

Posudek oponenta na diplomovou práci Bc. Ondřeje Špačka

Semidefinitní programování v kombinatorické optimalizaci

Práce Ondřeje Špačka je zaměřena na semidefinitní programování (SDP) a jeho uplatnění při návrhu aproximačních algoritmů pro grafové optimalizační úlohy. SDP je jednou z důležitých a intenzívně studovaných oblastí konvexní optimalizace a zejména jeho převratná aplikace na problém MAX-CUT v článku [9] motivovala další rozsáhlý výzkum.

Předložená práce je členěna do šesti kapitol. První čtyři kapitoly shrnují základy konvexní optimalizace a související geometrické pojmy. Poslední dvě kapitoly jsou věnovány kombinatorickým úlohám, pro jejichž aproximační řešení lze využít SDP — určení Lovászovy ϑ -funkce grafu (kapitola 5) a variantám zmíněného problému MAX-CUT (kapitola 6).

Autor dosáhl následujících vlastních výsledků:

- pro všechny uvažované úlohy implementoval známé aproximační algoritmy a porovnal jejich výsledky,
- pro úlohu CMAX- k -CUT implementoval také vlastní postup založený na využití algoritmu pro MAX- k -CUT.

K tomu bylo nezbytné prostudovat řadu pramenů a detailně se seznámit se související matematickou teorií a tento úkol autor úspěšně zvládl.

Po obsahové stránce mám k práci následující hlavní připomínky:

- Popis experimentálních výsledků v kapitolách 5.5 a 6.5 by měl zahrnovat údaje o implementaci, diskusi souvisejících otázek a zejména údaje o výpočetní náročnosti jednotlivých implementací, aby bylo možné provést detailní srovnání. Implementační detaily jsou podstatné také pro diskusi o přesnosti výpočtů (str. 51).
- Popis randomizovaných algoritmů v kapitole 6.2–6.3 by měl být přesněji pojednán z pravděpodobnostního hlediska — např. v diskusi o počtu iterací algoritmu pro MAX-CUT na str. 45 je nejasné, co se uvedeným počtem iterací zajistí, lemma 6 (str. 43) zase nedává smysl bez zmínky o rozdělení pravděpodobnosti na S_{n-1} atd. Přesněji by měl být popsán také pravděpodobnostní model použitý pro generování náhodných testovacích grafů.

Připomínek ke stylistickým a formálním aspektům bych měl více, vybírám z nich následující:

- Na řadě míst schází text, který by nějakým způsobem uvedl formulaci optimalizační úlohy (např. str. 12, 49), příklad (str. 23) nebo definici (např. definici matice Y na str. 49).

- Odkazy v seznamu literatury jsou značně neúplné — u časopiseckých článků není uveden svazek ani čísla stránek. V názvech některých článků (např. [22]) jsou chybně použita malá písmena namísto velkých.

Vybrané jazykové připomínky:

- Řada vět nevhodně začíná spojkou „A“ (např. str. 18, 21) nebo spojením „Z čehož“ (str. 33, 34), případně matematickým symbolem (str. 30).
- Větší pozornost by měla být věnována interpunkci — na mnoha místech chybí například čárky v souvětích (str. 3, 30, 51, 55).
- V diplomové práci by se neměla objevit slova *scucnout* (str. 23) nebo *upočítat* (str. 39).

Při obhajobě prosím o zodpovězení následujících otázek:

- Jak je uvedeno v kapitole 5.5.2, program SDP1 nedává přesnou hodnotu ϑ -funkce pro úplný graf K_{30} . Jak je to s přesností výsledku programu SDP2?
- Jak lze nezávislost perfektního grafu určit v polynomiálním čase (str. 29)?

Přidávám ještě několik konkrétnějších věcných připomínek:

- str. 11: formulace Minkowski-Weylovy věty je dosti nejasná
- str. 22: v první položce číslovaného seznamu chybí slovo „vlastní“
- na str. 26 by měla být definována ekvivalence optimalizačních problémů
- na str. 29 jsou jako příklad perfektních grafů uvedeny hranové grafy; jak ale ukazuje graf C_5 , hranové grafy nemusí být perfektní
- v definici ortonormální reprezentace na str. 30 je nesprávně použita matematická notace
- str. 47: definice množiny V_j je neúplná

Mohu konstatovat, že Ondřej Špaček úspěšně naplnil zadání práce, proto **doporučuji přijetí práce k obhajobě**. Přes určité výhrady ke zpracování textu navrhuji s ohledem na obtížnost tématu **hodnocení stupněm výborně**.

V Plzni dne 11. srpna 2020.

Prof. RNDr. Tomáš Kaiser, DSc.
Katedra matematiky
Západočeská univerzita v Plzni