

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra kybernetiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Metody moderní teorie řízení pro návrh
regulátorů elektromechanických soustav

Plzeň, 2023

Bc. Michal Špirk

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta aplikovaných věd

Akademický rok: 2022/2023

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Bc. Michal ŠPIRK**
Osobní číslo: **A21N0123P**
Studijní program: **N3918 Aplikované vědy a informatika**
Studijní obor: **Kybernetika a řídicí technika**
Téma práce: **Metody moderní teorie řízení pro návrh regulátorů elektromechanických soustav**
Zadávací katedra: **Katedra kybernetiky**

Zásady pro vypracování

1. Seznamte se s technikami moderní teorie řízení se zaměřením na metody LQG, H2 a H-nekonečno optimalizace.
2. Navrhňte vhodnou metodiku využití metod z bodu 1 pro úlohy návrhu řízení třídy pružných elektromechanických soustav.
3. Otestujte navržené algoritmy v simulačním prostředí. Srovnajte výsledky z hlediska dosažené kvality řízení s regulátory s pevnou strukturou typu PID.
4. Otestujte navržené algoritmy experimentálně s využitím vhodného mechatronického systému.

Rozsah diplomové práce: **40-50 stránek A4**
Rozsah grafických prací:
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná**

Seznam doporučené literatury:

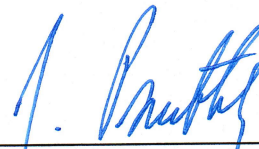
Doyle J., Francis. B., Tannenbaum, A. – Feedback Control Theory, 1990
Bosgra, O., Kwakernaak, H. , Design Methods for Control Systems, 2001
Literatura ke kurzům KKY-LS1/LS2/RLS

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Martin Gubej, Ph.D.**
Katedra kybernetiky

Datum zadání diplomové práce: **1. října 2022**
Termín odevzdání diplomové práce: **22. května 2023**



Doc. Ing. Miloš Železný, Ph.D.
děkan



Prof. Ing. Josef Psutka, CSc.
vedoucí katedry

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne 17.5.2023

Erisk
.....

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval svému vedoucímu diplomové práce Ing. Martinu Goubějovi Ph.D. za věnovaný čas, odborné rady, připomínky a trpělivost.

Anotace

Diplomová práce se věnuje moderní teorii řízení elektromechanických kmitavých soustav. Cílem je seznámit se s moderními metodami řízení, vytvořit vhodnou metodiku pro návrh složitých regulátorů a ověřit, zda poskytují lepší kvalitu regulace než klasické PID regulátory. Úvodní část práce se věnuje základům automatického řízení, na které navazuje popis moderních metod návrhu složitých regulátorů a také popis elektromechanických soustav a jejich typického chování. Na základě teoretických poznatků je v další kapitole vytvořena metoda návrhu složitých regulátorů pro elektromechanické kmitavé soustavy, která je implementována do aplikace s uživatelským prostředím. Závěrečná část práce je věnována experimentům a srovnání složitých regulátorů s PID regulací a je zakončena zkouškou na reálném systému. Součástí přílohy je návod na instalaci aplikace sloužící pro návrh složitých regulátorů.

Klíčová slova: H_∞ regulace, tlumení vibrací, elektromechanické soustavy, uživatelské prostředí, PID regulace, moderní automatické řízení

Abstract

This thesis focuses on the modern control theory of low damped electromechanical systems. The aim is to introduce modern methods of automatic control, develop an appropriate method to design complex compensators and investigate whether these complex compensators are of higher quality than PID compensators. The thesis introduction presents the basics of automatic control, then the work describes modern design methods of complex compensators and electromechanical systems with their typical behaviour and, based on theoretical knowledge, proposes a new design method of complex compensators for electromechanical systems. The design method is further implemented in a program with a graphical user interface. The final part tests and compares the complex compensators to PID and concludes with testing a real system. The appendix of the thesis includes an installation guide.

Keywords: H_∞ control, vibration damping, electromechanical systems, graphical user interface, PID control, modern control methods

Obsah

1	Úvod	18
1.1	Motivace	18
1.2	Popis problému	18
2	Základy automatické řízení	20
2.1	Zpětná vazba	20
2.2	Zpětnovazební přenosy	21
2.3	Požadavky na zpětnovazební přenosy	22
2.4	PID regulace	23
2.5	Vlastnosti lineárních systémů	24
2.6	Gramiány říditelnosti a pozorovatelnosti	25
2.7	Omezení řádu vyváženou reprezentací	25
2.8	Signálové normy	27
2.9	Systémové normy	28
2.10	Zesílení signálu systémem	29
3	Moderní metody řízení	31
3.1	Obecná úloha návrhu regulátoru	31
3.1.1	Výpočet optimalizace	33
3.2	LQG problém	34
3.3	Smíšený citlivostní problém	36
3.4	Diskuze návrhu s H_2 a H_∞	39
3.5	Krácení pólů v H_∞ optimalizaci	40
3.6	Vynucení integrační složky v H_∞ optimalizaci	41
3.7	Smíšený citlivostní problém s V	42
3.8	Frekvenční tvarování citlivostních funkcí	43
3.9	Robustní řízení	44
4	Elektromechanické systémy	47
4.1	Funkce a struktura elektromechanické soustavy	47
4.2	Typické chování mechanických částí	49
4.3	Dvoumotová soustava	50
4.4	Vícemotová soustava	52
4.5	Řízení elektromechanických systémů - tlumení vibrací	53

5	Cíle diplomové práce	57
6	Automatický návrh regulátoru	58
6.1	Schéma návrhu	58
6.2	Volba váhových funkcí	60
6.3	Vliv parametrů na váhové funkce	66
6.4	Algoritmus hledání parametrů	68
6.5	Automatické omezení řádu regulátoru	70
6.6	Automatický návrh filtru	72
7	Uživatelské prostředí	74
7.1	App Designer	74
7.2	Uživatelské prostředí pro návrh složitých regulátorů	75
7.2.1	Úvodní okno	76
7.2.2	Zadání systému	76
7.2.3	Nastavení parametrů návrhu	77
7.2.4	Navržený regulátor	78
7.2.5	Export regulátoru	80
8	Srovnání s PID regulací	82
8.1	Normalizované soustavy	82
8.2	Metodika návrhu regulátorů	83
8.3	Návrh regulátorů rychlosti	84
8.3.1	Návrh pro $r = 1.1$	84
8.3.2	Návrh pro $r = 2$	87
8.3.3	Návrh pro $r = 6$	89
8.4	Návrh regulátoru polohy	90
8.4.1	Návrh pro $r = 1.1$	91
8.4.2	Návrh pro $r = 2$	93
8.4.3	Návrh pro $r = 6$	95
8.5	Diskuze k návrhům	97
8.6	Vícehmotová soustava	99
8.7	Návrh regulátoru rychlosti	100
9	Reálná soustava	105
9.1	Seznámení se systémem	105
9.2	Návrh řízení a simulace	106

9.2.1	Řízení rychlosti	106
9.2.2	Řízení polohy	108
9.3	Reálné zkoušky	110
9.3.1	Řízení rychlosti	110
9.3.2	Řízení polohy	112
9.4	Shrnutí	114
10	Závěr	115
	Návod na instalaci aplikace	120

Seznam obrázků

2.1	Schéma zpětnovazební smyčky	20
2.2	Požadavky na funkce S a T	23
2.3	Omezení řádu systému	27
2.4	Zobrazení norem	29
3.1	Schéma obecné návrhové úlohy	31
3.2	Schéma LQG problému	36
3.3	Schéma obecného smíšeného citlivostního problému	37
3.4	Upravené schéma obecného smíšeného citlivostního problému	37
3.5	Smíšený citlivostní problém S/CS - regulace	38
3.6	Smíšený citlivostní problém S/CS - sledování	38
3.7	Smíšený citlivostní problém S/T - sledování	39
3.8	Nežádoucí krácení pólů systému	41
3.9	Vynucení integrační složky	42
3.10	Smíšený citlivostní problém s váhou V	43
3.11	Vhodná volba váhových funkcí	44
3.12	Srovnání různých podmínek	46
4.1	Struktura elektromechanického systému	47
4.2	Chování mechanických částí	49
4.3	Model dvoumotové soustavy	50
4.4	Model vícehmotové soustavy	53
4.5	Model vícehmotové soustavy	56
6.1	Výsledné návrhové schéma	58
6.2	Zapojení stavových modelů	59
6.3	Příklad nevhodné volby váhových funkcí	62
6.4	Druhý příklad nevhodné volby váhových funkcí	63
6.5	Příklad nestabilního regulátoru pro volbu váhových funkcí	64
6.6	Příklad stabilního regulátoru získaného vhodnou volbou váhových funkcí	65
6.7	Vliv parametrů ω_0^s a ξ^n na váhové funkce	67
6.8	Vliv parametrů ω_b a řádu omezení šířky pásma na váhové funkce	68
6.9	Algoritmus hledání vhodných parametrů	69
6.10	Algoritmus automatického omezení řádu regulátoru	72
6.11	Zamezení překmitu přechodové charakteristiky	72
6.12	Filtr omezující překmit	73

7.1	Tvorba uživatelského prostředí	74
7.2	Programování chování uživatelského prostředí	75
7.3	Úvodní okno aplikace	76
7.4	Okno pro zadání systému	77
7.5	Nastavení návrhu složitého regulátoru	78
7.6	Zobrazení navrženého regulátoru	79
7.7	Záložka sloužící pro úpravu návrhu regulátoru	80
7.8	Záložka pro export regulátoru	81
8.1	Impulsní charakteristiky normalizovaných soustav	82
8.2	Frekvenční charakteristiky normalizovaných soustav	83
8.3	Srovnání rychlostních smyček pro $r = 1.1$ v časové oblasti	85
8.4	Srovnání frekvenčních charakteristik pro $r = 1.1$ - rychlost	86
8.5	Srovnání rychlostních smyček pro $r = 2$ v časové oblasti	87
8.6	Srovnání frekvenčních charakteristik pro $r = 2$ - rychlost	88
8.7	Srovnání rychlostních smyček pro $r = 6$ v časové oblasti	89
8.8	Srovnání frekvenčních charakteristik pro $r = 6$ - rychlost	90
8.9	Srovnání polohových smyček pro $r = 1.1$ v časové oblasti	92
8.10	Srovnání frekvenčních charakteristik pro $r = 1.1$ - poloha	92
8.11	Srovnání polohových smyček pro $r = 2$ v časové oblasti	94
8.12	Srovnání frekvenčních charakteristik pro $r = 2$ - poloha	94
8.13	Srovnání polohových smyček pro $r = 6$ v časové oblasti	96
8.14	Srovnání frekvenčních charakteristik pro $r = 6$ - poloha	96
8.15	Charakteristiky vícehmotové soustavy	100
8.16	Časové odezvy složitých regulátorů	101
8.17	Frekvenční charakteristiky složitých regulátorů vícehmotové soustavy	101
8.18	Časové odezvy vícehmotové soustavy, složitý a PI regulátor	102
8.19	Frekvenční charakteristiky, srovnání složitého a PI regulátoru pro vícehmotovou soustavu	103
9.1	Reálná soustava	105
9.2	Impulsní a frekvenční charakteristika reálné soustavy	106
9.3	Simulace rychlostních regulátorů pro reálnou soustavu	107
9.4	Frekvenční charakteristiky rychlostních regulátorů u reálné soustavy	108
9.5	Simulační srovnání polohových regulátorů pro reálnou soustavu	109
9.6	Frekvenční charakteristiky polohových regulátorů pro reálnou soustavu	110
9.7	Experiment s rychlostní smyčkou reálné soustavy	111
9.8	Srovnání rychlostní smyčky reálné soustavy se simulací	112

9.9	Experiment s polohovou smyčkou reálné soustavy	113
9.10	Srovnání polohové smyčky reálné soustavy se simulací	113
10.1	Panel pro správu aplikací v Matlabu	120
10.2	Ikona instalačního souboru	120
10.3	Dialogové okno instalace	120
10.4	Seznam nainstalovaných aplikací	121

Seznam tabulek

2.1	Systémové zesílení	30
2.2	Speciální vstupy	30
8.1	Srovnání regulátorů rychlosti pro $r = 1.1$	86
8.2	Srovnání rychlostních regulátorů pro $r = 2$	88
8.3	Srovnání rychlostních regulátorů pro $r = 6$	90
8.4	Srovnání polohových regulátorů pro $r = 1.1$	93
8.5	Srovnání polohových regulátorů pro $r = 2$	95
8.6	Srovnání polohových regulátorů pro $r = 6$	97
8.7	Srovnání regulátorů pro víceřadovou soustavu	103
9.1	Srovnání rychlostních regulátorů pro reálnou soustavu	108
9.2	Srovnání polohových regulátorů pro reálnou soustavu	110

Použité symboly a zkratky

PID	-	Proporcionálně integračně derivační regulátor
H_∞	-	Systémová ∞ – norma
H_2	-	Systémová 2 – norma
r	-	Referenční požadovaná hodnota
y	-	výstupní hodnota systému
z	-	šum měření
e	-	regulační odchylka
u	-	výstup regulátoru
w	-	vstupní porucha
v	-	výstupní porucha
C(s)	-	Model regulátoru
P(s), G(s)	-	Modely systémů
S(s)	-	Citlivostní funkce
T(s)	-	Komplementární citlivostní funkce
$T_1(s)$	-	Komplementární citlivostní funkce pro stranu motoru
CS(s)	-	výstupní citlivostní funkce
PS(s)	-	vstupní citlivostní funkce
$P_m(s)$	-	Přenosová funkce na straně motoru
$P_1(s)$	-	Přenosová funkce na straně zátěže
M_t	-	Požadavek omezující funkci $T(s)$
M_s	-	Požadavek omezující funkci $S(s)$
ϵ_s	-	Požadavek na nízké frekvence pro funkci $S(s)$
ϵ_t	-	Požadavek na vysoké frekvence pro funkci $T(s)$
k_p	-	Proporcionální zesílení regulátoru
k_d	-	Derivační zesílení regulátoru
T_f	-	Filtrační konstanta regulátoru
x	-	Stavový vektor
x_0	-	Počáteční stavy
W_c	-	Gramián říditelnosti
W_0	-	Gramián pozorovatelnosti
K(s)	-	Model regulátoru
IAE	-	Integrální kritérium
LQ	-	Lineární kvadratický regulátor
LQG	-	Lineární kvadratický regulátor s Kalmanovo filtrem
LQR	-	Lineární kvadratický regulátor s rekonstruktorem stavu

V(s)	- Váhová funkce omezující $S(s)$ i $T(s)$
W₁(s)	- Váhová funkce omezující $S(s)$
W₂(s)	- Váhová funkce omezující $T(s)$
LVDT	- Druh senzoru (z anglického: Linear Variable Differential Transformer)
ABS	- Systém proti zablokování brzd automobilu
k	- Koeficient tuhosti
b	- Koeficient tlumení
ω	- Označení frekvence
ω_b	- Požadavek na šířku pásma funkce $T(s)$
ω_0^s	- Požadavek na šířku pásma funkce $S(s)$
φ	- Úhel natočení
I_m, I_l	- Momenty hmot u kmitavé soustavy
M_{m,l}	- Hmotnost hmot u kmitavé soustavy
T_m	- Moment motoru
ξ	- Koeficient tlumení pro frekvenční modely
3D	- Trojdimenzionální
γ	- Výsledná hodnota ∞ optimalizace
F(s)	- Přenosová funkce filtru
τ	- Časová konstanta filtru

1. Úvod

Diplomová práce se věnuje moderním metodám řízení elektromechanických kmitavých soustav a návrhu jejich regulátorů. Nejprve proběhne seznámení se základní teorií automatického řízení, na které navazuje popis moderních metod řízení. Dále jsou charakterizované elektromechanické soustavy a jejich typické chování. V dalších kapitolách je vytvořena metoda návrhu složitých regulátorů pro kmitavé systémy a také uživatelské prostředí, které usnadní práci návrháře. Další část je zaměřena na simulační srovnání složitých regulátorů s PID regulací na typizované elektromechanické soustavě. V závěru je složitý regulátor vyzkoušen na reálném systému.

1.1 Motivace

Automatické řízení patří mezi nejrychleji se rozvíjející obory současnosti, uplatňuje se široce nejen v průmyslu, ale také v běžných domácnostech. Již dříve využívané automatické vytápění místností bylo doplněno chytrými kuchyňskými spotřebiči, chytrými domácnostmi, robotickými sekačkami a vysavači. Dokonce je možné setkat se s drony, 3D tiskárnami nebo také s horskými koly, které mají elektrické nastavení tlumení.

I přes masivní rozšíření automatického řízení se stále většina problémů regulace řeší pomocí zpětnovazebních PID regulátorů. To prokazuje výzkum uveřejněný v článku [8], kde z více než 11 tisíc regulátorů bylo 97% typu PID. Jak popisuje článek [4], PID regulace je stará již téměř sto let a stále je jednoznačně nejpoužívanější. Tempo vývoje nejen v průmyslu je ale natolik neúprosné, že PID regulace dlouhodobě nemusí obstát ve zvyšujících se požadavcích na řízení systémů.

Zvýšené požadavky na vysokou rychlost a nízkou hmotnost strojů se výrazně projevují u elektromechanických systémů, kde jejich vysoká rychlost způsobuje nechtěné a zároveň nebezpečné chování v podobě vibrací. Úkolem mechatroniky, spadající pod automatické řízení, je nalézt kompromis mezi co nejrychlejším řízením stroje a bezpečností v podobě stability a schopnosti potlačit vibrace.

Z dané problematiky vyplývá nutnost hledat způsoby a algoritmy řízení, které budou potlačovat nežádoucí vibrace lépe než PID regulace a bude je možné použít k řízení elektromechanických soustav.

1.2 Popis problému

Zanedbat kmitavé chování u elektromechanických soustav je možné pouze v případě, kdy se navrhuje velmi pomalý regulátor, který nezpůsobí vibrace systému. Problém je v tom, že tento regulátor nedokáže potlačit vibrace, které vznikly vnějšími silami působícími na systém.

Pro správnou regulaci elektromechanické soustavy je nutné počítat s jejími vibracemi. Pokročilou metodou je aktivní tlumení vibrací, které spočívá ve vhodně navrženém zpětnovazebním regulátoru.

K řízení elektromechanických soustav se také často používá PID regulace, pro kterou existuje velké množství návrhových metod. Příkladem může být H_∞ metoda, publikovaná v článku [35]. Podle této metody byla v práci [37] vytvořena metodika speciálně pro elektromechanické soustavy, kde se vyhodnocuje chování na straně zátěže i motoru. Schopnosti PID regulace potlačovat aktivně vibrace jsou omezené. Otázkou zůstává, zda by složitější regulátory nepotlačovaly vibrace lépe.

Pro složitější regulátory existují návrhové metody, které vyhodnocují normy systémů, hlavně H_2 a H_∞ . Jejich obecnou metodiku je možné nalézt popsanou v řadě publikací [36], [6] nebo [10]. Složitější regulátory pro elektromechanické soustavy byly řešené v práci [18], kde došlo i k aktivnímu tlumení vibrací. Problémem těchto metod je jejich vysoký řád a velké množství parametrů. Musí se obvykle řešit redukce řádu regulátoru, mohou se objevit numerické problémy a obecně je větší problém s jejich implementací na reálných soustavách.

Problematika je taková, že je potřeba vytvořit vhodnou metodiku pro návrh složitých regulátorů a následně je dokázat vhodně redukovat na nižší řád. Tuto metodiku by mělo být jednoduché používat a dále by se mělo objasnit, kdy a zda složitější regulátory potlačují vibrace lépe než PID regulace.

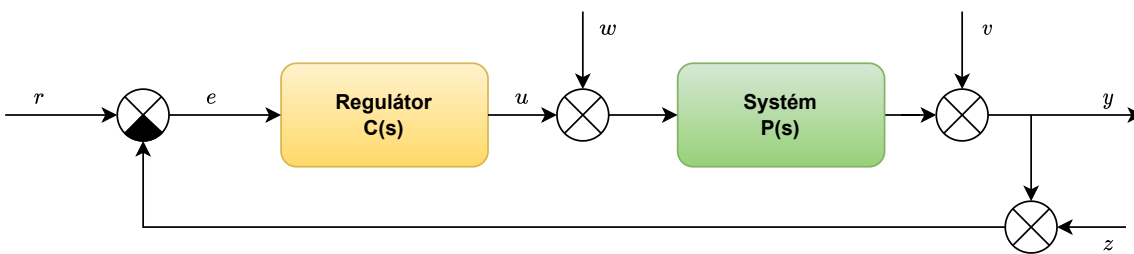
2. Základy automatické řízení

Zpětnovazební spojení systému a regulátoru je možné v automatickém řízení považovat za naprostý základ. Bez zpětné vazby by se většina řídicích systémů neobešla a bylo by téměř nemožné stabilizovat nestabilní systémy. Základním typem regulátoru je PID, který je stále nejčastěji používaný v průmyslových aplikacích a jeho algoritmus by měl znát každý řídicí inženýr. Mezi mírně pokročilejší znalosti je možné zařadit normy signálů a systémů, na kterých stojí celá moderní teorie řízení.

2.1 Zpětná vazba

Úkolem řízení je ovlivňovat chování systému. Obvyklé požadavky jsou: zajištění stability, sledování referenční hodnoty a potlačení vlivu vnějších poruch. Toho se dosahuje negativní zpětnou vazbou, která je široce rozšířena. Jak dokládá kniha [2], zpětná vazba se vyskytuje v oborech jako je energetika, letectví, robotika, počítačové systémy nebo ekonomie.

Princip zpětnovazebního řízení je schématicky znázorněn na obrázku (2.1), kde je ukázáno zpětnovazební zapojení regulátoru a systému. Regulační obvod podle [30] funguje tak, že na vstupu je požadovaná hodnota r , která se odečte od výstupu systému y a šumu z . Vznikne tak regulační odchylka e , která by měla být nulová. Na odchylku reaguje regulátor $C(s)$ a generuje akční zásah u . Řízený systém reaguje na akční zásah, ke kterému se přičítá vstupní porucha w . Vzniká tak výstup systému, ke kterému se navíc přičítá výstupní porucha v . Cílem samotného řízení je potlačit vstupní, výstupní poruchy i šum a zajistit nulovou regulační odchylku.



Obrázek 2.1: Schéma zpětnovazební smyčky

Existuje také varianta regulace bez zpětné vazby, která se podle [30] nazývá dopředné řízení. Jde o jednodušší formu řízení, která není schopna stabilizovat nestabilní systémy a bez znalosti přesného modelu systému není možné zajistit nulovou regulační odchylku. Lze se podle [34] také setkat s kombinací obou řízení, kdy se dopřednou vazbou kompenzuje měřitelná porucha.

2.2 Zpětnovazební přenosy

Po uzavření zpětné vazby je nutné znát chování regulační smyčky, kde je velmi důležité vědět, jak systém reaguje na působení jednotlivých signálů v podobě poruch a referenční hodnoty. Nesmí se stát, že by působení vnějšího signálu vedlo k nestabilitě systému.

Chování uzavřené smyčky lze vyšetřit pomocí zpětnovazebních přenosů. V [2] jsou označovány jako gang 4. Prvním přenosem je citlivostní funkce $S(s)$, definována rovnicí (2.1), kde $C(s)$ je regulátor a $P(s)$ je řízený systém.

$$S(s) = \frac{1}{1 + C(s)P(s)}, \quad (2.1)$$

Ve frekvenční oblasti funkce určuje, jak moc je uzavřená smyčka schopna kompenzovat výstupní poruchy, v časové oblasti určuje chybu regulace. Díky této funkci je možné zjistit s jakou velkou chybou a jakým průběhem bude regulační smyčka reagovat na daný vstup. Velmi důležité využití má funkce podle [2] v tom, že určuje bezpečnost ve stabilitě.

Při využití zpětné vazby je často požadovaná nulová regulační odchylka a vhodný přechodový děj, to lze podle [2] zjistit z komplementární citlivostní funkce $T(s)$. Reakce na změnu požadované hodnoty lze vyšetřit právě z této funkce a její předpis je zaznamenaný v následující rovnici:

$$T(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)}. \quad (2.2)$$

Na tuto funkci se při návrhu regulátoru často kladou požadavky, jak dokládá několik zdrojů [31], [18] nebo také [10]. Navíc dle [6] je součástí smíšeného citlivostního problému, který je popsán dále v části 3.3. Tím se potvrzuje vysoká důležitost funkce $T(s)$ ve zpětnovazební regulaci.

V praxi mohou nastat situace, kdy akční zásahy regulátoru jsou příliš velké a akční člen není schopen tak velké zásahy generovat, což může podle [31] způsobit špatnou kvalitu regulace. Příliš velkými akčními zásahy lze dopředu zabránit rozbořem výstupní citlivostní funkce $CS(s)$, jejíž definice je v další rovnici:

$$CS(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)P(s)}. \quad (2.3)$$

Přenos $CS(s)$ určuje velikost akčních zásahů regulátoru, který reaguje na odchylku výstupu systému od požadované hodnoty. Omezením této funkce lze zmenšit velikost řídicích zásahů tak, aby se akční člen nedostával do saturace. Podle [2] tato funkce také určuje citlivost vůči vysokofrekvenčnímu šumu, který má být co nejvíce utlumen.

U elektromechanických soustav se podle [18] běžně vyskytují vstupní poruchy v podobě zatížení systému. Schopnost řízení tyto poruchy kompenzovat je dána vstupní citlivostní funkcí $PS(s)$, která je definována následující rovnicí:

$$PS(s) = \frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)}. \quad (2.4)$$

Zpětnovazební přenosy jsou podle [10] důležité také k určení vnitřní stability. Celý gang 4 musí být stabilní proto, aby regulační smyčka byla stabilní při působení jakéhokoliv vnějšího signálu. Pokud by toto nebylo dodrženo, i při velmi malých poruchách by se systém stal nestabilním a řízení by bylo v praxi nepoužitelné.

2.3 Požadavky na zpětnovazební přenosy

V předchozí části (2.2) byly představené čtyři nejdůležitější zpětnovazební přenosy charakterizující chování uzavřené regulační smyčky. Na tyto přenosy se při návrhu regulátoru kladou požadavky, kterými se zajišťuje vhodné chování systému.

Podle [34] je ideálním požadavkem aby $|T(j\omega)| = 1$ pro všechny frekvence. To by znamenalo, že řízení probíhá vždy s nulovou chybou i během přechodových dějů. Tento požadavek není možné v reálném světě nikdy splnit kvůli fyzikálním omezením. Reálný požadavek lze podle [34] definovat následovně:

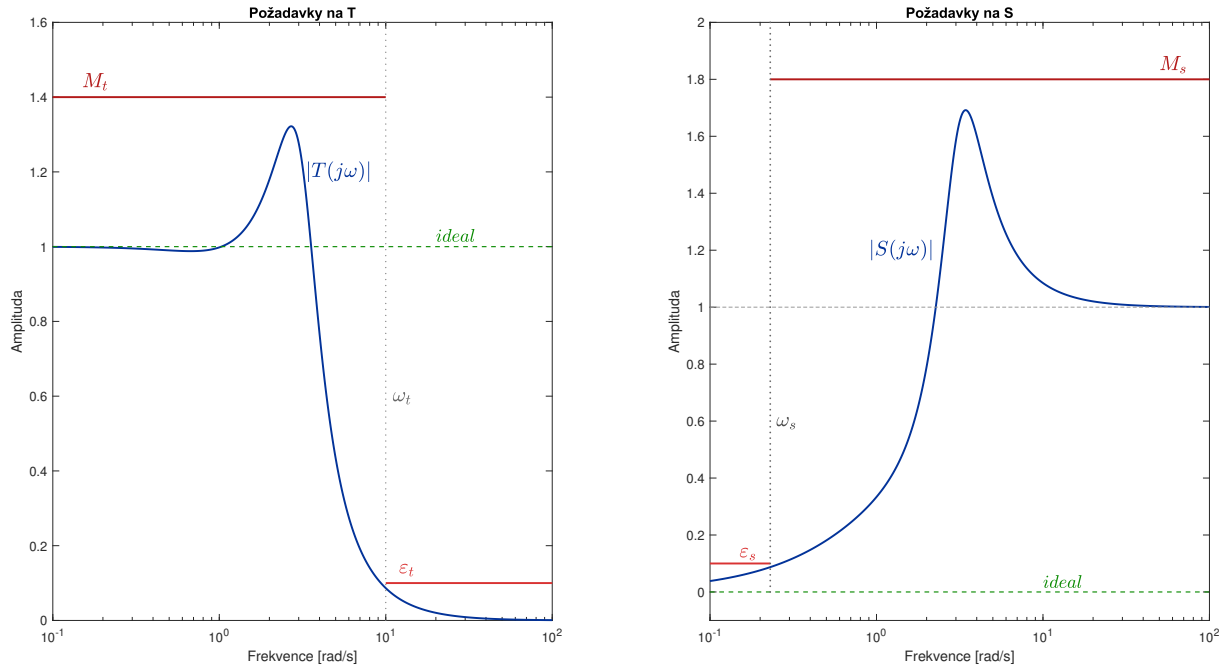
$$\begin{aligned} |T(j\omega)| &< M_t, & \forall \omega, \\ |T(j\omega)| &< \varepsilon_t, & \forall \omega \in (\omega_t, \infty), \end{aligned} \tag{2.5}$$

kde amplitudová frekvenční charakteristika nikdy nesmí být větší než hodnota M_t a na vysokých frekvencích ani větší než hodnota ε_t . Tyto požadavky zajistí, že regulační smyčka bude na nízkých frekvencích velmi dobře sledovat požadovanou hodnotu.

V případě citlivostní funkce $|S(j\omega)|$ je ideální, aby její hodnota byla nulová. Tím by se opět zajistila nulová výstupní chyba i nulová chyba během přechodového děje. Toho opět není možné dosáhnout, reálné požadavky jsou podle [34] následující:

$$\begin{aligned} |S(j\omega)| &< M_s, & \forall \omega, \\ |S(j\omega)| &< \varepsilon_s, & \forall \omega \in (0, \omega_s), \end{aligned} \tag{2.6}$$

kdy ani v tomto případě nesmí být amplitudová frekvenční charakteristika větší než požadavek M_s a v případě nízkých frekvencí musí být menší než hodnota ε_s . Graficky jsou požadavky ilustrované v obrázku (2.2) pro obě dvě funkce včetně ideálních požadavků.



Obrázek 2.2: Požadavky na funkce S a T

2.4 PID regulace

Nejčastěji používaný algoritmus v automatickém řízení je podle [2] PID regulace. Ta se podle [1] vyvinula z obyčejného reléového řízení, kde bylo cílem sledovat požadovanou hodnotu bez trvalé regulační odchylky, možnost kompenzovat poruchy a hlavně udržet systém stabilní.

Podle [1] se nejprve začalo využívat proporcionální složky, která na rozdíl od relé byla schopna pracovat s různým rozsahem hodnot. Následně se pro kompenzaci poruch a trvalé regulační odchylky přidala integrační složka, která byla schopna systém dotlačit na požadovanou hodnotu. Jako poslední byla přidána derivační složka, která reaguje na změnu výstupu a podle [31] umožňuje zvětšit dosažitelnou šířku pásma. Obvykle je potřeba naladit tyto tři parametry tak, aby se dosáhlo požadovaného chování systému.

V časové oblasti podle [2] platí pro PID regulátor následující předpis:

$$u(t) = k_p \cdot e(t) + k_i \cdot \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (2.7)$$

kde je možné zaznamenat jak jednotlivé zesílení složek k_p , k_i a k_d interagují s odchylkou od požadované hodnoty $e(t)$. Při návrhu regulátoru a analýze výsledného chování se běžně používá přenosové funkce regulátoru. Tu lze podle [2] získat aplikací Laplaceovy transformace na rovnici (2.7), čímž se získá následující přenos PID regulátoru:

$$PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s. \quad (2.8)$$

Ukazuje se, že tento přenos je nekauzální, protože řád čitatele je větší než řád jmenovatele. V praxi tento regulátor nelze implementovat a podle [31] je potřeba využít filtraci derivační složky. Výsledná přenosová funkce regulátoru je v následující rovnici:

$$PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_d s}{T_f s + 1}. \quad (2.9)$$

U PID regulace se podle [2] řeší další různé varianty a implementace, dále také problematika unášení integrační složky. Podrobněji se lze s PID regulací a ladění parametrů seznámit v těchto zdrojích [37], [1], [2] nebo [31].

2.5 Vlastnosti lineárních systémů

Před návrhem řízení je důležité systém analyzovat. Podle [30] se často určují jeho vlastnosti jako je říditelnost, pozorovatelnost, detekovatelnost, stabilizovatelnost nebo dosažitelnost. Ty umožňují určit, jestli bude možné systém stabilizovat nebo zda bude možné ho doplnit rekonstrukcí stavu a využít stavové zpětné vazby.

Vlastnosti systému se obvykle určují pro stavový model, který se podle [30] určuje následující dvojicí rovnic:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), & x(t_0) &= x_0 \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), \end{aligned} \quad (2.10)$$

kdy se jedná o lineární časově neměnný systém. Poté je podle [30] možné určit, že:

- Systém je **pozorovatelný**, pokud lze zjistit počáteční stav \mathbf{x} v čase t_0 ze znalosti vstupů $u(t)$ a výstupů $y(t)$ z časového intervalu $t \in (t_0, t_1)$.
- Systém je **říditelný**, pokud je možné ho dostat z počátečního stavu $\mathbf{x}(t_0)$ do koncového stavu $\mathbf{x}(t_1)$, který se nachází v počátku stavových souřadnic, pomocí existujícího řízení $u(t)$ v konečném čase.
- Systém je **dosažitelný**, pokud je možné ho z počátku stavového prostoru $x(t_0) = 0$ pomocí řízení $u(t)$ dostat do libovolného koncového stavu $x(t_1) \neq 0$ v konečném čase.
- Systém je **stabilizovatelný**, pokud jeho nestabilní stavy jsou dosažitelné a jeho nedosažitelné stavy jsou stabilní.

- Systém je **detekovatelný**, jestliže jeho nestabilní stavy jsou pozorovatelné a nepozorovatelné stavy jsou stabilní.

Říditelnost a pozorovatelnost systému je možné určit z matice říditelnosti a pozorovatelnosti nebo také z gramianů, které jsou popsány v části (2.6). Ostatní vlastnosti se uplatní v definici obecného problému návrhu regulátorů v části (3.1).

2.6 Gramiány říditelnosti a pozorovatelnosti

Určení pozorovatelnosti a říditelnosti je možné pomocí gramianů, ty se podle [17] mohou využít i k omezení řádu systému. Jsou to obvykle maticové funkce, které se v případě lineárních časově neměnných systémů redukuje pouze na matice.

Gramián říditelnosti W_c je podle [15] definován jako řešení Lyapunovovy rovnice:

$$AW_c + W_cA^T + BB^T = 0, \quad (2.11)$$

kde matice A a B jsou matice systému (2.10). Pro stabilní systém je poté řešením této rovnice následující integrál:

$$W_c = \int_0^\infty e^{A\tau} BB^T e^{A^T\tau} d\tau, \quad (2.12)$$

kde pokud je gramian pozitivně definitní, systém je říditelný. Pro gramian pozorovatelnosti W_o podle [15] platí, že je řešením následující Lyapunovovy rovnice:

$$A^T W_o + W_o A + C^T C = 0, \quad (2.13)$$

kde opět A a C jsou matice systému (2.10). Podobně jako u gramianu říditelnosti i zde platí, že systém je pozorovatelný, pokud je systém stabilní a gramian je pozitivně definitní. Řešení lze uvažovat v následujícím tvaru:

$$W_o = \int_0^\infty e^{A\tau} C^T C e^{A^T\tau} d\tau. \quad (2.14)$$

2.7 Omezení řádu vyváženou reprezentací

Jednou z možností omezení řádu systému je pomocí metody vyvážené reprezentace, která je definována pro stavový model (2.10). Cílem této metody je podle [17] převést systém do vyváženého stavového modelu ve smyslu míry říditelnosti a pozorovatelnosti. Pro určení míry se používají Hankelova signulární čísla, která jsou podle [7] definována touto rovnicí:

$$\sigma_H = \sqrt{\lambda_i(W_c W_o)}, \quad (2.15)$$

kde W_c a W_o jsou gramiány z (2.6). Singulární čísla jsou tedy odmocninou vlastních čísel součinu gramiánu říditelnosti a pozorovatelnosti. Tato čísla podle [17] vyjadřují jaký vliv mají jednotlivé stavy při přenosu energie ze vstupu na výstup. Čím větší hodnota, tím důležitější daný stav je.

Myšlenka omezení řádu je podle [17] taková, že se nejméně důležité stavy zanedbají a ponechají se pouze ty nejdůležitější s největšími singulárními čísly. Řešení tohoto problému je zdokumentované v článku [7], kdy toto řešení je využité i v softwaru Matlab v příkazu *balred()* [27].

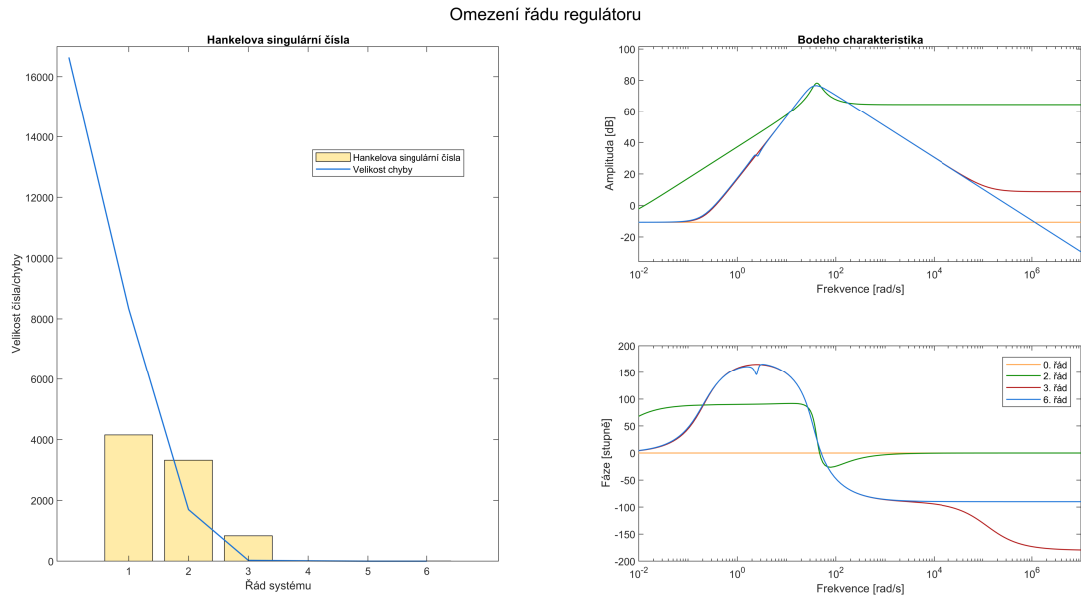
Při využití metody vyvážené reprezentace je potřeba dopředu znát řád redukováného systému. Ten lze určit pomocí Hankelových čísel, kdy lze podle [17] definovat maximální chybu aproximace jako:

$$\|S - S_k\|_\infty \leq 2(\sigma_{k+1} + \sigma_{k+2} + \dots + \sigma_n), \quad (2.16)$$

kde S je model systému a k je řád redukováného systému. Na základě této chyby je možné určit vhodný řád redukováného systému.

Tuto problematiku lze ukázat na příkladu, který ilustruje obrázek (2.3), kde v levé části jsou znázorněná Hankelova singulární čísla pro regulátor 6. řádu a také chyba aproximace. Z tohoto grafu je vidět, že významnější hodnoty singulárních čísel mají první tři stavy. Tomu odpovídá i maximální chyba aproximace, kdy pro redukováný systém 3. řádu je chyba téměř zanedbatelná, zatímco pro druhý řád již chyba značně narůstá.

Podle chyby aproximace a hodnot singulárních čísel se jeví jako vhodné redukovat regulátor na třetí řád, kde je chyba velmi malá. To potvrzuje i graf vpravo na obrázku (2.3), kde jsou Bodeho charakteristiky pro různé řády regulátoru. Ukazuje se, že 3. a 6. řád jsou si velmi blízké a značně se liší až na vysokých frekvencích. Naopak 2. řád se již značně odlišuje a odpovídá pouze částečně v místě, kde má regulátor nejvyšší zesílení. Na závěr nultým řádem je statické zesílení, které odpovídá pouze na nízkých frekvencích.



Obrázek 2.3: Omezení řádu systému

2.8 Signálové normy

Chování systémů lze dle [10] odlišit podle velikosti signálů, které s nimi souvisí. Signály lze ohodnotit na základě velikosti jejich norem, díky kterým je možné jednotlivé signály případně systémy srovnat. Podle [10] musí obecná norma splňovat tyto čtyři podmínky:

1. $\|u\| \geq 0$
2. $\|u\| = 0 \Leftrightarrow u(t) = 0, \quad \forall t$
3. $\|au\| = |a| \|u\|, \quad \forall a \in \mathbb{R}$
4. $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$

Obecně lze signálovou p – normu podle [18] definovat následujícím vztahem:

$$\|u\|_p = \left(\int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (2.17)$$

kde p specifikuje normu a mělo by splňovat podmínku $1 \leq p \leq \infty$. Na základě předchozí obecné normy (2.17) je možné definovat dvě velmi často používané normy a těmi jsou podle [10] 2 – norma a ∞ – norma. Vztah pro 2 – normu je popsán v následující rovnici:

$$\|u\|_2 = \left(\int_{-\infty}^{\infty} \|u(t)\|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.18)$$

kdy tato norma podle [18] souvisí s energií signálu. Ve druhém případě se jedná o ∞ – normu, její definice je zaznamenána v další rovnici:

$$\|u\|_{\infty} = \sup_t \|u(t)\|, \quad (2.19)$$

kdy tato norma představuje největší hodnotu signálu $u(t)$. Obě dvě normy lze využít při analýze chování systému, kdy je tato problematika stručně popsána v části (2.10)

2.9 Systémové normy

V moderní teorii automatického řízení je potřebné číselně ohodnotit jednotlivé systémy na základě jejich chování. Je to nanejvýš vhodné i pro automatické metody návrhu regulátoru, které mohou jednotlivé návrhy srovnat na základě tohoto číselného ohodnocení. Běžně používané systémové normy jsou představené v publikaci [10], kde se předpokládají lineární časově invariantní a kauzální přenosy. Systémové normy jsou podobné signálovým normám, které byly popsány v části (2.8).

První je $\|H\|_2$ norma definovaná rovnicí:

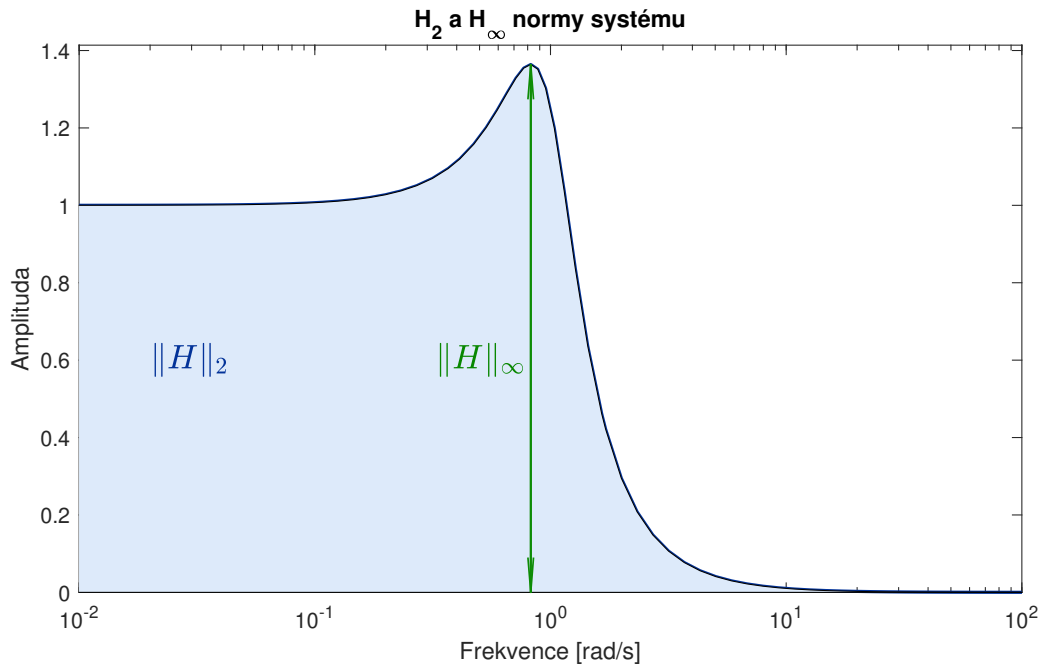
$$\|H\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 d\omega \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.20)$$

Tato norma podle [18] udává průměrné statické zesílení systému přes všechny frekvence nebo také energii odezvy systému na Diracův impuls. Druhou uvedenou normou je $\|H\|_{\infty}$, která je definovaná rovnicí:

$$\|H\|_{\infty} = \sup_{\omega} |H(j\omega)|. \quad (2.21)$$

Norma H_{∞} poté podle dizertace [18] představuje nejvyšší zesílení systému přes všechny frekvence. To znamená, jak nejvíce dokáže systém zesílit amplitudu výstupu při harmonickém vstupu. Ilustrace obou norem je znázorněna v obrázku (2.4), kde $\|H\|_2$ souvisí s plochou pod frekvenční charakteristikou a $\|H\|_{\infty}$ je maximální hodnota amplitudové frekvenční charakteristiky.

Normy umožňují nejen rozdělení systémů, ale podle [10] také umožňují analyzovat stabilitu a kvalitu řízení a dle [6] navrhovat složitější regulátory.



Obrázek 2.4: Zobrazení norem

2.10 Zesílení signálu systémem

Definice norem přináší v teorii systémů podstatnou výhodu v podobě možnosti určit maximální velikost výstupu systému. Tato problematika vychází podle [18] z definice výstupu systému, který je v časové oblasti definovaný takto:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)u(t - \tau)d\tau, \quad t \in \mathbb{R}, \quad (2.22)$$

kde $h(\tau)$ představuje impulsní charakteristiku systému. Tuto rovnici lze upravit aplikací Laplaceovy transformace do oblasti přenosů následovně:

$$Y(s) = H(s)U(s). \quad (2.23)$$

Se znalostí vztahu pro přenos výstupu je možné podle [10] zjistit, jakou normu bude mít výstup na základě znalosti normy systému a vstupu za předpokladu, že systém je stabilní a striktně ryzí. Lze to ukázat na příkladu, kdy při znalosti 2 – normy vstupu a 2 – normy systému lze získat maximální amplitudu výstupu podle následujícího vztahu:

$$\|y\|_{\infty} = \|H\|_2 \|u\|_2, \quad (2.24)$$

kdy podle [10] existují různé kombinace norem zdokumentované v tabulce (2.1).

	$\ u\ _2$	$\ u\ _\infty$
$\ y\ _2$	$\ H\ _\infty$	∞
$\ y\ _\infty$	$\ H\ _2$	$\ h\ _1$

Tabulka 2.1: Systémové zesílení - z knihy [10]

Podle [10] lze také definovat tabulku (2.2) pro speciální vstupy, kde při znalosti vstupu lze definovat normu výstupu na základě normy systému. Odvození obou tabulek s dodatečnou analýzou výkonu signálu lze nalézt v knize [10].

	$u(t) = \delta(t)$	$u(t) = \sin(\omega t)$
$\ y\ _2$	$\ H\ _2$	∞
$\ y\ _\infty$	$\ h\ _\infty$	$ H(j\omega) $

Tabulka 2.2: Speciální vstupy - z knihy [10]

Znalost norem systémů lze využít v případě návrhu regulátorů, kdy tím, že se omezí vhodné přenosy dojde k tomu, že budou omezené i výstupní signály, čímž bude zajištěna stabilita systému, více o tomto tématu je rozebráno v kapitole (3).

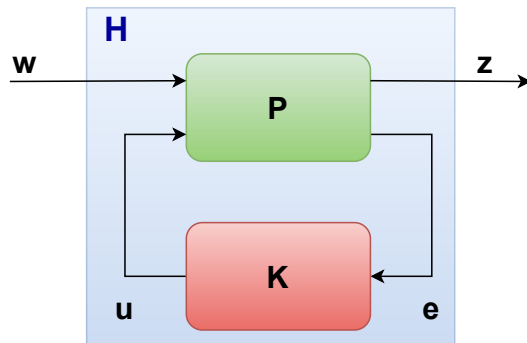
3. Moderní metody řízení

Základní koncept zpětnovazebního obvodu zůstává stále stejný i pro moderní metody řízení. Rozdíl je ve složitosti regulátorů a ve způsobu jejich návrhů, které vychází z optimalizace systémových norem. Nejčastěji řešenými úlohami jsou LQR a smíšený citlivostní problém.

3.1 Obecná úloha návrhu regulátoru

Moderní metody řeší obecnou úlohu návrhu, kterou lze dle [17] definovat jako hledání zpětnovazebního kompenzátoru K , který vnitřně stabilizuje systém P a minimalizuje vhodnou normu H . Běžně používanými jsou podle [36] 2 – norma a ∞ – norma, které byly představené v části (2.9).

Schématicky je tento problém zobrazen na obrázku (3.1), kde dle [36] vstupní signál w představuje vnější signály v podobě vnějších poruch a také v podobě požadované hodnoty, e představuje výstupní měřené proměnné, na které reaguje regulátor, u je akční zásah regulátoru a z představuje poruchový signál, který je potřeba minimalizovat.



Obrázek 3.1: Schéma obecné návrhové úlohy

Obecnou úlohu návrhu je možné matematicky definovat podle [36] následující rovnicí (3.1), kde $P(s)$ je přenosová matice. Výsledný zákon řízení je daný další rovnicí (3.2).

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

$$u = K(s)e. \quad (3.2)$$

Problém lze také dle [16] definovat ve stavové reprezentaci, kterou využívá pro výpočet regulátorů Matlab [28] a lze ji nalézt i v jiných publikacích [6] nebo [11]. Stavový model je definován rovnicí:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t), \\
 z(t) &= C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t), \\
 e(t) &= C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t),
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

kde je vidět, že vstupní signály jsou u a w a výstupní signály jsou z a e , což odpovídá reprezentaci s přenosovou maticí (3.1). Je možné podle [36] přejít ze stavové reprezentace přímo k přechodové matici vhodným poskládáním matic ze stavového modelu do přenosové matice $P(s)$, tak jako tomu je v rovnici:

$$P(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right]. \tag{3.4}$$

Při řešení H_2 případně H_∞ optimalizace jsou definované předpoklady na systém, které je nutné splnit. Podle ([36]) je to následujících 6 podmínek:

1. dvojice (A, B_2) je stabilizovatelná,
2. dvojice (A, C_2) je detekovatelná,
3. matice D_{12} a D_{21} mají plnou hodnost,
4. $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$ má plnou sloupcovou hodnost pro všechna ω ,
5. $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix}$ má plnou řádkovou hodnost pro všechna ω ,
6. $D_{11} = 0$ a $D_{22} = 0$ (nutné pouze pro H_2 optimalizaci).

První dvě podmínky zajišťují existenci stabilizujícího regulátoru $K(s)$, předpoklad číslo 3 zajišťuje fyzikální realizovatelnost regulátoru. Dále 4. a 5. podmínka brání regulátoru krátit póly na imaginární ose, čímž by docházelo k nestabilitě. Poslední podmínka je pouze pro H_2 syntézu, kdy se zajistí, že přenosy P_{11} a P_{22} jsou striktně ryzí, což zjednodušuje návrhovou úlohu. Striktně ryzí dle [10] znamená, že přenosová funkce má větší řád jmenovatele než čitatele. Podle [36] je možné definovat i další podmínky, které zjednodušují výpočet obou optimalizací, ale nejsou podmínkami nutnými.

3.1.1 Výpočet optimalizace

Optimální regulátor se dle [36] vypočítá řešením dvojice Riccatiho rovnic, kdy rozdíl mezi metodami je takový, že H_∞ regulátor se hledá iterativně a výsledkem je suboptimální řešení. Zatímco H_2 regulátor vyjde přímo optimální, není třeba žádných iterativních výpočtů.

Definice Riccatiho rovnic pro H_2 problém je možné najít v publikaci [6] a je také přepsána v následujících rovnicích:

$$\begin{aligned} A^T X + XA + C_1^T C_1 - (XB_2 + C_1^T D_{12})(D_{12}^T D_{12})^{-1}(B_2^T X + D_{12}^T C_1) &= 0, \\ AY + AY^T + B_1 B_1^T - (YC_2^T + B_1 D_{21}^T)(D_{21} D_{21}^T)^{-1}(C_2 Y + D_{21} B_1^T) &= 0, \end{aligned} \quad (3.5)$$

kdy při existenci pozitivně definitního řešení X a Y se získá optimální regulátor složený ze stavové zpětné vazby a rekonstruktoru stavu s následující strukturou:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + B_2 u(t) + K[y(t) - C_2 \hat{x}(t) - D_{22} u(t)], \\ u(t) &= -F\hat{x}(t). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Neznámé matice rekonstruktoru F a stavové zpětné vazby K je možné podle [6] získat následujícím předpisem složeným z řešení Riccatiho rovnic:

$$F = (D_{12}^T D_{12})^{-1}(B_2^T X + D_{12}^T C_1), \quad K = (YC_2^T + B_1 D_{21}^T)(D_{21} D_{21}^T)^{-1}. \quad (3.7)$$

Optimální řešení pro H_∞ problém není známé. Podle [18] je známé pouze suboptimální řešení, pro které platí $\|H\|_\infty < \gamma$. Pro tuto suboptimální optimalizaci jsou Riccatiho rovnice podle [6] definované následovně:

$$\begin{aligned} AQ + QA^T + Q\left(\frac{1}{\gamma^2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2\right)Q + B_1 B_1^T &= 0, \\ PA + A^T P + P\left(\frac{1}{\gamma^2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T\right)P + C_1^T C_1 &= 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Pokud existuje pozitivně definitní řešení Q a P Riccatiho rovnic, je možné získat podle [6] suboptimální regulátor v následujícím tvaru:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \left(A + \left[\frac{1}{\gamma^2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T\right] P\right)\hat{x} + \left(I - \frac{1}{\gamma^2} QP\right)^{-1} Q C_2^T (y - C_2 \hat{x}), \\ u &= -B_2^T P \hat{x}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

V případě softwarových nástrojů jako je Matlab se podle [28] H_∞ optimalizace řeší iterativně. Zkouší se různé hodnoty γ , dokud se s určitou přesností nenajde její nejmenší hodnota, pro kterou ještě existuje pozitivně definitní řešení Riccatiho rovnic (3.8).

3.2 LQG problém

Základem optimálního řízení je dle [6] řešení LQ problému, kde je cílem navrhnout optimální regulátor v podobě stavové zpětné vazby:

$$u(t) = -Kx(t), \quad (3.10)$$

kde se hledá kompromis mezi velikostí akčních zásahů regulátoru a velikostí výstupu. LQG problém je následné rozšíření LQ problému o odhad stavů. V praxi totiž často nemusí být všechny stavy známé a navíc jsou často pod vlivem šumů. LQG problém je potom dle [18] definovaný pro stochastický systém v následující podobě:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Gw(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + v(t), \end{aligned} \quad (3.11)$$

kde $w(t)$ a $v(t)$ jsou bílé náhodné procesy s následujícími vlastnostmi:

$$\begin{aligned} E[w(t)] &= E[v(t)] = 0, \\ E[ww^T] &= W, \\ E[vv^T] &= V. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Cílem je navrhnout pro systém s těmito vlastnostmi stavový regulátor doplněný o optimální odhad stavu. Tuto úlohu lze dle [36] rozdělit na dvě části, kdy v té první je cílem navrhnout ideální stavový regulátor, který minimalizuje následující kritérium:

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left(\int_0^{\infty} E(x^T Q x + u^T R u) dt \right), \quad (3.13)$$

kde matice $Q = Q^T \geq 0$ a $R = R^T > 0$ slouží jako váhové. Matice Q omezuje jednotlivé stavy. Čím větší má prvky, tím agresivnější regulátor bude při návrhu obdržen. Naopak čím větší budou prvky matice R , tím více budou omezené akční zásahy regulátoru. Z toho vyplývá, že požadavky dané maticemi jsou protichůdné a nejde přímo o to jak velké jsou prvky v jednotlivých maticích, ale jde spíše o poměr velikostí jednotlivých prvků. Minimalizací předchozího kritéria (3.13) lze získat dle [36] matici K stavového regulátoru v následujícím tvaru:

$$K = R^{-1} B^T X, \quad (3.14)$$

kde $X = X^T \geq 0$ je pozitivně semidefinitním řešením Riccatiho rovnice dané dalším předpisem:

$$A^T X + X A - X B R^{-1} B^T X + Q = 0. \quad (3.15)$$

Získáním vhodné matice K je vyřešená první část problému LQG. Druhou část problému dle [18] představuje návrh Kalmanova filtru, který minimalizuje střední kvadratickou chybu odhadu stavu:

$$J = E [(x - \hat{x})^T (x - \hat{x})], \quad (3.16)$$

kde \hat{x} je odhad stavu x . Struktura Kalmanova filtru je následně popsána v další rovnici:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L\{y(t) - C\hat{x}(t) - Du(t)\}, \quad (3.17)$$

kde je nutné získat matici L , jejíž optimální řešení je uvedené v další rovnici:

$$L = YC^T V^{-1}, \quad (3.18)$$

kde $Y = Y^T \geq 0$ je pozitivně semidefinitní řešení Riccatiho rovnice, jejíž znění je následující:

$$AY + YA^T - YC^T V^{-1}CY + GWG^T = 0. \quad (3.19)$$

LQG problém se dá shrnout tak, že úkolem je nalézt matice stavového regulátoru K a Kalmanova filtru L . Obě dvě matice byly získané řešením Riccatiho rovnice. V této chvíli je nutné upozornit na podobnost s výpočtem H_2 optimalizace, kde byly také řešené dvě Riccatiho rovnice a výsledná řídicí struktura se skládala ze stavového regulátoru a rekonstruktoru stavu.

Podle knihy [36] je možné ukázat, že LQG problém je speciálním případem H_2 optimalizace pokud se vhodně nadefinují vstupní a výstupní signály. Poruchové signály z je možné nadefinovat pomocí matic Q a R následovně:

$$z = \begin{bmatrix} Q^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & R^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

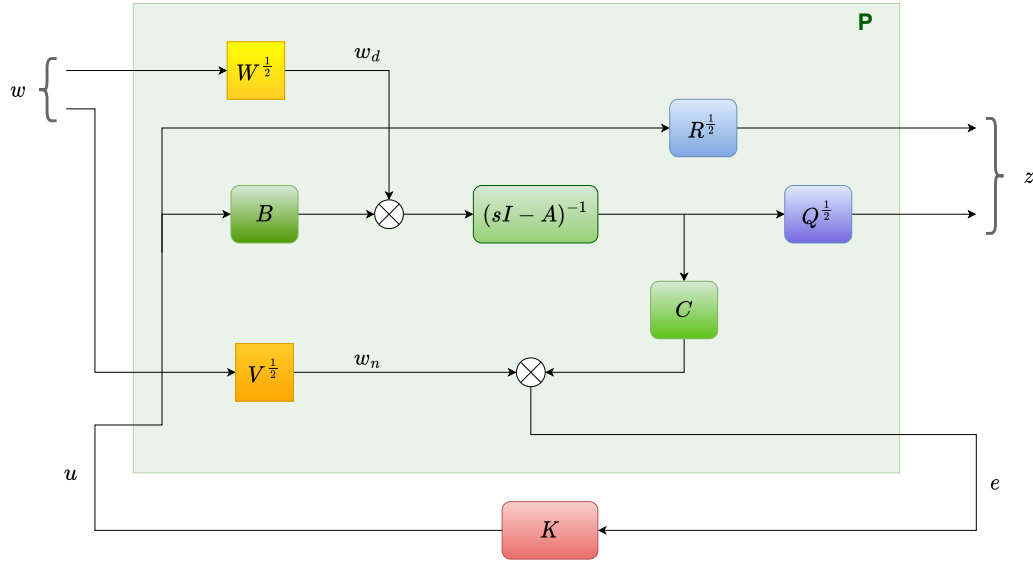
Vstupní signály jsou poté definované pomocí kovariančních matic stavového modelu V a W následujícím způsobem:

$$\begin{bmatrix} w_d \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & V^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} w, \quad (3.21)$$

kdy takto definované signály odpovídají kritériu, které je v rovnici (3.22), kdy toto kritérium odpovídá kvadrátu H_2 normy.

$$J = E \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T z(t)^T z(t) dt \right\} = \|H\|_2^2. \quad (3.22)$$

Propojení mezi H_2 optimalizací a LQG problémem je možné podle [36] ukázat i na obecném schématu, které je znázorněné v dalším obrázku (3.2), který odpovídá jak obecnému návrhovému problému, tak i problému LQG.



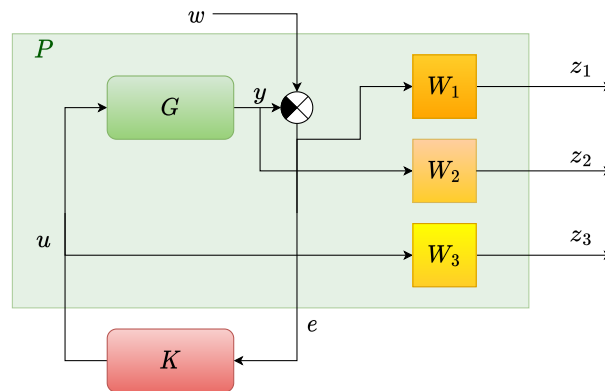
Obrázek 3.2: Schéma LQG problému

3.3 Smíšený citlivostní problém

Optimalizace na základě H_∞ normy se obvykle provádí pro několik citlivostních funkcí, to se podle [17] nazývá smíšený citlivostní problém. Schématicky je ilustrovaný na obrázku (3.3), kde jsou omezené tři citlivostní funkce $S(s)$, $T(s)$ a $PS(s)$. Přenos uzavřené smyčky lze podle [17] pro tento problém definovat následujícím vztahem:

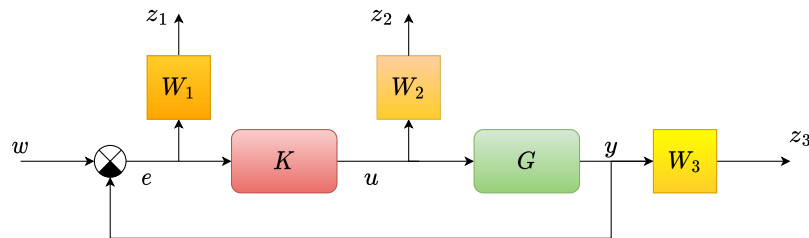
$$H = \frac{z}{w} = \begin{bmatrix} W_1 \frac{1}{1+GK} \\ W_2 \frac{K}{1+GK} \\ W_3 \frac{GK}{1+GK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 CS \\ W_3 T \end{bmatrix}, \quad (3.23)$$

kde je cílem dostat se na co nejnižší hodnotu γ , která splňuje podmínku $\|H\|_\infty < \gamma$.



Obrázek 3.3: Schéma obecného smíšeného citlivostního problému

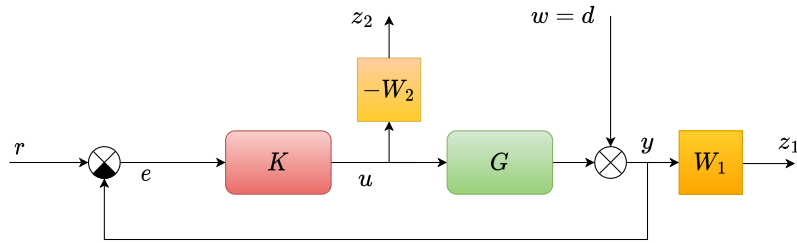
Pro větší přehlednost blokového schématu je vhodné ho převést na klasické zobrazení, které se běžně používá pro zpětnovazební systémy. Ekvivalentní schéma s předchozím obrázkem (3.3) je na dalším obrázku (3.4), kde byla pouze vynechána zelená oblast definující přenosovou matici $P(s)$. Druhé schéma je přehlednější a bude se využívat i v dalších částech práce.



Obrázek 3.4: Upravené schéma obecného smíšeného citlivostního problému

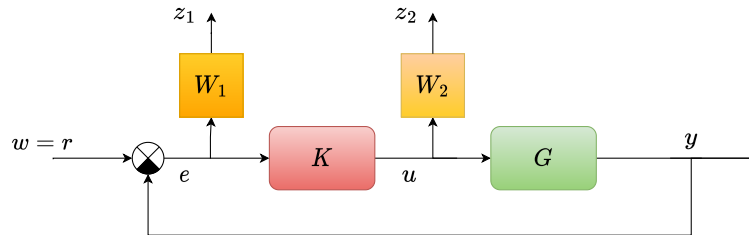
Smíšený citlivostní problém může být rozdělen na několik typů podle funkcí, které jsou omezené. V knize [36] lze nalézt čtyři různé možnosti, kdy každá řeší jiný problém nebo ho řeší jinak.

U problému regulace, kdy je cílem potlačit výstupní poruchu systému d , je vhodné podle [36] použít schéma s omezením citlivostní funkce $S(s)$ a vstupní citlivostní funkce $CS(s)$. Citlivostní funkce $S(s)$ přímo udává schopnost systému reagovat na výstupní poruchu, její omezení tedy zaručí vhodné potlačení poruchy. Pokud by nedošlo k omezení funkce $CS(s)$ mohlo by dojít k tomu, že výsledný regulátor by měl příliš velké zesílení a tedy i příliš velkou šířku pásma. Navíc tato funkce také souvisí s robustní stabilitou. Schématicky je situace ilustrována v dalším obrázku, kde váhová funkce $W_1(s)$ omezuje citlivostní funkci $S(s)$ a váhová funkce $W_2(s)$ omezuje funkci $CS(s)$.



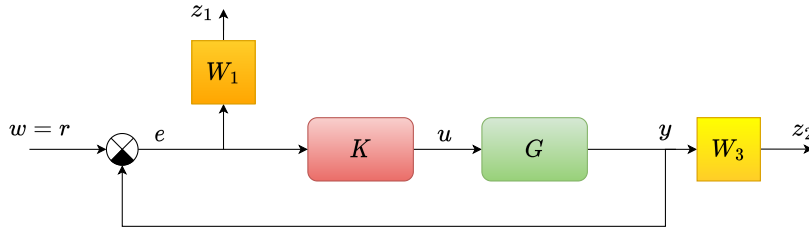
Obrázek 3.5: Smíšený citlivostní problém S/CS - regulace

Druhou možností, kdy se omezují funkce S a CS , je problém sledování, kde vstupním signálem je referenční r . Podle [36] je cílem co nejpresnější sledování, které je zaručené omezením citlivostní funkce S . Omezení funkce $CS(s)$ opět souvisí s šířkou pásma regulátoru a robustní stabilitou. Ve schématu (3.6) je problém znázorněn. Při srovnání s předchozím schématem (3.5) je vidět, jak se změnil vstupní signál a také jak se přesunuli jednotlivé váhové funkce $W_1(s)$ a $W_2(s)$.



Obrázek 3.6: Smíšený citlivostní problém S/CS - sledování

Poslední variantou v knize [36] je omezení citlivostní funkce $S(s)$ a komplementární citlivostní funkce $T(s)$ pro problém sledování. Omezení funkce $S(s)$ je vhodné k přesnému sledování, naopak omezení funkce $T(s)$ slouží k potlačení šumu, omezení šířky pásma regulátoru a také k zajištění robustní stability. Omezení se provádí opět pomocí váhových funkcí, kdy $W_1(s)$ omezuje funkci $S(s)$ a funkce W_3 omezuje funkci $T(s)$. Jejich umístění je schématicky znázorněné v dalším obrázku (3.7).



Obrázek 3.7: Smíšený citlivostní problém S/T - sledování

Obecně je smíšený citlivostní problém definovaný pro všechny tři funkce $S(s)$, $T(s)$ a $CS(s)$. Ve skutečnosti se podle [36] používá pouze omezení dvou funkcí, protože omezení funkcí $T(s)$ a $CS(s)$ v předchozích schématech plní velmi podobnou funkci. Není tedy potřeba definovat obě dvě funkce zároveň.

3.4 Diskuze návrhu s H_2 a H_∞

V části (2.9) byly představené dvě nejčastěji používané normy k návrhu regulátorů. Tato část slouží k vysvětlení rozdílů mezi nimi a také k diskuzi o tom, která z nich je vhodnější pro elektromechanické soustavy.

H_2 norma podle [17] představuje celkovou energii impulsní funkce, udává tedy s jak silnou odezvou bude systém reagovat na vstupní signál nebo také představuje průměrné zesílení přes všechny frekvence. Třetí interpretace podle [36] sděluje jak moc systém v průměru zesílí náhodný šum, který bude jako vstupní signál. Její velkou výhodou je, že existuje optimální řešení, které bylo popsáno v části (3.1). Naopak největší nevýhodou oproti H_∞ je dle [17] to, že není submultiplikativní normou, platí následující vztah:

$$\|A \cdot B\|_2 \not\leq \|A\|_2 \cdot \|B\|_2. \quad (3.24)$$

Speciálním případem H_2 normy je z optimálního řízení dle [36] LQR problém.

Pokud lze říct o H_2 normě, že představuje vždy něco průměrného, neplatí to rozhodně o H_∞ normě. Lze ji dle [17] interpretovat jako maximální zesílení systému přes všechny frekvence. Její nevýhodou je, že dle [36] neexistuje optimální řešení a musí se iteračně hledat suboptimální řešení. Naopak její největší výhodou je dle [17] to, že je submultiplikativní a platí pro ni tento vztah:

$$\|A \cdot B\|_\infty \leq \|A\|_\infty \cdot \|B\|_\infty. \quad (3.25)$$

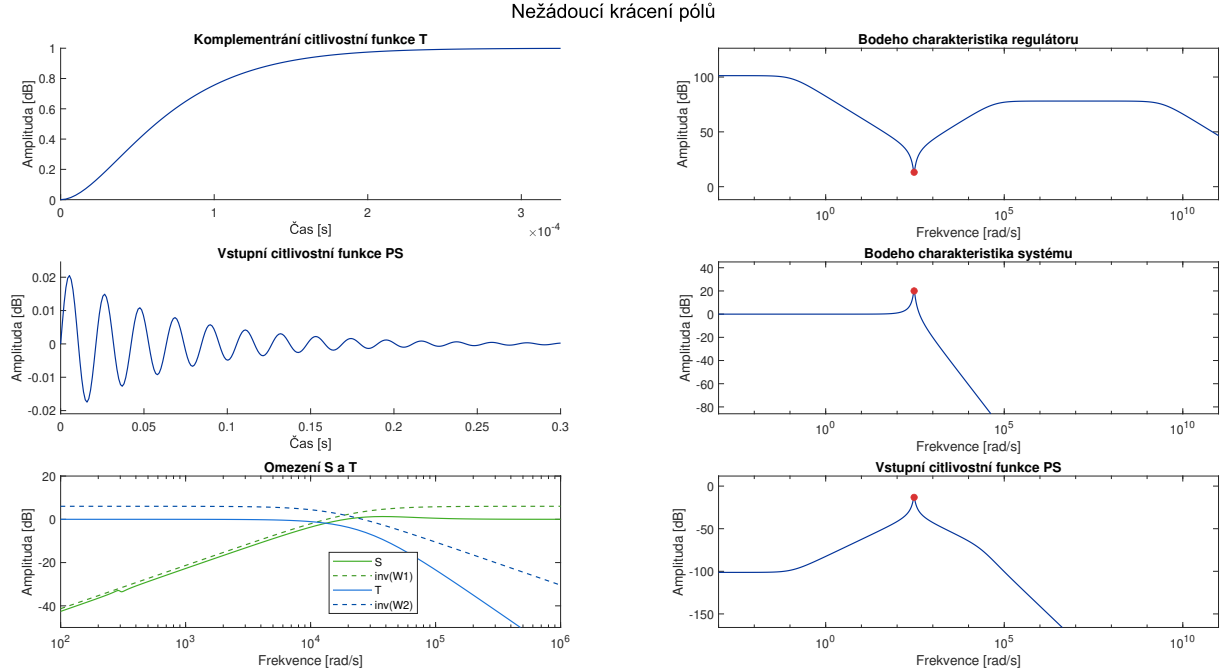
Díky platnosti předchozího vztahu je možné ji využít dle [17] v robustním řízení, kdy je možné definovat modely neurčitosti.

V práci [18] bylo ukázáno, že obě dvě metody se mohou použít při návrhu složitých regulátorů pro elektromechanické soustavy. Při využití H_2 normy se často přechází k optimální regulaci v podobě LQR problému, tak jako v [6] nebo [41]. Nevýhodou návrhu pomocí LQR je dle [18] neurčitá definice návrhových parametrů, kde se obvykle musí definovat dvě matice, které penalizují jednotlivé vstupy a stavy systému. Hodnoty těchto matic nemají přímou fyzikální interpretaci. Naopak u H_∞ normy je možné přímo definovat parametry, které mají vliv na frekvenční oblast uzavřené smyčky. Je tak například možné přímo definovat šířku pásma regulátoru [18]. Kvůli tomuto důvodu bylo přistoupeno k optimalizaci na základě H_∞ normy, kdy její suboptimální řešení lze nalézt pomocí softwaru Matlab, funkcí *hinfsyn()* [28].

3.5 Krácení pólů v H_∞ optimalizaci

Regulátor získaný pomocí H_∞ optimalizace má specificky rozmístěné póly, které souvisí s póly a nulami systému a váhových funkcí. Tato problematika je podrobněji rozebrána v [33], kde nejdůležitější zjištění je takové, že regulátor obecně krátí všechny stabilní póly systému pomocí svých nul. To může být v určitých případech nevhodné, podle [18] je nežádoucí krátit integrátory systému nebo kmitavé póly.

Nevhodnost tohoto krácení je možné ilustrovat na příkladu, kde byl navržen regulátor pro kmitavý systém druhého řádu. V obrázku (3.8) jsou vidět jednotlivé přechodové a frekvenční charakteristiky. V případě přechodové charakteristiky byla získána velmi rychlá odezva a přechod bez přeregulování. Naopak je tomu v případě odezvy na skok u vstupní poruchy, kde se naplno projeví nevýhoda krácení pólů systému nulami regulátoru v podobě velmi kmitavé odezvy. Velmi dobře je to ilustrované v pravé části, kde jsou důležité frekvenční charakteristiky systému, regulátoru a vstupní citlivostní funkce $PS(s)$. Ve frekvenční charakteristice regulátoru je na frekvenci 300rad/s vidět útlum, označený červeným bodem, tento útlum je dán dvojicí nul. Naopak v charakteristice systému je vidět, že na té samé frekvenci je velké zesílení způsobené dvojicí pólů. Díky tomu, že se tyto póly systému vykrátí regulátorem, neprojeví se to u citlivostní funkce $S(s)$ ani $T(s)$, ale projeví se to u vstupní citlivostní funkce $PS(s)$, kde se opět na frekvenci 300rad/s objeví velké zesílení. To je vidět na posledním grafu dole vpravo na obrázku (3.8). Frekvenční charakteristiky potvrzují nežádoucí krácení stejně tak, jako tomu bylo v přechodových charakteristikách.



Obrázek 3.8: Nežádoucí krácení pólů systému

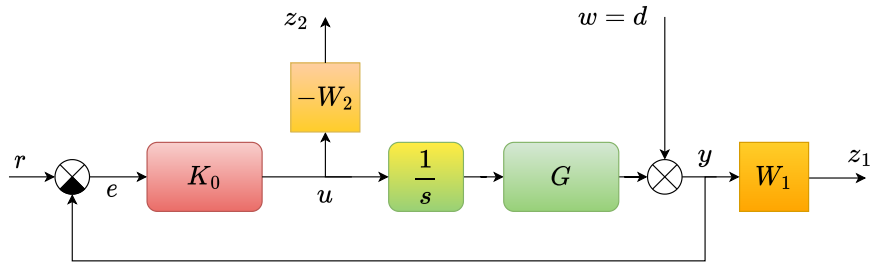
3.6 Vynucení integrační složky v H_∞ optimalizaci

Regulátor získaný pomocí H_∞ optimalizace obecně neobsahuje integrační složku. Ta je ale často vyžadovaná a to kvůli možnosti kompenzovat konstantní vstupní poruchy nebo sledovat konstantní referenční signál. Tento požadavek na integrační složku vychází z principu vnitřního modelu, kde dle [10] je nutné, aby otevřená smyčka obsahovala póly generátoru signálu, který má být kompenzován, případně sledován.

V knize [6] jsou popsány celkem tři možnosti, jak zajistit integrační složku regulátoru. Jako velmi efektivní se jeví přidání integrační složky k systému dovnitř smyčky. To je ilustrováno na obrázku (3.9), kde je znázorněn smíšený citlivostní problém s omezením $S(s)$ a $CS(s)$. Výhodou této metody je, že nejsou nutné úpravy ani přesuny váhových funkcí. Myšlenka přidání integrátoru je založena na tom, že se nalezne regulátor, který stabilizuje systém $G(s)$ i s integrační složkou. Ta přítomna ve skutečnosti není, takže se přidá k regulátoru, matematicky vyjádřeno takto:

$$K(s) = K_0(s) \cdot \frac{1}{s}, \quad (3.26)$$

kde $K_0(s)$ je získaný model regulátoru bez integrační smyčky. V případě otevřené smyčky $L_0 = K(s)P(s)$ nezáleží na tom, zda je integrátor obsažen v regulátoru nebo v systému.



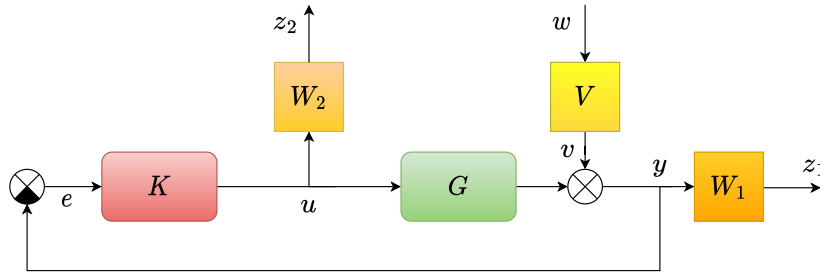
Obrázek 3.9: Vynucení integrační složky

Další možností jak vynutit integrační složku je pomocí váhové funkce $W_1(s)$, kde podle [29] je možné zvolit pól váhové funkce jako $s + \epsilon$, kde ϵ je velmi malé. Regulátor tak bude mít pól blízko $s = 0$ a lze ho tak v regulátoru zaměnit za integrátor. Pro numerický výpočet není vhodné volit $\epsilon = 0$, protože by došlo k selhání H_∞ syntézy tím, že by ve $W_1(s)$ vznikl pól, který nelze stabilizovat.

Pokud se obě dvě metody vynucení integrační složky porovnají, v prvním případě je nutné rozšířit nejprve systém a poté výsledný regulátor o integrátor. Ve druhém případě je nutné vhodně zvolit $W_1(s)$ a poté zaměnit pól blízko počátku za integrátor. Kvůli využití automatických metod je výhodnější použít metodu, kde se pouze přidávají integrátory a není potřebné hledat vhodnou hodnotu ϵ nebo zaměňovat pól regulátoru.

3.7 Smíšený citlivostní problém s V

Nevhodné krácení pólů se často projeví u komplexních pólů, které se typicky vyskytují u elektromechanických systémů. Řešení tohoto problému je uvedené v knize [6], kde byl smíšený citlivostní problém upraven o novou váhovou funkci $V(s)$. Schématicky je toto řešení znázorněné na obrázku (3.10), kde se omezují funkce S a CS .

Obrázek 3.10: Smíšený citlivostní problém s váhou V

Klasický smíšený citlivostní problém se tak upraví na minimalizaci této H_∞ normy:

$$\|H\|_\infty = \left\| \begin{array}{c} VW_1S \\ VW_2CS \end{array} \right\|_\infty. \quad (3.27)$$

Váhová funkce $V(s)$ brání dle [6] regulátoru v nežádoucím krácení. Lze toho docílit tím, že se póly systému, které se nemají krátit, zvolí jako póly váhové funkce $V(s)$. Navíc je možné zvolit kam mají být póly umístěné v uzavřené smyčce tím, že se zvolí jako nuly přenosu $V(s)$. Tomuto problému se říká dle [6] částečné přiřazení pólů. Při využití funkce $V(s)$ je potřeba mít na paměti, že má vliv na výslednou podobu funkcí S a CS obdobně jako váhové funkce W_1 a W_2 , které je kvůli tomu nutné vhodně přizpůsobit.

3.8 Frekvenční tvarování citlivostních funkcí

Velkou výhodou H_∞ optimalizace a konkrétně řešení smíšeného citlivostního problému je možnost přímo tvarovat jednotlivé zpětnovazební funkce ve frekvenční oblasti. To je možné díky váhovým funkcím V , W_1 a W_2 a vychází to ze samotného řešení optimalizace, kdy dle [18] platí následující rovnost:

$$\sqrt{\sup_{\forall \omega \in \mathbb{R}} |W_1(j\omega)S(j\omega)V(j\omega)|^2 + |W_2(j\omega)T(j\omega)V(j\omega)|^2} = \gamma, \quad (3.28)$$

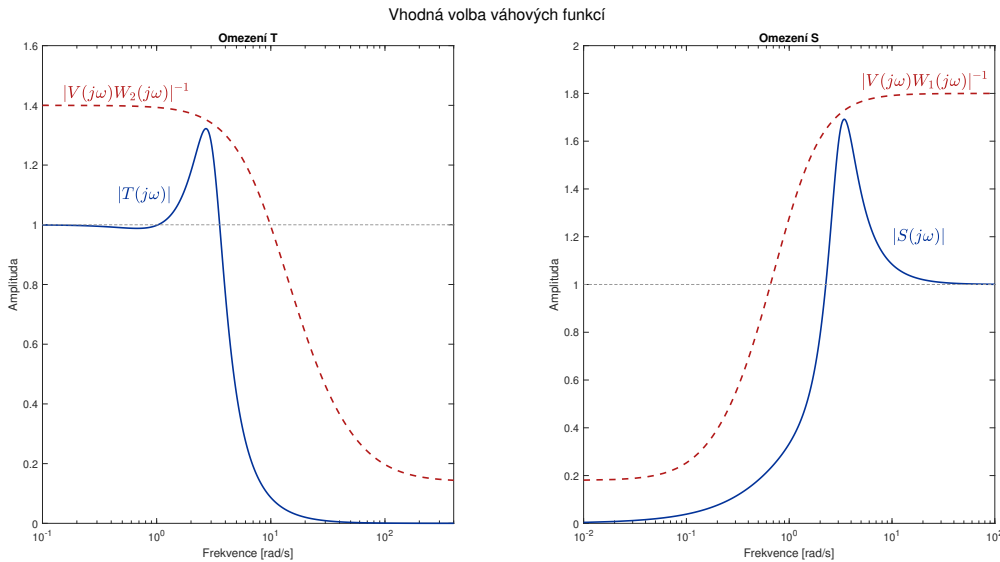
kde γ představuje hodnotu kritéria pro suboptimální regulátor. Z předchozího vztahu (3.28) lze odvodit následující dvě nerovnice, které musí platit:

$$\begin{aligned} |S(j\omega)| &\leq \frac{\gamma}{|W_1(j\omega)V(j\omega)|}, & \omega \in \mathbb{R}, \\ |T(j\omega)| &\leq \frac{\gamma}{|W_2(j\omega)V(j\omega)|}, & \omega \in \mathbb{R}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Z těchto dvou nerovnic jasně vyplývá, že dané citlivostní funkce musí mít na odpovídajících frekvencích amplitudu menší než inverze součinu váhových funkcí.

Z toho dle [6] plyne, že tam, kde má inverze součinu V a W_1 vysokou amplitudu, tam bude mít malou amplitudu citlivostní funkce S . Naopak tam, kde bude mít součin amplitudu nízkou, tam bude mít vysokou amplitudu citlivostní funkce S . Obdobně to platí i pro komplementární citlivostní funkci T a inverzi součinu váhových funkcí V a W_2 .

Tvarování frekvenčních charakteristik je ideální využít ke splnění požadavků na citlivostní funkce, které byly představené v části (2.2). Příklad toho, jak mohou jednotlivé váhy vypadat je na dalším obrázku (3.11), kde je velmi dobře vidět, že pomocí těchto vah je možné splnit veškeré požadavky na zpětnovazební přenosy ve frekvenční oblasti. Přínosné je, že váhy nemusí zůstat jednoduché jako jsou na obrázku, ale je možné je tvarovat do složitějších tvarů. To bylo provedené i v práci [18], kde pomocí těchto vah byly potlačené nežádoucí kmity systému.



Obrázek 3.11: Vhodná volba váhových funkcí

3.9 Robustní řízení

Doposud byly představené moderní metody řízení, které vycházeli ze signálového přístupu. Tomu odpovídá smíšený citlivostní problém i LQR problém. Odlišný přístup je obsažen v robustním řízení, kde se vychází z konceptu neurčitosti. Teorie v knize [10] uvádí, že žádný model nemůže přesně obsáhnout vlastnosti a chování reálného systému.

Velmi omezeným druhem neurčitosti je strukturální neurčitost, kde je známá struktura modelu a jsou neznámé pouze hodnoty některých parametrů. Složitějším typem je nestructurální neurčitost, kde není přesně daná struktura modelu. Důležité je, aby navržený regulátor doká-

zal stabilizovat všechny systémy, které by mohli být obsáhlé v nestrukturálním modelu. Z toho důvodu jsou v knize [10] definované čtyři různé druhy neurčitosti, i s jejich testy pro robustní stabilitu, kdy při splnění podmínky regulátor stabilizuje všechny systémy obsažené v modelu. Jednotlivé definice a podmínky robustní stability jsou vyjádřené v následující čtveřici rovnic:

Druh neurčitosti:	Definice:	Test robustní stability:
Multiplikativní:	$P_m = (1 + \Delta W_2)P_0,$	$\ W_2 T_0\ _\infty < 1,$
Aditivní:	$P_a = \Delta W_2 + P_0,$	$\ W_2 C S_0\ _\infty < 1,$
Zpětnovazební aditivní:	$P_{f_1} = \frac{P_0}{1 + \Delta W_2 P_0},$	$\ W_2 P S_0\ _\infty < 1,$
Zpětnovazební multiplikativní:	$P_{f_2} = \frac{P_0}{1 + \Delta W_2},$	$\ W_2 S_0\ _\infty < 1,$

kde P_0 je nominální model systému, $\|\Delta\|_\infty \leq 1$ a W_2 je stabilní přenosová funkce. Testy se provádí za pomoci zpětnovazebních přenosů, které jsou tvořené regulátorem a nominálním modelem P_0 . Dalším z konceptů robustního řízení je podle [10] nominální kvalita řízení, která je definována následujícím vztahem:

$$\|W_1 S_0\|_\infty < 1, \quad (3.30)$$

kde W_1 je stabilní přenosová funkce, která definuje na jakých frekvencích mají být potlačené vnější poruchy. Kombinací výše uvedených principů je možné dostat se podle [10] k definici robustní kvality řízení, která musí splňovat následující dvě nerovnosti:

$$\|W_2 T_0\|_\infty < 1 \quad \wedge \quad \left\| \frac{W_1 S_0}{1 + \Delta W_2 T_0} \right\|_\infty < 1, \quad \forall \Delta. \quad (3.31)$$

Tyto dvě podmínky je možné sloučit do jedné, čímž se získá ekvivalentní test robustní kvality řízení, který je definován následující rovnicí:

$$\| |W_1 S_0| + |W_2 T_0| \|_\infty < 1. \quad (3.32)$$

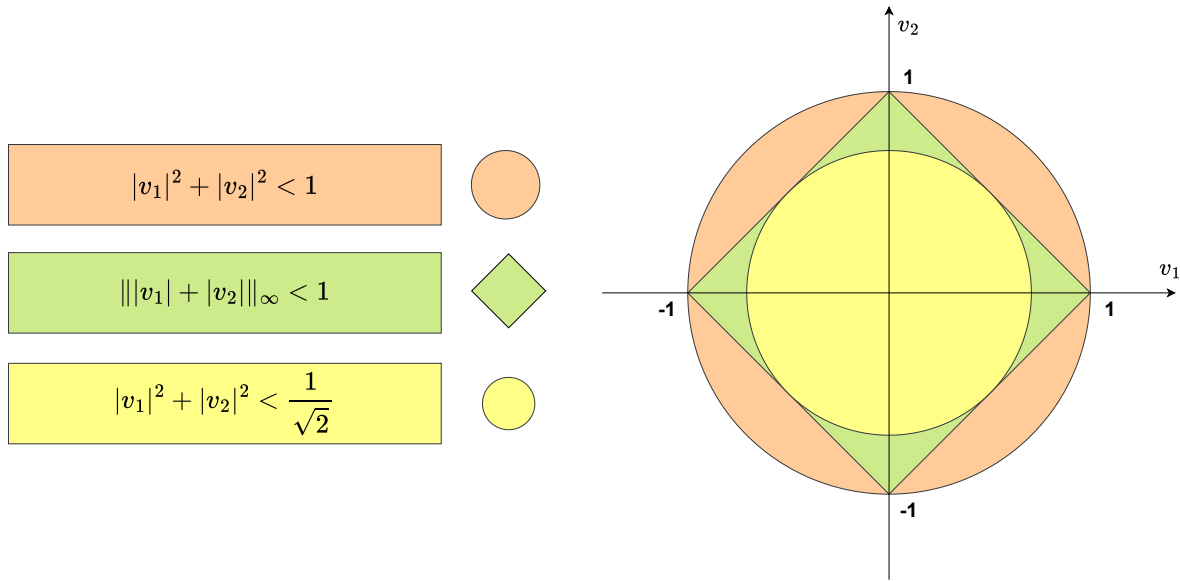
Pokud zpětnovazební spojení regulátoru a nominálního modelu splní výše uvedenou podmínku robustní kvality řízení, je zaručeno, že regulátor stabilizuje všechny systémy obsažené v množině modelů a zároveň jsou potlačené poruchy, které byly definované váhovou funkcí W_1 .

Jak smíšený citlivostní problém, tak robustní řízení využívají dvě váhové funkce a ∞ -normy. Kurzy z předmětu [17] upozorňují na jejich velkou podobnost, která spočívá v podmínkách, které musejí oba dva koncepty splnit. Smíšený citlivostní problém je uvedený v následující rovnici i s podmínkou:

$$\|H\|_\infty = \left\| \frac{W_1 S}{W_2 T} \right\|_\infty < \gamma \quad \Rightarrow \quad |W_1 S|^2 + |W_2 T|^2 < \gamma^2. \quad (3.33)$$

3. MODERNÍ METODY ŘÍZENÍ

Pokud je $\gamma < 1$, pak maximální možná hodnota výrazu $\|W_1 S_0 + W_2 T_0\|$ je $\sqrt{2}$, což podmínku robustní kvality řízení nespĺňuje. Jak poukázaly kurzy [17] pokud se zaručí $\gamma < \frac{1}{\sqrt{2}}$, splní se podmínka robustní kvality řízení vždy. Ilustrace tohoto problému je v obrázku (3.12), kde oranžově a žlutě jsou vyznačeny podmínky smíšeného citlivostního problému s různou hodnotou γ a zeleně je vyznačena podmínka robustní kvality řízení. Z této podobnosti vyplývá, že řešením smíšeného citlivostního problému lze navrhovat regulátory, které splňují podmínky robustní kvality řízení.



Obrázek 3.12: Srovnání různých podmínek

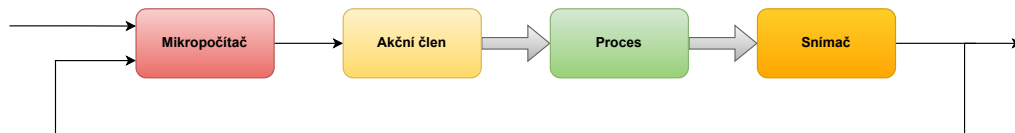
4. Elektromechanické systémy

V počátcích průmyslu začala být manuální práce nahrazována mechanickými stroji, jejichž rozvoj vedl k potřebě jejich řízení. V těchto dobách ještě nebyly známy mikropočítače ani snímače, které by umožnily automatické řízení těchto strojů. Původně bylo řízení podle [2] také čistě mechanické. S postupem času došlo k dostatečnému rozvoji snímačů, mikropočítačů a elektrických aktuátorů na to, aby se pomocí nich mohly mechanické systémy automaticky řídit. Nahrazením mechanického řízení pomocí elektrických členů došlo ke vzniku elektromechanických soustav, které jsou dnes velmi hojně využívány v různých aplikacích jako jsou podle [18] robotické manipulátory, mostové jeřáby nebo také elektrické servopohony.

4.1 Funkce a struktura elektromechanické soustavy

Pro pochopení funkce elektromechanického systému je důležité porozumět struktuře a vazbám mezi jednotlivými prvky. Systém se podle [22] skládá z mikropočítače, akčních členů, procesu a snímačů. Základní rozložení je ilustrováno v obrázku (4.1). Jedná se o zpětnovazební zapojení, o kterém bylo více napsáno v předchozí části (2.1).

Funkce systému je podle [22] taková, že mikropočítač přijímá a zpracovává data ze senzorů. Tyto data porovnává s požadovanými hodnotami a na základě toho generuje jaké řízení má být použito a předává tuto informaci akčnímu členu, který působí na řízený proces. Snímač poté měří fyzikální veličiny procesu jako třeba rychlost, polohu nebo úhel natočení a předává tuto informaci zpět mikropočítači nebo dále vyšším vrstvám řízení.



Obrázek 4.1: Struktura elektromechanického systému

Mikropočítač

Jednoduchý integrovaný obvod, který obsahuje procesor, paměti, vstupy, výstupy a hodinový oscilátor, je podle [3] možné nazvat jako mikropočítač. Jeho činnost spočívá ve vykonávání nainstalovaného programu, kde vstupní hodnoty jsou obvykle přepočítané na požadované výstupní hodnoty. Mikropočítačů je v současné době podle [3] velké množství a stále přibývají, jejich využití je téměř v každé aplikaci, které zahrnuje automatické řízení. Může se jednat o ob-

lasti informačních technologií, automobilového průmyslu, komunikací, bankovníctví nebo také domácí elektroniky. Podle [22] je možné setkat se s mikropočítači, které jsou integrované uvnitř snímačů nebo akčních členů, čímž tvoří chytré senzory a chytré akční členy.

Akční člen

Existují podle [22] celkem tři druhy akčních členů, které se používají u elektromechanických soustav. První skupinou jsou elektromagnetické motory, mezi které patří elektrické stejnosměrné, střídavé nebo krokové motory. Tato skupina má podle [18] v průmyslu dominantní pozici, hlavně díky jejich širokému využití, univerzálnosti, vysoké přesnosti a také dlouhé životnosti. Druhou skupinou motorů jsou podle [22] pneumatické a hydraulické akční členy. Jejich princip spočívá podle [18] v tom, že jsou poháněné stlačeným vzduchem nebo hydraulickým olejem a jejich nevýhodou je nízká přesnost. Naopak jejich bohaté využití je v aplikacích, kde je zapotřebí velké síly. Posledním typem podle [22] jsou nekonvenční akční členy, které nejčastěji využívají magnetostričního nebo piezoelektrického principu.

Snímač

Snímače nebo také senzory jsou podle [18] zařízení, která měří fyzikální veličiny a převádí je na analogový nebo digitální signál, který lze využít jako zpětnou vazbu. V oblasti elektromechanických soustav je potřebné měřit hlavně pozici, rychlost, zrychlení, sílu, moment a případně i teplotu a tlak.

Translační pohyb se podle [32] může měřit LVDT senzory, které musí být v kontaktu s měřeným systémem, nebo lze použít laserové interferenční snímače, které mohou měřit translační pohyb na dálku. Radiální pohyb je možné měřit pomocí inkrementálních rotačních snímačů. Rychlost se poté podle [32] obvykle získává derivací polohy nebo integrací zrychlení, které se získává z akcelerometrů. Pro měření síly a momentu se podle [18] používají tenzometrické snímače, které jsou využívány hlavně v aplikacích, kde by mohlo docházet ke kontaktu stroje s okolím.

Existuje podle [23] velké množství snímačů, které pracují na různých principech a měří rozdílné fyzikální veličiny. Pro vhodné použití snímačů je nutné znát jejich princip a typické situace, kdy se jednotlivé typy používají.

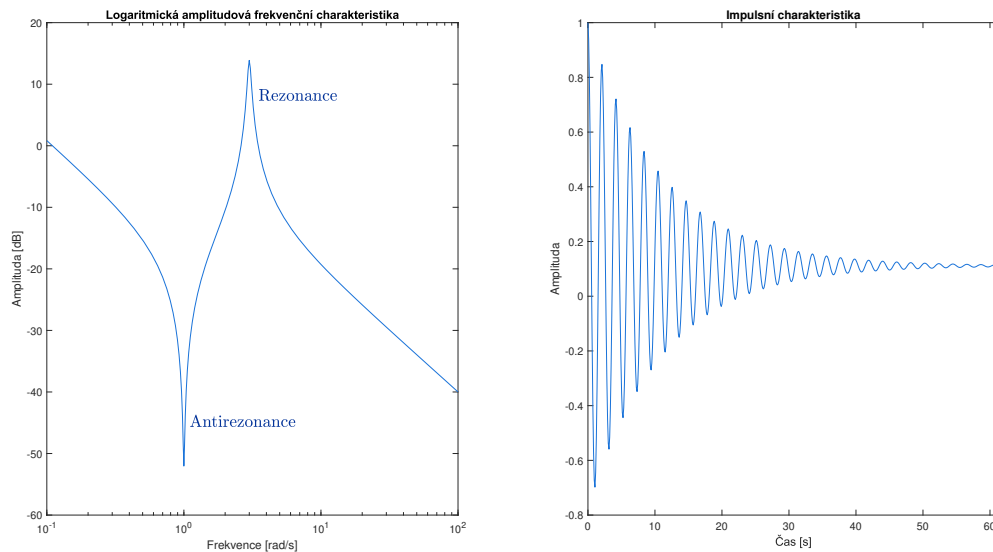
Proces

Procesem je myšlena hlavně mechanická část systému, kterou je pohybováno za pomoci akčních členů. Obvykle se podle [38] může jednat o převodovku motoru, podle [18] o rameno manipulátoru nebo podle [2] o brzdové obložení u systému ABS. Úkolem řízení je poté správně polohovat tyto mechanické části, jejichž poloha a rychlost se získá pomocí senzorů.

4.2 Typické chování mechanických částí

Mechanické části elektromechanických systémů jsou typické svým chováním v podobě pružnosti, která způsobuje jejich kmitání. V knize [9] jsou definované dva základní typy deformací. Tou první je pružná deformace, která je pouze dočasná a jakmile na materiál přestane působit vnější síla, vrátí se do původního stavu. Druhým případem je plastická deformace, která vzniká obvykle při větším působení síly a je trvalá. Materiál také může prasknout, to se podle knihy [9] obvykle děje tím, že se na materiál působí velkou silou příliš dlouho nebo tím, že se materiál zatíží příliš rychle a dojde rázu.

Z předchozího odstavce se může zdát, že pružné deformace mechanických částí jsou bezpečné. Není tomu tak, nebezpečí je skryté ve vlastních kmitech systému. Kmitání je podle knihy [20] dvojího druhu, kdy tím prvním je vynucené kmitání, které je odezvou na vnější kmitavý signál. Tím druhým je vlastní kmitání, které vznikne při působení vnější i neperiodické síly. Příklad odezvy systému s vlastními kmity je zaznamenán v impulsní charakteristice v pravé části obrázku (4.2).



Obrázek 4.2: Chování mechanických částí

Rezonance

Vlastní kmitání systému je spojené s rezonanční frekvencí. To je podle [20] frekvence, na které se objevují vlastní kmity systému. Také je to ale frekvence, která má největší zesílení v amplitudové frekvenční charakteristice. To je ilustrované v levé části obrázku (4.2). Z pohledu lineárních systému [30] je toto převýšení způsobeno dvojicí komplexních pólů, které se nacházejí na této frekvenci. Samotná rezonance je dle knihy [20] definovaná jako situace, kdy je systém bu-

zen vnějším periodickým signálem o rezonanční frekvenci. Při rezonanci systém zesiluje vstupní signál až několikanásobně, což může mít neblahé důsledky.

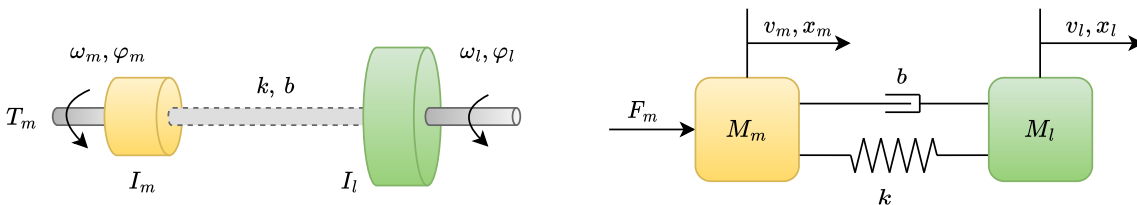
Antirezonance

Opakem rezonance je podle [14] jev, který se nazývá antirezonance. Systém má na antirezonanční frekvenci velmi nízké zesílení a signály o této frekvenci tlumí. To je ukázáno ve frekvenční amplitudové charakteristice v obrázku (4.2). Podle [30] je způsobena dvojicí komplexních nul. Antirezonance může komplikovat návrh regulátorů, což bylo řešené v [18].

Vlastní kmity a jev rezonance by neměly být brány na lehkou váhu. V historii se několikrát ukázalo, že zanedbání může mít katastrofální následky. Známé jsou příklady ze stavebnictví, kde došlo k pádu mostu [5] nebo celých budov [20]. V automatickém řízení by mohlo snadno dojít k příliš velkému zesílení kmitů, což by mohlo vést k poškození řízeného systému nebo jeho okolí.

4.3 Dvuhmotová soustava

Modelování pružných systémů spočívá v tom, že se uvažuje několik hmot, které jsou spojené pružinami s tlumením. Takto se modeluje podle [18] pružnost ramena manipulátoru nebo ozubených řemenů. Základním modelem je dvuhmotová soustava, která se skládá ze dvou hmot spojených pružnou částí. Ilustrace základního modelu je na obrázku (4.3). Na tomto obrázku jsou dvě soustavy, kde v levé části jde o točivý stroj složený ze dvou hmot. Tomu odpovídají i jednotlivé parametry, kde I_m a I_l představují momenty setrvačnosti motoru a zátěže, dále parametry ω a φ představující úhel natočení a úhlovou rychlost motoru i zátěže, parametry k a b udávají tuhost pružné části a její koeficient tlumení a také T_m představující elektromagnetický moment vytvořený motorem.



Obrázek 4.3: Model dvuhmotové soustavy

V pravé části obrázku (4.3) je ilustrovaný model dvou hmot, který podle [18] reprezentuje

stejný systém jako v levé části obrázku. Parametry tuhosti k a tlumení b jsou stejné, ostatní parametry si odpovídají, kdy $F_m = T_m$, $v_{m,l} = \omega_{m,l}$, $x_{m,l} = \varphi_{m,l}$ a hmoty $M_{m,l}$ odpovídají momentům setrvačnosti $I_{m,l}$.

V práci [18] jsou ze stavového modelu odvozené přenosové funkce, které udávají vstupně výstupní vztah mezi elektromagnetickým momentem T_m a úhlovou rychlostí motoru ω_m a zátěže ω_l . Přenosy jsou uvedené v následujících dvou rovnicích:

$$P_m^\omega(s) = \frac{\omega_m(s)}{T_m(s)} = \frac{I_l s^2 + b s + k}{s [I_m I_l s^2 + b(I_m + I_l)s + k(I_m + I_l)]}, \quad (4.1)$$

$$P_l^\omega(s) = \frac{\omega_l(s)}{T_m(s)} = \frac{b s + k}{s [I_m I_l s^2 + b(I_m + I_l)s + k(I_m + I_l)]}, \quad (4.2)$$

je vhodné upozornit na to, že jejich čitatele jsou ekvivalentní. Přenosy mají stejně umístěné póly, liší se v umístění nul, kdy přenos na motor obvykle obsahuje antirezonanci danou dvojicí nul.

V automatickém řízení je často výhodné použít model, jehož parametry jsou svázané s frekvenční charakteristikou. Podle [18] je možné jednotlivé parametry z rovnic (4.1, 4.2) přepočítat na zesílení K , koeficienty tlumení ξ , ξ_z , frekvence rezonance ω_n a antirezonance ω_z :

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{\omega_n^2}{(I_l + I_m)\omega_z^2}, & \omega_n &= \sqrt{\frac{k(I_l + I_m)}{I_l I_m}}, & \omega_z &= \sqrt{\frac{k}{I_l}}, \\ K_2 &= \frac{2\xi_z \omega_n^2}{(I_l + I_m)\omega_z}, & \xi &= \sqrt{\frac{b^2(I_l + I_m)}{4k I_l I_m}}, & \xi_z &= \sqrt{\frac{b^2}{4k I_l}}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Výsledné přenosy s frekvenčními parametry jsou takové:

$$P_m^\omega(s) = \frac{K_1}{s} \frac{s^2 + 2\xi_z \omega_z s + \omega_z^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2}, \quad (4.4)$$

$$P_l^\omega(s) = \frac{K_2}{s} \frac{s + \frac{\omega_z}{2\xi_z}}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2}, \quad (4.5)$$

jejich výhodou je jasná interpretovatelnost ve frekvenční oblasti, kde je jasně dáno, které frekvence jsou systémem zesílené nebo utlumené. V práci [18] bylo využito takzvaných normalizovaných modelů, kde jsou volené parametry následovně:

$$I_m = 1, \quad I_l = k = r^2 - 1, \quad b = 2\xi_z(r^2 - 1). \quad (4.6)$$

Volba těchto parametrů vede na dvojici normalizovaných přenosů, jeden pro motor a druhý pro zátěž:

$$P_m^\omega(s) = \frac{s^2 + 2\xi_z s + 1}{s(s^2 + 2\xi_z r^2 s + r^2)}, \quad (4.7)$$

$$P_l^\omega(s) = \frac{2\xi_z s + 1}{s(s^2 + 2\xi_z r^2 s + r^2)}. \quad (4.8)$$

Modely obsahují dva parametry, tím prvním je koeficient tlumení ξ_z . Tím druhým je rezonanční poměr r , který udává poměr mezi rezonanční a antirezonanční frekvencí. Definovaný je následovně:

$$r = \frac{\omega_n}{\omega_z} = \sqrt{1 + \frac{I_l}{I_m}}, \quad (4.9)$$

s tím, že pro tento model platí, že $\omega_z = 1$, z čehož vyplývá, že $\omega_n = r$. Tyto normalizované modely byly využité v [18] pro srovnání regulátorů, které byly získané různými metodami návrhů.

Veškeré modely v této části byly z elektromagnetického momentu T_m na úhlovou rychlost $\omega_{m,l}$. Je také podle [18] možné definovat přenosové funkce z T_m na úhel natočení stroje $\varphi_{m,l}$ tím, že se k předchozím přenosovým funkcím přidá integrátor. Obecné přenosy jsou poté:

$$P_m^\varphi(s) = \frac{\varphi_m}{T_m(s)} = \frac{K_1}{s^2} \frac{s^2 + 2\xi_z\omega_z s + \omega_z^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (4.10)$$

$$P_l^\varphi(s) = \frac{\varphi_l}{T_m(s)} = \frac{K_2}{s^2} \frac{s + \frac{\omega_z}{2\xi_z}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (4.11)$$

Stejně tomu je i pro normalizované modely, kde stačí přidat integrátor, čímž se dostane následující dvojice přenosů:

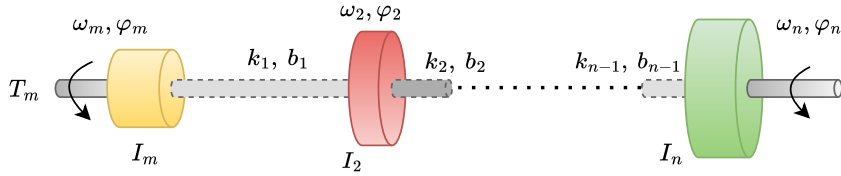
$$P_m^\omega(s) = \frac{s^2 + 2\xi_z s + 1}{s^2(s^2 + 2\xi_z r^2 s + r^2)}, \quad (4.12)$$

$$P_l^\omega(s) = \frac{2\xi_z s + 1}{s^2(s^2 + 2\xi_z r^2 s + r^2)}. \quad (4.13)$$

Dvuhmotová soustava je základem pro jakýkoliv pružný systém obsahující jednu rezonanci a jednu antirezonanci. Ve skutečném světě se podle [14] vyskytují systémy, které obsahují více rezonancí a antirezonancí. Potom dvuhmotová soustava nemusí stačit a je potřebné ji rozšířit o další hmoty.

4.4 Vícehmotová soustava

Systémy s větším množstvím rezonancí, které nelze aproximovat dvuhmotovým modelem je potřeba rozšířit o další hmoty. Tím vznikne vícehmotová soustava propojena pružnými částmi. Takový systém je zobrazen na obrázku (4.5).



Obrázek 4.4: Model vícehmotové soustavy

Podle [18] jsou přenosové funkce vícehmotové soustavy dané těmito předpisy:

$$P_{m=1}^{\omega}(s) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n I_i s} \cdot \frac{\prod_{i=2}^n \omega_{ni}^2}{\prod_{i=2}^n \omega_{zi}^2} \cdot \frac{\prod_{i=2}^n (s^2 + 2\xi_{zi}\omega_{zi}s + \omega_{zi}^2)}{\prod_{i=2}^n (s^2 + 2\xi_i\omega_{ni}s + \omega_{ni}^2)}, \quad (4.14)$$

$$P_{l=n}^{\omega}(s) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n I_i s} \cdot \frac{\prod_{i=2}^n \omega_{ni}^2}{\prod_{i=1}^{n-1} k_i^2} \cdot \frac{\prod_{i=1}^{n-1} (b_i s + k_i)}{\prod_{i=2}^n (s^2 + 2\xi_i\omega_{ni}s + \omega_{ni}^2)}, \quad (4.15)$$

kde je opět vstupem elektromagnetický moment motoru a výstupem je úhlová rychlost strany motoru nebo strany zátěže. Podle knihy [18] je možné přenosovou funkci pro stranu zátěže zjednodušit tím, že se vypustí jeho nuly, které se nachází na vysokých frekvencích a mají pouze malý vliv na řízení. Přenos zjednodušeného modelu je následující:

$$P_{l=n}^{\omega}(s) \approx \frac{1}{\sum_{i=1}^n I_i s} \cdot \frac{\prod_{i=2}^n \omega_{ni}^2}{\prod_{i=2}^n (s^2 + 2\xi_i\omega_{ni}s + \omega_{ni}^2)}. \quad (4.16)$$

Pro získání polohy stačí přidat integrátor stejně jako tomu je u dvouhmotové soustavy.

4.5 Řízení elektromechanických systémů - tlumení vibrací

Obecné požadavky definované v části (2.3) platí i pro elektromechanické systémy. Kvůli jejich specifickým vlastnostem se na jejich řízení kladou další požadavky:

- **Přesné polohování stroje - polohová smyčka bez přeregulování** - To je podle [38] důležité pro obráběcí stroje a robotické manipulátory, kde se klade důraz na kvalitu výrobku, kterou by mohla nepřesná poloha stroje zhoršit. S tím je i spojený důraz na to, aby polohová smyčka neobsahovala překmit, kvůli kterému by podle [18] mohlo dojít ke kontaktu stroje s okolím. To je z bezpečnostních důvodů nežádoucí a je nutné tento požadavek dodržet.

- **Co největší šířka pásma** - Jedním z požadavků je, aby stroj pracoval, co nejrychleji. Vysoká rychlost stroje umožňuje rychlejší výrobu a podle [38] je možné, aby šířka pásma stroje byla větší než 100Hz.
- **Kompence vstupní poruchy** - Řízení by mělo velmi dobře kompenzovat vstupní poruchy, které jsou podle [38] často způsobené změnou momentu setrvačnosti zátěže. To je obvykle způsobené zatížením stroje, ke kterému dochází u těchto soustav často.
- **Tlumení vibrací** - Poslední požadavek, kde je cílem omezit kmity systému, tak aby podle [18] nedocházelo k opotřebením stroje a nebylo to poznat na kvalitě výrobků. Touto problematikou se zabývalo velké množství prací: [18], [38], [13], [21], [40], [24], [39].

Problematiku tlumení vibrací je dle [18] možné řešit třemi způsoby: mechanicky, pasivně a aktivně. Do oboru automatického řízení spadá hlavně pasivní a aktivní způsob tlumení vibrací. Mechanicky lze řešit problematiku vibrací tím, že se podle [18] systém navrhne tužší, čímž se rezonanční frekvence posunou výš, tak aby jejich vliv byl na řízení zanedbatelný. Také je možné vibrace řešit přídavnými tlumiči, kterými by se vibrace měly omezit. Nevýhodou tohoto přístupu je vyšší hmotnost stroje, což zvyšuje jeho energetickou spotřebu.

Pasivní tlumení

V pasivním tlumení vibrací jde především o využití filtrů. Ty se používají podle [21] uvnitř i vně zpětnovazební smyčky. Základními a nejčastěji používanými jsou filtry typu dolní propusti a pásmové zádrže $NF(s)$, v anglické literatuře označované jako notch filter. O této problematice se píše v článku [13], kde je možné se dočíst, že výhodou dolní propusti je její jednoduché použití. Její nevýhodou je, že snižuje dosažitelnou šířku pásma, což se výrazně projevuje u systémů, které mají rezonanci na nízkých frekvencích. Druhým velmi častým filtrem je pásmová zádrž, jejíž vzorec je podle [18] následující:

$$NF(s) = \frac{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi_d\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (4.17)$$

Tento filtr omezuje pouze rezonanční frekvenci, nikoliv vysoké frekvence. Problém je podle [13] v tom, že utlumí pouze stranu motoru, zatímco kmity na straně zátěže utlumené být nemusí.

Další možností pasivního tlumení jsou filtry s dopravním zpožděním, v anglické literatuře označované jako input shaping method nebo zero-vibration shaping. Tyto filtry jsou podle [18] sestavené z několika dopravních zpoždění, kterými se tvaruje vstupní signál systému. Impulsní funkci filtru je možné zapsat v tomto tvaru:

$$h_s(t) = \sum_{i=1}^n A_i \delta(t - t_i), \quad 0 \leq t_1 < t_{i+1}, A_i \neq 0. \quad (4.18)$$

Správné nastavení časových konstant a zesílení vede k tomu, že se systém nerozkmitá při změně požadované hodnoty. Problémem pasivního tlumení je, že není schopné kompenzovat vstupní poruchy, které systém mohou rozkmitat.

Aktivní tlumení

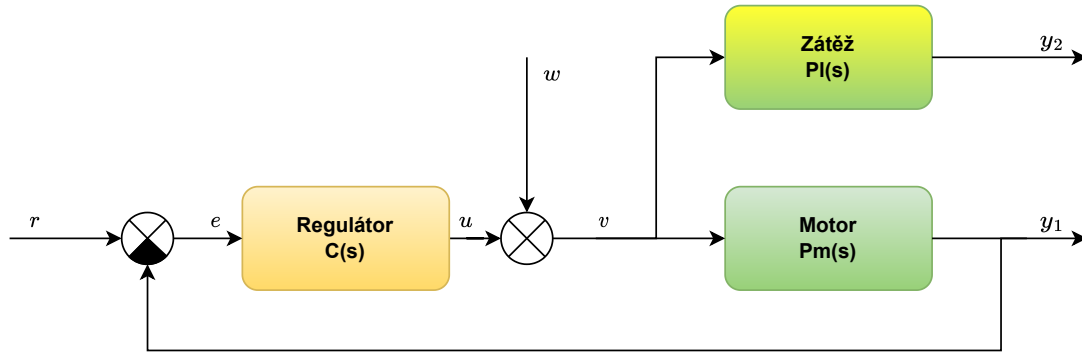
Aktivní tlumení vlastních kmitů spočívá ve využití zpětné vazby a regulátoru, který se snaží vibrace aktivně potlačit. V práci [18] je popsáno velké množství metod aktivního tlumení. Základní metodou tlumení je PID regulace, která byla obecně popsána také v části (2.4). PID regulace byla například využita v článku [40] k řízení rychlosti dvoumotové soustavy. Další možností tlumení kmitů je regulátor navržený metodou H_∞ , to bylo provedené v práci [18]. V práci [37] byla navržena PID regulace metodou H_∞ aktivně tlumící vibrace dvoumotové soustavy. Další běžně rozšířenou metodou je použití LQ regulátoru v kombinaci s Kalmanovým filtrem, toto řízení bylo aplikováno v článku [24].

Méně využívanou metodou aktivního tlumení je řízení s klouzavým režimem, u kterého je podle [25] problém s vhodnou diskrétní implementací, kde je nutné použít velmi rychlé vzorkování. Jeho výhodou naopak podle [39] je, že si dokáže obstojně poradit se změnou parametrů modelu a nelineárním chováním systému. K aktivnímu tlumení vibrací se podle [18] dále používá prediktivní řízení nebo také řízení založené na neuronových sítích.

Největší výhodou aktivního tlumení oproti pasivnímu je, že dokáže potlačit poruchy, které působí na uzavřenou smyčku. Díky tomu by nemělo dojít k rozkmitání systému. To u pasivního tlumení zajistit nelze. Obecně existuje velké množství metod, jak aktivně potlačovat vibrace a bylo o tom napsáno také spousta článků.

Schéma řídicího systému elektromechanických soustav

Při řízení elektromechanických soustav se podle [18] běžně používá pouze zpětná vazba od hmoty, která představuje motor. Chování druhé strany, kde je zátěž, není nijak měřeno, přestože vibrace mají být dobře tlumené na obou stranách. Tuto situaci ilustruje schéma na obrázku (4.5), kde jsou dva výstupy, měřený y_1 a neměřený y_2 .



Obrázek 4.5: Model vícevýchodové soustavy

Připojení zátěže do schématu přináší dva nové zpětnovazební přenosy. Tím prvním je T_l , který popisuje schopnost druhého výstupu y_2 sledovat referenční hodnotu. Druhá zpětnovazební funkce popisuje reakci druhého výstupu y_2 na vstupní poruchu w . Oba přenosy jsou zaznamenané v následujících dvou rovnicích:

$$T_l(s) = P_l(s) \cdot \frac{C(s)}{1 + C(s)P_m(s)}, \quad (4.19)$$

$$PS_l(s) = P_l(s) \cdot \frac{1}{1 + C(s)P_m(s)}. \quad (4.20)$$

Tyto přenosy se používají při hodnocení kvality řízení hlavně u vícevýchodových soustav.

5. Cíle diplomové práce

Teoretická část diplomové práce se věnuje automatickému řízení, návrhu složitých regulátorů a také kmitům elektromechanických soustav. Úkolem práce je zjistit, zda složité regulátory mohou lépe tlumit vibrace než PID regulace a zároveň vytvořit co nejvíce automatickou metodu návrhu těchto složitých regulátorů.

Prvním úkolem je pokusit se vytvořit automatickou metodu návrhu složitých regulátorů optimalizovanou pro kmitavé soustavy. Při tvorbě této metodiky bude nutné navrhnout vhodné zpětnovazební schéma, vytvořit strukturu váhových funkcí a nalézt jejich parametry. Po provedení návrhu regulátoru je nutné zredukovat jeho řád, protože metoda H_∞ poskytuje regulátory vysokého řádu.

Soubor funkcí pro návrh složitých regulátorů nestačí k tomu, aby jej návrháři začali více používat. Návrh regulátoru musí být jednoduchý tak, aby nebylo těžké dojít ke vhodnému řešení. Cílem je tedy vytvořit uživatelské prostředí, které návrh usnadní a umožní široké nasazení těchto metod.

Jakmile je vytvořený uživatelsky přívětivý soubor metod pro návrh regulátorů, je nutné zjistit přínos tohoto typu regulátoru. Cílem je srovnat složité regulátory a porovnat je s PID regulací. Důležité je zjistit, kdy mohou složité regulátory zlepšit kvalitu regulace a naopak kdy je lepší použít PID regulaci.

V simulačním prostředí je možné vyzkoušet více systémů v kratším čase, ale problémem je příliš velká jednoduchost simulačních modelů. Zda složité regulátory opravdu fungují lépe než PID regulace je nutné ověřit na skutečném systému, což je také jedním z cílů této práce.

Jednotlivé úkoly této diplomové práce je tedy možné shrnout do následujících bodů:

- **Vytvoření metody návrhu složitých regulátorů pro tlumení vibrací elektromechanických soustav.**
- **Vytvoření uživatelského prostředí, které usnadní návrh regulátorů.**
- **Simulační srovnání složitých regulátorů s PID regulací na normalizovaných soustavách.**
- **Zkouška regulátorů na skutečné soustavě a srovnat je s PID regulací.**

V následujících kapitolách budou tyto úkoly postupně řešeny a čtenáři budou představené dosažené výsledky.

6. Automatický návrh regulátoru

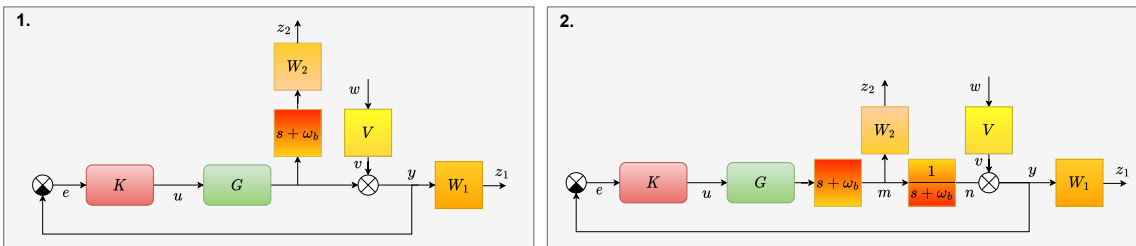
Návrh regulátorů metodou H_∞ je poměrně složitý problém, kde je potřebné použít správné váhové schéma, vytvořit vhodný model systému, vytvořit strukturu váhových funkcí a nalézt jejich parametry a také výsledný návrh redukovat na nízký řád, tak aby zůstala zachována dynamika uzavřené smyčky. Vyřešit všechny tyto problémy může zabrat návrháři velké množství času, z toho důvodu je vhodné mu práci co nejvíce usnadnit. Cílem je vytvořit takové prostředky a metody, které zjednoduší a zrychlí návrh složitého regulátoru.

6.1 Schéma návrhu

V kapitole o moderních metodách řízení (3) bylo představeno několik schémat smíšeného citlivostního problému včetně pokročilého schématu s přidanou váhou V . Tímto schématem se omezuje citlivostní funkci S a výstupní citlivostní funkce CS . Na funkci CS se obtížněji definují požadavky, proto by bylo výhodnější místo toho použít omezení komplementární citlivostní funkce T . Na dvojici S a T lze velmi dobře definovat požadavky, tak jako to bylo ukázáno v části (2.3). Výslednou ∞ – normu s omezením funkcí S a T by mělo být možné zapsat následovně:

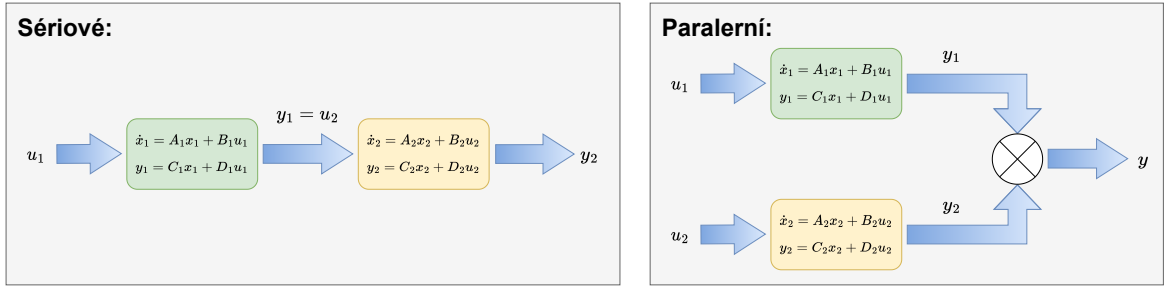
$$\|H\|_\infty = \left\| \begin{array}{c} VW_1S \\ VW_2T \end{array} \right\|_\infty, \quad (6.1)$$

kde se využijí váhové funkce W_1 , W_2 i V . Takové schéma je možné získat tím, že se přesune váhová funkce W_2 za systém, čímž se omezení funkce CS změní na omezení funkce T . To ilustruje první schéma na obrázku (6.1), kde je navíc ještě k váhové funkci W_2 přidána nula, která by měla zajistit omezení funkce T na vysokých frekvencích. Problém nastane v případě, kdy bude relativní řád váhové funkce W_2 záporný. To se přidáním nuly může velmi snadno stát, a proto je vhodné ji přesunout dovnitř smyčky. Upravené schéma je ve druhém schématu na obrázku, kde bylo nutné navíc přidat inverzi nuly, tak aby obě schémata představovala ekvivalentní modely.



Obrázek 6.1: Výsledné návrhové schéma

Dalším krokem je sestavení stavového modelu. K tomu je nutné znát základní sériové a paralelní zapojení stavových modelů, která jsou ilustrována na obrázku (6.2).



Obrázek 6.2: Zapojení stavových modelů

Výsledné stavové modely obou schémat z obrázku (6.2) je možné nalézt v publikaci [12]. Tyto modely jsou zapsané v dalších rovnicích, kde rovnice vlevo platí pro sériové zapojení, rovnice vpravo platí pro paralelní zapojení.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ B_2C_1 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2D_1 \end{bmatrix} u_1, & \begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_3 & 0 \\ 0 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_3 & 0 \\ 0 & B_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}, \\ y_2 &= \begin{bmatrix} D_2C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_2D_1 \end{bmatrix} u_1, & y &= \begin{bmatrix} C_3 & C_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_3 & D_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Výsledný stavový model se skládá z pěti menších stavových modelů, kterými jsou: rozšířený systém G o nulu, pól, který představuje inverzi nuly, váhová funkce V a váhové funkce W_1 a W_2 . Všech pět modelů je zapsáno v následujících rovnicích:

$$\begin{aligned} G \cdot Nula : \quad & \dot{x}_1 = A_1x_1 + B_1u, & Pol : \quad & \dot{x}_2 = A_2x_2 + B_2m, \\ & m = C_1x_1 + D_1u, & & n = C_2x_2 + D_2m, \\ V : \quad & \dot{x}_3 = A_3x_3 + B_3w, & W_1 : \quad & \dot{x}_4 = A_4x_4 + B_4y, \\ & v = C_3x_3 + D_3w, & & z_1 = C_4x_4 + D_4y, \\ W_2 : \quad & \dot{x}_5 = A_5x_5 + B_5m, & & \\ & z_2 = C_5x_5 + D_5m. & & \end{aligned}$$

Postupným spojováním modelů a aplikováním pravidel pro sériové a paralelní spojení je možné získat finální stavový model, který odpovídá schématu na obrázku (6.2). Tento model je zapsaný

v následujících rovnicích:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_2C_1 & A_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 & 0 & 0 \\ B_4D_2C_1 & B_4C_2 & B_4C_3 & A_4 & 0 \\ B_5C_1 & 0 & 0 & 0 & A_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_1 \\ 0 & B_2D_1 \\ B_3 & 0 \\ B_4D_3 & B_4D_2D_1 \\ 0 & B_5D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_4D_2C_1 & D_4C_2 & D_4C_3 & C_4 & 0 \\ D_5C_1 & 0 & 0 & 0 & C_5 \\ -D_2C_1 & -C_2 & -C_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_4D_3 & D_4D_2D_1 \\ 0 & D_5D_1 \\ -D_3 & -D_2D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}.$$

U tohoto modelu je důležité dbát na to, aby veškeré jeho části byly kauzální a hlavně na to, aby systém G měl stejný relativní řád jako je počet nul, které slouží k potlačení vysokých frekvencí. Omezení vysokých frekvencí komplementární citlivostní funkce T je možné provádět i vyšším řádem, kdy se použijí dvě nebo i tři nuly.

6.2 Volba váhových funkcí

Úspěch návrhu regulátoru metodou H_∞ z velké části záleží na vhodné volbě váhových funkcí V , W_1 a W_2 a na jejich parametrech. Z frekvenčního tvarování citlivostních funkcí, které bylo popsáno v části (3.8), platí pro funkce S , T a T_l následující podmínky:

$$|S(j\omega)| \leq \frac{\gamma}{|W_1(j\omega)V(j\omega)|}, \quad \omega \in \mathbb{R}, \quad (6.3)$$

$$|T(j\omega)| \leq \frac{\gamma}{|W_2(j\omega)V(j\omega)|}, \quad \omega \in \mathbb{R}, \quad (6.4)$$

$$|T_l(j\omega)| \leq \left| \frac{\gamma \cdot P_l(j\omega)}{W_2(j\omega)V(j\omega)P_m(j\omega)} \right|, \quad \omega \in \mathbb{R}. \quad (6.5)$$

Z těchto podmínek vychází další volba váhových funkcí i tvarování jednotlivých zpětnovazebních přenosů.

Vliv jednotlivých vah lze ukázat několika příklady na normovaném modelu dvoumotové soustavy, jejíž parametry jsou $r = 3$ a $\xi_z = 0.01$. Tomu odpovídají následující dva modely, kdy P_m je pro stranu motoru a P_l odpovídá straně zátěže:

$$P_m = \frac{(s^2 + 0.02s + 1)}{s(s^2 + 0.18s + 9)}, \quad P_l = \frac{0.02(s + 50)}{s(s^2 + 0.18s + 9)}. \quad (6.6)$$

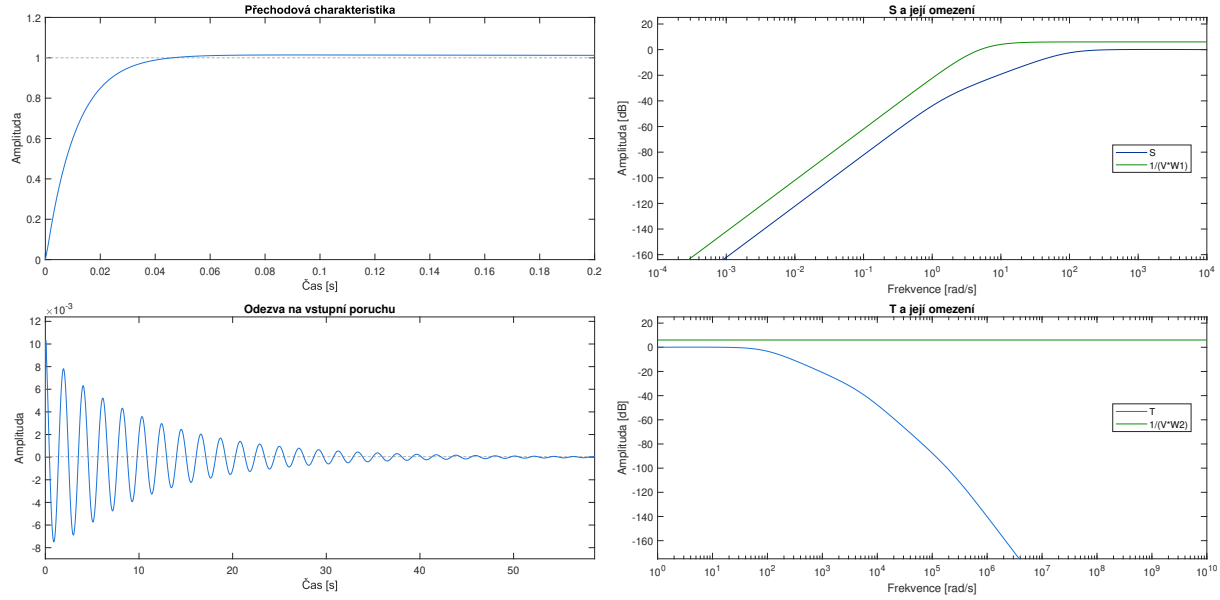
K tomuto modelu je potřebné nadefinovat vhodné váhové funkce, předpokládá se splnění požadavků $\|T\|_\infty \leq M_t$ a $\|S\|_\infty \leq M_s$. Dále se obvykle požaduje, aby regulátor byl schopen reagovat na konstantní vstupní poruchy, čehož je možné docílit integrační složkou regulátoru, která nesmí být krácena nulami regulátoru. Zabránit nevhodnému krácení lze pomocí váhové funkce V , která ve jmenovateli obsahuje póly, které se nemají krátit, a v jejím čitateli se nachází jejich požadované umístění v uzavřené smyčce. Tato problematika byla již popsána v části (3.7). Váhové funkce je možné definovat následovně:

$$V = \frac{(s + \omega_0^s)^2}{s^2}, \quad W_1 = \frac{1}{M_s}, \quad W_2 = \frac{1}{M_t \cdot V}, \quad (6.7)$$

kde funkce W_1 a W_2 zajišťují dodržení požadavků M_s a M_t . Funkce W_2 zároveň obsahuje inverzi funkce V , čímž se eliminuje její vliv na komplementární citlivostní funkci T . Funkce V brání krácení integrátorů a vzniká první volitelný parametr ω_0^s , který udává pozici integrátorů v uzavřené smyčce, ale také určuje, jak moc bude potlačena funkce S na nízkých frekvencích. Funkce V obsahuje dva integrátory kvůli tomu, že se při návrhu počítá s rozšířením systému o integrátor, který se poté přesune k regulátoru. Tento způsob vynucení integrační složky byl popsán v části (3.6). Takto zvolené funkce mohou vést k regulátoru, který je zapsaný následující rovnicí:

$$K_1(s) = \frac{1.0057e11(s + 1.406)(s^2 + 0.18s + 9)}{s(s + 2.173e05)(s + 5082)(s^2 + 0.01993s + 1)}. \quad (6.8)$$

Regulátor je pátého řádu, obsahuje integrační složku a jeho póly a nuly se krátí se systémem P_m . Toto krácení se ukazuje jako nežádoucí, protože regulátor není schopen aktivně potlačit kmity, které se objevují v odezvě na vstupní poruchu. To je vidět na následujícím obrázku v levém dolním grafu. **Tento návrh je pro praktické využití nepoužitelný.**



Obrázek 6.3: Příklad nevhodné volby váhových funkcí

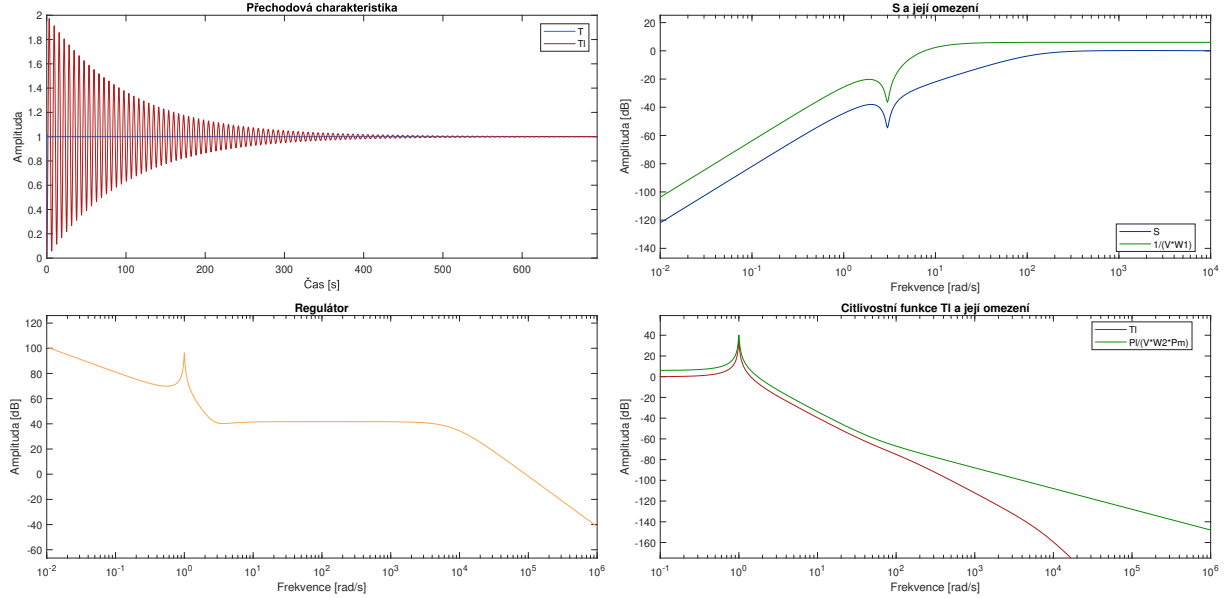
V předchozím návrhu bylo ukázáno, že nevhodné krácení může vést k nevhodnému návrhu. To by mělo jít zlepšit tím, že se rozšíří váhová funkce V o kmitavé póly systému P_m , nové váhové funkce jsou následující:

$$V = \frac{(s + \omega_0^s)^2 (s^2 + 2 \cdot \xi_v^n \cdot 3 \cdot s + 9)}{s^2 (s^2 + 0.18s + 9)}, \quad W_1 = \frac{1}{M_s}, \quad W_2 = \frac{1}{M_t \cdot V}, \quad (6.9)$$

kde W_1 a W_2 zůstávají stejné, ale ve funkci V jsou navíc kmitavé póly systému a také komplexní nuly, které obsahují nový návrhový parametr ξ_v^n . Tento parametr určuje velikost tlumení rezonanční frekvence a podle [18] je vhodné volit ho v rozmezí $\sqrt{2}/2$ až 1. S takto nastavenými váhovými funkcemi je možné přistoupit k dalšímu návrhu, ve kterém je možné získat regulátor s tímto předpisem:

$$K_2(s) = \frac{8.3319e09(s + 1.225)(s^2 + 2.141s + 7.472)}{s(s^2 + 0.02s + 1)(s^2 + 1.547e04s + 6.821e07)}, \quad (6.10)$$

kde jde opět o pátý řád. U tohoto návrhu nedochází ke krácení pólů systému P_m nulami regulátoru. Odezva na poruchu je pro tento případ nekmitavá a poměrně vyhovující. Problém nastává pro stranu zátěže, kde se v její přechodové charakteristice vyskytují velmi slabě tlumené kmity. To potvrzuje i její frekvenční charakteristika, která je znázorněna v pravém dolním grafu na obrázku (6.4). Tyto kmity jsou způsobené póly na antirezonanční frekvenci, které vedou na velké zesílení regulátoru. To je velmi dobře vidět ve frekvenční charakteristice regulátoru v levém dolním grafu. **Tento návrh je kvůli kmitání zátěže pro dvoumotovou soustavu také nevyhovující.**



Obrázek 6.4: Druhý příklad nevhodné volby váhových funkcí

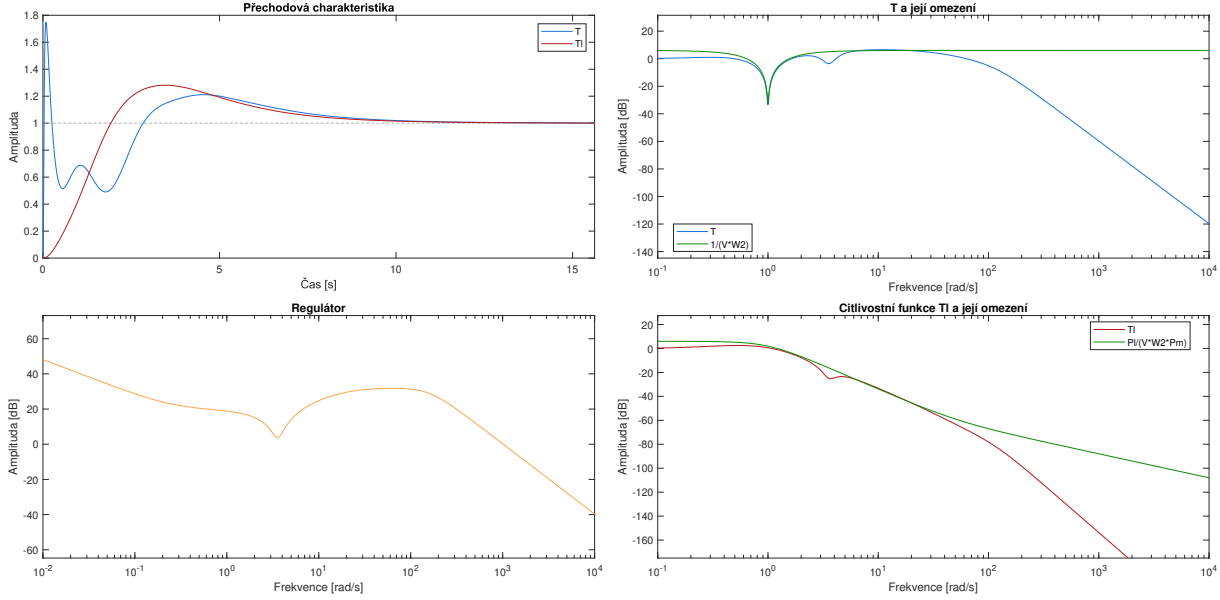
Vhodnější volba váhové funkce V umožnila aktivně tlumit stranu motoru, problém ovšem nastal se stranou zátěže. To je možné řešit pomocí váhové funkce V , která musí obsahovat filtr typu pásmová propust, který je složen z komplexních pólů a nul. Tímto rozšířením se získá další návrhový parametr ξ_w^n . Tento parametr určuje tlumení kmitů na straně zátěže a je vhodné ho volit v podobném rozmezí jako parametr ξ_v^n . Váhové funkce mají poté následující tvar:

$$V = \frac{(s + \omega_0^s)^2 (s^2 + 2 \cdot \xi_v^n \cdot 3 \cdot s + 9)}{s^2 (s^2 + 0.18s + 9)}, \quad W_1 = \frac{1}{M_s}, \quad W_2 = \frac{1}{M_t \cdot V} \cdot \frac{(s^2 + 2 \cdot \xi_w^n \cdot s + 1)}{(s^2 + 0.02s + 1)}. \quad (6.11)$$

Funkce W_2 funguje obdobně jako V , pouze s tím, že obsahuje nuly přenosu P_m místo pólů. S těmito funkcemi je poté možné získat následující regulátor:

$$K_3(s) = \frac{1.0331e06(s + 0.2669)(s^2 + 0.8575s + 12.81)}{s(s - 17.24)(s - 3.216)(s^2 + 230.8s + 2.488e04)}, \quad (6.12)$$

kde nedochází k žádnému nevhodnému krácení nul nebo pólů. Na obrázku (6.5) v levém horním grafu je znázorněna přechodová charakteristika motoru i zátěže, kde jsou kmity velmi dobře zatlumené. V pravém horním grafu je poté vidět, že funkce T je utlumena na antirezonanční frekvenci. Díky tomuto útlumu v regulátoru nevzniklo nežádoucí zesílení, které vzniklo v předchozí části. Tento návrh je možné považovat za poměrně vydařený, problémem může být nestabilita regulátoru nebo nemožnost omezit šířku pásma funkce T .



Obrázek 6.5: Příklad nestabilního regulátoru pro volbu váhových funkcí

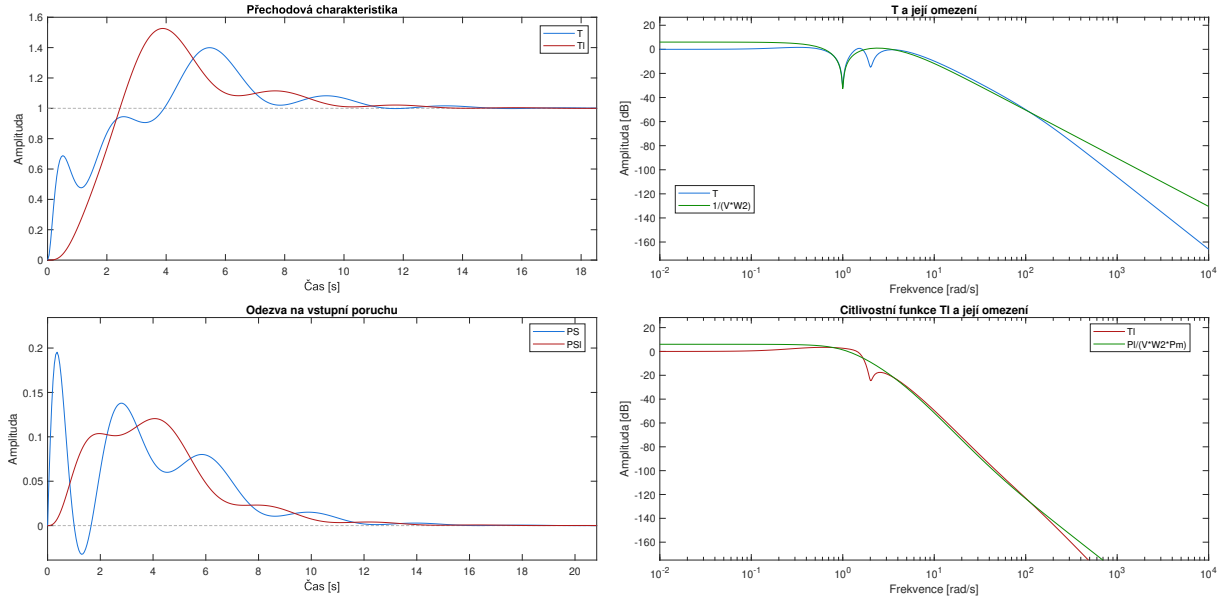
Poslední problém, který se u volby návrhových funkcí objevil spočívá v nemožnosti omezit šířku pásma komplementární citlivostní funkce T a případně i v nestabilitě regulátoru. To je možné vyřešit tím, že se přidá nula k váhové funkci W_2 . Volba váhových funkcí je následující:

$$V = \frac{(s + \omega_0^s)^2 (s^2 + 2 \cdot \xi_v^n \cdot 3 \cdot s + 9)}{s^2 (s^2 + 0.18s + 9)}, \quad W_1 = \frac{1}{M_s}, \quad W_2 = \frac{s + \omega_b}{M_t \cdot V} \cdot \frac{(s^2 + 2 \cdot \xi_w^n \cdot s + 1)}{(s^2 + 0.02s + 1)}, \quad (6.13)$$

kde funkce W_2 má více nul než pólů, což znamená, že je nekauzální. To je problém, který byl vyřešen již v části (6.1), která se zabývala vhodným schématem a tvorbou stavového modelu. Nula pro omezení šířky pásma se přesune do zpětnovazební smyčky, kvůli čemuž se W_2 stane opět kauzální. Důležité je poté ohlídat kauzalitu rozšířeného systému P_m , kde je navíc integrátor pro kompenzaci konstantních poruch a také nuly pro omezení šířky pásma. Vhodnou volbou parametru ω_b je možné získat stabilní regulátor, který je zapsaný v další rovnici:

$$K_4(s) = \frac{5015.3(s + 0.2309)(s^2 - 0.1622s + 4.048)}{s(s + 123.6)(s + 12.23)(s^2 + 0.01142s + 1.925)}, \quad (6.14)$$

kde jsou všechny póly stabilní a nedochází k nežádoucímu krácení. Chování regulátoru je znázorněno na obrázku (6.6), kde je vidět, že kmity nejsou tak dobře ztlumené jako tomu bylo u nestabilního regulátoru. Tento návrh by měl být v praxi použitelný.



Obrázek 6.6: Příklad stabilního regulátoru získaného vhodnou volbou váhových funkcí

U poslední volby váhových funkcí sice nebylo dosaženo nejlepšího chování soustavy, ale to bylo způsobené tím, že bylo cílem získat stabilní regulátor. Omezení šířky pásma je vhodné nejen k vynucení stability, ale také k omezení agresivity regulátoru a k potlačení vysokofrekvenčního šumu.

Zobecnění volby váhových funkcí

Prozatím byla ukázána vhodná volba váhových funkcí pro normalizovaný systém s danými parametry. Obecně lze říct, že je nutné zahrnout do jmenovatele váhové funkce V kmitavé póly, které mají být aktivně tlumené. Čitatel by poté měl obsahovat jejich požadované umístění v uzavřené smyčce. Touto volbou se vyřeší kmitání na straně motoru, ale nikoliv na straně zátěže. Pro aktivní ztlumení kmitů na straně zátěže je nutné zahrnout komplexní nuly na antirezonančních frekvencích do jmenovatele váhové funkce W_2 . V čitateli bude opět jejich ztlumená verze, čímž by mělo dojít k tomu, že na straně zátěže nevznikne nechtěné zesílení.

Dále je nutné vypořádat se s integrátory a velmi pomalými póly systému, které lze vyřešit tím, že se opět přidají do jmenovatele funkce V . Jejich požadované umístění v uzavřené smyčce se poté zahrne do čitatele této funkce. Omezení šířky pásma se řeší přidáním nul do váhové funkce W_2 , které je ale nutné přesunout dovnitř smyčky, tak aby funkce W_2 zůstala kauzální.

Shrnutí těchto pravidel je takové, že každý pól, který nemá být krácen regulátorem, musí být obsažen ve jmenovateli váhové funkce V . Jeho požadovaná poloha v uzavřené smyčce musí být obsažena v čitateli V . Naopak každá nula, která nemá být krácena regulátorem musí být obsažena ve jmenovateli W_2 a její požadovaná hodnota by měla být v čitateli funkce W_2 . Aplikaci

těchto pravidel je možné ukázat na příkladu vícehmotového systému, který je popsán následujícími dvěma přenosy:

$$P_m(s) = \frac{(\omega_{d_1}^2 \omega_{d_2}^2)(s^2 + 2\xi_{n_1} \omega_{n_1} s + \omega_{n_1}^2)(s^2 + 2\xi_{n_2} \omega_{n_2} s + \omega_{n_2}^2)}{(\omega_{n_1} \omega_{n_2})s(s^2 + 2\xi_{d_1} \omega_{d_1} s + \omega_{d_1}^2)(s^2 + 2\xi_{d_2} \omega_{d_2} s + \omega_{d_2}^2)}, \quad (6.15)$$

$$P_l(s) = \frac{(\omega_{d_1}^2 \omega_{d_2}^2)}{s(s^2 + 2\xi_{d_1} \omega_{d_1} s + \omega_{d_1}^2)(s^2 + 2\xi_{d_2} \omega_{d_2} s + \omega_{d_2}^2)}, \quad (6.16)$$

kde v modelu P_m jsou obsažené dvě rezonance na frekvencích ω_d a dvě antirezonance na frekvencích ω_n . Jde v tomto případě o rychlostní smyčku, polohová by měla o integrátor navíc. Pokud je cílem aktivně tlumit veškeré rezonance i antirezonance, musí se vše zahrnout do váhových funkcí, jejich výsledná podoba bude následující:

$$W_1 = \frac{1}{M_s}, \quad (6.17)$$

$$W_2 = \frac{s + \omega_b}{M_t \cdot V} \cdot \frac{(s^2 + 2\xi_{w_1}^n \omega_{n_1} s + \omega_{n_1}^2)(s^2 + 2\xi_{w_2}^n \omega_{n_2} s + \omega_{n_2}^2)}{(s^2 + 2\xi_{n_1} \omega_{n_1} s + \omega_{n_1}^2)(s^2 + 2\xi_{n_2} \omega_{n_2} s + \omega_{n_2}^2)}, \quad (6.18)$$

$$V = \frac{(s + \omega_0^s)^2 (s^2 + 2\xi_{v_1}^n \omega_{d_1} s + \omega_{d_1}^2)(s^2 + 2\xi_{v_2}^n \omega_{d_2} s + \omega_{d_2}^2)}{s(s^2 + 2\xi_{d_1} \omega_{d_1} s + \omega_{d_1}^2)(s^2 + 2\xi_{d_2} \omega_{d_2} s + \omega_{d_2}^2)}, \quad (6.19)$$

kde se navíc nepočítá s přidáním integrátorem pro kompenzaci konstantních poruch a také se neomezuje šířka pásma. Systém by musel být rozšířen o integrátor a daný počet nul a navíc funkce V by obsahovala integrátor a příslušnou nulu.

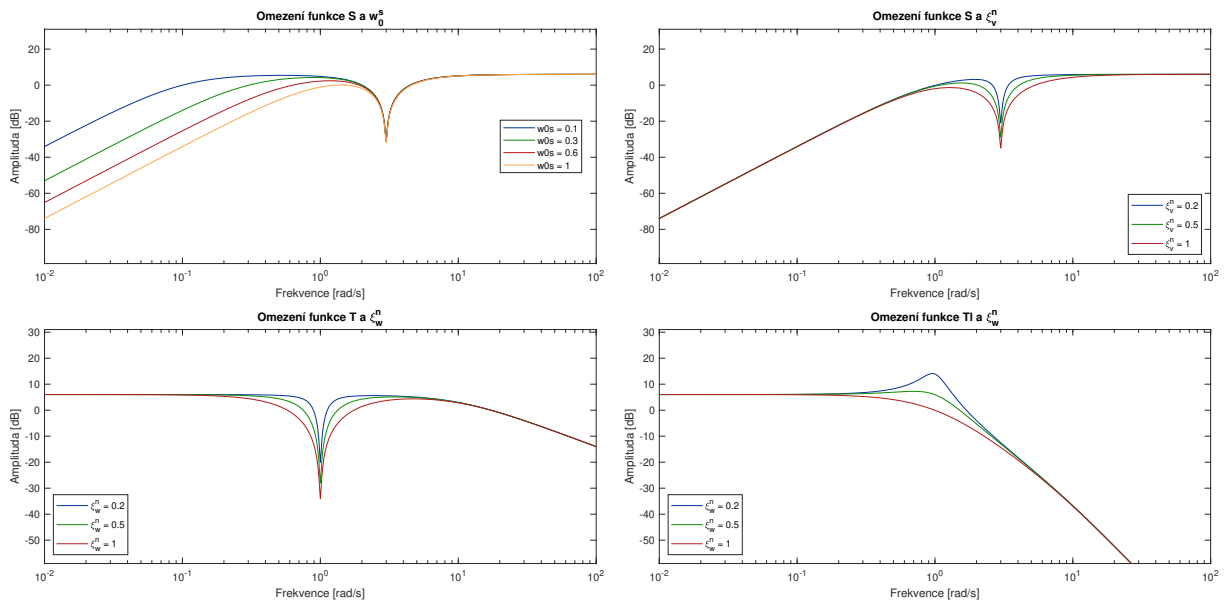
6.3 Vliv parametrů na váhové funkce

V předchozí části byly odvozené váhové funkce, ve kterých se objevovalo několik základních parametrů, těmi jsou M_s , M_t , ω_0^s , ξ_v^n , ξ_w^n a ω_b . Tyto parametry ovlivňují celý návrh regulátoru metodou H_∞ . Pro vhodné návrhy je nutné vědět, jak jednotlivé parametry ovlivňují výsledný regulátor a chování uzavřené smyčky.

Požadavky M_s a M_t určují maximální možné zesílení amplitudové frekvenční charakteristiky funkce S a T . Ukazuje se, že omezení M_t platí také pro funkci T_l , která odpovídá komplementární citlivostní funkci pro stranu zátěže. Při volbě těchto parametrů je obvykle vhodné dbát na to, aby byly splněny podmínky $\|S\|_\infty < 2$, $\|T\|_\infty < 2$ a $\|T_l\|_\infty < 2$.

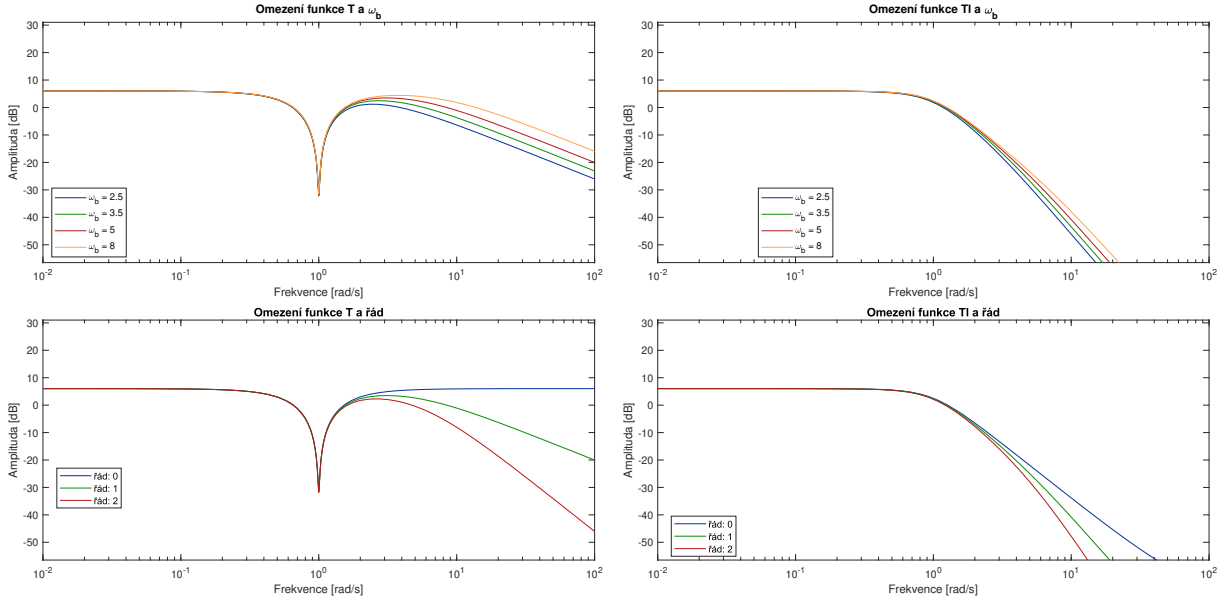
Dalším parametrem je ω_0^s , který je součástí váhové funkce V a má vliv na citlivostní funkci S . Tento parametr určuje na jakých frekvencích je regulátor schopen potlačit poruchy. Čím větší je ω_0^s , tím lépe musí regulátor potlačovat poruchy na vyšších frekvencích. Jak se s parametrem mění váhová funkce V je ukázané v levém horním grafu na obrázku (6.7). Tento parametr má zásadní vliv na výslednou podobu regulátoru.

Jak moc budou jednotlivé kmity zatlumené je určeno parametry ξ_w^n a ξ_v^n , které mají velmi podobnou funkci a je vhodné představit dohromady. Parametr ξ_w^n ovlivňuje tlumení u komplementární citlivostní funkce T a naopak ξ_v^n ovlivňuje citlivostní funkci S . Vliv těchto parametrů je zdokumentovaný na obrázku (6.7) v dolních a pravém horním grafu. Čím větší je hodnota těchto parametrů, tím více jsou kmity zatlumené, což znamená vyšší požadavky na regulátor. Důležité je zaměřit se na pravý dolní obrázek, kde je vidět, že parametr ξ_w^n přímo ovlivňuje možné zesílení uzavřené smyčky na straně zátěže. V práci [18] bylo doporučeno volit tento parametr v rozmezí $(0.7, 1)$.



Obrázek 6.7: Vliv parametrů ω_0^s a ξ^n na váhové funkce

Posledním parametrem je ω_b , která omezuje maximální šířku pásma přenosu T . Vliv tohoto parametru je patrný v horních grafech obrázku (6.8). Na spodních grafech je provedené srovnání, kde se šířka pásma: neomezuje, omezí se jednou nebo dvěma nulami. Množství použitých nul se ukazuje opět jako velmi zásadní hlavně pro zpětnovazební přenos T . Přenos T_l je jimi omezen až na vyšších frekvencích, na nižších frekvencích vyplývá omezení ze struktury váhových funkcí a počet omezujících nul na to nemá velký vliv. Čím více nul se použije a čím nižší je parametr ω_b , tím přísnější požadavky jsou na regulátor kladené.

Obrázek 6.8: Vliv parametrů ω_b a řádu omezení šířky pásma na váhové funkce

6.4 Algoritmus hledání parametrů

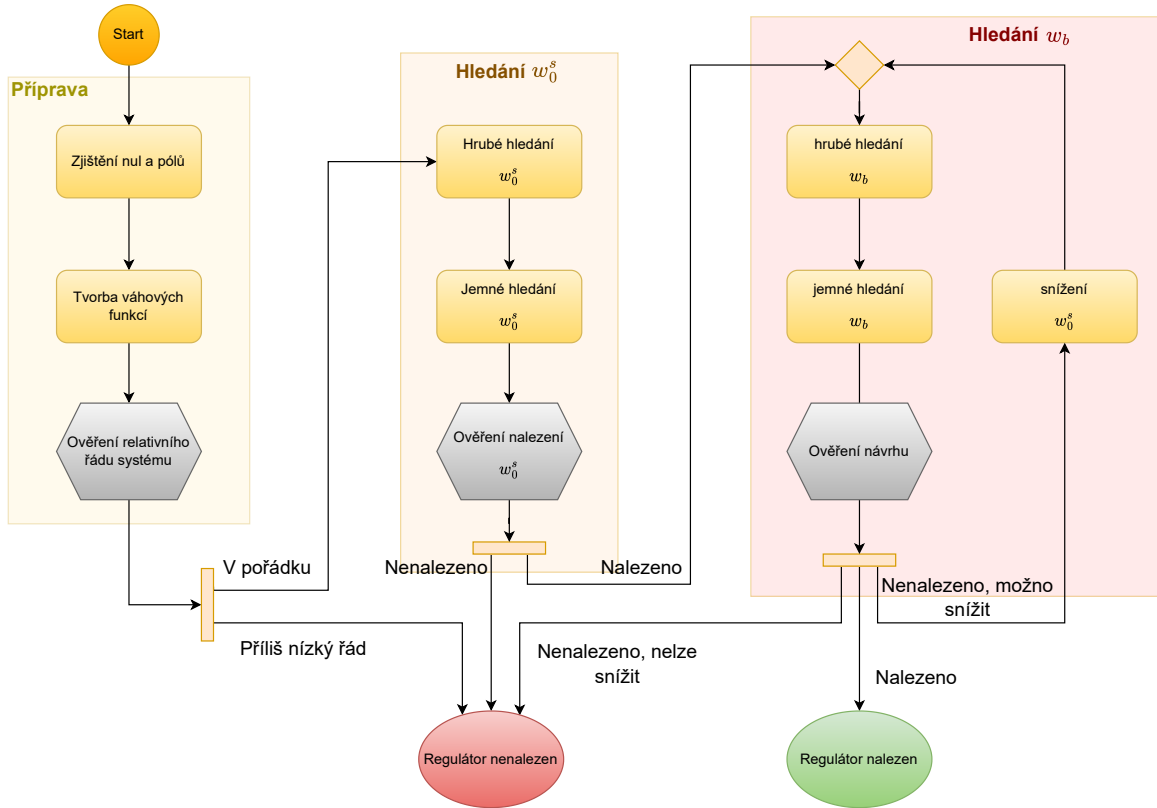
Váhové funkce V , W_1 a W_2 mají několik uživatelsky volitelných parametrů. Jejich hledání může uživateli zabrat velké množství času a i přes to nemusí být získán vhodný regulátor. Z toho důvodu je vhodné vytvořit algoritmus, který pomůže uživateli s hledáním vhodného nastavení.

Základní algoritmus je možné rozdělit na tři hlavní části, kdy každá z nich má na starosti jiný parametr. V první části se připraví struktury váhových funkcí. Druhá část je zodpovědná za nalezení vhodného parametru w_0^s . V poslední části se doladí omezení šířky pásma pomocí parametru ω_b . Jednotlivé části a jejich základní kroky jsou znázorněné ve schématu na obrázku (6.9). Při neúspěchu některého z kroků se vrátí chyba, jinak algoritmus předá navržený regulátor a dosaženou hodnotu γ .

Tvorba váhových funkcí

Prvním krokem algoritmu je vytvoření vhodných váhových funkcí. Vstupem jsou uživatelem zadané póly a nuly, které nesmí být krácené regulátorem. Na základě toho se vytvoří vhodná struktura vah V a W_2 . Dalším parametrem je ξ , které musí uživatel zvolit pro každou komplexní dvojici zvlášť. Ze zkušenosti lze říct, že toto nastavení je hodně individuální pro každý systém, kdy nevhodným zvolením parametrů může dojít k tomu, že kmity nebudou zatlumené nebo nebude existovat regulátor. Tyto parametry jsou často důvodem k opakovaným návrhům. Obecně lze doporučit, že pokud regulátor neexistuje, hodnoty ξ jsou příliš vysoké. Naopak pokud kmity nejsou zatlumené, parametry jsou příliš nízké. Po vytvoření váhových funkcí se zkontroluje, zda

je rozšířený systém P_m stále kauzální. Tato kontrola probíhá kvůli omezení šířky pásma, která se provádí pouze pomocí nul a mohlo by dojít k tomu, že rozšířený systém by byl nekauzální. Pokud kontrola proběhla v pořádku, pokračuje se další částí algoritmu.



Obrázek 6.9: Algoritmus hledání vhodných parametrů

Hledání ω_0^s

Ve druhé části algoritmu se hledá největší možný parametr ω_0^s tak, aby byly splněné veškeré podmínky. Vstupem jsou uživatelem zadané limitní hodnoty ω_0^s , ve kterých se funkce pokusí nalézt vhodné řešení. Prostor se ekvidistantně rozdělí a otestuje se. Pokud se to podaří, zahájí se druhé kolo hledání, kde se sníží limity. Tím se obvykle docílí dostatečné přesnosti, kdy není možné nalézt větší hodnoty, které by splnili podmínky. Vyhodnocení vhodnosti parametru se provádí na základě hodnoty γ . U té bylo experimentálně zjištěno, že je vhodné, aby $\gamma < 1.5$. Ukázalo se, že pokud by hodnota $\gamma < 1$, tento požadavek by byl příliš přísný a zůstával by stále ještě prostor pro vyšší hodnotu parametru ω_0^s . Pokud se nepodaří nalézt vhodný parametr, algoritmus skončí chybovou hláškou. Při nalezení vhodného parametru se pokračuje další částí, která je zaměřena na hledání parametru ω_b .

Hledání ω_b

Poslední částí algoritmu je hledání parametru ω_b . V prvním kole hledání se projde prostor, jehož limity zadal uživatel. Pokud se objeví vhodná hodnota parametru ω_b , pokračuje se druhým kolem, kde je parametr zpřesněn. Pokud se hodnoty nepodaří nalézt, sníží se parametr ω_0^s a provedou se obě kola hledání znovu. Parametr ω_0^s se může snížit několikrát, jakmile je moc malý, další snížení již není povoleno a pokud se nepodařilo nalézt vhodný regulátor, vrací se chyba. Pokud se v některém z kol podaří nalézt vhodný regulátor, tak se i s nalezenými parametry vrátí zpět uživateli. V této poslední části velmi záleží na tom, jaký regulátor má být nalezen. Pokud je cílem nalézt stabilní regulátor, hledá se největší parametr ω_b , kdy vyjde ještě stabilní regulátor. Pokud by se parametr omezil příliš, docházelo by k nežádoucímu chování v podobě kmitání. U nestabilních regulátorů se omezí horní zadanou hranicí.

Algoritmus také vyhodnocuje, zda se má omezit šířka pásma nebo jestli regulátor nemusí mít integrační složku. Potom se některé parametry nehledají, protože na návrh regulátoru nemají vliv. Pro úspěšný návrh je důležité, aby byly správně zvolené limity, ve kterých se parametry mají hledat.

6.5 Automatické omezení řádu regulátoru

Výsledkem návrhu regulátoru metodou H_∞ je obvykle složitý regulátor vysokého řádu. Pro využití v praxi se obvykle požaduje regulátor co nejnižšího řádu, u kterého je malá pravděpodobnost výskytu numerických problémů a jeho implementace do řídicí jednotky je jednoduchá. Cílem návrháře by mělo být získání regulátoru, který dokáže splnit požadavky na řídicí smyčku a je co nejnižšího řádu.

Existují metody pro snížení řádu obecného systému, které je možné využít jak na složité modely řízených systémů, tak i na složité regulátory. Pro redukci regulátorů je velmi vhodná metoda vyvážené reprezentace, která byla podrobně popsána v jedné předchozích částí (2.7). Její největší nevýhodou je, že návrhář musí znát řád omezeného výsledného regulátoru. Problém je to kvůli tomu, že pokud se do metody zadá příliš nízký řád, může dojít k příliš velkému zjednodušení systému a následné nestabilitě otevřené smyčky.

Pro odstranění problémů s neznalostí výsledného řádu regulátoru byl vytvořen algoritmus, jehož cílem je nalézt vhodný řád regulátoru. Algoritmus se dělí na tři základní části:

- primární omezení řádu,
- kontrola redukovaného regulátoru,
- nová redukce regulátoru.

Jejich jednotlivé kroky jsou znázorněné ve schématu na obrázku (6.10).

Primární omezení řádu

Při redukci se začne tím, že se vypočítají singulární čísla, která poskytují informaci o tom jak moc významné jsou jednotlivé stavy. Dále se pro každý řád vypočítá horní hranice chyby aproximace, která je definována vztahem (2.16). Poté se vybere řád s maximální možnou chybou, kterou představuje řád regulátoru s největší horní hranicí chyby aproximace, obvykle jde o nultý nebo první řád. Posledním krokem první části je provést omezení, kdy výsledný řád je vybrán co nejnižší a zároveň tak, aby jeho horní mez chyby aproximace nebyla větší než 1% z maximální možné chyby.

Kontrola redukováného regulátoru

V druhé části algoritmu se kontroluje získané řešení, cílem je zamezit tomu, aby uzavřená smyčka byla nestabilní nebo příliš nepřesná. Kontrola se provádí tím, že se vypočte rozdíl přechodových charakteristik uzavřených smyček, kdy je v jedné redukováný a v druhé původní regulátor. Tento rozdíl se vypočte pro obě dvě strany. Pokračuje se tím, že se z obou rozdílů vypočítá integrální kritérium IAE, které je definované jako:

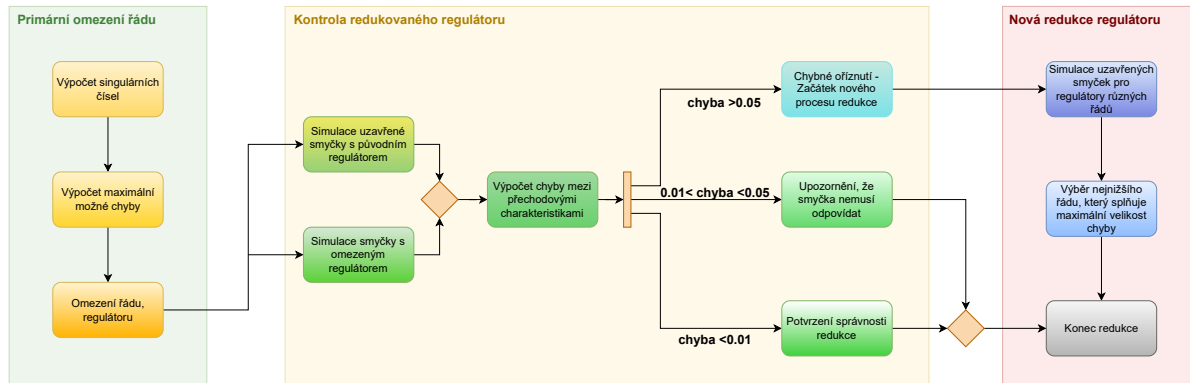
$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt. \quad (6.20)$$

Tím vzniknou dvě kritéria IAE, pro stranu motoru a stranu zátěže. Obě kritéria se dále normují v čase tak, aby odpovídala průměrné odchylce charakteristik v jedné vteřině. Po znormování se obě kritéria sečtou a vydělí dvěma, čímž se získá průměrná odchylka přechodových charakteristik motoru a zátěže pro redukováný i neredukovaný regulátor.

Rozdíl regulátorů v přechodovém ději uzavřené smyčky je daný jedním číslem, na jehož základě je možné rozhodnout o tom, jak moc se regulátory liší. Pokud je to o hodnotu menší než 0.01, předpokládá se, že redukce proběhla v pořádku a algoritmus se ukončí. Pokud je hodnota větší než 0.01 a zároveň menší než 0.05, algoritmus upozorní uživatele, že výsledek nemusí odpovídat úplně přesně, a ukončí se. Pokud je hodnota kritéria větší než 0.05, algoritmus hlásí chybu a přechází ke třetímu finálnímu kroku.

Nová redukce regulátoru

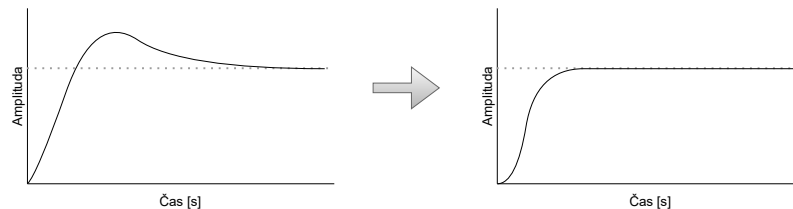
Posledním krokem je nová redukce regulátoru, která se provádí pouze v případě, že kontrola neproběhla v pořádku. V tomto kroku se již nerozhoduje na základě singulárních čísel, ale iterativně podle rozdílu jednotlivých přechodových charakteristik. Začne se od nejvyššího řádu regulátoru a postupně se řád snižuje. Jakmile se dosáhne kritéria, které je vyšší než hodnota 0.025, vrátí se řád o jedna vyšší a ukončí se algoritmus. Tím se dosáhne nejmenšího možného řádu regulátoru s malým rozdílem přechodových charakteristik uzavřených smyček.



Obrázek 6.10: Algoritmus automatického omezení řádu regulátoru

6.6 Automatický návrh filtru

Jak bylo představeno v kapitole o elektromechanických soustavách v části o jejich řízení (4.5) je důležité, aby řízení polohy neobsahovalo překmit. Regulátory navrhované metodou H_∞ obvykle překmit obsahují. Nabízí se tedy modifikovat schéma řízeného systému tak, aby se změnila přechodová charakteristika, jako je tomu na obrázku (6.11).

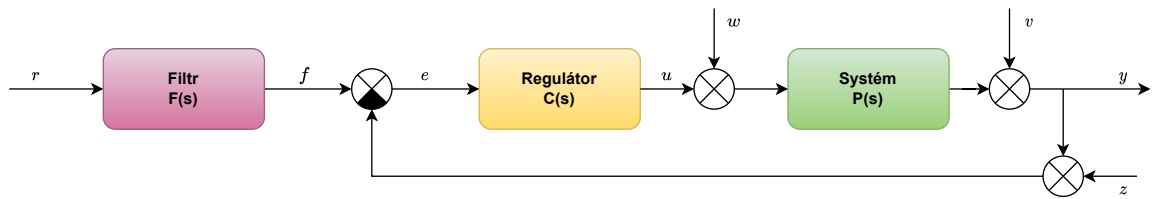


Obrázek 6.11: Zamezení překmitu přechodové charakteristiky

Vhodnou možností modifikace překmitu je využití filtru, kterým se bude tvarovat referenční signál. Myšlenka je obdobná jako u pasivního tlumení vibrací (popsané v části 4.5), kde se na referenční signál použije filtr, který zamezí překmitu. Pro tuto problematiku je možné použít filtr prvního řádu popsáný přenosem:

$$F(s) = \frac{1}{\tau s + 1}, \quad (6.21)$$

kde τ představuje časovou konstantu, která ovlivňuje výšku překmitu uzavřené smyčky. Pokud je časová konstanta zvolena jako nula, tak filtr nemá na uzavřenou smyčku žádný vliv. Zapojení filtru je schématicky znázorněné na obrázku (6.12).



Obrázek 6.12: Filtr omezující překmit

Nalezení časové konstanty lze opět návrháři ulehčit automatizací. Byl navržený algoritmus složený ze dvou částí, kdy první část slouží pro velmi rychlé nalezení přibližné hodnoty. Jde o iterativní proces, kdy se postupně zvětšuje nebo zmenšuje hodnota τ a zkouší se, zda má uzavřená smyčka překmit. Kroky první části jsou následovné:

1. ověření existence překmitu, pokud neexistuje - konec,
2. nastavení $\tau = 1$,
3. ověření existence překmitu, existuje: $\tau = \tau \cdot 10$ - bod 4, neexistuje: $\tau = \tau/10$ bod 5,
4. existuje překmit - bod 3, jinak bod 6,
5. neexistuje překmit - bod 3, jinak bod 7,
6. konec algoritmu, nastavení intervalu: $(\tau/10, \tau)$,
7. konec algoritmu, nastavení intervalu: $(\tau, \tau \cdot 10)$.

Po první části algoritmu je hledaná konstanta τ v poměrně širokém rozsahu a proto je nutné ji zpřesnit. To řeší druhá část algoritmu, kde se aplikuje široce rozšířená metoda půlení intervalů. Celkem se aplikuje 20x což vede na obvykle dostatečnou přesnost konstanty. Tato část algoritmu je popsána následujícími kroky:

1. ověření existence překmitu, pokud neexistuje - konec,
2. nastaví se τ jako prostředek intervalu,
3. ověření překmitu, pokud ano: zvýší se dolní mez intervalu, jinak se sníží horní mez intervalu na hodnotu τ ,
4. zpět na bod 2, jinak pokud tento krok již byl 20x proveden, potom konec.

Při návrhu filtru je důležité, aby se překmit nevyskytoval u přechodu na straně zátěže. Na straně motoru by s překmitem neměl být problém, ale je vhodné dát návrháři možnost volby.

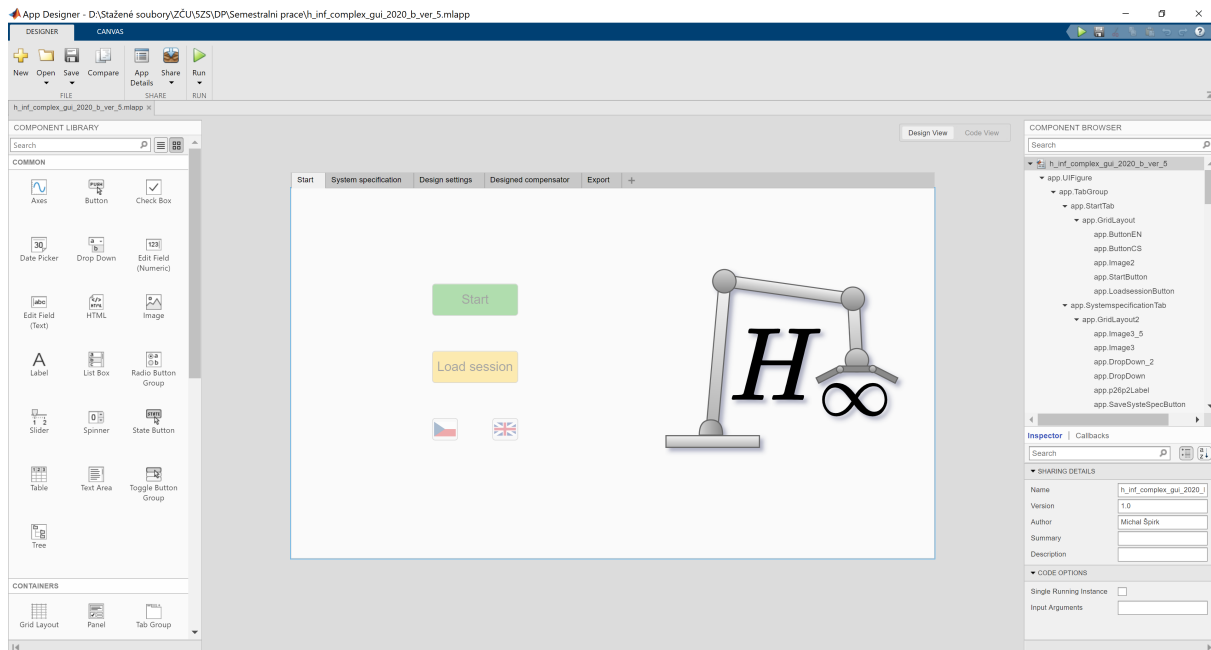
7. Uživatelské prostředí

Návrh regulátorů pouze za pomoci funkcí v Matlabu je pro uživatele složité a trvá dlouho než se s nimi naučí. Kvůli tomu je vhodné vytvořit uživatelské prostředí, které usnadní práci uživateli a bude lehké se s ním naučit. Základem uživatelského prostředí by měla být možnost zadat přenos systému, nastavit uživatelské parametry, zobrazit chování uzavřené smyčky a měla by zde také být možnost exportovat regulátor z aplikace.

7.1 App Designer

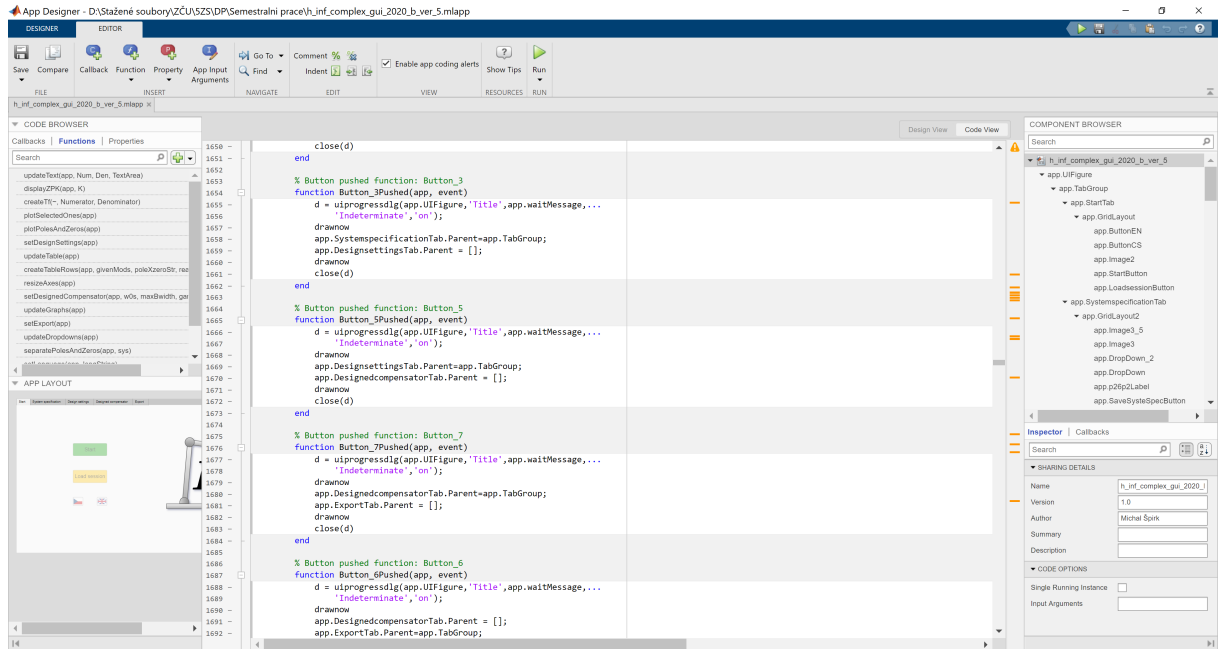
Uživatelské prostředí kompatibilní s funkcemi z Matlabu je možné navrhnout v programu App Designer, který vytvořila společnost The MathWorks, Inc. App Designer slouží k tvorbě uživatelských prostředí, kde je podle stránky [26] důležité spojit design aplikace s naprogramováním jejího chování.

Nejprve je potřebné vytvořit vzhled aplikace, k tomu má uživatel k dispozici připravené objekty jako jsou: tlačítka, rozevírací seznamy, grafy, obrázky, různé panely, zaškrtačací políčka a spoustu dalších. Příklad toho, jak vypadá tvorba vzhledu aplikace je na obrázku (7.1), kde je znázorněno několik tlačítek a logo aplikace. Jakmile vývojář vytvoří vzhled aplikace může přejít k definici chování jednotlivých komponent.



Obrázek 7.1: Tvorba uživatelského prostředí

Druhou částí tvorby programu je definice chování jednotlivých objektů, které je nutné naprogramovat. Ke každému objektu v aplikaci je možné přiřadit několik zpětných volání, která interagují s uživatelem. Jde o situace, kdy uživatel změní nějaké hodnoty, klikne na tlačítko nebo stiskne nějakou klávesu. Jak se bude aplikace chovat po interakci s uživatelem je možné libovolně definovat, je možné zavolat některou z funkcí v Matlabu, změnit vzhled aplikace, vykreslit graf, otevřít nové okno nebo je také možné celou aplikaci zavřít. Jak vypadá programování jednotlivých funkcí je vyobrazené na obrázku (7.2).



Obrázek 7.2: Programování chování uživatelského prostředí

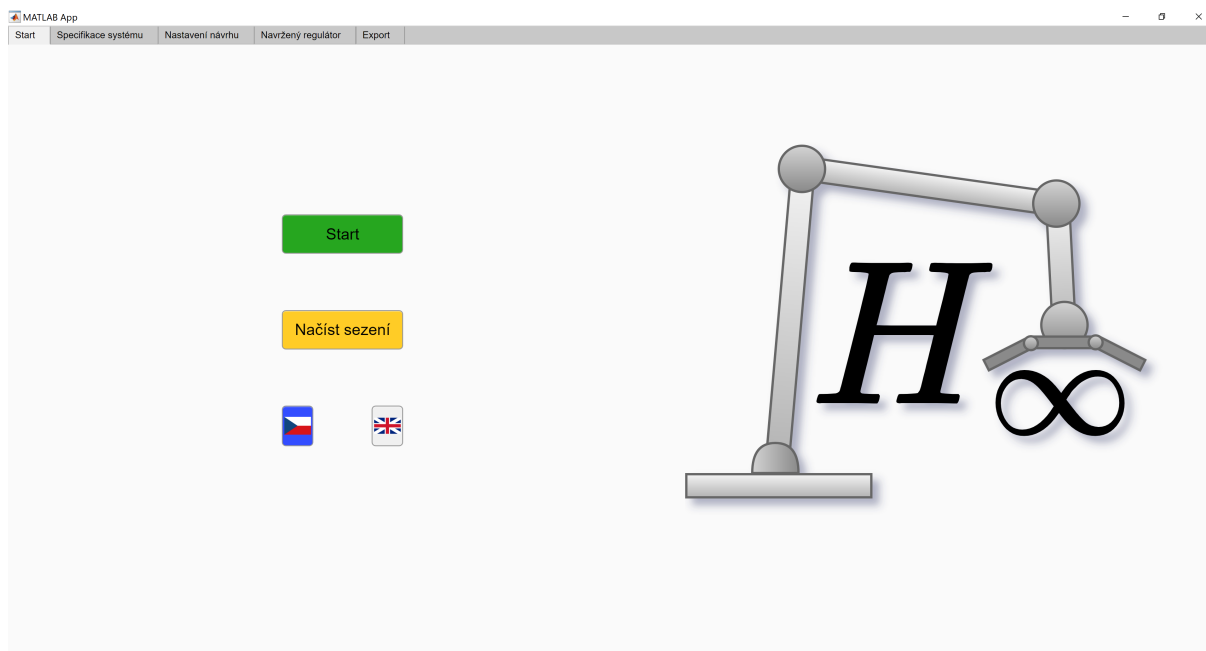
V aplikaci lze vytvořit velmi rozsáhlé uživatelské prostředí, které kombinuje větší množství oken nebo využívá funkce vytvořené v Matlabu. App Designer je vhodný nástroj pro vývojáře, kteří nemají zkušenosti s tvorbou uživatelských prostředí. Program je velmi přívětivý. Jeho nevýhodou je, že brání uživateli ve volné modifikaci kódu jednotlivých objektů. Také se objevily problémy se změnou velikosti objektů při změně velikosti okna aplikace, což se program také snaží řešit automaticky.

7.2 Uživatelské prostředí pro návrh složitých regulátorů

Aplikace sloužící k návrhu složitých regulátorů metodou H_∞ má uživatele provést celým návrhem regulátoru. Aplikace má pouze jedno okno, které obsahuje pět základních záložek, kdy každá z nich plní jinou funkci. Cílem je postupně se proklikat jednotlivými záložkami až k finálnímu návrhu regulátoru. Poslední záložka poté umožní export regulátoru do Matlabu.

7.2.1 Úvodní okno

Po spuštění aplikace se uživateli objeví úvodní záložka, která je znázorněná na obrázku (7.3). Umožňuje volbu českého nebo anglického jazyka a také možnost načíst uživatelovu uloženou práci. Po stisknutí tlačítka *Načíst sezení* dostane uživatel možnost vybrat soubor s uloženou prací. Jakmile vybere soubor, otevře se záložka, kde byla práce uložena a načtou se všechna potřebná data. Tlačítko *Start* uživatele přesune na novou záložku.



Obrázek 7.3: Úvodní okno aplikace

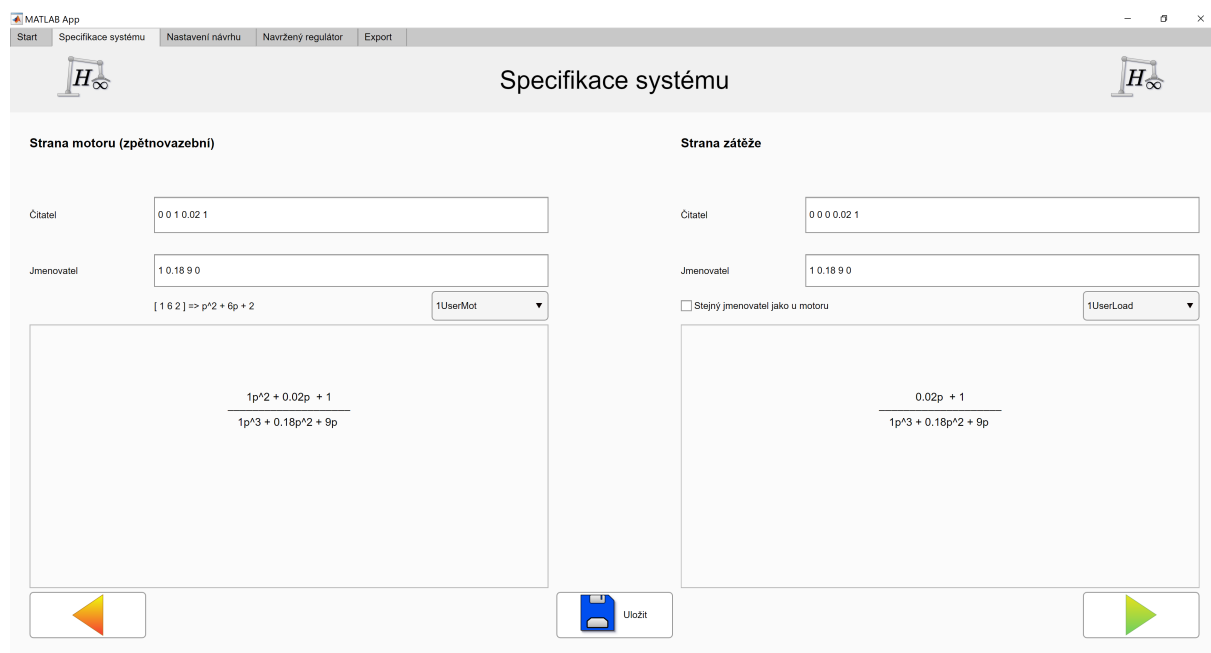
7.2.2 Zadání systému

Prvním krokem vedoucím k návrhu regulátoru je specifikace systému, to je možné v záložce na obrázku (7.4). Aplikace je optimalizována pro elektromechanické soustavy, takže je možné zadat přenosovou funkci pro stranu motoru i zátěže. Záložku pro zadání přenosů je možné rozdělit na dvě části. V té nalevo je možnost zadat přenosovou funkci motoru, kde se zvláště zadá číselník a jmenovatel. Do políček se zadávají koeficienty jednotlivých polynomů, stejně jako kdyby se tvořila přenosová funkce pomocí příkazu $tf()$. Předpis zadaného přenosu se okamžitě zobrazuje v textovém poli v dolní části aplikace. Systém je možné zadat rovnou z pracovního prostředí Matlabu pomocí rozevíracího seznamu, který se nachází mezi políčkem pro zadání jmenovatele a textovým polem. V rozevíracím seznamu jsou názvy všech modelů, které jsou v pracovním prostředí Matlabu.

Zadávání modelu pro stranu zátěže, která se nachází v levé části okna, funguje velmi podobně

jako specifikace modelu pro stranu motoru. Je potřebné zadat čítec i jmenovatel. Zadaný model se také zobrazuje v textovém poli a je možné ho také vybrat z rozevíracího seznamu. Navíc je u tohoto modelu přidán zaškrtačací políčko, které umožňuje synchronizaci jmenovatele zátěže se jmenovatelem motoru.

Ve spodní části se nachází tři tlačítka. Oranžová šipka nacházející se vlevo vrátí uživatele zpět na úvodní okno. Prostřední tlačítko s disketou slouží pro uložení práce uživatele. Po stisknutí tlačítka se uživateli zobrazí dialogové okno, kde se zvolí umístění a název souboru s uloženou prací. Tento soubor je poté možné načíst v úvodním okně. V pravé části se nachází zelená šipka, která přenesení uživatele k dalšímu kroku návrhu.



Obrázek 7.4: Okno pro zadání systému

7.2.3 Nastavení parametrů návrhu

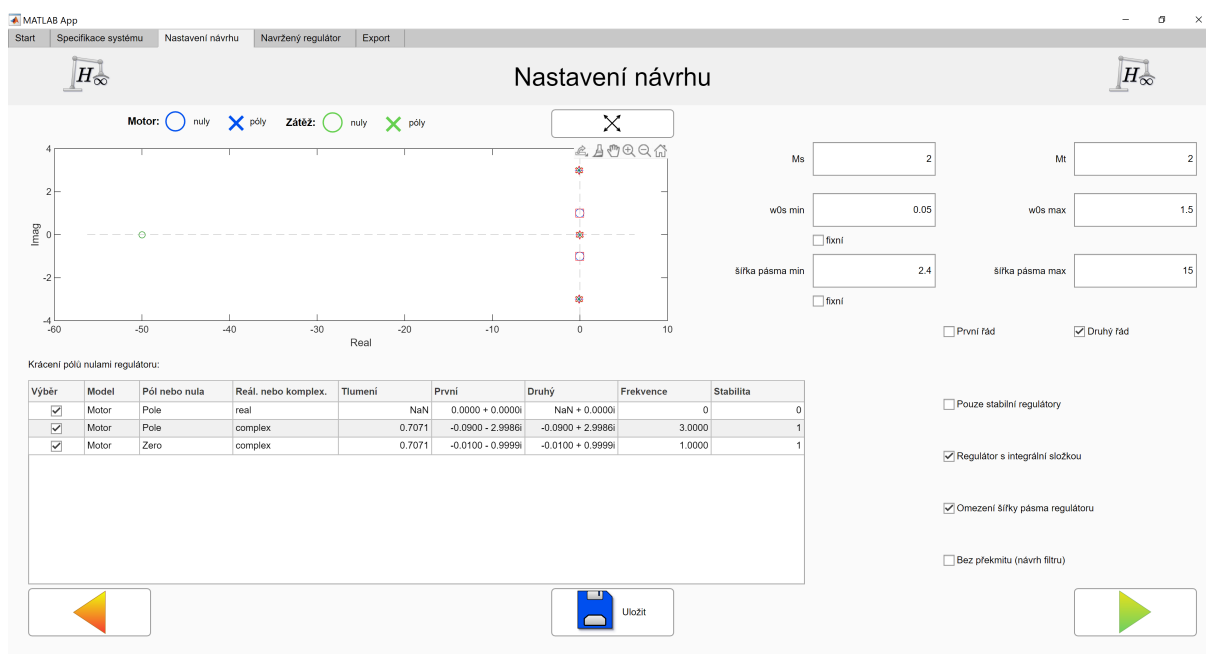
Poté co uživatel zadá model systému a klikne na tlačítko se zelenou šipkou, dostane se k dalšímu kroku, kde je nutné nastavit parametry návrhu. Po tomto kroku následuje výpočet složitěho regulátoru. Záložku, která je na obrázku (7.5), je možné opět rozdělit na dvě části. Vlevo jsou data související se strukturou váhových funkcí, kde se v horní části vykresluje poloha pólů a nul obou dvou přenosů. Pokud některý z těchto módů nemá být krácen je v grafu označen červeně. Strukturu váhových funkcí může uživatel ovlivnit výběrem pólů a nul v tabulce v dolní levé části, která obsahuje všechny póly a nuly přenosu na straně motoru. Pokud je některý z módů vybrán nemůže tento mód být krácen regulátorem. V této tabulce se také volí parametr tlumení ξ , který může uživatel sám specifikovat podle toho jak moc mají být jednotlivé módy

7. UŽIVATELSKÉ PROSTŘEDÍ

utlumené.

V části, která se nachází vpravo, může uživatel ovlivnit volbu jednotlivých parametrů. Zadávat se hodnoty M_s , M_t a také se specifikuje rozmezí ω_0^s a šířky pásma ω_b . Není dobré, pokud uživatel zvolí toto rozmezí příliš široké, protože vhodný regulátor nemusí být nalezen. Naopak se doporučuje zkusit menší rozmezí a případně provést návrh znovu s upravenými hodnotami. Dále je možné parametry zafixovat a provést ruční návrh. Poté se specifikuje řád, kterým bude omezená šířka pásma. Může se volit mezi prvním a druhým řádem. To znamená, že dovnitř smyčky bude začleněna jedna nebo dvě nuly se zlomovou frekvencí odpovídající parametru ω_b . V zaškrtačkových polích se poté volí stabilita a integrační složka regulátoru a také je možné rozhodnout, zda se má omezit šířka pásma funkce T nebo se může vybrat automatický návrh filtru omezujícího překmit.

Trojice tlačítek v dolní části funguje stejně jako u předchozí záložky, kde oranžová šipka vrátí uživatele o krok zpět, disketa umožní uložení nastavení a zelená šipka spustí algoritmus, který vede k výpočtu regulátoru a další záložce.



Obrázek 7.5: Nastavení návrhu složitého regulátoru

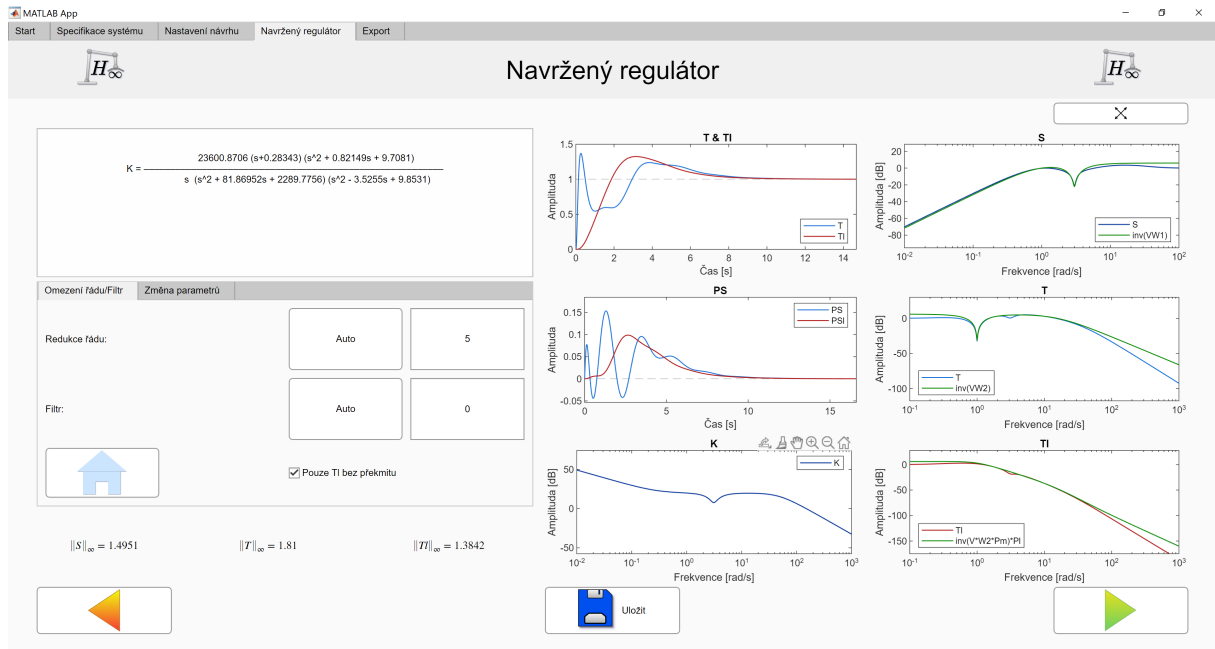
7.2.4 Navržený regulátor

Jakmile se dopočítá regulátor, přijde na řadu záložka na obrázku (7.6) zobrazující důležité charakteristiky a model regulátoru. Vpravo obsahuje záložka všechny důležité grafy v podobě přechodových charakteristik, odezev na vstupní poruchu a frekvenčních charakteristik. Součástí těchto grafů jsou i frekvenční omezení, které na systém kladou váhové funkce V , W_1 a W_2 . Tyto

charakteristiky slouží hlavně pro ověření návrhu a chování systému.

V levé horní části je napsaný model regulátoru, kde je vidět jeho řád a rozmístění jednotlivých nul a pólů. Pod textovým polem s napsaným modelem regulátoru se nachází dvojice záložek, ve kterých je možné změnit hodnoty návrhu. Pod těmito záložkami jsou vypsané důležité ∞ -normy, které je důležité zkontrolovat.

Dolní část okna je stejná jako u ostatních záložek, kde oranžová šipka vrací uživatele k nastavení návrhu, disketa umožňuje aktuální návrh uložit a zelená šipka přechází k exportu regulátoru.

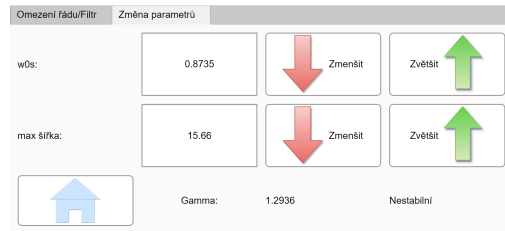


Obrázek 7.6: Zobrazení navrženého regulátoru

Je vhodné se ještě vrátit ke dvěma záložkám, které se nachází v levé části uprostřed a mohou ovlivnit návrh regulátoru. Záložka zobrazená na obrázku (7.6) slouží k redukci řádu regulátoru a návrhu časové konstanty filtru. Jak redukci, tak návrh filtru je možné provést automaticky, k čemuž slouží tlačítka *Auto*, které provedou automatický návrh a aktualizují veškeré grafy a popisky. Uživatel ale nemusí využít automatických metod a může zkusit zadat ručně časovou konstantu filtru nebo řád regulátoru jaký chce. Důležité je upozornit, že příliš nízký řád může destabilizovat uzavřenou smyčku. Tato záložka zároveň obsahuje tlačítko s domečkem, které uživatele vrátí k původnímu návrhu, který byl vytvořen pomocí algoritmů. Zaškrtnávací políčko poté umožňuje vybrat, zda strana motoru smí mít překmit nebo ne.

Druhá záložka je znázorněna na obrázku (7.7) a slouží k ručnímu upravení parametrů ω_s a šířky pásma ω_b . Uživatel může parametry zvětšovat či snižovat pomocí tlačítek nebo může požadované hodnoty rovnou zadat do zadávacích polí. Jakmile se některý z parametrů změní, dojde k novému návrhu regulátoru. Důležité je upozornit na to, že u tohoto návrhu není hlídána

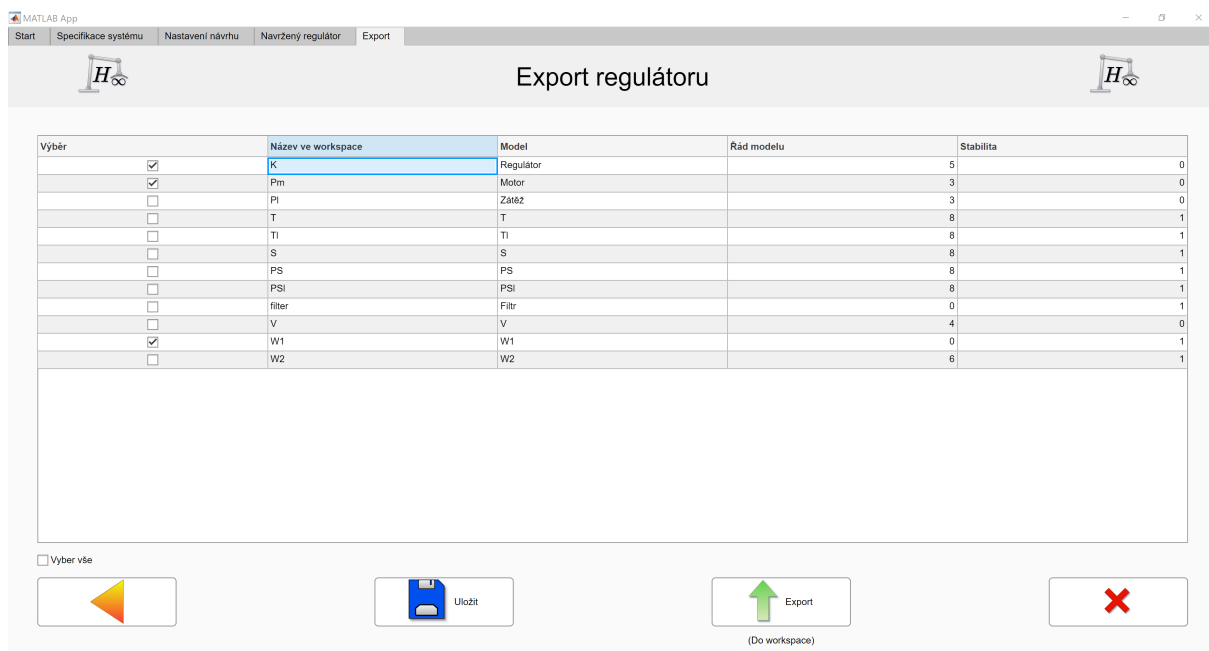
hodnota γ a ani stabilita regulátoru. Je tedy možné obdržet návrhy s velmi vysokými hodnotami γ , které nesplňují návrhové požadavky. Uživateli byla poskytnuta velká svoboda a je pouze na něm, jak moc budou dané podmínky dodrženy. Tato záložka také obsahuje informaci o velikosti γ a o stabilitě regulátoru. Tlačítko s domečkem slouží pro návrat k původnímu návrhu.



Obrázek 7.7: Záložka sloužící pro úpravu návrhu regulátoru

7.2.5 Export regulátoru

Poslední záložka slouží k exportu regulátoru mimo aplikaci do pracovní plochy Matlabu a je zobrazena na obrázku (7.8). Záložka se skládá z tabulky, zaškrtačacího pole a několika tlačítek. Tabulka obsahuje důležité přenosy související s návrhem systému. Ve druhém sloupci tabulky lze změnit název, pod kterým budou vybrané přenosy exportované do pracovního prostředí Matlabu. Součástí tabulky je také informace o tom, jestli je model stabilní nebo také jakého je řádu. Zaškrtačací políčko slouží k výběru všech položek. Tlačítko s oranžovou šipkou vrátí uživatele zpět k navrženému regulátoru, tlačítko s disketou umožní celý návrh uložit. Tlačítko *Export* se zelenou šipkou slouží k exportování všech vybraných modelů do pracovního prostředí Matlabu a poslední tlačítko s křížkem zavře celou aplikaci.



Obrázek 7.8: Záložka pro export regulátoru

Uživatelské prostředí by mělo být pro uživatele dostatečně jednoduché a zároveň přívětivé. Z toho důvodu bylo využito postupného přecházení mezi jednotlivými záložkami tak, aby se došlo k návrhu vhodného regulátoru. Již z tohoto popisu jednotlivých oken, by mělo být jasné, jak se aplikace používá a neměl by být problém se základním použitím. Jakoukoliv rozdělanou práci je možné uložit a znovu načíst přesně do bodu, kde uživatel skončil. Návod na samotnou instalaci je uveden v příloze.

8. Srovnání s PID regulací

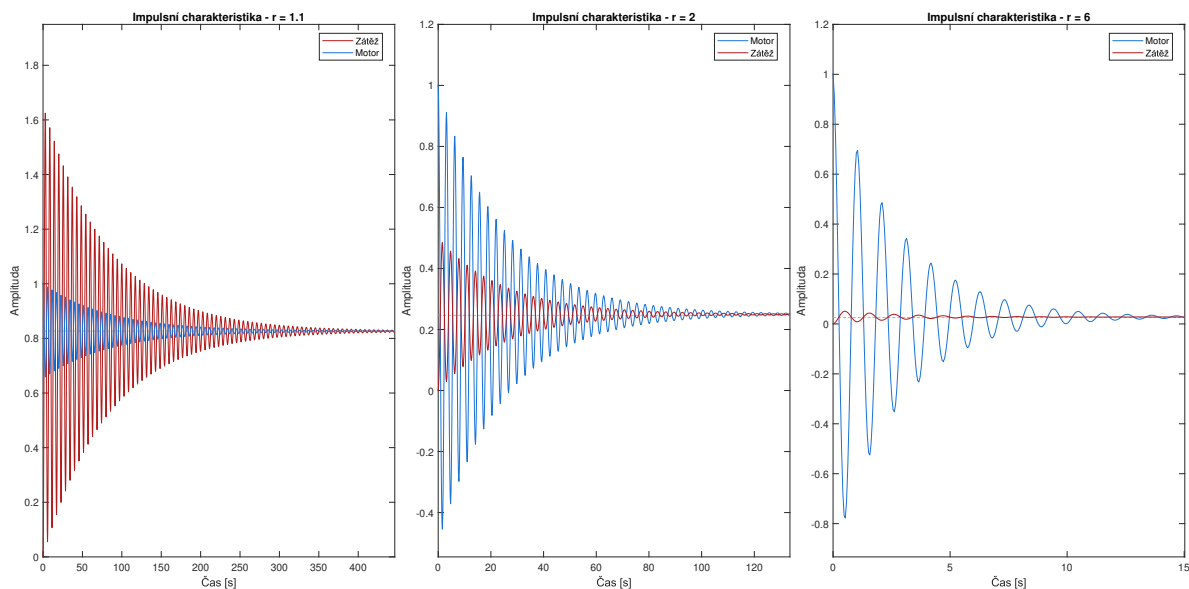
Složitější regulátory by měly přinést zlepšení kvality regulace, větší šířku pásma a také lepší aktivní tlumení vibrací než dosud používaná PID regulace. Jestli je složitější regulátor opravdu lepší je nutné simulačně ověřit. V následujících částech je provedené srovnání několika složitějších regulátorů s PID regulací pro normalizované systémy, kde byla řízena rychlost i poloha. Dodatečně bylo srovnání provedené na více-motové soustavě, která se svým chováním může blížit k reálným systémům.

8.1 Normalizované soustavy

Srovnání regulátorů se provede na normalizovaných soustavách, které byly představené v části (4.3). Tyto soustavy obsahují jednu rezonanční $\omega_n = r$ a jednu antirezonanční frekvenci $\omega_z = 1$. Obecné přenosové funkce pro stranu motoru i zátěže jsou zaznamenány v následující rovnici:

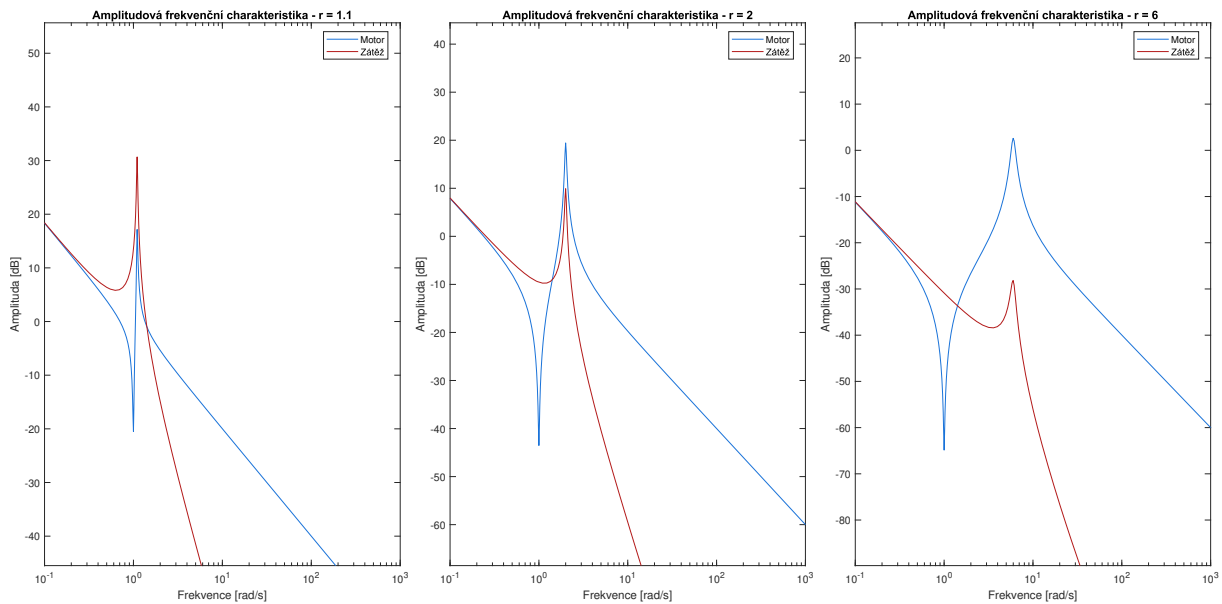
$$P_m = \frac{s^2 + 2\xi s + 1}{s(s^2 + 2\xi r^2 s + r^2)}, \quad P_l = \frac{2\xi s + 1}{s(s^2 + 2\xi r^2 s + r^2)}, \quad (8.1)$$

kde $\xi = 0.01$ a rezonanční parametr bude nabývat těchto tří hodnot $r = [1.1, 2, 6]$. Tyto soustavy mají díky malému parametru ξ velmi kmitavou dynamiku představující výzvu pro jakýkoliv zpětnovazební regulátor. Změnou rezonančního parametru r se mění chování systému, což prověří regulátory na široké škále systémů. Chování jednotlivých soustav je zaznamenáno v impulsních charakteristikách na obrázku (8.1), kde s rostoucím parametrem r klesá amplituda zátěže a také je nižší počet kmitů.



Obrázek 8.1: Impulsní charakteristiky normalizovaných soustav

Chování pozorované v impulsních charakteristikách lze ověřit ve frekvenčních amplitudových charakteristikách znázorněných na obrázku (8.2). V grafech je vidět, že s rostoucím rezonančním parametrem se vzdalují antirezonanční a rezonanční frekvence od sebe. Také se postupně snižuje amplituda rezonanční frekvence na straně zátěže. To odpovídá chování v impulsních charakteristikách v předchozím obrázku. Pro tyto systémy budou postupně navrženy regulátory a bude srovnané chování uzavřených smyček.



Obrázek 8.2: Frekvenční charakteristiky normalizovaných soustav

8.2 Metodika návrhu regulátorů

Cílem je vytvořit návrhy regulátorů, které budou srovnatelné. To znamená, že požadavky kladené na uzavřenou smyčku jsou stejné pro všechny návrhové metody. Regulátory jsou vybírané tak, aby co nejlépe splnili návrhové požadavky a nebyla tak zvýhodněna ani jedna z metod. Požadavky na uzavřenou smyčku jsou shrnuté v následujících bodech:

- $\|S\|_{\infty} < 2$,
- $\|T\|_{\infty} < 2$,
- $\|T_I\|_{\infty} < 2$ (nemusí být splněn, pokud to není možné),
- přechodová charakteristika polohové smyčky bez překmitu,
- co největší šířka pásma strany zátěže,

- regulátor s integrační složkou,
- zajištění aktivního tlumení vibrací.

U PID regulace se využije kaskádní regulace, kdy bude navržen PI regulátor rychlosti a P regulátor polohy. K těmto návrhům bude využit program vytvořený v práci [37], který využívá metody H_∞ regionů, která byla představena v článku [35]. Tato metoda poskytuje velké množství regulátorů, ze kterých se vybere se s nejnižším součtem kritérií IAE pro přechodovou charakteristiku a odezvu na poruchu a to jak pro stranu motoru, tak i pro stranu zátěže. Tím se volí určitý kompromis mezi schopností sledovat referenční hodnotu a schopností kompenzovat poruchy. Součet kritérií je v pořádku, protože hodnoty kritérií pro různé strany jsou velmi podobné. Díky tomu nedochází k příliš velkému zkreslení, kdy by některé z kritérií mělo příliš velkou váhu oproti ostatním.

U složitých regulátorů se využije programu vyvinutého v této práci, kde budou navržené regulátory pro rychlost i polohu, nebude tedy využito kaskádní regulace. K zajištění polohové smyčky bez překmitu se použije filtr, který bude zapojen před uzavřenou smyčkou. Pro každou návrhovou úlohu budou navržené dva regulátory, kdy jeden z nich může být nestabilní, zatímco druhý musí být stabilní. Díky tomu bude možné zjistit, jak dobře dokáže program navrhnout složitý stabilní regulátor.

8.3 Návrh regulátorů rychlosti

První část návrhu je zaměřena na regulaci rychlosti pro všechny tři soustavy. Srovnání regulátorů bude provedené jak graficky na časových odezvách a frekvenčních charakteristikách, tak budou vypočtená kritéria IAE, která poskytnou číselné zhodnocení kvality regulace.

8.3.1 Návrh pro $r = 1.1$

Jako první je proveden návrh pro nejvíce kmitavou soustavu s parametrem $r = 1.1$. Pro tuto soustavu se nepodařilo nalézt ani jeden regulátor, který by splnil všechny požadavky. Problém byl s vysokým zesílením na straně zátěže, které regulátory nedokážou dost dobře utlumit. Takže nakonec bylo upuštěno od podmínky $\|T_i\| < 2$. Výsledné regulátory jsou zaznamenané v následujících rovnicích:

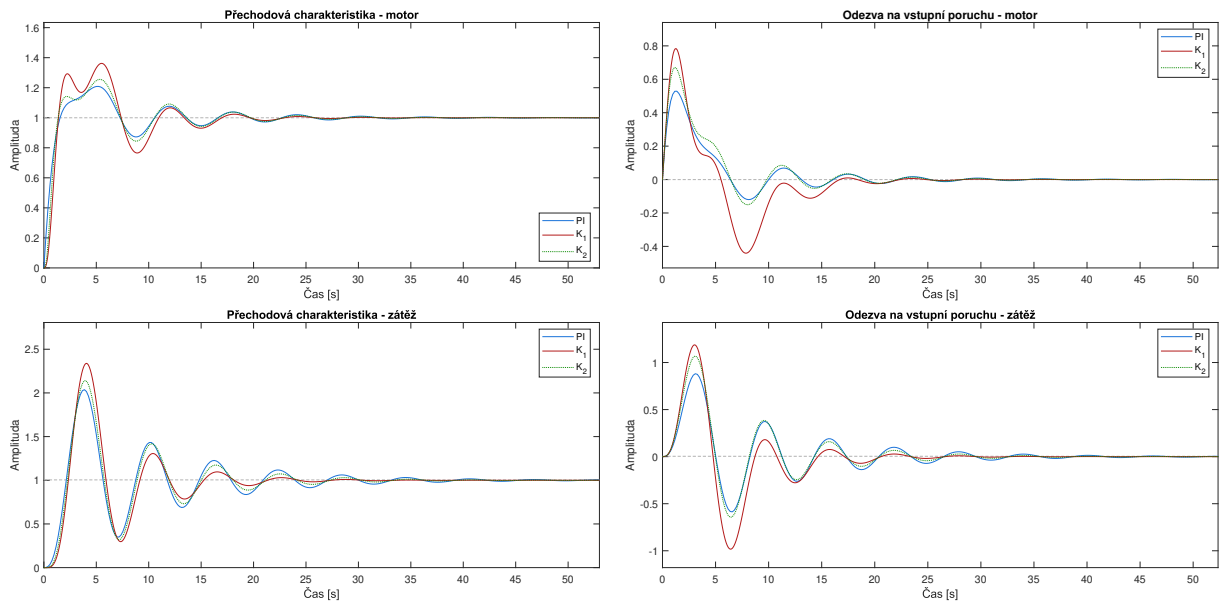
$$PI(s) = \frac{1.1429(s + 0.5833)}{s}, \quad (8.2)$$

$$K_1(s) = \frac{-0.015679(s - 983.2)(s^2 + 0.4195s + 0.06189)}{s(s + 0.006149)(s^2 + 5.961s + 13.49)}, \quad (8.3)$$

$$K_2(s) = \frac{-0.062965(s - 588.8)(s + 0.4737)}{s(s^2 + 8.692s + 32.93)}, \quad (8.4)$$

kde se podařilo rovnou nalézt složitý stabilní regulátor K_1 bez nutnosti omezovat šířku pásma. Byl proveden tedy ještě jeden návrh, kde mělo dojít ke zlepšení chování uzavřené smyčky.

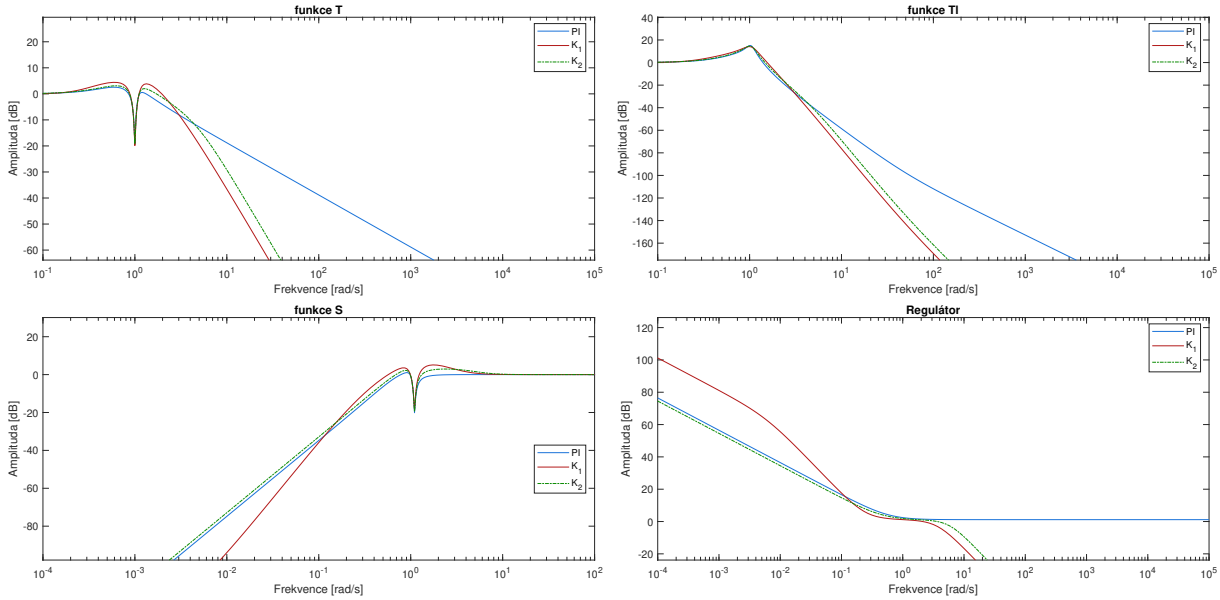
Chování jednotlivých uzavřených smyček je znázorněné na obrázku (8.3). Všechny přechodové charakteristiky jsou velmi kmitavé. První složitý regulátor K_1 obsahuje největší amplitudu kmitů ve všech charakteristikách, ale zdá se, že u něj kmity zároveň ustanou jako u prvního. PI regulátor se svým chováním velmi podobá druhému složitějšímu regulátoru K_2 a není mezi nimi téměř žádný rozdíl. Tato soustava se ukázala jako velmi obtížně říditelná a je třeba se spokojit s tím, že uzavřená smyčka je stabilní a kmitání se po čase utlumí.



Obrázek 8.3: Srovnání rychlostních smyček pro $r = 1.1$ v časové oblasti

Odlišný pohled na věc mohou poskytnout frekvenční charakteristiky na obrázku (8.4). Tlumení antirezonanční frekvence je vidět u funkce T , kde všechny regulátory mají pokles amplitudy. V charakteristice funkce S je naopak vidět tlumení rezonanční frekvence, kde opět všechny regulátory zafungovaly podobně. Nedostatečný útlum je vidět u funkce T_l , kde se vyskytuje příliš velké zesílení na rezonanční frekvenci. Ve čtvrtém grafu znázorňujícím frekvenční charakteristiky regulátorů je zřetelná podoba druhého složitějšího regulátoru a PI regulace, čemuž odpovídají i přechodové charakteristiky. Oba složitější regulátory mají velký útlum na vysokých frekvencích, čímž potlačují vysokofrekvenční šum.

8. SROVNÁNÍ S PID REGULACÍ



Obrázek 8.4: Srovnání frekvenčních charakteristik pro $r = 1.1$ - rychlost

V závěru této části se provedlo srovnání jednotlivých regulátorů pomocí kritérií IAE. Výsledky jsou zapsané v tabulce (8.1), kde jsou zároveň uvedené důležité ∞ – *normy*. Ani jeden z regulátorů nedokázal splnit podmínku $\|T_l\|_\infty < 2$, ostatní normy jsou jinak dostatečně nízké. Největší šířky pásma na straně zátěže se podařilo dosáhnout u prvního složitějšího regulátoru, v jeho neprospěch ale hrají hodnoty IAE kritérií. První složitý regulátor má největší kritérium pro přechodovou charakteristiku motoru i pro obě dvě odezvy na poruchu. Ty měl naopak nejlepší PI regulátor, ačkoliv naopak šířku pásma měl nejnižší. Poněkud překvapivě má první složitý regulátor pro přechodovou charakteristiku zátěže nejnižší hodnotu IAE. Ukazuje se, že díky své agresivitě dokáže kmity rychle ztlumit, ačkoliv u něj mají největší amplitudu.

Reg:	$\ S\ _\infty$	$\ T\ _\infty$	$\ T_l\ _\infty$	Šířka pásma T_l	IAE T	IAE T_l	IAE PS	IAE PS_l
PI	1.131	1.343	5.727	1.495	2.133	8.036	2.398	5.99
K_1	1.802	1.664	5.091	1.678	3.151	7.587	3.728	6.496
K_2	1.403	1.429	5.417	1.589	2.475	7.793	2.871	6.115

Tabulka 8.1: Srovnání regulátorů rychlosti pro $r = 1.1$

Tato soustava se ukázala jako velmi obtížně říditelná pro všechny tři regulátory, nízká hodnota rezonančního parametru představuje pro zpětnovazební řízení problém. Z podmínky $S + T = 1$ plyne, že není možné mít nízkou amplitudu funkce S i T na stejných nebo velmi blízkých frekvencích. Při návrhu nových elektromechanických soustav by se mělo dbát na to, aby rezonanční parametr nebyl příliš nízký. Usnadní se tak práce návrháře řídicího systému a

zvýší se dosažitelná kvalita regulace.

8.3.2 Návrh pro $r = 2$

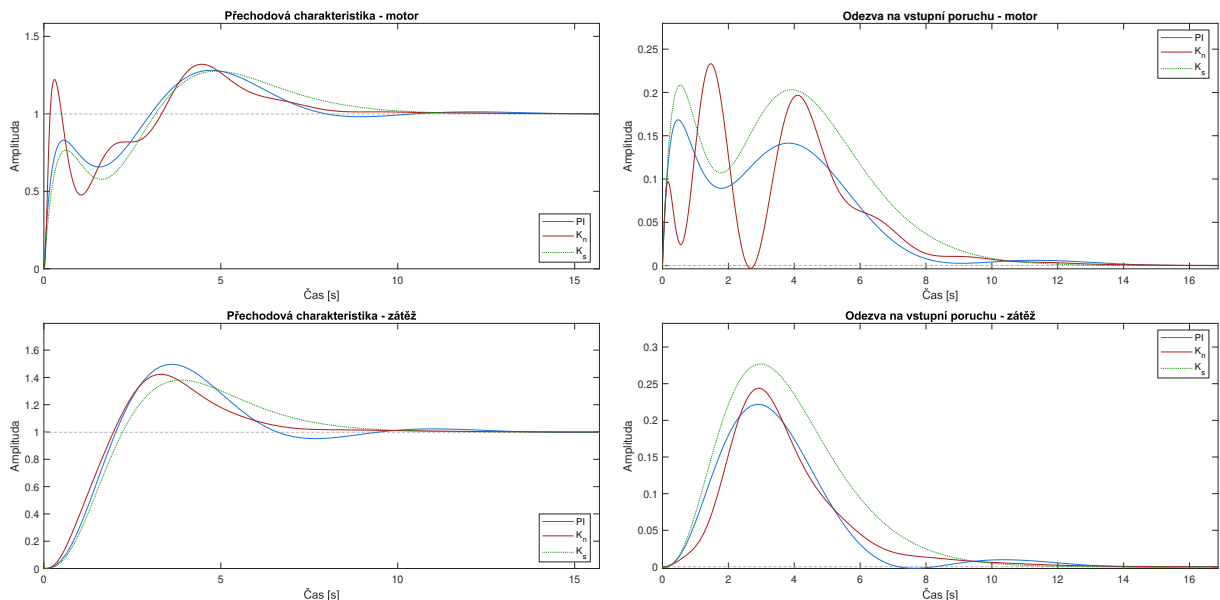
Druhá soustava má vyšší rezonanční parametr než ta předchozí, což se projevilo hned při návrhu regulátorů, kdy se podařilo splnit veškeré návrhové požadavky. Výsledné regulátory jsou zapsané v následujících rovnicích:

$$PI(s) = \frac{4.4444(s + 0.2833)}{s}, \quad (8.5)$$

$$K_n(s) = \frac{11695(s + 0.2855)(s^2 + 0.4303s + 5.713)}{s(s^2 - 2.534s + 10.49)(s^2 + 54.22s + 1419)}, \quad (8.6)$$

$$K_s(s) = \frac{-0.61812(s - 3.183e05)(s + 0.2624)}{s(s^2 + 448.7s + 5.954e04)}, \quad (8.7)$$

kde K_n je nestabilní a naopak K_s je stabilní regulátor. Díky redukci se podařilo získat stabilní regulátor pouze třetího řádu. Nestabilní nula regulátoru je způsobena algoritmem redukce. Přechodové charakteristiky a odezvy na vstupní poruchu jsou ilustrovány v grafech na obrázku (8.5).

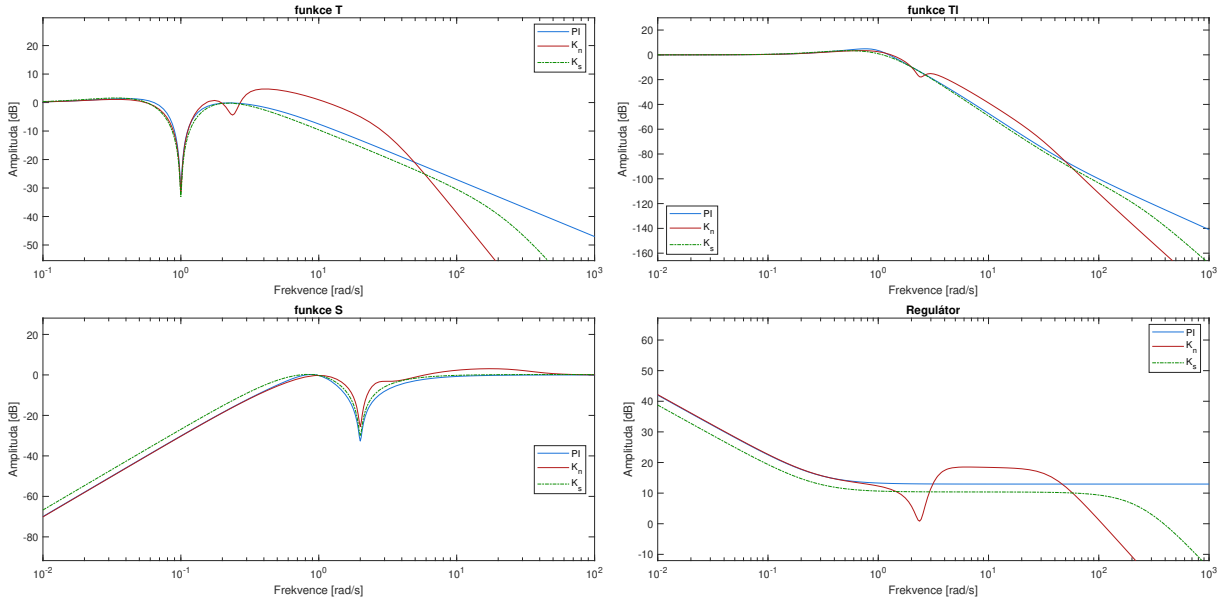


Obrázek 8.5: Srovnání rychlostních smyček pro $r = 2$ v časové oblasti

Všechny regulátory mají překmit do hodnoty 1.5 a kompenzují dobře poruchy. Nejméně kmity tlumí nestabilní složitý regulátor, ale na druhou stranu je jednoznačně nejrychlejší. Stabilní složitý regulátor má největší amplitudu u odezvy na poruchu na straně zátěže, ale doba regulace vstupní poruchy je srovnatelná s ostatními regulátory. PI regulátor je pomalejší než nestabilní složitý regulátor, ale velmi dobře aktivně tlumí vibrace na straně zátěže i motoru.

8. SROVNÁNÍ S PID REGULACÍ

Ve frekvenčních charakteristikách na obrázku (8.6) je pozorovatelné aktivní tlumení u všech regulátorů. Na nízkých frekvencích PI regulátor téměř odpovídá nestabilnímu, odlišují se až na vysokých frekvencích. Nestabilní regulátor nejhůře potlačuje rezonanční frekvenci v přenosu S . Složitější regulátory jsou výhodné v tom, že dobře tlumí vysoké frekvence, takže by nemělo docházet k zesilování šumu.



Obrázek 8.6: Srovnání frekvenčních charakteristik pro $r = 2$ - rychlost

Ověření návrhů je možné provést ještě pomocí norem a IAE kritérií, jejichž hodnoty jsou zapsané v tabulce (8.2). Požadavky na ∞ – *normy* jsou splněné u všech regulátorů. Největší šířky pásma dosáhl nestabilní regulátor. Nejhůře je na tom stabilní regulátor jak v dosažené šířce pásma zátěže, tak v kritériích IAE. PI regulátor vyšel velmi podobně jako nestabilní regulátor, což potvrdila i frekvenční charakteristika regulátorů. Tato soustava byla mnohem lépe říditelná než tomu bylo u té předchozí. Ukázalo se, že vyšší rezonanční parametr umožňuje lépe tlumit vibrace.

Reg:	$\ S\ _\infty$	$\ T\ _\infty$	$\ T_l\ _\infty$	Šířka pásma T_l	IAE T	IAE T_l	IAE PS	IAE PS_l
PI	1.026	1.174	1.753	1.456	1.642	2.725	0.793	0.796
K_n	1.425	1.732	1.482	1.564	1.645	2.316	0.78	0.779
K_s	1.033	1.204	1.473	1.381	2.019	2.741	1.153	1.154

Tabulka 8.2: Srovnání rychlostních regulátorů pro $r = 2$

8.3.3 Návrh pro $r = 6$

Poslední soustava má nejvyšší rezonanční parametr r a na základě chování předchozích soustav by měla být nejlépe říditelná. Požadavky splnili všechny tři navržené regulátory, které jsou uvedené v rovnicích:

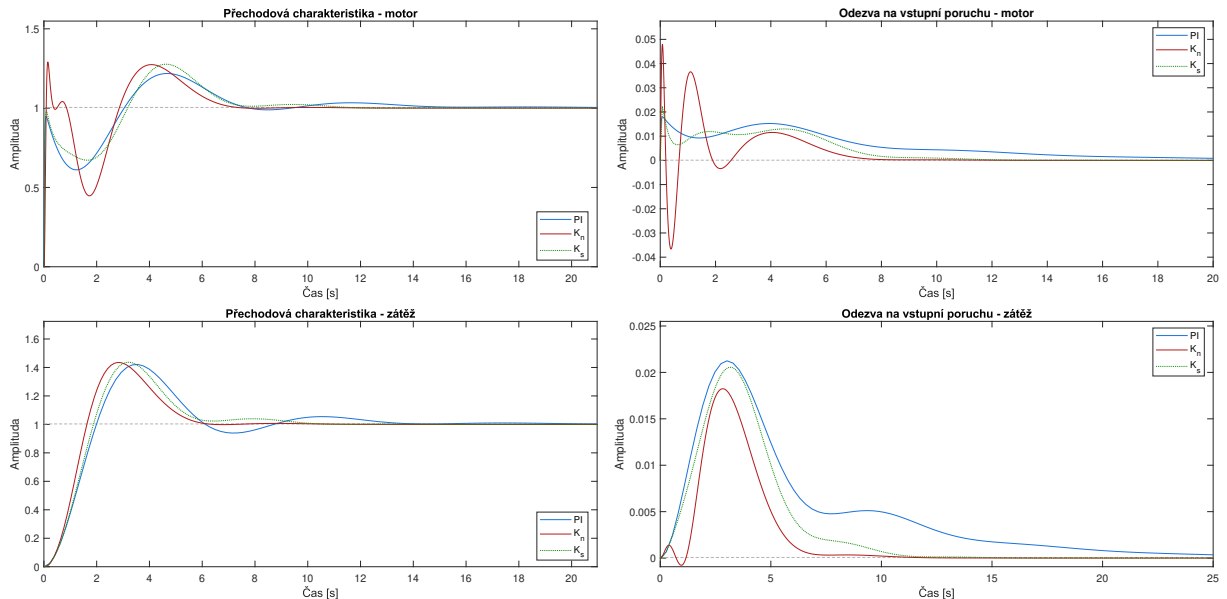
$$PI(s) = \frac{52.174(s + 0.15)}{s}, \quad (8.8)$$

$$K_n(s) = \frac{68202(s + 0.3585)(s^2 + 2.313s + 21.76)}{s(s^2 - 3.741s + 6.815)(s^2 + 95.71s + 3950)}, \quad (8.9)$$

$$K_s(s) = \frac{6.1082e06(s + 0.2953)(s^2 + 2.54s + 5.258)}{s(s^2 + 0.3833s + 4.719)(s^2 + 707.3s + 1.6e05)}, \quad (8.10)$$

kde nestabilní K_n i stabilní K_s regulátor jsou pátého řádu.

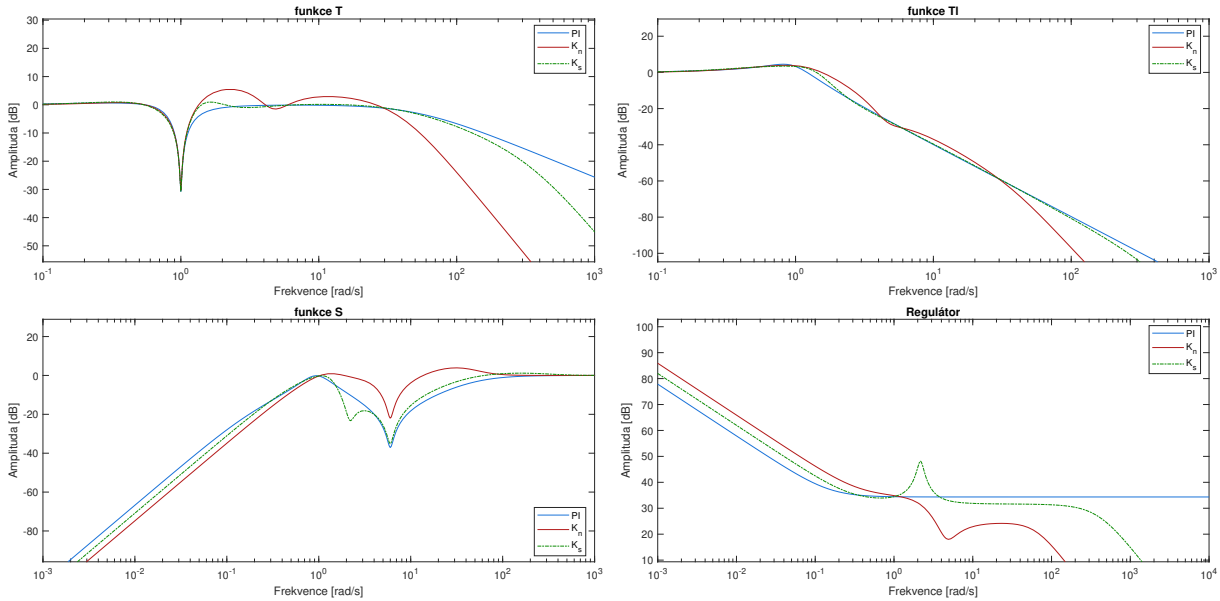
Průběhy důležitých odezev uzavřených smyček jsou zaznamenány na obrázku (8.7). Nejrychlejší odezvy jsou u nestabilního regulátoru, kde je velmi dobře zatlumená strana zátěže. Naopak strana motoru kmitá méně u stabilního složitějšího regulátoru a PI regulátoru, ačkoliv mají zase o něco pomalejší odezvy na straně zátěže. Stabilní složitý regulátor má o něco rychlejší odezvy než PI regulátor, to je vidět hlavně u odezvy na vstupní poruchu na straně zátěže.



Obrázek 8.7: Srovnání rychlostních smyček pro $r = 6$ v časové oblasti

Frekvenční charakteristiky důležitých přenosů jsou zachyceny v grafech na obrázku (8.8). Nestabilní regulátor nejvíce potlačuje vysoké frekvence a zároveň má nejvyšší zesílení u přenosu T . Dále se v přenosu S ukazuje, že PI a stabilní složitý regulátor velmi dobře potlačují poruchy na rezonanční frekvenci. Zajímavý jev se objevil ve frekvenční charakteristice stabilního regulátoru,

kde je zesílení mezi antirezonanční a rezonanční frekvencí. Zdá se, že tento jev vznikl kvůli tomu, aby bylo zabráněno velkému zesílení ve funkci S .



Obrázek 8.8: Srovnání frekvenčních charakteristik pro $r = 6$ - rychlost

V tabulce (8.3) je na tom poprvé nejhůře PI regulátor. Oba složitější regulátory vyšly lépe u dosažené šířky pásma i IAE kritérií. Velká síla složitějších regulátorů se projevuje ve schopnosti kompenzovat poruchy, kde mají přibližně dvojnásobně nižší kritérium. Ukazuje se, že složitější regulátory mají výhodu u systémů s vyšším rezonančním parametrem r .

Reg:	$\ S\ _\infty$	$\ T\ _\infty$	$\ T_l\ _\infty$	Šířka pásma T_l	IAE T	IAE T_l	IAE PS	IAE PS_l
PI	1	1.078	1.683	1.395	1.513	2.515	0.127	0.127
K_n	1.566	1.88	1.571	1.865	1.387	2.02	0.076	0.051
K_s	1.144	1.119	1.489	1.606	1.461	2.257	0.079	0.08

Tabulka 8.3: Srovnání rychlostních regulátorů pro $r = 6$

8.4 Návrh regulátoru polohy

Ve druhé části je úkolem navrhnout řízení polohy pro normalizované soustavy. PI regulátor rychlosti bude rozšířen o další zpětnovazební smyčku v podobě P regulátoru polohy, který bude navržen tak, aby uzavřená smyčka neměla překmit. Složitější regulátory budou navržené rovnou pro normalizované systémy, které jsou rozšířené o integrátor a jejich výstupem je poloha. K zabránění překmitu se navrhne filtr prvního řádu $F(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$, kde je nutné nalézt časovou konstantu τ .

8.4.1 Návrh pro $r = 1.1$

Návrh P regulátoru pro první soustavu již byl bez problémů a poměrně jednoduše splnil požadavky a to hlavně díky tomu, že již použitý PI regulátor zásadně změnil chování původní soustavy. Naopak tomu bylo u složitých regulátorů K_1 a K_2 , kde se nevyužilo výhody kaskádního zapojení a muselo se upustit od požadavku $\|T_l\|_\infty < 2$. Navržené regulátory jsou v následujících rovnicích:

$$P = 0.1918, \quad (8.11)$$

$$K_1(s) = \frac{-0.63953(s - 1.096e04)(s + 9598)(s^2 + 0.3053s + 0.08956)}{s(s + 2.547e05)(s + 5.933)(s^2 + 5.316s + 28.39)}, \quad (8.12)$$

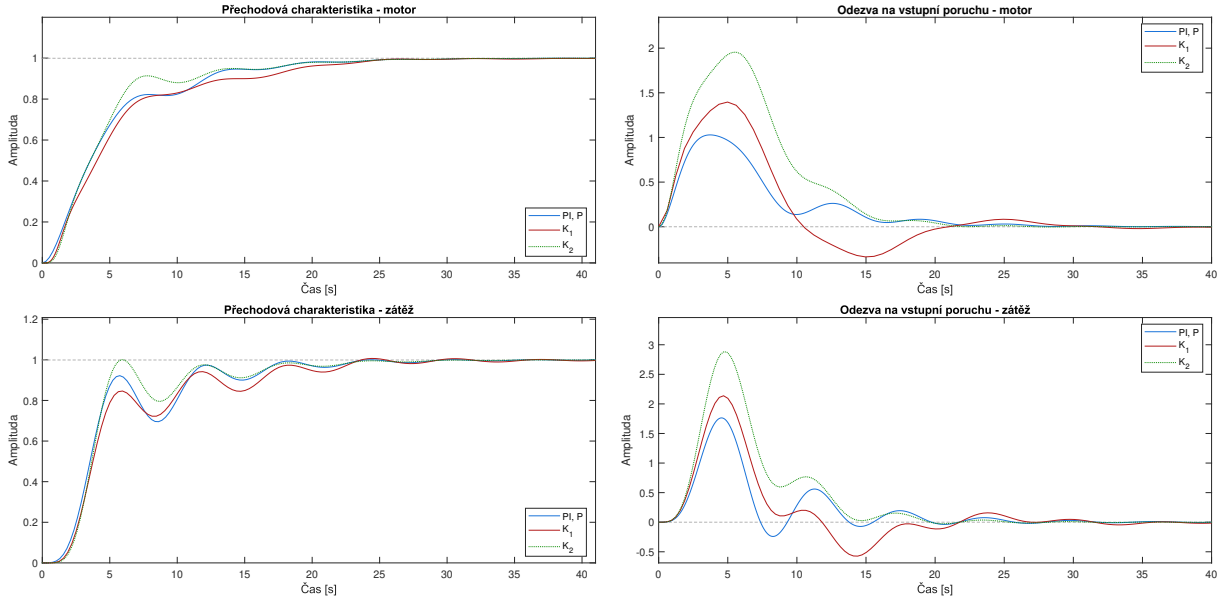
$$K_2(s) = \frac{0.013722(s + 6984)(s^2 + 0.4022s + 0.0579)}{s(s + 4.662)(s^2 + 3.91s + 18.27)}, \quad (8.13)$$

kde se oba složité regulátory podařilo nalézt stabilní. K zamezení překmitu byly dále nalezené časové konstanty τ filtru zapojeného před uzavřenou smyčkou. Hodnoty konstant jsou:

$$\tau_1 = 4.8049, \quad \tau_2 = 5.8602. \quad (8.14)$$

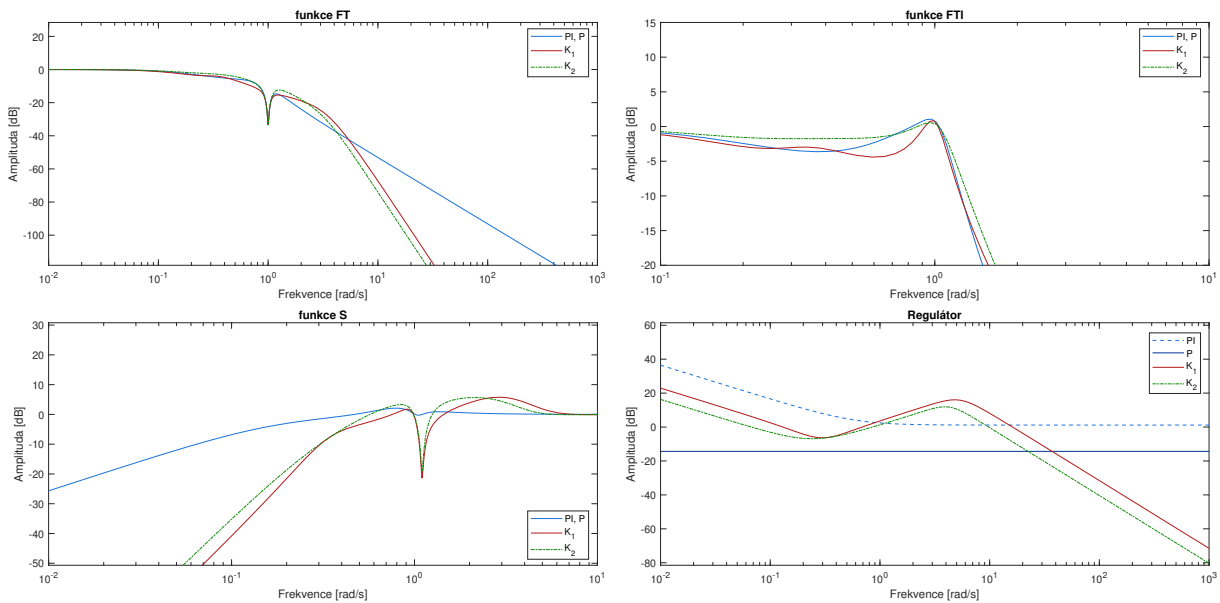
Chování uzavřených smyček je zdokumentováno na obrázku (8.9), kde jsou všechny regulátory bez překmitu. Jejich doby ustálení jsou u přechodových charakteristik velmi podobné. U všech regulátorů jsou patrné znatelné problémy s tlumením kmitů, které jsou stále přítomné. Velké rozdíly se objevují v odezvách na poruchu, kde nejnižší amplitudu na straně zátěže má PI regulátor, naopak nejvyšší má druhý složitý regulátor. Odezva na poruchu je poměrně problematická u všech třech regulátorů.

8. SROVNÁNÍ S PID REGULACÍ



Obrázek 8.9: Srovnání polohových smyček pro $r = 1.1$ v časové oblasti

Frekvenční charakteristiky jsou dále zobrazené na obrázku (8.10), kde je důležité upozornit na to, že charakteristiky složitých regulátorů obsahují filtry. Tím, že byly využité filtry se omezila amplituda na vysokých frekvencích u funkce T a T_i , která by byla znatelně větší. U funkce S u P regulátoru je možné pozorovat, že není vidět útlum na rezonanční frekvenci, který byl patrný u rychlostní soustavy.



Obrázek 8.10: Srovnání frekvenčních charakteristik pro $r = 1.1$ - poloha

Hodnoty dosažené šířky pásma a kritérií IAE jsou uvedené v tabulce (8.4), kde je zajímavý údaj dosažené šířky pásma zátěže pro druhý složitý regulátor K_2 . Tento údaj je, oproti ostatním regulátorům vysoký, protože charakteristika tohoto regulátoru před antirezonanční frekvencí neklesne pod hodnotu $-3dB$ a klesne až za ní. Ostatní regulátory nejprve klesnou pod $-3dB$, poté na antirezonanční frekvenci opět vzrostou do kladných hodnot a následně opět klesnou pod $-3dB$. V případě, že by se počítala šířka pásma pro hodnotu $-5dB$ vyšly by hodnoty velmi podobné. Kritéria pro přechodové charakteristiky vyšly nejlépe pro druhý složitý regulátor, naopak nejlepší odezvu na poruchu má podle kritérií PI regulátor.

Reg:	$\ S\ _\infty$	$\ FT\ _\infty$	$\ FT_l\ _\infty$	Šířka FT_l	IAE FT	IAE FT_l	IAE PS	IAE PS_l
PI, P	1.274	1	1.133	0.248	5.21	5.215	7.821	8.797
K_1	1.948	1	1.108	0.211	5.855	5.896	11.125	11.851
K_2	1.922	1	1.069	1.137	4.803	4.804	15.367	15.507

Tabulka 8.4: Srovnání polohových regulátorů pro $r = 1.1$

8.4.2 Návrh pro $r = 2$

Při návrhu rychlostních regulátorů se zjistilo, že druhá soustava je lépe říditelná než ta první. Návrh regulátorů pro druhou soustavu proběhl v pořádku a byly dodrženy veškeré požadavky. Výsledné regulátory jsou zapsané v rovnicích:

$$P = 0.2571, \quad (8.15)$$

$$K_n(s) = \frac{3.7425e07(s^2 + 0.4452s + 0.07208)(s^2 + 0.3537s + 5.955)}{s(s + 131.7)(s - 8.805)(s - 2.807)(s^2 + 98.44s + 1.103e04)}, \quad (8.16)$$

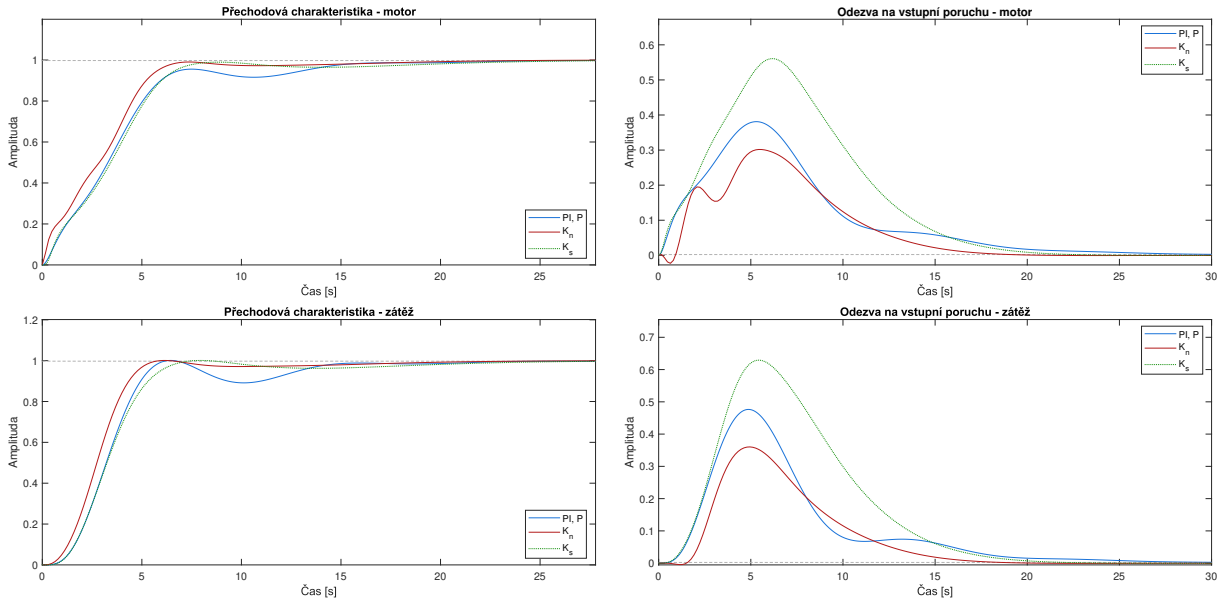
$$K_s(s) = \frac{26269(s^2 + 0.3758s + 0.05233)(s^2 + 0.896s + 3.504)}{s(s + 20.38)(s^2 + 0.205s + 3.804)(s^2 + 15.83s + 294.1)}, \quad (8.17)$$

kde oba složité regulátory vyšly šestého řádu. Hodnoty časových konstant filtrů jsou poté zapsány v dalších rovnicích:

$$\tau_s = 3.0769, \quad \tau_n = 3.7703. \quad (8.18)$$

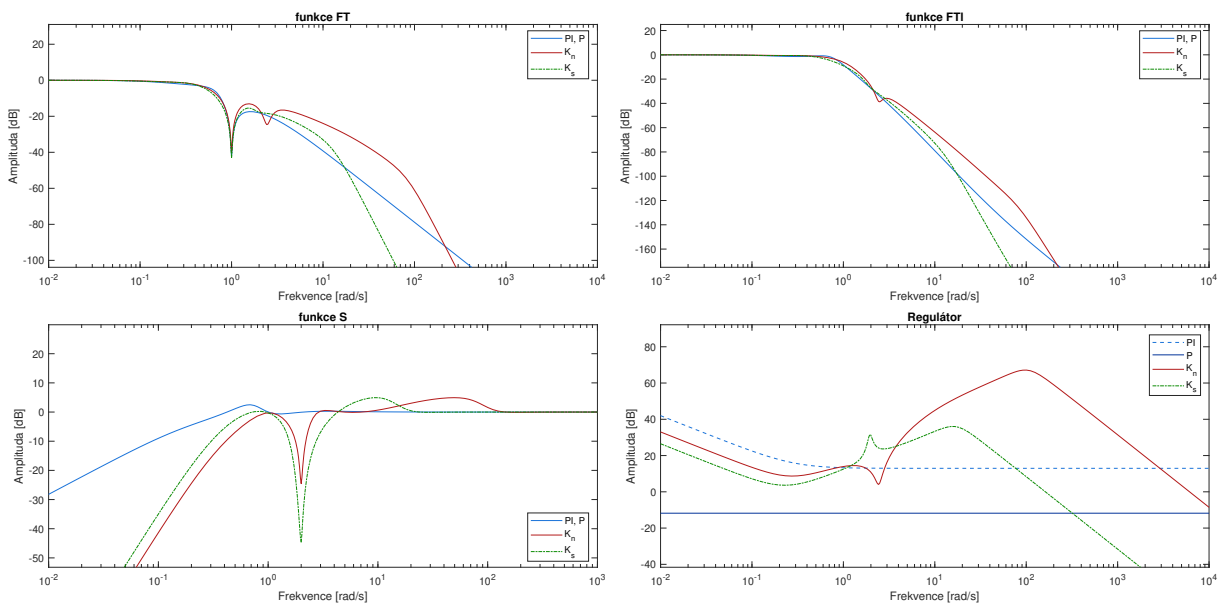
Přechodové charakteristiky jsou ilustrovány na obrázku (8.11), kde jsou všechny regulátory bez překmitu. PI regulátor se přiblíží k ustálené hodnotě podobně rychle jako složité regulátory, ale jeho nevýhodou je, že se zase od této hodnoty vzdálí, což se může negativně projevit na kvalitě regulace. Velké rozdíly je možné nalézt v odezvě na vstupní poruchu, kde nejlépe vychází složité nestabilní regulátor, u kterého se porucha projevuje velmi málo a její vliv je velmi brzy potlačen.

8. SROVNÁNÍ S PID REGULACÍ



Obrázek 8.11: Srovnání polohových smyček pro $r = 2$ v časové oblasti

Důležité frekvenční charakteristiky jsou zachycené v grafech na obrázku (8.12), kde je velmi znatelný rozdíl v tlumení rezonanční frekvence u citlivostní funkce S . Stabilní složitý regulátor K_s tlumí tuto frekvenci mnohem více, než nestabilní regulátor K_n . U nestabilního regulátoru je pozorovatelné výrazné zesílení na vysokých frekvencích, které je následované postupným útlumem. U stabilního regulátoru dochází k útlumu mnohem dříve, což by v praxi mohlo být výhodné kvůli vysokofrekvenčnímu šumu.



Obrázek 8.12: Srovnání frekvenčních charakteristik pro $r = 2$ - poloha

Číselné hodnoty regulátorů jsou zapsané v tabulce (8.5), kde největší šířku pásma zátěže má PI regulátor, ačkoliv má nejhorší kritérium pro přechodovou charakteristiku. Nestabilní regulátor má nejnižší hodnotu IAE u přechodových charakteristik i u odezev na poruchu. Stabilní regulátor má následně nejnižší šířku pásma a zároveň nejhůře reaguje na poruchy podle kritéria. Hodnoty v tabulce odpovídají předchozím grafům.

Reg:	$\ S\ _\infty$	$\ FT\ _\infty$	$\ FT_l\ _\infty$	Šířka FT_l	IAE FT	IAE FT_l	IAE PS	IAE PS_l
PI	1.332	1	1	0.791	3.876	3.877	3.077	3.077
K_n	1.764	1	1	0.747	3.075	3.076	2.262	2.248
K_s	1.768	1	1	0.601	3.758	3.759	4.736	4.736

Tabulka 8.5: Srovnání polohových regulátorů pro $r = 2$

8.4.3 Návrh pro $r = 6$

Poslední normalizovaná soustava má největší rezonanční parametr a pokud tomu bude jako u polohové smyčky, měla by být i nejlépe říditelná složitými regulátory. Podmínky splnily všechny tři regulátory, opět byl navržen jeden nestabilní složitý regulátor K_n a jeden stabilní složitý regulátor K_s . Rovnice regulátorů jsou v následujících rovnicích:

$$P = 0.2814, \quad (8.19)$$

$$K_n(s) = \frac{7.1435e06(s^2 + 0.5886s + 0.1232)(s^2 + 2.095s + 28.43)}{s(s + 85.21)(s - 4.347)(s - 1.319)(s^2 + 63.99s + 4797)}, \quad (8.20)$$

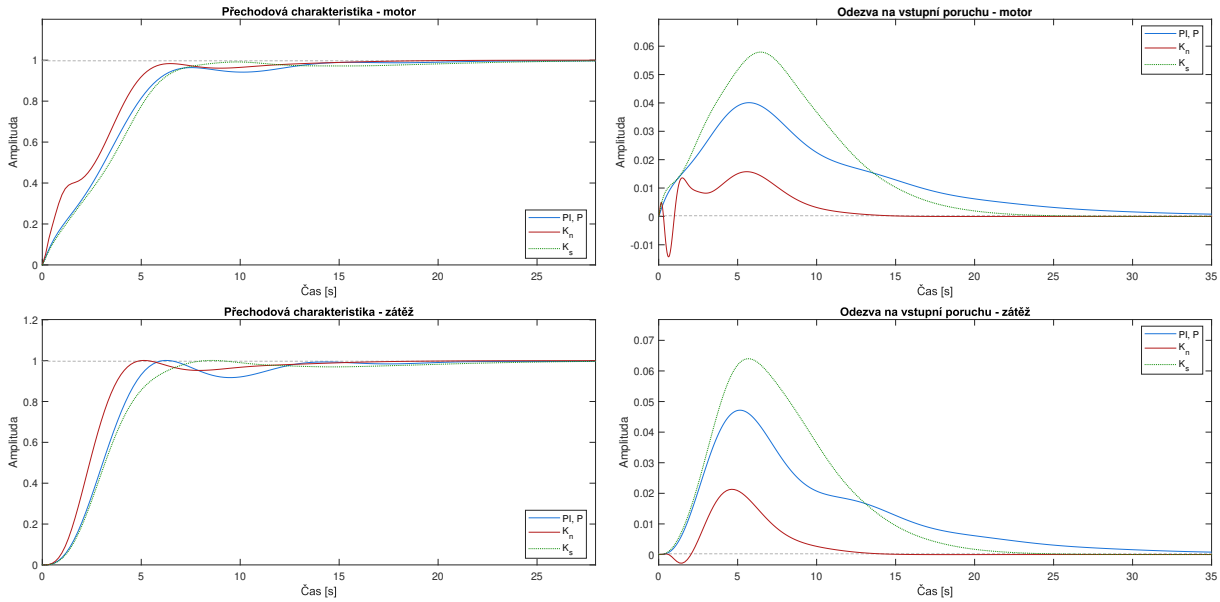
$$K_s(s) = \frac{6.0086e07(s^2 + 0.37s + 0.04901)(s^2 + 1.14s + 3.834)}{s(s + 150.2)(s^2 + 0.05677s + 2.883)(s^2 + 120.4s + 1.385e04)}, \quad (8.21)$$

kde oba složité regulátory jsou šestého řádu. Pro zamezení překmitu byly vypočítané časové konstanty filtru, které jsou:

$$\tau_s = 2.7321, \quad \tau_n = 3.6943. \quad (8.22)$$

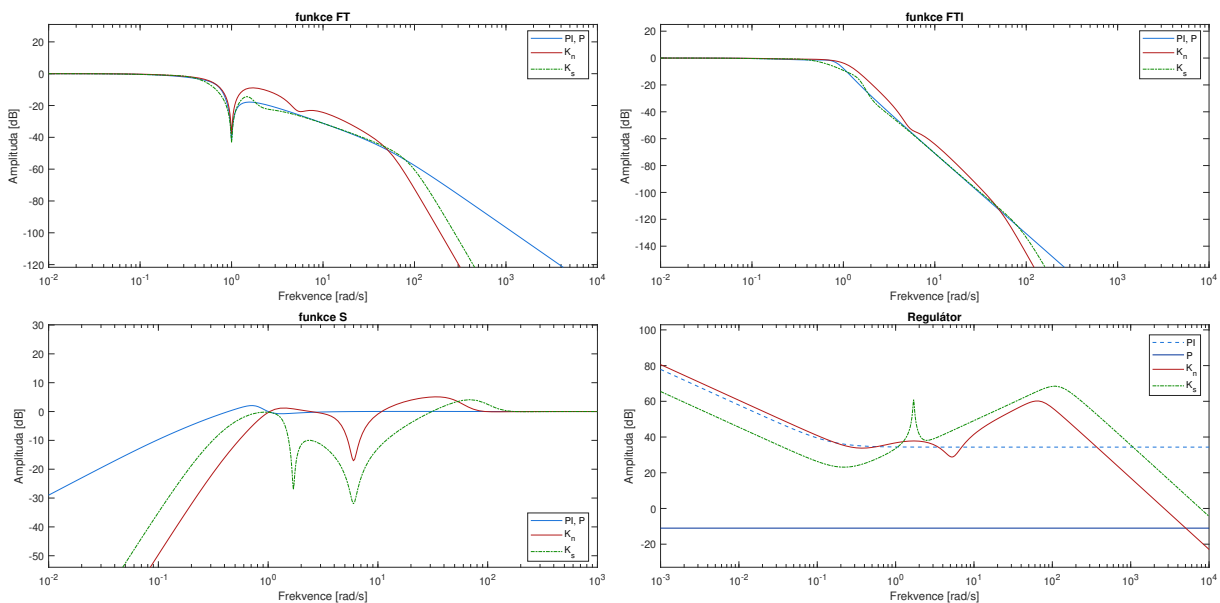
Časové odezvy na změnu referenční hodnoty a na vstupní poruchu jsou zaznamenané v grafech na obrázku (8.13), kde je vidět velmi rychlá přechodová charakteristika nestabilního složitěho regulátoru. Rozdíl mezi PI regulátorem a stabilním složitým regulátorem je u přechodových charakteristik malý. Velké rozdíly jsou pozorovatelné u odezvy na vstupní poruchu, kde největší amplitudu obsahuje složitý stabilní regulátor. Reakce PI regulátoru je nejpomalejší a má vyšší amplitudu než složitý nestabilní regulátor.

8. SROVNÁNÍ S PID REGULACÍ



Obrázek 8.13: Srovnání polohových smyček pro $r = 6$ v časové oblasti

Důležité frekvenční charakteristiky jsou zachyceny v grafech na obrázku (8.14). U funkce S je vidět znatelný útlum u stabilního regulátoru ve srovnání s nestabilním. Další zajímavým jevem je, že stabilní regulátor netlumí pouze rezonanční frekvenci, ale ještě jednu o něco nižší frekvenci. To potvrzuje i zesílení, které regulátor v tomto místě má. U této soustavy má stabilní regulátor větší zesílení na vysokých frekvencích než nestabilní regulátor. To může být opět nežádoucím jevem.



Obrázek 8.14: Srovnání frekvenčních charakteristik pro $r = 6$ - poloha

Číselné hodnoty norem, šířky pásma a kritérií IAE jsou zachycené v tabulce (8.6), kde ve všech hodnotách je na tom nejlépe nestabilní složitý regulátor. Nejhůře na tom je stabilní složitý regulátor. PI regulátor se se blíží stabilnímu složitému regulátoru, ale hodnoty jeho kritérií jsou menší.

Reg:	$\ S\ _\infty$	$\ FT\ _\infty$	$\ FT_l\ _\infty$	Šířka FT_l	IAE FT	IAE FT_l	IAE PS	IAE PS_l
PI	1.269	1	1	0.811	3.534	3.535	0.452	0.452
K_n	1.798	1	1	0.928	2.732	2.732	0.106	0.099
K_s	1.605	1	1	0.558	3.68	3.682	0.531	0.531

Tabulka 8.6: Srovnání polohových regulátorů pro $r = 6$

8.5 Diskuze k návrhům

Návrhy regulátorů proběhly úspěšně u všech soustav polohových i rychlostních smyček. Ukázalo se, že každý z regulátorů má své výhody a nevýhody, kde záleží na typu systému. Obecně má PI regulátor výhodu ve své jednoduchosti, která spočívá ve dvou parametrech, které je potřeba naladit. Tyto parametry je možné ladit ručně bez nutnosti použití složitých návrhových metod. Dále se u PI regulátorů zřídka vyskytují numerické problémy a také existuje vysoké množství softwarových nástrojů usnadňující návrh těchto regulátorů.

Složitější regulátory navržené metodou H_∞ jsou často vysokého řádu a je nutné je redukovat. Další jejich nevýhodou jsou časté numerické problémy, které se hojně objevují v simulačních experimentech. Metoda návrhu složitých regulátorů vytvořena v této práci se potýká s problémem vhodné volby koeficientů tlumení ξ , které silně ovlivňují výsledný návrh regulátoru a uživateli nezbývá nic jiného, než návrh provádět iterativně a hledat optimální hodnoty. Naopak výhodou složitých regulátorů je dosažitelná šířka pásma, která je u nich obvykle větší než u PID regulace a také jejich potlačení vysokých frekvencí, kdy by tyto regulátory neměli zesilovat šum, ale naopak by ho spíše měli potlačovat. Další výhodou je, že s nimi lze dobře řídit polohovou smyčku elektromechanických soustav, aniž by bylo nutné používat kaskádní regulaci.

Návrh rychlostních regulátorů

Při návrzích rychlostních regulátorů se ukázala důležitost rezonančního parametru r , podle kterého se lišila i schopnost regulátorů aktivního potlačení vibrací. U soustavy s parametrem $r = 1.1$, si nevedl příliš dobře ani jeden regulátor. Vhodné by pro řízení takové soustavy bylo zvolit PI regulátor, který dosáhl velmi nízkých hodnot kritérií IAE, i přestože dosáhl nejmenší šířky pásma zátěže. Rozdíly mezi jednotlivými regulátory jsou velmi nízké a možný přínos složitých regulátorů je nulový.

Ve druhé soustavě, kde $r = 2$ byl systém mnohem lépe říditelný, téměř ve všech kritériích si vedl nejlépe nestabilní složitý regulátor. V tomto případě si špatně nevedl ani PI regulátor, který je také velmi rychlý a dobře tlumí vibrace. Z pohledu šířky pásma a kritérií nejhůře dopadl složitý stabilní regulátor, který naopak působí velmi robustně, což potvrzují i jeho důležité ∞ -normy. Výběr regulátoru pro jeho praktickou implementaci záleží na osobních preferencích návrháře. Pokud chce ten nejrychlejší regulátor, tak je jasnou volbou nestabilní složitý regulátor. Naopak pokud má být regulátor rychlý a stabilní, tak je nejlepší využít PI regulace. V poslední řadě, pokud má regulátor velmi dobře tlumit kmity a zároveň být robustní, je vhodné použít složitý stabilní regulátor.

Poslední soustava s parametrem $r = 6$ se ukázala jako velmi výhodnou pro složité regulátory. PI regulace dosáhla velmi nízké šířky pásma, nejpomalejší přechodové charakteristiky i odezvy na vstupní poruchu. Oba složité regulátory byly ve všech kritériích lepší než PI regulace. Z výběru vhodného regulátoru by měla být PI regulace rovnou vyřazena, protože výhody složitých regulátorů převyšují nevýhody spočívající v jejich složitější implementaci.

Návrh polohových regulátorů

Polohové regulátory jsou odlišné v tom, že PID regulace využívá dvou zpětných vazeb, kdy P regulátor má dynamiku systému již upravenou PI regulátorem. Zatímco složité regulátory se musí vypořádat s celým nezměněným systémem, ke kterému byl navíc přidán další integrátor, který ztěžuje řízení daných elektromechanických soustav.

U první soustavy s parametrem $r = 1.1$ měl největší šířku pásma regulátor K_2 a zároveň měl i nejmenší kritéria IAE pro přechodové charakteristiky. Problém nastal u odezvy na poruchu, kde oba složité regulátory měly vysoká kritéria. Pro tuto soustavu vychází nejlépe kaskádní P a PI regulace, která dobře reaguje na poruchy a nezaostává příliš za složitými regulátory v přechodových charakteristikách.

Druhá soustava s $r = 2$ u rychlosti vycházela velmi podobně pro všechny tři regulátory. Není tomu tak u polohové smyčky, kde stabilní složitý regulátor zaostává v šířce pásma i reakci na poruchu. Největší šířku pásma zátěže měl PI regulátor, ačkoliv má nejvyšší kritérium přechodových charakteristik. Jako nejvhodnější regulátor se jeví nestabilní složitý, který má velmi nízká kritéria IAE, dobře tlumí poruchy a má poměrně vysokou šířku pásma.

Ve třetí soustavě s parametrem $r = 6$ vyšel jednoznačně nejlépe nestabilní složitý regulátor, který by byl vhodný i pro většinu praktických aplikací. PI regulátor i stabilní složitý regulátor zaostávají za složitým regulátorem a pokud není nutné mít stabilní regulátor, není důvod k jejich použití.

Shrnutí

PI regulace se i přes svoji jednoduchost projevila jako velmi schopná a složité regulátory někdy nepřinesly nic navíc. Ukázalo se, že rezonanční parametr r je zásadní. Pokud parametr $r < 2$ je lepší automaticky použít PI regulaci, zatímco pro vyšší hodnoty tohoto parametru stojí za zvážení použití složitých regulátorů. U vysokého parametru r je nevhodnější použít složitý regulátor, který může dosáhnout mnohem lepší kvality řízení než je tomu u PID regulace.

Ze získaných informací vyplývá, že PI regulace nemůže být plně nahrazena složitými regulátory už jen kvůli tomu, že pro nízký parametr r se PI regulace chová o něco lépe. Nevýhoda PI regulace, která není v získaných výsledcích vidět je to, že netlumí vysoké frekvence tak dobře, jako složité regulátory. To se může projevit u reálných aplikacích ve schopnosti potlačit šum, který mohou složité regulátory potlačovat mnohem lépe.

Důležité je zároveň si uvědomit, že testy proběhly pouze pro dvouhmotovou soustavu. Reálné systémy ale vykazují mnohem složitější chování a lépe na ně pasuje vícehmotová soustava, která zatím vyzkoušena nebyla. Je dost možné, že složité regulátory přinesou lepší výsledky u složitějších systémů, což by mohl být dostatečný důvod k tomu začít je mnohem více využívat.

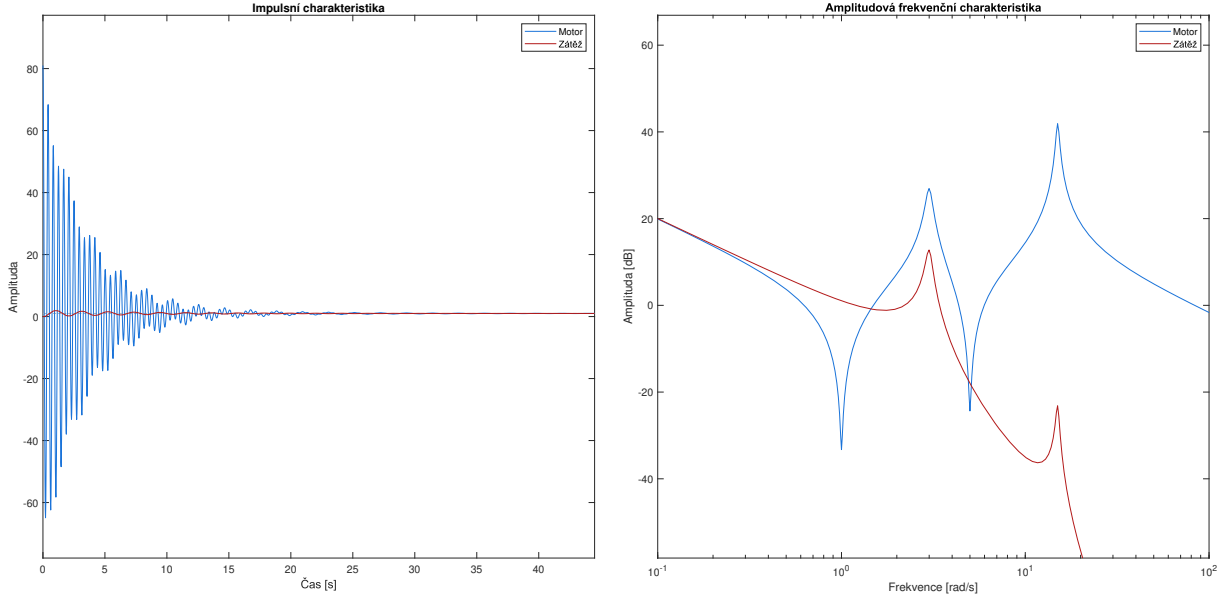
8.6 Vícehmotová soustava

Reálným systémům by se měl více blížit složitější model v podobě vícehmotové soustavy, kde by složité regulátory mohly přinést zlepšení kvality regulace oproti klasické PID regulaci. Byla vybrána vícehmotová soustava o dvou antirezonančních frekvencích $\omega_{z_1} = 1$ a $\omega_{z_2} = 5$ a o dvou rezonančních frekvencích $\omega_{n_1} = 3$ a $\omega_{n_2} = 15$. Hodnoty tlumení ξ byly pro rezonanční frekvence zvolené jako $\xi_{1,2} = 0.01$ a pro antirezonanční frekvence byly volené jako $\xi_{z_1} = 0.04$ a $\xi_{z_2} = 0.02$. Výsledné přenosy pro stranu motoru P_m a zátěže P_l jsou znázorněné v následujících rovnicích:

$$P_m = \frac{81(s^2 + 0.02s + 1)(s^2 + 0.1s + 25)}{s(s^2 + 0.24s + 9)(s^2 + 0.6s + 225)}, P_l = \frac{2025}{s(s^2 + 0.24s + 9)(s^2 + 0.6s + 225)}, \quad (8.23)$$

kde byl zvolený zjednodušený model pro stranu zátěže P_l , který neobsahuje nuly.

Chování systému lze pozorovat v impulsní charakteristice, která je v grafu vlevo na obrázku (8.15), kde je patrné vysoké zesílení strany motoru a také složité kmitání, které neobsahuje pouze jednu frekvenci. Strana zátěže kmitá s poměrně menším zesílením. Ve druhém grafu je vykreslena frekvenční charakteristika obou soustav, kde jsou patrné obě rezonance i antirezonance systému. Tyto rezonance je nutné ztlumit pomocí zpětnovazebního regulátoru.



Obrázek 8.15: Charakteristiky více-motové soustavy

8.7 Návrh regulátoru rychlosti

Více-motová soustava může představovat větší výzvu pro řízení, díky komplexnějšímu chování, než tomu bylo pouze u dvou-motových soustav. Návrh složitých regulátorů je pro více-motovou soustavu složitější kvůli většímu množství pólů a nul, které mohou být vykrácené regulátorem. V této části budou navrženy celkem tři složitě regulátory, které mohou krátit různé póly a nuly.

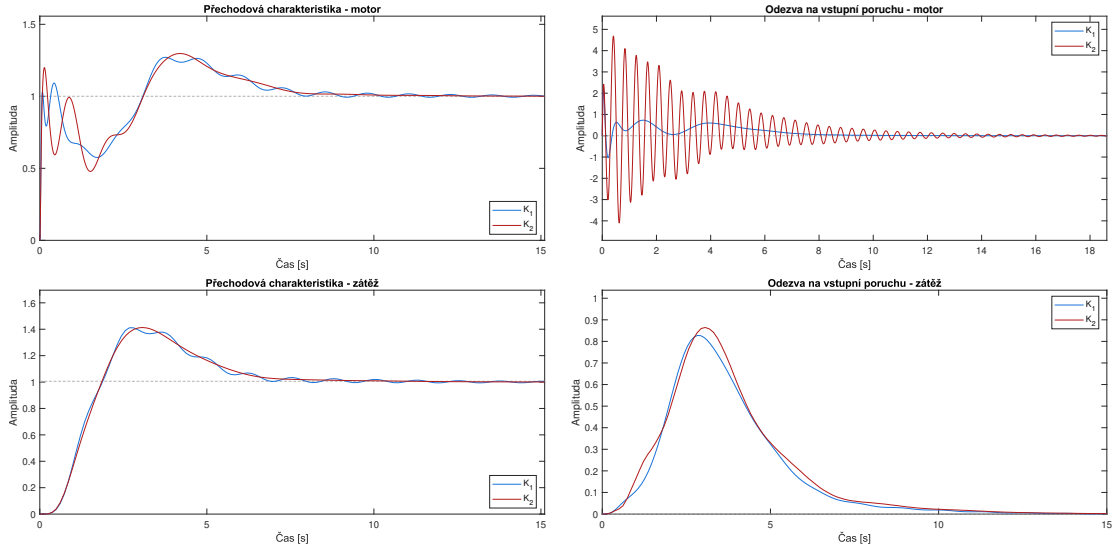
První regulátor K_1 může krátit druhou antirezonanční frekvenci $\omega_{z_2} = 5$ pomocí svých pólů. Druhý regulátor K_2 může krátit druhou rezonanční frekvenci $\omega_{n_2} = 15$ svými nulami. Výsledné návrhy obou regulátorů jsou zaznamenány v následující dvojici rovnic:

$$K_1(s) = \frac{4660.9(s + 0.3046)(s^2 + 1.147s + 8.599)(s^2 + 3.281s + 99.44)}{s(s^2 - 2.239s + 8.921)(s^2 - 0.2352s + 26.36)(s^2 + 170.5s + 1.375e04)}, \quad (8.24)$$

$$K_2(s) = \frac{4958.4(s + 0.2929)(s^2 + 0.7623s + 7.163)(s^2 + 0.6s + 225)}{s(s^2 - 1.022s + 6.135)(s^2 - 5.864s + 54.77)(s^2 + 199.3s + 1.987e04)}, \quad (8.25)$$

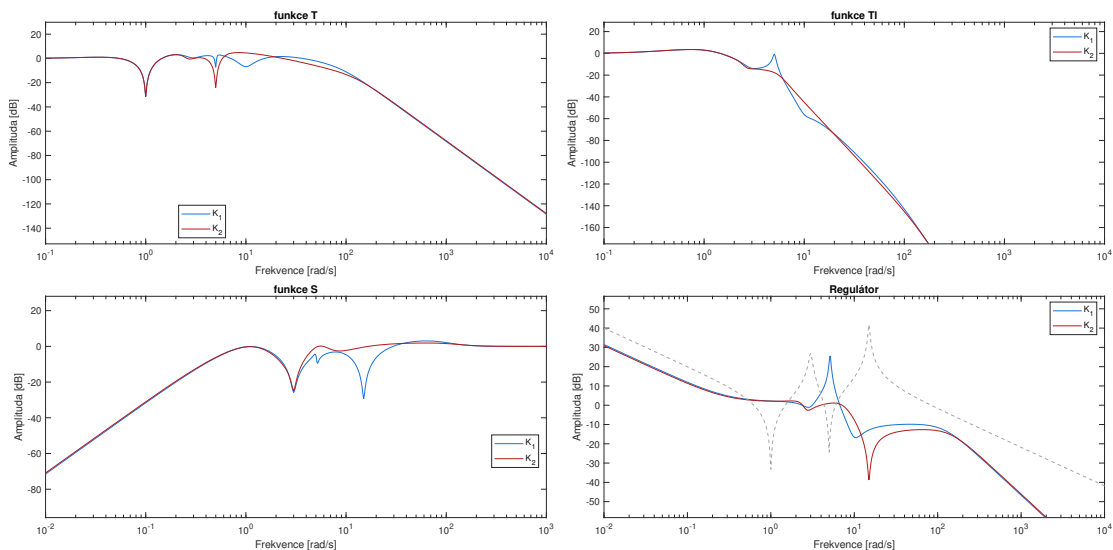
kde jsou oba regulátory nestabilní a vyšly sedmého řádu. Redukce regulátorů na nižší řád nebyla možná.

Přechodové charakteristiky a odezvy na vstupní poruchu prvních dvou složitých regulátorů jsou zachyceny na obrázku (8.16). Složitý regulátor K_2 tlumí dobře kmity u přechodové charakteristiky, problém se objevuje u odezvy na poruchu, kde je špatně zatlumena strana motoru. U regulátoru K_1 jsou naopak odezvy na vstupní poruchu velmi dobré, ale u přechodových charakteristik se objevují kmity o nízké amplitudě, které mohou negativně ovlivnit kvalitu regulace.



Obrázek 8.16: Časové odezvy složitých regulátorů

Frekvenční charakteristiky prvních dvou regulátorů jsou na obrázku (8.17). U funkce T je dobře pozorovatelný útlum antirezonančních frekvencí, ale pouze u regulátoru K_2 . Regulátor K_1 nemá dostatečný útlum na vyšší antirezonanční frekvenci, což se projevuje vyšší amplitudou u funkce T_1 . Rezonanční frekvence jsou dobře utlumené u regulátoru K_1 , ale vyšší frekvence u K_2 zatlumená není. To se projevilo nevhodnou odezvou na poruchu. V posledním grafu vpravo dole je srovnání frekvenční charakteristiky modelu a obou regulátorů, kde je vidět, že K_1 krátí druhou antirezonanci a K_2 krátí druhou rezonanci.



Obrázek 8.17: Frekvenční charakteristiky složitých regulátorů vícehmotové soustavy

Ukázalo se, že první dva složité regulátory mají určité nedostatky v tlumení vibrací. Z toho

8. SROVNÁNÍ S PID REGULACÍ

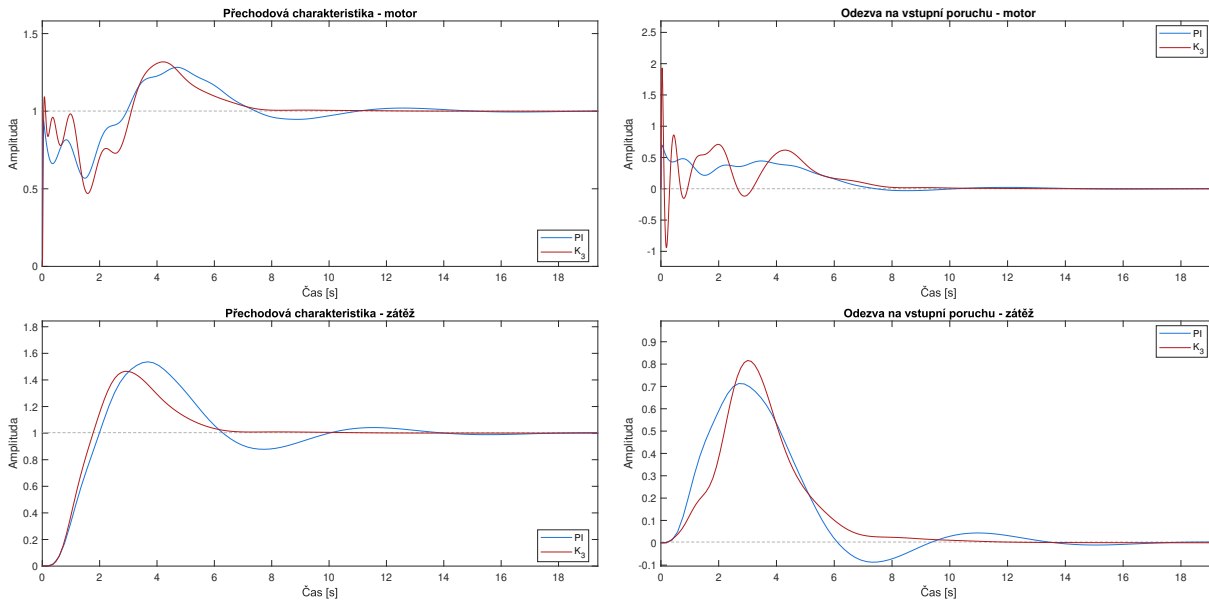
důvodu byl navržen třetí složitý regulátor K_3 , který nesmí krátit žádné póly ani nuly systému. Tento regulátor by měl dobře tlumit vibrace, které by se neměly nikde projevit, a proto bude srovnán s PI regulátorem. Návrhy jsou uvedené v rovnicích:

$$PI(s) = \frac{1.3333(s + 0.3333)}{s}, \quad (8.26)$$

$$K_3(s) = \frac{8270.5(s + 0.328)(s^2 + 0.8268s + 7.571)(s^2 + 4.102s + 122.8)}{s(s^2 - 1.722s + 6.274)(s^2 - 2.759s + 43.58)(s^2 + 209.6s + 2.116e04)}, \quad (8.27)$$

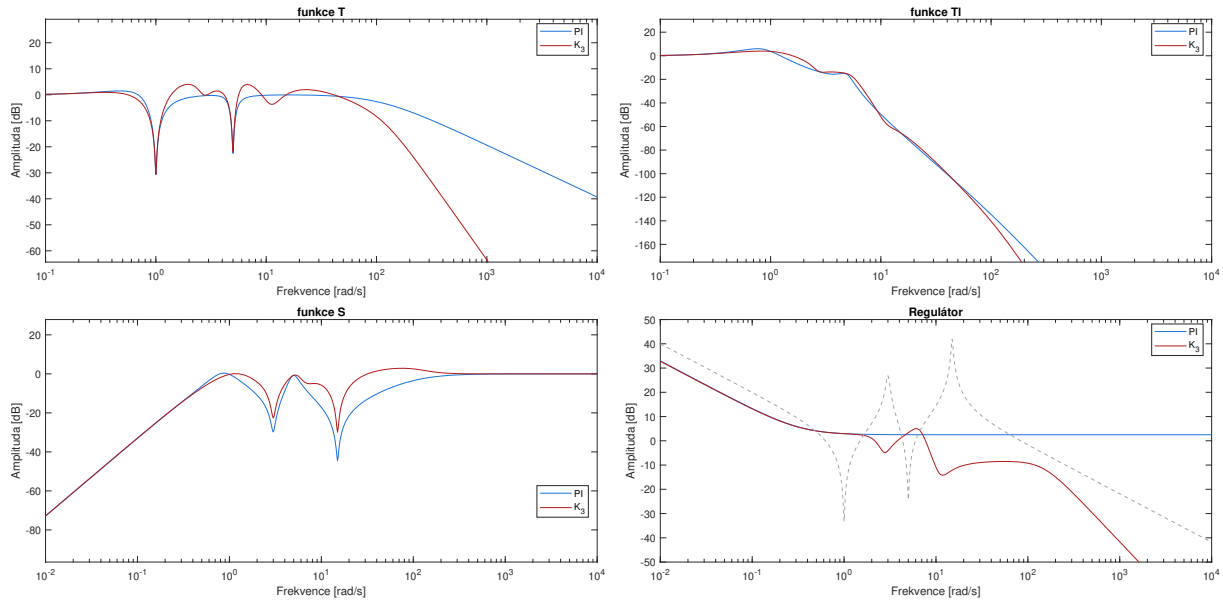
kde vyšel nestabilní regulátor sedmého řádu. Další redukce regulátoru nebyla možná kvůli tomu, že by se zásadně změnila dynamika uzavřené smyčky.

Důležité časové odezvy jsou zachycené na obrázku (8.18), kde složitý regulátor je oproti PI regulátoru rychlejší a to hlavně na straně zátěže. Zároveň složitý regulátor velmi dobře tlumí kmity na straně zátěže. Více kmitavé chování je vidět na straně motoru, kde by přechodová charakteristika mohla být zatlumena lépe. PI regulátor je pro tuto soustavu viditelně pomalejší, ačkoliv o něco lépe tlumí stranu motoru.



Obrázek 8.18: Časové odezvy vícehmotové soustavy, složitý a PI regulátor

Frekvenční charakteristiky jsou ilustrované na obrázku (8.19), kde je velmi důležité zatlumení frekvencí u zpětnovazebních přenosů S a T . Oba regulátory mají stejně nízké zesílení antirezonančních frekvencí u přenosu T . U přenosu S více tlumí rezonanční frekvence PI regulátor, což bylo vidět i v odezvách na poruchu. U funkce T_l je vidět, že šířku pásma má větší složitý regulátor. Na posledním grafu vpravo dole je srovnání frekvenčních charakteristik s modelem systému, kde je jasně patrné, že nedochází ke krácení nul ani pólů systému a to ani jedním z regulátorů.



Obrázek 8.19: Frekvenční charakteristiky, srovnání složitého a PI regulátoru pro více-motovou soustavu

Tabulka (8.7) obsahuje hodnoty důležitých norem zpětnovazebních přenosů, šířku pásma zátěže a také kritéria IAE časových odezev pro všechny čtyři regulátory. Požadavky kladené na velikost norem jsou splněné, šířka pásma je největší pro nestabilní regulátor K_3 , který nesměl krátit ani jeden z pólů nebo nul. Tento regulátor také měl nejmenší kritéria IAE pro přechodové charakteristiky a pro poruchu na straně zátěže. Nejmenší šířku pásma obsahuje PI regulátor, který měl nejmenší kritérium IAE na straně motoru. Nejhorší odezvu na poruchu měl regulátor, který krátil komplexní póly systému na druhé rezonanční frekvenci.

Reg:	$\ S\ _\infty$	$\ T\ _\infty$	$\ T_l\ _\infty$	Šířka pásma T_l	IAE T	IAE T_l	IAE PS	IAE PS_l
K_1	1.422	1.421	1.505	1.783	1.557	2.279	2.96	2.665
K_2	1.241	1.741	1.497	1.796	1.583	2.302	10.324	2.853
K_3	1.391	1.592	1.579	1.903	1.435	2.231	2.641	2.294
PI	1.046	1.185	1.992	1.426	1.607	3.043	2.372	2.642

Tabulka 8.7: Srovnání regulátorů pro více-motovou soustavu

Shrnutí návrhu

Návrh pro více-motovou soustavu ukázal, že u složitějších více-motových soustav přináší složitější regulátory vyšší kvalitu regulace než PI regulátor. Problém se složitými regulátory je v samotném návrhu, kde je několik parametrů, jejichž hodnoty je nutné nalézt. Se zvyšujícím se

počtem hmot navíc parametry narůstají. Výhodou této složitosti je, že je možné návrh přesně přizpůsobit potřebám dané aplikace.

Návrháři je u složité metody ponechána velká svoboda v tom, že si může vybrat, které póly a nuly budou krácené regulátorem. Je možné zvolit parametry tlumení u každé komplexní dvojice a zároveň je možné návrh ručně doladit. To přináší možnost pokusit se získat lepší návrh, než ten který byl nalezen algoritmy.

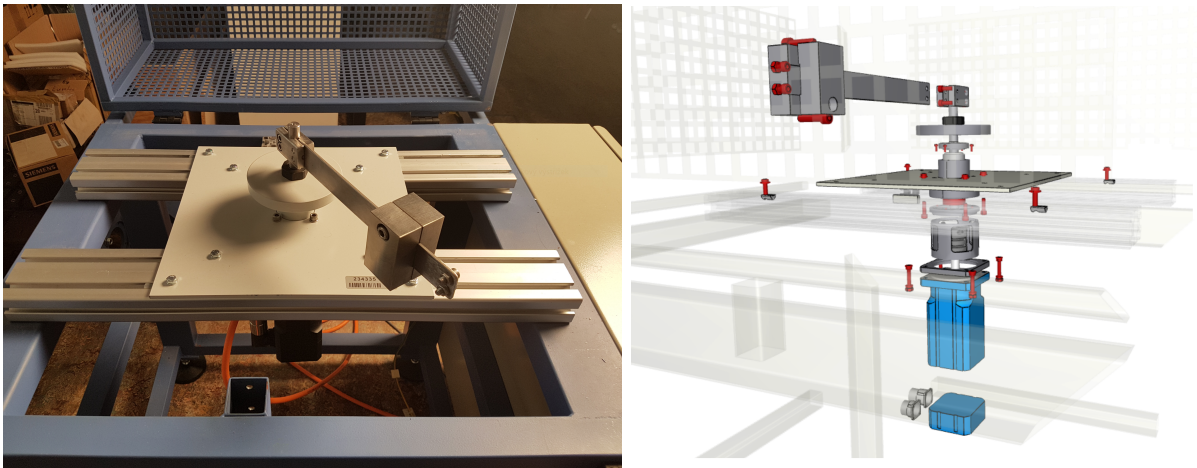
Návrhy provedené v této práci ukázaly, že PID regulace má své místo ve světě automatického řízení. Navíc se také ukazuje, že i složité regulátory v některých případech přináší lepší kvalitu regulace a není vhodné je tedy úplně vynechat.

9. Reálná soustava

Závěrečná kapitola je zaměřena na návrh složitého regulátoru a jeho zkoušku na skutečné elektromechanické kmitavé soustavě. Při návrhu budou využité poznatky a nástroje získané v této diplomové práci. Součástí experimentů na reálné soustavě je srovnání s PID regulací a to jak pro řízení rychlosti, tak pro řízení polohy.

9.1 Seznámení se systémem

Reálnou soustavou je robotické pružné rameno, které se může otáčet kolem své osy. Jde o systém s jedním stupněm volnosti. Tato soustava byla detailně popsána v článku [19], kde bylo vytvořeno několik modelů této soustavy a také navržený PI regulátor. Fotografie a 3D model soustavy je ilustrován na obrázku (9.1). Pro návrh regulátoru je důležité uvést, že systém má podle článku [19] pružné rameno a také pružnou hřídelovou spojku, které způsobují kmitavé chování.



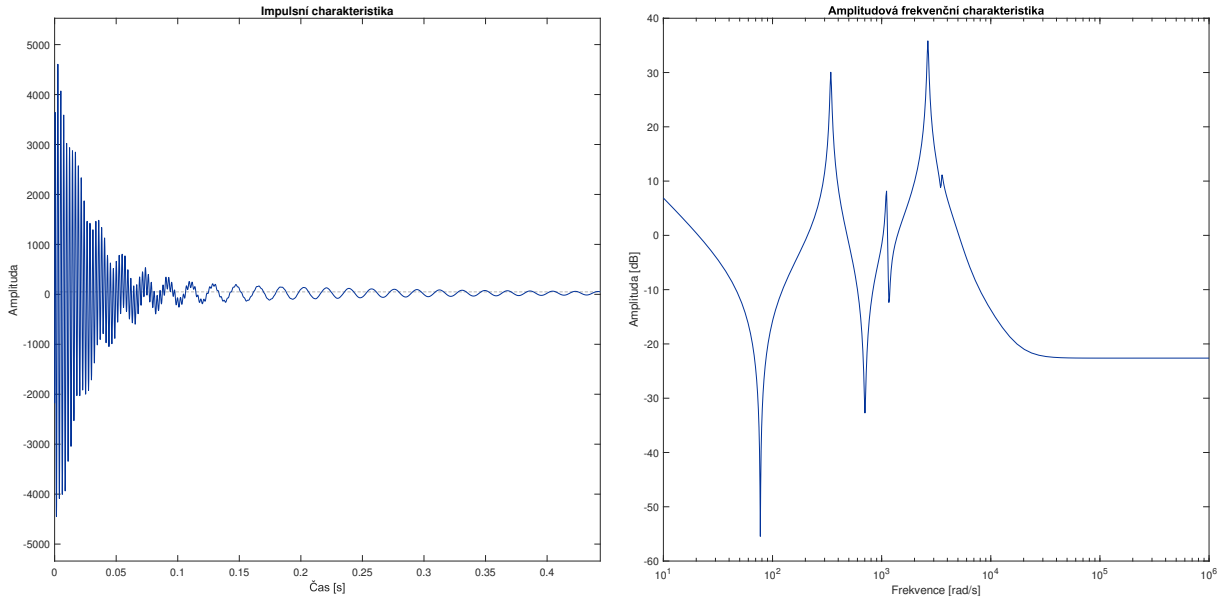
Obrázek 9.1: Fotografie a 3D model reálné soustavy - z článku [19]

V článku [19] byl odvozený analytický model metodou konečných prvků, který byl posléze zjednodušen na 12. řád a je uveden v další rovnici:

$$P(s) = \frac{0.074017(s^2 + 0.4314s + 5976)(s^2 + 17.67s + 4.943e05)(s^2 + 34.01s + 1.357e06)}{s(s + 5836)(s^2 + 10.26s + 1.169e05)(s^2 + 32.91s + 1.231e06)} \cdot \frac{(s^2 + 111s + 1.234e07)(s^2 + 5604s + 3.631e07)(s^2 - 2.47e04s + 2.926e08)}{(s^2 + 79.54s + 7.029e06)(s^2 + 115.6s + 1.25e07)(s^2 + 4448s + 2.348e07)}. \quad (9.1)$$

V článku [19] byla provedena také identifikace systému, kde se ukázalo, že tento analytický model neodpovídá soustavě úplně přesně. V této práci je cílem navrhnout takový regulátor, který bude dostatečně robustní a i přes nepřesnost modelu bude schopen stabilizovat systém.

Chování modelu je ilustrované na obrázku (9.2), kde je v levém grafu vidět kmitavá odezva skládající se z vícero frekvencí. V pravém grafu je zachycena frekvenční charakteristika se třemi rezonancemi a třemi antirezonancemi. S takto složitým chováním soustavy se musí vypořádat nejen zpětnovazební regulátor, ale také samotný návrhář řídicího systému.



Obrázek 9.2: Impulsní a frekvenční charakteristika reálné soustavy

9.2 Návrh řízení a simulace

V této části je potřebné navrhnout regulátory rychlosti i polohy. Úkolem je aktivně tlumit alespoň první kmitavé nuly a póly. U polohové smyčky je navíc potřebné navrhnout časové konstanty pro filtry a také P regulátor polohy, který by měl doplnit PI regulátor rychlosti z článku [19]. Návrhy opět proběhnou nejprve pro rychlost a poté pro polohu.

9.2.1 Řízení rychlosti

Regulátor rychlosti nesmí krátit první rezonanční a antirezonanční frekvenci. Také je důležité, aby příliš nezesiloval šum a jeho akční zásahy nebyly příliš vysoké. Pomocí H_∞ metody vyvinuté v této práci byl získán složitý regulátor pátého řádu. Jeho přenos je v další rovnici:

$$K_r = \frac{-0.00019948(s - 3497)(s - 2089)(s + 947.8)(s - 85)(s + 2.72)}{s(s^2 + 34.38s + 5548)(s^2 + 389.1s + 5.116e04)}, \quad (9.2)$$

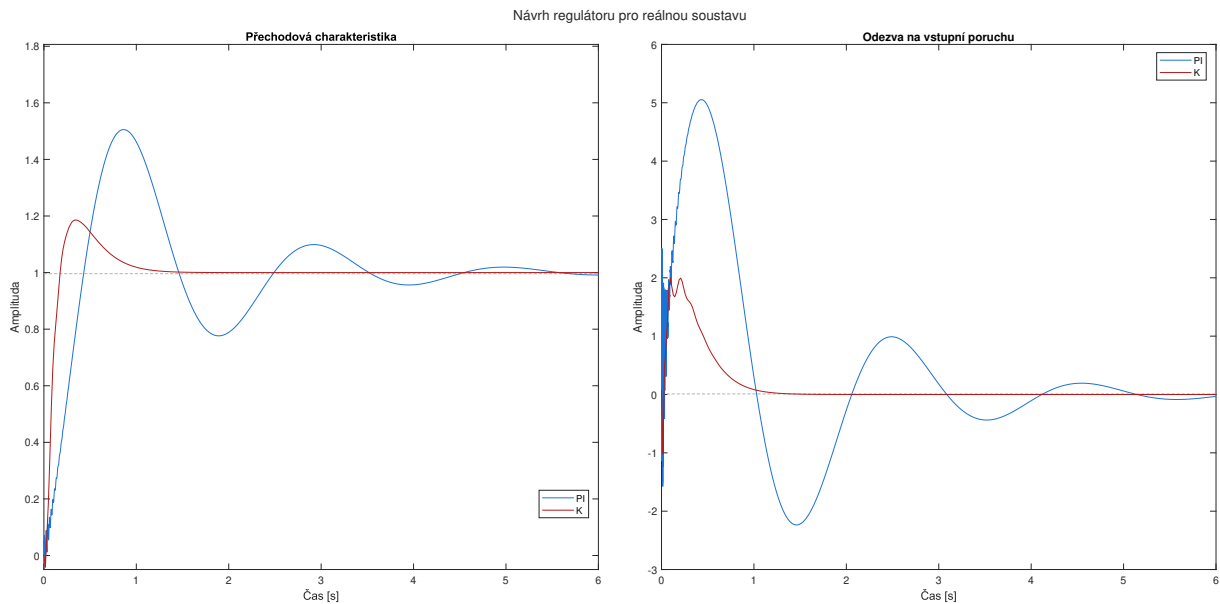
kde jde o stabilní regulátor. Je nutné poznamenat, že hodnoty parametrů ω_0^s a ω_b byly ručně upravené k získání vhodnějšího návrhu, protože automatický návrh poskytoval příliš agresivní řešení.

V článku [19] byl také navržený PI regulátor rychlosti, který bude využitý pro srovnání se složitými regulátory. V článku byly navíc ke klasickému PI regulátoru přidány dva filtry, dolní propust se zlomovou frekvencí 1570rad/s a také pásmová zadrž, která má za úkol tlumit třetí rezonanční frekvenci 2650rad/s . Výsledný model PI regulátoru je v další rovnici:

$$PI(s) = \frac{0.0713s + 0.4429}{s} \cdot \frac{s^2 + 79.5s + 7.023e06}{(s + 2650)^2} \cdot \frac{2.4649e + 06}{(s^2 + 1110s + 2.465e06)}, \quad (9.3)$$

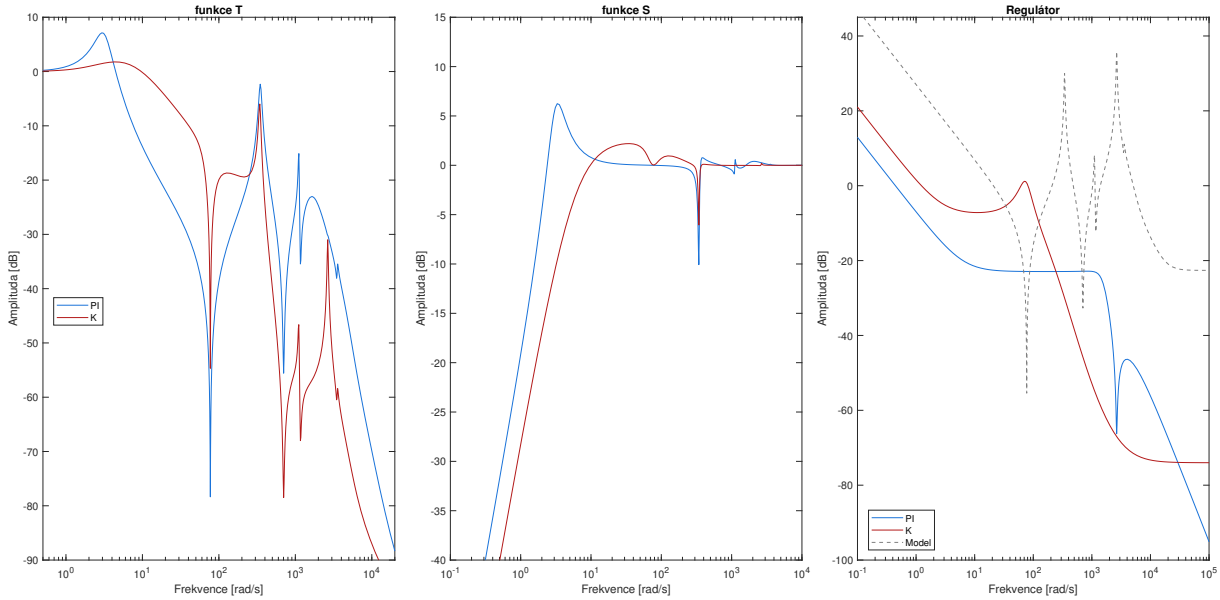
kde je výsledný přenos pátého řádu. V tomto případě jsou oba regulátory stejného řádu.

Časové odezvy obou regulátorů jsou zachyceny na obrázku (9.3). Ukazuje se, že PI regulátor je pomalejší a kmitá mnohem více než složitý regulátor v přechodových charakteristikách i v odezvě na vstupní poruchu. Složitý regulátor téměř nekmitá a má navíc malý překmit.



Obrázek 9.3: Simulace rychlostních regulátorů pro reálnou soustavu

Důležité frekvenční charakteristiky jsou zachyceny na dalším obrázku (9.4). U citlivostních funkcí má PI regulátor vyšší amplitudu a zároveň nižší šířku pásma. Ve třetím grafu je vidět, že na nízkých frekvencích má vyšší zesílení složitý regulátor, naopak u druhé a třetí rezonanční frekvence má vyšší zesílení PI regulátor.



Obrázek 9.4: Frekvenční charakteristiky rychlostních regulátorů u reálné soustavy

V tabulce (9.1) je provedené číselné srovnání, kde PI regulátor nesplňuje požadavky $M_s < 2$ a $M_t < 2$. Má třikrát menší šířku pásma a navíc vysoká kritéria IAE. Výsledky v této tabulce odpovídají předchozím grafům, kde složitý regulátor funguje mnohem lépe.

Regulátor:	$\ S\ _\infty$	$\ T\ _\infty$	Šířka pásma T	IAE T	IAE PS
PI	2.058	2.276	5.117	0.804	5.829
K	1.288	1.227	16.147	0.172	0.898

Tabulka 9.1: Srovnání rychlostních regulátorů pro reálnou soustavu

9.2.2 Řízení polohy

U polohové smyčky je nutné navrhnout nejen složitý regulátor a k němu vhodný filtr, ale také P regulátor, který je zapojen do kaskády s PI regulátorem. Složitý regulátor byl navržen pomocí aplikace vytvořené v této práci s tím, že bylo nutné opět ručně upravit limity parametrů. Časová konstanta τ filtru a P regulátor byly nalezené tak, aby přechodová charakteristika byla

bez překmitu. Přenosy navržených regulátorů jsou v následujících rovnicích:

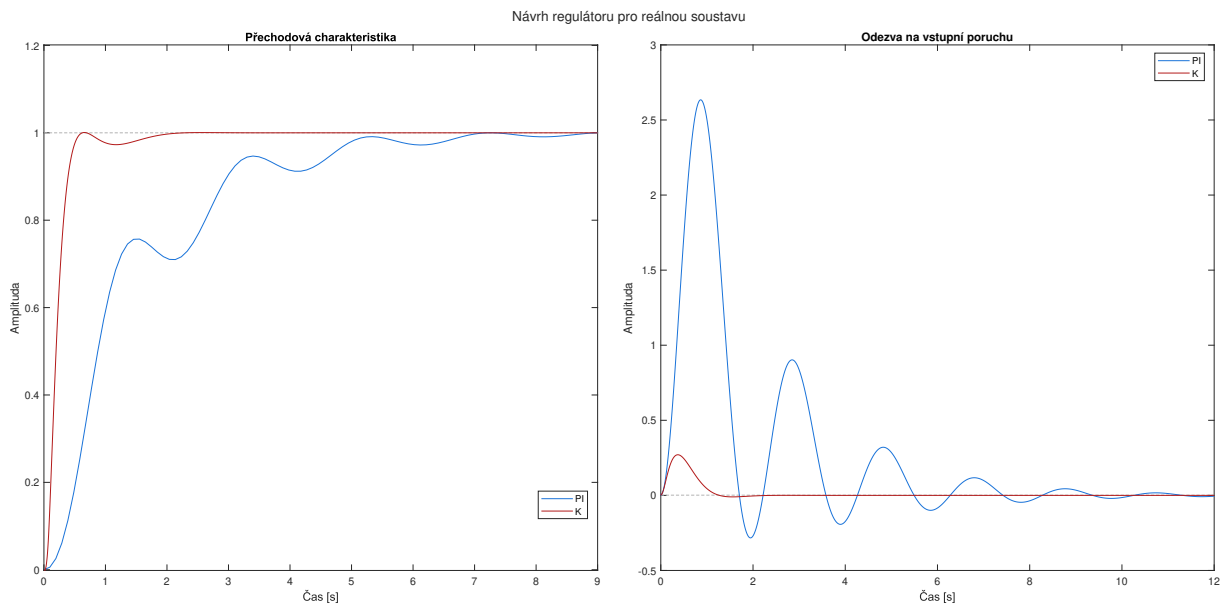
$$K_p(s) = \frac{-1468(s - 131)(s^2 + 4.46s + 9.48)(s^2 - 161s + 1.12e06)(s^2 - 729s + 1.66e06)}{s(s + 124)(s^2 + 32.6s + 5961)(s^2 + 309s + 5.47e05)(s^2 + 106s + 1.36e06)}, \quad (9.4)$$

$$F(s) = \frac{1}{0.24s + 1}, \quad (9.5)$$

$$P = 0.6913, \quad (9.6)$$

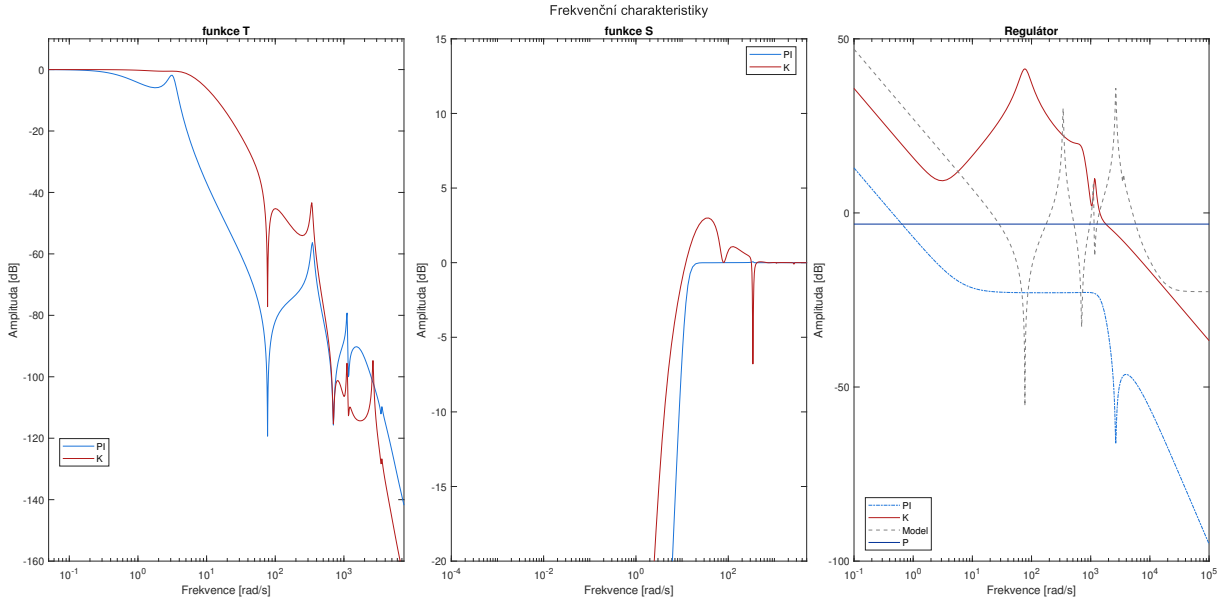
kde vyšel složitý regulátor stabilní a byl zredukován na osmý řád.

Chování uzavřené smyčky je znázorněno v simulaci na obrázku (9.5), kde P regulátor je kmitavý a pomalý. Složitý regulátor je opět velmi rychlý a málo kmitá.



Obrázek 9.5: Simulační srovnání polohových regulátorů pro reálnou soustavu

Frekvenční charakteristiky polohových uzavřených smyček jsou na obrázku (9.6), kde složitý regulátor má vyšší šířku pásma než P regulátor. V pravém grafu je vidět vysoké zesílení složitého regulátoru, které odpovídá rychlým přechodovým charakteristikám.



Obrázek 9.6: Frekvenční charakteristiky polohových regulátorů pro reálnou soustavu

V další tabulce (9.2) je číselné srovnání regulátorů, kde důležité nekonečno normy splňují oba regulátory. Nicméně složitý regulátor má mnohonásobně vyšší šířku pásma, čemuž odpovídají nízká kritéria IAE. Obdobně jako u rychlostních regulátorů i zde vychází lépe složitý regulátor.

Regulátor:	$\ S\ _\infty$	$\ T\ _\infty$	Šířka pásma T	IAE T	IAE PS
P, PI	1.194	1	0.733	1.445	3.816
K	1.412	1	6.94	0.241	0.175

Tabulka 9.2: Srovnání polohových regulátorů pro reálnou soustavu

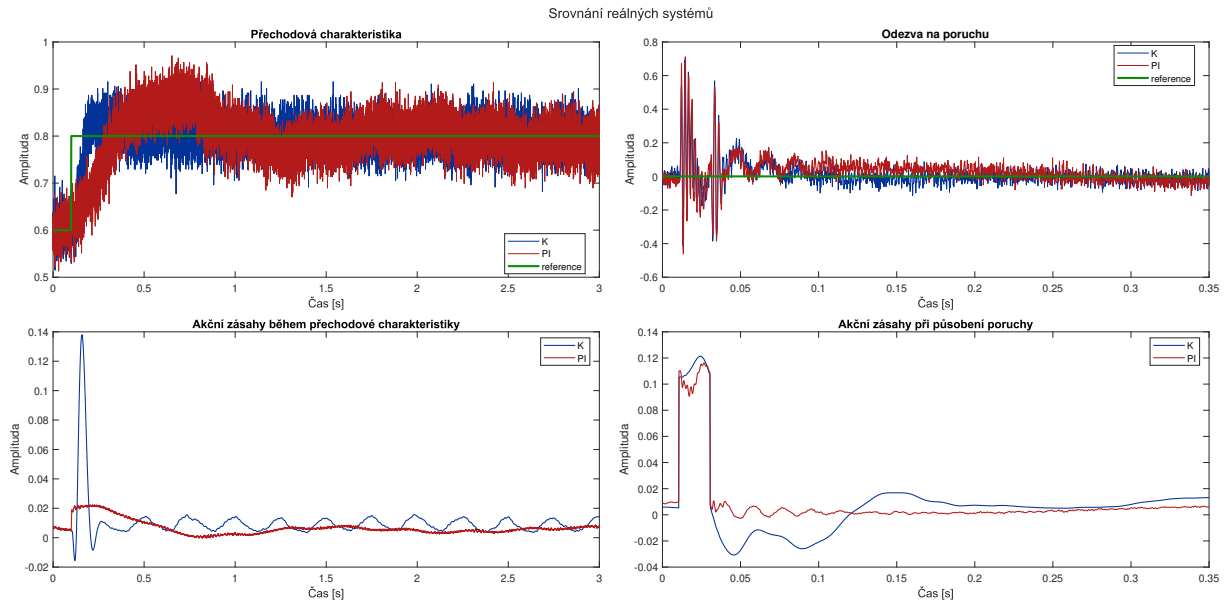
9.3 Reálné zkoušky

Schopnosti regulátorů nelze jednoznačně určit na základě simulací. Důležité je provést srovnání na reálné soustavě, kde se projeví složité chování systému. Výsledky získané z experimentů budou shrnuté na závěr.

9.3.1 Řízení rychlosti

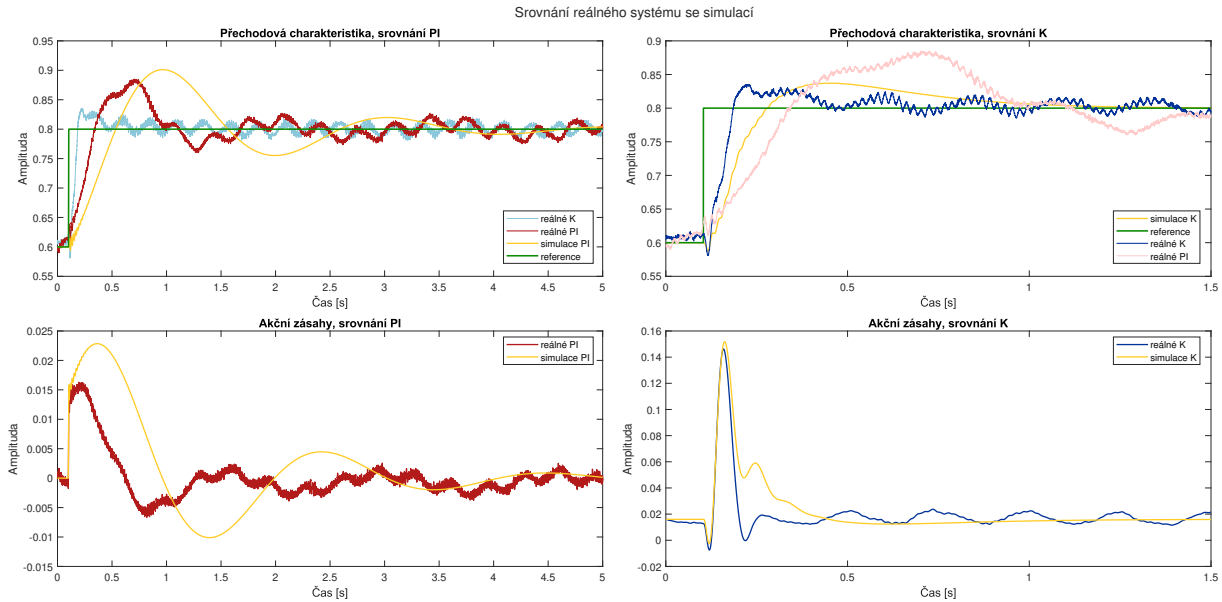
První pokusy s reálnou soustavou byly provedené pro rychlostní smyčku, kde bylo vyzkoušeno, jak regulátory reagují na změnu požadované hodnoty a také na vstupní poruchu. Ta se skládala z impulsu, který trval $20ms$ s amplitudou 0.1. Výsledky pokusů jsou zachycené na obrázku (9.7). V horní části je znázorněna rychlost, která je zašuměná i kvůli tomu, že byla

získána derivací polohy. Složitý regulátor má rychlejší přechodovou charakteristiku a zároveň menší překmit. Odezva na poruchu vypadá téměř stejně a v přítomnosti šumu není dost dobře možné určit, který z regulátorů dopadl lépe. V dolní části obrázků jsou grafy s akčními zásahy, které má vyšší složitý regulátor. Nad pozastavením stojí kmitání v akčním zásahu po ustálení přechodové charakteristiky. Složitý regulátor pravděpodobně kompenzuje špatně vyváženou zátěž soustavy, což je nemodelovaná dynamika. Obdobné kmitání s menší amplitudou se objevuje i u PI regulátoru.



Obrázek 9.7: Experiment s rychlostní smyčkou reálné soustavy

Analytický model přesně neodpovídá reálnému systému. Odlišnost simulace od skutečných experimentů je zachycena na obrázku (9.8), kde bylo využito klouzavého průměrování přes 50 vzorků, čímž se vyfiltroval šum. Simulační odezvy jsou pomalejší než skutečná reálná soustava. Ukazuje se, že oba regulátory jsou poměrně robustní, protože se dokáží vypořádat s těmito nepřesnostmi v modelu. Velikost akčních zásahů přibližně odpovídá simulacím. V prvním grafu je navíc vidět velký rozdíl mezi regulátory, kde PI regulátor je pomalejší a má větší překmit.

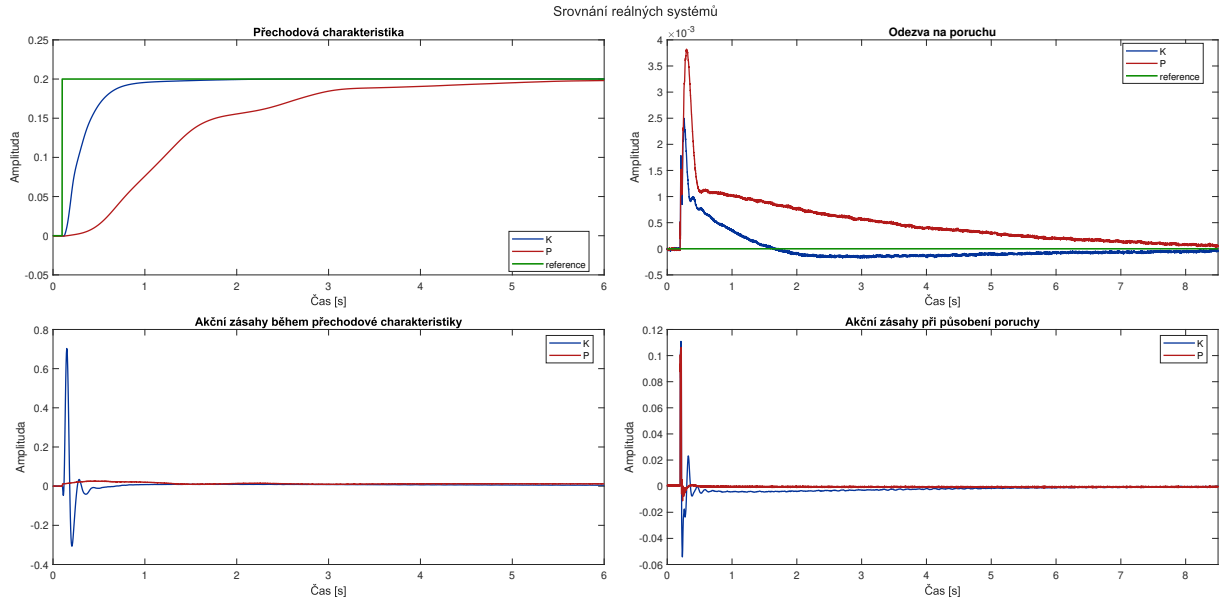


Obrázek 9.8: Srovnání rychlostní smyčky reálné soustavy se simulací

Řízení rychlosti bylo úspěšné a ukázalo se, že složitý regulátor může být agresivnější než PI regulátor, aniž by měl problémy se stabilitou. Vzhledem k tomu, že jsou oba regulátory pátého řádu a stabilní, není důvod řídit rychlost reálného systému PI regulátorem.

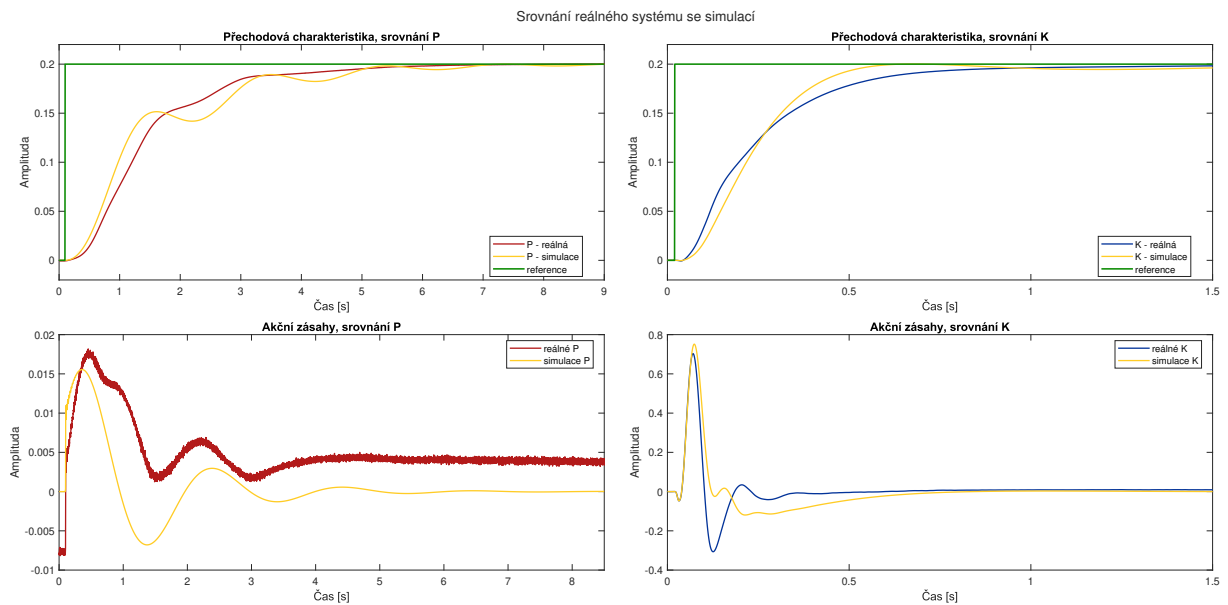
9.3.2 Řízení polohy

Experimenty s polohovou soustavou dopadly dobře, oba regulátory byly stabilní a bez překmitu. Na obrázku (9.9) se ukazuje velká agresivita složitého regulátoru, který je velmi rychlý a jeho doba ustálení je v přechodové charakteristice okolo jedné vteřiny. PI regulátor se ustálí přibližně po 6 vteřinách. U odezvy na poruchu se objevil zajímavý jev, kdy trvá poměrně dlouho, než se systém dostane na požadovanou hodnotu. To je pravděpodobně způsobeno nemodelovaným třením, které se projeví při nízkých rychlostech. Akční zásahy jsou vysoké u složitého regulátoru, což opět odpovídá ostatním časovým odezvám.



Obrázek 9.9: Experiment s polohovou smyčkou reálné soustavy

Srovnání časových odezev reálného systému a modelu je znázorněno na obrázku (9.10), kde modely odpovídají mnohem lépe než u rychlostní smyčky. Obdobně je tomu i u akčních zásahů. Důležité je poznamenat, že u kaskádní regulace jde o akční zásahy z polohy na moment, nikoliv na rychlost. To znamená, že akční zásahy P regulátoru na požadovanou rychlost prošly PI regulátorem, který je převedl na požadovaný moment. To je důvod proč je v této odezvě více přítomný šum.



Obrázek 9.10: Srovnání polohové smyčky reálné soustavy se simulací

9.4 Shrnutí

Složitost návrhu regulátorů se naplno projevila u reálné soustavy, jejíž model vychází obvykle vysokého řádu. Návrhář musí vědět, které póly a nuly mohou být krácené regulátorem a případně vědět, jak návrh upravit ručně. Nakonec se ale ukázalo, že i PI regulace musí být doplněna o různé filtry, čímž se zvedá složitost návrhu, ale také se zvyšuje řád použitého regulátoru.

U rychlostní smyčky vyšly oba regulátory 5. řádu s tím, že složitý regulátor byl mnohem rychlejší. Dokázal mnohem přesněji řídit rychlost a i lépe reagoval na poruchy. Vzhledem k tomu, že soustava zvládá i vysoké akční zásahy, není důvod k nevyužití tohoto regulátoru.

Polohová smyčka byla řízena regulátorem 8. řádu, který je složitější, ale nepotřebuje informaci o rychlosti. Kaskádní regulace má poté tendenci reagovat i na šum, což bylo vidět na obrázku (9.10). Složitý regulátor je pro řízení polohy mnohem rychlejší a lépe tlumí vibrace než P regulátor.

Pomocí složitých regulátorů navržených metodou H_∞ se podařilo dosáhnout mnohem lepší kvality regulace než u PI. Tyto regulátory byly navíc velmi rychlé a i přes nepřesný model dostatečně robustně stabilizovaly uzavřenou smyčku. Ukázalo se, že pro takto složitý reálný systém není důvod používat PI regulaci, která je pomalá, hůře tlumí vibrace a je i méně robustní.

10. Závěr

Diplomová práce je zaměřena na problematiku řízení elektromechanických poddajných soustav pomocí složitých regulátorů. V první kapitole se čtenář seznámí se základními principy, které se používají v automatickém řízení. Na to navazuje popis metod, které slouží k návrhu složitých regulátorů. Dále se práce věnuje elektromechanickým soustavám a jejich modelování. V závěru teoretické části je popsáno řízení kmitavých soustav a tlumení vibrací.

Praktická část se věnuje tvorbě programu, který slouží k návrhu složitých regulátorů metodou H_∞ . Cílem bylo vytvořit program, který dokáže navrhnout regulátory schopné stabilizovat systém, aktivně tlumit vibrace a to takové, u kterých nebude docházet k nevhodnému krácení nul a pólů mezi systémem a regulátorem. Dále bylo vytvořeno uživatelské prostředí, které obsahuje program pro návrh regulátorů a zjednodušuje práci návrháře. Na závěr byly simulačně srovnané návrhy složitých regulátorů s PI regulací a také bylo provedeno experimentální srovnání na reálné soustavě. Součástí přílohy je návod na instalaci aplikace s uživatelským prostředím.

V práci se podařilo vytvořit metodiku sloužící k návrhu složitých regulátorů, která byla implementována v aplikaci s uživatelským prostředím. V základním nastavení je metoda velmi často schopna navrhnout vhodný regulátor, nicméně je vhodné upravit parametry ξ . Aplikace umí automaticky redukovat řád regulátoru a také umožňuje automatický návrh filtru, který zajistí přechodovou charakteristiku bez překmitu. Také je uživateli ponechána možnost, kdy může ručně upravit parametry váhových funkcí.

Jedním z úkolů diplomové práce bylo zjistit, zda složité regulátory mohou zlepšit kvalitu regulace. Během simulačních experimentů se prokázalo pouze mírné zlepšení kvality regulace oproti PID. Zkouška s reálnou soustavou dopadla velmi úspěšně a ukázala výrazné zlepšení kvality regulace u složitěho regulátoru.

Návrh složitěho regulátoru metodou H_∞ se ukázal jako velmi komplexní problém, kde je nutné vyřešit správné váhové schéma, nalézt vhodnou strukturu váhových funkcí, nalézt správné hodnoty jejich parametrů a na závěr redukovat regulátor na nižší řád. Metoda tyto problémy řeší, ačkoliv ne vždy dojde ke správnému výsledku. Problém může být ve správném odhadu limitů parametrů ω_0 nebo ω_b . To může vyřešit uživatel tím, že tyto limity zadá ručně. Problém také může představovat základní hodnota parametrů ξ . Do budoucna by se mohl vytvořit algoritmus, který by našel vhodné hodnoty tohoto parametru, prozatím je může uživatel zadat ručně.

Složité regulátory jsou schopné řídit elektromechanické systémy a jejich využití může výrazně zlepšit kvalitu regulace. V průmyslu může tento typ regulátorů poskytnout firmám konkurenční výhodu. Je tedy nanejvýš výhodné vytvářet metody, které usnadní návrh těchto regulátorů, protože se dá očekávat zvyšující se trend jejich používání v praxi.

Bibliografie

- [1] K. Åström a T. Häggglund. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. English. ISA - The Instrumentation, Systems a Automation Society, 1995. ISBN: 1-55617-516-7.
- [2] K. Åström a R. Murray. *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*. USA: Princeton University Press, 2008. ISBN: 0691135762.
- [3] R. Bannatyne a G. Viot. “Introduction to microcontrollers. I”. In: *Wescon/98. Conference Proceedings (Cat. No.98CH36265)*. 1998, s. 350–360. DOI: 10.1109/WESCON.1998.716623.
- [4] S. Bennett. “Development of the PID controller”. In: *IEEE Control Systems Magazine* 13.6 (1993), s. 58–62. DOI: 10.1109/37.248006.
- [5] K. Y. Billah a R. H. Scanlan. “Resonance, Tacoma Narrows bridge failure, and undergraduate physics textbooks”. In: *American Journal of Physics* 59.2 (ún. 1991), s. 118–124. DOI: 10.1119/1.16590.
- [6] O. H. Bosgra, H. Kwakernaak a G. Meinsma. “Design methods for control systems”. In: *Notes for a Course of the Dutch Institute of Systems and Control, Winter term 2002* (2001).
- [7] S. Boyd et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Society for Industrial a Applied Mathematics, 1994. DOI: 10.1137/1.9781611970777. eprint: <https://epubs.siam.org/doi/pdf/10.1137/1.9781611970777>. URL: <https://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/1.9781611970777>.
- [8] L. Desborough a R. Miller. “Increasing Customer Value of Industrial Control Performance Monitoring -Honeywell’s Experience”. In: *AIChE Symposium Series* 98 (led. 2002).
- [9] N.E. Dowling. *Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue*. Pearson, 2013. ISBN: 9780131395060.
- [10] J Doyle, B. A. Francis a A. R. Tannenbaum. *Feedback Control Theory*. Prentice Hall Professional Technical Reference, 1991. ISBN: 0023300116.
- [11] J. Doyle et al. “State-space solutions to standard H₂ and H_∞ control problems”. In: *1988 American Control Conference*. 1988, s. 1691–1696. DOI: 10.23919/ACC.1988.4789992.
- [12] E.L. Duke. “Combining and Connecting Linear Multi-Input, Multi-Output Subsystem Models”. In: *NaSA Technical Memorandum* (1996).
- [13] G. Ellis a R.D. Lorenz. “Resonant load control methods for industrial servo drives”. In: *Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Fifth IAS Annual Meeting and World Conference on Industrial Applications of Electrical Energy (Cat. No.00CH37129)*. Sv. 3. 2000, 1438–1445 vol.3. DOI: 10.1109/IAS.2000.882073.

- [14] D.J. Ewins. *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. Engineering dynamics series]. Wiley, 2000. ISBN: 9780863802188.
- [15] W. GAWRONSKI a JN. JUANG. “Model reduction in limited time and frequency intervals”. In: *International Journal of Systems Science* 21.2 (1990), s. 349–376. DOI: 10.1080/00207729008910366. eprint: <https://doi.org/10.1080/00207729008910366>. URL: <https://doi.org/10.1080/00207729008910366>.
- [16] K. Glover a J. Doyle. “State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_{∞} -norm bound and relations to relations to risk sensitivity”. In: *Systems & Control Letters* 11.3 (1988), s. 167–172. ISSN: 0167-6911. DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(88\)90055-2](https://doi.org/10.1016/0167-6911(88)90055-2). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167691188900552>.
- [17] M. Goubej. *Robustní řízení lineárních systémů, přednášky*. Zimní semestr 2021.
- [18] M. Goubej. “Robustní řízení pohybu pružných elektromechanických soustav”. Dis. pr. Západočeská univerzita v Plzni, 2015.
- [19] M. Goubej et al. “Employing Finite Element Analysis and Robust Control Concepts in Mechatronic System Design-Flexible Manipulator Case Study”. In: *Applied Sciences* 11.8 (2021). ISSN: 2076-3417. DOI: 10.3390/app11083689. URL: <https://www.mdpi.com/2076-3417/11/8/3689>.
- [20] D. Halliday, R. Resnick a J. Walker. *Fundamentals of Physics*. Halliday & Resnick Fundamentals of Physics. John Wiley & Sons Canada, Limited, 2010. ISBN: 9780470547939.
- [21] J. R. Huey, K. L. Sorensen a W. E. Singhose. “Useful applications of closed-loop signal shaping controllers”. In: *Control Engineering Practice* 16.7 (2008), s. 836–846. ISSN: 0967-0661. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2007.09.004>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066107001724>.
- [22] R. Isermann. “Mechatronic systems-a challenge for control engineering”. In: *Proceedings of the 1997 American Control Conference (Cat. No.97CH36041)*. Sv. 5. 1997, 2617–2632 vol.5. DOI: 10.1109/ACC.1997.611932.
- [23] R. Isermann. “Modeling and design methodology for mechatronic systems”. In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 1.1 (1996), s. 16–28. DOI: 10.1109/3516.491406.
- [24] JK. Ji a SK. Sul. “Kalman filter and LQ based speed controller for torsional vibration suppression in a 2-mass motor drive system”. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 42.6 (1995), s. 564–571. DOI: 10.1109/41.475496.
- [25] P. Koronki, H. Hashimoto a V. Utkin. “Direct torsion control of flexible shaft in an observer-based discrete-time sliding mode”. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 45.2 (1998), s. 291–296. DOI: 10.1109/41.681228.

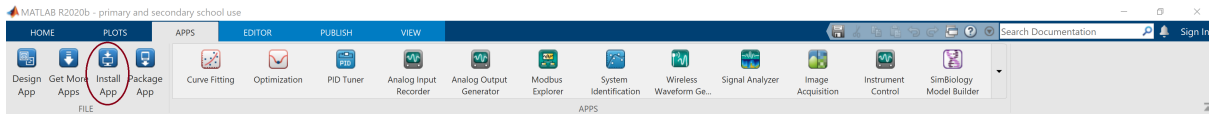
- [26] Mathworks.com. *App Designer, Create desktop and web apps in MATLAB*. [cit. 09.05.2023]. URL: <https://www.mathworks.com/products/matlab/app-designer.html>.
- [27] Mathworks.com. *balred - Model order reduction*. [cit. 25.02.2023]. URL: <https://www.mathworks.com/help/control/ref/lti.balred.html>.
- [28] Mathworks.com. *hinfsyn Compute H-infinity optimal controller*. [cit. 02.03.2023]. URL: <https://www.mathworks.com/help/robust/ref/lti.hinfsyn.html>.
- [29] Mathworks.com. *Mixed-Sensitivity Loop Shaping*. [cit. 13.03.2023]. URL: <https://www.mathworks.com/help/robust/gs/using-mixsyn-for-h-infinity-loop-shaping.html>.
- [30] J. Melichar a M. Goubej. *Lineární systémy 1*. Západočeská univerzita, Plzeň, 2017.
- [31] J. Melichar a M. Goubej. *Lineární systémy 2*. Západočeská univerzita, Plzeň, 2019.
- [32] A. Morris. *Measurement and Instrumentation Principles*. Butterworth Heinemann, 2001.
- [33] J. Sefton a K. Glover. “Pole/zero cancellations in the general H_∞ problem with reference to a two block design”. In: *Systems & Control Letters* 14.4 (1990), s. 295–306. ISSN: 0167-6911. DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(90\)90050-5](https://doi.org/10.1016/0167-6911(90)90050-5). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167691190900505>.
- [34] M. Schlegel. *Průmyslové řídicí systémy, přednášky*. Zimní semestr 2022.
- [35] M. Schlegel a P. Medvecová. “Design of PI Controllers: H_∞ Region Approach”. In: *IFAC-PapersOnLine* 51.6 (2018). 15th IFAC Conference on Programmable Devices and Embedded Systems PDeS 2018, s. 13–17. ISSN: 2405-8963. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.07.122>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896318308668>.
- [36] S. Skogestad a I. Postlethwaite. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design 2nd Edition*. Lis. 2005. ISBN: 978-0470011683.
- [37] M. Špirk. *Automatické ladění regulátorů pro elektrické servopohony*. Západočeská univerzita, Plzeň, 2021.
- [38] S.N. Vukosavic a M.R. Stojic. “Suppression of torsional oscillations in a high-performance speed servo drive”. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 45.1 (1998), s. 108–117. DOI: 10.1109/41.661311.
- [39] F. Yakub, A. Qadir a Aminudin A. “Comparative Study on Control Method for Two-Mass Systems”. In: *Int. J. on Advanced Science Engineering Information Technology* 2 (čvn. 2012), s. 63–68. DOI: 10.18517/ijaseit.2.3.199.261-266.

- [40] G. Zhang a J. Furusho. “Speed control of two-inertia system by PI/PID control”. In: *Proceedings of the IEEE 1999 International Conference on Power Electronics and Drive Systems. PEDS'99 (Cat. No.99TH8475)*. Sv. 1. 1999, 567–572 vol.1. DOI: 10.1109/PEDS.1999.794627.
- [41] K. Zhou a J. C. Doyle. *Essentials of Robust Control*. Prentice-Hall, 1998.

Návod na instalaci aplikace

Aplikace sloužící k návrhu složitých regulátorů byla vytvořena za pomoci Matlab App Designer programu a je ji nutné nainstalovat do Matlabu předtím než je ji možné začít používat.

Instalaci je možné provést přímo z Matlabu, kdy se v záložce *Apps* stiskne tlačítko *Install App*. Záložka a tlačítko jsou zobrazené na obrázku (10.1).



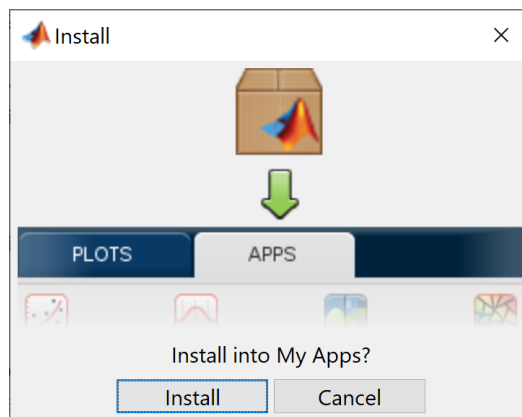
Obrázek 10.1: Panel pro správu aplikací v Matlabu

Po stisknutí tlačítka pro instalaci aplikace se musí vybrat instalační soubor, jehož název je *Hinf complex designer*. Ikona a název souboru jsou vyobrazené na dalším obrázku (10.2).



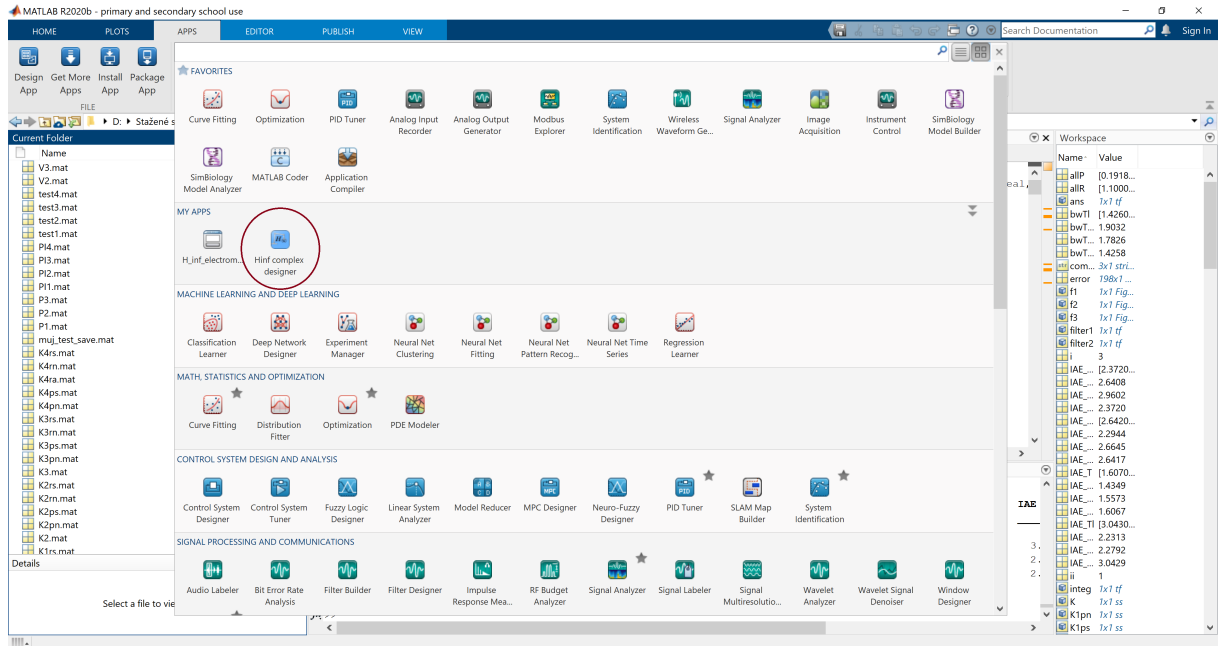
Obrázek 10.2: Ikona instalačního souboru

Po vybrání souboru se objeví dialogové okno, které vyžaduje potvrzení instalace. Po stisknutí tlačítka *Install* se aplikace nainstaluje do prostředí Matlabu. Podoba dialogového okna je na obrázku (10.3).



Obrázek 10.3: Dialogové okno instalace

Po instalaci je možné spustit aplikaci pro návrh složitých regulátorů z Matlabu, v záložce *Apps* ji lze najít v seznamu aplikací v sekci *My Apps*. Umístění aplikace a vzhled její ikony je zachycen na obrázku (10.4).



Obrázek 10.4: Seznam nainstalovaných aplikací

Tento popis instalace byl pouze jedním ze způsobů. Aplikaci je možné také nainstalovat z instalačního souboru, který je na obrázku (10.2). Postup je poté velmi podobný. Aplikace byla vyvinuta ve verzi r2020b, takže by s touto verzí měla fungovat nejlépe.