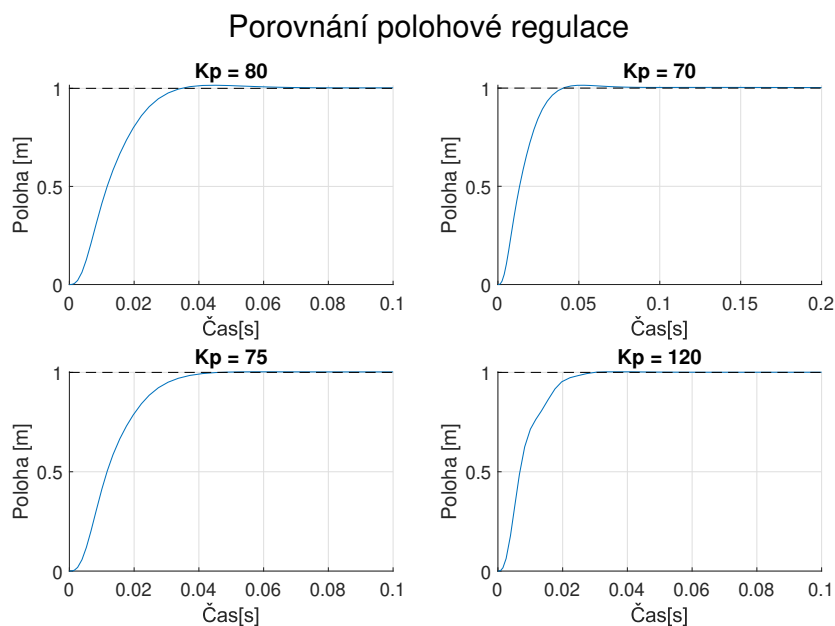


Obrázek 47: Porovnání rychlostní regulace pro složitější systém

Zároveň vidíme, že zesílením ( $k$ ) a časovými konstantami ( $T_i$ ) jsme poměrně blízko původním parametřovým nastavením, které bylo zavedeno při měření dat. Bude zajímavé sledovat, jestli na reálném zařízení dostaneme podobně optimální odezvy.

Posledním krokem je, stejně jako u předchozího modelu, doladit parametr zesílení P-regulátoru, který je kaskádně zapojen.

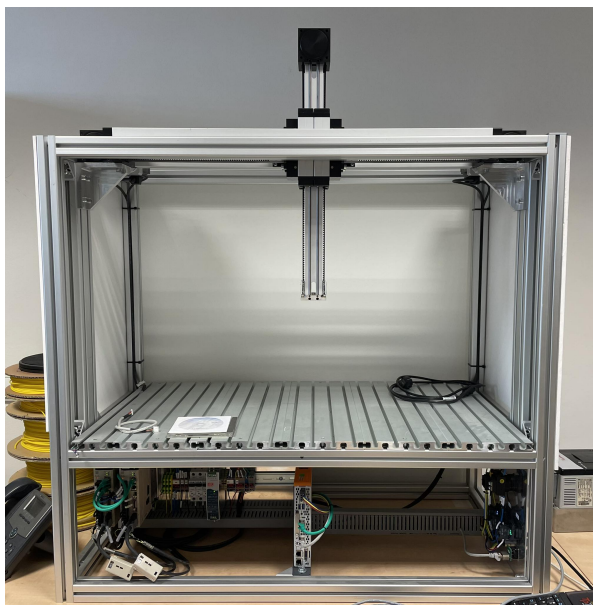




**Obrázek 48:** Porovnání polohové regulace pro složitější systém

Výsledky řízení polohy jsou zobrazeny na obrázku 48. Díky naší sadě různých regulátorů se nabízí zajímavá příležitost sledovat výkonnost reálného zařízení pod různými režimy řízení - od robustnějších po agresivnější varianty. Určitě bude dále zajímavé porovnání regulátorů od obou modelů. Budeme mít příležitost vidět, jak důležitá je validita identifikovaného modelu.

## 5 Implementace na reálném zařízení



**Obrázek 49:** Reálné zařízení - T-bot

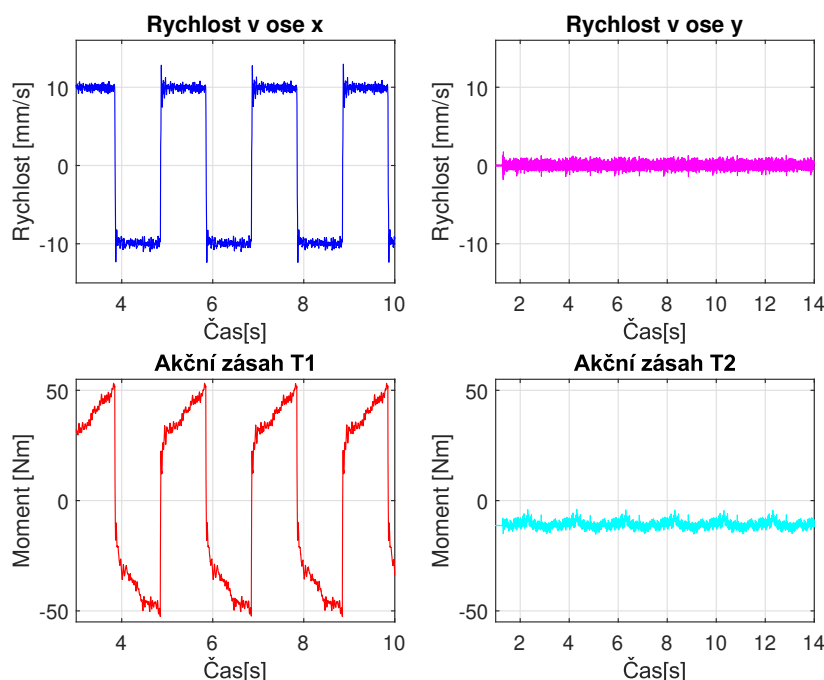
V následující sekci se zaměříme na implementaci navržených regulátorů do reálného zařízení. Jak můžeme vidět na obrázku 49, T-bot je umístěn v definovaném pracovním prostoru. Zařízení je navrženo tak, aby servomotory byly poháněny pomocí servoměničů firmy YASKAWA. Tyto servoměniče komunikují s řídicím počítačem od společnosti B&R prostřednictvím průmyslového ethernetu (real-time komunikace) s frekvencí 2 kHz, což je ekvivalent dva tisíce vzorků za vteřinu. Tato vzorkovací frekvence je totožná s frekvencí, kterou jsme použili při importu naměřených dat v předchozí sekci. V použitém režimu jsou do zařízení vstupy dva požadované kroucí momenty, zatímco výstupy představují aktuální polohy z absolutních snímačů. Absolutní snímače mají tu výhodu, že si uchovávají informaci o poloze i po vypnutí, což eliminuje potřebu referencování, například vůči nějakému koncovému spínači.

## 5.1 Regulátory zjednodušeného modelu

Na začátku provedeme testy, aby jsme ověřili shodu mezi simulačními a reálnými výsledky regulátorů, které byly navrženy pro systém nižšího řádu. Očekáváme jistou neshodu, která by však teoreticky neměla být tak velká.

### 5.1.1 Regulátory rychlosti

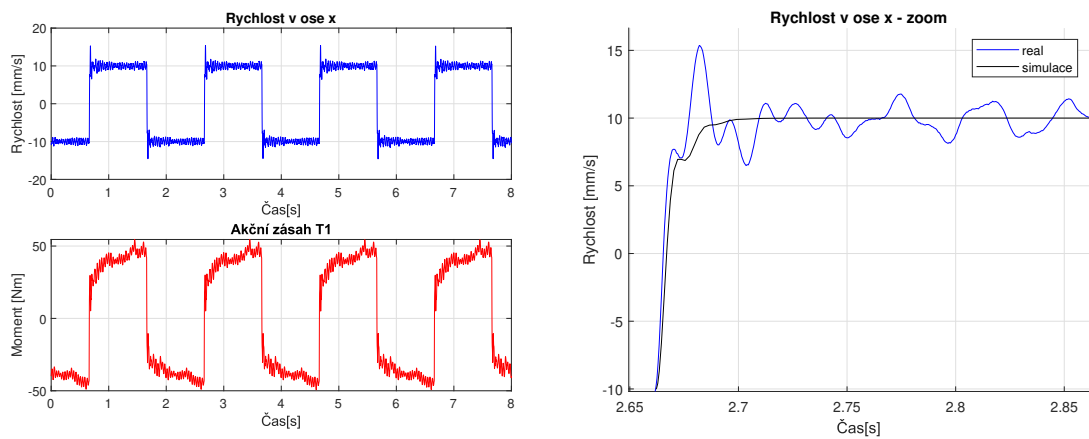
Prvním testy jsme provedli na rychlostních regulátorech. Na výsledku testu prvního regulátoru  $C_{z1}(s)$ , zobrazeném na obrázku 50, vidíme značný rozdíl oproti simulaci. Zatímco simulačně by posuvné rameno mělo dosáhnout požadované rychlosti bez překmitu, ve skutečnosti vidíme menší překmit (cca 15-20%), což je samozřejmě dáno tím, že model, pro který jsme regulátory navrhovali, nezahrnuje pružnost reálného systému, viz obrázek 43.



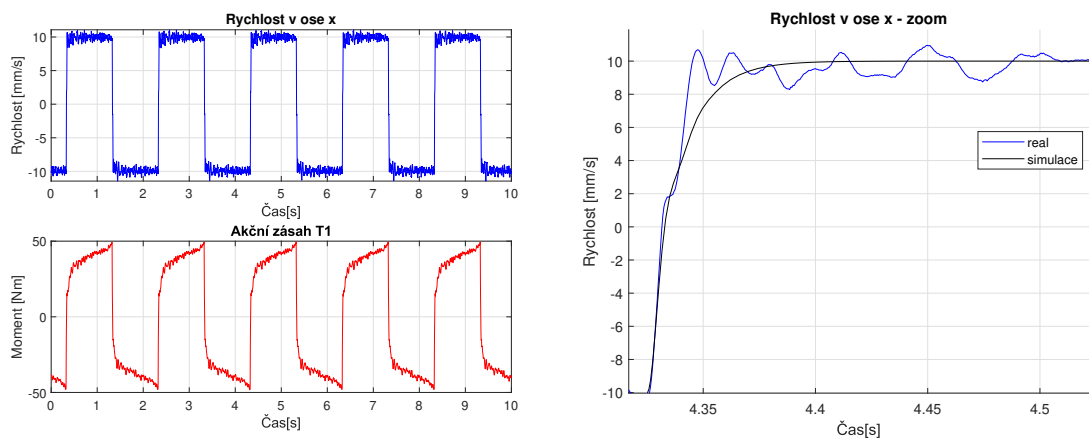
Obrázek 50: Přechodová charakteristika rychlosti -  $C_{z1}(s)$

Pozitivně však můžeme hodnotit rozvazbenou dynamiku. Zařazeným decouplem ovlivňuje každý moment pouze rychlost v dané ose. Druhý moment zůstává na svém offsetu a rameno se vertikálně téměř nepohybuje.

Následující test byl proveden na regulátoru  $C_{z2}(s)$ , přičemž jsme přímo porovnali reálnou odezvu se simulací. Z obrázku 51 je patrné, že realita se od simulace liší výrazným překmitem.

Obrázek 51: Přechodová charakteristika rychlosti -  $C_{z2}(s)$ 

Poslední regulátor rychlosti, který jsme navrhovali pro systém nižšího řádu, demonstruje velmi kvalitní řízení. Jak můžeme vidět na obrázku 52, doba ustálení se téměř shoduje se simulací a rychlost se ustálí skoro bez překmitu. V praxi jsme pozorovali, že pohyb T-bota byl velmi plynulý.

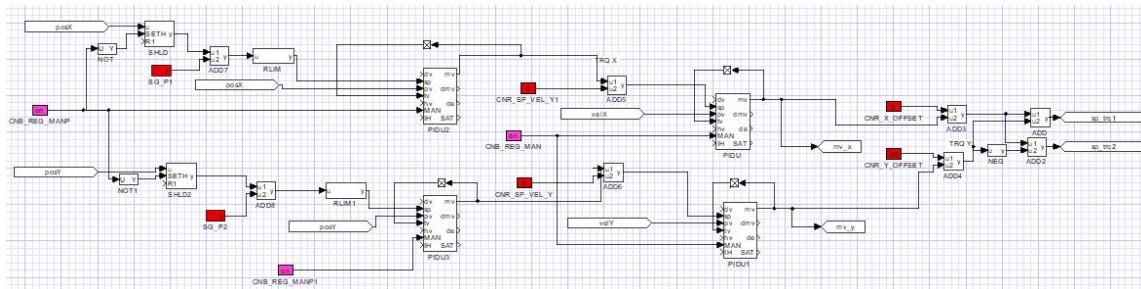
Obrázek 52: Přechodová charakteristika rychlosti -  $C_{z3}(s)$ 

Z těchto pozorování můžeme odvodit, že přestože simulačně může vyšší zesílení působit atraktivně, v reálném prostředí to může vést k velkým oscilacím. Přestože regulátor  $C_{z3}(s)$  má pomalejší dobu ustálení, hodnotíme ho jako nejúspěšnější.

V následující sekci nás bude zajímat, zda má zesílení P-regulátoru stejně výrazný dopad na překmit polohy.

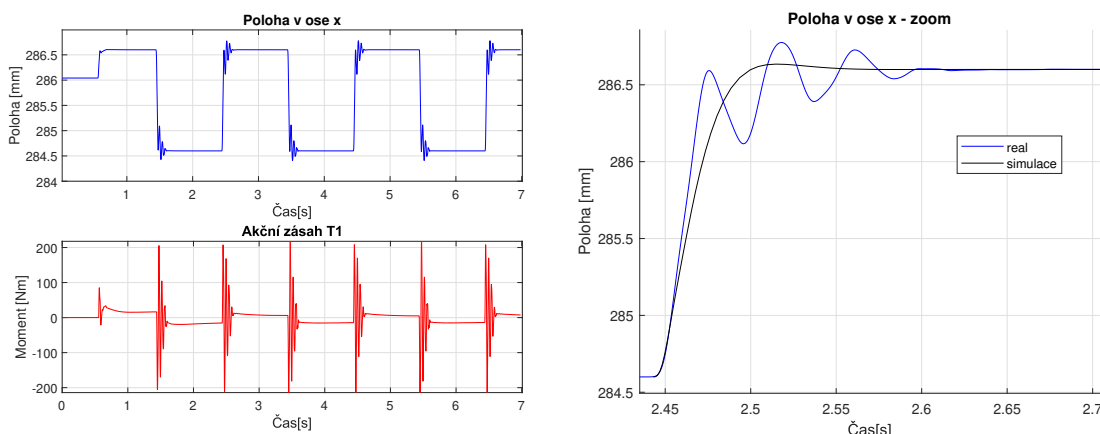
### 5.1.2 Polohová regulace

Pro účely řízení polohy jsme nejprve upravili původní schéma (41) v REXY-GENu, kam jsme přidali P-regulátory pro řízení poloh. Důležité bylo také přidání bločku SHLD, díky kterému jsme měli k dispozici aktuální polohy robotu. Tyto polohy jsme pak mohli snadno měnit pro sledování přechodových charakteristik.



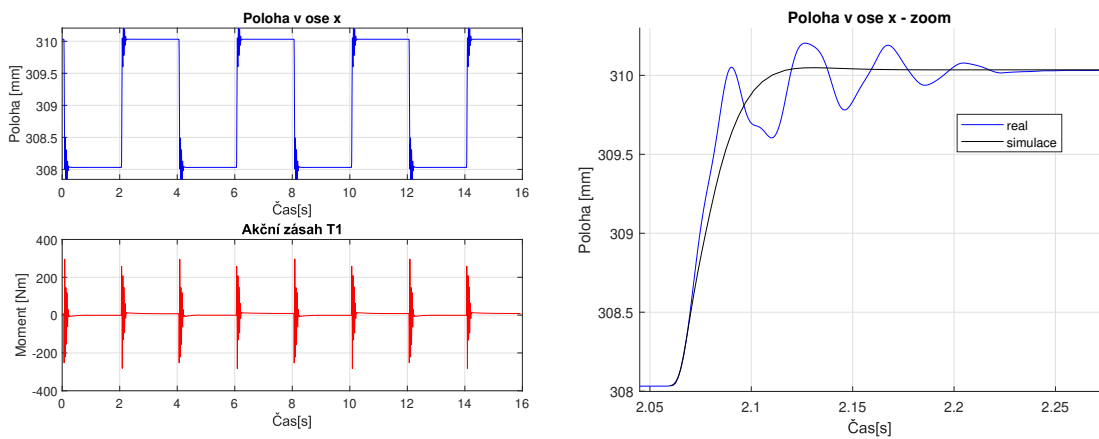
Obrázek 53: Centralizované řízení doplněné o polohovou regulaci

V předchozí sekci jsme si ověřili, že simulace bez kmitání se v praxi kvůli nepřesnosti modelu může proměnit v mírné oscilace rychlosti. Testy polohové regulace by nám měly tyto závěry potvrdit.



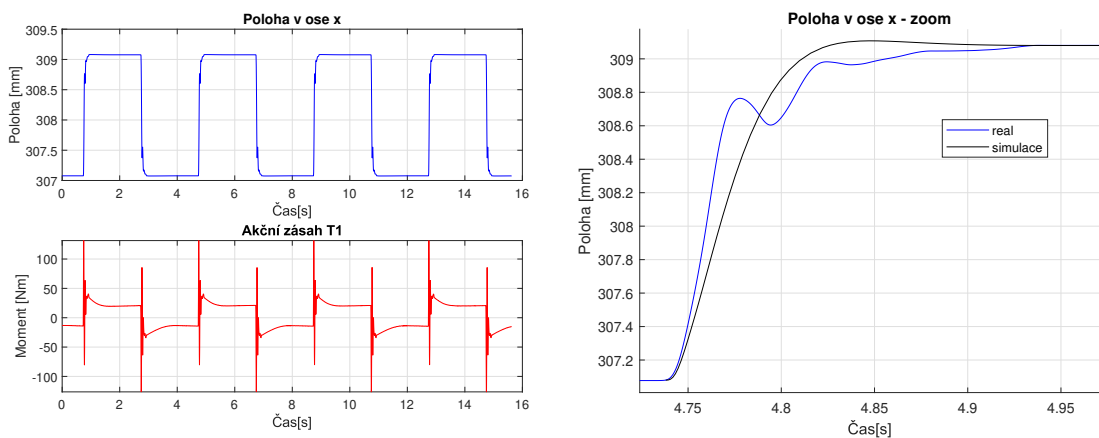
Obrázek 54: Přechodová charakteristika polohy -  $C_{z1}(s) + K_p = 45$

Výsledky testů (54, 55) ukazují, že ani průběhy poloh se neobejdou bez kmitavé složky. V případě dosažení referenční polohy se to ukázalo být ještě větším problémem, protože se T-bot poměrně zásadně "zadržával". Důvodem je větší zesílení P-regulátoru, které se simulačně jeví jako velmi dobré, ale v praxi bychom měli volit menší, pokud model není dostatečně shodný s realitou.



Obrázek 55: Přechodová charakteristika polohy -  $C_{z2}(s) + K_p = 50$

Potvrzením této skutečnosti budiž připojení P-regulátoru s nižším zesílením  $K_p = 30$  do série s uzavřenou smyčkou rychlosti s regulátorem  $C_{z3}(s)$ . Tady se nám dostává průběhu s velmi malými oscilacemi, což je zřetelné z obrázku 56.



Obrázek 56: Přechodová charakteristika polohy -  $C_{z3}(s) + K_p = 30$

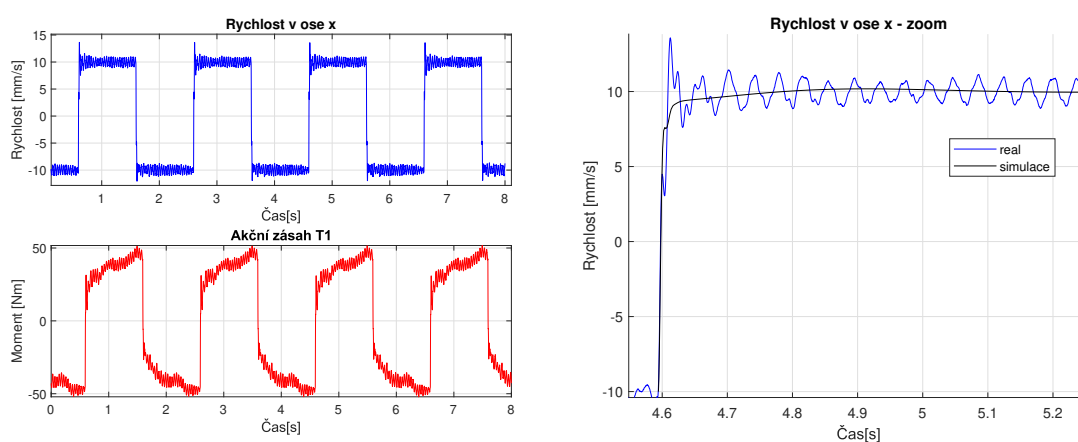
Ukázali jsme, že se zdá být rozumnější volbou snížení zesílení regulátorů pro dosažení nekmitavé odezvy. I když tímto způsobem můžeme mírně zvýšit dobu ustálení, výhodou je vyšší stabilita a menší pravděpodobnost nežádoucích oscilací, které by mohly negativně ovlivnit celkový výkon systému. Tento přístup se ukázal jako efektivní strategie při našem testování na reálném zařízení.

## 5.2 Regulátory složitějšího modelu

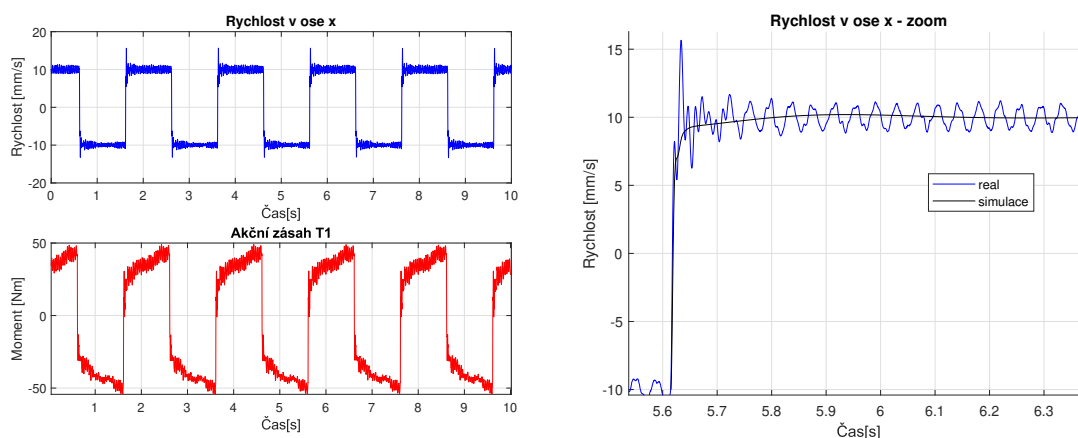
Další testy jsme provedli na regulátorech s modelem vyššího řádu. Nyní by se již měly simulace více blížit k realitě.

### 5.2.1 Regulátory rychlosti

Ve srovnání s regulátory navrženými pro předchozí model, ty aktuální vykazují vyšší zesílení, což by teoreticky mohlo vést k větším oscilacím. Nicméně v kombinaci s příslušnou časovou konstantou bychom očekávali lepší shodu se simulacemi, a to díky použití přesnějšího modelu.

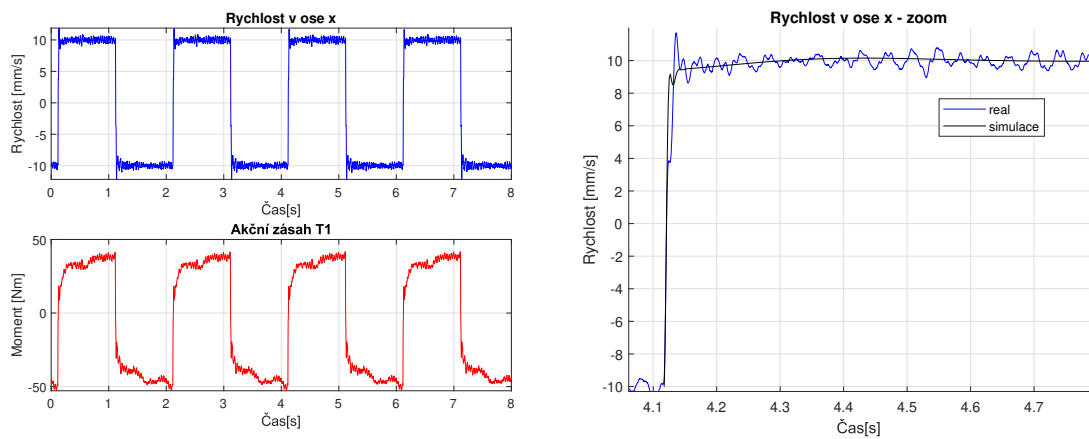


Obrázek 57: Přechodová charakteristika rychlosti -  $C_{k1}(s)$



Obrázek 58: Přechodová charakteristika rychlosti -  $C_{k2}(s)$

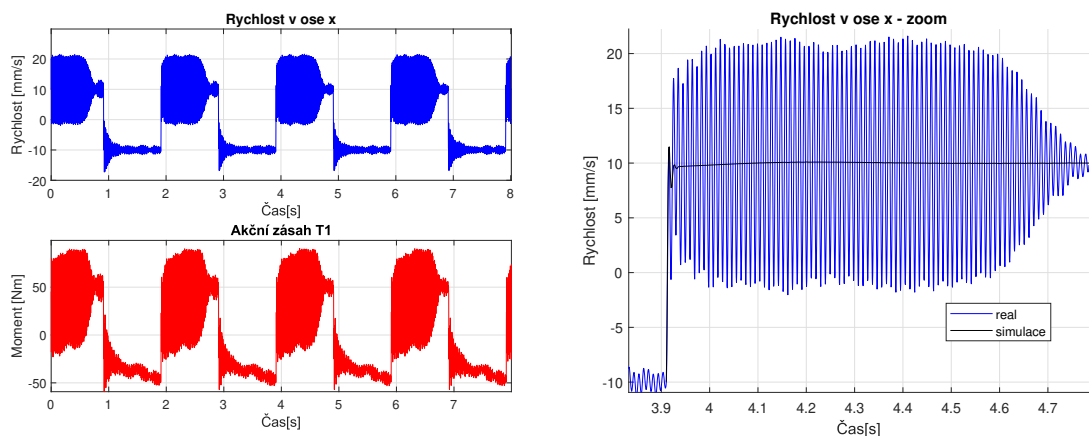
Navzdory mírnému překmitu u rychlostních regulátorů, jak je patrné na obrázcích 57, 58 a 59, můžeme konstatovat, že dosažená shoda s našimi simulacemi je velmi uspokojivá. Toto potvrzuje předchozí předpoklad, že se díky použití přesnějšího modelu při návrhu regulátorů zvýšila i shoda mezi simulacemi a reálnými výsledky.



Obrázek 59: Přechodová charakteristika rychlosti -  $C_{k3}(s)$

Regulátor  $C_{k4}(s)$  představuje výjimku v tomto srovnání. Zde se naplno projevuje nepřesnost našeho modelu. Simulačně by systém měl vykázat pouze drobný překmit, avšak v praxi se tento regulátor ukázal jako nevyhovující. Systém byl téměř na hranici stability, což je patrné na výsledku testu, viz obrázek 60. Překmit je více než dvojnásobný a systém se v požadované rychlosti téměř neustálí. Při sledování T-botu při nasazení tohoto regulátoru jsme zaznamenali obrovské zadržávání pohybu.

Je třeba si uvědomit, že zatímco simulace nám mohou poskytnout cenné informace a vodítka, skutečný systém může mít nepředvídatelné chování v důsledku nepřesností modelu a dalších neznámých faktorů.



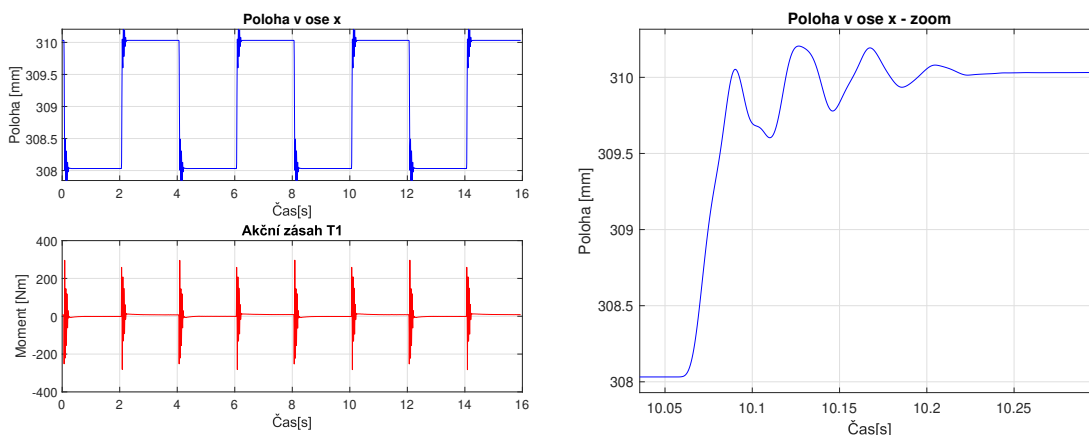
Obrázek 60: Přechodová charakteristika rychlosti -  $C_{k4}(s)$

Tento regulátor, vzhledem ke zmíněným nedostatkům, již nebudeme zahrnovat do polohové regulace. Jak jsme dříve uvedli, větší oscilace polohy v reálném prostředí způsobují mnohem nepříznivější chování systému než oscilace rychlosti.



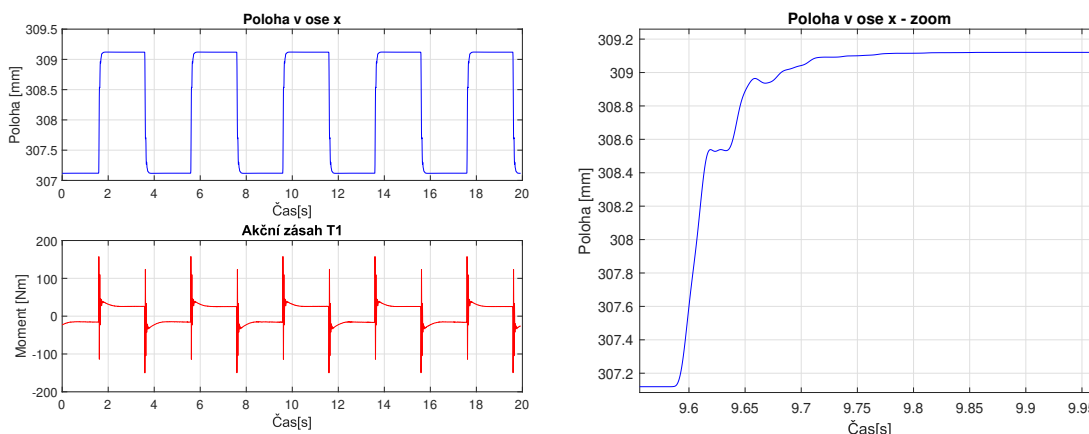
### 5.2.2 Polohová regulace

Před zahájením těchto polohových měření je třeba zvážit zesílení P-regulátorů, které jsme použili v simulační části. Tato zesílení jsou relativně vysoká, což bylo patrné v průběhu všech měření, neboť v každém případě přešel moment aktuátoru do saturace, která je implementována z bezpečnostních důvodů. Tato skutečnost vedla k zastavení fungování zařízení, což je důvodem, proč nebylo možné tyto měření přímo porovnat se simulacemi.



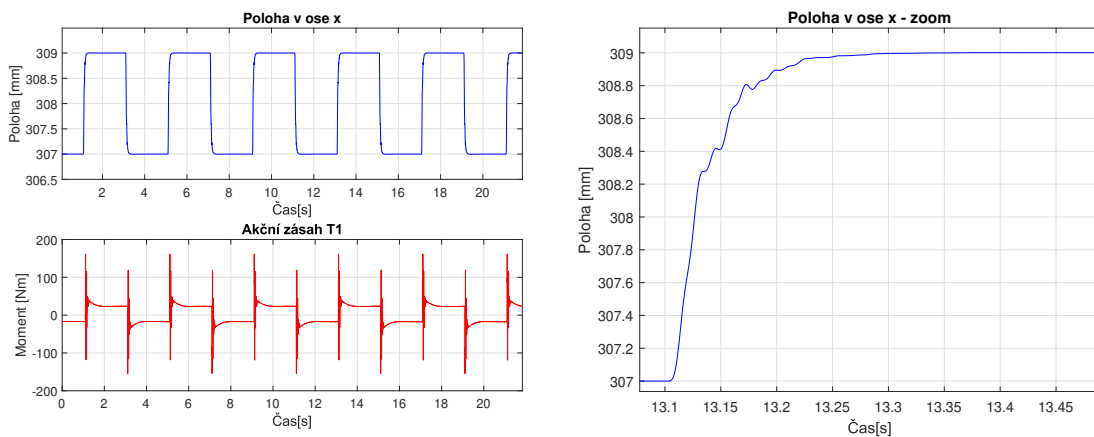
Obrázek 61: Přechodová charakteristika polohy -  $C_{k1}(s) + K_p = 50$

U prvního P-regulátoru jsme původní hodnotu zesílení **redukovali o 30**. Jak je patrné z výsledků, i navzdory tomuto snížení zesílení se v systému projevují poměrně výrazné oscilace.



Obrázek 62: Přechodová charakteristika polohy -  $C_{k2}(s) + K_p = 30$

U následujícího P-regulátoru jsme tentokrát **snížili** původní hodnotu zesílení **o 40**. Zde již můžeme pozorovat mnohem příznivější chování systému. Díky tomu, že zesílení bylo výrazně sníženo, se systém ustaluje plynule a bez výraznějšího překmitu.

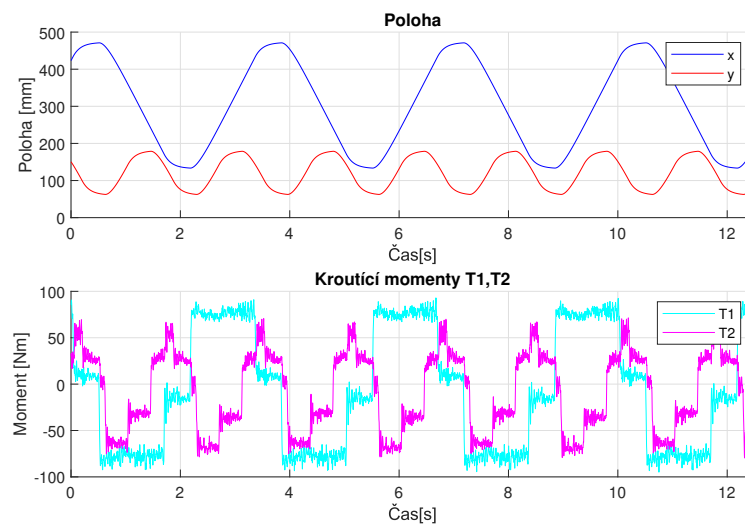


Obrázek 63: Přechodová charakteristika polohy -  $C_{k3}(s) + K_p = 30$

Podobně jsme postupovali i u posledního polohového regulátoru, kde je zesílení **o 35 menší**, než v původní simulaci. Výsledek je opět velmi příznivý, jak můžeme vidět na obrázku 63.

### 5.3 Trajektorie pick-and-place

Jako zajímavý experiment jsme se rozhodli provést test trajektorie, po které má robot jet. Vzhledem k typickému použití těchto manipulátoru jsme zvolili takovou dráhu, kdy budeme simulovat, že robot zvedne a přesune nějaký předmět.



Obrázek 64: Experiment se zvolenou trajektorií

Pohyb robota podél definované trajektorie byl plynulý, což bylo umožněno díky nízkému zesílení P-regulátoru, které zaručilo, že manipulátor nebude oscilovat během pohybu. Důležitým faktorem při dosažení této trajektorie bylo správné nastavení amplitudy a frekvence změn pohybu. V rámci budoucího výzkumu by bylo užitečné navrhnout v REXYGENu generátor trajektorií, který by umožnil definovat požadovanou polohu, rychlost i zrychlení T-botu.

## 6 Závěr

Hlavní myšlenkou bakalářské práce je proniknutí do problematiky pick-and-place manipulátoru T-bot, který je v průmyslu široce využívaný. Čtenář je hned v prvních částech práce seznámen se základními principy fungování tohoto manipulátoru. V rámci matematicko-fyzikálního modelování jsme popsali vztah mezi úhlovými natočeními a polohami v obou osách pohybu pomocí modelu dopředné a inverzní kinematiky. Tyto vztahy jsme využívali po celou dobu práce s tímto manipulátorem, zvláště pak při popisu dynamického modelu robotu, ve kterém jsme již uvažovali působení sil.

Další část práce se věnuje návrhu řízení. Došli jsme ke dvěma strategiím, jak to udělat. První možností bylo decentralizované řízení, jejíž výhodou je řízení každého aktuátoru zvlášť bez vzájemných interakcí. Aby však taková strategie byla použitelná, bylo nutné nasazení modulu dopředné a inverzní kinematiky, kterou jsme se zabývali v teoretické části. Druhou, pro nás zajímavější metodou bylo řízení centralizované řízení přímo v souřadnicích efektoru. V praxi je totiž běžnější zadat polohu, rychlost nebo zrychlení robotu jako vstup do systému. Tady jsme se však setkali s nežádoucími vzájemnými interakcemi mezi oběma osami pohybu. Řešením byla implementace tzv. Decoupleru, která vhodně dynamiku systému rozvazbí tak, že můžeme řídit každou osu zvlášť.

Hlavní motivací byla implementace těchto řídicích strategií na reálném zařízení. Vzhledem k zanedbání pružnosti systému v dynamickém modelu a neznámým parametřům, bylo nutné experimentálně naměřit data pro získání vhodných modelů, které jsme volili strukturálně odlišné v závislosti na tom, jak zahrnují pružnost reálného systému. Pro oba jsme opět navrhli kaskádní řízení rychlosti a polohy. Ukázalo se, že v rámci zjednodušeného modelu se simulace relativně hodně lišily od reálných měření. Jistá nejistota figurovala i v případě komplexnějšího modelu, který sice více obsahoval pružnou dynamiku, ale stále jsme mohli sledovat drobné nepřesnosti oproti simulaci.

Tento projekt nám poskytl významný vhled do problematiky modelování a řízení portálových robotů. Znalosti nabitě během této bakalářské práce se nám jistě budou hodit během navazujícího studia i v praxi, zejména v oblasti robotiky a automatického řízení.

## Seznam obrázků

|    |   |    |
|----|---|----|
| 1  | T-bot . . . . .   | 7  |
| 2  | H-bot . . . . .   | 8  |
| 3  | Kartézský manipulátor . . . . .   | 8  |
| 4  | Schéma T-Botu . . . . .   | 9  |
| 5  | Pohyb levého motoru v kladném směru . . . . .   | 10 |
| 6  | Pohyb levého motoru v záporném směru . . . . .  | 10 |
| 7  | Pohyb pravého motoru v kladném směru . . . . .  | 10 |
| 8  | Pohyb pravého motoru v záporném směru . . . . .   | 10 |
| 9  | Pohyb obou motorů v kladném směru . . . . .   | 11 |
| 10 | Pohyb obou motorů v záporném směru . . . . .  | 11 |
| 11 | Pohyb motorů v opačném směru - 1 . . . . .  | 11 |
| 12 | Pohyb motorů v opačném směru - 2 . . . . .  | 11 |
| 13 | Simulace pohybového profilu a natočení úhlů . . . . .   | 12 |
| 14 | Model inverzního kinematického modelu v Simulinku . . . . .                                       | 14 |
| 15 | Simulace pohybového profilu a natočení úhlů pro inverzní kinematický model . . . . .              | 15 |
| 16 | Simulace pohybového profilu a natočení úhlů pro inverzní kinematický model - experiment . . . . . | 15 |
| 17 | Zjednodušený model T-botu . . . . .   | 16 |
| 18 | Skutečný model T-botu . . . . .   | 18 |
| 19 | Model v souřadnicích efektoru . . . . .   | 20 |
| 20 | Chování systému pro různé kroučící momenty . . . . .  | 21 |
| 21 | Schéma kaskádního řízení . . . . .  | 23 |
| 22 | Uzavřená smyčka systému s PI regulátorem . . . . .  | 24 |
| 23 | Prostředí PID $H_\infty$ design . . . . .   | 26 |
| 24 | Citlivostní funkce S, T . . . . .   | 28 |
| 25 | Přechodová a impulsní charakteristika rychlostní smyčky . . . . .                                 | 28 |
| 26 | Bodeho charakteristiky . . . . .  | 29 |
| 27 | Nyquistova křivka . . . . .   | 29 |
| 28 | Schéma v Simulinku - řízení aktuátoru . . . . .   | 30 |
| 29 | Srovnání zesílení P-regulátoru . . . . .  | 31 |
| 30 | Schéma s přidávanými moduly . . . . .   | 31 |
| 31 | Průběh poloh . . . . .  | 32 |
| 32 | Natočení úhlů . . . . .   | 32 |
| 33 | Obecné schéma systému s decouplerem [7] . . . . .   | 35 |
| 34 | Analogové schéma decoupleru v TITO systému [3] . . . . .  | 35 |
| 35 | Schéma kaskádního řízení s přidávaným decouplerem . . . . .                                       | 37 |
| 36 | Porovnání přechodových charakteristik pro obě osy - rychlost . . . . .                            | 39 |
| 37 | Porovnání přechodových charakteristik pro obě osy - poloha . . . . .                              | 39 |
| 38 | Změna reference jedné osy PWM signálem . . . . .  | 40 |
| 39 | Schéma experimentální identifikace . . . . .  | 41 |
| 40 | Rozhraní pro ovládání pohonů . . . . .  | 41 |
| 41 | Centralizované řízení v REXYGENU . . . . .  | 42 |
| 42 | Experimentálně naměřená data . . . . .  | 43 |
| 43 | Shoda naměřených dat a zjednodušeného modelu . . . . .  | 44 |

|    |  |    |
|----|--|----|
| 44 | Porovnání rychlostní regulace . . . . .                              | 45 |
| 45 | Porovnání polohové regulace . . . . .                                | 45 |
| 46 | Shoda složitějšího modelu s reálným systémem . . . . .               | 46 |
| 47 | Porovnání rychlostní regulace pro složitější systém . . . . .        | 47 |
| 48 | Porovnání polohové regulace pro složitější systém . . . . .          | 48 |
| 49 | Reálné zařízení - T-bot . . . . .                                    | 49 |
| 50 | Přechodová charakteristika rychlosti - $C_{z1}(s)$ . . . . .         | 50 |
| 51 | Přechodová charakteristika rychlosti - $C_{z2}(s)$ . . . . .         | 51 |
| 52 | Přechodová charakteristika rychlosti - $C_{z3}(s)$ . . . . .         | 51 |
| 53 | Centralizované řízení doplněné o polohovou regulaci . . . . .        | 52 |
| 54 | Přechodová charakteristika polohy - $C_{z1}(s) + K_p = 45$ . . . . . | 52 |
| 55 | Přechodová charakteristika polohy - $C_{z2}(s) + K_p = 50$ . . . . . | 53 |
| 56 | Přechodová charakteristika polohy - $C_{z3}(s) + K_p = 30$ . . . . . | 53 |
| 57 | Přechodová charakteristika rychlosti - $C_{k1}(s)$ . . . . .         | 54 |
| 58 | Přechodová charakteristika rychlosti - $C_{k2}(s)$ . . . . .         | 54 |
| 59 | Přechodová charakteristika rychlosti - $C_{k3}(s)$ . . . . .         | 55 |
| 60 | Přechodová charakteristika rychlosti - $C_{k4}(s)$ . . . . .         | 55 |
| 61 | Přechodová charakteristika polohy - $C_{k1}(s) + K_p = 50$ . . . . . | 56 |
| 62 | Přechodová charakteristika polohy - $C_{k2}(s) + K_p = 30$ . . . . . | 56 |
| 63 | Přechodová charakteristika polohy - $C_{k3}(s) + K_p = 30$ . . . . . | 57 |
| 64 | Experiment se zvolenou trajektorií . . . . .                         | 57 |

## Odkazy

- [1] Maher Abdo et al. “Research on the Cross-Coupling of a Two Axes Gimbal System with Dynamic Unbalance”. In: *International Journal of Advanced Robotic Systems* (říj. 2013).
- [2] D. Cassilo. *Cartesian gantry robots - advantages and applications*. 2021. URL: <https://www.isotechinc.com/cartesian-gantry-robots/>.
- [3] Sergio Fragoso et al. “Comparative Analysis of Decoupling Control Methodologies and H Multivariable Robust Control for Variable-Speed, Variable-Pitch Wind Turbines: Application to a Lab-Scale Wind Turbine”. In: *Sustainability* (dub. 2017), s. 713.
- [4] M. Goubej a J. Melichar. “Lineární systémy 1”. Učební text pro kurz KKY-/LS1 na FAV/ZČU. 2018.
- [5] M. Goubej a J. Melichar. “Lineární systémy 2”. Učební text pro kurz KKY-/LS2 na FAV/ZČU. 2019.
- [6] Syukrul Jamaludin et al. “Gantry Robot for Mobile Observation”. In: *Applied Mechanics and Materials* (říj. 2015), s. 70–74.
- [7] B. Lavebratt. “Cross coupling in a two-axis control system for stabilized platforms”. Stockholm, Sweden, 2022.
- [8] A. Lightstead. *What is a pick and place robot and how does it work?* 2022. URL: <https://www.pwrpack.com/what-is-a-pick-and-place-robot/>.
- [9] Sanda Florentina Mihalache. “Decoupling in distillation”. In: *Control Engineering and Applied Informatics* (led. 2005), s. 10–19.
- [10] M. Schlegel a Večerek O. “Design of H-infinity PI controllers by robustness regions method”. In: *Process control 2004* (2004). URL: [http://www.kky.zcu.cz/en/publications/Vecerek0\\_2004\\_DesignofH-infinity](http://www.kky.zcu.cz/en/publications/Vecerek0_2004_DesignofH-infinity).